

15.15-

148 + 202 U (incl 3 numbers)
couple
W

66

~~G~~
~~IV~~
~~16~~
LIBRARY
MEDICAL FACULTY
MCGILL
UNIVERSITY

SJ

G. IV. N. 35

THE
OSLER LIBRARY
MCGILL UNIVERSITY
MONTREAL
Acc. 10351

Telephone: Regent 5838

M. Dr. Casey Wood, c/o Harris Trust & Savings Bank,
Chicago, Ill.

Feb. 16, 19 40

To E. P. Goldschmidt & Co., Ltd.

45 Old Bond Street, London, W.1

Old Books & Prints.

Inland Telegrams:—Playbook, Piccy, London

Cables and Foreign Telegrams:—Playbook, London

By regd. bookpost: to The Medical Library, McGill University,
MONTREAL, Canada.

21674 Cat. 53 No. 39 Alhazen. Opticae Thesaurus. Basel,
1572

less 10% library disct.

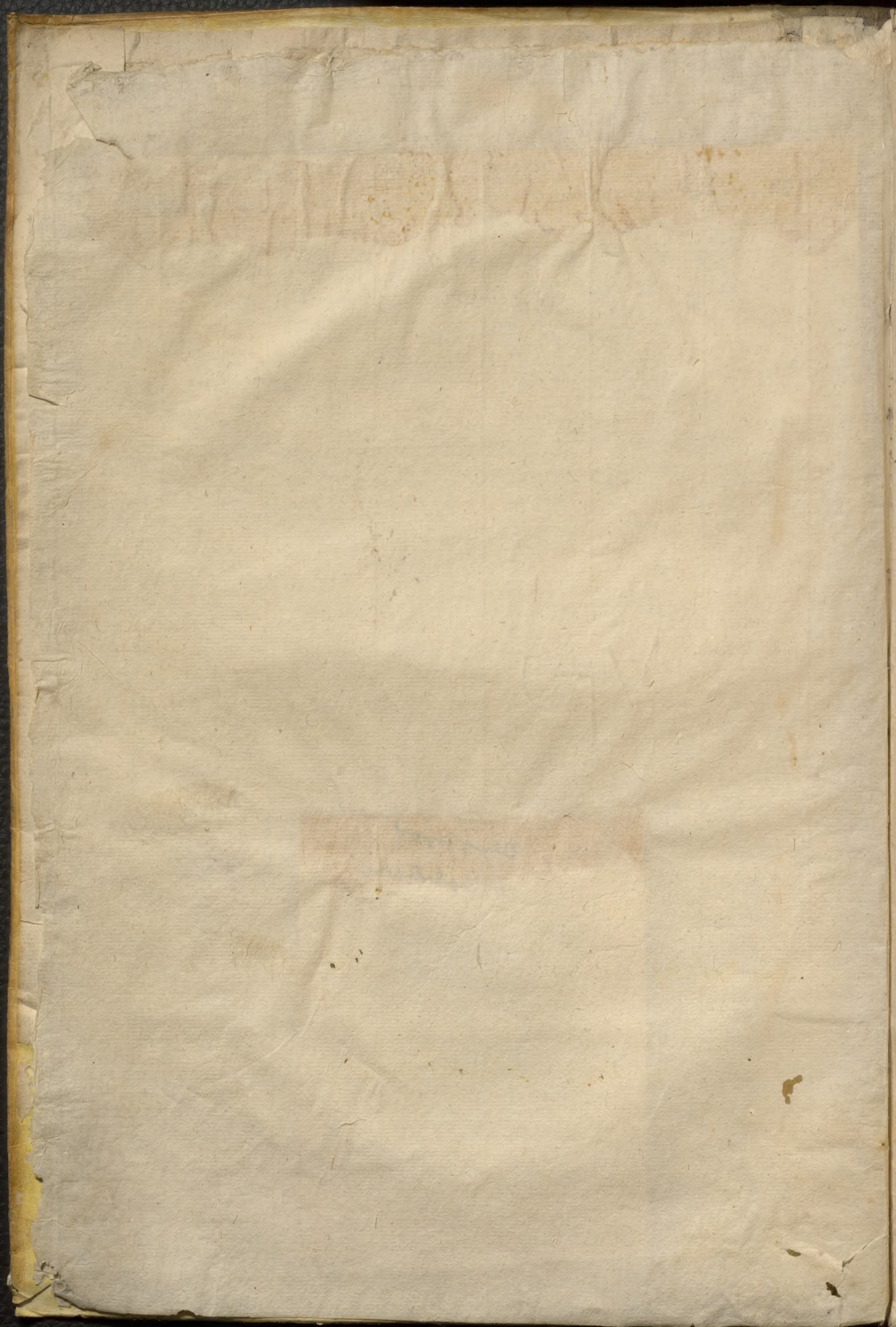
15	15	-
1	11	6
14	3	6

postage, packing & insurance
incl. war risks

	8	6
£14.	12.	-.

Duplicate invoice





O P T I C A E
T H E S A V R V S .

A L H A Z E N I
A R A B I S
libri septem, nunc primum
editi.

EIVSDEM liber DE CREPUSCULIS
& Nubium ascensionibus.

I T E M
V I T E L L O N I S
T H V R I N G O P O L O N I
L I B R I X .

Omnes instaurati, figuris illustrati & aucti, adiectis etiam in
Alhazenum commentarijs,

A
F E D E R I C O R I S N E R O .



J. Blasij Moris Vicarij

Cum privilegio Caesareo & Regis Galliae ad sexennium.

de Puteo Cong. s. h. m. en

B A S I L E A E,
P E R E P I S C O P I O S . M D L X X I I .

ex libris Antonij Sabini

Triplicis uisus, directi, reflexi & refracti, de
quo optica disputat, ar-
gumenta.



Basileae
in aedibus M. D. LXXII

FEDERICI RISNE

RI IN ALHAZENI ARABIS

OPTICAM PRAEFATIO

A D

ILLVSTRISSIMAM REGINAM CA-

tharinam Mediceam, matrem regis Galliae

Caroli noni.



LVRES adorant orientem solem, Regina illustri-
sima, quàm occidentem, ut uulgò fertur: at
contrà fieri meo iudicio debuit, cum solis oc-
casus ditissimas & opulentissimas orbis partes
complexus sit: ut sub æquatore est America, &
supra omnes insulas fortunatissimæ Moluccæ. Et in uita ho-
minis, si qua ætas præcipuè laudabilis sit, ipsa senectus est, re-
liquarum ætatum gubernatrix & magistra. Ideoq; hoc mihi
à P. Ramo consilium maiestatis tuæ colendæ succurrit: qui
cum tuo nomini liberales artes gallico sermone consecra-
rit, multos profectò mortales exemplo suo inuitauit ad ea-
dem uota concipiendum atq; nuncupandum: tanquam iu-
dicarit unam te in Gallia non solùm tanto rege matrem di-
gnissimam, sed omnium regiarum uirtutum laudumq; pa-
tronam amantissimam. Itaq; tanquam clientem Alhazenū
tibi dico, nuncupoq; Arabem opticæ scriptorem, ut è no-
mine Alhazen arabico, (quod Latinè bonum uirum sonat)
intelligitur: & inscriptio operis ipsum arabepatre Alhayzen
natum indicat. Quatuor autē philosophos arabes hoc no-
mine fuisse è peritis Arabicæ linguæ hominibus didici: quo
tamen tempore Alhazenus noster floruerit, nondum neque
legendo neq; percontando certò cognoscere potui. Equi-
dem à præstantibus mathematicis in uetustissimorum Ara-
bum numero ipsum haberi animaduerto: quanquam tem-
poris, quo uixerit, mentio nulla fiat. Coniectura quædam
est anno Christi millesimo ac circiter centesimo ipsum ui-
xisse: ætate nimirum Auicennæ, Auerrois, Zoaræ, aliorumq;
excellentium Arabum: quo sæculo apud Arabes & Sarrace-
nos, tum omnium ingenuarum artium studia, tum uerò ma-
thematicas disciplinas in primis floruisse ex historiarū com-
mentarijs satis constat. Hunc igitur authorem (cuius editio-
nem abhinc amplius annis triginta à clarissimis mathema-

ticis expectauimus) cum P. Ramus diu multumq; per uarias
 bibliothecas requisitum, uestigijsq; omnibus indagatū tan
 dem in auctione publica prostitūtū, & tanquam pro deser-
 to habitum coemisset: alterū postea etiam exemplar nactus
 esset: utrunq; mihi (quem aliquot antè annos mathematicę
 exercitationis consortem & adiutorem habuisset) conferen-
 dum tradidit: posteaq; cum è medio renascentium bellorū
 ardore mathemata quædam sibi chariora, & hunc Alhaze-
 nū in primis è bibliotheca sua subduxisset, Basileam me cum
 his tanquam penatibus secum abduxit, & annum integrum
 in authore isto restituēdo & conformando occupauit. Dili-
 gentiam sanè & doctrinam in arabè homine mirabilem de-
 prehendi, nec admodum, quod animaduertere potuerim, à
 ueteribus Græciæ opticis adiutā. Euclideū hic uel Ptolemai
 cum nihil ferè est. Aliquid fortasse sumpserat ex Archimede,
 Apollonio & Auenello, à quibus optica quædam conscri-
 pta esse monimētis literarū testatum extat: item à Damiano
 & alijs opticis, quorū libri in manus meas nondum incide-
 runt. Veterum tamen optidorum lectionem Alhazenus ipse
 confitetur lib. 6. cap. 4. de errore, qui accidit in speculis sphæ-
 ricis conuexis. & lib. 7. cap. 6. quomodo uisus cōprehendat
 uisibilia secundum refractionē. Quamobrem cum luculen-
 tum quidem scriptorem & copiosum opticū, sed ualde con-
 fusum perspexissem: id mihi P. Ramo suafore & authore con-
 filium sumpsi: quod est eiusmodi. Primò quia totū opus in
 pauca & prolixa capita continuo perpetuoq; sermone diui-
 sum fuit: singulos libros & capita in propositiones distinxit:
 & quæ Vitellonis theoremata his responderent, annotauit:
 ut collatione theorematū utriusq; optica materies rudi ac
 nouitio lectori difficilior atq; obscurior lucem aliquam &
 perspicuitatem acciperet. Deinde demonstrationes omnes
 emendauit & restituit: earum firmamenta ac robora (quæ ple-
 risq; locis omnibus deerant) ex Euclide, Theodosio, Apollo-
 nio, Sereno, alijsq; geometris addidi: præcipuè uerò quintū
 & sextum libros, quibus catoptrica cōprehenduntur, & se-
 ptimū, qui refractionem interpretatur, propter demonstra-
 tionum obscuritatem breuitatemq; cōmentariolis quibus-
 dam illustrare conatus sum. Deniq; figuras omnium propo-
 sitionū de integro conformaui. Atq; hic in rebus sentētijisq;
 labor

P R A E F A T I O.

labor nobis fuit: qui nequaquam par aut similis fuit in uer-
 bis. In his enim nihil admodum mihi immutandum esse exi-
 stimaui, nisi ut pro ijs, quæ obscuritatem rebus & ambigui-
 tatem allatura uidebantur, alia reponerē: & ut inscriptionē
 operis (quæ auctori est de aspectibus) græco, concinniore &
 breuiore nomine opticam nominarē. Verum, illustrissima
 regina, uiderer plerisq; urbanis hominibus instituti fortasse
 mei nō immemor, sed certē nō satis memor maiestatis tuæ,
 qui præfatione ista apud te tam multa & scholastica, & tam
 scholasticè disputem: nisi tuo nomine scholis omnibus &
 scholasticis beneficiū tam singulare, tamq; populare ac re-
 gale munus afferrem. Etenim cum præstantium regum regi-
 narumq; in populos beneficia muneraq; multa queāt esse:
 certē uirtute doctrinaq; magnificentius regalius ue dari ni-
 hil potest. Et quidem si de optices usu declamandi locus rhe-
 tori cuiquam hic esset, marathōnius quidam campus ej me-
 ritō uideretur, siue supra illa mundi siue hæc infera specten-
 tur. Etenim quæcunq; hominibus de corporum cœlestium
 materia, numero, ordine, deq; motuū cœlestium infinita ua-
 rietate aperta ac patefacta sunt, optica ferè aperuit & patefe-
 cit: meteora: miracula in iride una præsertim optice radijs
 distincta sunt: falsas opiniones de numero, motu, atq; loco
 elementorū optica solertia deprehendit & conuicit. In uita
 uerò hominum pleraq; dæmonum præstigijs attributa: ut
 imagines in aëre quocūq; mobiles repræsentare: ut longin-
 quo spatio disiunctum exercitū uelut ante oculos intueri:
 ut classem hostium incendio consumere, optice artis ui ac
 facultate omnia efficiuntur: ut picturam, architecturam, me-
 chanicam interea taceam nihil admodum nisi optice esse.
 Quamobrem quòd Alhazenus uetustissimus & copiosissi-
 mus optice doctrinæ scriptor è tenebris tam diuturnis eru-
 tus, squalore, situ, puluere absterfo in publicam lucem pro-
 deat: quòd in mathematicas scholas ingrediatur: quòd in-
 uenta sua publicis studijs communicet, Catharinæ
 Mediceæ in posteritatem fama gloriaq;
 immortalis esto.

CANDIDO LECTORI

Dvo sunt, candide Lector, de quibus te paucis admonendum hic duximus. Primum est, quod ea, quae commentario-
rum uice in Albazeno passim inferuimus, duabus clausulis (ut uocant) sic [] inclusimus. Alterum, quod in fir-
mamentis demonstrationum e uarijs geometris allegandis $\gamma\epsilon\alpha\phi\omega\iota$ quadam breuitate usi sumus: & Euclidis
quidem propositiones omisso nomine hoc modo notauimus: per 29 p. 1.1. ax. 4 p. 1 d 6: id est per 29 propositionem 1 li-
bri axioma. 4 propositionem. 1 definitionem 6 libri elementorum Euclidis, &c. In reliquorum uero geometrarum al-
legationibus similiter numeros theorematum & libri literis th (theoremata significantibus) inter utriusq; intermedijs una cum
nomine adiecimus. Albazeni autem propositiones (in quas a nobis distinctus est) differentiae breuitatisq; caussa in citandis
Euclidis & Albazeni propositionibus numeros appellauimus: ita nobis notati sunt: per 19 n. 1.14 n. 2.13 n. id est per
19 numerum 1 libri optices Albazeni. 14 numerum 2 libri. 13 numerum: eius nimirum libri, in quo fit ista allegatio: id
est per 13 numerum primi, secundi, tertij, &c. libri optices Albazeni, si ille numerus in primo, secundo, tertio, &c. libro
optices Albazeni allegatus sit. Quod ad errata attinet, placuit ea in uestibulo libri adscribere, quod emendare uolenti in
promptu essent: ubi primus numerus paginam, secundus lineam indicat.

Pagina 4. linea 55 centrum. 7. ult. unaquaq; . 16. 35 ultimum. 26. 22 earum. 34. 23 & 24 humiditas. 41. 46
certitudine. 61. 1 pro 71, 11. 67. 16 formarū. 80. 60 positio. 81. 82 figurarū loca permutata sunt. 83. 56 posi-
tio. 93. 28 post iterū, adde in. 106. 53 utroq; . 111. 10 lucis. 134. 60 angulus a g e. 135. 14 post lineis pone colon, &
post reflexionis, comma. 142. 11 uisu & uisibili. 146. 31 concurrent. 156. 49 pro 44 post exteriorē, reponē 45.
159. 26 aequidistans. 181. 36 & 37 pro ibi, ubi. 185. 12 pro t, b. 189. 6 sit. 194. 53 & 54 pro α, α d. ibid. 62 pro i
post a g, reponē &. 197. 15 pro 4, 45. Pag. 201 figura prior 15 numeri, quae ad sinistram est, pertinet ad 14 nume-
rum precedentem: neq; enim suo quamq; loco collocari compositionis, ut uocant, ratio permittit. 205. 1 z q l.
211. 21 post l e tolle comma. 213. 43 speculis. 217. 39 pro 4, 41. 219. 39 pro erit, reflectetur, & pro in, ex. Pagina
221 in figura litera proximè infra r in linea g r propter linearum concursum obscurior, est k. 223. 17 periphēria
a z. 226. 28 perueniat ergo. 229. 58 transeunte. 237. 21 post laminae adde, & inter superficiem laminae. Ibid. 35
dele sit. 240. 46 existunt. 250. 55 lineam. 252. 7 post eleuatio, pone comma. Ibid. 19 k b g. Ibid. in figura po-
natur litera a e regione e centri mundi ad periphēriam meridiani b g. Ibid. 49 existunt. 255. 57 pro in, a. 258
in secunda figura ad terminum lineae fo continuatae, pone literam q. 266. 48 tolle &. Pag. 273 in prima figu-
ra ad terminum lineae d m continuatae pone literam e. Pagina 275 sub numero 45 duae figurae coniunctae sunt,
quarū posterior, quae ad dextram est, pertinet ad 46 numerum: ad quem prior quoq; figura 47 numeri refer-
ri debet. 281. 38 post diuersa dele comma. 285. 23 pro e, ci. 286. 51 restant. 288. 58 pro 48, 40. Deniq; illud e-
tiam in erratis reponere placuit, quod in commentarijs ad quartam & tertiam figuras 64 n 5 praetermissum est:
nempe. [Quando imago uideret in puncto a: & b q, quae parallela ducitur ipsi a l, cadit extra triangulum a c
g: tum omitta b q & ostensa aequalitate linearum a g, a t, ut prius, breuius per 3 p 6 propositum concludetur.
Erit enim ut b e ad e a, sic b g ad a g, id est per 7 p 5 ad a l: sed ut b g ad a l, sic b t ad t a propter similitudinem
triangulorum b g t, a l t. Ergo per 11 p 5 ut b e ad e a, sic b t ad t a. Eodem modo cadente b q intra triangulum a
g t: breuior & facilior absq; linea a l erit demonstratio.]





I
ALHAZEN FILII
ALHAZEN OPTICAE
LIBER PRIMVS.



PRIMVS Liber in septem capita diuiditur. Primum est quòd lux per se & colores illuminati operentur in uisum aliquam operationem. Secundum quòd lux uehemens occultat quaedam uisibilia, quæ lux debilis manifestat, & contrà. Tertium quòd colores corporum diuersificantur apud uisum secundum diuersitatem lucium orientium super ipsos. Quartum est de compositione oculi, forma, & situ. Quintum declarat qualitatem uisionis, & dependentia ab illa. Sextum est de officio & utilitate instrumentorum uisus. Septimum de ijs, sine quibus uisio non potest compleri.

QVOD LVX PER SE, ET COLORES ILLVMINATI OPERENTUR IN UISUM ALIQUAM OPERATIONEM. Cap. 1.

1. Lux per se, & color illuminatus feriunt oculos. Vitell. in hypothef. 6. 16 p 3.

Inuenimus quòd uisus, quâdo inspexerit luces ualde fortes, fortiter dolebit ex eis, & habebit nõ cumentum: aspiciens enim quando aspexerit corpus solis, non potest bene aspicere ipsum, quoniam uisus eius dolebit propter ipsius lucem. Et similiter quâdo inspexerit speculum tersum, super quod ascendebat lux solis; & fuerit uisus eius in loco, ad quem reflectitur lux ab illo speculo: dolebit iterum propter lumen reflexum, perueniens ad suum uisum à speculo, & non poterit aperire oculum ad inspiciendum lumen illud. Et inuenimus iterum quando aspiciens intuetur corpus mundum album, super quod ascendebat lux solis, & moretur in aspectu ipsius: deinde conuertat uisum suum ab eo ad locum obscurum; debilis lucis: quòd ferè nõ poterit comprehendere res uisibiles illius loci comprehensione uera: & inueniet eòd pertorium quasi inter uisum & ipsas: deinde paulatim discooperietur, & reuertetur uisus in suam dispositionem. Et iterum, quando inspiciens inspexerit ignem fortem: & fuerit intuitus ipsum: & moretur in aspiciendo longo tempore: deinde declinet uisum suum ad locum obscurum, debilis lucis: inueniet iterum idem in uisu suo. Et iterum inuenimus, quando inspiciens inspexerit corpus mûdum album, super quod oriebatur lux diei: & fuerit illa lux fortis, quamuis non sit lux solis: & moretur in aspectu diu: deinde conuertat uisum suum ad locum obscurum: inueniet formam lucis illius in loco illo, & inueniet cum hoc figuram eius: deinde si clauerit uisum: inueniet in ipso formam illius lucis: deinde auferetur hoc, & reuertetur oculus in suam dispositionem. Et similiter erit dispositus uisus, quâdo inspexerit corpus, super quod oriebatur lux solis. Et similiter quando inspexerit corpus clarè album, super quod oriebatur lux ignis, quando lux ignis fuerit fortis, & moretur in aspiciendo ipsum: deinde recesserit ad locum obscurum: inueniet iterum in eo idem hoc in suo uisu. Et similiter quando aspiciens fuerit in domo; in qua fuerit foramen amplum discoopertum ad cælum: & aspexerit ex illo loco cælum in luce diei: & moretur in aspiciendo ipsum: deinde reuertatur uisus eius ad locum obscurum in domo: inueniet formam lucis, quam comprehendebat ex foramine cum figura foraminis in loco obscuro: & si clauerit oculum suum: inueniet iterum in eo formam illam. Omnia ergo ista significant, quòd lux operetur in uisum aliquam operationem. Et inuenimus iterum quòd, quâdo aspiciens inspexerit uiridarium multæ spissitudinis herbarum, super quod oriebatur lux solis: & moretur in aspiciendo ipsum: deinde conuertat suum uisum ad locum obscurum: inueniet in illo loco obscuro formam coloratam à uirore illarum herbarum: deinde si aspexerit in ista dispositione uisibilia alba: & fuerint illa uisibilia in umbra, & loco debilis lucis: inueniet colores istos admixtos cû uirore: & si clauerit oculum suum: iterum inueniet in ipso formam lucis & formam uirotis: deinde discooperietur illud, & auferetur. Et similiter si aspexerit corpus coloratum colore cæruleo uel rubeo, uel alio colore forti scintillante, super quod oriebatur lux solis: & moretur in aspiciendo ipsum: deinde auferat uisum suum ad uisibilia alba in loco debilis lucis: inueniet colores illos admixtos cû illo colore. Ista ergo significant quòd colores illuminati operentur in uisum.

QVOD LVX VEHEMENS OCCVLTAT QVAEDAM VISIBILIA QUÆ LVX DEBILIS MANIFESTAT: & CONTRÀ. Cap. 2.

2. Lux uehemens obscurat quaedam uisibilia, quæ lux debilis illustrat: & contrà. 28. 97. 109. 150. 155. 156 p 4.

ET iterum uidemus stellas in nocte, & non uidemus ipsas in luce diei: & nulla est differentia inter tempora, nisi quòd aer medius inter uisum nostrum & cælum est in die illuminatus, & in nocte

nocte obscurus: cum ergo aer fuerit obscurus, nos uidemus stellas: cum autem illuminatus fuerit aer medius inter uisum nostrum & stellas, latebunt nos stellæ. Et similiter si aspiciens nocte aspexerit in loco luminoso lumine ignis: & fuerit lumen ignis extensum super terram: & fuerint in illo loco uisibilia subtilia, aut uisibilia, in quibus sunt res subtiles: & fuerint in aliqua umbra, sed non forti: & non fuerit ignis medius inter illa uisibilia & uisum: & comprehenderit tunc aspiciens illa uisibilia, & res subtiles, quæ sunt in eis: deinde moueatur à suo loco, donec sit ignis medius inter illa uisibilia & suum uisum: tunc illa uisibilia latebunt ipsum, si fuerint subtilia, uel subtilia, quæ in eis sunt, & ferè non comprehendet ipsa, cum ignis fuerit medius inter uisum suum & ipsa uisibilia: & si cooperiatur ignis à uisu suo: comprehendet statim uisibilia illa, quæ latebant ipsam: & si auferatur cooperitorium inter uisum suum & ignem: latebunt ipsum iterum illa uisibilia. Itæ ergo dispositiones significant, quòd lucès fortes orientes super uisum & super aerem inter oculum & rem uisam, prohibent uisum à comprehensione quòrundam uisibilium, quòrum lucès sunt debiles. Et iterum, quando aspiciens aspexerit corpus tersum: & fuerint in illo corpore sculpturæ subtiles: & non fuerint illæ sculpturæ diuersorum colorum à colore corporis: & fuerit aspiciens in loco temperatæ lucis: deinde oppositum fuerit corpus illud soli aut parieti illuminato lumine forti: reflectetur ab eo aliqua lux ad uisum: & inueniet aspiciens lucem apparentem in superficie corporis, & in loco, à quo reflectitur lux, fortiorem, & magis scintillantem: & in ista dispositione si inspiciens fuerit intuitus illud corpus tersum: non uidebit in eo aliquam sculpturam ex sculpturis, quæ sunt in loco lucis fortis, & scintillatis: deinde si inspiciens declinauerit illud corpus ab illo loco, ita ut reflexio fiat ad alium locum, extra locum uisus sui, & fuerit præterea super corpus illud lux temperata: tunc inspiciens cõprehendet sculpturas, quæ sunt in eo, quas prius non comprehendebat in reflexione lucis à corpore ad suum uisum. Et similiter, quando lux reflectetur à pagina tersa, in qua sunt sculpturæ subtiles ad uisum: non distinguet uisus illas sculpturas nec uerificabit, donec sit lux reflexa ad uisum ab illa pagina: & si declinetur superficies paginæ, ita ut situs eius mutetur, & non reflectatur ab ea lux ad uisum: cõprehendet tunc uisus illas sculpturas, & distinguet. Et iterum quando ignis debilis fuerit in lumine debili: apparebit & comprehendetur à uisu: & cum fuerit in lumine solis: apparebit corpus, in quo est, densum, coloratum colore scintillante forti: & tunc si fuerit prope illud corpus, aliquod corpus album claræ albedinis: & fuerit corpus illud in umbra & luce debili: apparebit super ipsum color corporis illius, sicut narrauimus superius: deinde si moueatur illud corpus album, donec sit in lumine solis, latebit iam ille color, qui est in eo: & si reducatur ad umbram: apparebit color ille fulgens, qui est in ipso: & apparebit color ille super ipsum in luce forti, & apud latitationem coloris, qui est super ipsum, si obumbretur corpore denso: & si maneat in suo loco, donec debilitetur lux, quæ est super ipsum: apparebit color, qui est super ipsum: & si auferatur corpus obubrâs, donec uigorescat lux super corpus album: latebit color, qui est super ipsum. Et similiter quædam admouerimus corpus diaphanum coloratum colore scintillante, igni uehementer forti: & admouerimus umbræ illius corporis pannum album: apparebit color illius corporis diaphani super illum pannum, sicut narrauimus prius: deinde si admouerimus illi panno alium ignem, ita ut lux eius oriatur super illum pannum: latebit ille color, qui apparebat super pannum, & non apparebit nisi albedo panni tantum: & si auferamus illum ignem, secundus apparebit color super pannum. Et iterum quædam animalia marina habent conchas & testas, & cum fuerint in loco obscuro, in quo non est lux, apparebunt illæ conchæ quasi ignis: & si aspiciens inspexerit illas in luce diei uel ignis, comprehendet eas, & non uidebit in eis lumen uel aliquem ignem. Et similiter, quando animal, quod dicitur noctiluca, uolat de nocte, apparet quasi lampas, & cum aspiciens inspexerit illud in luce diei uel in luce ignis, apparebit animal sine igne. Significant ergo omnes istæ dispositiones, quas declarauimus, quòd lucès fortes uisibilium, aliquando occultant res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus: & quòd lucès debiles aliquando manifestant quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus. Et iterum uisum multoties latent quædam res, quæ sunt inuisibiles ex sculpturis & scripturis subtilibus, quando fuerint in locis obscuris uel in lucibus debilibus: & si extrahantur ad loca luminosa fortis luminis, uel ponantur in luce solis: apparebunt res, quæ sunt in eis, quæ latebant in locis & lucibus debilibus. Et similiter sculpturarum subtilium comprehensiones nequit uisus comprehendere in locis obscuris & lucibus debilibus: & cum extrahuntur ad lucès fortes, comprehenduntur à uisu. Significatur ergo per hanc disputationem, quòd lucès fortes manifestant multas res uisibiles, & quòd lucès debiles occultant multas res uisibiles.

QVOD COLORES CORPORVM DIVERSIFICENTVR APVD VISUM secundum diuersitatem lucium ordentium super ipsos. Cap. 3.

3. Color uariatur pro lucis qualitate. 1 p 3.

ET iterum inuenimus, quòd colores corporum densorum coloratorum coloribus scintillantibus, sicut Lazuleis, uinosis & cœlestib. quædo ipsa fuerint in locis obscuris & lucibus debilibus, apparent turbidi, & cum fuerint in luce forti, apparent colores eorum scintillantes & clari: & quanto magis augmentabitur lux super ipsa, tanto magis augmentabitur super ipsa scintillantis coloris claritas. Et si fuerit aliquod istorum corporum in loco obscuro: & non fuerit in eo nisi lux parua ualde: apparebit illud corpus obscurum, & non distinguet uisus colorem eius, & uidebitur quasi niger: & cum extrahitur ad loca luminosa lumine forti: apparebit color eius, & distinguetur à

tur à uisu. Et inuenimus iterum quòd colores corporum ferrei coloris, quando lux oritur super ipsa fortis, clarescunt. Et inuenimus etiam quòd, quando lux fortis oritur super corpora densa alba, augmentantur in albedine & scintillatione apud sensum. Et inuenimus iterum, quòd, corpora diaphana colorata coloribus fortibus, sicut uina fortia fortis ruboris, quæ sunt in uasis diaphanis, quando fuerint in locis obscuris & lucibus debilibus, apparent nigra & obscura, & quasi non diaphana, & cum fuerint in lucibus fortibus, & orta fuerit super ipsa lux solis, clarescunt colores eorum, & apparet in eis diaphanitas. Et similiter colores lapidum diaphanorum coloratorum, quando fuerint in locis obscuris, apparent turbidi & obscuri: & cum super ipsos oritur lux fortis, uel ponuntur in oppositione lucis, ita quòd lux per ipsos pertransseat, apparent colores eorum clari, & apparet in eis diaphanitas propter penetrationem lucis. Et iterum quando corpora diaphana colorata ponuntur in oppositione lucis: & fuerit positum ex parte contraria parti lucis, corpus album, sicut diximus superius: & si lux fuerit fortis: apparebit forma illius coloris in umbra eius super corpus album oppositum ei: & si lux oriens super ipsum, fuerit debilis, apparebit super corpus album oppositum ei umbra tantum, & non apparebit color. Et iterum inuenimus quòd pennæ pauonis, & pannus, qui dicitur amilia mon, id est sericus uiridis mixtus cum fusco roseo, diuersificantur in colore apud uisum in diuersis temporibus diei, secundum diuersitatem lucis orientis super ipsa. Significant ergo istæ dispositiones apparentes in coloribus, quòd colores corporum coloratorum non comprehenduntur à uisu, nisi secundum luces orientes super ipsa. Et cum luces fortes uisibilia occultent quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus aliquando, & aliquando manifestent nobis res quasdam, quæ sunt in quibusdam uisibilibus: & luces debiles uisibilia aliquando manifestent quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus, & aliquando occultent quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus: & corporum coloratorum colores aliquando alterentur secundum diuersitatem lucis, quæ oritur super ipsa: & luces fortes orientes super ipsum uisum, aliquando prohibeant ipsum uisum à comprehensione quorundam uisibilia: & uisus tamen in omnibus istis nihil comprehendat ex uisibilibus, nisi sit illuminata forma. Ergo quod comprehendit uisus ex re uisa, non est nisi secundum lucem, quæ est in illa re uisa, & secundum luces, quæ oriuntur super ipsum uisum in comprehensione illius rei uisibilis, & super aerem medium inter uisum & rem uisam. Quare uero luces fortes prohibeant uisum à comprehensione uisibilia quorundam, declarabitur à nobis in sermone nostro de qualitate uisionis.

DE COMPOSITIONE OCULI, FORMA ET SITU. Caput quartum.

4. Ortus & principium oculi existit è cerebro: & constat è tribus humoribus & quatuor tunicis: 4 p. 3.

Oculus est compositus ex telis & corporibus diuersis: & principium & incrementum eius est ex anteriore parte cerebri: quoniam ex anteriore parte crescunt duo nerui optici consimiles, & incipiunt oriri ex duobus locis à duabus partibus anterioris cerebri: & dicitur quòd uterque illorum habet duas tunicas, & quòd crescunt à duabus telis cerebri, & perueniunt ad medium exterioris partis cerebri & anterioris cerebri, deinde concurrunt & efficiunt unum neruum opticum: deinde iste neruus diuiditur, & efficiuntur iterum duo nerui optici æquales & consimiles: deinde extenduntur isti duo nerui, donec perueniant ad duo conuexa duorum oculorum ossium concauorum continentium duos oculos: & in duobus medijs istorum duorum concauorum ossium sunt duo foramina æqualiter perforata: & situs eorum in neruo communi, est situs consimilis illi. Nerui ergo intrant ista duo foramina, & exeunt ad concaua duorum ossium, & illic dilatantur & ampliantur, & efficiuntur extremitas utriusque eorum quasi instrumentum ponendi tinnitum in dolijs: & uterque oculorum est compositus super istam extremitatem nerui, quæ est prædictum instrumentum, & consolidatur cum ipso: & situs utriusque oculorum ex neruo communi est situs consimilis. Et totus uterque oculus est compositus ex tunicis multis. Prima ergo illarum est pinguedo alba, quæ implet concauum ossis: & est maxima pars oculi: & dicitur consolidatiua. Et intra istam pinguedinem est sphaera rotunda, concaua, nigra ut plurimum, & uiridis, & glauca in quibusdam oculis: & corpus istius sphaeræ est tenue, & insuper densum & non rarum: & manifestum eius est applicatum cum consolidatiua: & interius eius est concauum: & in parte concauitatis est quasi quædam attritio: & quasi consolidatiua continet istam sphaeram, præterquam suam anteriorem: quoniam consolidatiua non cooperit anteriorem istius sphaeræ, sed circuitur super anteriores eius: & ista tunica dicitur uuea, quia assimilatur uueæ. Et in medio anterioris uueæ est foramen rotundum perforatum usque ad eius concauum: & est oppositum extremitati concauitatis nerui, super quem componitur oculus. Et cooperit istud foramen, & omne anteriorem uueæ, in cuius circuitu circuitur consolidatiua, extrinsecus tunica fortis, alba, diaphana: & dicitur cornea, quia assimilatur cornu albo & claro. Et intra concauum uueæ est sphaera alba, parua, humida, receptibilis humiditatis formarum uisibilia: & in ea est diaphanitas non intensa, ualde, sed aliqua ipsiusmodi: & diaphanitas eius assimilatur diaphanitati glaciei: & ideo dicitur glacialis: & est composita super extremitatem concauitatis nerui: & in anteriori istius sphaeræ est comprehensio superficialis parua, & assimilatur comprehensioni superficiali lenticulæ: superficies ergo anterioris eius est portio superficiali sphaeræ, maioris superficiali sphaerica, continente duo eius foramina:

& ista compressio est opposita foramini, quod est in anteriori uueæ: & situs eius consimilis est cum eo. Et iste humor diuiditur in partes duas diuersæ diaphanitatis, & altera illarum sequitur anteriorius eius, & altera sequitur eius posteriorius: & diaphanitas partis posterioris eius assimilatur diaphanitati uitri quasi frustati: & ista pars dicitur humor uitreus. Et continet duas has partes cōgregatas tela ualde tenuis, & dicitur aranea, quoniam assimilatur texturæ aranæ. Et in posteriore parte concavitatis sphæræ uueæ dicitur, quod est foramen rotundum, & est super extremitatem concavitatis nerui: & sphæra glacialis est composita in isto foramine: & rotunditas istius foraminis (& est extremitas nerui) continet medium sphæræ glacialis: & consolidatur uuea cum glaciali in circulo cōtinente istud foramen. Et dicitur quod ortus corneæ est ex tunica interiore duarum tunicarū duorum neruorum optitorum: & quod ortus corneæ est ex tunica exteriori duarum tunicarū istius nerui. & implet concavitatem uueæ humor albus, tenuis, clarus, diaphanus: & dicitur albugineus, quoniam assimilatur albumini oui in tenuitate, & albedine, & diaphanitate eius: & ipse implet concavitatem uueæ, & contingit anteriorius glacialis, & implet foramen, quod est in anteriori uueæ, & contingit cōcauum corneæ. Et sphæra glacialis est cōposita super concavitatem nerui: & sequitur cōcauitatem nerui humor uitreus. Erunt ergo cornea, & humor albugineus, & glacialis, & uitreus se consequentes. Et omnes istæ tunicæ sunt diaphanæ: Et foramen, quod est in anteriori uueæ, est oppositum foramini concavitatis nerui. Et dicitur, quod spiritus uisibilis emittitur ex anteriori parte cerebri, & implet duas concavitates duorum neruorū primorum coniunctorum cum cerebro, & peruenit ad neruum communem, & implet concavitatem eius, & uenit ad duos neruos secūdos opticos, & implet ipsos, & peruenit ad glacialem, & dat ei uirtutem uisibilem.

5. In totius oculi seu motu seu quiete, situs partium stabilis permanet. 25 p 3.

ET inter circumferentiam glacialis coniunctam cum uuea, & foramen, quod est in cōcauo ofsis, ex quo exit neruus, est spatium aliquantulum: & neruus extēditur in isto spatio ex fine foraminis usq; ad circumferentiam glacialis secundū pyramidalitatem & amplificationem: & quāto magis elongatur à foramine ofsis, tantō magis amplificatur, quousq; perueniat ad circumferentiam sphæræ glacialis, & consolidatur cū circumferentia eius. Et corpus consolidatiuæ continet istam partem pyramidalem nerui, & continet sphæram uueæ: & sphæra uueæ antecedit medium cōsolidatiuæ ad partem manifestam oculi. Et corpus cōsolidatiuæ est consolidatum cum sphæra uuea, & cum extremitate pyramidalis, & custodit situm eius. Cum ergo mouetur oculus, mouebitur secundum se totum, & sic declinabit neruus, super quem componitur oculus, apud motum eius, & erit declinatio apud foramen, quod est in concavitate ofsis: quoniam concavitas ofsis continet totum oculum, & oculus mouetur secundum se totum in ista cōcauitate: & cōsolidatiua consolidatur cum eo quod est in anteriori oculi ex neruo, & ex tunicis residuis, & custodit semper sitū eius. Declinatio ergo nerui apud motum oculi, non est, nisi à posteriori totius oculi: est ergo apud foramen, quod est in concavitate totius ofsis. Similiter quando oculus quieuerit, & neruus declinauerit, nō erit declinatio nisi apud foramen, quod est in concavitate ofsis. Nā non mutatur situs partium totius oculi inter se, neque apud motum neque apud quietem. Declinatio ergo nerui, super quem cōponitur oculus, nō est, nisi apud foramen, quod est in cōcauitate ofsis, siue moueatur oculus, siue quiescat.

6. Oculus totus & sphæra uuea centris differunt: & oculi centrum est altius. 8 p 3.

Superficies autem manifesta corneæ est superficies sphærica, & est continuata cum superficie totius oculi & cum toto oculo: & totus oculus est maior sphæra uuea, quæ est quiddam eius: Superficies autem manifesta corneæ est cū superficie totius oculi, & est maior superficie sphæræ uueæ: semidiameter ergo eius est maior semidiametro uueæ. Et quia superficies intrinseca corneæ superposita foramini uueæ est superficies sphærica concava, æquidistans superficiei manifestæ ipsius corneæ, quoniam tota cornea est æqualis spissitudinis, propterea quod centrum superficiei concavæ corneæ est idē cū centro manifestæ superficiei suæ conuexæ: sed superficies concava corneæ secat superficiem sphæræ uueæ super circumferentiam foraminis, quod est in anteriori parte uueæ: centrum ergo eius est remotius in profundo, quā centrum uueæ, quoniam hoc est in proprietatibus centrorū sphærarū se interfecantium. Et etiā quia sphæra uuea non est in medio consolidatiuæ, sed antecedit ad partē superficiei manifestæ oculi, & superficies manifesta oculi est ex sphæra maiore sphæra uueæ, erit centrum superficiei manifestæ oculi remotius in profundo centro uueæ.

7. Recta connectens centra sphærarum corneæ & uueæ, continuata transit per centrum foraminis uueæ, & medium caui nerui optici. 9 p 3.

ET recta linea, quæ continuat duo centra, scilicet centrum superficiei corneæ, & centrum uueæ, quando extrahitur rectè, peruenit ad centrum foraminis, quod est in anteriori uueæ, & ad duo media duarum superficierū corneæ æquidistantium: superficies enim concava corneæ & conuexa uueæ sunt superficies sphærice secantes se: & linea quæ continuat centra earū, transit per centrum circuli sectionis, & est perpendicularis super superficiem eius: quia linea, quæ exit à centro circuli sectionis, & est perpendicularis super superficiem eius, transit per centra duarum sphærarum.

8. Centrum

8. *Centrum sphaerae uuae est inferius centrīs reliquarum oculi partium. 8 p 3.*

ET quia superficies concaua corneae contingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foramine uuae, & superponitur ipsi. Superficies ergo humoris albuginei conuexa etiam est superficies sphaerica, cuius centrum est centrū superficiei ipsi superpositae. Superficies ergo manifesta corneae, & superficies intrinseca ipsius, & superficies humoris albuginei conuexa, quae contingit concauum corneae, sunt superficies sphaericae & quidistantes. Centrum igitur earum est unum punctum commune, & est remotius in profundo centro uuae: & linea, quae transit per centrum uuae, & per centrum corneae, & per centrū foraminis, quod est in anteriori uuae, quando extenditur recte, transibit per medium concauitatis nerui, super quem componitur oculus: quoniam foramen quod est in anteriori uuae, est oppositū foramini, quod est in posteriore parte uuae, quod est extremitas concauitatis nerui [per 4 n.]

9. *Recta connectens centra sphaerarū crystallinae & uuae, continuata cadit in centrū circuli cōglutinatis crystallinae & uitreae sphaeras cū uua: & est ad ipsum perpendicularis. 10 p 3.*

ET superficies anterioris glacialis etiā est sphaerica superficies, & ipsa secat sphaerā uuae: centrū ergo eius est remotius in profundo cetro uuae. Et linea recta, quae continuat cetra earū, transit per centrū circuli sectionis, & est perpendicularis super ipsum. Et circulus sectionis inter superficiē anterioris glacialis, & superficiē sphaerę uuae, est aut circulus distinguēs finē consolidationis inter glaciale & uuae, aut æquidistans ei: quoniam superficies quae est in anteriori glacialis, est opposita foramini, quod est in anteriori uuae, & situs eius est cōsimilis cū eo. Finis ergo istius superficiei (& est circulus sectionis inter duas superficies glacialis & uuae) aut est ipse circulus consolidationis, aut æquidistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies glacialis, fuerit circulus cōsolidationis, iste circulus est circulus sectionis inter superficiē anterioris glacialis, & inter superficiem uuae. Et si circulus sectionis inter duas superficies glacialis fuerit æquidistans circulo cōsolidationis sphaerę glacialis cū uua: (quod quidē accidit, si fuerit cōsolidatio in posteriore parte glacialis) tunc superficies anterioris partis glacialis, quando fuerit mēte extensa super illud, super quod est ex sua sphaera, secabit sphaerā uuae super circumferentiā istius circuli, scilicet circulo sectionis inter duas superficies glacialis propter similitudinē situs istius circuli ad circumferentiā sphaerę uuae. Et quia iste circulus est æquidistans circulo cōsolidationis, erit ergo circulus sectionis inter superficiē anterioris glacialis, & inter sphaeram uuae, aut ipse circulus cōsolidationis, aut æquidistans ei. Si ergo iste circulus fuerit ipse circulus cōsolidationis, linea recta, quae trāsīt per centrū anterioris glacialis, & per centrū uuae, transibit per centrū ipsius circuli: & erit perpendicularis super ipsum: quoniam iste circulus erit circulus sectionis inter duas illas sphaericas superficies. Sed si iste circulus fuerit æquidistans circulo cōsolidationis, & est æquidistans circulo sectionis inter duas superficies glacialis: est ergo cū circulo sectionis inter duas superficies glacialis: in superficie unā sphaerica: quae est superficies anterioris glacialis, & est æquidistans circulo sectionis. Linea ergo quae trāsīt per centrū uuae, & per centrū superficiei anterioris glacialis, transit per centrū circuli cōsolidationis secundū oēs dispositiones, & est perpendicularis super ipsum, siue sit circulus cōsolidationis ipse circulus sectionis inter superficiem anterioris glacialis & inter sphaerā uuae, siue sit æquidistans isti circulo.

10. *Centrum sphaerae crystallinae altius est centro sphaerae uitreae. 11 p 3.*

ET iterū superficies anterioris glacialis, & superficies residui glacialis, sunt duę superficies sphaericae secantes se: centrum ergo superficiei anterioris, est remotius in profundo centro superficiei posterioris.

11. *Recta connectens centra sphaerarum & uuae, continuata cadit in centrum uitreae, & medium caui nerui optici. 12 p 3.*

ET linea recta, quae continuat ista duo cetra, transit per centrū circuli sectionis, & est perpendicularis super ipsum: & iam declaratū est [9 n.] quod transit per centrū circuli cōsolidationis, & est perpendicularis super ipsum: hic uerō circulus aut est circulus sectionis, aut æquidistans ei. Linea ergo quae transit per centrū uuae, & per centrum anterioris glacialis, & per centrū circuli cōsolidationis, & est perpendicularis super istū circulū, transit per centrū residui glacialis. Et cū linea ista transeat per cetrū residui glacialis, & per centrum circuli cōsolidationis, & sit erecta super circumferentiā cōsolidationis secundum angulos rectos: extenditur ergo in medio concauitatis nerui, super quē componitur oculus: quoniam circulus cōsolidationis est extremitas cōcauitatis nerui. Et iam declaratum est [7 n.] quod linea trāsīens per centrum uuae, & per centrum corneae, & per centrum foraminis, quod est in exteriori siue anteriori uuae, extenditur in medio cōcauitatis nerui. Ista ergo linea, quae transit per duo centra superficiei glacialis, & per cetrū uuae, est ipsa linea, quae trāsīt per centrū corneae, & per cetrū foraminis, quod est in anteriori uuae. Ista ergo linea trāsīt per cetrū corneae, & per cetrū uuae, & per duo cetra superficiei glacialis, & per centrum foraminis, quod est in anteriore uuae, & per centrū circuli cōsolidationis, & trāsīt per duo media tunicarum omnium oppositarū foramini uuae: Et est perpendicularis super superficies omnium tunicarū oppositarū foramini uuae, & est perpendicularis super superficiē foraminis uuae, & est perpendicularis super superficiē circuli cōsolidationis, & extenditur in medio cōcauitatis nerui, super quē componitur oculus.

12. *Centra spherarum totius oculi, crystallina, utriusq; superficiei cornea, & conuexa humoris albuginei, est unum punctum. 7 p 3.*

ET cum declaratum sit, [6.8 n] quod centrum corneæ, & centrum superficiei anterioris glacialis, ambo sint super istam lineam, & ambo sint remotiora in profundo centro uueæ, melius est, ut centrum superficiei anterioris glacialis sit ipsum centrum corneæ, ita ut centra omnium superficierum oppositarum foramini uueæ, sint unum punctum commune: & sic erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini: & hinc posterius declarabitur, apud nostrum sermonem de qualitate uisionis, quod centrum superficiei corneæ & centrum superficiei anterioris glacialis, est unum centrum commune. Superficies ergo tunicarum uisus, oppositarum foramini uueæ, sunt superficies sphericæ, quarum centrum est unum punctum commune.

13. *In totius oculi seu motu seu quiete situs partium stabilis permanet. 25 p 3. Idem 9 n.*

ET iterum quia istud centrum est centrum superficiei manifestæ oculi, cõtinuatæ cū superficie cõtinente totum oculum, & totus oculus est rotundus, nisi quantum deficit de cõpletionem spheræ pinguedinis cõsolidatiuæ à parte anteriore ipsius oculi, & iste defectus nõ operatur diuersitatem in motu oculi, quoniã non tangit cõcauum ossis. Istud ergo centrum erit centrum totius oculi: ergo est intra totum oculum. Centrum ergo superficierum tunicarum uisus, oppositarum foramini uueæ, est intra totum oculum. Cum ergo mouetur oculus, non mutabitur punctum oculi, quod est centrum superficierum tunicarum uisus, nec mutabitur situs eius ab istis superficiebus. sed custodit situm suum. Nam oculus quoniam mouetur, nõ mouetur nisi secundum se totum, & situs partium totius inter se nõ mutatur apud motum: & istud centrum est intra. Situs ergo eius nõ mutatur apud suum motum. Et similiter tunicarum situs nõ mutatur apud totum oculum, id est apud motum ipsius uisus. Situs ergo istius centri apud superficiem tunicarum uisus non mutatur neque in motu, neque in quiete. Et iam declaratum est [5 n] quod declinatio nerui apud motum uisus, & apud quietem non est, nisi apud foramen oculi, quod est in concavitate ossis: quoniam non est nisi à posteriori totius oculi. Declinatio uero nerui apud motum uisus & quietem, non est nisi à posteriori centri eius, & non mutatur situs partium totius oculi inter se neque in motu, neque in quiete. Situs ergo centrorum tunicarum oculi apud totum oculum non mutatur, neque in motu uisus, neque in quiete. Linea ergo transiens per centrum non mutat suum locum uel situm apud totum oculum, neque apud partes eius, scilicet neque in motu, neque in quiete. Et cum situs istius lineæ non mutetur apud totum oculum, neque apud partes eius: Situs ergo istius lineæ non mutatur apud superficiem circuli cõsolidationis, neque apud suam circumferentiam: Et iste circulus est extremitas concavitatis nerui. Situs ergo superficiei eius à superficie concavitatis nerui, est situs cõsimilis. Et declinatio partis pyramidalis nerui super superficiem istius circuli, est declinatio cõsimilis: quoniam, situs glacialis ab isto neruo est situs cõsimilis, & situs partium oculi non mutatur inter se. Superficies ergo concavitatis nerui à loco circumferentiæ circuli cõsolidationis usque ad locum declinationis nerui, qui est pars pyramidalis, nõ mutat situm suum apud totum oculum, neque apud circulum cõsolidationis. Et iam declaratum est [5 n] quod situs lineæ, quæ trãsit per centrum ossis, nõ mutatur apud circulum cõsolidationis, & quod ipsa extēditur in medio concavitatis nerui. Et cū situs istius lineæ nõ mutetur apud circulum cõsolidationis, neque superficies concavitatis nerui, quæ est à loco circumferentiæ circuli cõsolidationis usque ad locum declinationis, mutet suum situm apud circulum cõsolidationis: ista ergo linea nõ mutat suum situm apud concavitatem nerui, quousque perueniat ad locum declinationis. Linea ergo quæ trãsit per centra tunicarum, transit per centrum cõsolidationis: & est erecta super ipsum secundum angulos rectos, & extēditur in medio concavitatis nerui pyramidalis, quousque perueniat ad locum declinationis nerui: & erit situs suus semper à superficie concavitatis nerui, quæ est intra totum oculum, & ab omnibus partibus oculi, & ab omnibus superficiebus tunicarum uisus, id est situs, & nõ mutatur neque in motu uisus, neque in



motu eius. Isti ergo sunt situs tunicarum uisus, & situs centrorum earum, & situs lineae rectae transeuntis per centra eorum. Oculi autem ambo sunt consimiles in omnibus suis dispositionibus, & in suis tunicis, & figuris suarum tunicarum, & in situ cuiuslibet tunicae, respectu totius oculi. Et cum ita sit, situs ergo cuiuslibet centrorum, quorum distinctio declarata fuit, apud totum oculum, & apud partes eius, est sicut situs centri respondentis illi centro in alio oculo apud totum oculum illum, & apud partes eius. Et cum situs centrorum in utroque oculo sit similis situs, erit situs lineae transeuntis per centrum in uno oculo apud totum oculum, & apud partes eius, & apud suas tunicas, similis situi lineae transeuntis per centrum alterius oculi apud totum oculum, & apud partes eius, & apud suas tunicas. Situs ergo duarum linearum transeuntium per centra tunicarum uisus ab utroque oculo, est situs consimilis in omnibus suis dispositionibus. Et utraque consolidatiuarum consolidatur cum eis: cum ex eis exeant duo lacerti paruuli, quorum unus est in parte lachrymarum oculi, & alius in parte posteriore. Et continent utrumque oculum palpebrae & cilia. Hoc ergo quod declarauimus, est dispositio compositionis oculi, & forma eius, & forma suarum tunicarum. Et omne, quod diximus de tunicis oculi, & compositione earum, iam declaratum est ab anatomicis in libris anatomiae.

DE QUALITATE VISIONIS, ET AB ILLA DEPENDENTIBUS. Cap. 5.

14. *Visio fit radijs à uisibili extrinsecus ad uisum manantibus. 6 p 3.*

Iam declaratum est superius [1n] quod ex corpore quolibet illuminato cum quolibet lumine exit lux ad quamlibet partem oppositam ei. Cum ergo uisus opponitur alicui rei uisae, & fuerit res illa illuminata cum quolibet lumine, ex lumine rei uisae ueniet lumen ad superficiem uisus. Et declaratum fuit quod ex proprietate lucis est operari in uisum, & quod natura uisus est pati ex luce. Dignum est ergo, ut non sentiat uisus lumen rei uisae, nisi ex lumine ueniente ex ea ad uisum. Et declaratum fuit iam, quod forma coloris cuiuslibet corporis colorati & illuminati cum quolibet lumine, associatur semper lumini uenienti ab illo corpore ad quamlibet partem oppositam illi corpori, & erit lumen & forma coloris semper simul. Ergo cum lumine ueniente ad uisum ex lumine corporis uisui, erit semper forma coloris corporis uisui. Et cum lumen & color ueniant simul ad superficiem uisus, uisus sentit colorem, qui est in re uisae ex lumine ueniente ad se ex re uisae. Dignius ergo est, ut non sit sensus uisus coloris rei uisae, nisi ex forma coloris uenientis ad ipsum uisum cum lumine, & forma coloris semper est admixta cum forma lucis, & non est distincta ab ea. Uisus ergo non sentit lumen, nisi admixtum cum colore. Dignius ergo est, ut non sit sensus uisus coloris rei uisae & luminis, quod est in ea, nisi ex forma admixta cum lumine & colore ueniente ad ipsum ex superficie rei uisae. Et iterum tunicae uisus quae situantur ad medium anterioris uisus, sunt diaphanae contingentes se, [per 4n] & prima illarum, scilicet cornea tangit aerem, in quo primo uenit forma. Et ex proprietate lucis est pertransire in quodlibet corpus diaphanum: & similiter est proprietatem formae coloris, quae associatur lumini pertransire in corpus diaphanum, & ideo extenditur in aere diaphano, sicut extenditur lumen. Et ex natura corporum diaphanorum est, recipere formas lucis & coloris, & reddere ipsas partibus sibi oppositis. Forma ergo ueniens ex re uisae ad superficiem uisus, transibit per diaphanitatem tunicarum uisus, per foramen quod est in anteriore uiae, perueniet ergo ad humorem glaciale, & pertransibit in eo, secundum diaphanitatem suam. Dignius ergo est, ut tunicae uisus non sint diaphanae, nisi ut pertransiant in eis formae lucis & colorum, uenientium ad ipsum. Aggregemus ergo modo quod componitur ex omnibus istis, & dicamus, quod uisus sentit lumen & colores, qui sunt in superficie rei uisae, & quod pertransiunt per diaphanitatem tunicarum uisus. Et hoc est illud in quo quiescebat physicorum opinio de qualitate uisionis. Dicemus ergo modo, quod qualitas uisionis non asseritur huiusmodi esse tantum, quoniam iste modus destruitur, nisi addatur ei aliud. Quoniam enim forma lucis & coloris cuiuslibet colorati & illuminati extenditur in aere diaphano, continuo cum eo ad omnes partes oppositas, uisus autem opponitur eodem tempore multis rebus, uisus diuersi coloris, & inter quolibet earum & uisum sunt in aere lineae rectae continuo medio inter eas: & cum formae lucis & coloris, quae sunt in re uisae opposita uisui ueniant ad superficiem uisus: forma ergo lucis & coloris cuiuslibet rerum uisibilium, oppositarum uisui, in eodem tempore ueniet ad superficiem uisus. Et cum formae extendatur ex re uisae ad quolibet partem oppositam, & non perueniat ad uisum, nisi propter oppositionem: forma, quae peruenit ex re uisae ad uisum, peruenit ad totam superficiem uisus. Et cum ita sit, quando uisus opponitur alicui superficiem rei uisae, & peruenit forma coloris eius & lucis ad superficiem uisus, & uiderit in illo tempore aspiciens alia uisibilia diuersi coloris opposita uisui: tunc forma lucis & coloris cuiuslibet illorum uisibilium ueniet ad superficiem uisus, & forma omnium illorum uisibilium perueniet ad totam superficiem uisus. Perueniet ergo ad totam superficiem uisus multa lumina diuersa, & multi colores diuersi, & quilibet illorum implet superficiem uisus: perueniet ergo in superficiem uisus forma admixta ex coloribus diuersis, & luminibus diuersis. Si ergo senserit uisus illam formam admixtam, sentiet colorem diuersum a colore cuiuslibet illarum rerum, & non distinguetur ab eo uisibilia. Et si senserit unam illarum rerum uisibilium, & non senserit residuas: comprehendet unam rem uisibilem, & non alias: sed ipse comprehendit omnia illa uisibilia in eodem tempore, & comprehendit ipsa distincta. Et si non senserit unam illarum formarum, nihil sentiet ex ipsis, uel ex alijs uisibilibus oppositis illi: sed ipse sentit omnia. Et iterum possunt esse in eodem uiso diuersi colores, & a quolibet parte eius exit lumen & color secundum omnes lineas rectas, quae extenduntur in aere continuo. Cum ergo fuerint partes unius rei uisae diuersi coloris: ueniet ad totam superficiem uisus ex unoquoque illarum forma coloris & lucis, & sic permiscerentur colores illarum

partium in superficie uisus. Quare comprehendet uisus ipsos admixtos, aut nihil comprehendet ex eis. Si uero comprehendet eos permixtos, non distinguuntur, nec ordinabuntur ab eo partes siue colores partium. Et si nihil comprehendit ex istis formis, nihil comprehendet ex istis partibus: & si nihil comprehendit ex partibus, nihil comprehendet ex re uisa: sed uisus comprehendit rem uisam sibi oppositam illuminatam, & comprehendit partes eius diuersi coloris ordinatas, & distinctas. Et cum ita sit, constat quod aut qualitas uisionis erit alio modo, aut erit iste modus pars propositi modi uidendi.

15. *Visus est singulis sue superficiei punctis singula uisibilis puncta uidet.* 17. 18 p 3.

Debemus ergo considerare utrum iste modus possit conuenire conditionibus, per quas distinguuntur colores rerum uisibiliu, & ordinantur partes earum apud uisum, & conueniunt ad eorum esse in corpore. Dicimus ergo quod, quando uisus fuerit oppositus alicui rei uisibili, ueniet ex quolibet puncto superficiei rei uisae forma & coloris & lucis, quae sunt in ea, ad totam superficiem uisus, & ex quolibet puncto cuiuslibet rerum uisibilium oppositarum uisui in illa dispositione, etiam uenient formae coloris & lucis, quae sunt in illis, ad totam superficiem uisus. Si ergo uisus senserit ex tota eius superficie formas coloris & lucis, quae ueniunt ex aliquo puncto superficiei rei uisae, sentiet ex tota eius superficie, formam cuiuslibet puncti superficiei rei uisae, & formam cuiuslibet puncti superficiei omnium uisibilium rerum oppositarum illi in illa dispositione: & sic non ordinabuntur ab eo partes unius rei uisae, neque distinguuntur ab eo. Et si senserit formam uenientem ex uno puncto superficiei rei uisae ad totam superficiem uisus, ex uno puncto tantum superficiei ipsius uisus, & non senserit formam illius puncti tota eius superficie: ordinabuntur ab eo partes rei uisae, & distinguuntur omnia uisibilia opposita. Quonia quando comprehendit colorem puncti unius ex uno puncto tantum superficiei eius, comprehendit colorem unius partis rei uisae ex una parte superficiei suae, & comprehendit colorem alterius partis ex alia parte superficiei suae, & comprehendit unamquamque partem uisibilem ex loco superficiei suae diuerso & opposito ei, per quem comprehendit aliam rem uisibilem. Quare uisibilia erunt ab eo ordinata & distincta, & similiter partes cuiuslibet illorum.

16. *Humor crystallinus est praecipuum organum facultatis opticae.* 4. 18 p 3.

Modò ergo consideremus utrum hoc sit conueniens, & possibile ad esse. Et dicamus prius, quod uisio non est nisi per glaciale, siue fiat uisio per formas uenientes ex re uisa ad uisum, siue secundum alium modum. Visio autem non est per unam aliarum tunicarum antecedentiu se, quoniam illae tunicae non sunt nisi instrumentum glacialis. Quonia si contigerit humori glaciali laesio cum salute aliarum tunicarum, destruitur uisio, & si acciderit residuis tunicis corruptio, remanente ipsarum diaphanitate cum salute glacialis, non corrumpetur uisus: Et etiam si in foramine uuae fuerit oppilatio, & destruat diaphanitas humoris eius, destruetur uisus cum salute corneae, & si auferatur oppilatio, reuertetur uisus. Et similiter si peruenit intra humorem albugineum pars crassa, non diaphana, & fuerit in facie humoris glacialis, & media inter ipsum & foramen uuae, destruetur uisio, & quando auferetur illud crassum, uel declinabitur auersione lineae rectae, quae est inter glaciale & foramen uuae ad aliquam partem, reuertetur uisus. Et omnibus istis attestatur medicina. Destructio ergo sensus uisus est apud corruptionem glacialis cum salute tunicarum antecedentiu illi. Et illud est argumentum, quod sensus uisus non est, nisi per istum humorem, non per tunicas residuas antecedentes illi. Et destructio sensus apud destructionem diaphanitatis, quae est inter glaciale & superficiem uisus per corpus densum non translucens, significat quod diaphanitas istarum tunicarum non est, nisi ut continetur diaphanitas tunicarum uisus cum diaphanitate aeris, & efficiantur corpora, quae sunt inter glaciale & rem uisam, diaphana continuitate diaphanitatis. Et destructio sensus apud destructionem linearum, quae sunt inter glaciale & superficiem uisus: significat, quod sensus glacialis non erit, nisi ex lineis rectis, quae sunt inter ipsum & superficiem uisus. Dicimus ergo si sensus uisus est ex colore rei uisae & lucis, quae sunt in eo, & ex forma ueniente ex rebus uisus ad superficiem uisus, & sensus non est nisi per glaciale. Ergo non per superficiem uisus sentiet uisus istam formam, sed postquam transierit superficiem uisus, & peruenit ad glaciale. Et forma quae uenit ex re uisa ad superficiem uisus, pertransit in diaphanitate tunicarum uisus: quoniam ex proprietate diaphanitatis est, ut transeant in ea formae lucis & coloris, & extendantur recte. Et iam declarauimus hoc in aere [14 n.] Et cum fuerint experimentata omnia corpora diaphana, inuenietur quod lux extenditur in eis secundum lineas rectas: & nos declarabimus post apud nostrum sermonem de obliquatione, quomodo hoc experiendum sit. Si ergo sensus uisus lucis & coloris, quae sunt in re uisa, est ex forma ueniente ad uisum ex re uisa: apud peruenientem ipsius formae ad glaciale erit sensus. Et iam declaratum est antea [15 n.] quod non est possibile, ut uisus comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehendit formam unius puncti rei uisae ex uno puncto tantum suae superficiei. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehendit colorem unius puncti rei uisae ex forma ueniente ad ipsum ex uno puncto tantum superficiei uisus: forma autem uenit ex quolibet puncto superficiei rei uisae, & pertransit totam uisus superficiem usque ad interius. Si uero ex eo, quod uenit ex uno puncto rei uisae ad totam superficiem uisus, & pertransit tunicas uisus, & peruenit ad glaciale, non comprehendit glacialis nisi quod uenit ad ipsum ex uno puncto tantum superficiei uisus, & sentit colorem illius puncti tantum ex superficie uisus, & peruenit ad unum punctum tantum

tantum superficiem eius, & non comprehendit illud punctum reuisæ ex residua forma perueniente ad superficiem eius ex residua superficie uisus: complebitur uisio, & ordinabuntur partes rei uisæ, & distinguuntur res in se apud uisum, & non complebitur uisio, nisi secundum istum modum. Et hoc non potest esse ita, nisi quando fuerit unum punctum, quæ sunt in superficie uisus, per quam transit forma unius puncti superficiem rei uisæ, distinctum à punctis residuis, quæ sunt in superficie uisus, & fuerit linea, super quam uenit forma ad illud punctum superficiem uisus, distincta à residuis lineis, super quas uenit forma. Et propter hoc potest glacialis comprehendere formam uenientem super illam lineam, & ex puncto superficiem uisus, quod est super illam lineam, & non potest comprehendere ipsam per aliam.

17. *Lux perpendicularis penetrat per qualibet diuersa media: obliqua refringitur. 42. 43. 44. 45. 47 p 2.*

ET cum inducuntur luces, & experimetur qualitas transitus earum, & extensionis earum in corporibus diaphanis, inuenitur quod lux extenditur per corpus diaphanum secundum lineas rectas, dum corpus diaphanum fuerit cõsimilis diaphanitatis: & cum occurrerit corpus aliud diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis præcedentis, in quo extendebatur, non pertransibit secundum rectitudinem linearum, super quas extendebatur antè, nisi quando illæ lineæ fuerint perpendiculares super superficiem secundum corpus diaphani: & si illæ lineæ fuerint obliquæ super superficiem secundum corpus, & non perpendiculares, obliquabitur lux apud superficiem secundum corpus, & non extendetur rectè: & cum obliquatur, extendetur in secundo corpore secundum illas lineas rectas, super quas obliquabatur: & erunt lineæ super quas obliquabatur lux in secundo corpore, etiã declinantes super superficiem secundum corpus, & non perpendiculares. Et si fuerint quædam lineæ super quas uenit lux in primo corpore, perpendiculares super superficiem secundum corpus, & quædam declinantes: extendetur lux, quæ erat super lineas perpendiculares in secundo corpore secundum rectitudinem, & quæ erat super lineas declinantes, obliquabitur apud superficiem secundum corpus secundum lineas declinantes, & extendetur in eo secundum rectitudinem illarum linearum declinantium, super quas obliquabatur. Et hoc nos declarabimus in sermone de refractione, & ostendemus uiam, per quam poterit quis experiri istam dispositionem: & apparebit sensui, & cadet super ipsam certitudo.

18. *Visio distincta fit rectis lineis à uisibili ad superficiem uisus perpendicularibus. Itaq; singula uisibilia puncta eundem obtinent situm in superficie uisus, quem in uisibili. 17 p 3.*

ET cum ita sit, ex forma ergo lucis & coloris, quæ ueniunt ex quolibet puncto rei uisæ ad superficiem uisus, quando peruenerit ad superficiem uisus, nihil pertransibit per diaphanitatem tunicarum uisus secundum rectitudinem, nisi illud, quod erit super lineam rectam eleuatam super superficiem uisus secundum angulos rectos, & illud, quod fuerit super aliam, refringetur, & non pertransibit rectè: quoniam diaphanitas tunicarum uisus non est, sicut diaphanitas aeris contingentis superficiem uisus. Et illud, quod refringitur ex istis formis, refringetur etiam super lineas declinantes, non super lineas perpendiculares extensas ex loco refractionis: & una linea recta tantum exit ad punctum superficiem uisus ab uno puncto superficiem rei uisæ, ita ut sit perpendicularis ad superficiem uisus: [per 13 p 11] & exeunt ad eam lineæ infinitæ declinantes super superficiem uisus. Et forma ueniens secundum rectitudinem perpendicularis, pertransit tunicas uisus secundum rectitudinem perpendicularis: & omnes formæ uenientes secundum lineas declinantes ad illud punctum, refringuntur apud illud punctum, & transeunt in tunicis uisus secundum lineas declinantes: & nihil ex eis transit secundum extensionem linearum, super quas uenerunt, neq; etiam secundum rectitudinem linearum perpendiculariter erectarum super illud punctum. Et ad quodlibet punctum superficiem uisus ueniunt in eodem tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium & illuminatorum oppositorum illi in illo tempore: quoniam inter ipsum & quodlibet punctum oppositum illi est linea recta: & à quolibet punctorum, quæ sunt in superficiebus uisibilium illuminatorum, extenduntur formæ super quamlibet lineam rectam, quæ potest extendi ex illo puncto, & forma unius puncti tantum de numero omnium punctorum oppositorum uisui, quæ uenit ad illud punctum superficiem uisus in illo tempore, uenit super perpendicularem eleuatam super illud punctum superficiem uisus: & formæ omnium punctorum residuorum ueniunt ad illud punctum superficiem uisus super lineas declinantes: & in quolibet puncto superficiem uisus transeunt in eodem tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium oppositorum in illo tempore: & forma unius puncti tantum transit rectè per diaphanitatem tunicarum uisus: & est punctum, quod est apud extremitatem perpendicularis exeuntis ab illo puncto superficiem uisus: & formæ omnium punctorum reliquorum refringuntur apud illud punctum superficiem uisus, & transeunt per diaphanitatem tunicarum uisus secundum lineas declinantes ad superficiem uisus. Et ex quolibet puncto superficiem glacialis exit una linea tantum perpendicularis super superficiem uisus: & ab eodem exeunt lineæ infinitæ ad superficiem uisus, & sunt declinantes super ipsam. A puncto ergo superficiem glacialis, ex quo exit perpendicularis super superficiem uisus, & pertransit foramen uisus, exeunt lineæ infinitæ, quæ transeunt in foramen uisus, & perueniunt ad superficiem uisus, præter illa perpendicularis: & extremitates omnium linearum exeuntium à puncto aliquo superficiem glacialis, & transeuntium per foramen uisus, & peruenientium ad superficiem uisus, & declinantium super illam, quando fuerint

intellectu refringi secundum modum, quem affirmat diuersitas diaphanitatis, quæ est inter diaphanitatem corporis corneæ & corporis aeris, perueniunt ad diuersa loca, & ad puncta diuersa de numero punctorum, quæ sunt in superficiebus uisibilium oppositorum uisui in uno tempore: & nulla istarum linearum occurrit puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis. Et formæ punctorum, quæ sunt apud extremitates omnium istarum linearum superficialium uisibilium, extenduntur secundum rectitudinem istarum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & refringuntur ad idem punctum superficiali glacialis, præter formam puncti, quod est apud extremitatem perpendicularis: quoniam ipsa extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illud punctum glacialis. Si ergo glacialis sentit ex uno puncto omnes formas uenientes ad ipsum ex omnibus uerticationibus, sentiet ex omni puncto formas admixtas ex multis formis diuersis, & coloribus multis uisibilium oppositorum uisui in illo tempore: & sic nihil distinguetur ab eo ex punctis, quæ sunt in superficiebus uisibilium, neque ordinabuntur formæ punctorum uenientes ad illud punctum: at si glacialis senserit ex uno sui puncto illud, quod uenit ad ipsum ex una uerticatione tantum, distinguuntur ab eo puncta, quæ sunt in superficiebus uisibilium. Et nullam punctorum, quorum formæ perueniunt ad glacialem super lineas refractas, est dignius alio ex formis refractis, neque ulla refracta uerticatio est dignior alia: & formæ refractæ ad unum punctum glacialis in uno tempore, sunt multæ non determinatæ. Et punctum, cuius forma uenit secundum rectitudinem perpendicularis ad unum punctum glacialis, est unum punctum tantum, & nulla alia forma uenit cum ea secundum rectitudinem perpendicularis: quoniam omnes formæ refractæ non refringuntur nisi secundum lineas declinantes. Et cum centrum superficiali uisus sit idem cum centro superficiali glacialis [per 12 n] linea, quæ est perpendicularis super superficiem uisus, est perpendicularis super superficiem glacialis. Forma ergo, quæ uenit super perpendicularem, distinguitur ab alijs formis duabus dispositionibus: quarum altera est, quod ipsa extenditur à superficie rei uisæ ad punctum glacialis super lineam rectam, & residuæ ueniunt super lineas refractas: altera autem est, quod ipsa perpendicularis erecta super superficiem uisus, est etiam perpendicularis super superficiem glacialis: & lineæ residuæ, super quas ueniunt formæ residuæ refractæ, sunt declinantes super superficiem uisus. Et operatio lucis uenientis super perpendiculares, est fortior operatione lucis uenientis super lineas inclinatas. Dignius ergo est, ut glacialis non sentiat ex quolibet puncto, nisi formam uenientem ad ipsum punctum super rectitudinem perpendicularis tantum, & non sentiat ex illo puncto illud, quod uenit ad illud punctum secundum uerticationes refractas. Et iterum cum centrum superficiali uisus, & centrum superficiali glacialis, sit idem punctum, omnes perpendiculares eleuatæ super superficiem glacialis & superficiem uisus, concurrent super centrum commune, & erunt diametri in superficiebus tunicarum uisus, perpendiculares super ipsas tunicas uisus: & erit quælibet perpendicularis occurrens superficiali corneæ in uno puncto, & occurrens superficiali glacialis in uno puncto: & non exit ad illud punctum corneæ, nisi una perpendicularis, neque exit ad illud punctum glacialis, nisi una perpendicularis tantum. Forma ergo, quæ exit à quolibet puncto superficiali rei uisæ super perpendicularem, quæ extenditur ab eo ad superficiem uisus, occurrit superficiali uisus super unum punctum, super quod ei non occurrit aliqua alia forma, non uenientium super perpendiculares.

19. *Visio fit per pyramidem, cuius uertex est in uisu, basis in uisibili. 18. 21. 22 p 3.*

ET iterum iam determinatum est, [14. 18 n] quod ex quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati & illuminati cum quolibet lumine, exeunt lux & color super quamlibet lineam rectam, quæ poterit extendi ab illo puncto: ergo inter quodlibet punctum illius superficiali, est linea recta imaginabilis, & inter illud punctum, & illam superficiem est pyramis imaginabilis, cuius uertex est illud punctum, & cuius basis est illa superficies: & illa pyramis continet omnes lineas rectas intellectas, quæ sunt inter illud punctum & omnia puncta illius superficiali. Cum ergo forma lucis & coloris exierint à quolibet puncto superficiali corporis colorati, illuminati, super quamlibet lineam rectam, quæ poterit extendi ab illo puncto, ad quodlibet punctum oppositum corpori illuminato & colorato: forma lucis & coloris, quæ sunt in superficie illius corporis, extendetur à quolibet puncto superficiali illius corporis, ad illud punctum, oppositum illi super lineam rectam extensam inter ipsum corpus & illud punctum. Forma ergo lucis & coloris cuiuslibet corporis colorati & illuminati cum quolibet lumine, extenditur à sua superficie ad quodlibet punctum oppositum illi superficiali secundum uerticationem pyramidis, quæ formatur inter illud punctum & illam superficiem: & erit forma ordinata in illa pyramide per lineas illas concurrentes ad illud punctum, quod est uertex pyramidis, sicut est ordinatio in partibus coloris, qui est in superficie illius corporis. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui rei uisibili, formabitur inter punctum, quod est centrum uisus, & superficiem illius rei uisæ, pyramis imaginabilis, cuius uertex erit centrum uisus, & basis erit superficies illius rei uisæ: & cum aer medius inter illam rem uisam & uisum fuerit continuus, & non fuerit medium inter rem uisam & uisum, corpus densum, & fuerit illa res uisibilis illuminata cum quolibet lumine: extendetur forma lucis & coloris, quæ sunt in superficie illius rei uisæ, ad uisum secundum uerticationem illius pyramidis, & extendetur forma cuiuslibet puncti superficiali illius rei uisæ secundum rectitudinem lineæ, quæ est inter illud punctum, & uerticem illius pyramidis, qui est centrum uisus.

Et quia

Et quia centrum uisus idem est cum centro superficiei glacialis, [per 12 n] erunt omnes istae lineae perpendiculares super superficiem oculi, & superficiem glacialis, & super oēs superficies uisus a quibus distant: & erit pyramis continua super omnes istas perpendiculares, continens omnes istas perpendiculares, & aërem, in quo extenditur forma à tota superficie illius rei uisae oppositae uisui, secundum uerticationes perpendicularem: & superficies glacialis secabit istam pyramidem: & sic peruenit forma lucis & coloris, quae sunt in superficie illius rei uisae, in partem superficiei, quae comprehendit pyramis. Et ad quodlibet punctum istius superficiei glacialis ueniet forma puncti oppositi superficiei rei uisae, secundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab isto puncto superficiei rei uisae super superficiem tunicarum uisus, & super superficiem glacialis, & pertransibit diaphanitatem tunicarum uisus secundum rectitudinem illius perpendicularis, & non pertransibit cum illa forma secundum rectitudinem illius perpendicularis alia forma. Et ista forma perueniet ad istam partem glacialis ordinata in ea secundum lineas rectas, super quas peruenit ad ipsam, quae sunt perpendiculares ad ipsam, & concurrentes apud centrum uisus, sicut ordinatio partium superficiei rei uisae. Præterea ueniunt in illa dispositione ad quodlibet punctum huius partis superficiei glacialis multae formae à multis punctis superficierum uisarum in eodem tempore. Perueniunt ergo in istam partem superficiei glacialis, quae distinguebatur à pyramide, multae formae ex multis coloribus diuersis. Si ergo glacialis senserit ex parte distincta per pyramidem, formam uenientem ad se ex uerticatione illius pyramidis tantum, neque senserit ex illa parte suae superficiei aliam formam, nisi formam uenientem super illam uerticationem: sentiet etiam sentire in illa dispositione formas aliarum rerum uisarum, præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguentibus ex sua superficie alias partes ab illa parte: & poterit sentire formam cuiuslibet rerum uisarum secundum suum esse, & sentire situs earum inter se secundum suum esse. Et si glacialis senserit formas uenientes ad se ex uerticationibus refractis, sentiet ex eadem parte, quae distinguebatur ex sua superficie per illam pyramidem, formas admixtas ex formis partium illius rei uisae, & ex formis multarum rerum uisarum diuersarum, & erunt admixtae ex multis coloribus diuersis, & sentiet ex qualibet parte suae superficiei, præter illam partem, formam permixtam ex formis multarum rerum diuersarum: & sic non sentiet formam uenientem secundum pyramidis uerticationem secundum suum esse, neque aliquam formam uenientem super perpendicularem secundum suum esse, neque aliquam formam uenientem ex uerticationibus refractis. Non sentiet ergo formam unius rei uisae secundum suum esse, neque distinguuntur ab ea res uisae oppositae illi in eodem tempore: sed uisus comprehendit res uisas distinctas, & comprehendit partes unius rei uisae ordinatas secundum suum esse in superficie rei uisae, & comprehendit res uisas multas simul in eodem tempore. Et cum uisio sit ex formis uenientibus ex rebus uisus ad uisum [per 14 n] nihil sentiet glacialis ex formis rerum uisarum ex uerticationibus refractis: & sic nulla formarum peruenientium ad superficiem glacialis ex formis rerum uisarum, ordinabitur in superficie glacialis secundum suum esse: neque ulla formarum partium unius rei uisae peruenientium ad superficiem glacialis, ordinabitur in superficie glacialis secundum suum esse in superficie rei uisae, nisi formae peruenientes ad eam secundum rectitudinem perpendicularem eleuatarum super superficiem uisus tantum. Situs autem formarum refractarum apud superficiem uisus etiam perueniunt in superficiem glacialis conuersi, & peruenit in super forma unius puncti in portionem superficiei glacialis, non in unum punctum. Et illud est, quod forma puncti dextri apud uisum, quando extenditur ad punctum superficiei uisus, & linea, super quam extenditur forma, obliqua super superficiem uisus, refringetur ad partem sinistram à perpendiculari, quae extenditur à centro uisus ad illud punctum suae superficiei: & peruenit forma, quae refringitur ab extremitate perpendicularis, secundum hunc modum ad punctum sinistram à puncto glacialis superficiei, super quod abscindit illa perpendicularis: Et similiter forma puncti sinistri à uisu, quae extenditur ad illud idem punctum superficiei uisus, & declinat super ipsam, refringetur ad punctum dextrum à perpendiculari, & à puncto superficiei glacialis, quod est super illam perpendiculari: quoniam formae refractae non appropinquant post refractionem perpendiculari exeunti à loco refractionis, & non perueniunt per applicationem formae ad perpendiculari, neque post refractionem pertranseunt ipsam, neque præcedunt: quoniam hæc est proprietas formarum refractarum. Et similiter formae duorum punctorum, quae sunt in eadem parte à uisu, quae exeunt ad unum punctum superficiei uisus, & declinant super ipsam in eadem parte, perueniunt in superficiem glacialis conuersae: quoniam duae lineae, super quas extenduntur duae formae punctorum, secant se ad punctum superficiei uisus, super quod concurrunt duae formae, & occurrunt perpendiculari exeunti ad illud punctum superficiei uisus, super illud punctum. Cui ergo istae duae lineae fuerint declinantes à superficie uisus in eadem parte à perpendiculari exeunte à centro uisus ad illud punctum, refringuntur formae duorum punctorum ad punctum oppositum illi parti. Et etiam quia duae lineae, super quas extenduntur duae formae ad unum punctum superficiei uisus, secant se super illud punctum: oportet, quando extenduntur secundum suam rectitudinem post sectionem, ut appareat situs eorum conuersus in respectu eius, qui est in re uisa, & respectu etiam perpendicularis, & efficitur linea, quae erat dextra ante suam peruentionem ad superficiem uisus ex illis duabus lineis, sinistra post suum pertransitum in superficie uisus, & sinistra, dextra. Et similiter erit situs duarum linearum, super quas refringuntur duae formae ex uno puncto superficiei uisus: quoniam duae formae, quae refringuntur ex uno puncto, appropinquant ambo perpendiculari, & extenditur forma, quae erat super lineam remotiorem à perpendiculari,

culari, post sectionē super lineā remotiorē etiā à perpēdiculari, sed minoris remotiōis quā lineā, super quā erat: & extēditur forma, quę erat super lineā propinquierē perpēdiculari, etiā post sectionē super lineā propinquierem etiā perpēdiculari, sed maioris propinquitatis, quā in lineā, super quā erat. Et similiter omnes formę, quę extenduntur ab uno puncto. Et cū fuerit experimentatum experimentationē subtili, inuenietur, secū dū quod diximus. Et nos ostendemus uiam, per quā experimentabitur hoc experimentationē uera apud nostrum serimonē de refractione, & tūc discooperientur omnia depēdētia à refractione: & nos nō utemur illic in demōstratione rebus, quibus uisui fuimus in isto tractatu. Duo ergo puncta declinantia ad unā partem à re uisa, quando formę eorū extenduntur ad unū punctū superficiē uisus, secabūt se super duas lineas, quarū situs erit apud uisum in respectu rei uisę contrarius situi duarū linearum primarū, super quas extēdebātur duę formę ad superficiē uisus. Erit ergo situs duorum punctorum superficiē uisus, ad quę perueniunt duę formę contrarius situi, duorū punctorū, ex quibus ueniunt duę formę. Omnes ergo formę, quę refringūtur ab uno pūcto superficiē uisus, perueniūt in superficiē glacialis cōuersā. Et iterū forma cuiuslibet pūcti oppositi uisui uenit ad totā superficiē uisus: ergo refringetur à totā superficiē uisus: & forma, quę refringitur à totā superficiē uisus, refringitur ad partē alicuius quātītatis superficiē glacialis, nō ad unū pūctū. Quoniā formę refractionis si cōcurrerēt post refractionē super unū punctū, secarēt perpēdiculares, apud quarū extremitates refringebātur, aut pertrāsirent ipsas, aut exiret forma à superficie, in qua refringebatur: sed nulla forma refracta occurrit perpēdiculari, apud cuius extremitatē fuerit refracta post refractionē, neq; pertrāsit illā, neq; exit à superficie, in qua fuit refracta. Et omnia ista manifestātur per experimentationē. Forma ergo unius pūcti rei uisę, quę peruenit in superficiē glacialis, post refractionē nō erit in uno pūcto, sed in parte alicuius quātītatis superficiē glacialis, & nō erit situs formarū rerū diuersarū uel pūctorū diuersorū superficiē rei uisę, quę perueniūt in superficiē glacialis p refractionē inter se, sicut situs earū secū dū suū esse in superficiebus rerū uisarū, sed cōtrarius. Nulla ergo formarū refractarū rerū uisarū perueniētū ad superficiē glacialis est secū dū suū esse in superficiebus uisarū rerū. Et iā declaratū est [18 n] quod formę uenientes super perpēdiculares, ordinātur in superficiē glacialis secū dū suū esse, quoniā extēduntur rectē à superficiebus rerū uisarū ad superficiē glacialis. Nulla ergo formarū rerū uisarū uenientiū ad superficiē glacialis ordinatur in superficiē glacialis secū dū suū esse, quod habent in superficiebus rerū uisarū, nisi formę extensę super uerticationes perpēdiculariū tantū. Si ergo sensus uisus rerū uisarū sit ex formis uenientib. ad ipsum ex superficiebus rerū uisarū, nihil cōprehendet uisus ex formis rerū uisarū peruenientibus ad ipsum, nisi ex uerticationibus, quarū extremitates cōcurrunt apud centrū uisus tantū: quoniā uisus nihil cōprehendit ex formis rerum uisarum, nisi ordinatum secundum suum esse in superficiebus rerum uisarum.

20. *Oculus & sphaera crystallina habent idem centrum. 7 p 3. Idem 12 n.*

ET iterū si centrū uisus nō est centrū superficiē glacialis: lineę rectę, quę exeunt à cētro superficiē uisus, & extēduntur in foramine uueę, & perueniūt ad res uisas, nō erūt perpēdiculares super superficiē glacialis, sed declinatēs super ipsam: neq; situs earū super superficiē glacialis erūt situs cōsimiles, nisi una linea tantū, scilicet, quę trāsit per duo cētra. Formas ergo uenientes à superficiebus rerū uisarū ad superficiē glacialis, nō potest sentire glacialis, nisi ex uerticationibus. Istarū linearū tantū, scilicet quę sunt perpēdiculares super superficiē uisus, quę est superficies corneę: quoniā formę, quę sunt super istas ppēdiculares, tantū sunt ordinate in superficiē glacialis secū dū ordinationē earū in superficiebus rerū uisarū. Si ergo glacialis cōprehēdit res uisas ex formis uenientibus ad se, & nō cōprehendit formā, nisi ex uerticationibus istarū linearū, & istę lineę nō sunt perpēdiculares super superficiē eius: cōprehendit tūc formas ex uerticationibus, quarū situs à superficie sua sunt diuersi situs, & declinatēs super suā superficiē, & cōprehēdet formas ex uerticationibus diuersorū situū declinatibus, & cōprehēdet oēs formas refractas ex uerticationibus diuersorū situū apud suā superficiē. Et si cōprehendit oēs formas refractas ex uerticationibus diuersorū situū, nihil distinguetur ab eo ex rebus uisis, propter hoc, quod declaratū fuit superius. Et cū nō sit possibile, ut cōprehēdat formas refractas ex uerticationibus diuersorū situū, nō est possibile, ut cōprehēdat formas rerū uisarū ex uerticationibus linearū, quę sunt perpēdiculares super superficiē uisus, nisi quādo lineę fuerint perpēdiculares super superficiē eius, & fuerint situs eorū in superficie cōsimiles: & istę lineę nō erūt perpēdiculares super superficiē suā, nisi quādo cētrū suę superficiē, & cētrū superficiē uisus fuerint idē pūctū. Si ergo sensus uisus rerū uisarū est ex formis uenientibus ad ipsum ex coloribus rerū uisarū, & lucibus earū, & hoc distinctē: oportet, ut centrū superficiē uisus & centrū superficiē glacialis sit unū punctū cōmune, & nihil cōprehēdat uisus ex formis rerū uisarū, nisi ex uerticationibus rectarū linearū, quarū extremitates cōcurrūt apud unū & idē pūctū tantū. Et nō est impossibile, ut duo cētra sint idē: quoniā declaratū est, [6.8 n] quod duo cētra sunt ex posteriori cētro uueę, & super unā lineā rectā trāsēuntē per omnia cētra. Et quoniā nō est impossibile, ut duo cētra sint idē, & ut lineę rectę, quę exeunt à cētris, sint perpēdiculares super duas superficies, scilicet superficiē glacialis, & superficiē uisus: nō est etiā impossibile, ut sit cōprehēsiō uisus rerū uisarū ex formis uenientibus ad ipsum, lucis & coloris, quę sunt in superficie rerū uisarū, cū cōprehēsiō formarum istarū sit ex uerticationibus perpēdiculariū tantū. Et illud est, ut natura uisus recipiat ea, quę ueniunt ad se, ex formis rerum uisarū: & etiam ut sit natura uisus in super appropriata, ut non recipiat ea, quę ueniunt ad se ex formis, nisi ex proprijs uerticationibus, non ex omnibus uerti-

bus uerticationibus: & sunt uerticationes linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus tantum. Et istæ lineæ appropinquantur in centro, quia sunt diametri eius uisus scilicet, & perpendiculares super superficiem uisus sentientis. Et sic erit sensus ex formis uenientibus ex rebus uisis, & erunt istæ lineæ quasi instrumentū uisus, per quod distinguetur à uisu res uisæ, & per quod ordinabuntur à uisu partes cuiuslibet rerum uisarum. Et quod esse uisus appropriatur aliquibus uerticationibus tantum, habet similia in rebus naturalibus. Quoniam lux oritur ex corporibus luminosis, & extenditur super uerticationes rectas tantum, & non extenditur super lineas arcuales aut tortuosas. Et corpora ponderosa mouentur ad inferius motu naturali super lineas rectas: non super lineas curuas, aut arcuales, aut tortuosas: nec tamen mouebuntur super omnes lineas rectas, quæ sunt inter ea & superficiem terræ, sed super lineas rectas proprias, quæ sunt perpendiculares super superficiem terræ & diametrū eius. Et corpora cælestia mouentur super lineas sphericas, & non super lineas rectas, neq; super lineas diuersi ordinis. Et cum fuerimus intuiui motus naturales, inueniemus, quod quilibet eorum est appropriatus aliquibus uerticationibus tantum. Nō est ergo impossibile, ut sit uisus appropriatus in receptione operationum lucis & coloris aliquibus uerticationibus rectis, quæ concurrunt apud eius centrum tantum, & sunt perpendiculares super superficiem eius. Comprehensio autem uisus de rebus uisis ex uerticationibus linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus, est concessa à mathematicis, & nulla diuersitas est inter eos in hoc: & istæ lineæ uocantur ab eis lineæ radiales. Et cum hoc sit possibile, & formæ lucis & coloris ueniant ad uisum, & pertranseant per diaphanitatem tunicarum uisus, & uisio non compleatur ex receptione istarum formarum, nisi quando uisus receperit ipsas ex uerticationibus tantum: uisus ergo non comprehendit luces & colores rerum uisarum, nisi ex formis uenientibus ad ipsum ex superficiebus rerum uisarum, & non comprehendit istas formas, nisi ex uerticationibus linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus tantum. Aggre gemus ergo modō ea, quæ possunt aggregari ex omni, quod diximus, & dicamus: quod uisus sentit lucem & colores, qui sunt in superficie rei uisæ, ex forma extensa, & ex luce, & colore, qui sunt in superficie rei uisæ per corpus diaphanū, quod est medium inter uisum & rem uisam. Et nihil comprehendit uisus ex formis rerum uisarum, nisi ex uerticationibus linearum extensarū inter rem uisam & centrum uisus tantum. Et declaratum est, quod hoc sit possibile.

21. *Visibile uisui oppositum uidetur. 2 p 3.*

NOs uerō modō exponemus quæstionem, quare fiat uisio secundum modum hunc, dicendo, quod uisio nō potest esse nisi secundum hunc modum. Quoniam uisus quando senserit rem uisam, postquam non sentiebat ipsam, aliquid accidit ei, quod nō erat prius: & nihil accidet, postquam non erat prius, nisi per aliquam causam. Et inuenimus, quod uisus quando fuerit oppositus rei uisæ, sentiet ipsam, & cū auferetur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionem, reuertetur uisus. Et similiter inuenimus, quando uisus senserit rem uisam, deinde clauerit palpebras, quod sensus destruitur, & cum aperit palpebras, & res uisæ fuerit in oppositione, reuertitur sensus. Sed causa est illud, quod quando destruitur causa, destruitur causatum, & quando reuertitur causa, reuertitur causatum. Causa ergo, quæ facit contingere rem illam in uisu, est res uisæ, quando opponitur uisui. Uisus ergo non sentit rem uisam, nisi propter illud, quod facit res uisæ contingere in uisu, quando scilicet opponuntur uisui.

22. *Visibile per medium perspicuum uidetur. 13 p 3.*

ET iterum uisus non comprehendit rem uisam, nisi quando corpus, quod est medium inter ea, fuerit diaphanū. Nam comprehensio uisus de re uisæ ex posteriori aeris, qui est medius inter eos, non est propter humiditatem aeris, sed propter diaphanitatē eius. Quoniam si medium fuerit inter uisum & rem uisam aliquis lapis, aut aliud corpus diaphanū quodcunq; comprehendet tunc uisus rem uisam, & erit comprehensio secundum diaphanitatē corporis mediantis: & quanto corpus mediū fuerit magis diaphanū, tanto erit sensus uisus de re illa manifestior. Et similiter quando fuerit inter uisum & rem uisam aqua clara diaphana, comprehendet uisus rem uisam à posteriori aquæ: & si illa aqua fuerit tincta aliqua tinctura forti, ita ut destruat diaphanitas, quamuis remaneat in ea humiditas, tunc uisus non comprehendet illam rem uisam, quæ est in aqua. Declarabitur ergo ex istis dispositionibus, quod uisio non completur, nisi per diaphanitatē corporis medij, & non per humiditatē. Illud ergo quod res uisæ operatur in uisum apud suam oppositionē contra illū, ex quo est sensus, non cōpletur nisi per diaphanitatē corporis medij inter uisum & rem uisam. Lux ergo & color rei uisæ non cōprehenditur à uisu, nisi ex aliquo, quod sit ex illa luce & colore in uisu: & illud non accidet ex luce & colore in uisu, nisi quando corpus medium inter uisum & rem uisam fuerit diaphanum. Diaphanitas autē non appropriatur alicui ex eis, quæ pendent ex luce & colore, quo diuersificetur à nō diaphanitate, nisi quia forma lucis & coloris pertransit per diaphanū, & non pertransit per non diaphanū: & quia corpus diaphanum recipit formam lucis & coloris, & reddit ipsam partibus oppositis luci & colori, corpus autē nō diaphanū nō habet istam proprietatē. Et quia uisus non sentit lucem & colorem, quæ sunt in re uisæ, nisi ex aliquo cōtingente ex luce & colore in uisu, & illud non contingit in uisu, nisi quando corpus medium inter uisum & rem uisam fuerit diaphanum: & corpus diaphanum nulli appropriatur, quo distinguatur à corpore nō diaphano ex eis,

quæ pendent à luce & colore, nisi per receptionē formarum colorum, & redditionē eorum ad partes oppositas: & declaratū est, [19 n] quòd quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, formæ lucis & coloris, quæ sunt in re uisæ, reddentur uisui, & peruenient in superficiem sentientis: uisus ergo non sentit lucem & colorem rei uisæ, nisi ex forma extensa per corpus diaphanum inter rem uisam & uisum, & ex re, quam facit contingere res uisæ in uisu, dum opponitur illi, mediante corpore diaphano.

23. *Visio non fit radijs à uisu emissis. s p 3.*

ET licet nobis dicere, quòd corpus diaphanū recipit à uisu aliquid, & reddit ipsum rei uisæ, & per continuationē istius rei uisæ inter uisum & rem uisam, euenit sensus. Et hæc est opinio ponentiū radios exire à uisu. Ponatur ergo quòd ita sit, quòd radij exeant à uisu, & pertranseant per corpus diaphanum peruenientes ad rem uisam, & per istos radios fiat sensus. Et cum ita fiat sensus, quero an per istos radios reddatur uisui aliquid, aut nō reddatur: Si uerò sensus fiat per radios, & non reddant uisui aliquid, uisus non sentiet: sed uisus sentit rem uisam, & non sentit, nisi median-
tibus radijs: isti ergo radij, qui sentiūt rem uisam, reddunt uisui aliquid, per quod uisus sentit rem uisam. Et cum radij reddant uisui aliquid, per quod sentit rem uisam, uisus non sentiet lucem & colorem, quæ sunt in re uisæ, nisi ex aliquo ueniente à luce & colore, quæ sunt in re uisæ ad uisum, & radij reddunt illa. Secundum ergo omnes dispositiones non erit uisus, nisi per aduentum alicuius rei uisæ à re uisæ, siue exierint radij, siue non. Et iam declaratum est, 22 n] quòd uisio non completur, nisi per diaphanitatem corporis medij inter uisum & rem uisam, & nō completur, quando fuerit mediū inter ea corpus non diaphanū. Et est manifestum, quòd corpus diaphanum à nō diaphano in nullo distinguitur, nisi secundum modum prædictum. Et cum ita sit, ut diximus, & sit declaratum, quòd formæ lucis & coloris, quæ sunt in re uisæ, perueniāt ad uisum, quando fuerint oppositæ uisui. Illud ergo, quod uenit ex re uisæ ad uisum, per quod uisus comprehendit lucem & colores, quæ sunt in re uisæ secundum omnem dispositionē, non est nisi ista forma, siue exeant radij, siue non. Et iam declaratū est [14. 18 n] quòd formæ lucis & coloris semper generentur in aere, & in omnibus corporibus diaphanis, & semper extendantur in aere, & in corporibus diaphanis ad partes oppositas, siue oculus fuerit præiens, siue non. Exitus ergo radiorū est superfluus & otiosus. Uisus ergo non sentit lucem & colorem rei uisæ, nisi ex forma ueniente à luce & colore, quæ sunt in re uisæ. Et declaratū est [19 n] quòd forma cuiuslibet puncti rei uisæ, oppositi uisui, peruenit ad uisum secundū uerticationes multas diuersas, & quòd uisus non potest apprehendere formā rei uisæ secundū suam ordinationē in superficie rei uisæ, nisi quando receptio formarū fuerit ex uerticationibus linearū rectorum, quæ sunt perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem mēbri sentientis, & quòd lineæ rectorum perpendiculares nō erunt super istas superficies, nisi quando centrū istarum superficierū fuerit unū punctū. Et cum hoc totum sit, sicut dictū est: oportet, ut centrū superficierū glacialis & centrū superficierū uisus sint unum punctū. Uisus ergo nihil potest cōprehendere ex formis rerū uisarū, nisi ex uerticationibus linearū rectorum, quarū extremitates concurrant apud hoc centrū tantum. Et hoc est, quod promissimus antè declarare in hoc capitulo in præcedente sermone [12 n] de forma uisus: scilicet quòd centrū glacialis & centrū superficierū uisus sunt idem punctū commune. Et cum hoc declaratū sit, remanet ergo modò considerare opinionem ponentiū radios exire à uisu, & declarare quid in ea falsum, & quid uerū. Dicamus ergo, si uisio sit ex re exeunte ex uisu ad rem uisam: ista res aut est corpus, aut nō corpus: Si est corpus, quando aspexerimus cœlū, & uiderimus stellas, quæ sunt in eo, oportet, quòd in illa hora exeat à uisu nostro corpus, & impleat illud, quod est inter cœlū & terrā, & quòd nihil diminuatur à uisu: & hoc est falsum. Uisio ergo nō est per corpus exiens à uisu ad rem uisam. Et si illud, quod exit à uisu, nō est corpus, illud nō sentiet rem uisam: sensus enim nō est, nisi in corporibus. Nihil ergo exit à uisu ad rem uisam, sentiens rem illā. Et manifestū est, quòd uisio est per uisum: & cū hoc sit, & uisus nō cōprehendat rem uisam, nisi quando exit ab eo ad rem uisam, & illud quod exit, nō sentit rem illam uisam. Illud ergo quod exit à uisu ad rem uisam, nō reddit ad uisum aliquid, quo uisus cōprehendat rem uisam. Et hoc quod exit à uisu, nō est sensibile, sed opinabile, & nihil debet putari nisi per rationē. Ponentes aut radios exire à uisu, opinātur hoc, quòd illi inuenerūt: quòd uisus cōprehendit rem uisam, & inter illa est spatiū, & magnū est hominibus, quòd sensus non est, nisi per contactū. Quare illi opinati sunt, quòd uisio nō sit, nisi per aliquid exiens à uisu ad rem uisam, ita ut illud exiens sentiat rem in suo loco, aut accipiat aliquid à re uisæ, & reddat ipsum uisui, & tunc sentiat illud uisus. Et quia non potest exire à uisu corpus sentiens rem uisam, & nihil sentit rem uisam nisi corpus: nō remansit opinari, nisi ut illud, quod à uisu exit ad rem uisam, recipiat à uiso aliquid, & reddat ipsum uisui. Et quia declaratū est [14. 18. 19 n] quòd aer, & corpora diaphana recipiūt formā rei uisæ, & reddunt ipsam uisui, & omni corpori opposito rei uisæ: tunc illud, quod opinātur, quòd reddit uisui aliquid ex re uisæ, nō est, nisi aer & corpora diaphana inter uisum & rem uisam. Et cum aer & corpora diaphana reddūt uisui aliquid ex re uisæ, in quolibet tēpore reddunt, & secundū omnes dispositiones, quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, sine indigētia alicuius rei exeuntis à uisu. Ratio ergo quæ induxit ponentes radios ad dicendū radios esse, est superflua: quoniam illud, quòd induxit eos ad dicendū, quòd radij essent, est illorū opinio: quia uisio non potest cōpleri, nisi per aliquid extensum inter uisum & rem uisam, quòd reddat uisui aliquid ex re uisæ. Et cum aer & corpora diaphana faciant hoc sine indigētia alicuius rei exeuntis à uisu, & sint insuper extensa inter uisum & rem uisam sine indigētia: tunc ad ponendū aliam rem reddentē aliquid uisui de re uisæ, nulla est opinio.

opinio. Dicere ergo esse radios, est nihil. Et etiã omnes mathematici dicentes esse radios, nõ utuntur in demonstrationibus, nisi lineis imaginarijs tantum, & uocant ipsas lineas radiales. Et iam declarauimus nos, quod uisus nihil cõprehendit ex rebus uisibilibus, nisi ex uerticationibus istarum linearum tantum. Opinio ergo opinantium, quod lineæ radiales sint imaginariæ, est opinio uera: & opinio opinantium, quod aliquid exit à uisu, est opinio falsa. Iam ergo declaratum est ex omnibus, quæ diximus, quod uisus nõ sentit lucem & colorem, quæ sunt in superficie rei uisæ, nisi per formam extensam à superficie rei uisæ ad uisum per corpus diaphanum medium inter uisum & rem uisam: & quod uisus nihil cõprehendit ex formis, nisi ex uerticationibus linearum rectarum, quæ intelliguntur extensæ inter rem uisam & centrum uisus tantum, quæ sunt perpendiculares super omnes superficies tunicarum uisus. Et hoc est quod uolumus declarare. Ista est ergo qualitas uisionis generaliter, quod uisus nõ cõprehendit ex re uisa, sensu spoliato, nisi lucem & colorem, quæ sunt in re uisa, tantum. Res autem residue, quas cõprehendit uisus ex rebus uisibilibus, sicut figuram, & magnitudinem, & similia, nõ cõprehenduntur à uisu, sensu spoliato, sed per rationem & signa. Et hoc declarabimus nos post in secundo tractatu post declarationem completam apud sermonem nostrum de distinctione rerum uisibilium, quas comprehendit uisus. Et hoc, quod declarauimus scilicet qualitatem uisionis, est conueniens opinioni uerificantium matheseos & naturam.

24. *Visio uidetur fieri per $\sigma\omega\delta\upsilon\gamma\delta\alpha\upsilon$, id est receptos simul & emisso radios.*

ET declaratum est ex hoc, quod duæ sectæ dicant uerum: & quod duæ opiniones sint rectæ & conuenientes: sed non completur altera earum, nisi per alteram, neque potest esse uisio, nisi per illud, quod aggregatur ex duabus sectis. Sensus ergo nõ est, nisi ex forma & ex operatione formæ in uisum, & ex passione uisus à forma: & uisus est paratus ad patiendum ex ista forma secundum situm proprium, scilicet situm uerticationum perpendicularem super suam superficiem. Natura autem uisus non congruit isti proprietati, nisi quia nõ distinguuntur uisibilia, neque ordinantur partes cuiuslibet eorum apud uisum, nisi quando sensus eius fuerit ex uerticationibus istis tantum. Lineæ ergo radiales sunt lineæ imaginabiles, & figuratur per eas qualitas situs, super quam patitur uisus ex forma. Et iam declaratum est [19 n] quod quando uisus oppositus fuerit rei uisæ, figurabitur inter rem uisam & centrum uisus pyramis, cuius uertex erit centrum uisus, & basis eius superficies rei uisæ, & erit inter quodlibet punctum superficie rei uisæ, & inter centrum uisus linea recta, intellecta perpendiculariter super superficies tunicarum uisus: & sic pyramis continebit omnes istas lineas, & superficies glacialis secabit istam pyramidem: quoniam centrum uisus, quod est uertex pyramidis, est à posteriori superficie glacialis. Et cum aer, qui est inter uisum & rem uisam, fuerit continuus, erit forma extensa ab illa re uisa secundum uerticationem illius pyramidis in aere, quam distinguit ipsa pyramis, & in tunica uisus diaphanis usque ad partem superficie glacialis, quæ distinguitur per istam pyramidem: & ista pyramis continebit omnes uerticationes, quæ sunt inter uisum & rem uisam, ex quibus cõprehendit uisus formam rei uisæ: & erit forma ordinata, sicut est ordinata in superficie rei uisæ, & in parte ista superficie glacialis: & iam declaratum est, [16 n] quod sensus nõ est, nisi per glaciale. Sensus ergo uisus ex luce & colore, quæ sunt in superficie rei uisæ, non est nisi ex parte glacialis, quam distinguit pyramis figurata inter illam rem uisam & centrum uisus.

25. *Visio perficitur, cum forma uisibilis crystallino humore recepta, in neruum opticum peruenerit. 20 p 3.*

ET iam declaratum est, [4 n] quod in isto humore est aliquantula diaphanitas, & aliquantula spissitudo: & propter hoc assimilatur glaciei. Quia ergo in eo est aliquantulum diaphanitatis, recipit formas: & hæc pertranseunt in eo, cum eo, quod est ex eo de diaphanitate: & quia in eo est aliquantulum spissitudinis, prohibet formas à transitu in eo, cum eo, quod est ex eo de spissitudine: & figuntur formæ in eius superficie & corpore, sed debiliter. Et similiter est quodlibet corpus diaphanum, in quo est aliquid spissitudinis, quando super ipsum oritur lux, pertransibit in eo secundum quod est in eo de diaphanitate, & figetur lux in superficie eius secundum id, quod est in eo de spissitudine. Et etiã glacialis est præparatus ad recipiendum istas formas, & ad sentiendum ipsas. Formæ ergo pertranseunt in eo propter uirtutem sensibilem recipientem. Et cum forma peruenerit in superficiem glacialis, operatur in ea, & glacialis patitur ex ea: quoniam ex proprietate lucis est, ut operetur in uisum, & ex proprietate uisus, ut patiatur à luce. Et ista operatio, quam operatur lux in glaciale, pertransit corpus glacialis secundum rectitudinem linearum radialium tantum: quoniam glacialis est præparatus ad recipiendum formas lucis ex uerticationibus linearum radialium. Et cum lux pertransit in corpus glacialis, color pertransit cum ea: color enim est permixtus luci, & glacialis recipit istam operationem, & istum pertransitum: & ex ista operatione & passione erit sensus glacialis ex formis rerum uisibilium, quæ sunt in superficie sua, & pertranseunt per totum suum corpus: & ex ordinatione partium formæ in sua superficie & suo toto corpore, erit sensus eius ex ordinatione partium operantis.

26. *Visio est ex eorum numero, quæ dolorem faciunt. 16 p 3.*

ET ista operatio, quam operatur lux in glaciale, est ex genere doloris, cum quidam dolores sint passibiles, & nõ læditur membrum propter eos: & tales dolores nõ manifestantur sensui, neque iudicat dolens, quod sit dolor. Et significatio super hoc est, quod lux inducit dolorem: quia luces fortes offendunt uisum, & lædunt manifestè, sicut lux solis, quando aspiciens aspexerit corpus ipsius, & sicut lux solis reflexa à corporibus terribus ad uisum, quoniam istæ luces inducunt dolores manifestos in uisum. Et operatio omnis lucis in uisum est ex eodem genere, & nõ diuersificatur, nisi secundum magis

b 2 & minus:

& minus: & cum omnes sint ex uno genere, & operatio fortiorū luciū est ex genere doloris: omnes ergo operationes luciū sunt ex genere doloris: & non diuersificantur, nisi secundū magis & minus: & propter leuitatē operationū luciū debiliū temperatarū in uisum, latet sensum eas inducere dolorē. Sensus ergo glacialis ex operatione lucis est de genere sensibilis dolorosi. Deinde iste sensus, qui cadit in glaciale, extenditur in neruo optico, & uenit ad anteriore cerebri, & illic est ultimus sensus, & sentiens ultimū, quod est uirtus sensitua, quę est in anteriore cerebri. Et ista uirtus cōprehendit sensibilia: uisus autē nō est, nisi quoddam instrumentū istius uirtutis: quoniā uisus recipit formas rerum uisarum, & reddit eas sentienti ultimo, & sentiens ultimū comprehendit istas formas, & comprehendit ex eis res uisibiles, quę sunt in eis. Et illa forma in superficie glacialis extenditur in corpore glacialis: deinde in corpus subtile, quod est in concauo nerui, quousq; perueniat ad neruum communem, & apud peruentum formę apud neruum communem completur uisio, & ex forma ueniente in neruum communem, comprehendet ultimum sentiens formas rerum uisarum.

27. *Vtroq; uisu una uisibilis forma plerunq; uidetur. 28 p 3.*

ET aspiciens cōprehendit res uisas duobus oculis, & sic oportet, ut forma rei uisę perueniat ad utrunq; uisum: quare peruenient ad uisum ab una re uisa duę formę, cū aspiciens comprehendat unam rem uisam. Et hoc est, quia duę formę, quę perueniunt ad duos uisus ex uno uiso, quando perueniunt ad neruum cōmunem, concurrunt, & superponitur una alię, & efficitur una forma, & ex illa forma adunata ex duabus formis comprehendit ultimū sentiens formam illius uisi. Et significatio super hoc est, quod duę formę, quę perueniunt ad duos oculos ab uno uiso, ordinantur & efficiuntur una forma, antequam cōprehendat ipsas ultimū sentiens. Quod autē ultimū sentiens non cōprehendat formā, nisi post adunationē duarum formarū: est: quod quando aspiciens mutauerit sitū oculi unius, & alius fuerit immotus, & motus unius oculi mutati secundū situm, fuerit ad anteriore, uidebit de re una opposita duas, & si aperuerit unū oculum, & cooperuerit alterū, nō uidebit nisi unum. Si ergo sentiens comprehendisset unū, quia unum, deberet iptum cōprehendere semper unum: & si uenissent ad ipsum semper duę formę ab uno uiso, cōprehenderet semper unum uisum, duo. Et cum ultimū sentiens non comprehendat uisum, nisi ex forma ueniente ad ipsum, & aliquando comprehendat unā rem uisam, duas, & aliquando unam: est signū, quod id, quod uenit ad ipsum, quando comprehendit ipsum duo, est forma duplex: & quando cōprehendit unā rem uisam, unam, quod uenit ad ipsum, est forma una. Et cum in utraq; dispositione perueniunt ab uno uiso ad duos oculos duę formę: & illud, quod redditur ultimo sentienti, aliquando est duplex forma, aliquando una: & forma, quę redditur ultimo sentienti, non redditur nisi à uiso: tunc illud, quod redditur ultimo sentienti ex duabus formis, quę perueniunt ad duos oculos ab uno uiso, quando cōprehendit ipsum unum, est una forma. Et cum ita sit, duę ergo formę prædictę extenduntur à duobus oculis, & concurrunt, antequam comprehendat ipsas ultimū sentiens, & post cōcursum inter se, comprehendit sentiens ultimā formam adunatam ex eis. Et duę formę, quę perueniunt ad duos oculos ab uno uiso, quando ultimū sentiens comprehendit ipsum duo, extenduntur à duobus oculis, & nō concurrunt, & perueniunt ad ultimū sentiens, & sunt duę formę. Et comprehensio unius uisi, quod apparet aliquando unū, aliquando duo, significat quod uisio non est per oculum solummodo: quoniā si ita esset apud comprehensionē uisi, quod unū apparet, comprehenderent duo oculi ex duabus formis peruenientibus ad eos, unam & eandem formā: & si ita esset, cōprehenderent semper ex duabus formis unam formā. Et cum unum uisum cōprehendatur aliquando unum, aliquando duo, & in utraq; dispositione sint in duobus oculis duę formę: significatur, quod illic est aliud sentiens, præter duos oculos, ad quod perueniunt ab uno uiso, quando cōprehenduntur per unū, duę formę, unū, & apud quod cōprehenduntur duę formę, quando cōprehenduntur, duę: & quod sensus non cōpletur, nisi per illud sentiens tantum, non per oculū tantum. Et etiā sensus non extenditur à membris ad ultimū sentiens, nisi in neruis continuatis membris & cerebro. Duę ergo formę extenduntur ab oculo in neruo extenso inter oculum & cerebrū, quousq; perueniant ad ultimū sentiens. Istę ergo duę formę extenduntur à duobus oculis, & concurrunt in loco concursus duorū neruorū. Et significatio manifesta, quod formę rerum uisarū extenduntur in concauo nerui, & perueniunt ad ultimū sentiens, & post peruentū compleatur uisio: est: quod quando fuerit oppilatio in isto neruo, destruitur uisio, & quādo destruitur oppilatio, reuertitur uisio. Et ars medicinalis testatur hoc. Quare uerò aliquando concurrant duę formę, aliquando non: est: quia quando situs duorū oculorum fuerit naturalis, erit situs eorū ab uno uiso situs consimilis: & sic perueniet forma unius uisi in duo loca consimilis situs: & cum fuerit declinās situs unius oculi, diuersabitur situs oculorū ab illo uiso: & sic peruenient duę formę illius uisi diuersi situs. Et iam prædictū est in forma oculi, [4 n] quod situs nerui cōmunis à duobus oculis, est situs consimilis: & sic erit situs duorum locorū consimilis, situs à duobus oculis ab eodem loco nerui cōmunis situs consimilis, & ex duobus neruis concauis fit unus, in quo uniuntur duę formę uisus. Et licet dicere, quod formę uenientes ad oculū, non perueniunt ad neruū cōmunem, sed sensus extenditur ab oculo ad neruū cōmunē, sicut extenditur sensus doloris & tactus, & tūc cōprehendit ultimū sentiens illud sensibile. Et nos dicemus, quod sensus ipse ueniens ad oculum, peruenit ad neruum cōmunem omnino, tamen sensus, qui peruenit ad oculum, non est sensus doloris tantum, sed est sensus operationis de genere doloris, & est sensus lucis & coloris, & sensus ordinationis partiū uisi. Sensus autē diuersitatis coloris & ordinationis partiū uisi

non est in genere doloris. Et nos declarabimus post, quomodo erit sensus uisus ex omnibus rebus istis. Sensus ergo perueniens in neruum communem est sensus lucis, & coloris & ordinationis, & illud, à quo comprehendit sentiens ultimum lucem & colorem, est aliqua forma.

28. *Corpora perspicua nata atq; apta sunt ad recipiendum reddendumq; obiectis corporibus lucem & colorem, absq; ulla sui mutatione. 4 p 2.*

ET remanet modò explicare quæstionē, quæ est. Quoniam formæ lucis & coloris extenduntur in aere, & in corporibus diaphanis, & perueniunt ad uisum: & aer & corpora diaphana recipiunt omnes colores: & formæ cuiuslibet lucis, quæ sunt præsentēs in eodē tempore, extenduntur in eodē tēpore, & in eodē aere, & perueniunt ad uisum, & pertranseunt diaphanitatē tunicarum uisus: quare oportet, ut admisceantur isti colores & lux in aere, & in corporibus diaphanis, & perueniant ad uisum mixta omnia. Et sic non distinguuntur à uisu colores rerū uisarū. Et si ita est: Sensus ergo uisus non potest esse ex istis formis. Dicamus ergo quòd corpora diaphana non immutantur à coloribus, neq; alterantur ab eis alteratiōe fixa, sed proprietate coloris & lucis est, ut formæ eorum extendantur secundum uerticationes rectas: & ex proprietate est corporis diaphani, ut non prohibeat formas lucis & coloris transire per suam diaphanitatē: & illud non recipit formas, nisi receptione ad reddendum, non receptione ad alterandum. Et declaratum est [14.18 n] quòd formæ lucis & coloris non extenduntur in aere, nisi secundum lineas rectas. Formæ ergo lucis & coloris, quæ sunt in corporibus præsentibus simul in eodē aere, extenduntur secundum lineas rectas, & erunt illæ lineæ, super quas extenduntur formæ diuersæ, quædam æquidistantes, & quædam secantes se, & quædam diuersi situs: & quælibet uerticatio earum est distincta per corpus, à quo extenditur forma super illam uerticationem. Formarum ergo extensarum à corporibus diuersis in eodē aere, quælibet extenditur super suam uerticationem, & pertransit ad formas oppositas.

29. *Lux & color per corpora perspicua distinctè penetrant. 5 p 2.*

ET significatio, quòd luces & colores nō permisceantur in aere, neq; in corporibus diaphanis: est, quòd quando in uno loco fuerint multæ candelæ in locis diuersis & distinctis, & fuerint omnes oppositæ uni foramini pertranseunti ad locum obscurum, & fuerit in oppositione illius foraminis in obscuro loco paries, aut corpus non diaphanum: luces illarum candelarum apparent super corpus uel super illū parietē, distinctæ secundum numerū candelarum illarū: & quælibet illarum apparet opposita uni candelæ secundū lineam transeuntē per foramē: & si cooperiatur una candelæ, destruetur lux opposita uni candelæ tantum: & si auferatur coopertoriū, reuertetur lux. Et hoc poterit omni hora probari: quòd si luces admiscerentur cū aere, admiscerentur cū aere foraminis, & deberent transire admixtæ, & nō distinguerentur postea. Et nos nō inuenimus ita. Luces ergo non admiscētur in aere, sed quælibet illarū extenditur super uerticationes rectas: & illæ uerticatioēs sunt æquidistantes, & secantes se, & diuersi situs. Et forma cuiuslibet lucis extēditur super oēs uerticatioēs, quæ possunt extendi in illo aere ab illa hora: neq; tamē admiscentur in aere, nec aer tingitur per eas, sed pertranseunt per ipsius diaphanitatē tantum, & aer non amittit suā formā. Et quòd diximus de luce, & colore, & aere, intelligendū est de omnib. corporibus diaphanis, & tunicis uisus diaphanis.

30. *Humor crystallinus lucem & colorem aliter recipit, quàm cetera perspicua corpora. 22 p 3.*

Membrum uerò sentiens, scilicet glacialis, nō recipit formā lucis & coloris, sicut recipit aer, & alia diaphana nō sentientia, sed secundū modū diuersum ab illo modo: Quoniā istud membrum est præparatū ad recipiendū istam formā: recipit ergo istam, quatenus est sentiens, & quatenus est diaphanū. Et iam declaratū est, [26 n] quòd passio eius ex ista forma, est ex genere doloris. Qualitas ergo receptiōis eius ab ista forma, est diuersa à qualitate receptionis corporū diaphanorum nō sentientiū: Sed tamen istud membrū cum sua receptione ab ista forma, quatenus est sentiens, & cum sua alteratione uel mutatione, nō tingitur per istam formā illius tinctura, neq; remanēt formæ coloris & lucis post recessum eius à sua oppositione, uel recessu earū. Et potest cōtradici huic sermoni dicendo. Quoniā iam prædictū est, [1 n] quòd colores fortes scintillantes, super quos oriuntur luces fortes, operantur in oculū, & remanent illarū alterationes in uisu post recessum, & remanent formæ coloris in oculo tēpore aliquanto, & quocunq; cōprehenderit uisus post hoc, erit admixtum cū illis coloribus. Et hoc est manifestū, & non dubitatur. Quòd cum ita sit: uisus ergo tingitur à colore & luce: & sequitur quòd corpora diaphana tingantur à lucibus & coloribus. Et nos dicemus, respondendo ad hoc: quòd hoc ipsum significat, quòd uisus nō tingitur à colore & luce, neq; remanent in eo alterationes coloris & lucis: quoniā istæ alterationes, quas diximus, nō accidunt nisi extranea fortitudine, scilicet fortitudine lucis & coloris. Et manifestū est, quòd istæ alterationes nō remanent in uisu, nisi modico tēpore, & post auferuntur, & tunc debiles sunt immutationes, nec remanent aliquid: Tunc ergo uisus nō tingitur ab istis alterationibus alteratione fixa, nec remanent in eo post recessum. Et ex hoc declarabitur, quòd luces & colores operantur in uisum, nec remanent eorū alterationes post recessum, nisi paruo tēpore. Glacialis ergo alteratur à luce & coloribus tantum, ut sentiat, & deinde auferitur immutatio post recessum. Alteratio ergo eius à luce & colore est necessaria, sed natura nō fixa. Et etiā uisus est præparatus ad patiendū colores & luces, & ad sentiendum eos: neq; tamē remanet in eo alteratio. Et aer & corpora diaphana, & tunicæ uisus diaphanæ anterioris glacialis nō sunt præparatæ ad patiendū lucē & colorem, & sentiendū ea, sed ad reddendū

lucis & colores tantum. Iam ergo declaratum est, quod uisus non tingitur ex coloribus & formis lucis tinctura fixa: & declaratum est, quod forme lucis & coloris non admiscetur in aere & corporibus diaphanis: & quod uisus multi comprehendunt ipsos in aere, & in eodem tempore, & quilibet eorum comprehendit ipsos secundum pyramidem, quae distinguitur inter ipsos & centrum uisus.

31. *Colores uisibilia in obiectis corporibus illuminantur, & obscurantur precipue, pro lacis qualitate & obiectorum corporum coloribus. Vide 3 n.*

Quare uero non apparent omnes forme omnium corporum uel colorum super omnia corpora opposita, sed quaedam apparent, quaedam non: non est nisi quando color fuerit fortis, & lux, quae est in corpore, fuerit fortis, & lux, quae est in corpore, super quod apparet forma coloris, uebilis: & hoc pertinet ad uisum: quoniam istae forme colorum non oriuntur super corpora opposita illis, nisi illuminentur, sed super corpora illuminata cum quolibet lumine: quoniam forma lucis & coloris eius semper oriuntur super omnia corpora opposita illis, quorum remotio non est extranea, multa, fortis, longa. In lucibus uero hoc manifestatur. Quoniam, quando fuerit experimentatum omne corpus illuminatum quolibet lumine, ita quod fuerit lux ualde debilis, & fuerit experimentatum secundum modos, quos declarauimus, [2 n] scilicet, ut sit positum in sua oppositione corpus album, & illud corpus sit in loco obscuro, & fuerit inter corpus illuminatum, & locum illum obscurum foramen strictum: inuenietur quod super illud corpus tunc apparebit lux, colores autem non apparebunt, nisi secundum modum predictum: quoniam declaratum est per inductionem, quod forme colorum semper sunt debiliores ipsis coloribus, & quanto forme fuerint remotiores a suo principio, tanto erunt debiliores. Et declaratum est [2 n] per inductionem, quod fortes colores, quando fuerint in locis obscuris, & fuerint lucis, quae sunt super ipsos, ualde debiles: isti colores apparebunt obscuri, & non distinguuntur a uisu: & quando fuerint in locis illuminatis, & fuerit lux, quae est super ipsos, fortis: apparebunt colores, & distinguuntur a uisu. Et declaratum est etiam per inductionem, quod, quando lux fortis fuerit super formas colorum apparentes super corpora opposita illis, latebunt uisum, & non apparebunt, nisi quando lux fuerit remota. Et etiam declaratum est, quod, quando lux fuerit fortis, & peruenerit ad uisum, prohibebit ipsum ab apprehensione rerum uisarum non apparentiam in se multum, & oppositarum illi tunc. Et etiam declaratum est, [3 n] quod uisus non comprehendit colores, nisi ex forma ueniente ad ipsum ex illo colore, & quod comprehensio ipsius erit secundum uerticationes proprias. Quando ergo inspiciens aspexerit corpus densum, super quod oriebatur forma coloris: non comprehendit illam formam, nisi ex secunda forma ueniente ad ipsum ex illa forma: & ista forma secunda est debilior forma prima, quae est super illud corpus, & prima forma est debilior ipso colore. Et uisus non comprehendit illud corpus densum, super quod apparet forma, nisi quando in eo apparuerit aliqua lux, siue lux ueniens cum forma coloris super ipsum orientis, siue illa lux cum alia. Forma ergo secunda, quae uenit ad uisum ex prima forma coloris: uenit ad ipsum cum forma lucis, quae est in illo corpore denso, & color illius corporis densi, super quod est ista forma, comprehendetur a uisu etiam in ista dispositione. Forma ergo coloris uenit ad uisum cum forma secunda ueniente ad ipsum ex forma coloris, quae est super ipsum: & forma coloris istius corporis, quae uenit ad ipsum uisum in illa dispositione, est prima forma: uisus autem non comprehendit illud, quod comprehendit, nisi ex uerticationibus propriis: & uerticatio propria, quae est inter ipsum & corpus densum, secundum quod comprehendit formam illius corporis densi, est eadem cum uerticatione sua, secundum quam comprehendit formam secundam uenientem ex forma coloris orientis super illud corpus: quoniam illa forma est in superficie illius corporis. Uisus ergo comprehendit ipsam ex uerticationibus, quae sunt inter ipsum & illud corpus: & ipse comprehendit colore ipsius ex uerticationibus, quae sunt inter ipsum & illud corpus. Et similiter comprehendit uisus lucem, quae est in illo corpore, ex illis eisdem uerticationibus. Tres ergo forme uenientes ex illo corpore ad uisum, comprehenduntur a uisu ex eadem uerticatione: & quidem admixtae. Et forme secundae, quae ueniunt ad uisum ex forma coloris, quae est super corpus oppositum illi, comprehenduntur a uisu semper admixtae cum forma coloris illius corporis, & cum forma lucis eius. Uisus ergo comprehendit ex congregatione duorum colorum formam diuersam a forma cuiuslibet eorum. Si ergo corpus, super quod est forma, habuerit fortem colorem, erit forma eius, quae uenit ad uisum, fortis: & est prima forma, & est admixta cum secunda forma, quae uenit ad ipsum ex forma coloris uenientis super illud corpus: & ista forma est debilis: quare non apparet uisui. quoniam quando cum colore debili fuerit admixtus color fortis, ipse scilicet color fortis uincet debilem: & similiter inueniuntur semper colores & tincturae, quando admiscuntur inter se. Forma uero coloris non latet, quando lux est super ipsam fortis, & cum albedine corporis. Et iam declaratum est, [2 n] quod lux fortis, quando uenit ad uisum, prohibet uisum a comprehensione formarum debiliu. Quando ergo uenit ad uisum lux fortis cum albedine corporis, super quod cadit, prohibet ipsum a comprehensione secundae formae debilis, quae uenit ad ipsum cum ea: & si corpus, super quod est forma coloris, fuerit album, & lux, quae est super ipsum, fuerit debilis, & forma coloris, quae est super ipsum, fuerit debilis: tunc forma lucis, quae est in illo corpore, quamuis sit debilis cum albedine corporis, forte uincet formam coloris, quae est ualde debilis, & cum uenerit ad uisum, non distinguetur forma illa a uisu. Et si corpus, super quod est lux, fuerit album, & color cum forma, quae oritur super ipsum, fuerit niger, aut obscurus, non obscurabitur illa forma, nisi albedine illius corporis tantum, & erit quasi umbra, & comprehendet uisus illud corpus non

non ualde album, sicut comprehendit corpus album in umbra. Quare non distinguetur ab eo forma. Et omne hoc erit ita, quando lux, quæ est in corpore colorato, fuerit fortis, & forma, quæ oritur ab eo super corpus oppositum, fuerit albedinis debilis. Si autem lux, quæ est in corpore colorato, fuerit debilis: tunc forma, quæ exit ab eo super corpus oppositum, erit obscura, & erit apud uisum, sicut colores, quos comprehendit in locis obscuris, in quibus est lux ualde debilis, & quasi colores corporum diaphanorum, super quæ oritur lux debilis. Formæ ergo colorum, quæ sunt in corporibus coloratis, quando lux, quæ est super ipsa, fuerit debilis, quando oriuntur super corpora opposita sibi, non erunt, nisi umbræ tantum quo ad sensum uisus. Et si corpus oppositum colori fuerit in loco obscuro, nihil apparebit super ipsum propter suam obscuritatem, & obscuritatem formæ uenientis ad ipsum. Et si corpus oppositum illi colori fuerit in illuminato loco, & fuerit super ipsum lux, præter lucem illius formæ, & fuerit illud corpus illuminatum: apparebit color eius super istam formam, & apparebit uisui color istius corporis, & non apparebit forma: quoniam est sicut umbra, & non distinguetur à uisu ista diminutio. Et si istud corpus, super quod est forma, fuerit album, & præterea fuerit illuminatum cum alio lumine, præter lumen formæ: tunc forma obscurabit albedinem istius corporis, & lucem eius tantum propter suam obscuritatem, sicut faciunt umbræ in corporibus alijs: & formæ, quæ sunt huiusmodi, tantum comprehenduntur à uisu super corpora opposita coloribus. Visus ergo non comprehendit formam coloris super corpus oppositum colori, nisi quando forma secunda ueniens ad ipsum ex forma coloris, fuerit fortior, & potètiior prima forma ueniēte ad ipsam cum ea, ex luce & colore, quæ sunt in corpore, super quod est forma. Et iste modus est ualde rarus: & propter hoc raro apparet huiusmodi forma, & non apparet ex ea, nisi illud, quod est ex coloribus fortibus scintillantibus. Et similiter quod lux debilis, non apparet super corpus oppositum sibi: est: quia corpus oppositum luci debili, quando fuerit illuminatum ab alio lumine, admiscebuntur duæ luce, & sic non distinguetur lux debilis à uisu. Et cū corpus oppositum luci debili fuerit obscurum, non apparebit forma lucis debilis super ipsum: quoniam forma lucis debiliior est ipsa luce: & forma secunda ueniens ad oculum ab ista forma, ex qua oportet uisum comprehendere istam formam super corpus oppositum luci, est debiliior ista forma. Cum ergo lux fuerit debilis, & corpus oppositum fuerit obscurum: erit forma, quæ est super corpus oppositum, ualde debilis, & erit forma secunda, quæ uenit ex illa, in fine debilitatis. Visus autem non comprehendit lucem, quæ est in fine debilitatis. Formæ ergo omnium colorum illuminatorum, & formæ omnis lucis oriuntur super corpora opposita, & non apparent plerumque illarum propter causas, quas diximus: & quædam apparent, quando fuerint secundum modum, quem narrauimus. Iam ergo declarata est causa, propter quam non comprehendit uisus formas omnium colorum, quæ sunt in corporibus coloratis super omnia corpora opposita illi, & comprehendit quædam: & cum hoc comprehendit omnes colores, qui sunt in corporibus coloratis. Et causa est, quia comprehendit colores, qui sunt in corporibus coloratis ex propria forma ueniente ad ipsum ex eis, quæ est fortior forma secunda ueniente ad ipsum ex formis colorum, qui sunt super corpora opposita illi. Et comprehendit etiã formam colorum singularem non admixtam cum alia: & comprehendit secundam formam ueniēte ad ipsum ex formis colorum admixtam cum alia. Et hoc est quod promissimus declarare in fine capituli tertij. Et declaratum est modò, quod colores, quos comprehendit uisus ex rebus uisis, non comprehendit, nisi admixtos cum formis lucis, quæ sunt in eis, & admixtos cum omnibus formis orientibus super ipsos ex coloribus corporum oppositorum. Et si in corpore diaphano, quod est medium inter ipsos & uisum, fuerit aliqua spissitudo, admiscebitur color eius etiã cum eis, & uisus non comprehendit illum colorem singularem: sed tamen formæ, quæ oriuntur super corpora colorata, sunt in maiori parte ualde debiles: & formæ secundæ, quæ ueniunt ex eis ad uisum, sunt in fine debilitatis: & propter hoc erunt colores ipsorum corporum plerumque fortiores formis orientibus super ipsa. Et similiter si in corpore diaphano, quod est inter uisum & rem uisam, fuerit modica spissitudo, non distinguetur à uisu color eius à colore uisi ueniētis cum eo, quando color uisi ueniētis cum eo, fuerit fortior colore illius.

32. *Lux uehemens tribus potissimum de causis uisibilia quædam obscurat. Vide à n.*

Quare uerò lux fortis prohibeat uisum à comprehensione quarundam rerum uisarum: est: quia formæ, quæ ueniunt ad uisum super unam uerticationem, non comprehenduntur à uisu, nisi admixtæ. Et cum quædam formæ admixtæ fuerint fortis scintillationis, & quædam debilis, superabit forma fortis formam debilem, & sic non comprehendetur forma debilis à uisu. Et cum formæ admixtæ fuerint propinquæ in fortitudine, comprehenduntur à uisu, & erit comprehensio cuiuslibet illarum secundum illud, quod permiscebitur cum eis ex formis admixtis cum eis: quoniam formæ admixtæ non comprehenduntur à uisu singulariter, sed admixtæ. Stellæ ergo non comprehenduntur à uisu in luce diei, quia lux, quæ peruenit in aerem, est fortior luce stellarum. Cum ergo inspiciens aspexerit cælum in luce diei: erit aer, qui est inter ipsum & cælum, illuminatus à luce solis, & continuatur cum uisu, & erunt stellæ ex posteriori illius lucis. Venient ergo forma stellæ, & forma lucis, quæ est in aere medio inter uisum & stellam, ad uisum super unam uerticationem: & sic comprehenduntur admixtæ. Sed forma lucis diei est in aere fortior multò forma lucis stellæ: quare superabit lux aeris lucem stellæ, & sic non distinguetur forma stellæ. Et similiter est lux debilis, quæ est in medio lucis fortis, sicut ignis debilis in luce solis, & sicut noctiluca in luce diei, & similibus: ista enim uisibilia quando fuerint in

lucē solis aut diei, venient formæ eorum ad uisum admixtæ cum forma lucis fortis orientis super ipsas, & comprehendet uisus formam huiusmodi rerū uisarum admixtam cum forma lucis fortis. Quare superabit forma lucis fortis formam debilem. Et multoties latet lux debilis, & forma rei uisæ debilis, quando peruenit in uisum lux fortis, quamuis nō sit peruentus duarum formarum ad uisum ex una uerticatione. Et hoc erit, quādo peruentus duarum formarum fuerit ex duabus uerticationibus uicinantibus. Et hoc apparet nocte, & in luce ignis. Quoniam uisus quando comprehendit lucem ignis, & fuerit ignis propinquus uisui, & fuerit lux eius fortis, & fuerit in oppositione uisus in illa dispositione aliquod uisibile, in quo est lux debilis accidentalis, & fuerit illud uisibile remotius à uisu quàm ignis, & fuerit super uerticationem uicinātem uerticationi ignis: tunc uisus non comprehendet uisibile illud comprehensione uera. Et si aspiciens cooperuerit ignem à suo uisu, aut remouerit se à uerticatione ignis, ita ut sit uerticatio, à qua comprehendet illud uisibile, remota à uerticatione ignis: tunc comprehendet illud uisibile comprehensione manifestiore. Et causa illius est quod uisibile, in quo est lux debilis accidentalis, habet formam obscuram, & cum ipsam comprehendit uisus, non autem comprehendit cum ea lucem fortem: sentiet lucem debilem, in qua est aliquid obscuritatis inter uisum, aut priuationem lucis fortis à parte eius, in quam peruenit lux debilis. Et cum uisus comprehendit formam lucis debilis, & comprehendit cum ea lucem fortem: tunc etiam comprehendet lucem fortem in parte contingente partem uisus, qua comprehendebat formam obscuram: non comprehendet autem uisus lucem debilem, quæ est in forma obscura propter duo: quorum unum est, quod lux fortis, quando peruenit ad uisum, illuminatur totus uisus, & cum totus uisus fuerit illuminatus, non apparebit in eo lux debilis, & maxime quando lux debilis fuerit proportionis minimæ respectu lucis fortis. Alterum est coniunctio lucis debilis cum luce forti in duabus partibus uisus uicinātibus, & quia lux debilis respectu lucis fortis est ferè obscuritas. Et cum lux appropinquabit ad formam obscuram debilem, & forma lucis fortis fuerit in uisu: non comprehendet uisus formam, quæ est in luce obscura, neque comprehendet etiam formam obscuram, nisi obscuritatem tantum: & sic non distinguetur ab eo forma, neque comprehendet eam comprehensione uera. Et occultatio formarum debilis lucis propter uicinātem lucis fortis, habet simile in coloribus: quoniam color fuscus si intingatur cū corpore albo punctatim, apparebunt ipsa puncta nigra propter fortitudinem albedinis: & si eadē puncta fuerint posita supra corpora ualde nigra, apparebunt ferè alba, & non apparebit obscuritas, quæ est in eis. Et quando illa tinctura fuerit in corporibus, quæ non sunt multum alba, neque multum nigra: apparebit color secundum suum esse. Et similiter quando color uiridis segetalis fuerit super corpus citrinum, apparebit illa tinctura obscura: & quando fuerit in corpore nigro, apparebit illa tinctura similis colori origani. Et similiter est omnis tinctura media inter duas extremitates. Visibilia ergo uicinantia, quando fuerint remota in fortitudine & debilitate coloris: quod est debilis coloris, latebit uisum: quoniam qualitates lucis & coloris non comprehenduntur à uisu, nisi respectu eorum inter se. Et lux fortis non prohibebit uisum à comprehensione uisibilium lucis debilis, nisi propter admixtionem formæ lucis debilis cum formis eorum, & propter uictoriam formarum lucis fortis super formas lucis debilis, & debilitatem sensus ad comprehendendum illud, quod est minimæ proportionis, respectu fortis. Iam ergo compleuimus declarationem omnium rerum dependentium ab illo capitulo.

DE OFFICIO ET UTILITATE INSTRUMENTORUM UISUS. Caput sextum.

33. *Multiplex & uaria est partium uisus utilitas: diuersaq; sunt ipsarum inter ipsas officia. 4 p 3.*

TVnicæ, quas diximus in declaratione formæ uisus, sunt instrumenta, per quæ completur uisio. Tunica uerò prima, quæ dicitur cornea, est tunica diaphana, & nō nihil fortis, & est superposita foramini, quod est in anteriori uueæ. Et prima utilitas eius est, quod cooperit foramen uueæ: quare retinet humorem albugineum, qui est in anteriori uueæ: & est diaphana, ut transeant in ea formæ lucis & coloris ad interiorius uisus: quoniam non transeunt, nisi per diaphana. Fortitudo autem eius est, ut non corrumpatur citò: quoniam est exposita aeri, & potest citò corrumpi ex fumo, & puluere, & similibus. Humor autem albugineus est diaphanus, & est humidus & fluxibilis. Diaphanus autem est, ut pertranseant in eo formæ, & perueniant in eo ad humorem glaciale: humiditas autem eius est, ut semper humefaciat humorem glaciale, ita ut eius natura sit custodita: quoniam tela, quæ est super glaciale, est ualde tenuis, & nimia siccitate potest corrumpi. Tunica autem nigra continens humorem albugineum, quæ est uuea, est nigra, & fortis, spissa, & sphærica: & in anteriori eius est foramen rotundum, sicut narrauimus. Nigredo uerò eius est, ut obscuretur humor albugineus & glacialis, ita ut appareant in eis formæ lucis debilis: quoniam lux debilis ualde apparet in locis obscuris, & latet in locis luminosis. Et est aliquantulum fortis, ut retineat humorem albugineum, & ut non resudet ex eo aliquid foras. Et est spissa, ut sit obscura: quoniam si esset rara, esset diaphana: sed cum fuerit spissa, obscurabitur anterior pars eius. Et est sphærica, quia magis temperata figurarum est sphærica, & est magis remota ab offensionibus: habens enim angulos, citius alteratur per angulos. Foramen autem, quod est in anteriori

riori istius tunice, est, ut pertrāseant ipsum formæ ad interius uisus: & est rotundum, quia rotunditas est simplicissima figurarū, & amplissima isoperimetrarum. Humor autē glacialis habet multas proprietates, per quas completur sensus: quoniam est humidus & subtilis: & est in eo aliquid diaphanitatis & spissitudinis: & super ipsum est tela ualde rara: & figura superficiæ eius est cōposita ex duabus superficiebus sphericis diuersis: & anterior illarū est maioris sphericitatis altera. Est autem humidus, ut citius patiatur à luce: & est subtilis, quia talia corpora sunt subtilis sensus: & est aliquantulum diaphanus, ut recipiat formas lucis & coloris, & ut pertrāseant per ipsum lux & color: & est aliquantulū spissus, ut remaneant in eo diu formæ lucis & coloris, ita ut appareat uirtuti sensibili forma lucis & coloris, quæ figebantur in eo. Nam si esset diaphanus in fine diaphanitatis, pertransirent formæ in eo, & non pāteretur à formis passione, quæ est ex genere doloris: & sic nō comprehenderet formas. Tela autē quæ est super istum humorē, est, ut retineat ipsum, ne fluat: quoniam humores nō retinerentur, sed aliquid fluerent, & nō remanerent secundū unam figuram. Et ista tela est ualde rara, ut nō occultet formas uenientes: & est spherica propter causam, quam diximus. Et superficies anterioris eius est ex spherā maiori, ut sit æquidistans superficiæ anteriori uisus, ita ut centrum illarū sit unumpunctum. Nerus autē opticus, super quem componitur oculus totus, est cauus, ut currat per ipsum spiritus uisibilis à cerebro, & perueniat ad glaciale, & det ipsi uirtutem sensibilem successiue, & ut pertranseant etiā formæ in corpore subtili currēte in suo concauo, quousq; perueniant ad ultimum sentiens, quod est in anteriori cerebri. Et principia duorū neruorum, super quos componuntur oculi duo, sunt in duabus partibus anterioris cerebri, ut situs duorū oculorum à suis principijs sit situs consimilis: & nō fuit principium eorum à mediō anterioris cerebri, quia iste locus est proprius sensui ordinatus. Quare autē sint duo oculi, est benignitas operatoris, ut si uni illorum accideret interitus, remaneret alter, & ut forma faciei esset pulchrior. Causa autē, propter quam concurrant isti duo nerui, iam fuit dicta in qualitate uisionis.

34. Superficies tunicarum uisus sunt globosæ. 3. 4 p 3.

Superficies uerò tunicarum oculi sunt sphericæ & æquidistantes, & centrum illarū est unumpunctum: ita ut perpendicularis, quæ est super primam illarū, sit perpendicularis etiam super omnes: & sunt sphericæ, ut exeant omnes ab uno puncto, quod est centrum illarū: deinde distent apud extremitates secundū remotionem à centro: ita ut pyramis extensa à centro, contineat omnes perpendiculares exeuntes ab illa re uisa, & distinguat ex superficie uisus & membri sentientis partem, licet paruam, continentem tamen totam formam uenientem à re uisa ad uisum. Et si superficies tunicarum uisus essent planæ, nō ueniret forma uisi ad uisum super perpendiculares, nisi esset uisus æqualis uiso. Et nulla figura est, in qua adonantur perpendiculares, & cōcurrunt in unū punctum, nisi figura spherica: & cum ista dispositione possunt exire à centro uisus multæ pyramides ad multa uisa in eodem tempore: & quælibet illarū distinguet partem paruam membri sentientis, continentem formam illius uisi. Et omnes tunice habent idē centrum propter illud, quod diximus: & est, ut perpendiculares exeuntes à re uisa ad unam istarum, sint perpendiculares super omnes, & ut pertranseant etiā formæ omnes secundū unam uerticationem. Quare uerò nihil comprehendat uisus ex rebus uisibilibus, nisi ex uerticationibus istarū perpendicularem tantum: est: quia per istas perpendiculares tantam ordinatur partes rei uisæ in superficie membri sentientis. Et hoc fuit iam manifestum antea [18 n] quoniam nō potest ordinari forma rei uisæ in superficie membri sentientis, nisi sit receptio eius ad formā ex istis uerticationibus tantum. Et propter hoc appropriatur natura uisus ista proprietate, & naturatur, ut non recipiat aliquā formam, nisi secundū situm tunicarum uerticationum tantum. Et appropriatio uisus, habita hac proprietate, est una rerū ex quibus apparet maxima discretio operatoris, & bonitas præparationis naturæ, præparatio instrumenta uisus, & formam, per quā cōpletur sensus, & per quā distinguuntur uisibilia. Consolidatiua autē cōtinet omnes istas tunicas: & in ea est aliquid humiditatis, & præterea habet aliquid retentionis, & est aliquantulum fortis. Et cōtinet istas tunicas, ut cōgreget & cōseruet illas: & est aliquantulum humida, ut præparētur loca tunicarū ex ea, & ut nō accidat sic citas uelociter illis tunicis: & est aliquantulum retentiu & fortis, ut cōseruet situs & figuras tunicarū, ut nō alterētur citò: & est alba, ut sit per ipsam formam faciei pulchra.

35. Oculus est globosus. 3 p 3.

ET totus oculus est rotundus, quoniam rotunditas est melior figuris, & maior, & leuioris motus. Oculus autē indiget motu, & uelocitate motus, ita, ut sit oppositus per motū multis uisibilibus in eodē tēpore, & ut sit oppositus propter motū omnibus partibus rei uisæ, mediū aspiciens, ita ut cōprehendat ipsum comprehensione uera, & consimili: quoniam sensus per mediū membri sentientis est manifestior. Et hoc declarabimus pōst in loco cōueniente. Velocitas autē motus uisus est, ut aspiciat omnes partes rei uisæ, & uisibilia sibi opposita in modico tēpore. Palpebræ autem sunt, ut cōseruent oculum in somno, & ut faciunt oculū quiescere, quādo fatigatur à lumine, quoniam luces fortes nocent oculis: & si continuè aperirentur oculi, supra modū debilitarentur: & hoc apparet, quando oculi aspiciunt lucē fortem longo tempore. Et similiter nocet uisui aer, quando in eo fuerit fumus, aut puluis. Palpebræ ergo cooperiunt oculū à luce, quādo indiget, & cōseruant ipsos ab aere, & abstergunt ab eis multa nocumēta: deinde quādo fatigantur, superponuntur palpebræ eis, ita ut compleatur in eis sua requies: & sunt uelocis motus, ut citius superponantur oculis,

oculis, dum appropinquant nocuenta oculis. Cilia autem sunt ad temperandam quandam partem lucis, quando dolebit uisus propter fortitudinem lucis: & propter hoc adunat aspiciens oculum, & constringit, ita ut possit aspiciere ab angusto, quando lux fortis nocuerit ei. Ista ergo, quæ diximus, sunt utilitates instrumentorum uisus: ex quibus manifestatur magna discretio operatoris. Sit ergo nomen eius benedictum, & bonitas præparationis naturæ.

DE HIS SINE QUIBUS VISIO NON POTEST COMPLETI. — Caput septimum.

36. *Ad uisionem perficiendam sex in primis necessaria sunt.*

Iam ergo declaratum est superius, quod uisus nihil comprehendit ex rebus uisibilibus, quæ sunt cum eo in eodem aere, ita ut comprehensio earum ab eo non sit secundum refractionem, nisi quando aggregatæ fuerint istæ res: & sunt, ut sit inter ea aliquid spatij: & sit opposita uisui illa res; ita ut sit inter quodlibet punctum eius superficie, quam comprehendit uisus, & inter aliud punctum superficie uisus, linea recta imaginabilis: & ut sit in ea lux: & ut sit corpus eius aliquatulum, in respectu uirtutis sensus uisus: & ut sit aer medius diaphanus, cõtinuæ diaphanitatis, & nõ sit in eo aliud corpus non diaphanum: & ut sit res uisa resistens uisui, scilicet ut non sit in ea diaphanitas, aut si sit, sit spissior diaphanitate aeris medij inter ipsam & uisum. Uisus autem non comprehendet rem uisam, nisi quando aggregabuntur istæ sex intentiones: & si res uisa caruerit unã istarum intentionum, non comprehendetur à uisu. Indigentia autem uisus ab unaquaque istarum intentionum, non est nisi propter aliquam causam.

37. *Distancia inter uisum & uisibile. 15 p 3.*

Quare ergo non comprehendat uisus rem uisam, nisi quando inter ea fuerit distantia aliqua, & non comprehendat ipsam, quando applicatur ei, est propter duas causas. Quarum una est, quia uisus non comprehendit rem uisam, nisi quando in ea fuerit lux aliqua, [per 3 n] & quando fuerit applicata uisui, & non fuerit illuminata per se, non erit in sua superficie uicinante uisui lux: quoniam corpus oculi secundum situm suum tunc prohibetur à uisu. Res autem luminosa per se non possunt applicari superficie uisus: quoniam res illuminatæ per se sunt stellæ, & ignis, quæ non possunt applicari superficie uisus. Causa autem secunda est, quia uisio nõ fit, nisi ex parte opposita foramini uisus ex medio superficie uisus [per 4 n] & si res uisa applicetur uisui, nõ superponetur isti parti uisui, nisi pars æqualis illi tantum ex re uisa: & si uisus comprehenderet rem uisam per applicationem, non comprehenderet, nisi partem applicatam parti oppositæ foramini tantum, & non comprehenderet residuum rei uisæ. Et si moueatur res uisa super superficiem uisus, quousque cõtingat totam superficiem rei uisæ secundum partem mediam uisus, comprehendet partem post partem aliam, & dum comprehendet partem secundam non comprehendet partem primam: & sic non poterit comprehendere totam rem uisam simul. Et cum ita sit, non figurabitur in eo forma rei uisæ: ita ut si aliqua res uisa esset super corpus densum, & esset in illo corpore denso foramen minoris quantitatis re uisa, & res uisa esset applicata foramini, non comprehenderet ex ea, nisi partem suppositam foramini tantum: deinde si res uisa moueatur super foramen, quousque comprehendatur à uisu pars post aliam, non figuratur in uisu tota forma eius. Si ergo uisio esset per tactum, nõ comprehenderet uisus totam rem uisam, neque figuram & formam eius, nisi esset res uisa æqualis parti mediz superficie uisus, per quam erit uisio: neque etiam sic potest comprehendere multas res uisas in eodem tempore. Et cum inter uisum & rem uisam fuerit aliquod spatium, poterit rem uisam comprehendere in eodem tempore totam ex parte parua, quamuis sit res uisa magna: & potest comprehendere res uisas multas simul in eodem tempore: & cum res uisa fuerit remota à uisu, erit possibile oriri lucem super superficiem uisus oppositam uisui. Propter istas igitur duas causas non comprehendit uisus quicquam ex rebus uisibilibus, nisi sit inter ea aliquod spatium.

38. *Collocatio uisibilis ante uisum directa. 2 p 3.*

Quare uerò non comprehendat uisus rem uisam, quæ est cum eo in eodem aere, & in parte opposita illi, nisi sit inter quodlibet punctum eius, & aliquod punctum partis superficie uisus, per quam erit uisio, linea recta: est, quia declaratum est, quod uisio non fit, nisi ex formis uenientibus à re uisa ad uisum, & quod formæ non comprehendantur, nisi secundum lineas rectas: [per 14 n] & propter hanc causam non comprehendit uisus rem, nisi sit inter ea linea recta. Et si secuerint corpora densa media omnes lineas, quæ sunt inter ea, latebunt res uisæ uisum: & si secuerint illud corpus quoddam illarum linearum rectorum, latebit uisum quædam pars, quæ est apud extremitatem linearum rectorum per corpus densum.

39. *Lux. 1 p 3.*

Quare uerò uisus nõ comprehendat rem uisam, nisi sit in ea lux, est, propter duas causas: aut quia forma uisæ nõ extenditur in aere, nisi sit lux cum colore, [p 3 n] aut quia forma coloris extenditur in aere, quamuis nõ sit cum ea lux: sed nõ operatur in uisum operatione sensibili, nisi per lucem. Et manifestum est, quod forma lucis manifestior est, forma coloris, & quod lux operatur operatione manifestiore: & quod forma coloris, quia est debilis, nõ potest operari in uisum, sicut operatur lux. Et forma coloris,

coloris, quæ est in corpore illuminato, semper est admixta cum forma lucis, & cum peruenerit ad uisum, semper operatur in ipsum per suam fortitudinem & præparationem uisus, ut patiat ex ea: & quia admiscetur cum forma coloris, & non distinguitur ab ea, non sentit uisus formam lucis, nisi admixtam cum forma coloris. Visus ergo non sentit colorem rei uisæ, nisi ex colore admixto cum forma lucis ueniente ad ipsum ex re uisa: & propter hoc alterantur colores multarum rerum uisarum apud uisum per alterationem lucis super ipsas. Quia ergo forma coloris non operatur in uisum, nisi admixta sit cum lumine, & non est ex colore forma nisi sit in ea lux: nihil comprehendit uisus ex rebus uisibilibus, nisi quando in eis fuerit aliqua lux.

40. Magnitudo rei uisibilis. 19 p 3.

Quare uero non comprehendat uisus rem uisam, nisi sit corpus eius in aliqua quantitate: est: quia declaratum est, [19 n] quod forma rei uisæ non perueniat ad uisum, nisi ex pyramidibus, quarum caput est centrum uisus, & basis superficies rei uisæ, & quod ista pyramis distinguitur ex superficie membri sentientis paruum partem, in qua ordinatur forma rei uisæ: & si res uisa fuerit ualde parua, erit pyramis, quæ est inter ipsam & centrum uisus, ualde parua. Erit ergo pars distincta ex membro sentiente, quasi punctum, ualde parua: sed sentiens non sentit formam, nisi quando pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quantitatis sensibilis, respectu totius apud totum membrum. Et uirtutes sensus etiam sunt finitæ. Et cum pars membri sentientis, ad quam peruenit forma, non est quantitatis sensibilis apud totum membrum sentiens, non sentiet passionem, quæ illi accidit, propter paruitatem ipsius. Quare non comprehendit formam. Res ergo uisa, quæ potest comprehendi à uisu, est illa, in qua pyramis, quæ figuratur inter rem uisam & centrum uisus, distinguitur ex superficie glacialis partem quantitatis sensibilis respectu totius superficiei glacialis. Et iste sensus erit secundum tantum, ad quantum peruenit uirtus sensitua, & non extenditur ad infinitum, & diuersatur secundum diuersitatem uirtutis oculi. Et cum pyramis, quæ figuratur inter rem uisam & centrum uisus, distinguitur ex superficie glacialis partem quantitatis insensibilis, respectu totius superficiei glacialis, non potest uisus comprehendere illam rem. Et propter hoc non comprehendet uisus rem ualde paruum.

41. Perspicuitas corporis inter uisum & uisibile interiecti. 13 p 3.

Quare uero uisus non comprehendat rem uisam, nisi quando corpus medium inter ipsum uisum & rem uisam fuerit diaphanum: est: quia uisio non est nisi ex forma ueniente ex re uisa ad uisum [per 14 n] formæ autem non extenduntur nisi in corporibus diaphanis, & uisio non completur, quando res uisa fuerit cum uisu in eodem aere, & fuerit comprehensio non secundum refractionem, nisi quando aer fuerit continuus inter rem uisam, & non absciderit rectas lineas, quæ sunt inter ea, corpus densum: quoniam forma non extenditur in aere consimilis diaphanitatis, nisi secundum lineas rectas. Et propter hoc uisus non comprehendit rem uisam, quæ est cum eo in eodem aere, & in parte opposita uisui, nisi quando aer medius inter ea fuerit diaphanus, consimilis diaphanitatis.

42. Densitas ac soliditas uisibilis. 14 p 3.

Quare uero uisus non comprehendat uisam rem, nisi quando in ea fuerit densitas, aut aliquid densitatis: est propter duas causas: quarum altera est, quia quod est densum, est coloratum, & ex colore uenit forma ad uisum, ex qua comprehendit uisus colorem rei uisæ: quod autem est in fine diaphanitatis, caret colore: quare non comprehendetur à uisu. Et causa secunda est, quoniam uisus non comprehendit rem uisam, nisi sit illuminata, & ueniat ex luce, quæ est in ea, forma secunda ad uisum cum forma coloris, & non erit forma secunda ex luce oriente super aliquod corpus, nisi ligatur lux in illo corpore, super quod oritur: ergo cum lux fuerit fixa in corpore illo, erit ex eo forma secunda: & quando lux orietur super corpus diaphanum ualde, non figetur in eo, sed extendetur in sua diaphanitate. Cum ergo corpus diaphanum fuerit oppositum uisui, & super ipsum oritur lux ex parte, in qua est uisus, in eo extendetur, & non figetur in sua superficie: & sic non erit in superficie opposita uisui istius corporis lux, ex qua uenit forma ad uisum. Et si fuerit illud illuminatum, cuius lux oritur super illud corpus diaphanum, oppositum uisui, pertransibit lux eius in corpus diaphanum, & perueniet ad uisum, & nihil deferet secum ad uisum ex colore corporis diaphani: quoniam corpus diaphanum, quod est in fine diaphanitatis, non habet colorem. Visus ergo comprehendet ex illo loco corpus illuminatum, cuius lux oritur super corpus diaphanum, post corpus diaphanum: & non comprehendet corpus diaphanum propter hoc: quia non comprehendit uisus rem uisam, quæ est in fine diaphanitatis. Et cum diaphanitas corporis fuerit similis diaphanitati aeris, erit eius dispositio, sicut dispositio aeris, & non comprehendetur à uisu, sicut nec aer. Et corpora diaphana, quorum diaphanitas non est spissior diaphanitate aeris, non comprehendetur à uisu: quoniam nulla forma uenit ex eis ad uisum, quæ possit operari in uisum. Et similiter accidit si inter uisum & rem uisam fuerit medium corpus diaphanum præter aerem, & fuerit diaphanitas rei uisæ non spissior diaphanitate corporis medij. Et cum res uisa fuerit densa, erit colorata, & cum super ipsam oritur lux, figetur in sua superficie, & erit ex colore eius, & ex luce, quæ oritur super ipsam, forma, quæ extenditur in aere, & in corporibus diaphanis: & cum ista forma peruenit ad ipsum uisum, operabitur in eo, & ex ea sentiet uisus rem uisam. Et cum res uisa fuerit diaphana, sed minus quam aer: habebit colorem secundum suam spissitudinem: & cum aer super ipsam oritur, lux figetur in ea aliqua
fixione,

fixione, secundum illud, quod est in ea de spissitudine, & pertransibit in ea secundum suam diaphanitatem, & erit ex ea, forma in aere secundum colorem & lucem, quæ sunt in sua superficie: & cum illa forma peruenerit ad uisum, operabitur in uisum, & sentiet uisus illam rem uisam. Et propter istam causam non comprehendit uisus ex rebus uisibilibus, nisi quando ipsum uisibile fuerit densum, aut fuerit in eo aliquid densitatis. Iam ergo declarate sunt causæ, propter quas nihil comprehendit uisus, nisi quando fuerint aggregatæ intentiones prædictæ. Et hoc, quod declarauimus, est illud, quod intendimus declarare in isto tractatu.

ALHAZEN FILII

ALHAZEN OPTICAE

LIBER SECVNDVS.

DECLARATVM est qualiter fiat uisio: & est qualitas sensus uisus à forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, ordinatorum ita, sicut sunt in superficie rei uisæ. Uisus autem comprehendit ex rebus uisibilibus multas intentiones præter lucem & colorem. Et etiam declaratum est in primo tractatu [18 n] quòd uisio non sit, nisi ex uerticationibus linearum radialium: & lineæ radiales diuersentur in suis dispositionibus: & similiter diuersantur dispositiones formarum uenientium super ipsas ad uisum. Et etiam comprehensio uisus à re uisa nō est in omnibus corporibus, & in omnibus uisibilibus: sed diuersatur qualitas sensus uisus à rebus uisibilibus: & diuersatur qualitas sensus uisus ab una re uisa secundum situm unum, & secundum eandem distantiam. Et nos diuidemus istum tractatum in tria capita. In primo declarabimus diuersitatem dispositionum linearum radialium, & distinguemus proprietates earum. In secundo declarabimus omnes intentiones comprehensas à uisu, & qualiter comprehendat uisus quamlibet illarum. In tertio declarabimus diuersitatem comprehensionis uisus ab eis.

DE DIVERSITATE DISPOSITIONVM LINEARVM radialium, & distinctione proprietatum ipsarum.

Caput primum.

1. Recta connectens centra partium uisus, est axis pyramidis optica. 18 p 3.

Iam declaratum est in primo tractatu [18.20 n] quòd lineæ radiales, ex quarum uerticationibus comprehendit uisus uisibilia, sunt lineæ rectæ, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus. Et iam declaratum est in forma uisus [4 n 1] quòd membrum sentiens, quod est membrum glacialis, est compositum super extremitatem concauitatis nerui, super quem compositus est oculus totus: & quòd iste neruus non gyatur nisi à posteriori centri uisus, & à posteriori totius oculi, & apud foramen, quod est in concauo ossis. Et iam declaratum est [7.9 n 1] quòd linea recta transiens per omnia centra tunicarum uisus, extenditur in medio concaui nerui, & transit per medium foraminis, quod est in anteriori ueuæ. Et iam declaratum est [5.13 n 1] quòd centrū istius lineæ non diuersatur respectu totius uisus, neq; respectu superficialium tunicarum uisus, neque respectu partium uisus. Linea ergo recta transiens per omnia centra tunicarum uisus, semper extenditur rectè ad locum gyrationis concaui nerui, super quem componitur oculus, in omnibus dispositionibus, siue sit uisus in motu, siue in quiete. Et quia ista linea transit per centrū uisus, & per centrū foraminis, quod est in anteriori ueuæ, & per centrū ueuæ extenditur in medio pyramidis, cuius centrum est uisus: & continet ipsam circumferentia foraminis, quod est in anteriori ueuæ: appellemus ergo istam lineam axem pyramidis. Et declaratum est etiam in ipso tractatu primo [19 n] quòd pyramis figurata inter rem uisam & centrum uisus, distinguit ex superficie glacialis partem continentem totam formam rei uisæ, quæ est apud basim illius pyramidis: & erit forma ordinata in ista parte superficiali glacialis per uerticationem linearum radialium extensarum inter rem uisam & uisum, secundum ordinationem partium superficiali rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & peruenerit eius forma in partem superficiali glacialis, quam distinguit pyramis prædicta: quodlibet punctum formæ prædictæ est super lineam radialem extensam inter illud punctum, & punctum oppositum illi in superficie rei uisæ, super quam uenit forma ad illud punctum in superficiali glacialis rectè. Cum ergo forma rei uisæ fuerit in medio superficiali glacialis, erit axis prædictus una linearum, super quas ueniunt formæ punctorum, quæ sunt in superficie rei uisæ: & erit punctum

punctum superficiei rei uisæ, quod est apud extremitatem istius axis, illud, super quod uenit forma eius super istum axem. Et declaratum est in primo tractatu [26 n] quod formæ, quæ comprehenduntur per uisum, extenduntur in corpore glacialis, & in concauo nerui, super quem componitur oculus, & perueniunt ad neruum communem, qui est apud medium interioris cerebri, & illic est comprehensio sentientis ultimo à forinis rerum uisibilium: & quod uisio non completur, nisi per aduentum formæ ad neruum communem: & quod extensio formarum à superficie glacialis intra corpus glacialis, est secundum rectitudinem linearum rectorum radialium tantum: quoniam glacialis non recipit istas formas, nisi secundum uerticationem linearum radialium tantum.

2. *Crystallinus & uitreus humores perspicuitate differunt. Itaq; forma uisibilis refringitur in superficie uitrei humoris. 21 p 3.*

ET ultimum sentiens non comprehendit situs partium rei uisæ, nisi secundum suum situm in superficie rei uisæ. Et cum situs partium formæ inter se scilicet formæ peruenientis ad superficiem glacialis, sint situs partium superficiei rei uisæ inter se [per 18 n 1] & istæ formæ extendantur, sicut prædictum est: & cum omnia ista ita sint: uisio ergo non complebitur, nisi post aduentum formæ, quæ est in superficie glacialis, ad neruum communem, & situs partium eius secundum suum esse in superficie glacialis sine aliqua admixtione. Forma autem non peruenit à superficie glacialis ad neruum communem, nisi per extensionem eius in concauo nerui, super quem componitur oculus siue humor glacialis. Si ergo forma non perueniat in concauum istius nerui secundum suum esse in glaciali, neq; etiã perueniet ad neruum communem secundum suum esse. Forma autem non potest extendi à superficie glacialis ad concauum nerui secundum rectitudinem linearum rectorum, & conseruare situs partium secundum esse suum: quoniam omnes illæ lineæ concurrunt apud centrum uisus, & quando fuerint extensæ secundum rectitudinem, post centrum: conuertetur situs earum, & quod est dextrum, efficietur sinistrum, & è contrario, & superius inferius, & inferius superius. Si ergo forma fuerit extensa secundum rectitudinem linearum radialium, cõgregabitur apud centrum uisus, & efficietur quasi unum punctum. Et quia centrum uisus est in medio totius oculi, & ante locum gyrationis concaui nerui: si forma fuerit extensa à centro oculi, & ipsius unum punctum super unam lineam: perueniet ad locum gyrationis, & ipsius unum punctum: & sic non perueniet forma tota ad locum gyrationis: quia non nisi unum punctum, scilicet, quod est in extremitate axis pyramidis. Et si fuerit extensa secundum rectitudinem linearum radialium, & pertranferit per centrum: erit conuersa secundum conuersionem linearum se secantium, super quas extendebatur. Non potest ergo forma peruenire à superficie glacialis ad concauum nerui, ita ut situs partium sit secundum suum esse: non potest ergo forma peruenire à superficie glacialis ad concauum nerui, nisi secundum lineas refractas, secantes lineas radiales. Et cum ita sit, uisio ergo non complebitur, nisi postquam refracta fuerit forma, quæ peruenit à superficie glacialis, & extenditur super lineas secantes lineas radiales. Ita ergo refractione debet esse ante peruentum ad centrum: quoniam si fuerint refractæ post transitum centri, erunt conuersæ. Et iam declaratum est [18 n 1] quod ista forma pertranseat in corpore glacialis secundum rectitudinem linearum radialium: & cum non possit peruenire ad concauum nerui, nisi postquam refracta fuerit super lineas secantes lineas radiales: forma ergo non refringitur, nisi per transitum eius in corpore glacialis. Et iam prædictum est [4 n 1] in forma uisus, quod corpus glacialis est diuersæ diaphanitatis, & quod pars posterior eius, quæ dicitur humor uitreus, est diuersæ diaphanitatis à parte anteriore: & nullum corpus est in glaciali diuersæ formæ à forma corporis anterioris, præter corpus uitreum: & ex proprietate formarum lucis & coloris est, ut refringantur, quando occurrerint alij corpori diuersæ diaphanitatis à corpore primo. Formæ ergo non refringuntur, nisi apud peruentum earum ad humorem uitreum. Et istud corpus non fuit diuersæ diaphanitatis à corpore anterioris glacialis, nisi ut refringerentur formæ in ipso. Et debet superficies istius corporis antecedere centrum, ut refringantur formæ apud ipsum, antequam pertranseant centrum: & debet ista superficies esse consimilis ordinationis: quoniam si non fuerit consimilis ordinationis, apparebit forma monstruosa propter refractionem.

3. *Communis sectio crystallina & uitrea spherarum aut est plana: aut est pars spheræ maioris crystallina spheræ. Et habet centrum diuersum ab oculi centro. 23 p 3.*

Superficies autem consimilis ordinationis aut est plana, aut spherica. Et non potest ista superficies esse ex spherâ, cuius centrum est centrum uisus: quoniam si ita esset, essent lineæ radiales semper perpendiculares super ipsam: & sic extenderetur forma secundum rectitudinem earum, & non refringeretur. Neq; potest esse ex spherâ parua: quoniam, si fuerit ex spherâ parua, quando forma refringetur ab ea, & elongabitur ab ea, fiet monstruosa. Ita ergo superficies aut est plana, aut spherica è spherâ alicuius bonæ quantitatis: ita quod sphericitas cõmunis inter istud corpus uitrei & corpus anterioris glacialis, est superficies consimilis ordinationis antecedens centrum uisus. Et omnes formæ peruenientes in superficie glacialis, extenduntur in corpore glacialis secundum rectitudinem linearum radialium, quousq; perueniãt ad istam superficiem, & cum peruenierint ad superficiem istam: refringuntur apud ipsam secundum lineas consimilis ordinationis, secantes lineas radiales. Lineæ ergo radiales non

iuuant ad ordinationem formarum rerum uisibilium, nisi apud glaciale tantum: quoniam apud membrum istud principium est sensus. Et declaratum est in primo tractatu etiam [15.16.18 n] quod impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus cū imagine rei uisæ & paritate rei sentientis, nisi per istas lineas. Iste ergo lineæ non sunt, nisi instrumentū uisus, per quas completur comprehensio rerum uisarum secundum suum esse. Peruentus autem formarum ad ultimum sentiens, non indiget extensione secundum rectitudinem istarum linearum.

4. *Humor crystallinus lucem & colorem aliter recipit, quam cetera perspicua corpora.*

22 p 3. Idem 30 n 1.

ET receptio formarum in membro sentiente non est, sicut receptio formarum in corporibus diaphanis: quoniam membrū sentiens recipit istas formas, & sentit eas, & pertranseunt in eo propter suam diaphanitatem & uirtutem sensibilem, quæ est in eo. Recipit ergo istas formas secundum receptionem sensus. Corpora autem diaphana non recipiunt istas formas, nisi receptione, qua recipiunt ad reddendum, & non sentiunt ipsas. Et cum receptio corporis sentientis ab istis formis non sit sicut receptio corporum diaphanorum, non sentientium: extensio formarum in corpore sentiente non debet esse secundum uerticationes, quas corpora diaphana exigūt. Visus ergo non est appropriatus receptioni formarum ex uerticationibus linearū radialium tantum: nisi quia proprietas formarū est, ut extendatur in corporibus diaphanis super omnes uerticationes rectas. Et cum istæ formæ peruenerint ad membrum sentiens ordinatæ, & comprehendantur à membro sentiente ordinatæ: nihil remanebit post, indigēs istarum uerticationibus. Pars ergo anterior tantum glacialis est appropriata receptioni formarum ex uerticationibus linearum radialium: posterior autē pars, quæ est humor uitreus: & uirtus recipiens, quæ est in illo corpore, nō est appropriata cum suo sensu istarum formarum, nisi ad custodiendum eorum ordinationem tantum.

5. *Crystallinus & uitreus humores dissimiliter lucem & colorem recipiunt.* 22 p 3.

ET eū ita sit, qualitas ergo receptionis uitrei à formis non est sicut receptio corporis siue qualitas corporis anterioris glacialis: & uirtus recipiens, quæ est in uitreo, nō est uirtus recipiēs, quæ est in parte anteriori. Et cum qualitas receptionis uitrei à formis, non sit qualitas partis anterioris glacialis: refractione ergo formarum apud superficiem uitrei, non est nisi propter diuersitatem qualitatis receptionis sensus inter ista duo corpora. Formæ ergo refringuntur apud uitreum duabus de causis: quarum altera est diuersitas diaphanitatis duorum corporum: & altera diuersitas qualitatis receptionis sensus inter ista duo corpora. Et si diaphanitas ista duorum corporum esset consimilis: esset forma extensa in corpore uitreo secundum rectitudinem linearum radialium, propter consimilitudinem diaphanitatis: & esset refracta propter diuersitatem qualitatis sensus: & sic esset forma propter refractionem monstruosa, aut duæ formæ essent propter istā dispositionem. Et cum diuersitas diaphanitatis affirmet refractionem, & diuersitas qualitatis sensus affirmet illam refractionem aut obliquationem: erit forma post refractionem una forma. Et propter hoc diuersatur diaphanitas corporis uitrei, & diaphanitas corporis anterioris glacialis. Formæ ergo perueniūt ad uitreum ordinatæ, secundum ordinationem earum in superficie uisi: & recipit ipsas istud corpus, & sentit ipsas: deinde refringitur forma propter diuersitatem diaphanitatis, & diuersitatem sensus istius corporis, & sic peruenit forma secundum dispositionem suam: deinde extenditur iste sensus, & istæ formæ per hoc corpus, quousq; perueniat iste sensus, & istæ formæ ad ultimum sentiens: & erit extensio sensus & extensio formæ in corpore uitreo, & in corpore sentiente extenso in concauo nerui, ad ultimum sentiens, sicut extensio sensus tactus & sensus doloris ad ultimum sentiens: sensus autem tactus & sensus doloris non extenduntur à membris, nisi in filis neruorum, & in spiritu extenso secundum ista fila.

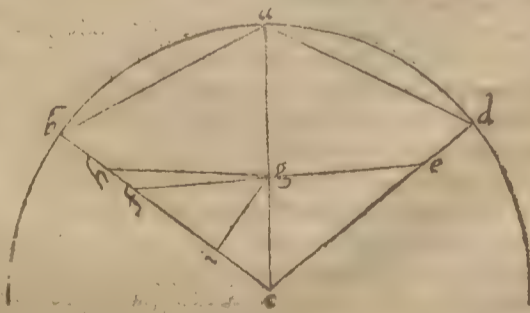
6. *Humor uitreus & spiritus uisibilis eadem ferè perspicuitate pradi sunt.* 22 p 3.

ET formæ rerum uisibilium quādo peruenerint in corpus humoris uitrei, extendetur sensus ab illo membro in corpus sentiens, extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri: & secundum extensionem sensus, extenduntur formæ ordinatæ secundum suam dispositionem: quoniam corpus sentiens naturaliter seruat ordinationem istarum formarum. Et ista ordinatio conseruatur in corpore sentiente: quoniam ordinatio partium corporis sentientis, recipientium partes formarum, & ordinatio uirtutis recipientis, quæ est in partibus corporis recipientis, est in corpore uitrei, & in omni corpore subtili extenso in concauo nerui, ordinatio consimilis. Et cum ita sit, quādo forma peruenit ad quodlibet punctum superficiem uitrei, currit in uerticatione continua, & non alterabitur eius situs in concauitate nerui, in quo extenditur corpus sentiens: & erunt omnes uerticationes istæ, per quas currunt omnia puncta, quæ sunt in forma, consimilis ordinationis inter se: & erunt omnes istæ uerticationes gyrantes apud gyrationem nerui: & erunt apud gyrationem ordinatæ secundum suam ordinationem ante gyrationem, & post, propter qualitatem sensus istius corporis: & sic perueniet forma ad neruum communem secundum suam dispositionem. Et non est possibile, ut sit extensio formarum uisibilium usq; ad ultimum sentiens, nisi secundum hunc modum: quoniam nō est possibile, ut formæ perueniant ad neruum communem secundum suum esse, nisi sit extensio earum secundum hunc modum. Et cum formæ extenduntur

duntur secundum istam ordinationem, oportet, ut forma perueniens ad quodlibet punctum superficiei glacialis, semper extendatur super eandem uerticationem ad idem punctum loci nerui communis, ad quod peruenit forma: sed tamē forma perueniens ad quodlibet punctum superficiei glacialis, peruenit semper ad idem punctum superficiei uitrei. Et sequitur ex hoc, ut ex omnibus duobus punctis consimilis situs in respectu duorum oculorum, extendantur duæ formæ ad idem punctum in neruo communi: & etiam sequitur ex hoc, ut corpus sentiens, quod est in cōcauo nerui, sit aliquantulum diaphanum, ut appareant in eo formæ lucis & coloris. Et etiam sequitur, ut sit eius diaphanitas similis diaphanitati humoris uitrei, ut nō refringantur formæ apud peruentum earum ad ultimam superficiem uitrei, uicinantem concauo nerui: quoniam quando diaphanitas duorum corporum fuerit consimilis, non refringentur formæ. Et non est possibile, ut formæ refringantur apud istam superficiem: quoniam ista superficies est spherica. Si autem formæ refringerentur ab ista superficie, non elongarentur ab ea, nisi modicum, & fierent statim monstruosæ. Refractio ergo formarum non potest esse apud istam superficiem. Et cum diaphanitas corporis sentientis, quod est in concauo nerui, non sit diuersa à diaphanitate humoris uitrei: non faciet contingere ista diuersitas aliquam diuersitatem in forma. Et quamuis forma extendatur cum extensione sensus: diaphanitas tamen corporis sentientis, quod est in concauo nerui, nō est diuersa à diaphanitate corporis uitrei. Diaphanitas autem ista istius corporis non est, nisi ut extendantur formæ in eo secundum uerticationes, quas exigit diaphanitas, & ut recipiat formas lucis & coloris, & ut appareat in eo: quoniam corpus non recipit lucem & colorem, neque pertranseunt in eo formæ lucis & coloris, nisi sit diaphanum, aut fuerit in eo aliquid diaphanitatis. Et nō apparet lux & color in corpore diaphano, nisi sit in eius diaphanitate aliquid spissitudinis: & propter hoc non est glacialis in fine diaphanitatis, neque in fine spissitudinis. Corpus ergo sentiens, quod est in concauo nerui, est diaphanum, & in eo est in super aliquid spissitudinis. Forma autem pertransit in isto corpore cū eo, quod est in eo de diaphanitate: & apparent in eo formæ uirtuti sensitivæ cū eo, quod est in eo de spissitudine. Et sentiens ultimum non comprehendit formas lucis & coloris, nisi ex formis peruenientibus ad istud corpus, apud peruentum earum ad neruum communem: & comprehendit lucem ex illuminatione istius corporis, & colorem ex coloratione. Secundum ergo hunc modum erit peruentus formarum ad ultimum sentiens, & comprehensio ultimi sentientis quò ad illas.

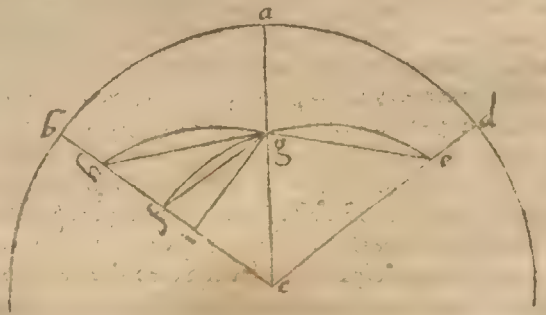
7. *Axis pyramidis optica solus ad perpendicularum est cōmuni sectioni crystallina & uitrea: spherarum. 24 p 3.*

ET postquam declaratum est, quòd formæ refringantur apud superficiem uitrei: dicamus quòd axis pyramidis radialis nō potest esse declinans super istam superficiem, neque potest esse alia linea perpendicularis super ipsam. Quoniam si axis fuerit declinans super istam superficiem, quando formæ peruenirent ad istam superficiem, diuersificarentur in ordinatione, & mutarentur ipsarum dispositiones. Formæ autem non possunt peruenire in superficiem uitrei secundum suum esse, nisi fuerit axis pyramidis super istam superficiem perpendicularis. Quoniam quādo uisus fuerit oppositus alicui rei uisæ, & peruenierit axis radialis super istam superficiem istius rei uisæ: perueniet forma illius rei uisæ in superficiem glacialis ordinata secundum ordinationem partium superficiei rei uisæ, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatem axis superficiei rei uisæ, ad punctum, quod est super axem in superficie glacialis [per 18 n 1] & peruenient formæ omnium punctorum superficiei rei uisæ, quorū remotio à puncto, quod est apud extremitatē axis, est æqualis, ad puncta formarum, quæ sunt in superficie glacialis, quorum remotio à puncto, quod est super axem, æqualis est: quoniam omnia puncta peruenientia ad superficiem glacialis, sunt super lineas radiales extensas à centro uisus ad superficiem uisus, & axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialis. Omnes ergo superficies planæ exeuntes ab axe, & secantes superficiem glacialis, erunt [per 18 p 11] perpendiculares super istam superficiem. Et iam declaratum est [3 n] quòd superficies humoris uitrei, aut est plana, aut est spherica, & centrum eius non est centrum uisus. Si ergo axis radialis est declinans super istam superficiem, & nō est perpendicularis super ipsam: non exhibit ab axe superficies plana perpendicularis super istam superficiem, nisi una superficies tantum, & omnes superficies residuæ exeuntes ab axe erunt declinantes super ipsam: quoniam hæc est proprietas linearū declinantium super superficies planas & sphericas. Imaginemur igitur superficiem a b c d, exeuntem ab axe a c, & perpendiculariter super superficiem uitrei f g e extendi: secabit ergo superficiem uitrei & superficiem glacialis, & signabit in eis duas differentias communes: in glaciali quidem b d, in uitreo uerò e f: & imaginemur super differentiam communem, quæ est communis huic superficiei & superficiei glacialis, duo puncta b, d: & sint remota à puncto a, quod est super axem, æqualiter: & imaginemur duas lineas exeuntes à centro glacialis, quod est c, usque ad ista duo puncta b, d, & sint c b, c d. Erunt ergo [per 1 p 11] hæc duæ



c 2 lineæ

lineæ cū axe a c in superficie cōmuni a b c d perpendiculari super superficiem uitrei e g f: quoniam duo puncta b, d, & punctū centri c sunt in ista superficie: & erunt [per 8 p 1 ductis rectis a b, a d] duo anguli, qui fiunt ex istis duabus lineis & axe, scilicet anguli a c b, a c d, æquales: & sint istæ duæ lineæ c b, c d secantes differentiā cōmunē, quæ est in superficie uitrei, super duobus punctis e, f: & similiter axis secet differentiā istam cōmunē super punctum g, interiectum inter illa duo puncta e, f. Si ergo superficies uitrei est plana, erit [per 3 p 11] differentiā cōmunis lineā rectā: Et si axis a c fuerit declinans super superficiem uitrei, & fuerit superficies, quæ fecit differentiā cōmunē, perpendicularis super istam superficiem: erit etiā axis a c declinans super cōmunem differentiā, super lineam e f: eruntq; duo anguli e g c, f g c inæquales: quoniam si axis a c esset perpendicularis super cōmunē differentiā e f, esset perpendicularis super superficiē uitrei [per 4 d 11] & duo anguli e g c, f g c æquales. Sed cū hi duo prædicti anguli sint inæquales, & duo anguli e c g, f c g, qui sunt apud centrū glacialis c, quod est extremitas axis a c, sint æquales: erūt e g & g f duæ partes lineæ e f, quæ est differentiā cōmunis, inæquales [Quia enim trianguli c e f latera c e, c f sunt inæqualia (secus axis a c esset perpendicularis ad f e per 4 p. 10 d 1, cōtra hypothesim) ideo maius c e: factōq; ipsi c e æquali c h, ducatur g h recta, quæ per constructionē & 4 p 1 erit æqualis ipsi g e: ductaq; ex g perpendiculari g i super h e: erit per 16 p 1 angulus g f h obtusus: itaq; p 19 p 1 latus h g, id est e g, erit maius latere f g.] Ergo erunt duo puncta e, f extremitatū ipsius, diuersæ distantie à puncto g existente super axem in illa lineā. Et ista duo puncta sunt illa, ad quæ perueniunt formæ duorū punctorum superficiē glacialis, quæ sunt æqualiter distantia ab axe a c: quoniam sunt apud duas extremitates duarū linearū radialium transcurrentiū per ista duo puncta. Et punctū g, quod est super axē a c ex superficie uitrei, est illud, ad quod peruenit forma puncti a, quod est super axem ex superficie glacialis. Et cū axis a c fuerit declinans super superficiē uitrei, & superficies uitrei fuerit plana: tunc quando duo puncta, (quorū forma perueniunt in superficie glacialis, & quorū distantia à puncto a, quod est super axem, est æqualis, & quæ sunt in superficie perpendiculari super superficiē uitrei) peruenierint ad superficiē uitrei, erit distantia eorū à puncto g ueniente super axem, distantia inæqualis. Et quādo axis fuerit declinans super superficiē uitrei, & fuerit superficies uitrei plana: tūc differentiā cōmunis, quæ fit à quolibet superficie exeunte ab axe, & secante superficiē uitrei, continebit cū axe duos angulos inæquales, præter unā superficiem tantum: & est illa, quæ secat superficiē perpendicularem super uitreum: quoniam differentiā cōmunis eius continebit cum axe duos angulos rectos, & erit axis declinans super differentias communes omnium superficieum residuarum. Et cū duo anguli prædicti fuerint inæquales, & fuerint duo anguli, respicientes duas partes differentiæ cōmunis, scilicet anguli, qui sunt apud centrum superficiē glacialis, æquales: erunt duæ partes differentiæ cōmunis, quæ est in superficie uitrei, inæquales: & erunt duo puncta quæ sunt extremitates istius differentiæ cōmunis, diuersæ distantie à puncto quod est super axem: duæ autē partes differentiæ cōmunis, quæ sunt in superficie glacialis, erūt æquales: & erunt duo puncta quæ sunt in extremitate istius differentiæ cōmunis, æqualis distantie à puncto, quod est super axem in superficie glacialis. Et cum ita sit, quādo forma peruenierit à superficie glacialis ad superficiem uitrei, erit ordinatio eius non secundū suum esse in superficie glacialis, neq; secundū suū esse in superficie rei uisæ. Et similiter declarabitur etiā quando superficies uitrei fuerit spherica, & fuerit axis declinans super ipsam: quoniam puncta, quæ sunt in superficie glacialis, quorū distantia ab axe est æqualis, quando peruenierint ad superficiē uitrei, distabunt inæqualiter à puncto axis. Quoniam quando axis non fuerit perpendicularis super superficiem uitrei, & superficies uitrea fuerit spherica, non pertransibit axis iste per centrū uitrei, & pertransibit per centrum superficiē glacialis. Lineæ ergo, quæ exeunt à cetro glacialis ad puncta, quorū distantia à puncto axis in superficie glacialis est æqualis, continent cum axe apud centrū glacialis angulos æquales. Et cum ita sit, & centrum glacialis non sit centrum uitrei [per 10 n 1] istæ lineæ distinguunt ex superficie uitrei arcus inæquales: & nullæ lineæ cōtinentes cum axe angulos rectos, & existentes cum axe in eadē superficie, distinguunt ex superficie uitrei arcus æquales, nisi duæ lineæ tantū: & sunt illæ, quæ sunt in superficie secante superficiē perpendicularem super superficiem uitrei. Cum ergo axis fuerit declinans super superficiem uitrei: formæ peruenientes in superficie uitrei, erūt diuersæ ordinationis, siue sit ista superficies plana, siue spherica: & cum axis fuerit perpendicularis super superficiem uitrei, erit perpendicularis super omnes differentias cōmunes: & quælibet duæ lineæ exeuntes à centro glacialis, quod est punctum in axe, continebunt angulos rectos, & distinguunt ex differentiā cōmuni, quæ est in superficie uitrei, duas partes æquales: & erit distantia duorum punctorum, quæ sunt extremitates duarum partium æqualium à puncto, quod est super axem in superficie uitrei, æqualis, siue sit superficies uitrei plana, siue spherica. Secundum ergo dispositiones omnes non peruenit forma ad superficiem uitrei, & situs partium eius secundum esse suum in superficie uisus, nisi axis perpendicularis sit super superficiem uitrei, & sentiens nō sentit formam, nisi secundum esse suum apud



apud eius peruentum ad se, & sentiens comprehendit ordinationem partium rei uisæ secundum suum esse in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut formæ perueniât in superficiem uitrei, nisi sit ordinatio partium suarum secundum suum esse. Non est ergo possibile, ut axis radialis sit declinans super superficiem uitrei: erit ergo perpendicularis. Omnes ergo lineæ radiales residuæ erunt obliquatæ super superficiem istam, siue sit plana, siue sit spherica, quoniam secant axem super centrum glacialis. Nulla ergo istarum linearum transit per centrum superficiei uitrei, si fuerit spherica, nisi axis tantum, quoniam est perpendicularis super ipsam, & quia cætrum superficiei glacialis non est centrum superficiei uitrei.

8. *Visio per axem pyramidis optica certissima est: per aliam lineam tantò certior, quanto ipsa axi propinquior fuerit. 43 p 3.*

ET quoniam declaratum est [2 n] quòd formæ peruenientes in superficiem glacialis, nõ perueniunt ad concuum nerui, nisi postquam fuerint refractæ, & non est refractionis earum, nisi apud superficiem uitrei, & axis est perpendicularis super istam superficiem, & omnes lineæ radiales residuæ sunt obliquatæ super istam superficiem: quãdo formæ peruenerint ad superficiem uitrei, refringetur omnia puncta, quæ sunt in ea, præter punctum axis: quoniam iste punctus extenditur secundum rectitudinem axis, quousq; perueniat ad locum gyrationis concavi nerui [per 17 n] Nulla ergo forma perueniens ad superficiem glacialis extenditur ad concuum nerui secundum rectitudinem, nisi punctum axis tantum, & omnia puncta residua perueniunt ad concuum nerui secundum lineas refractas. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam, & illa res uisa fuerit opposita medio uisus, & fuerit axis intra pyramidem radialem continentem illam rem uisam: forma illius rei uisæ perueniet ad superficiem glacialis secundum rectitudinem linearum radialium: deinde extenduntur formæ ab ista superficie secundum rectitudinem linearum radialium etiam, quousque perueniant ad superficiem uitrei: deinde punctum axis extendetur ab ista superficie secundum rectitudinem axis, quousq; perueniat ad locum gyrationis concavi nerui, & omnia puncta residua refringuntur super lineas secantes lineas radiales, & consimilis ordinationis, quousq; perueniant ad locum gyrationis concavi nerui. Perueniet ergo forma in illum locum ordinata secundum suum ordinem in superficie glacialis, & ordinata secundum suam ordinationem in superficie rei uisæ. Sed dispositio formarum obliquatarum non est sicut dispositio formarum extensarum rectè, quoniam obliquatio alterabit ipsas aliqua alteratione necessariò. Sequitur ergo de ista dispositione, ut punctum perueniens ad locum gyrationis concavi nerui, quod extendebatur secundum rectitudinem axis, sit magis uerificatum omnibus punctis formarum.

9. *Radius pyramidis opticae obliquus, axi propior ad minores angulos refringitur, remotior ad maiores: & duo equaliter remoti, ad aequales. 36 p 3.*

ET etiam refractionis punctorum peruenientium in superficiem refractionis propinquiorum puncto axis, est minor, & remotiorum, maior: quoniam refractionis non est, nisi secundum angulos, qui fiunt ex lineis, super quas formæ ueniunt, & ex perpendicularibus, quæ sunt super superficiem refractionis: & linearum continentium cum perpendicularibus angulos minores, erit refractionis secundum angulos minores: & linearum continentium cum perpendicularibus angulos maiores, erit refractionis secundum angulos maiores. Et lineæ propinquiores axi minus declinant super superficiem refractionis, & sic continent cum perpendicularibus, quæ sunt super superficiem refractionis, angulos minores: & illæ, quæ sunt remotiores ab axe, magis declinât super superficiem refractionis, & sic continent cum perpendicularibus angulos maiores. Et formæ, quorum refractionis est minor, magis manifestantur, & quarum refractionis est maior, minus. Punctum ergo, quod est super axem, perueniens ad locum gyrationis nerui concavi, est manifestius omnibus alijs punctis residuis, & quod est propinquum illi, est manifestius remotiore ab illo. Et istæ formæ sunt, quæ extenduntur ad neruum communem, & ex illis comprehendit ultimum sentiens formam rei uisæ. Et cum ista forma perueniens ad locum gyrationis concavi nerui: sit diuersæ dispositionis, scilicet quòd punctum axis est manifestius omnibus punctis residuis, & quod est propinquius illi, est remotiore manifestius: forma ergo perueniens in neruo communi, ex qua comprehendit uirtus sensitua formatam rei uisæ, erit diuersæ dispositionis, & punctum eius respondens puncto axis in superficie rei uisæ, erit manifestius omnibus punctis residuis formæ, & huic propinquius, manifestius remotiore. Et si inducantur dispositiones rerum uisarum, & distinguatur qualitas comprehensionis uisus à rebus uisis, quas comprehenderit uisus simul, & qualitas comprehensionis uisus à partibus unius rei uisæ: inuenientur conuenientes omnino in hoc, quod declarauimus. Quoniam aspiciens quando in eodem tempore fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, & non mouerit ipsum: inueniet rem uisam oppositam medio sui uisus manifestiorem illis, quæ sunt à parte laterum illius medij, & quæ est propinquior medio, erit manifestior. Et similiter quando inspiciens inspexerit rem uisam magnam, & uisus eius fuerit oppositus medio illius rei uisæ, & fuerit quietus, comprehendet medium illius rei uisæ manifestius istius rei uisæ extremitatibus. Et hoc manifestabitur bene, quando fuerint multa uisibilia sibi propinqua, & aspiciens fuerit oppositus uni illorum, quod erit medium inter illa uisibilia quieto uisu: quoniam tunc comprehendet comprehensione manifesta illud medium, & simul etiam comprehendet illa, quæ sunt in lateribus illius, sed non manifestè. Et

hoc manifestatur magis, quando spatium, super quod sunt illa uisibilia, fuerit longum, quonia tunc erit inter comprehensionem medij, & comprehensionem extremitatum magna diuersitas. Deinde si hec species motus mouerit uisum in aspiciente, & fuerit oppositus alij rei uisæ, præter illam rem uisam, quæ antè erat opposita: comprehendet istam secundam rem uisam comprehensione manifesta, primam autem comprehendet comprehensione debili: & si fuerit oppositus extremitati, & intueatur ipsam: comprehendet ipsam comprehensione manifestiore, quam in comprehensione primæ dispositionis secundum eius remotionem ab eò, & simul comprehendet medium comprehensione debili, quamuis sit propinquius: & erit inter comprehensionem medij, dum opponitur medio, diuersitas sensibilis. Manifestabitur ergo ex hac experimèntatione, quòd uisio per medium uisus, & per axem, quem definiuimus, est manifestior uisione per extremitates, & per lineas continentes axem. Declaratum est ergo, quòd uisio erit per axem pyramidis radialis manifestior, quàm uisio per omnes lineas radiales, & quòd uisio per propinquiores axi, est manifestior, quàm per remotiores.

10. *Visibile percipitur aut solo uisu: aut uisu & syllogismo: aut uisu & anticipat a notione. In hypothe. 3 lib. in præfa. 4 lib. 59. 60 p 3.*

Sensus autè uisus nihil comprehendit de rebus uisibilibus nisi in corpore: in corpore uerò res multæ congregantur, & accidunt ei multæ res, & uisus comprehendit de corporibus multas res, quæ sunt in eis, & quæ accidunt illis. Et color est animum eorum, quæ accidunt corporibus, & similiter lux, & sensus uisus comprehendit utrumque istorum in corporibus: & comprehendit etiam alias res præter istas duas, sicut figuram, & situm, & magnitudinem, & motum, & alia, quæ nos distinguemus post: & comprehendit etiam similitudinem colorum, & diuersitatem eorum, & similitudinem lucis, & diuersitatem eius: & similiter etiam comprehendit consimilitudinem figurarum, & situum, & motuum. Et comprehensio omnium istorum nõ est secundum unum modum, neq; comprehensio cuiuslibet istorum est solo sensu. Quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua in eodem tempore, & fuerint consimilia in forma, comprehendit indiuidua, & comprehendit similia. Sed similitudo duarum formarum in duobus indiuiduis non sunt ipsæ formæ ambæ, nec una illarum. Et cum uisus comprehendit indiuidua ex formis peruenientibus ad ipsum ex duobus indiuiduis, ipse comprehendit consimilitudinem duorum indiuiduorum ex similitudine duarum formarum peruenientium à forma ad uisum: & consimilitudo duarum formarum nõ sunt ipsæ formæ, neque tertia forma propria consimilitudini: sed consimilitudo duarum formarum est conuenientia illarum in aliquo. Non ergo comprehendetur duarum formarum similitudo, nisi ex comparatione unius ad alteram, & ex comprehensione istius, in quo sunt consimiles. Et quia uisus comprehendit similitudinem, & non est ia eo tertia forma, ex qua comprehendit similitudinem: uisus ergo non comprehendit similitudinem duarum formarum, nisi ex comparatione unius ad alteram. Et cum ita sit, comprehensio ergo sensus uisus à consimilitudine formarum, & diuersitate illarum, non est per sola sensum, sed per comparationem formarum inter se. Et etiam quando uisus comprehendit duos colores unius generis, & fuerit unus illorum fortior altero, sicut uiridem myrti & uiridem leuistici: comprehendet, quòd sunt uirides, & comprehendet etiam quòd alter illorum est fortior uiriditatis, & distinguet inter duas uiriditates, & comprehendet consimilitudinem illorum in uiriditate, & diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: sed distinctio inter duas uiriditates non est ipse sensus uiriditatis, quoniam sensus uiriditatis est ex uiridificatione uisus ab utraq; uiriditate: & comprehendet, quòd sunt unius generis. Comprehensio ergo uisus, quòd altera uiriditas est fortior altera, & quòd duæ sunt unius generis, est distinctio colorationis, quæ est in uisu, non ipse sensus coloris. Et similiter, quado duo colores similes in fortitudine fuerint unius generis, uisus comprehendit duos colores, & comprehendit quòd unius generis sunt, & quòd sunt consimiles in fortitudine. Et similiter est dispositio lucis apud uisum, quoniam uisus comprehendit lucem, & distinguit inter lucem fortem & debilem. Comprehensio ergo uisus quò ad consimilitudinem colorum, & diuersitatem eorum, & consimilitudinem lucis & diuersitatem eius, & consimilitudinem lineationum formarum rerum uisibilium, & figuræ, & situs earum, & diuersitates earum, non est, nisi ex comparatione illarum inter se, non solo sensu. Et etiam sensus uisus comprehendit diaphanitatem corporum diaphanorum, & diaphanitatem corporum, quæ sunt in fine diaphanitatis: sed non comprehendit diaphanitatem talem alia ratione, nisi per comparationem: quoniam lapides diaphani, quorum diaphanitas est modica, nõ comprehenduntur à uisu esse diaphani, nisi postquam fuerint oppositi luci, & comprehendatur lux à posteriori eorum: & comprehenduntur, quòd sunt diaphani. Et similiter diaphanitas cuiuslibet corporis diaphani, non comprehenditur à uisu, nisi postquam comprehensum fuerit corpus aut lux, quæ est à posteriori eius, & comprehendatur insuper per distinctionem, quòd illud, quod appareat à posteriori, est diuersum à corpore diaphano: comprehensio autem eius, quòd illud, quod est à posteriori corporis diaphani, est diuersum ab illo corpore, non est comprehensio solo sensu, sed est comprehensio per rationem. Et cum diaphanitas non comprehendatur nisi per signationem, ergo non comprehendetur, nisi distinctione & ratione. Et etiam scriptura non comprehenditur, nisi ex distinctione formarum literarum, & compositione illarum, & comparatione illarum ex sibi similibus, quæ sunt notæ scriptori antè. Et similiter multæ res uisibiles, quando considerabitur quali-

tas comprehensionis illarum, non comprehenduntur solo sensu, sed ratione & distinctione. Et cum ita sit, non ergo omne, quod comprehenditur à uisu, comprehenditur solo sensu: sed multae intentiones uisibiles comprehenduntur per rationem & distinctionem cum sensu formæ uisæ. Visus autem non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua distinguit istas res: attamen distinctio uirtutis distinctiuae in istis rebus uisibilibus non est, nisi mediante uisu. Et etiam uisus comprehendit multas res uisas per cognitionem, & cognoscit hominem esse hominem, & equum equum, & Socratem esse Socratem, quando uiderit illum prius: & cognoscit animalia sibi assueta, & arbores, & plantas, & lapides, quando prius uiderit ipsa, & consimilia. Et cognoscit omnes intentiones in rebus uisibilibus sibi assueta. Et non cõprehendit uisus quidditatẽ alicuius rei, nisi per cognitionem. Cognition autẽ non est comprehensio solo sensu, quoniã uisus nõ cognoscit omne, quod uidit prius. Et cum uisus comprehenderit aliquod indiuiduum, & postea separabitur ab illo longo tempore, & pòt uiderit ipsum: & non fuerit memor ipsius: non cognoscet ipsum: quoniam non cognoscit illud, quod cognouit, nisi quando fuerit memor. Si ergo cognitio esset comprehensio solo sensu: oporteret, quãdo uideret uisus aliquod indiuiduũ, quod prius uidit, quod statim cognosceret ipsum in secunda uisione secundum omnes dispositiones: sed non est ita. Et cum cognitio nõ sit nisi per rememorationem: cognitio ergo non est comprehensio solo sensu.

11. *Visio per anticipatam notionem fit quodammodo per syllogismum. 63 p 3.*

Comprehensio autem per cognitionem est comprehensio per aliquem modorum ratiocinationis, quoniam cognitio est comprehensio consimilitudinis duarum formarum, scilicet formæ quam comprehendit uisus apud cognitionem, & formæ illius rei uisæ uel sibi similis, quã comprehendebat in prima uice: & propter hoc nõ erit cognitio nisi per rememorationẽ. Quoniam si prima forma non fuerit præsens memoriẽ, non comprehendet uisus similitudinem duarum formarum, & sic non cognoscit rem uisam. Cognition autem est formæ alicuius rei indiuiduæ, & formæ speciei. Cognition ergo indiuidui est ex assimilatione formæ indiuidui, quam comprehendit uisus apud cognitionem indiuidui, alij formæ, quam prius comprehendebat. Et cognitio speciei est ex assimilatione formæ rei uisæ ad alias formas similes indiuiduis suæ speciei, quæ prius cõprehendebat. Et comprehensio similitudinis est comprehensio per rationem, quoniam non est, nisi ex comparatione unius formæ ad alteram. Cognition ergo non est, nisi modus rationis. Sed ista ratio distinguitur ab omnibus rationibus: quoniam cognitio non erit per inductionem omnium intentionum, quæ sunt in forma, sed per signa. Cum ergo uisus comprehendit aliquam intentionum, quæ sunt in forma, & fuerit memor primæ formæ, statim cognoscet formam, & non est ita omne, quod comprehendit per rationem: quoniam plura eorum, quæ comprehenduntur per rationem, non comprehenduntur, nisi post inductionem omnium intentionum, quæ sunt in eis. Quoniã scriptor quando momento aspexit formam a b c, statim comprehendet, quod est a b c. ex apprehensione ergo eius, quod a est præcedens, & c est ultimum, comprehendet, quod est a b c. Et similiter si uiderit (DOMINVS) scriptum, statim comprehendet ipsum per cognitionem & consuetudinem: & similiter omnes dispositiones sibi assueta, quando scriptor uiderit ipsas, statim comprehendet sine indigentia distinctionis unius ab altera: & non est ita, si scriptor inspexit dictionem extraneam scriptam, quam antè non uidit, quoniam scriptor non comprehendet istam dictionem, nisi postquam distinxerit eius literas, & pòt comprehendet dictionem. Omnis ergo forma, quam prius non uidit uisus, neq; similem illi, quando comprehenditur à uisu, non comprehendet uisus, quod est illa forma, nisi postquam distinxerit omnes illas intentiones illius formæ, aut plures illarum. Forma autem consuetata comprehenditur à uisu statim comprehensione quarundam intentionum, quæ sunt in illa forma. Illud ergo quod comprehenditur per cognitionem, comprehenditur per signum: & non omne quod comprehenditur per rationem, comprehenditur per signum. Et plures intentiones uisibilibus non comprehenduntur nisi per cognitionem. Et non comprehenditur quidditas alicuius rei uisæ, neque alicuius rei sensibilis alio sensu, nisi per cognitionem. Et uirtus cognitionis est coniuncta uirtuti sensus: & nõ completur comprehensio uisibilibus, nisi per cognitionem. Cognition autem non est solo sensu. Intentiones ergo quæ comprehenduntur à sensu uisu quædam comprehenduntur solo sensu, quædam per cognitionem, quædam per rationem & distinctionem.

12. *Visio per syllogismum, fit plerumq; breui tempore. 69 p 3.*

ET plures intentiones uisibilibus, quæ comprehenduntur per rationem & distinctionem, comprehenduntur in tempore ualde paruo, & non apparet, quod comprehensio earum fit per rationem & distinctionem, propter uelocitatem rationis, per quam comprehenduntur istæ intentiones. Quoniam figura, & magnitudo, & diaphanitas corporis, & similia, ex intentionibus, quæ sunt in rebus uisibilibus, comprehenduntur in maiori parte comprehensione ualde ueloci, & nõ comprehenditur tunc, quod comprehensio earum fit per rationem. Et cum comprehensio istarum intentionum est per rationem, non est, nisi per manifestationem positionum illarum, & per consuetudinem uirtutis distinctiuae ad istas intentiones. Apud peruentum ergo illius formæ comprehendit omnes intentiones, quæ sunt in ea, & sic distinguuntur ab eo apud comprehensio

nem. Et similiter in argumentatione & omnibus rationibus, quarum propositiones sunt uniuersales & manifestæ, non indiget uirtus distinctiua aliquanto tempore in comprehendendo illarum conclusiones, sed apud intellectum statim propositionis intelligitur conclusio. Et causa in hoc est, quod uirtus distinctiua non arguit per compositionem & ordinationem propositionis, sicut componitur argumentatio per uocabula. Quoniam argumentum, quod concludit, erit secundum uerbum, & secundum ordinationem propositionum: argumentum autem uirtutis distinctiue non est ita, quoniam uirtus distinctiua comprehendit conclusionem sine indigentia in uerbis, & sine indigentia ordinationis propositionum, & ordinationis uerborum: quoniam ordinatio uerborum argumenti non est, nisi modus qualitatis comprehensionis uirtutis distinctiue à conclusione. Sed comprehensio uirtutis distinctiue ad conclusionem non indiget modo qualitatis, nec ordine qualitatis comprehensionis. Intentiones ergo uisibiles, quæ comprehenduntur à ratione, comprehenduntur ut plurimum, ualde uelociter, & non apparet in maiori parte, si comprehensio earum sit in ratione. Et etiam intentiones uisibiles, quæ comprehenduntur per rationem & distinctionem, quoniam multoties comprehenduntur per rationem, & intelligit uirtus distinctiua intentiones earum: si post uiderit ipsas, comprehendet eas per cognitionem sine indigentia distinctionis omnium intentionum, quæ sunt in secundis, sed per signa tantum, & distinguet illam conclusionem per cognitionem sine indigentia argumentationis alicuius iterandæ: & est exemplum in eod scriptore, qui primo uidet uerbum extraneum. Et similiter sunt omnes intentiones, quæ comprehenduntur per rationem, quando propositiones earum fuerint manifestæ, & conclusiones fuerint ueræ. Quoniam quando anima intellexerit conclusionem esse ueram, deinde multoties uenerit in animam: erit conclusio quasi propositio manifesta: & sic, quando anima uiderit propositionem, statim intelliget conclusionem sine indigentia argumentationis iterandæ. Et plures intentiones, quas non comprehendit uirtus distinctiua, quod sint ueræ, nisi per rationem, putantur quod sint propositiones primæ, & quod non comprehendantur, nisi per naturam & intellectum, non per rationem: uerbi gratia, quod totum sit maius sua parte, putatur quod natura intellectus iudicet quod sit uerum, & quod comprehensio ueritatis ipsius non est per rationem. Sed totum est maius sua parte, non comprehendet prius, nisi per rationem, quoniam distinctio non habet uiam ad comprehendendum, quod totum sit maius sua parte, nisi postquam intellexerit intentiones totius & partis, & intentionem maioritatis & minoritatis: quoniam si non intellexerit intentionem partium, non intelliget intentionem totius. Intentio autem totius non est nisi communitas, & intentio partis, nisi aliquiditas, & maioritas est relatio ad alterum, & intentio maioris est illud, quod est æquale alij, & plus. Et probatio quod omne totum est maius sua parte, est quod confertur ei cum quadam æquiualentia, & addit super ipsam cum residuo, quod est plus scilicet: & ex conuenientia intentionis maioris cum intentione totius: & argumentatione apparet, quod totum sit maius sua parte. Et cum comprehensio huius propositionis, quod totum sit maius sua parte, non sit nisi per istam uiam: comprehensio ergo eius non est, nisi per rationem, non per naturam intellectus: & illud, quod est in natura intellectus, non est nisi comprehensio conuenientie intentionis totius, & intentionis maioris, & in augmentatione tantum. Et ordinatio istius syllogismi est ita: omne totum addit super partem: & omne addens super aliud, est maius ipso: ergo omne totum est maius sua parte. Et uelocitas comprehensionis uirtutis distinctiue circa conclusionem, non est, nisi quia propositio uniuersalis est manifesta ex comprehensione uirtutis distinctiue: sed comprehensio, quod totum est maius parte, est per rationem. Et quia propositio uniuersalis est ei manifesta, comprehendet conclusionem apud euentum propositionis minoris particularis, & propositio particularis est additio intentionis totius super partem. Et quia ueritas conclusionis istius syllogismi est certissima in anima, & præsens in memoria: quando ueniet propositio ad ipsum, recipit ipsam intellectus sine indigentia argumentationis iterandæ, sed per cognitionem tantum. Et omne, quod est istius generis, uocatur ab hominibus propositio prima: & putatur, quod comprehendatur solo intellectu, & quod non indigeatur in comprehensione ueritatis circa ipsum, nisi solo intellectu. Et causa illius est, quod comprehenditur statim. Syllogismi ergo, quorum propositiones sunt uniuersales & manifestæ, comprehenduntur in tempore insensibili: deinde quando syllogizatur toties, ut ueritas conclusionis certificetur in anima, tunc efficietur conclusio quasi propositio manifesta. Et secundum hunc modum erit comprehensio uirtutis distinctiue ad plures intentiones, quæ comprehenduntur ratione in tempore insensibili, sine indigentia argumentationis iterandæ.

23. *Visio per anticipatam notionem fit in tempore: & qualitas eius plerunque ignoratur.*
64.69 p 3.

Et etiam multoties non apparet qualitas comprehensionis intentionum uisibilium, quæ comprehenduntur ratione & cognitione, quoniam comprehensio earum non fit ualde uelociter, & quia comprehensio qualitatis comprehensionis non est, nisi per secundum argumentum post primum argumentum, per quod fuit uisio. Virtus autem distinctiua non utitur isto secundo argumento, in tempore, in quo comprehendit aliquam intentionem uisibilem, neque distinguit qualiter comprehendit illam intentionem, neque potest, propter uelocitatem comprehensionis eius ad intentiones comprehensas per cognitionem & per argumentum, cuius propositiones sunt manifestæ.

festæ & certæ in anima. Et propter hoc non sentitur qualitas comprehensionis ueritatis plurium propositionum uerarum, quæ comprehenduntur per cognitionem: Et radix affirmationis ueritatis earum est per rationem apud earum euentum. Quoniam quando istæ propositiones eueniunt uirtuti distinctiue, statim iudicat, quod sint ueræ per cognitionem: sed apud cognitionem non inquirat qualiter affirmata fuerit prius ueritas, neque inquirat, qualiter comprehendit, quod ueræ sint apud euentum earum. Et etiam pari modo argumentum, per quod comprehendit uirtus distinctiua qualitatem comprehensionis eius ad illud, quod comprehendit, non est argumentum in fine uelocitatis, sed indiget consideratione, quoniam comprehensiones diuersantur, & quædam sunt per naturam intellectus, & quædam per cognitionem, & quædam per considerationem & distinctionem. Comprehensio ergo qualitatis comprehensionis, & quæ cõprehensio eiusmodi cõprehensionis est, non est, nisi per argumentum & distinctionem non uelocem. Et propter hoc non apparet multoties qualitas comprehensionis rerum uisibilium, quæ comprehenduntur ratione apud comprehensionem. Et etiam est homo natus ad distinguendum sine difficultate, & arguendum sine labore, & non percipit, quod arguit, nisi quando arguit cum difficultate, quando uerò non utitur difficultate, & cognitione, non percipit, quod arguit. Argumenta ergo assuetæ, quorum propositiones sunt manifestæ, & non indigent difficultate, sunt in homine naturaliter: & propter hoc percipit, quando comprehendit conclusiones eorum, quod comprehendat ipsas per argumentum. Et significatio est, quod homo natus est ad arguendum, quod ipse arguit, & non percipit quod arguit, quod apparet in pueris in primo incremento: quoniam ipsi comprehendunt plures res, sicut homo perfectus, & distinguens, & utuntur multis operationibus per distinctionem: uerbi gratia: Puer quando ei demonstrantur duo ex eodem genere, sicut duo poma, & fuerit unum pulchrius alio, accipiet pulchrius, & dimittet alterum, sed electio rei pulchrioris non est, nisi per comparisonem alterius ad alterum: & comprehensio pulchri, quod sit pulchrum, & sædi, quod sit sædum: & similiter quando elegerit pulchrius alio pulchro minoris pulchritudinis, significat quod non elegit ipsum, nisi post comparisonem unius ad alterum, & comprehensionem formæ cuiuslibet eorum, & comprehensionem argumenti pulchritudinis pulchrioris super minus pulchrum: & electio pulchrioris non est, nisi per propositionem uniuersalem dicentem: Quod pulchrius est, melius est: & quod est melius, dignius est ad eligendum: ergo ipse utitur hac propositione, & non percipit, quod utatur eâ. Et cum ita sit: puer ergo arguit & distinguit: & non est dubium, quod puer nescit, quod est argumentum, neque percipit quando arguit, utrum arguat, aut non: & si quis etiam intenderet ipsum instruire, quid sit argumentum, uel arguere, non intelligeret. Et quia puer arguit, & nescit, quid sit argumentum, anima ergo humana nata est ad arguendum sine difficultate & labore, & non percipit homo apud comprehensionem rei, quod sit huiusmodi, quod sit per argumentum. Sed intentiones, quæ comprehenduntur ratione, non sunt, nisi intentiones manifestæ, quarum propositiones sunt ualde manifestæ: intentiones uerò, quarum propositiones non sunt ualde manifestæ, & quarum argumenta indigent difficultate, quando comprehenduntur ab homine, fortè percipit, quod comprehendit ipsas per rationem, quando fuerint illæ ueræ distinctionis. Iam ergo declaratum est ex omni quod diximus, quod quædam intentiones, quæ comprehenduntur per uisum, comprehenduntur solo sensu, & quædam per distinctionem, & quædam per cognitionem, & argumentum, & rationem & positionem: & quod qualitas comprehensionis intentionum particularium per uisum, non apparet in maiori parte propter uelocitatem istius, quod comprehenditur per cognitionem, & propter uelocitatem argumenti, per quod comprehenduntur intentiones uisibiles: & quod uirtus distinctiua est nata ad arguendum sine labore & difficultate, sed natura & consuetudine, & non indiget argumentatione iteranda illa uirtus in comprehensione alicuius intentionum particularium, quæ multoties fuerint uisæ.

14. *E uisibili sæpius uisõ remanet in animo generalis notio, qua quodlibet uisibile simile percipitur & cognoscitur. 61 p 3.*

ET comprehenduntur etiam intentiones, quæ multoties fuerint uisæ, ratione & distinctione, quæ sunt in anima, ita quod homo non percipit quietem illarum, neque quies illarum habet principium sensibile, quoniam habet experientia, quod comprehendit uisibilia: & experientia est in eo quædam distinctio, & præcipuè distinctio, per quam comprehenduntur intentiones sensibiles: Ipse ergo comprehendit intentiones sensibiles ratione & distinctione, & acquirit intentiones sensibilibus. Et multoties redduntur ipsæ intentiones sensibiles illi successiue, quousq; quiescant in eius anima: ita etiam ut non percipiat quietem earum: & sic quando uenerit ipsa intentio particularis, quæ quiescit in anima eius, cõprehendet eam apud eius euentum per cognitionem, neq; tamè percipit qualitatem comprehensionis, neq; qualitatem cognitionis, neq; qualiter quiescit in anima eius, cognitio ipsius intentionis. Oes ergo intentiones particulares, quæ cõprehenduntur ratione, & distinctione, & multoties redduntur, iam cõprehensæ sunt ab homine in præterito tẽpore, & quiescunt in anima, & facta est forma uniuersalis quiescens ex qualibet intentione particularium. Comprehenduntur ergo intentiones istæ sine argumentatione iteranda, quã primò fecit, & sine ratione, per quã cõprehensa est ueritas illius intentionis, & sine cõprehensione qualitatis cõprehensionis ipsius apud comprehensionem, & sine cõprehensione qualitatis cognitionis apud comprehensionem, & nihil remanet argumentatione iteranda indigens, nisi considerare intentiones particulares, quæ sunt in ipsis

in ipsis indiuiduis particularibus, sicut figura in re indiuidua, scilicet in re uisa signata, aut situs rei uisæ indiuiduæ, aut magnitudo rei uisæ indiuiduæ, aut comparatio coloris alicuius rei uisæ indiuiduæ cum colore alterius rei uisæ & illi similis. Et secundum istos modos erit comprehensio omnium intentionum particularium, quæ sunt in rebus uisibilibus.

DE OMNIBVS INTENTIONIBVS COMPREHENSIS A VISV:
& qualiter comprehendat uisus quamlibet illarum. Cap. XI.

15. *Species uisibiles principes sunt uiginti duæ: ad quas reliqua omnes referuntur. In hypo. 3 lib. in-præfa. 4 libr.*

ET cum declarata sint omnia ista, incipiemus modò ad declarandum qualitates comprehensionis cuiuslibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per uisum, & qualitates argumentorum, per quæ acquirit uirtus distinctiua intentiones comprehensas sensu uisus. Intentiones particulares, quæ comprehenduntur sensu uisu, sunt multæ, sed generaliter diuiduntur in 22: & sunt lux, color, remotio, situs, corporeitas, figura, magnitudo, continuum, discretio & separatio, numerus, motus, quies, asperitas, leuitas, diaphanitas, spissitudo, umbra, obscuritas, pulchritudo, turpitude, consimilitudo, & diuersitas in omnibus intentionibus particularibus, & in omnibus formis compositis ex omnibus intentionibus particularibus. Ista ergo sunt omnia quæ comprehenduntur per sensum uisus: & si aliqua intentio uisibilis est præter istas, collocabitur sub aliqua istarum, sicut ordinatio, quæ collocabitur sub situ, & scriptura, & pictura, quæ collocantur sub figura & ordine: & sicut rectitudo, & curuitas, & concauitas, & conuexitas, & augmentum, quæ collocantur sub similitudine & diuersitate: & alacritas, & risus, & tristitia, quæ comprehenduntur ex figura formæ faciei: collocantur ergo sub figura: & sicut fletus, qui continetur sub figura faciei cum motu lachrymarum, collocatur ergo sub figura & motu: & sicut humilitas & siccitas, quæ collocantur sub motu & quiete, quoniam humilitas comprehenditur sensu uisu, sed non sensu uisu comprehenditur, nisi ex liquiditate corporis humidi, & ex motu unius partis illius ante aliã, & siccitas comprehenditur sensu uisus, sed nõ comprehenditur, nisi ex retentione partium corporis sicci, & ex priuatione motus liquiditatis: & similiter quælibet intentio particularis comprehensa à uisu, collocatur sub partibus, quas diximus prius. Et omnes intentiones uisibiles sunt, sicut superius diximus,

16. *Visio perficitur, cum forma uisibilis crystallino humore recepta, in neruum opticum peruenit. 20 p 3. Idem 25 n 1.*

ET cum ita sit, distinctio & argumentatio uirtutis distinctiuæ, & cognitio formarum & signorum eorum non erunt, nisi ex cognitione uel distinctione uirtutis distinctiuæ ex formis peruenientibus intra concauum nerui communis, apud comprehensionem ultimi sentientis illas, & ex cognitione signorum formarum istarum. Et ita corpus sentiens extensum à superficie membri sentientis usq; ad concauum nerui communis, scilicet spiritus uisibilis est sentiens per totum, quoniam uirtus sensitua est per totum istius corporis. Cum ergo forma extenditur à superficie membri sentientis usq; ad concauum nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenit forma in concauum nerui communis, comprehendetur ab ultimo sentiente, & tunc erit distinctio & argumentatio. Virtus autem sensitua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente extensam à superficie membri sentientis usque ad concauum nerui communis: & uirtus distinctiua distinguit intentiones, quæ sunt in forma apud comprehensionem ultimi sentientis circa formam. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio formarum rerum uisibilium à uirtute sensitua, & ab ultimo sentiente, & à uirtute distinctiua. Et declarabitur ex ista dispositione, quòd uirtus sensitua sentit locum membri sentientis, in quem peruenit forma, quoniam non sentit formam, nisi ex loco, in quem peruenit forma. Et declaratum est etiam [25 n 1] quòd à quolibet puncto superficie glacialis extenditur forma secundum unam uerticationem continuam, cum eo, quod est in eadem de obliquatione & incuruatione, quousque perueniat ad unum punctum loci, in quem peruenit forma in concauo nerui communis. Et cum ita sit, forma ergo perueniens in partem superficie glacialis, extenditur ab illa parte ad aliam partem concaui nerui communis. Et forma cuiuslibet uisarum rerum diuersarum, quæ comprehenduntur simul in eodem tempore: extenditur ad locum certum in concauo nerui communis: & perueniunt formæ omnium illarum rerum uisarum ad concauum nerui communis: & erit ordinatio formarum illarum inter se in concauo nerui comunis, sicut ordinatio ipsarum rerum inter se uisarum. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui rei uisæ, formæ lucis & coloris istius rei uisæ perueniunt ad superficiem uisus, & perueniunt in superficiem glacialis, & extenduntur secundum uerticationes determinatas, quas diximus secundum suam ordinationem, & figuram, & formam, quousque perueniant ad concauum nerui comunis, & comprehenduntur à uirtute sensitua apud peruentum earum in corpore glacialis, & apud peruentum earum in toto corpore sentiente, & uirtus distinctiua distinguit omnes intentiones, quæ sunt in eis: & forma lucis & forma coloris nõ perueniunt ad concauum nerui, nisi quia corpus sentiens extensum in concauo nerui, coloratur à forma lucis & coloris, & illuminatur à forma lucis, & peruenit forma ad concauum nerui comunis: & erit

erit pars corporis sentientis, quod est in concauo nerui cōmunis, ad quam peruenit forma rei uisæ, colorata colore illius rei uisæ, & illuminata luce, quæ est in illa re uisæ: & si res uisæ habuerit unū colorem, erit illa pars corporis sentientis unius coloris, & si partes rei uisæ fuerint diuersi coloris, erūt partes illius corporis partis sentientis, quod est in concauo nerui cōmunis, diuersi coloris: & ultimum sentiens sentit colorem rei uisæ ex coloratione, quam inuenit in illa parte, & cōprehendit lucem rei uisæ ex illuminatione, quam inuenit in illa parte. Et uirtus distinctiua comprehendit plures intentiones particulares, quæ sunt in re uisæ, ex distinctione intentionum, quæ sunt in illa forma ab ea, scilicet ex ordinatione partium formæ, & ex figuratiōe illius, quod continet formam, & ex figuratiōe partium eius, & diuersitate colorum, & situum & ordinationum, quæ sunt in partibus illius formæ, & ex consimilitudine & diuersitate earum. Et etiam lux ueniens à re uisæ, colorata ad uisum, non uenit per se sine colore, & forma coloris ueniens à re uisæ, colorata ad uisum, non uenit sine luce, & non uenit forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisæ, nisi admixtæ, neq; comprehendit eas ultimum sentiens, nisi admixtas: tamen etiam sentiens comprehendit rem uitam illuminatā, & comprehendit, quod lux apparens in re uisæ, est diuersa à colore: & ista comprehensio est distinctiua. Distinctio autem non est, nisi uirtutis distinctiuae, non sensitiuæ: tamen cum comprehensioe istius intentionis à uirtute distinctiua, ista intentio quiescit in anima, & non indiget argumentatione iteranda apud euentū cuiuslibet formæ. Sed quod lux, quæ est in ea, est diuersa à colore, quæ est in ea: & comprehensio uirtutis distinctiuae, quod lux accidentalis, quæ est in re uisæ colorata, est diuersa à colore, qui est in ea: est, quia super unam rem uisam diuersatur lux, & aliquando augmentatur, & aliquando diminuitur. Et cum hoc est, remanet color eius idem, quamuis diuersetur scintillatio coloris secundum diuersitatem lucis, tamen genus coloris nō diuersatur. Et etiam lux accidentalis fortē peruenit ad rem uisam ex foramine, & cum fuerit obstructum illud foramen, obscurabitur illa res uisæ. Ex comprehensione ergo uirtutis distinctiuae circa diuersitatem lucis super res uisas, & ex comprehensione eius circa illuminationem rei uisæ, aliquando etiam priuationem lucis ab ea, comprehendit uisus, quod colores, qui sunt in rebus uisæ, sunt diuersi à luce, quæ accedit in eis. Forma ergo, quam comprehendit sentiens ex re uisæ colorata, est forma admixta ex forma lucis & forma coloris, quæ sunt in re uisæ: Et uirtus distinctiua comprehendit, quod color, qui est in eo, est diuersus à luce, quæ est in ea. Et ista cōprehensio, est comprehensio secundum cognitionē apud euentū formæ, quæ est in sentiente: quoniam iam quiescit in anima, quod lux cuiuslibet formæ admixtæ ex luce & colore, est diuersa à colore, qui est in ea.

17. *Species uisibilibus primum percipitur essentia lucis & coloris. 67 p 3.*

ET primum, quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus, quæ appropriantur formæ, est quidditas coloris: quidditas autem coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua, nisi per cognitionē, quando color rei uisæ fuerit ex coloribus assuetis: & comprehensio quidditatis coloris à uirtute distinctiua secundum cognitionem non est, nisi ex comparatione formæ coloris ad formas, quas comprehendebat ante, ex formis scilicet similibus illi coloris. Quoniam quando uisus comprehendit colorem rubeum, & comprehendit, quod sit rubeus, non comprehendit, quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum: & ista cognitio non est, nisi ex assimilatione formæ eius ad res, quas comprehendebat prius. Si autem uisus nunquam comprehendisset rubeum colorem, nisi modo, nesciret apud cōprehensionē in rubeo, quod esset rubeus. Cum ergo color fuerit ex coloribus assuetis, cognoscetur à uisu secundum cognitionē, & si fuerit ex coloribus extraneis, ita quod uisus nunquam comprehendit talem ante, non comprehendetur à uisu, ut cognoscat ipsum, sed assimilabit ipsum coloribus propinquis, scilicet quos cognoscebat. Radix ergo comprehensionis coloris est à sensu solo, deinde quando super uisum multoties redierit, per cognitionē comprehendetur, scilicet cuiusmodi fuerit coloris. Et quidditas lucis etiā non comprehenditur à uisu, nisi per cognitionem: quoniam uisus cognoscit lumen ignis & lumen solis, & distinguit inter ipsam lumen lunæ & ignis: & sic cognoscit lucem lunæ, & lucem ignis: Comprehensio ergo quidditatis istarū lucium à uisu, non est, nisi per cognitionē. Deinde omne, quod comprehenditur per sensum uisum, post lucem & colorem, non comprehenditur solo sensu, sed comprehenditur per distinctionem & argumentationem cum sensu, quoniam omne, quod cōprehenditur per distinctionē & argumentationē, non cōprehenditur nisi ex distinctione intentionū, quæ sunt in forma sensibili. Et intentiones, quæ cōprehenduntur per distinctionē, & argumentationē, & cognitionē, non cōprehenduntur, nisi cum sensu formæ.

18. *Lux & color ex sese solo uisu percipiuntur. 59 p 3.*

Lux autem, quæ est in corpore illuminato, per se comprehenditur à uisu secundum suum esse, & per se & ex ipso sensu: & lux & color, quæ sunt in corpore colorato, illuminato lumine accidentali, comprehenduntur à uisu simul & admixtæ, & solo sensu. Lux ergo essentialis comprehenditur à sentiente ex illuminatione corporis sentientis, & color comprehenditur à sentiente ex alteratione formæ corporis sentientis, & ex eius coloratione, & cum huiusmodi comprehensione lucis à corpore sentiente per lumen accidentale admixtum cum illo colore. Sentiens ergo comprehendit ex corpore apud peruentum formæ coloris ad se lucem coloratam, & comprehendit ex eo apud peruentum formæ lucis essentialis lucem solam. Ista ergo duo tantum comprehenduntur à uisu solo sensu.

19. *Color ex sese, prius percipitur, quàm ipsius essentia. Itaq; uisibile quodlibet ex sese prius percipitur, quàm ipsius essentia. 68 p. 3.*

ET iterum dicemus, quòd comprehensio coloris in eo, quòd est color, est antè comprehensionem quidditatis coloris, scilicet, quòd uisus comprehendit colorem, & sentit, quòd est color, antequam sentiat cuiusmodi sit coloris: quoniam apud peruentū formæ in uisu, coloratur uisus, & cum uisus coloratur, sentit, quòd sit coloratus, & sic sentit colorem: deinde ex distinctione coloris, & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris. Comprehensio ergo coloris in eo, quòd est color, est antè comprehensionem quidditatis coloris, & erit cõprehensio quidditatis coloris per cognitionem. Et significatio, quòd uisus comprehendit colorem in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit ratio coloris: est: quia uisibilia, quorum colores sunt fortes, sicut uiriditas profunda, & fuscitas, & similes, quado fuerint in obscuro ualde loco, non comprehenduntur à uisu in illo loco, nisi quasi colores tantum: tamen sentit quòd sint colores, & non distinguit cuiusmodi sint colores in principio comprehensionis. Et quando locus non fuerit ualde obscurus, & uisus multum intueatur, comprehendit uisus, cuiusmodi sint coloris: aut si lux augmentetur & intendatur in illo loco. Declarabitur ergo ex ista experimentatione, quòd uisus comprehendit colorem in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit coloris: & illud, quòd comprehendit uisus ex colore in principio sui peruentus ad uisum, est coloratio, & coloratio est quasi obscuritas aut umbra, quando color fuerit subtilis. Et si res uisa fuerit diuersorum colorum, comprehendet uisus in principio ex forma illius rei uisæ obscuritatem partium diuersæ qualitatis, secundum fortitudinem & debilitatem, aut quasi umbras diuersas in fortitudine & debilitate. Primum ergo, quòd comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis, & coloratio eius, quæ est obscuritas aut similitudo obscuritatis: deinde sentiens distinguet illam colorationem: & si res uisa fuerit illuminata, distinguetur ille color à uisu, & comprehendetur eius quidditas, quando fuerit ex coloribus, quos multoties comprehendebat prius: & si fuerit ex coloribus, quos ferè semper antè comprehendebat, comprehendetur in minore tempore, & in instanti secundo, inter quod & primum, in quo comprehendit colorem, quatenus est color, non est sensibile tempus: si autè fuerit ex coloribus non manifestis, quos uisus non comprehendit antè, nisi raro, aut fuerit in loco obscuro & debilis lucis, nõ comprehendetur à uisu quidditas eius, nisi in tempore sensibili: & si res uisa fuerit obscura, & fuerit in ea, nisi modica lux, sicut illud, quòd comprehenditur nocte, & in locis ualde obscuris, non distinguetur à sentiente, nisi obscuritas tantum. Declaratum est ergo ex comprehensione colorum in locis obscuris, quòd comprehensio coloris in eo, quòd est color, est antè comprehensionem quidditatis eius. Et etiam significatio quòd uisus comprehendit colorem in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit coloris: est, quia uisus cum cõprehendit colorem extraneum, quem nunquam uidit antè, comprehendit quòd est color, & tamen nescit, cuiusmodi sit coloris: & cum fuerit multum circa ipsum, assimilabit ipsum propinquiori colori simili illi. Ex istis ergo experimentationibus declaratur declaratione manifesta, quòd cõprehensio coloris in eo, quòd est color, erit antè comprehensionem quidditatis coloris: & declaratum est etiam ex istis experimentationibus, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ erit nisi per distinctionem. Illud ergo quòd comprehendit uisus solo sensu, non est, nisi color in eo, quòd est color, & lux in eo, quòd est lux: & præter ista nihil comprehendit solo sensu, sed per distinctionem, & argumentationem & cognitionem.

20. *Essentia coloris percipitur in tempore. Itaq; essentia cuiuslibet uisibilis percipitur in tempore. 70 p. 3.*

ET etiã dicamus, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ est, nisi in tempore. Quoniã enim comprehensio quidditatis coloris non est, nisi per distinctionem & assimilationem, sed distinctio non est, nisi in tempore: ergo comprehensio quidditatis coloris non est, nisi in tempore. Significationem autè manifestam, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ est, nisi in tempore, præbet illud, quòd apparet in trocho apud motum eius: quoniã quando in trocho fuerint tincturæ diuersæ, & illæ tincturæ fuerint lineæ extensæ ex medio superficiem eius manifestæ, & ex parte colli eius usque ad finem suæ circumferentiæ, & trochus fuerit circumgyratus motu forti, & aspexerit ipsum quis, comprehendet omnes colores eius quasi unum, diuersum ab omnibus coloribus eius, qui sunt in eo, quasi esset color cõpositus ex omnibus coloribus illarum linearum, & non comprehendet lineationem, nec diuersitatem colorum: & simul comprehendet ipsum quasi quietum, quando motus eius fuerit ualde fortis, quoniam quodlibet punctum nõ figitur in eodem loco, tempore sensibili, sed in quantum minimo tempore gyrat circumferentiã totam, super quam reuoluitur. Peruenit ergo forma puncti in uisum super circumferentiã circuli in uisu, & uisus non comprehendit colorem illius puncti in minimo tempore, nisi ex tota circumferentiã circuli peruenientis in uisum: cõprehendit ergo colorem illius puncti in minimo tempore circumgyratum. Et similiter omnia puncta, quæ sunt in superficie trochi, significant quòd uisus comprehendit colorem cuiuslibet illorum super totam circumferentiã circuli, super quam mouetur illud punctum in minimo tempore. Et omnia puncta, quorum remotio à centro est æqualis, mouentur apud circumgyrationem trochi super eandem circuli unius circumferentiã. Accidit ergo ex hoc, ut appareat color cuiuslibet puncti illorum punctorum, quorum remotio à centro est æqualis, super circumferentiã eiusdem circuli in minimo tempore, quòd erit tempus

tempus reuolutionis. Quare apparebunt colores omnium punctorum in tota circūferētia illius circuli admixti: & propter hoc cōprehēditur color superficiei trochi, quasi color unus admixtus ex omnibus coloribus, qui sunt in sua superficie. Si ergo uisus cōprehēdisset quidditatē coloris in uno instanti, & nō indignisset ad cōprehēdendū quidditatē eius, tēpore: cōprehēdisset in uno instanti, & in quolibet instanti tēporis, in quo mouetur trochus, quidditates omnium colorū, qui sunt in trocho, distinctæ essent apud motum. Quoniam quando indiguerit tēpore ad cōprehēdendū quidditates eorum: comprehendet illos in parte tēporis reuolutionis, & in quolibet instanti tēporis reuolutionis apud motum eorum, sicut cōprehēdet quidditatem eorum, apud eorum quietem: Quoniam quidditates omnium colorum uisibilium assuetorum in quiete & in motu, sunt uniusmodi, non mutatae: In quolibet ergo instanti, in quo mouetur res uisa, non mutatur color eius. Et quia uisus non comprehendit quidditatem colorum, qui sunt in superficie trochi, quando trochus mouebitur motu ueloci, & comprehendit ipsam, quando trochus quieuerit uel fuerit in motu tardo: uisus ergo non comprehendit quidditatem coloris, nisi sit color fixus in eodem loco, tēpore sensibili, uel fuerit in motu, tēpore sensibili in spatio, cuius quantitas non operatur in situ coloris istius à uisu operatione extranea. Declarabitur ergo ex ista dispositione, quod cōprehēssio quidditatis coloris non erit, nisi in tēpore: & declarabitur ex ista dispositione, quod cōprehēssio quidditatis omnium uisibilium non est, nisi in tēpore. Quoniam quando uisus non cōprehēdit quidditatem coloris, qui comprehenditur solo sensu, nisi in tēpore: maximè igitur indiget tēpore in cōprehensione intentionū uisibiliū, quæ cōprehenduntur per distinctionem & argumentationē. Cōprehēssio ergo quidditatis uisibiliū, & cōprehēssio, per cognitionē, & cōprehēssio per distinctionem & argumentationem, nō erit, nisi in tēpore: sed multoties erit in minimo tēpore.

21. Lux & color ex sese, percipiuntur in tēpore.

ET dicemus, quod color in eo, quod est color, & lux in eo, quod est lux, non comprehenditur à uisu, nisi in tēpore, scilicet, quod instans, apud quod erit cōprehēssio coloris in eo, quod est color, & cōprehēssio lucis in eo, quod est lux, est diuersum ab instanti, quod est primum instans, in quo contingit superficiē uisus aer deferens formā. Quoniam color in eo, quod est color, & lux in eo, quod est lux, non comprehenduntur à sentiente, nisi post peruentum formæ in corpore sensibili, & non comprehenduntur ab ultimo sentiente, nisi post peruentum formæ ad concauum nerui communis, & peruentus formæ ad concauum nerui communis, est sicut peruentus lucis à foraminibus, per quæ intrat lux ad corpora opposita illis foraminibus: peruentus igitur lucis à foramine ad corpus oppositum foramini, non erit, nisi in tēpore, quamuis lateat sensum. Quoniam enim peruentus lucis à foramine ad corpus oppositum foramini non potest euadere ab altero duorum modorum, scilicet, quod aut lux ueniet in partem aeris uicinantis foramini, antequam perueniat in partē aliam sequentem, deinde perueniet ad aliam partem, deinde ad aliam, quousque perueniat ad corpus oppositū foramini: aut quod lux perueniet in totum aerem medium, qui est inter foramen & corpus oppositum foramini, & in ipsum corpus oppositum foramini simul. Si ergo aer reciperet lucem successiue, nō perueniret lux ad corpus oppositum foramini, nisi per motum: sed non est motus, nisi in tēpore: si autem totus aer recipit lucem simul, peruentus lucis etiam in aerem, postquam non erat in eo, non erit, nisi in tēpore, quamuis lateat sensum. Quoniam quando foramen, per quod intrat lux, fuerit obturatum, & deinde fuerit ablatum obturans: instans, in quo fuerit ablatum obturans à prima parte foraminis, & in quo fuerit discoopertus aer, qui est in foramine ad partem lucis, est diuersum ab instanti, in quo peruenit lux in aerem contingentem illam partem, quæ est intra foramen, & in aerem continuatum cum illo aere secundum omnes dispositiones: quoniam lux non peruenit in aliquam partem aeris, qui est intra foramen, quod est coopertum contra lucem, nisi postquam fuerit discooperta aliqua pars foraminis contra lucem, & nulla pars foraminis discooperitur in minori, uno instanti: sed instans non diuiditur: nihil ergo ex luce peruenit in interius foraminis in illo instanti, in quo fuerit discooperta pars foraminis: quoniam illud, quod est discoopertum ex foramine in uno instanti, non discooperitur successiue, neque illud, quod discooperitur ex foramine in uno instanti, est pars alicuius quantitates, quoniam non discooperitur in uno instanti, nisi punctum carens quantitate, aut linea carēs latitudine, quoniam non auferetur cooperiens ab habente longitudinem & latitudinem, nisi successiue. Igitur per motum: sed motus non erit, nisi in tēpore: & illud quod discooperitur à foramine in uno instanti, caret latitudine: est ergo punctum aut linea: sed punctum carens quantitate, & linea carens latitudine, non est pars aeris: Punctum ergo carens quantitate, & linea carens latitudine, quod est punctū, quod discooperitur ex foramine in instanti, non est, nisi finis alicuius partium aeris, qui est intra foramen, non pars aeris. Et punctum carens quantitate, non recipit lucem, neq; linea carens latitudine, quoniam non recipit lucem, nisi corpus. Et cum ita sit, nihil peruenit ex luce in aerem, qui est intra foramen, in instanti, in quo discooperitur primum, quod discooperitur ex foramine. Instans ergo, quod est punctum uel primum instans, in quo peruenit lux in aerem, qui est intra foramen, aut in partem eius, est diuersum ab instanti, in quo discooperitur primum, quod discooperitur ex foramine: sed inter quælibet duo instantia est tēpore. Lux ergo non peruenit ex aere, qui est extra foramen, ad aerem, qui est intra foramen, nisi in tēpore: sed id tēpore ualde latet sensum, propter uelocitatem receptionis formarū lucis ab aere. Et similiter accidit in uisu, quando fuerit oppositus

rei uisæ, postquam non erat ita, & aer deferens formam rei uisæ, contigerit superficiem uisus, postquam non contingebat ipsam prius: non peruenit forma ex aere deferente formam ad interius concavi nerui communis, nisi in tempore: sed sensus caret uia cõprehensionis istius temporis propter paruitatẽ eius, & errorẽ eius, & debilitatẽ eius ad cõprehendendum id, quod est in fine paruitatis. Istud ergo tẽpus respectu sensus est sicut instans. Et etiã mẽbrũ sentiens non sentit formas uenientes ad ipsum, nisi postquã patitur ab illis: non sentit ergo colorẽ in eo, quod est color, neq; lucẽ in eo, quod est lux, nisi postquã patitur à forma lucis & coloris: sed passio mẽbri sentientis à forma coloris & forma lucis, est aliqua alteratio: sed nulla alteratio est, nisi in tẽpore: uisus ergo non cõprehendit colorẽ in eo, quod est color, neq; lucem in eo, quod est lux, nisi in tẽpore. Et in tẽpore, in quo extenditur forma à superficie mẽbri sentientis ad concauũ nerui cõmunis, erit cõprehensio coloris in eo, quod est color, & lucis in eo, quod est lux, à uirtute sentiente, quæ est in toto corpore sentiente, & apud peruentum formæ in concauum nerui cõmunis, erit cõprehensio coloris, in eo quod est color, & lucis in eo, quod est lux, ab ultimo sentiente. Cõprehensio ergo coloris in eo, quod est color, & lucis in eo, quod est lux, est in tempore sequente tempus, in quo peruenit forma à superficie membri sentientis ad concauũ nerui communis. Et etiã instans, quod est primum, in quo peruenit forma in superficiem uisus, diuersum est ab instanti, quod est primum instans, in quo aer deferens formam, contingit primum punctum superficiem uisus, quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, postquam non fuerat ita, & postquã oculus aperuerit palpebras, postquã fuerunt clausæ. Quoniam quando ita fuerit, primum, quod contingit superficiem uisus ex aere deferente formam illius rei uisæ, est unum punctum, aut linea carens latitudine, deinde pars post aliam, quousq; aer deferens formam, contingat partem superficiem uisus, in quam peruenit forma: & apud contactum illius puncti carentis quantitate, aut lineæ carentis latitudine superficiem uisus, ad punctum carens quantitate, aut ad lineam carentem quantitate superficiem uisus aeris deferentis formam, nihil peruenit ex forma lucis & coloris in superficiem uisus: quoniam minimum ex superficie, in quod peruenit lux, aut forma coloris, non erit, nisi superficies. In instanti ergo, in quo contingit punctum superficiem uisus primum punctum aeris deferentis formam, nihil peruenit in superficiem uisus. Instans ergo, quod est primum instans, in quo peruenit forma in superficiem uisus, est diuersum ab instanti, quod est primum instans, in quo contingit aer deferens formam, superficiem uisus, quando fuerit uisus oppositus rei uisæ, & aperuerit palpebras eius, postquam fuerunt clausæ. Et cum ita sit, non peruenit forma lucis aut coloris in aliquam partem membri sentientis, neq; in superficiem uisus, nisi in tempore. Non comprehendit ergo sentiens colorem in eo, quod est color, neq; lucem in eo, quod est lux, nisi in tempore, scilicet quod instans, in quo cadit sensus coloris in eo, quod est color, & lucis in eo, quod est lux, est diuersum ab instanti, quod est instans primum, in quo contingit aer deferens formam, superficiem uisus. Iam ergo declaratum est ex omnibus, quæ diximus, quomodo comprehendat uisus lucem in eo, quod est lux, & quomodo comprehendat colorem in eo, quod est color, & quomodo comprehendat quidditatem lucis & coloris, & quomodo comprehendat qualitatem lucis.

22. *Perceptio distantia uisibilis differt à perceptionibus loci uisibilis, & uisibilis in suo loco. 14 p 7.*

Sed remotio rei uisæ à uisu nõ comprehenditur à uisu solo sensu, neq; cõprehensio remotio- nis rei uisæ, est cõprehensio loci rei uisæ, neq; cõprehensio rei uisæ in loco suo est ex cõprehensione remotio- nis eius tantum. Quoniam locus rei uisæ fit ex tribus intentionibus, scilicet, ex remotio- ne, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotio- nis. Quantitas ergo remotio- nis est diuersa ab intentione remotio- nis in eo, quod est remotio, quoniam intentio remotio- nis inter duo corpora est priuatio contactus, & priuatio contactus est, esse aliquod spatiũ inter illa duo corpora, & quantitas remotio- nis est quantitas illius spatij. Intentio ergo remotio- nis in eo, quod est remotio, est ex situ: Non est ergo quantitas remotio- nis. Cõprehensio ergo intentionis remotio- nis, quæ est priuatio contactus, est diuersa à cõprehensione quantitatis spatij, quæ est mensura remotio- nis. Et cõprehensio quantitatis remotio- nis est ex cõprehensione magnitudinis: & cõprehensio remotio- nis rei uisæ, & cõprehensio partis eius sunt ex cõprehensione situs loci. Et qualitas cõprehensionis utriusq; istorum, est diuersa à qualitate cõprehensionis remotio- nis alterius illorum, quoniam priuatio contactus est diuersa à parte. Cõprehensio ergo loci rei uisæ, non est cõprehensio remotio- nis rei uisæ. Et cõprehensio rei uisæ in suo loco, cõsistit in cõprehensione quinque rerum, scilicet in cõprehensione lucis, quæ est in ea, & cõprehensione coloris eius, & cõprehensione remotio- nis eius, & cõprehensione partis eius, & cõprehensione quantitatis remotio- nis eius: & nullum istorum comprehenditur per se solum, neq; comprehenditur unum post aliud, sed omnia comprehenduntur simul, quando comprehenduntur per cognitionem, non per argumentationem iterandam.

23. *Visio non fit radijs ab oculo emissis. 5 p 3. Vide 23 n 1.*

Et ex cõprehensione rei uisæ in suo loco, opinati sunt ponentes radios: quod uisio esset per radios exeuntes à uisu, & peruenientes ad rem uisam, & quod uisio esset per extremitatem radij, & ratiocinati sunt contra physicos, dicentes. Cum uisio fuerit per formam uenientem à re uisæ

re uisa ad uisum, & illa forma peruenit ad interius uisus: quare comprehenditur res uisa in suo loco, qui est extra uisum, & forma eius iam peruenit ad interius uisus? Et non sciuerunt isti, quod uisio non completur solo sensu tantum, & quod uisio non completur, nisi per cognitionem & distinctionem antecedentem, & si cognitio & distinctio antecedens non esset, non completeretur in uisu uisio. Et non comprehendit uisus quid est res uisa apud uisionem: quoniam quid est res uisa non comprehenditur solo sensu, nisi per distinctionem, aut cognitionem, aut argumentationem iterandam apud uisionem. Si ergo uisio esset solo sensu tantum, & omnia, quae comprehenduntur ex intentionibus, quae sunt in rebus uisibilibus, comprehenderentur solo sensu, non comprehenderetur res uisa in suo loco, nisi postquam peruenisset aliquid ad ipsam, quod contingeret & sentiret eam. Cum autem uisio non compleatur solo sensu, sed per distinctionem, & argumentationem, & cognitionem: non indiget in comprehensione rei in suo loco, sentiente extenso ad ipsam, & contingente ipsam.

24. *Remotio uisibilis percipitur distinctione & anticipata notione. 9 p 4.*

Redeamus ergo ad narrandum qualitatem comprehensionis uisionis, & dicamus: Remotio rei uisae non comprehenditur per se, nisi per distinctionem: & ista intentio est ex intentionibus, quae quiescunt in anima secundum tempora pertransita, ita quod percepta non recedit ab anima, propter nimiam frequentationem & iterationem eius super uirtutem distinctiuam. Quare non opus est in comprehensione eius argumentatione iteranda apud comprehensionem cuiuslibet rei uisae: neque quaerit etiam uirtus distinctiua apud comprehensionem cuiuslibet rei uisae, quomodo quieuit intentio rei uisae in ea: quoniam non distinguit qualitatem comprehensionis apud comprehensionem cuiuslibet rei uisae, & non comprehendit remotionem, nisi cum alijs intentionibus, quae sunt in re uisa: & comprehendit illam apud comprehensionem rei uisae per cognitionem antecedentem. Quomodo autem uirtus distinctiua comprehendat remotionem per distinctionem, est, secundum quod narrabo. Quando uisus fuerit oppositus rei uisae, postquam non fuerat oppositus: comprehendit rem uisam, & quando auferitur ab oppositione, destruitur comprehensio. Et similiter, quando uisus aperuerit palpebras, postquam fuerunt clausae, & fuerit oppositus alicui rei uisae: comprehendit illam rem uisam, & cum clauserit palpebras, destruetur comprehensio. Et in natura intellectus est, quod illud, quod accidit in uisus apud aliquem situm, & destruitur apud eius ablationem, non est fixum intra uisum, neque faciens ipsum accidere, est intra uisum. Et in natura intellectus est etiam, quod id, quod apparet apud apertionem palpebrarum, & destruitur apud clausionem earum, non est fixum intra uisum, neque faciens ipsum accidere, est intra uisum. Et cum uirtus distinctiua comprehendit, quod id, quod accidit in uisu, ex quo uisus comprehendit rem uisam, neque est res fixa intra uisum, neque operans ipsum est intra uisum: statim comprehendit, quod id, quod accidit in uisu, aduenit extrinsecus, & operans ipsum est extra uisum. Et cum uisio destruitur apud clausionem palpebrarum, & apud ablationem ab oppositione, & fit apud apertionem palpebrarum, & apud oppositionem: uirtus distinctiua comprehendit, quod id, quod uidetur in uisu, non est applicatum cum uisu. Et cum uirtus distinctiua comprehendit, quod illud, quod uidetur, non est intra uisum, neque est applicatum cum uisu, statim comprehendit, quod inter ipsum & uisum est remotio: quoniam in natura intellectus est, aut in fine manifestationis distinctiouis, quod omne, quod non est in corpore, neque est applicatum cum ipso, sit remotum ab eo. Et haec est qualitas comprehensionis remotionis rei uisae in eo, quod est remotio. Sed uirtus distinctiua non indiget in comprehensione remotionis rei uisae ad diuidendum ea, quae diuisimus, quoniam non fecimus hoc, nisi gratia declarandi. Et uirtus distinctiua comprehendit conclusionem istius distinctionis apud uisionem sine indigentia illius diuisionis. Ex comprehensione ergo rei apud oppositionem, & apertionem palpebrarum, & ex destructione eius apud ablationem oppositionis, & apud clausionem palpebrarum comprehendit uirtus distinctiua, quod res uisa est extra uisum, & quod non est applicata cum uisu. Et secundum istum modum comprehendit uirtus distinctiua, quod inter uisum & rem uisam sit remotio: deinde propter frequentationem istius intentionis, & iterationem eius, quieuit in anima, ita quod non percipit quietem eius, neque qualitatem quietis eius, scilicet quod omnia uisibilia sunt extra uisum, & quod inter quamlibet rem uisam & uisum est remotio. Remotio ergo rei uisae à uisu non comprehenditur, nisi per modicam distinctionem, scilicet quod uirtus distinctiua comprehendit, quod uisio est propter intentionem extrinsecam à uisu: & cum hoc, quando fuerit quiescens in anima, intelliget uirtus distinctiua, quod quaelibet res uisa comprehensa à uisu, est extra uisum, & inter ipsam & uisum est remotio: & etiam sicut diximus superius, non comprehenditur remotio nisi cum alijs: & apud nostrum sermonem de qualitate comprehensionis situs declarabitur, quomodo comprehendatur remotio cum situ, & quomodo comprehendatur res uisa in loco suo.

25. *Magnitudo distantiae percipitur à corporibus communibus inter uisum & uisibile interiectis. 10 p 4.*

Comprehensio uero quantitatis remotionis à uisu, diuersatur. Quoniam quaedam comprehenduntur per sensum uisus, & certificatur eorum quantitas: & quaedam comprehenduntur, quorum quantitas non certificatur. Remotio rei uisae à uisu comprehenditur in quali-

bet re uisa, & certificatur in qualibet re uisa: quantitas autem remotio non certificatur uisui in qualibet re uisa: quoniam inter quædam uisibilia & uisum sunt corpora ordinata continuata: inter quædam uero & uisum non sunt corpora ordinata continuata, neque remotio eorum respicit corpora ordinata continuata. Illa ergo, quorum remotio respicit corpora ordinata continuata, quædo uisus comprehenderit corpora ordinata, quæ respiciunt remotioem eorum uisibiliū, quædo comprehendet scilicet quantitates illorum corporum, & cum comprehenderit mensuras illorum corporum, comprehendet quætitates spatiorum, quæ sunt inter extremitates illorum. Et spatiū, quod est inter duas extremitates corporis uisi, quod respicit remotioem, quæ est inter uisum & rem uisam, quarum altera est in parte rei uise, & altera in parte aspicientis: est remotio rei uisæ à uisu, quoniam respicit spatium, quod est inter uisum & rem uisam. Cum ergo uisus comprehendet mensuram istius spatij: comprehendet mensuram remotioem rei uisæ. Uisus ergo comprehendit quantitatem remotioem rerū uisibiliū (quarū remotio respicit corpora ordinata continuata) ex cōprehensione mensurarum corporū ordinatorū respicientium remotioem earū. Et remotio quarundā rerū istarū uisibilium est mediocris: & remotio quarundā est extra mediocritatem. Remotio ergo uisibilium, quorū remotio est mediocris: comprehenditur à uisu cōprehensione uera certificata: quoniam uisibilia, quorū remotio est mediocris, & inter quæ, & uisum sunt corpora ordinata cōtinuata, cōprehenduntur à uisu uera cōprehensione: Et cum uisus cōprehendit ista uisibilia uera cōprehensione: cōprehendit corpora ordinata interiacētia inter ipsum & ipsa uisibilia uera cōprehensione: & cū cōprehendit ista corpora uera cōprehensione: cōprehendit spatia interiacētia inter extremitates eorum uera cōprehensione: & cum comprehendit spatia uera cōprehensione: cōprehendit mensuras remotioem uisibilium, respicientium ista spatia uera cōprehensione & certificata. Uisibilium ergo, quorum remotio respicit corpora ordinata continuata, & quorum remotio à uisu est mediocris, mensuras remotioem comprehendit uisus uera cōprehensione & certa: & est dicere, certa, in ultimitate, in qua poterit sensus comprehendere. Mensuræ uero remotioem uisibilium, quorum remotio est extra mediocritatem, & quorum remotio respicit corpora ordinata continuata, si comprehenduntur à uisu: non comprehenduntur uera cōprehensione & certificata: quoniam uisibilia, quorum remotio est extra mediocritatem, non comprehenduntur à uisu uera cōprehensione. Et cum inter uisum & ista uisibilia fuerint corpora ordinata continuata: non comprehenduntur à uisu omnia ista uisibilia uera cōprehensione propter extraneitatem remotioem extremitatum suarum, & exitus eorum à mediocritate, per quam uisus certificatur uisibilia. Et cum uisus non comprehendat ista corpora uera cōprehensione: non comprehendit spatia interiacētia inter extremitates uera cōprehensione. Non comprehendit ergo remotioem, quæ sunt interiacētia inter ipsum & uisibilia, quæ sunt apud extremitates istorum corporū, uera cōprehensione. Quætitates ergo remotioem uisibilium, quorum remotio est extra mediocritatem, & inter quam & uisum sunt corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uisu uera cōprehensione. Similiter remotioem uisibilium, quorum remotio nō respicit corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uisu uera cōprehensione. Quare uisus, quando comprehendit nubes in plano & in locis carentibus montibus: existimabit, quod sint magnæ remotioem in respectu corporum cœlestium, & cum nubes fuerint inter montes, & fuerint continuatæ: fortè cooperientur cacumina montium à nubibus: & cum nubes distiterint, una ab altera: fortè apparebunt cacumina montium superiora nubibus: & fortè comprehendet uisus partes nubium applicatas cum uertice montium, & fortè erit hoc in montibus non ualde altis. Ex ista ergo experimentatione apparet, quod remotio nubium non est extranea: & quod plures illarum sunt propinquiores terræ cacuminibus montium: & quod illud, quod existimatur de extraneitate remotioem illarum, error est. Et declarabitur inde, quod uisus non comprehendit mensuram remotioem nubium in plano: & quod mensura remotioem nubium comprehenditur à uisu, quando fuerint inter montes, & apparuerint cacumina montium superiora. Et hoc inuenitur etiam in pluribus uisibilibus, quæ sunt super faciem terræ, scilicet, quod mensuræ remotioem non respicientes corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uisu. Ex illis ergo, ex quibus manifestatur hoc, scilicet quod uisus non comprehendat quantitatem remotioem rei uisæ, nisi quando remotio eius respexerit corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora interposita, & certificauerit mensuras eorum: est experimentatio sequens. Sit domus, in quam experimentator non intrauerit ante horam experimentationis: & sit in quodam pariete illius domus strictum foramen: & sit post illud foramen uacuitas, quam ante illam horam non uidit: & sint in illa uacuitate duo parietes, quorum unus sit propinquior foramini quàm alius: & sit inter illos duos parietes distantia alicuius quantitatis: & sit paries propinquior cooperiens quandam partem parietis remotioris: & sit quædam pars parietis remotioris apparens: & sit foramen eleuatum à terra, ita ut quando aspiciens aspexerit per ipsum, non uideat faciem terræ, quæ est post parietem, in quo foramen est. Experimentator igitur quando accesserit ad istum locum: & inspexerit per istud foramen: uidebit duos parietes simul, & non comprehendit remotioem, quæ est inter ipsos. Si uero remotio primi parietis fuerit magna, remotio extranea à foramine, comprehendit duos parietes quasi se contingentes, & fortè existimabit quod sit unus continuus, quando color eorum fuerit unus. Et si paries primus fuerit remotus à foramine mediocriter, & percipiatur, quod sint duo parietes: existimabitur, quod sint propinqui sibi, aut se contingentes, & non certificabitur

tificabitur remotio, quæ est inter ipsos. Et cum comprehenderit primum parietem uisus, quando remotio eius fuerit mediocris, quasi esset propinquus alteri: non certificabit remotionem eius, & non certificabitur remotio, quæ est inter ista duo corpora huiusmodi per sensum uisus: quoniam ante illam horam non uiderat istum locum, neque illos duos parietes: & fortè comprehendet uisus illa duo corpora quasi se contingentia, quamuis antè sciuerit distantiam, quæ est inter ea. Et cum uisus non comprehendat remotionem, quæ est inter duo corpora huiusmodi: non comprehendit quantitatem remotionis ultimi corporis: & tamen comprehendit formam eius corporis. Et cum non comprehendat quantitatem remotionis istius corporis, quamuis comprehendat illud corpus: non comprehendet corpora continuata respicientia remotionem eius: & non comprehendet uisus quantitatem remotionis rei uisæ certè ex comprehensione formæ rei uisæ: & non comprehendet uisus quantitatem remotionis rei uisæ, nisi per argumentationem. Visus autem non arguit super aliquam mensuram, nisi per argumentum comparationis, siue per comparationem illius mensuræ ad aliam mensuram iam comprehensam à uisu, uel ad mensuram tunc comprehensam cum ea. Et nihil est, per quod uisus potest mensurare remotionem rei uisæ, & comparare ad ipsam, ita ut comprehendat mensuram eius uerè, nisi per corpora ordinata respicientia remotionem rei uisæ: si autem mensurauerit uisus remotionem per alia quàm per ista corpora, erit mensuratio qualiscunque, non certa. Non igitur comprehenditur quantitas remotionis rei uisæ à sensu uisus, nisi remotio eius respexerit corpora ordinata continuata: comprehendit enim uisus illa corpora, & mensuras illorum. Et ista experimentatio, quam diximus, habet multa similia in uisibilibus, sicut ex duabus arboribus erectis secundum modum, quem diximus in parietibus, aut in ligno transuersim positò super foramen, secundum modum, quem diximus de pariete primo. Remotiones autem uisibilium distantium abinuicem comprehenduntur à uisu ex comprehensione diuisionis, quæ est inter uisibilia. Dispositiones autem quantitatis remotionis uisibilium inter se sunt apud uisum, sicut dispositiones remotionum uisibilium à uisu. Quoniam si inter duas res uisas distinctas fuerint corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora & mensuras eorum: comprehendet quantitatem remotionis, quæ est inter res uisas: si autem non: non comprehendet quantitatem distantiae, quæ est inter illas res, uerè. Et similiter, si inter istas duas res uisas fuerint corpora ordinata continuata: & fuerint ualde extraneæ remotionis, ita ut uisus non possit certificare mensuras illorum corporum: non certificabitur mensura, quæ est inter illas duas res uisas. Remotiones ergo uisibilium à uisu non comprehenduntur, nisi ex comprehensione uirtutis distinctiuæ: quoniam illud, quod accidit in uisu apud uisionem, non accidit, nisi per aliquid extrinsecum. Et nulla quantitas remotionis uisibilium comprehenditur per sensum uisum uera comprehensione, nisi remotiones uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum remotio simul est mediocris. Et uisus unà etiam comprehendit corpora ordinata respicientia remotiones eorum, & certificat mensuras illorum corporum, ut se consequuntur. Mensuræ autem remotionum, præter huiusmodi, non certificantur à uisu. Uisibilium autem, quorum remotionum mensuræ non certificantur à uisu, quædam remotiones respiciunt corpora ordinata continuata, & uisus comprehendit illa corpora cum hoc: & sunt illa corpora, quorum extremitatum remotio est extranea: & quædam remotiones eorum respiciunt corpora ordinata continuata, sed uisus non comprehendit illa corpora, siue sint remotiones eorum extraneæ, siue sint mediocres: & quædam remotiones eorum non respiciunt corpora ordinata continuata, & sunt illa uisibilia, quæ sunt ualde eleuata à terra, quæ sunt extraneæ remotionis: & quæ non habent propè ipsam remotionem, neque parietem respicientem remotionem eorum. Et omnia uisibilia diuiduntur in istas partes. Et quando uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu: uirtus distinctiua statim cognoscit mensuras remotionum eorum secundum æstimationem, non secundum rectitudinem, & comparat remotionem eorum ad remotionem sibi similiam ex uisibilibus comprehensis à uisu antè, & sustentat se in argumentatione super formam rei uisæ, & comparat formam rei uisæ ad formam uisibilium similiam, quæ uisus comprehendit antè, & in quibus quantitates remotionum iam certificantur à uirtute distinctiua: & sic comparat remotionem rei uisæ, cuius quantitatem remotionis non certificat, ad remotionem uisibilium sibi similiam, quæ comprehendit uisus antè, & quorum remotionum mensuræ iam certificantur à uirtute distinctiua. Cum ergo uirtus distinctiua non certificauerit lineationes formæ rei uisæ: comparabit quantitatem totius formæ ad mensuras formarum uisibilium, æqualium illis formis in mensura, quarum remotionum quantitates iam certificate sunt in uirtute distinctiua, & assimilabit remotionem rei uisæ, cuius quantitas remotionis non certificabitur ab eo, ad remotionem uisibilium in mensura, quorum remotiones iam sunt certificate. Et est hoc maximum, super quod potest uirtus distinctiua in comprehendendo mensuras remotionum uisibilium. Fortè ergo inueniet per istam argumentationem certitudinem in comprehendendo remotionem illius, quod est huiusmodi: & fortè errabit: & in illis, in quibus inueniet certitudinem, non certificatur, utrum inuenit certitudinem, an non. Et ista argumentatio erit argumentatio in fine uelocitatis propter assuetudinem uirtutis distinctiuæ, in comprehendendo remotionem uisibilium per argumentationem & certificationem. Et fortè æstimabit uirtus distinctiua mensuras remotionis rei uisæ, si remotio eius respexerit corpora ordinata, & fuerit ex remotionibus mediocribus, propter assuetudinem suam in æstimando uel arguendo remotiones uisibilium, & propter ue-

locitatem cum suæ æstimationis argumentatione. Et cum remotio rei uisæ fuerit mediocris, non erit inter æstimationem remotionis, & inter ueram remotionem magna diuersitas. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua comprehendet remotionem eius, & mensuram remotionis eius, secundum quod poterit comprehendere, scilicet aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio eius habebit in anima menturam conceptam. Mensura ergo remotionis rei uisæ comprehensa à uisu, cuius forma est concepta in anima, quando illa remotio respexerit corpora ordinata continuata, & simul fuerit mediocris, & comprehenderit uisus illa corpora ordinata respicientia eius remotionem, & etiam iam uirtus distinctiua cognouerit ipsam, & certificauerit mensuras corporum ordinatorum, certificata est. Si autem eius remotio non respexerit corpora ordinata continuata: aut respexerit corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora: & simul fuerit remotio extranea, ita ut uisus non possit certificare mensuras illorum corporum: aut respexerit corpora ordinata continuata, & non comprehenderit uisus illa corpora, neque certificauerit mensuras eorum: aut possit comprehendere illa corpora, sed non aspexerit illa tunc, nec mensurauerit quantitates eorum, siue sint remotiones illorum uisibilium extraneæ, siue mediocres: erit tunc mensura eius remotionis, quæ est concepta in anima, neque certificata, neque uerificata. Et remotiones, quæ sunt inter uisibilia distincta, non comprehenduntur, nisi ex comprehensione diuisionis, quæ est inter illa uisibilia: & quædam quantitates remotionum, quæ sunt inter uisibilia distincta, comprehenduntur uera comprehensione, & quædam comprehenduntur per æstimationem. Mensura ergo remotionis, quæ est inter duo uisibilia, inter quæ sunt corpora ordinata continuata, quæ uisus comprehendit, & quorum certificatur mensuras: est mensura certificata: mensura autem remotionis, quæ est inter duo uisibilia, inter quæ non sunt corpora ordinata continuata: aut inter quæ sunt corpora ordinata continuata, sed uisus non certificatur mensuras illorum corporum: aut non comprehendit illa, est mensura non certificata. Secundum ergo istos modos erit comprehensio remotionum uisibilium per sensum uisus. Et etiam corpora respicientia remotiones uisibilium assuetorum, quæ sunt in remotionibus assuetis, quæ assuetæ comprehenduntur à uisu, comprehenduntur à uisu, & certificantur mensuræ eorum propter frequentationem eorum, ita ut uisus propter hoc comprehendat mensuras remotionum eorum per cognitionem. Quoniam uisus quando comprehendit aliquod uisibile assuetum, & fuerit in remotione assueta: cognoscat ipsam, & cognoscat eius remotionem, & æstimabit quantitatem remotionis eius. Quando ergo æstimabit quantitatem remotionis huiusmodi uisibilium: erit æstimatio eorum propè uera, & non erit inter æstimationem eius, & ueritatem magna diuersitas. Quantitas ergo remotionum uisibilium assuetorum, quæ sunt in remotionibus assuetis, comprehenduntur à uisu per cognitionem ex æstimatione quantitatum eorum: & plures remotiones uisibilium comprehenduntur secundum huiusmodi modum.

26. *Situs percipitur è uisibilis siti moderata distantia. 29 p 4.*

Situs uerò, quem uisus comprehendit ex uisibilibus, diuiditur in tres modos: quorum unus est situs totius rei uisæ apud uisum, aut situs cuiusdam partis rei uisæ apud uisum: & iste modus est oppositio. Secundus est situs superficiæ rei uisæ oppositæ uisui apud uisum: & situs superficialium rei uisæ oppositarum uisui apud uisum, quando res uisæ fuerit multarum superficialium, & fuerit illud, quod apparet uisui ex eis, multæ superficies: & situs terminorum superficialium uisibilium apud uisum, & situs linearum, & spatiorum, quæ sunt inter quælibet duo puncta, aut inter quælibet duo uisibilia, quæ simul comprehenduntur à uisu. Modus tertius est situs partium rei uisæ inter se, & situs terminorum superficialium rei uisæ inter se, & situs partium terminorum superficialium rei uisæ inter se: & iste modus est ordinatio: & consimiliter situs uisibilium diuersorum inter se, collocatur sub hoc modo. Omnes ergo situs, qui comprehenduntur à uisu, diuiduntur in istos tres modos. Et situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componitur ex remotione illius habentis situm ab illo alio, & ex situ illius habentis situm respectu illius alterius. Oppositio ergo rei uisæ ad uisum componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte, in qua est res uisæ, respectu uisus. Comprehensio autem remotionis rei uisæ iam declarata est, quod est intentio quiescens in anima.

27. *Locus & oppositio uisibilis percipiuntur è situ, quem obtinent in superficie uisus. 30 p 4. Vide 22 n.*

Verus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ rei uisæ apud uisionem, quoniam uisus non comprehendit rem uisam, nisi ex oppositione: & loca, quæ comprehenduntur à sensu, comprehenduntur à distinctione: & sensus & distinctio distinguunt inter loca, quamuis in eis nihil sit ex uisibilibus: & distinguit distinctio inter locum obiectum uisui, & locum propinquum ei: Et uirtus distinctiua comprehendit omnia loca per imaginationem. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui loco, & comprehenderit aliquod uisibile: & uisus postea fuerit ablatum ab illo loco: & fuerit oppositus alij loco: destruetur uisio illius rei uisæ: & cum reuertetur iterum ad oppositionem illius loci, reuertetur iterum uisio illius rei uisæ. Et cum uisus comprehenderit rem uisam apud oppositionem illius in loco, in quo est res uisæ: & comprehenderit uirtus distinctiua lo-

cum

cum oppositum uisui apud comprehensionem illius rei uisæ: & cum uisus fuerit ablatum ab oppositione illius loci: destruitur uisio illius rei uisæ: tunc ergo uirtus distinctiua comprehendit, quod res uisa non est, nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ. Et etiam declaratum est [18 n 1] quod uisus recipit formas propriè ex uerticationibus linearum radialium, & quod ipse non patitur à formis, nisi ex uerticationibus istarum linearum tantum. Et etiam declaratum est, [19 n 1] quod forma extenditur in corpore uisus secundum reſtitutionem linearum radialium. Cum ergo forma rei uisæ peruenerit in uisum: statim sentiens sentiet formam, & sentiet partem uisus, in quam peruenit forma, & sentiet uerticationem, per quam extenditur forma in corpore membri sentientis. Cum ergo comprehenderit uisus locum formæ in uisu, & comprehenderit uerticationem, per quam extendebatur illa forma: statim uirtus distinctiua comprehendet locum, in quem, ex quo, & per quem extendebatur illa uerticatio. Locus autem per quem & ex quo extendetur illa uerticatio, est locus, in quo est illa res uisa. Ex comprehensione ergo partis uisus, in quam peruenit forma rei uisæ, & ex comprehensione uerticationis, per quam extendebatur forma, & ex qua patitur uisus à forma, comprehendit uirtus distinctiua uerticationem, per quam extendebatur forma rei uisæ secundum ueritatem. Et secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium: quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu, nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quæ perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Et comprehensio loci rei uisæ secundum hunc modum habet simile in auditu: quoniam sentiens comprehendit uocem per sensum auditus, & comprehendit locum, à quo uenit uox, & distinguit inter uocem uenientem à dextra, & uocem uenientem à sinistra, & antè, & retro: Imò distinguit etiam inter loca uocum distinctione subtiliori ista: & distinguit inter locum uocis uenientis à loco sibi opposito facialiter, & locum uocis uenientis à loco obliquo à uerticatione oppositionis: & non distinguuntur loca, à quibus ueniunt uoces respectu auditus, nisi per uerticationes, super quas ueniunt uoces ad auditum. Sensus ergo auditus comprehendit uoces, & comprehendit uerticationes, ex quibus ueniunt uoces: & ex comprehensione uerticationum, super quas ueniunt uoces ad auditum, & super quarum reſtitutionem percutit uox auditum, comprehendit uirtus distinctiua locum, à quo uenit uox. Sicut ergo loca uocum comprehenduntur à sensu auditus: deinde à uirtute distinctiua mediante auditu: ita loca uisibilium comprehenduntur à uirtute distinctiua per sensum uisus. Et ex illis, ex quibus declaratur, quod sentiens comprehendit uerticationem, secundum quod patitur uisus à forma rei uisæ, est illud, quod comprehenditur in speculis secundum reflexionem. Quoniam res uisa, quam comprehendit uisus secundum reflexionem, non comprehenditur à uisu, nisi in oppositione, & cum est opposita illi: sed forma eius peruenit ad uisum secundum linearum reſtarum uerticationes, quæ sunt lineæ radiales extensæ à uisu in partem oppositionis. Cum ergo uisus senserit formam ex uerticationibus linearum radialium: æstimabit rem uisam esse apud extremitates illarum linearum: quoniam nihil comprehendit ex uisibilibus assuetis, quæ semper comprehendit, nisi apud extremitates linearum imaginatarum inter uisum & rem uisam, quæ sunt lineæ radiales. Ex comprehensione ergo rei uisæ à uisu secundum reflexionem uisus ad oppositionem, & secundum reſtitutionem uerticationum, super quas formæ reflexæ perueniunt ad uisum, uidebitur quod sentiens sentit uerticationem, per quam uenit forma, & ex qua patitur uisus à forma. Et cum sentiens sentit uerticationem uisus, ex qua patitur uisus à forma, comprehendit uirtus distinctiua locum, in quo extenditur illa uerticatio, & comprehendet locum rei uisæ. Locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente, comprehensione larga, & ex comprehensione situs apud uisionem: & comprehenditur à uirtute distinctiua, comprehensione larga, ex comprehensione situs rei uisæ apud uisionem: & comprehenditur uera comprehensione, & certificata, ex comprehensione uerticationis, ex qua patitur uisus à forma rei uisæ. Remotio autem rei uisæ est intentio, quæ iam quieuit in anima. Igitur apud peruentum rei uisæ ad uisum, comprehendit uirtus distinctiua locum rei uisæ cum quiete intentionis remotionis apud ipsam: & adiunctio remotionis & loci est oppositio. Cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit locum rei uisæ, & suam remotionem, simul comprehendet eius oppositionem. Comprehensio ergo oppositionis est ex comprehensione loci rei uisæ, & ex comprehensione remotionis rei uisæ in simul. Et comprehensio loci erit secundum modum, quem diximus. Cum ergo forma rei uisæ peruenerit in uisum, sentiet sentiens locum membri sentientis, in quem peruenit forma, & comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ ex uerticatione, per quam extenditur forma: & intentio remotionis iam quieta est apud ipsam. Ipsa ergo comprehendet locum, & remotionem simul apud comprehensionem formæ à sentiente. Igitur apud comprehensionem formæ à sentiente comprehendet uirtus distinctiua oppositionem. Secundum ergo hunc modum dictum, erit comprehensio oppositionis. Et iam declaratum est, [10 n] quo modo uisus comprehendat formam rei uisæ solo sensu. Apud peruentum ergo formæ rei uisæ in uisum comprehendet sentiens colorem rei uisæ, & lucem eius, & locum uisus, qui colorabatur & illuminabatur ab illa forma: & comprehendet uirtus distinctiua locum eius, & remotionem apud comprehensionem lucis & coloris eius à sentiente. Et sic comprehenduntur lux & color, locus & remotio simul in minimo tempore. Sed locus & remotio sunt opposita, & lux & color sunt forma rei uisæ, & ex comprehensione formæ & comprehensione oppositionis sustentatur cõprehensio rei uisæ in oppositione uisus. Ergo

comprehensio rei uisæ in oppositione uisus non est, nisi quia forma & oppositio comprehenduntur simul: deinde propter frequentationem istius intentionis, & multitudinem iterationis eius est facta forma signum sensui, & uirtuti distinctiue. Apud peruentum ergo formæ in uisum comprehenditur à sentiente, & comprehendit uirtus distinctiua oppositionem, & efficitur ex hoc ab ipso sentiente comprehensio rei uisæ in suo loco: & similiter de qualibet parte rei uisæ. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio rei uisæ in loco suo: & similiter de qualibet parte rei uisæ. Cum ergo remotio rei uisæ fuerit ex remotiōibus mediocribus certificata quantitatē: erit locus rei uisæ, in quo comprehenditur à uisu, locus uerus: & si remotio rei uisæ non fuerit ex remotiōibus certificata mensuræ: erit comprehensio rei uisæ in oppositione certificata secundum oppositiones: quoniam oppositio componitur ex ubiitate & remotiōe in eo, quod est remotio. Sed locus rei uisæ, in quo comprehenditur à uisu, est æstimatus, non certificatus: quoniam locus certificatus non comprehenditur, nisi ex certificatione quantitatē remotiōis.

28. *Situs directus & obliquus lineæ, superficiei, & spatij percipitur ex æquabili & inæquabili terminorum distantia: 31 p 4.*

Situs uerò superficierum uisibilium apud uisum diuiditur in duo, scilicet in directam oppositionem, & obliuationem. Superficies autem directa opposita uisui est illa, cuius axis radialis, (quando superficies comprehenditur à uisu apud rectam oppositionem) occurrit alicui puncto ex ea, & est simul eleuatus super superficiem eleuatione æquali. Et superficies obliquata est illa, cuius axis radialis, (quando ipsa comprehenditur à uisu apud obliuationem) occurrit alicui puncto ex ea, & est obliquatus super superficiem, non eleuatus super ipsam eleuatione æquali secundum omnes diuersitates modorum obliuationis. Termini uerò superficierum uisibilium, & lineæ, quæ sunt in rebus, & spatia quæ sunt inter uisibilia, & inter partes uisibilium, diuiduntur in duo: quorum alterum sunt lineæ, & spatia secantia lineas radiales: & alterum sunt lineæ & spatia æquidistantia lineis radialibus, & respicientia ipsas. Et lineæ & spatia secantia lineas radiales diuiduntur secundum situm in duo: in obliuationem & directionem, secundum diuisionem situum & superficierum in ista duo. Linea autem directa est illa, ad cuius aliquod punctum perueniet axis radialis: & erit perpendicularis super ipsam: & linea obliquata est illa, cuius axis radialis, quando peruenit ad aliquod punctum eius, erit obliquatus super ipsam, non perpendicularis. Uisus autem comprehendit directionem & obliuationem superficierum, & linearum, & distinctionem earum ex comprehensione diuersitatis remotiōum extremitatum superficierum & linearum, & æqualitatis earum. Quoniam quando uisus comprehenderit superficiem rei uisæ: & comprehenderit remotiōes extremitatum eius: & senserit æqualitatem remotiōum terminorum superficiei ab eo, aut æqualitatem duorum locorum oppositorum æqualis remotiōis à loco superficiei, ad quam intuetur quis: comprehendet superficiem esse directè oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua, quod sit directa. Et cum uisus comprehenderit superficiem rei uisæ, & comprehenderit remotiōem extremitatum eius & diuersitatem, & non inuenit in superficie duo loca æqualis remotiōis à loco superficiei, ad quam intuetur, quorum remotio ab eo fuerit æqualis: comprehendet superficiem obliquatam in respectu sui, & iudicabit uirtus distinctiua, quod sit obliquata. Et similiter de sitibus linearum, & spatiorum directorum & obliquorum: scilicet, quod uisus comprehendat directionem lineæ & spatij, quando senserit, quod duæ remotiōes duarum extremitatum lineæ aut spatij sunt æquales ab eo: aut quod duæ remotiōes duorum punctorum lineæ aut spatij, quorum remotio à puncto, ad quod intuetur quis, puncto scilicet lineæ, aut spatij est æqualis: & comprehendit uisus obliuationem lineæ aut spatij, quando senserit, quod duæ remotiōes duarum extremitatum lineæ aut spatij ab eo sunt inæquales: aut quod duæ remotiōes duorum punctorum, & æqualis remotiōis à puncto, ad quod intuetur quis, lineæ aut spatij, sunt diuersæ. Et ista æqualitas & diuersitas multoties comprehenduntur à sentiente per æstimationem & signa. Secundum ergo hunc modum erit obliuationis comprehensio, & directionis à uisu. Et cum superficies tota, aut linea tota fuerit directa uisui, non erit quælibet pars eius per se directè opposita uisui: imò nulla pars eius est directè opposita uisui per se, nisi pars, supra quam est axis apud directam oppositionem. Cum ergo mouetur axis radialis super superficiem directam, aut super lineam directam, erit obliquatus super quamlibet ipsius partem, supra quam transit, præter primam partem, in qua est punctum, super quod fuerit perpendicularis: & sic erit quælibet pars superficiei directè oppositæ, & lineæ directè oppositæ, quando fuerit sumpta per se, obliquata, præter partem prædictam: & quando accipietur tota linea, aut superficies, erit directa. Et cum punctum, apud quod erit axis perpendicularis super superficiem aut lineam, fuerit in medio superficiei aut lineæ: erit superficies aut linea in fine directæ oppositionis ad uisum. Si autem punctum non fuerit in medio: erit superficies aut linea directa, sed non in fine directionis: & quanto fuerit punctum, apud quod axis fuerit perpendicularis super superficiem aut lineam, medio superficiei aut lineæ propinquius, tanto erit superficies aut linea directionis oppositionis. Situs autem linearum & spatiorum æquidistantium lineis radialibus, comprehenduntur à uisu ex comprehensione oppositionis. Quoniam, quando uisus comprehenderit extremitates linearum aut spatiorum, quæ sequuntur uisibilia opposita uisui illi, & extremitates eorum propinquas, quæ sequuntur eundem uisum, comprehendet situs eorum, & comprehendet

prehendet extensionem eorum in uerticatione oppositionis. Secundum ergo istos modos erit comprehensio situum, superficierum, linearum, & spatiorum à uisu, respectu illius. Quaedam autem superficies, & lineæ, & spatia secantia lineas radiales sunt obliquationis ualde magnæ super radiales lineas, & quædam sunt modicæ, & quædam sunt perpendiculares super lineas radiales: & sunt superficies, & lineæ, & spatia directè opposita uisui. Extremitas autem remotior cuiuslibet superficiei, & lineæ, & spatij sequitur partem remotam à uisu, scilicet partem sequentem extremitates linearum radialium, & extremitas propinquior sequitur partem propinquam uisui, scilicet partem sequentem uisum. Et quando uisus comprehenderit aliquam lineam, uel aliquod spatium, statim comprehendet duas ubitates sequentes extremitates lineæ illius, aut illius spatij: & similiter quando uisus comprehenderit aliquam superficiem: comprehendet ubitates sequentes extremitates illius superficiei ex comprehensione extensionis illius superficiei, in longitudine, & latitudine. Cum ergo uisus comprehenderit superficiem obliquam super lineas radiales, & fuerit illa superficies maximæ declinationis: comprehendet uisus ubitatem sequentem extremitatem remotiorem apud comprehensionem superficiei, & comprehendet ipsam esse sequentem extremitates linearum radialium, & comprehendet ubitatem sequentem extremitatem propinquiorem, & comprehendet ipsam esse sequentem illud, quod est prope uisum. Et similiter de lineæ, & spatio maximæ obliquationis. Et cum uisus perceperit, quòd una duarum extremitatum superficiei, aut lineæ, aut spatij sequantur ubitatem remotam à uisu, & quòd altera extremitas sequatur ubitatem propinquam uisui: statim percipiet remotionem unius duarum extremitatum, aut lineæ, aut spatij, aut superficiei, & appropinquationem alterius. Et cum perceperit remotionem unius duarum extremitatum, aut lineæ, aut spatij, aut superficiei, & appropinquationem alterius: statim percipiet obliquationem situs illius superficiei, aut lineæ, aut spatij. Obliquatio ergo superficierum, & linearum, & spatiorum obliquatorum super lineas radiales extraneæ obliquationis, comprehenditur à uisu ex comprehensione duarum ubitatum extremitatum eorum.

29. *Situs uisibilis obliquus ex immoderata distantia uidetur directus. 34 p 4.*

DEclinatio autem & directio oppositio linearum, & superficierum, & spatiorum modicæ obliquationis, & directionis, non comprehenduntur à uisu uera comprehensione certificata, nisi remotio eorum sit mediocris, & respiciat corpora ordinata comprehensa à uisu, & comprehenderit ex mensuris eorum corporum mensuras remotionum extremitatum illarum superficierum, & linearum, & spatiorum, & comprehenderit æqualitatem duarum remotionum duarum extremitatum superficiei, aut lineæ, aut spatij: aut inæqualitatem earum: quoniam nulla ubitatum sequentium extremitates superficierum, & linearum, & spatiorum directè oppositorum, aut declinantium modica declinatione, sequitur uisum: Sed extremitates eorum oppositæ sequuntur ubitates dextras, aut sinistras, aut superiores, aut inferiores. Si ergo uisus non comprehenderit mensuras remotionum eorum, quæ sunt huiusmodi à uisu, non comprehendet æqualitatem remotionum extremitatum eorum, aut inæqualitatem: & si hæc non comprehenderit, non comprehendet obliquationem eorum, neque directionem. Cum ergo superficies, & lineæ, & spatia fuerint maximæ remotionis, & fuerit obliquatio eorum modica: non poterit uisus comprehendere obliquationem eorum, neque potest distinguere inter obliquum, & rectum: quoniam quantitates remotionum superficierum, & linearum, & spatiorum, quorum remotio est magna, non certificantur à uisu, sed æstimantur. Et cum remotio eorum fuerit magna, & fuerint ipsa modicæ obliquationis: erit differentia, quæ est inter remotas extremitates eorum oppositorum, ualde modica, ferè carens quantitate respectu quantitatum remotionum eorum. Et cum uisus non certificauerit quantitates remotionum extremitatum eorum, non comprehendet diuersitatem remotionum, quæ est inter extremitates eorum. Et cum non comprehenderit diuersitatem, quæ est inter remotiones extremitatum superficiei, lineæ, & spatij, æstimabit remotiones illas esse æquales, & non comprehendet obliquationem illius superficiei, aut lineæ, aut spatij: & cum non comprehenderit obliquationem illius superficiei, aut lineæ, aut spatij, æstimabit ipsum esse directum. Et obliquatio modica superficierum, & linearum, & spatiorum, quorum remotio est maxima, non comprehenditur à uisu. Uisus ergo comprehendit omnes superficies, & lineas, & spatia, quæ sunt maximæ remotionis, & minimæ obliquationis, quasi directè opposita, & non certificat situs eorum, neque distinguit inter obliquum, & directè oppositum, sed comprehendit obliquum, & rectum secundum unum modum. Et similiter situs superficierum, & linearum, & spatiorum, quorum remotio est mediocris, quando non respexerint corpora ordinata, aut uisus non comprehenderit corpora respicientia remotiones eorum, & non certificauerit quantitates remotionum eorum, non certificatur à uisu, nec distinguit uisus inter obliquum eorum & directum, sed accipit situm eorum æstimatione: & fortasse æstimabit illud, quod est huiusmodi, esse directum, quamuis sit obliquum. Et cum superficies, & lineæ, & spatia fuerint in remotione mediocri, & remotiones eorum respexerint corpora ordinata, & comprehenderit uisus illa corpora ordinata, & quantitates eorum, comprehendet quantitates remotionum extremitatum superficierum illarum, & linearum, & spatiorum, & comprehendet æqualitatem remotionum extremitatum eorum oppositorum, si fuerint extremitates illæ æquales, & inæqualitatem

inæqualitatem eorum, si fuerint inæquales. Et cum comprehenderit æqualitatem remotio-
 num extremitatum superficierum, aut linearum, aut spatiorum, aut inæqualitatem eorum: compre-
 hendet directionem illius superficierum, aut linearum, aut spatij, aut eorum obliquationem certificata com-
 prehensione. Et similiter obliquatio linearum, aut superficierum, aut spatiorum, quæ sunt maxime
 obliquationis, non comprehenditur à uisu, nisi ipsa sint in remotione mediocri, respectu magnitu-
 dinis eorum. Nam uisus non comprehendit ubitates sequentes extremitates superficierum, aut lineæ,
 aut spatij: nisi quando comprehenderit quantitatem extensionis illius superficierum, aut lineæ, aut spa-
 tij: sed uisus non comprehendit quantitatem extensionis superficierum, aut lineæ, aut spatij, nisi quan-
 do fuerit in remotione mediocri respectu quantitatis illius superficierum, aut lineæ, aut spatij. Declina-
 tio ergo superficierum, aut lineæ, aut spatij secantium lineas radiales, quando fuerit maxima, com-
 prendetur à uisu comprehensione ubitatum extremitatum eius: & si fuerit modicæ obliquatio-
 nis, aut directæ oppositionis: comprehendetur à uisu esse obliquum, aut esse directum uisibile ex
 comprehensione quantitatum remotio-
 num extremitatum eorum. Et uisus non certificat quali-
 tatem situum superficierum, & linearum, & spatiorum, quæ sunt maximæ obliquationis, nisi quan-
 do certificauerit qualitatem extensionis eorum. Et non certificat situm superficierum, & linea-
 rum, & spatiorum, quæ sunt modicæ obliquationis, aut directæ oppositionis, nisi quando certifi-
 cauerit quantitates remotio-
 num extremitatum eorum, & comprehenderit inæqualitatem remo-
 tionum extremitatum eorum oppositorum, aut æqualitatem. Sed uisus raro certificat situs uisi-
 bilium, & plura, quæ comprehendit uisus ex sitibus uisibilium, non comprehendit, nisi per æsti-
 mationem. Sustentatio ergo uisus in comprehensione situum uisibilium non est, nisi per æstimatio-
 nem. Cum ergo aspiciens aspexerit, & uoluerit certificare situm alicuius superficierum, aut situm a-
 licuius lineæ, quæ sunt in uisibilibus, aut situm alicuius spatij, in superficieribus uisibilium: intue-
 bitur formam illius rei uisæ, & qualitatem extensionis illius superficierum, aut lineæ, aut spatij. Si
 ergo forma illius rei uisæ, in qua est illa superficies, aut linea, aut spatium, fuerit manifesta, & certifi-
 cata, & fuerit obliquatio istius superficierum, aut lineæ, aut spatij maxima: comprehendet uisus obli-
 quationem eius uerè ex comprehensione qualitatis extensionis eius, & ex comprehensione dua-
 rum ubitatum extremitatum eius. Et si forma illius rei uisæ fuerit manifesta, & non fuerit maxi-
 mæ obliquationis, & remotio eius respexerit corpora ordinata: uidebit corpora respicientia re-
 motiones extremitatum eius, & considerabit quantitatem eorum: & comprehendet remotio-
 nem illius superficierum, aut lineæ, aut spatij, & quantitatem obliquationis eius, aut directionem eius ex
 comprehensione quantitatum remotio-
 num extremitatum eius. Et si forma rei uisæ non fuerit
 manifesta, aut fuerit manifesta, sed obliquatio fuerit maxima, & remotio non respexerit corpo-
 ra ordinata: non comprehendet uisus certitudinem situs huiusmodi superficierum, aut lineæ, aut
 spatij. Et quando uisus comprehenderit formam non manifestam, & inuenerit remotiones eius
 respicere corpora ordinata: statim percipiet, quod situs illius superficierum, aut lineæ, aut spatij
 non certificatur. Secundum ergo istos modos comprehendit uisus situs superficierum uisibilium,
 & situs linearum, & spatiorum, quæ sunt in superficieribus uisibilium, scilicet quæ omnes secant li-
 neas radiales. Quod uerò est ex spatij, quæ sunt inter uisibilia distincta in rebus remotioribus
 maximis, scilicet, quando fuerit remotio utriusque uisibilium, quæ sunt apud duas extremitates
 spatij, maxima remotio, comprehenditur à uisu tunc quasi directè oppositum, quamuis sit obli-
 quum: quoniam non comprehendit diuersitatem, quæ est inter remotiones extremitatum eius.
 Et si alterum duorum uisibilium, quæ sunt apud duas extremitates spatij, fuerit propinquius al-
 tero, & senserit uisus appropinquationem eius: comprehendet spatium, quod est inter ea, esse
 obliquum, secundum quod comprehendit ex appropinquatione propinquo-
 ris illorum duorum uisibilium, & ex remotione remotioris illorum. Et si alterum duorum uisibilium fuerit propin-
 quius, sed uisus non comprehenderit appropinquationem eius: non sentiet obliquationem spa-
 tij, quod est inter ea. Situs ergo superficierum, & linearum, & spatiorum secantium lineas radia-
 les, non certificatur à uisu, nisi sit remotio eorum mediocri: & simul non certificat uisus æquali-
 tatem aut inæqualitatem remotio-
 num extremitatum eorum. Si autem uisus non certificauerit æqualita-
 tem remotio-
 num extremitatum eorum, aut inæqualitatem, non poterit certificare situm illorum. Et plura
 illorum, quæ comprehenduntur à uisu ex sitibus uisibilium, non comprehenduntur nisi per æsti-
 mationem. Si ergo ipsa fuerint in remotione mediocri, non erit magna diuersitas inter situm com-
 prehensum à uisu per æstimationem, & uerum situm: & si fuerint in remotione maxima, non di-
 stinguet inter obliquum & directum. Quoniam uisus quando non comprehenderit inæqualita-
 tem duarum remotio-
 num extremitatum rei uisæ: comprehendet ipsas esse æquales, & sic
 iudicabit ipsam rem uisam esse directam. Secundum ergo istos modos erit comprehensio situum
 superficierum, & linearum, & spatiorum per sensum uisus.

30. *Situs partium & terminorum rei uisibilis, & situs uisibilium distinctorum per-
 cipiuntur ex æquabili & inæquabili distantia, ordineque formarum ad uisum manantium.*
 32 p 4.

Situs uerò partium rei uisæ inter se, & situs terminorum superficierum rei uisæ, aut superficierum eius
 inter se, & situs uisibilium distinctorum inter se, quæ collocantur sub ordinatione, comprehen-
 duntur

dantur à uisu ex comprehensione locorum uisus, ad quæ perueniunt formæ partium, & ex comprehensione ordinationis partium formæ peruenientis ad uisum, per uirtutem distinctiuam. Quoniam enim forma cuiuslibet partium superficiæ rei uisæ peruenit in aliquam partem superficiæ membri sentientis, in quam peruenit forma totius: unde cum superficiæ rei uisæ fuerit diuersorum colorum, & fuerint inter partes eius differentia, per quas distinguantur partes inter se: erit forma perueniens ad uisum diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctæ secundum partium distinctionem superficiæ rei uisæ. Et sentiens sentit formam, & sentit quamlibet partium formæ ex sensu colorum illarum partium, & lucis quæ est in eis: & sentit loca formarum partium in uisu ex sensu colorum partium illarum, & lucis illarum. Et uirtus distinctiua comprehendit ordinem illorum locorum ex comprehensione diuersitatis colorum partium formæ, & ex comprehensione differentiarum partium. Et sic comprehendit dextrum & sinistrum, superius & inferius ex comparatione illorum inter se: & sic comprehendit etiam contiguum & separatum. Situs uero partium rei uisæ, inter se secundum accessionem & remotionem, scilicet secundum præminentiam & profunditatem, comprehenduntur à uisu, ex comprehensione quantitatis remotionum partium à uisu, & comprehensione diuersitatis remotionum partium secundum magis & minus. Situs uero partium rei uisæ quando fuerint in remotione mediocri inter se, secundum accessionem & remotionem comprehenduntur à uisu: & hoc, cum uisus comprehenderit quantitatem illius remotionis, & comprehenderit inæqualitatem, quæ est inter remotiones partium à uisu, & æqualitatem. Si autem uisus non certificauerit quantitates remotionis eius, & quantitates remotionum partium eius: non comprehendet uisus ordinationem partium eius secundum accessionem & remotionem apud uisionem. Si autem fuerit aliquid ex uisibilibus assuetis, quæ cognoscuntur à uisu, comprehendet ordinationem partium eius secundum præminentiam & profunditatem, & figuram superficiæ eius per cognitionem, non sola uisione: & si fuerit ex uisibilibus extraneis, quæ uisus non cognoscit: comprehendet superficiem eius quasi planam, quando non certificauerit quantitates remotionum partium eius. Et ista intentio apparet, quando uisus inspexerit aliquod corpus conuexum, aut concauum, & fuerit in remotione maxima: quoniam uisus tunc non comprehendet conuexitatem aut concauitatem, sed comprehendet ipsum quasi planum. Et situs partium superficiæ rei uisæ inter se in diuersitate ubitatum, & in separatione, & in continuatione non comprehenduntur à uisu, nisi ex comprehensione partium formæ peruenientis in uisum, & comprehensione diuersitatis colorum & differentiarum, per quas distinguuntur partes, & ex comprehensione ordinationis partium formæ per uirtutem distinctiuam. Et situs partium superficiæ rei uisæ inter se in accessione, & etiam secundum remotionem respectu uisus, non comprehenduntur à uisu, nisi ex comprehensione quantitatis remotionis partium, & ex comprehensione æqualitatis & inæqualitatis quantitatum remotionum earum. Ordinatio ergo partium rei uisæ secundum accessionem & remotionem illius, cuius quantitates remotionum partium certificantur à uisu, comprehenditur à uisu: ordinatio uero partium illius remotionum partium, cuius quantitates non certificantur à uisu, non comprehenditur à uisu. Ordinatio autem partium rei uisæ distinctarum comprehenditur à uisu ex comprehensione locorum uisus, in quæ perueniunt formæ illarum partium, & ex comprehensione distinctionis in uisu per uirtutem distinctiuam. Et similiter est de uisibilibus distinctis. Termini autem superficiæ rei uisæ, aut superficieum eius, & ordinatio eorum comprehenduntur à uisu ex comprehensione partis superficiæ eius, in quam peruenit color illius superficiæ, & lux eius à uisu, & ex comprehensione terminorum illius partis, & ordinationis circumferentiæ illius partis per uirtutem distinctiuam. Secundum ergo istos modos comprehendit uisus situs partium uisibilium, & situs partium superficieum uisibilium inter se, & situs terminorum superficieum, & situs partium distinctarum uisibilium inter se, & situs uisibilium distinctorum inter se.

31. *Soliditas quorundam corporum solo uisu percipitur: quorundam uisu & syllogismo simul.* 63 p 4.

Corporeitas uero, quæ est extensio secundum trinam dimensionem, comprehenditur à uisu in quibusdam corporibus, & in quibusdam non. Tamen apud hominem distinguentem iam quietum est principium, quod non comprehenditur sensu uisu, nisi corpus: & sic quando ipse comprehendet uisibile: sciet statim quod est corpus, quamuis non comprehendat extensionem secundum trinam dimensionem. Et uisus comprehendit in corporibus extensionem eorum secundum longitudinem & latitudinem ex comprehensione superficieum corporum oppositorum illi. Cum ergo comprehenderit superficiem corporis, sciendo quod illud uisibile est corpus: comprehendet statim extensionem illius corporis secundum longitudinem & latitudinem, & non remanet nisi dimensio tertia. Et quædam corpora continentur à superficiebus planis secantibus se obliquè: & quædam continentur à superficiebus concauis, aut conuexis: & quædam continentur à superficiebus diuersarum figurarum secantibus se obliquè: & quædam continentur ab una superficie rotunda. Corpus autem, quod continentur à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana, quando comprehenditur à uisu, & fuerit superficies eius plana opposita uisui & directa, & superficies residuæ secuerint superficiem directè oppositam, aut perpendiculares super superficiem directè oppositam,

oppositam, aut obliquæ super ipsam ad partem strictam ex parte posteriori superficiæ directæ oppositæ: non apparebit uisui ex eo, nisi superficies directæ opposita tantum. Ergo ex huiusmodi corporibus non comprehendit uisus, nisi longitudinem & latitudinem tantum: ergo non sentit corporeitatem huiusmodi. Corpus autem, quod continetur a superficiebus secantibus se, quando superficies eius fuerit opposita uisui, sed non secundum directam oppositionem, & fuerit sectio istius superficiæ cum alia superficie illius corporis, comprehensa à uisu, ita ut possit comprehendere duas superficies simul: comprehendetur à uisu tunc eius corporeitas: quoniam comprehendet obliquationem superficiæ corporis ad eius profunditatem: quare comprehendet extensionem corporis secundum profunditatem, cum comprehenderit ex superficie obliqua extensionem in longum & latum. Et sic comprehendet corporeitatem huiusmodi corporum. Et similiter erit, quando una superficie corporis directæ fuerit opposita uisui, & fuerint superficies secantes illam superficiem, aut una illarum obliqua super superficiem directæ oppositam ad partem amplam ex parte posteriori superficiæ directæ oppositæ: quoniam uisus comprehendet in tali corpore superficiem directæ oppositam, & superficiem obliquè secantem superficiem directæ oppositam, & comprehendet etiam sectionem istarum superficieum: & sic, sicut diximus, comprehendet corporeitatem illius corporis. Et generaliter dico, quòd omne corpus, in quo potest uisus comprehendere duas superficies secantes se, comprehendetur in sua corporeitate à uisu. Corporum autem, in quibus est superficies conuexa comprehensa à uisu, & illud, quod continet ipsa, est aut una superficies, aut multæ superficies, corporeitatem uisus comprehendere poterit ex comprehensione ueritatis eius. Quoniam si superficies conuexa fuerit opposita uisui: erunt remotiones partium eius à uisu inæquales, & erit medium eius propinquius extremitatibus uisus: & cum uisus comprehenderit conuexitatem eius, comprehendet quòd medium eius est sibi propinquius extremitatibus: & cum senserit quòd medium eius est propinquius illi, & quòd extremitates eius sunt remotiores: sentiet statim, quòd superficies exit ad ipsum ab ultimis tendentibus ad posterius: & sic sentiet extensionem corporis in profunditate, respectu superficiæ directæ oppositæ. Et ipse comprehendet extensionem corporis illius secundum longitudinem & latitudinem, ex comprehensione extensionis superficiæ conuexæ secundum longitudinem & latitudinem. Et similiter si alia superficies corporis præter superficiem directæ oppositam, fuerit conuexa: & comprehenderit uisus conuexitatem eius: comprehendet etiam extensionem eius secundum trinam dimensionem. Si uerò corporis, in quo est superficies concaua comprehensa à uisu, aliam superficiem senserit uisus, & senserit sectionem eius cum superficie concaua: tunc sentiet obliquationem superficiæ corporis illius, & cum senserit obliquationem illius superficiæ, statim sentiet corporeitatem eius. Si autem superficies fuerit concaua, comprehensa à uisu, & non apparuerit uisui alia superficieum residualium: non comprehendet uisus corporeitatem illius corporis: neque uisus comprehendet ex huiusmodi corporibus, nisi extensiones eius secundum duas dimensiones tantum, & non sentiet corporeitatem huiusmodi corporum, nisi per scientiam præcedentem tantum, non per sensum trium dimensionum illius corporis. Et superficies concaua etiam extenditur in profunditate propter propinquitatem extremitatum eius ad uisum & remotionem medij: Sed non comprehenditur ex extensione profunditatis, nisi extensio uacuitatis, non extensio corporis uisui, cuius superficies est illa superficies concaua. Comprehensio ergo corporeitatis à uisu, non est, nisi ex comprehensione obliquationis superficieum corporum: & obliquitates superficieum corporum, per quas significatur uisui, quòd corpora sint corpora, non comprehenduntur à uisu, nisi in corporibus, quorum remotio est mediocris. In corporibus autem maximè remotionis, quorum remotio non certificatur à uisu, non comprehendit uisus obliquationes superficieum: & sic non comprehendit corporeitatem eius per sensum uisus. Quoniam in talibus corporibus non comprehendit uisus situs partium superficieum eorum inter se, neque comprehendit ipsas nisi planas, & sic non comprehendit obliquationes superficieum, & sic denique non comprehendit corporeitatem. Uisus ergo non comprehendit corporeitatem corporis maximè remotionis, cuius remotio non certificatur illi. Et ipse comprehendit corporeitatem corporum ex comprehensione obliquationum superficieum corporum: & obliquationes superficieum corporum non comprehenduntur à uisu, nisi in uisibilibus mediocris remotionis, quorum situs partium superficieum inter se comprehenduntur à uisu. Et præter istorum uisibilibus corporeitatem, non comprehendit corporeitatem uisus, nisi per scientiam antecedentem tantum.

32. *Circulus percipitur è situ, quem obtinet in superficie uisus. 45 p 4.*

Figura autem rei uisæ diuiditur in duo: quorum alterum est figura circumferentiæ superficiæ rei uisæ, aut circumferentiæ alicuius partis rei uisæ: secundum autem est figura corporeitatis rei uisæ, aut figura corporeitatis alicuius partis rei uisæ. Et iste modus est forma superficiæ rei uisæ, cuius corporeitas comprehenditur per sensum uisus, aut forma partis superficiæ rei uisæ, cuius corporeitas comprehenditur. Et omne, quod uisus comprehendit ex figuris uisibilibus, diuiditur in istos modos. Figura uerò circumferentiæ superficiæ rei uisæ comprehenditur à sentiente, ex comprehensione circumferentiæ formæ, quæ peruenit in concauum nerui communis, & ex comprehensione circumferentiæ partis superficiæ membri sentientis, in quam peruenit forma rei uisæ: quoniam in utroque istorum locorum figuratur circumferentiæ superficiæ rei uisæ. Quemcunque ergo istorum locorum animaduertit sentiens, poterit comprehendere in eo figuram

figuram circumferentiæ rei uisæ. Et similiter figura circumferentiæ cuiuslibet partium superficiæ rei uisæ comprehenditur à sentiente ex sensu ordinationis partium terminorum partis formæ. Et cum sentiens uoluerit certificare figuram circumferentiæ superficiæ rei uisæ, aut figuram circumferentiæ partis rei uisæ, mouebit axem radialem super circumferentiam rei uisæ: & sic per motum certificabit situm partium terminorum formæ superficiæ, quæ est in superficie membri sentientis, & in concauo nerui communis. Quare comprehendet ex certificatione situum terminorum formæ, figuram circumferentiæ superficiæ rei uisæ. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio figuræ circumferentiæ rei uisæ, & figuræ circumferentiæ cuiuslibet partium superficiæ rei uisæ per sensum uisus.

33. *Superficies globosa percipitur è propinquitate partium mediarum, & æquabili longinquitate extremarum. 48 p 4.*

Forma autem superficiæ rei uisæ non comprehenditur à uisu, nisi ex comprehensione situum partium superficiæ rei uisæ, & ex consimilitudine & dissimilitudine eorundem situum. Et certificatur forma superficiæ ex comprehensione diuersitatis inæqualitatis remotionum partium superficiæ rei uisæ, & æqualitatis earum, aut inæqualitatis eleuationum partium superficiæ & æqualitatis earum. Quoniam conuexitas superficiæ non comprehenditur à uisu, nisi aut ex comprehensione propinquitatis partium mediarum in superficie, & remotionis partium in terminis: aut ex inæqualitate eleuationum partium eius, quando superficies superior corporis fuerit conuexa. Et similiter conuexitas termini superficiæ non comprehenditur à uisu, nisi aut ex comprehensione propinquitatis medij, & remotionis extremitatum, quando conuexitas eius opponitur uisui: aut ex inæqualitate eleuationum partium eius, quâdo gibbositas eius fuerit deorsum, aut sursum: aut ex inæqualitate partium eius, quod in eo dextrum est, aut sinistrum, quando gibbositas eius fuerit dextra aut sinistra.

34. *Superficies caua percipitur è longinquitate partium mediarum, & æquabili propinquitate extremarum. 49 p 4.*

Concauitas autem superficiæ, quando opponitur uisui, comprehenditur à uisu ex comprehensione remotionis partium mediarum, & appropinquatione extremitatum terminorum. Similiter est de concauitate terminorum superficiæ, quando opponitur uisui: & uisus non comprehendit concauitatem superficiæ, quando concauitas fuerit opposita sursum, aut deorsum, aut ad latus, nisi quando superficies concaua fuerit in parte abscissa, & apparuerit arcualitas termini eius, quæ est uersus uisum.

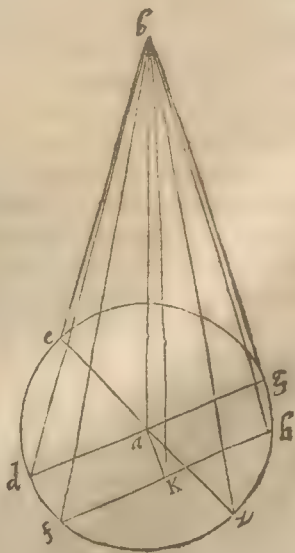
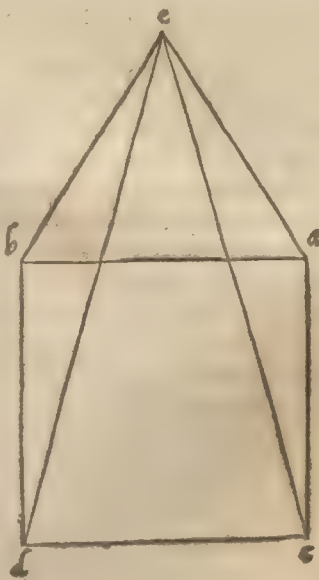
35. *Planities in distantia moderata directè opposita uisui: percipitur ex æquabili partium longinquitate, & similitudine collocationis atque ordinis ipsarum inter ipsas. 47 p 4.*

Planities autem superficieum comprehenditur à uisu ex comprehensione æqualitatis remotionum partium & consimilitudinis ordinationis earum. Et similiter comprehenditur rectitudo termini superficiæ, quando terminus opponitur uisui. Rectitudo enim termini superficiæ, & arcualitas, aut curuitas eius, quando superficies fuerit opposita uisui, & termini continuerint ipsam, comprehenditur à uisu ex ordinatione partium eius inter se. Conuexitas ergo superficiæ rei uisæ, quæ opponitur uisui, & concauitas eius, & planities comprehenduntur à uisu ex comprehensione diuersitatis remotionis partium superficiæ, aut eleuationum earum, aut latitudinum earum, & ex quantitibus excessus remotionis partium, aut eleuationum, aut latitudinum earum inter se. Et similiter conuexitas, & concauitas, & planities cuiuslibet partium rei uisæ comprehenditur à uisu ex comprehensione excessus remotionum partium illius partis, aut excessus eleuationum, aut latitudinum earum, aut æqualitatis earum. Et propter istam causam non comprehendit uisus concauitatem & conuexitatem, nisi in uisibilibus, quorum remotio est mediocris. Uisus autem comprehendit propinquitatem quarundam partium superficiæ, & remotionem quarundam per quædam corpora interuenientia inter ipsum, & superficiem, & per corpora respicientia remotiones partium, quarum appropinquatio & remotio certificatur à uisu. Et cum quædam partes superficiæ fuerint prominentes, & quædam profundæ: comprehendet uisus prominentiam & profunditatem illarum per obliquationem superficieum partium, & sectiones partium, & curuitates earum in locis profunditatis, & per situs superficieum partium inter se. Et hoc erit, quando uisus non comprehenderit illam superficiem antè, neque aliquam huius generis. Si autem illares uisa fuerit ex uisibilibus assuetis, comprehendet uisus formam eius, & formam superficiæ per cognitionem antecedentem. Forma autem rei uisæ, quæ continetur ex superficiebus secantibus se, & diuerforam situum, comprehenditur à uisu ex comprehensione sectionis superficiæ eius, & ex comprehensione situs cuiuslibet superficieum eius, & ex comprehensione superficieum earum inter se. Formæ igitur figurarum rerum uisarum, quarum corporeitas comprehenditur à uisu, comprehenduntur ex comprehensione formarum superficieum earum, & ex comprehensione

hensione situum superficierum earum inter se. Et formæ superficierum uisibilium, quarum partes sunt diuersi situs: comprehenduntur à uisu ex comprehensione conuexitatis & concauitatis, & planitiei partium superficierum in uisibilibus, & prominentiæ, & profunditatis partium superficierum. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio superficierum formarum uisibilium, & figurarum earum. Et cum sentiens uoluerit certificare formam superficierum rei uisæ, aut formam alicuius partis rei uisæ, mouebit uisum in oppositionem eius, & faciet transire axem radialem super omnes partes eius, donec sentiat remotiones partium eius, & situs cuiuslibet illarum apud uisum, & situm earum inter se. Et cum sentiens comprehenderit remotionem partium superficierum, & situs earum, & comprehenderit prominentiam & profunditatem: comprehendet formam illius superficierum rei uisæ, & certificabit figuram eius. Et multoties errat uisus in eo, quod comprehendit ex formis superficierum uisibilium, & formis figurarum uisibilium, & non percipit errorem. Quoniam conuexitas parua & concauitas parua, & prominentia, & profunditas parua non comprehenduntur secundum accessum ad uisum, quamuis earum remotio sit mediocris, nisi sit propinqua ualde uisui. Visibilia ergo, quorum formæ comprehenduntur à uisu, sunt illa, quorum quantitates partium superficierum comprehenduntur à uisu, & quorum excessus & æqualitates remotionum partium comprehenduntur à uisu. Et uisibilia, quorum formæ certificantur à uisu, sunt illa, quorum quantitates remotionum partium, & quorum quantitates excessus remotionis partium certificantur à uisu. Et similiter figuræ circumferentiarum superficierum uisibilium, & figuræ circumferentiarum partium superficierum uisibilium non certificantur à uisu, nisi sint in remotionibus mediocribus, & certificauerit uisus ordinationem terminorum earum, & situm partium terminorum earum inter se, & certificauerit angulos earum. Et in quibus situs terminorum non certificatur à uisu, neque anguli, si habuerint angulos: in ijs non certificabit uisus figuras. Omnes ergo figuræ uisibilium comprehenduntur à uisu, secundum modos, quos declarauimus.

36. Magnitudo nec ex angulo pyramidis optica tantum: nec ex anguli & distantia comparatione percipitur. 27 p 4.

Magnitudo uerò & quantitas rei uisæ comprehenduntur à uisu: sed qualitas comprehensionis eius est ex intentionibus dubitabilibus. Et plures opinantur, quòd quantitas magnitudinis rei uisæ non comprehenditur à uisu, nisi ex quantitate anguli, qui fit apud centrum uisus, quem continet superficies pyramidis radialis, cuius basis continet rem uisam: & quòd uisus comparat quantitates rerum uisarum ad quantitates angulorum, qui fiunt à radijs, qui continent res uisas apud centrum uisus, & non sustentatur in comprehensione magnitudinis, nisi super angulos tantum. Et quidam illorum opinantur, quòd comprehensio magnitudinis non completur in comparatione ad angulos tantum, sed per considerationem remotionis rei uisæ, & situs eius cum comparatione ad angulos. Et ueritas est, quòd non est possibile, ut sit comprehensio quantitatum rerum uisarum à uisu ex comparatione ad angulos, quos res uisæ respiciunt apud centrum uisus tantum. Quoniam eadem res uisa non diuersatur in quantitate apud uisum, quamuis remotiones eius diuersentur diuersitate non magna. Quoniam quado res fuerit prope uisum, & ipse cõprehenderit quantitatem eius: & postea fuerit elongata à uisu non multum, & non diminuetur eius quantitas apud uisum, quando eius remotio fuerit mediocris. Et nunquam diuersatur quantitas alicuius rei uisæ assuetæ apud uisum, quando remotiones eius diuersantur, & fuerint ex remotionibus mediocribus. Et similiter corpora æqualia diuersarum remotionum, quando remotio illorum fuerit mediocris, cõprehenduntur à uisu æqualia: Sed anguli, quos respicit una & eadem res uisa in remotionibus diuersis mediocribus, diuersantur diuersitate alicuius quantitatis, [ut patet per 21 p 1]. Quoniam quando res uisa fuerit remota à uisu per unum cubitum, deinde si elongetur à uisu, donec fuerit eius remotio per duos cubitos: erit inter duos angulos, qui fiunt apud uisum ab illa re uisa, magnus excessus: & tamen non comprehendit uisus rem uisam in remotione duorum cubitorum, mi-



norem,

norem, quàm in remotione unius cubiti. Et similiter si elongetur à uisu per tres cubitos aut quatuor, non uidebitur minor, quamuis anguli, qui fiunt apud uisum, diuersentur diuersitate extranea. Et etiam si in superficie alicuius corporis signetur figura quadrata equalium laterum, & rectorum angulorum: & eleuetur illud corpus, donec superficies eius, in qua est quadratio, sit prope æquidistantiam uisus, & ita ut uisus comprehendat figuram quadratam: comprehendet uisus figuram quadrilateram æqualium laterum: & tamen anguli, quos respiciunt latera quadrati apud centrum uisus, quando centrum uisus fuerit prope superficiem, in qua est quadratio, erunt diuersi: cum nihilominus uisus comprehendat latera quadrati equalia. Et similiter quando in circulo extrahuntur diametri diuersorum situum, deinde eleuatur superficies, in qua est circulus, donec sit prope æquidistantiam uisus: erunt anguli, quos respiciunt diametri circuli apud centrum uisus, diuersi diuersitate magna secundum diuersitatem situs diametrorum: & tamen uisus non comprehendit diametros circuli, nisi æquales, quando remotio circulorum fuerit mediocris. Si ergo comprehensio rerum uisarum esset ex comparatione ad angulos tantum, qui fiunt ex uisibilibus apud centrum uisus: non comprehenderentur quadrati latera equalia, neque comprehenderentur diametri circuli æquales, neque comprehenderetur circulus rotundus, neque comprehenderetur una res uisa in rebus diuersis unius quantitatis. Experimentatione igitur istarum intentionum patet, quòd comprehensio quantitatum rerum uisarum non est ex comparatione ad angulos tantum.

37. *Magnitudo rei uisibilis percipitur è magnitudine partis superficiei uisus (in quam peruenit forma) & angulo pyramidis optica. 17 p 4.*

ET quia hoc declaratum est, quomodo certificemus qualitatem comprehensionis magnitudinis: & iam declaratum est, quòd sustentatio in comprehensione plurium sensibilium non est, nisi per argumentationem & distinctionem: magnitudo autem est una intentionum, quæ comprehenduntur ratione & argumentatione: & radix, super quam sustentatur uirtus distinctiua in distinctione quantitatis magnitudinis rei uisæ, est quantitas partis uisus, in quam peruenit forma rei uisæ: & pars, in quam peruenit forma rei uisæ, determinatur, & mensuratur per angulum, qui est apud centrum uisus, quem continet pyramis radialis, continens rem uisam, & partem uisus, in quam peruenit forma rei uisæ. Pars ergo uisus, in quam peruenit forma rei uisæ, & angulus, quem continet pyramis radialis, continens illam partem, sunt radix, quam non potest sensus & distinctio uitare in comprehensione magnitudinis rei uisæ. Sed tamen non sufficit uirtuti distinctiue in comprehensione magnitudinis consideratio anguli tantum, aut consideratio partis uisus respicientis angulum tantum. Quoniam una res uisa quando comprehenditur à uisu, & est prope ipsum: comprehendet sentiens locum uisus, in quem peruenit forma rei uisæ, & comprehendet quantitatem illius loci: deinde quando illa res uisa elongabitur à uisu: comprehendetur etiam à uisu, & comprehendet sentiens locum uisus, in quem peruenit forma eius secundò, & comprehendet quantitatem loci. Et manifestum est, quòd locus uisus, in quem peruenit forma eius primò, & locus uisus, in quem peruenit forma eius secundò, diuersantur secundum quantitatem: quoniam locus forme in uisu erit secundum quantitatem anguli, quem respicit illa res uisa apud centrum uisus. Et quòtò magis elongabitur res uisa, tantò magis angustabitur pyramis continens ipsam, & eius angulus, & locus uisus, in quem peruenit forma.

38. *Magnitudo uera uisibilis percipitur è comparatione basis anguli, & longitudine pyramidis optica. 27 p 4.*

ET cum sentiens comprehenderit locum, in quem peruenit forma rei uisæ, & comprehenderit quantitatem loci: comprehendet diminutionem loci apud remotionem rei uisæ à uisu. Et ista intentio sæpe reuertitur ad uisum: scilicet quòd uisibilia sæpe elongantur à uisu, & uisus ab eis, & appropinquant uisui, & uisus illis: & uisus comprehendit ipsa, & comprehendit diminutionem locorum formarum illarum in uisu apud remotionem, & comprehendit augmentationem locorum formarum illarum in uisu apud appropinquationem. Quare ad comprehensionem quantitatis rei uisæ adiungit uirtus distinctiua remotionem rei uisæ ad angulum pyramidis radialis, qui est in centro oculi. Ex frequentia ergo istius intentionis quieuit in anima apud uirtutem distinctiuam, quòd quòtò magis elongatur res uisa à uisu, tantò magis diminuitur locus forme eius in uisu, & angulus, quem respicit res uisa apud centrum uisus. Et cum hoc est: est quietum in anima, quòd locus, in quem peruenit forma rei uisæ, & angulus, quem respicit res uisa apud centrum uisus, non erit nisi secundum remotionem rei uisæ à uisu. Et cum hoc quietum est in anima, quando uirtus distinctiua distinguet quantitatem rei uisæ, non considerabit angulum tantum, sed considerabit angulum & remotionem simul: quoniam quietum est apud ipsam, quòd angulus non erit, nisi secundum remotionem. Quantitates ergo uisibilium non comprehenduntur, nisi per distinctionem & comparationem. Comparatio autem, per quam comprehenditur quantitas rei uisæ, est comparatio basis pyramidis radialis, quæ est superficies rei uisæ, ad angulum pyramidis, & ad quantitatem longitudinis pyramidis, quæ est remotio rei uisæ à uisu. Et consideratio uirtutis distinctiue

distinctiua non est, nisi in parte superficiei membri sentientis, in quam peruenit forma rei uisæ, cum consideratione remotionis rei uisæ à superficie uisus. Quoniam quantitas partis, in quam peruenit forma, nunquam erit nisi secundum quantitatem anguli, quem respicit illa pars apud centrum uisus. Et non est inter remotionem rei uisæ à superficie uisus, & remotionem eius à centro uisus in maiori parte diuersitas operans in remotionem. Et etiam iam declaratum est, [18 n 1. & 24. 25 n] quod sentiens comprehendit uerticationes, quæ sunt inter centrum uisus & rem uisam, quæ sunt uerticationes linearum radialium, & comprehendit uerticationum ordinationem, & ordinationem uisibilium, & ordinationem partium rei uisæ. Et cum sentiens comprehendit hæc uirtus distinctiua comprehendit, quod istæ uerticationes quanto magis elongantur à uisu, tanto magis ampliantur spatia, quæ sunt inter earum extremitates. Et ista intentio iam etiam quæta est in anima: & præterea, quietum est etiam in anima, quod lineæ radiales quanto magis elongabuntur à uisu, tanto erit res uisa apud earum extremitates minor. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & comprehenderit terminos eius: comprehendet uerticationes, ex quibus comprehendet terminos rei uisæ: & uerticationes, ex quibus comprehendet terminos rei uisæ, sunt lineæ continentes angulum, qui est apud centrum uisus, quem respicit illa res uisa, & sunt lineæ continentes locum uisus, in quem peruenit forma rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit uerticationes: imaginabitur uirtus distinctiua extensionem istarum linearum à centro uisus usque ad terminos rei uisæ: & quando simul comprehenderit quantitatem remotionis rei uisæ: imaginabitur quantitatem longitudinum istarum linearum, & quantitatem spatij, quod est inter extremitates earum: & spatia, quæ sunt inter extremitates istarum linearum, sunt diametri rei uisæ. Et quando uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem anguli, & quantitatem longitudinum linearum radialium, & quantitatem spatiorum, quæ sunt inter extremitates earum: comprehendet quantitatem rei uisæ secundum suum esse. Uerticationes autem, quæ extenduntur inter centrum uisus & terminos cuiuslibet rei uisæ comprehensæ à uisu, comprehenduntur à sentiente, & à uirtute distinctiua: & sentiens & uirtus distinctiua comprehendunt quantitatem partis uisus, in quam peruenit forma illius rei uisæ. Et cum uirtus distinctiua comprehenderit uerticationes linearum radialium: comprehendet situs earum inter se, & comprehendet appropinquationem earum inter se, & comprehendet qualitatem extensionis earum: & nihil remanet, quo completur comprehensio magnitudinis rei uisæ, nisi quantitas remotionis rei uisæ. Et iam declaratum est in qualitate comprehensionis remotionis rei uisæ, [24 n] quod cuiuslibet rei uisæ remotio comprehenditur à uisu, aut certè, aut æstimatione. Et cum uirtus distinctiua comprehenderit situs linearum radialium continentium terminos rei uisæ, & quantitatem partis, quæ est inter ipsas lineas radiales, & superficiem membri sentientis, quæ est quantitas anguli, & imaginata fuerit simul quantitatem remotionis rei uisæ: statim imaginabitur quantitatem anguli, & remotionis simul. Et cum imaginata fuerit quantitatem anguli & remotionis simul, comprehendet quantitatem rei uisæ secundum quantitatem anguli, & secundum quantitatem remotionis simul. Et uirtus distinctiua imaginatur quantitatem remotionis cuiuslibet rei uisæ comprehensæ à uisu, & imaginatur uerticationes continentes terminos illius, & per imaginationem istam perueniet ad ipsam forma pyramidis continentis rem uisam, & quantitas basis eius, quæ est res uisa: & sic perueniet ad illam quantitas rei uisæ. Et significatio, quod comprehensio magnitudinis rei uisæ fit per comparisonem magnitudinis ad remotionem rei uisæ, est: Quia uisus quando comprehenderit duo uisibilia diuersæ remotionis, & respicientia eundem angulum apud centrum uisus: scilicet, ut radij transeuntes per extrema primi illorum, perueniant ad extrema secundi, & primum illorum non cooperuerit totum secundum, & comprehenderit uisus remotionem cuiuslibet illorum comprehensione certificata: semper uisibile remotius comprehendetur à uisu uisibili propinquiore maius. Et quanto remotius uisibile magis elongabitur, & uisus certificauerit quantitatem remotionis eius, tanto comprehendetur maius. Verbi gratia: quando aliquis aspexerit parietem remotum à uisu remotione mediocri: & certificauerit uisus remotionem illius parietis, & quantitatem eius: & certificauerit quantitatem latitudinis eius: deinde apposuerit manum uni uisui inter uisum & parietem: & clauserit alterum oculum: inueniet tunc, quod manus eius cooperiet portionem magnam illius parietis, & comprehendet quantitatem manus eius in ista dispositione, & comprehendet quod quantitas cooperta à manu ex pariete, est multò maior quantitate manus eius: & uisus simul comprehendet uerticationes linearum radialium, & comprehendet angulum, quem continent lineæ radiales. Tunc ergo uisus comprehendet, quod angulus, quem respiciunt manus & paries, est idem angulus: & tunc etiam comprehendet, quod pars parietis cooperta manu eius, est multò maior manu. Et cum ita sit: uirtus distinctiua in illa comprehensione comprehendit, quod remotius duorum uisibilium diuersæ remotionis, respicientium unum angulum, est maioris quantitatis. Deinde quando quis in illa dispositione uisum suum auerterit: & aspexerit alium parietem remotiorem illo pariete: & apposuerit manum suam inter uisum & illum parietem: inueniet, quod illud, quod cooperitur ex secundo pariete, est maius illo, quod cooperitur ex primo. Et si tunc aspexerit cælum: inueniet quod manus eius cooperiet medium illius, quod apparet de cælo, aut magnam portionem eius: tamen aspiciens non dubitabit, quin manus eius nihil sit respectu illius, quod cooperuerit de cælo secundum sensum. Determinabitur ergo ex ista experimentatione, quod uisus non comprehendit quantitatem ma-

rem magnitudinis rei uisæ, nisi ex comparatione magnitudinis rei uisæ ad quantitatem remotionis eius cum comparatione ad angulum, non ex comparatione ad angulum tantum. Et si comprehensio quantitatis magnitudinis esset secundum angulum tantum: oporteret ut duo uisibilia diuersæ remotionis, respicientia unum angulum apud centrum uisus, uiderentur æqualia. Et non est ita. Quantitas ergo magnitudinis rei uisæ non comprehenditur per distinctionem, nisi ex imaginatione pyramidis continentis rem uisam à uirtute distinctiua, & ex imaginatione quantitatis anguli pyramidis, & ex comparatione basis pyramidis ad quantitatem anguli eius, & ad quantitatem longitudinis eius simul. Et hæc est qualitas comprehensionis magnitudinis. Et propter multitudinem consuetudinis uisus in distinctione remotionum uisibilium, quando senserit formam & remotionem rei uisæ: statim imaginabitur quantitatem loci formæ, & quantitatem remotionis, & comprehendet ex congregatione istarum duarum intentionum magnitudinem rei uisæ: Sed tamen quantitates remotionum uisibilium sunt collocatæ sub magnitudinibus, quæ comprehenduntur à uisu. Et iam prædictum est, [24. 25 n.] quod quædam quantitates remotionum uisibilium comprehenduntur certè, & quædam æstimatiuè. & quod illæ, quæ comprehenduntur æstimatiuè, comprehenduntur à similitudine remotionis rei uisæ ad remotiones sibi similia ex uisibilibus certificata remotionis: & quod remotiones certificatae quantitatis sunt illæ, quæ respiciunt corpora ordinata & continuata. Et ex comprehensione corporum ordinatorum continuatorum respicientium ipsas à uisu, & ex certificatione quantitatum illorum corporum, erit certificatio quantitatum remotionum uisibilium, quæ sunt apud extremitates eorum.

39. Magnitudo distantie percipiturè corporibus communibus, inter uisum & uisibile interiectis. 10 p 4. Idem 25 n.

Remanet ergo declarandum, quomodo uisus comprehendat quantitates remotionum uisibilium respicientium corpora ordinata continuata, & quomodo certificet quantitates corporum ordinatorum continuatorum respicientium remotiones uisibilium. Corpora ergo ordinata continuata respicientia remotiones uisibilium, sunt in maiori parte partes terræ, & uisibilia assueta, quæ semper comprehenduntur à uisu, & frequentius sunt superficies terræ, & corpus terræ interiacet inter ipsa, & corpus hominis aspicientis. Et quantitates partium terræ interiacentium inter aspicientem & uisibilia, quæ sunt super faciem terræ respicientes remotionem istorum uisibilium à uisu, semper comprehenduntur à uisu. Et comprehensio quantitatum partium terræ interiacentium inter aspicientem, & uisibilia, quæ sunt super faciem terræ, non est nisi ex mensuratione illarum inter se à uisu, & ex mensuratione partium terræ remotarum ab eo, ad partes terræ propinquas illi, quarum quantitates sunt certificatae. Deinde ex frequentatione comprehensionis partium terræ à uisu, & ex frequentatione mensurationis illarum à uisu, comprehendet uisus quantitatem partium terræ, quæ sunt apud pedes per cognitionem & assimilationem illarum per similes iam prius comprehensas. Visus ergo quando aspexerit partem terræ interiacentem inter ipsum & rem uisam: cognoscat quantitatem eius propter frequentationem comprehensionis similia illi parti terræ. Et ista intentio est ex illis intentionibus, quas sentiens acquirit à principio quiescentiæ. Et sic peruenient quantitates remotionum uisibilium assuetorum figuratæ in imaginationem & quietem in anima, ita ut homo non percipiat qualitatem quiescentiæ earum. Vnde uerò sit principium comprehensionis partium terræ interiacentium inter uisum & uisibilia, est, secundum quod narrabo. Principium eius, cuius quantitas certificatur à uisu, est illud, quod est apud pedes: quoniam quantitas illius, quod est apud pedes, comprehenditur à uisu & à uirtute distinctiua, & uisus certificatur ipsam per mensuram corporis hominis. Quoniam illud, quod est ex terra apud pedes, semper mensuratur ab homine sine intentione per pedes eius, quando ambulat super ipsum, & per brachium eius, quando extendit manus ad ipsum. Et omne, quod est prope hominem ex terra, semper mensuratur per corpus hominis sine intentione, & uisus comprehendit illam mensuram, & sentit ipsam: & uirtus distinctiua comprehendit istam mensuram, & intelligit ipsam, & certificatur ex ea quantitates partium terræ continuatarum cum corpore hominis. Quantitates ergo partium terræ propinquarum homini iam sunt intellectæ apud sentientem, & apud uirtutem distinctiuam. Et iam formæ earum sunt conceptæ apud uirtutem distinctiuam, & quietæ in anima: & uisus comprehendit istas partes terræ semper, & sentiens sentit uerticationes, quæ extenduntur à uisu ad extremitates istarum partium apud comprehensionem illarum à uisu, & apud considerationem corporis terræ à uisu, & comprehendit partes superficiem membri sentientis, in quas perueniunt formæ istarum partium terræ, & comprehendit quantitates partium, & quantitates angulorum, quos respiciunt istæ partes uisus. Anguli uerò, quos respiciunt partes terræ propinquæ homini, intelliguntur apud membrum sentiens secundum transitum temporis, & formæ eorum sunt conceptæ in anima. Et quantitates longitudinum linearum radialium, quæ extenduntur à centro uisus ad extremitates partium terræ propinquarum homini, comprehenduntur à sentiente, & à uirtute distinctiua, & certificantur ab ea. Quoniam uerò longitudines istarum uerticationum semper mensurantur per corpus hominis sine intentione: si ergo homo fuerit erectus, & aspexerit terram apud pedes eius, erunt longitudines linearum radialium secundum quantitatem erectionis hominis: & uirtus distinctiua intelliget certè, quod remotio interiacens inter uisum &

partem terræ, est quantitas erectionis hominis: & longitudines locorum terræ continuatorum cum corpore hominis, sunt intellectæ & perceptæ quantitates apud uirtutem distinctiuam, & formæ eorum sunt quietæ in anima. Cum ergo uisus aspexerit partem, quæ est apud pedes: statim sentiens comprehendet uerticationes peruenientes ad extremitates illius partis: & imaginabitur uirtus distinctiua quantitates longitudinum uerticationum peruenientium ad extremitates earum, & quantitates angulorum, quos continent illæ uerticationes. Et cum uirtus distinctiua imaginata fuerit quantitates longitudinum uerticationum, & quantitates angulorum, quos continent uerticationes: comprehendet quantitatem spatij, quæ est inter extremitates illarum uerticationum, certa comprehensione. Secundum ergo hunc modum certificantur quantitates partium terræ per sensum uisus. Deinde quantitates partium sequentium istas partes in remotione, comprehenduntur à uisu ex comparatione quantitatum partium linearum radialium, quæ extenduntur ad extremitates earum, ad quantitates radialium, quæ extenduntur ad primas partes, quæ sequuntur hominem: & sic comparat uirtus distinctiua lineas radiales tertio loco uenientes ad radios secundo uenientes, communes primæ parti & secundæ, & percipit quantitatem augmentationis tertij radij supra secundum, & cum senserit, sentiet quantitatem tertij radij: & ipse comprehendet quantitatem secundi radij certa comprehensione. Erunt ergo duo radij continentes secundam partem terræ notæ quantitatis apud uirtutem distinctiuam: & similiter erit situs eorum notus apud ipsam. Et cum comprehenderit longitudinem duorum radiorum, & situm eorum: comprehendet spatium, quod est inter extremitates eorum certa comprehensione. Secundum ergo hunc modum comprehendet uirtus distinctiua etiam quantitates partium terræ, sequentium partes continentes pedes. Et etiam partes sequentes partes continentes pedes, semper mensurantur per corpus hominis: quoniam quando homo ambulauerit super terram: mensurabitur terra, super quam ambulat, per pedes eius & passus, & comprehendet uirtus distinctiua quantitatem eius. Et cum homo pertranfierit locum, in quo fuerit, & partes continuatas cum pedibus eius: & peruenerit ad illas partes sequentes: mensurabuntur etiam illæ partes sequentes, sicut mensurabantur etiam priores, & comprehendet etiam sequentes, sicut comprehendebat priores. Et ista comprehensio erit certificata sine dubio: & sic certificabitur ab eo per comprehensionem istam secundam prima comprehensio. Si ergo quantitas eius non fuerit certificata primò, certificabitur secundò. Et ista commensuratio comprehenditur à sentiente semper, & utitur ipsa sine intentione sollicita. Sed aspecta aliqua partium terræ à uisu: comprehendit sentiens & uirtus distinctiua istam mensurationem per uiam accidentalem sine intentione: deinde propter frequentationem istius intentionis sunt iam certificatæ quantitates partium terræ sequentium pedes, & quantitates earum, quæ sequuntur ipsas. Secundum ergo hunc modum acquirit sentiens & uirtus distinctiua quantitates partium terræ continentium hominem, interiacentium inter uisum & uisibilia. Et ista acquisitio est in principio quiescentiæ hominis: deinde acquiescunt quantitates remotionum uisibilium assuetorum, quæ sunt super faciem terræ apud sentientem & apud uirtutem distinctiuam. Erit ergo comprehensio remotionum uisibilium assuetorum, quæ sunt super faciem terræ, per cognitionem & assimilationem eorum ad uicem: & est dicere, comprehensionem quantitatum remotionum uisibilium esse per acquisitionem à sentiente, & à uirtute distinctiua: non quòd per ista comprehendat aspiciens quot cubiti sint in qualibet remotione, sed acquirit ex qualibet remotione, & ex qualibet parte terræ quantitatem determinatam, & ad illas quantitates determinatas comparat quantitates remotionum uisibilium, quas comprehendit post. Et similiter acquirit ex cubito & palmo, & à qualibet quantitate mensurata quantitatem determinatam. Quando ergo aspiciens comprehenderit aliquod spatium, & uoluerit scire, quot cubiti fuerint in eo: comparabit formam acquisitam ex imaginatione ex illo spatio, ad formam acquisitam in imaginatione ex cubito, & comprehendet per istam comparationem spatij quantitatem respectu cubiti. Et etiam ex assuetudine hominis est, quòd quòdo uoluerit certificare aliquam intentionem: iterabit aspectum suum: & distinguet intentiones eius: & considerabit tempus: & per illud comprehendet illam intentionem secundum ueritatem. Aspiciens ergo quando comprehenderit aliquam rem uisam super faciem terræ, & uoluerit certificare remotionem eius: intuebitur partem terræ continuatam, interiacentem inter ipsum & rem uisam, & mouebitur uisus in longitudine ipsius, & sic mouebitur axis radialis super illam partem, & mensurabit ipsam, & comprehendet ipsam secundum singulas partes, & sentiet partes eius paruas, quando remotio illius ultimi spatij fuerit mediocris. Et quando uisus comprehenderit partes terræ, & comprehenderit partes paruas: comprehendet uirtus distinctiua quantitatem totius spatij: quoniam per motum axis radialis super spatium, certificabit uirtus distinctiua quantitatem partis uisus, in quam peruenit forma illius spatij, & quantitatem anguli, quem respicit illud spatium, & quantitatem longitudinis radij, qui extenditur ad ultimum spatij: & cum istæ duæ intentiones certificabuntur à uirtute distinctiua, certificabitur quantitas partis terræ uisæ. Et similiter quantitates longitudinum corporum eleuatorum à terra extensorum in parte remota (sicut parietum & montium) comprehenduntur à uisu, sicut comprehenduntur quantitates partium terræ, & comprehenduntur remotiones uisibilium respicientium ipsas, ex comprehensione quantitatum longitudinum earum. Secundum ergo hunc modum certificat uisus quantitates remotionum uisibilium, quando fuerint ex remotionibus mediocribus, & fuerint respicientia corpora ordinata continuata. Quædam autem uisibilia, quæ sunt super faciem terræ, habent remotionem mediocrem, & quan-

& quantitates partium terræ interiacentium inter uisum & ipsa, sunt quantitates mediocres: & quædam sunt, quorum remotio est maxima & extra mediocritatem, & quantitates partium terræ interiacentium inter uisum & ipsa, sunt extraneæ magnitudinis. Et quantitates partium terræ comprehenduntur à uisu secundum modos, quos narrauimus. Illud ergo, quod est propinquum & mediocris quantitates, comprehenditur, & certificatur à uisu, & quantitas eius, quod est extraneæ remotio, non certificatur à uisu: quoniam uisus quando comprehenderit spatia: comprehendet quantitates eorundem, dum senserit augmentationem longitudinis radij: & dum senserit angulos, quos respiciunt partes paruæ partium spatij apud motum axis super spatium: & certificabit quantitates spatij, dum senserit paruam augmentationem in longitudine radij, & augmentationem paruam in angulo, quem respicit spatium. Et cum remotio fuerit maxima, non sentiet augmentationem paruam in longitudine radij, nec sentiet motum radij propter paruam partem spatij, cuius remotio est maxima, nec sentiet angulum, quem respicit paruam partem remotiois maximæ, nec certificabit longitudinem radij peruenientis ad extremum spatij, nec certificabit quantitates anguli, quem respicit spatium illud. Et cum non certificauerit longitudinem radij peruenientis ad extremum spatij, & non certificauerit quantitates anguli, quem respicit spatium: non certificabit quantitates spatij. Et etiam, quando remotio fuerit maxima, partes paruæ spatij, quæ sunt in ultimo spatij, non comprehenduntur à uisu, nec distinguuntur ab eo: quoniam paruam quantitas in remotioe maxima latet uisum. Cum ergo axis radialis mouebitur super spatium remotum maximè, & perueniet ad remotioem maximam, transibit partem paruam spatij, & non sentiet sentiens motum eius: quoniam paruam partem in remotioe maxima non facit angulum sensibilem apud centrum uisus. Cum ergo axis radialis mouebitur super spatium remotum, & senserit uisus, quod ipse iam transierit aliquam partem spatij: quantitas illius partis spatij, quam transiuit, non erit quantitas, quam comprehendit per sensum, sed erit maior: & quanto magis augmentabitur remotio spatij, tanto magis partes latebunt uisum apud ultimum spatij. & super quas lateat motus radij uisus, erunt maiores. Quantitates ergo remotioem maximarum, quæ sunt super faciem terræ, non certificantur à uisu: quoniam non certificatur quantitates longitudinis radij peruenientis ad ultimum earum, nec quantitates anguli, quem respicit illud spatium.

40. *Visibile propinquum uisui accuratius uidetur. 15 p 4.*

ET etiam sentiens sentit certificationem quantitates spatij: quoniam uisibile propinquum uisui est certioris uisionis: scilicet quia formæ uisibilium propinquorum sunt manifestiores, & comprehenduntur à uisu manifestiore comprehensione, & color & lux eorum sunt manifestiores, & situs superficialium eorum apud uisum, & situs partium eorum, & forma partium eorum, & partium superficialium sunt manifestiores uisui: & si in eis fuerit lineatio, aut pictura, aut partes paruæ, apparebunt uisui manifestius: & non est ita de uisibilibus remotiois maximæ: quoniam formam rei uisæ, quæ fuerit in remotioe maxima, non certificabit uisus secundum suum esse, & dubitabit in colore, luce, & forma superficialium eius, & nihil apparebit in ea ex subtilibus intentionibus & ex partibus paruæ. Et ista intentio manifesta est sensui. Cum ergo uisus comprehenderit aliquod spatium super faciem terræ, statim sentiet, priusquam uiderit ultimum eius, & quædam uisibilia in ultimo eius, quod illud spatium est ex spatijs mediocribus, aut ex spatijs maximæ remotiois. Si uerò certificauerit formam ultimi eius, aut formam rei uisæ, quæ est apud ultimum eius, manifestè, & distinxerit etiam quantitates illius spatij secundum modum prædictum: tunc uirtus distinctiua etiam comprehendet, quod quantitas illius spatij est certificata ex comprehensione manifestationis formæ ultimi eius, aut formæ rei uisæ, quæ est apud ultimum eius. Si autem non certificauerit formam ultimi eius, aut formam rei uisæ, quæ est apud ultimum eius, non certificabit quantitates illius spatij. Et uirtus distinctiua apud considerationem istius spatij simul comprehendet, quod istud spatium non est certificata quantitates, propter latentiam formæ ultimi eius, aut formæ rei uisæ, quæ est apud ultimum eius. Quantitates ergo remotioem uisibilium distinguuntur à uisu, & qualitas comprehensionis quantitates earum certificatur apud intuitionem. Et quando aspiciens uoluerit certificare quantitates rei uisæ, & certificare quantitates remotiois rei uisæ: intuebitur remotioem, & distinguet ipsam, & sic distinguetur ab eo remotio certificata à remotioe non certificata. Nihil ergo est ex intentionibus uisibilium, cuius quantitas sit certificata, nisi remotioes respicientes corpora ordinata continuata, & cuius etiam remotioes sunt mediocres. Quantitates ergo huiusmodi remotioem comprehenduntur à uisu secundum modum, quem declarauimus. Et præter ista non certificantur à uisu, sed æstimantur & assimulantur: scilicet quod uisus assimilat remotioem rei uisæ remotioi sibi similibus ex uisibilibus assuetis, quorum quantitates remotiois est certificata iam ab eo. Et cum uisus senserit iam latentiam formæ rei uisæ propter remotioem, dubitabit de quantitates remotiois eius. Et remotio mediocris, cuius quantitates certificatur à uisu, est remotio, apud cuius ultimum non latet uisum partem, habens proportionem sensibilem ad totam remotioem: & remotio mediocris respectu rei uisæ, in qua uisus comprehendit ueram quantitates rei uisæ, est remotio mediocris, apud cuius ultimum non latet pars illius rei uisæ, habens proportionem sensibilem ad quantitates rei uisæ, quando uisus intuebitur illam partem per se. Omne ergo spatium, in quo cuiuslibet partis

longitudo habet proportionem sensibilem ad quantitatem longitudinis spatij, comprehenditur à uisu, & non latet uisum ex partibus spatij, quæ sunt apud ultimum eius, nisi illud, quod caret proportionem sensibili ad longitudinem illius spatij: & omne tale spatium est ex remotionibus mediocribus. Remotio autem, quæ est extra mediocritatem in longitudine, est illa, apud cuius ultimum latet quantitas habens proportionem sensibilem ad totam illam remotionem: & remotio, quæ est extra mediocritatem respectu uisus, est illa, in qua latet quantitas aliqua ex illa re uisa, habens proportionem sensibilem ad totam illam rem uisam: aut latet aliqua intentio illius rei uisæ, cuius latentia operatur in latentiam quidditatis illius rei uisæ. Et etiam sentiens comprehendit quantitatem remotionis rei uisæ ex quantitate anguli, quem respicit illa res uisa. Quoniam quando uisus comprehendit uisibilia assueta, quæ sunt in remotionibus assuetis, statim apud comprehensionem cognoscet ipsa uisus: & quando uisus cognouerit ipsa: cognoscet ipsas quantitates magnitudinum eorum: quoniam quantitates magnitudinum uisibilium assuetorum, & iam sunt quietæ in imaginatione. Et uisus, cum comprehenderit rem uisam assuetam, statim comprehendit partem uisus, in quam peruenit forma illius rei uisæ, quam respicit illa pars. Et cum sentiens comprehenderit quantitatem magnitudinis rei uisæ per cognitionem, & comprehenderit angulum, quem tunc respicit illa res uisa: comprehendet quantitatem remotionis illius rei uisæ in illa dispositione: quoniam angulus, quem respicit illa res uisa, non erit, nisi secundum quantitatem remotionis. Et sicut sentiens recipit significationem super quantitatem magnitudinis ex remotione cum illo angulo: ita accipit significationem super quantitatem remotionis ex quantitate magnitudinis cognita apud ipsam cum illo angulo: quoniam illa magnitudo non respicit illum angulum, nisi ex illa eadem remotione, aut ex remotione æquali illi, non ex omnibus remotionibus. Et cum sentiens comprehenderit quantitatem remotionis illius rei uisæ assuetæ multoties & frequenter in horis, in quibus illa res uisa respicit apud centrum uisus similem illi angulo, & multoties acceperit significationem super quantitatem magnitudinis illius rei uisæ ex quantitate remotionis illius rei uisæ cum quantitate anguli, qui est æqualis illi angulo: uirtus distinctiua intelliget quantitatem remotionis, in qua comprehendit magnitudinem illius rei uisæ, respectu illius anguli. Et cum uirtus distinctiua intellexerit quantitatem illius rei uisæ, respectu illius anguli, & comprehenderit in ista remotione magnitudinem rei uisæ, respectu illius eiusdem anguli, & cognouerit illam rem uisam, & cognouerit quantitatem magnitudinis eius, quam antè comprehendit, & comprehenderit quantitatem illius anguli, quem tunc respicit illa res uisa: cognoscet quantitatem remotionis, secundum quam illa remotio respicit illum angulum. Sentiens ergo comprehendit quantitatem remotionum uisibilium assuetorum ex comparatione anguli ad magnitudinem rei uisæ: deinde propter frequentationem comprehendit sentiens remotionem rei uisæ assuetæ per cognitionem. Et erit quantitas anguli, quem respicit res uisa assueta apud comprehensionem anguli eius, cum cognitione illius rei uisæ, signum super quantitatem remotionis illius rei uisæ. Et plures remotiones uisibilium assuetorum comprehenduntur secundum hunc modum. Et ista comprehensio non est in fine certitudinis: Tamen inter remotionem istam & remotionem certificatam non est maxima diuersitas. Et ex ista comprehensione opinati sunt mathematici, quòd magnitudo rei comprehendatur per angulum. Quando ergo uisus comprehenderit uisibilia assueta, quæ sunt in remotionibus assuetis, & cognouerit quantitates remotionum illorum secundum istam uiam: inueniet ueritatem in maiori parte in quantitibus remotionum ipsorum, aut non erit inter illud, quod comprehendit ex quantitibus remotionum eorum, & inter remotiones ueras magna diuersitas. In illo autem, quod uisus comprehendit ex quantitibus remotionum uisibilium extraneorum, quæ non frequenter comprehendit uisus, errat in maiori parte: & cum hoc fortè inueniet aliquid in eo, quod comprehendit ex quantitibus eorum secundum hunc modum. Secundum ergo istos modos, quos declarauimus, comprehenduntur quantitates remotionum uisibilium per sensum uisus.

41. *Magnitudines uisibiles sunt superficies, earum partes, termini, & spatia, quæ inter distincta uisibilia interijciuntur. 18 p 4.*

ET postquam declarata est qualitas comprehensionis quantitatum remotionum uisibilium, & distinctæ sunt remotiones uisibilium: distinguemus modò magnitudines uisibilium, quæ comprehenduntur à uisu, & distinguemus comprehensionem illarum à uisu. Dicamus ergo, quòd magnitudines, quas comprehendit uisus apud oppositionem, sunt quantitates superficierum uisibilium, & quantitates partium superficierum uisibilium, & quantitates terminorum superficierum uisibilium, & quantitates spatiorum, quæ sunt inter terminos partium superficierum uisibilium, & quantitates spatiorum, quæ sunt inter uisibilia distincta. Et isti sunt omnes modi quantitatum, quas comprehendit uisus apud oppositionem rei uisæ. Quantitas autem corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu apud oppositionem: quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis apud oppositionem, & non cõprehendit nisi illud, quod sibi opponitur ex superficie corporis, aut ex superficiebus eius, quauis corpus sit paruū. Et si uisus cõprehenderit corporeitate corporis, nõ cõprehendet quantitatem corporis eius, sed figuram corporeitatis tantum. Si ergo corpus fuerit motum, aut uisus moueatur, ita ut comprehendat uisus totam superficiem corporis per sensum, aut

sum, aut per significationem: tunc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius per secundam argumentationem, præter argumentationem, qua uisa est apud uisionem. Et similiter si uirtus distinctiua comprehendet quantitatem corporitatis cuiuslibet partium corporis, non comprehendet ipsam, nisi per argumentationem secundam, præter argumentationem, quæ est apud uisionem. Quantitates ergo, quas uisus comprehendit apud oppositionem, non sunt nisi quantitates superficialium, & linearum, quas determinauimus tantum. Et iam declaratum est, [38 n] quòd comprehensio magnitudinis non est, nisi ex comparatione basis pyramidis radialis continentis magnitudinem, ad angulum pyramidis, qui est apud centrum uisus, & longitudinem pyramidis, quæ est remotio magnitudinis rei uisæ: & iam declaratum est, [24. 25 n] quòd quædam remotiones uisibilia sunt certificata, & quædam æstimata: magnitudines autem uisibilia, quorum remotio est certificata, comprehenduntur à uisu ex comparatione magnitudinum earum ad angulos, quos respiciunt illæ magnitudines apud centrum uisus, & ad remotiones eorum certificatas. Comprehensio ergo quantitatum remotionum huiusmodi uisibilia erit comprehensio certificata. Quantitates autem remotionum uisibilia, quorum remotio est æstimata, & non certificata: comprehenduntur à uisu ex comparatione magnitudinis eorum ad angulos, quos respiciunt illæ magnitudines apud centrum uisus: & ad remotiones earum æstimatas & non certificatas. Comprehensio ergo quantitatum remotionum uisibilia huiusmodi, erit comprehensio non certificata. Cum ergo sentiens uoluerit certificare quantitatem magnitudinis alicuius rei uisæ, mouebit uisum super illius diametros, & sic mouebitur axis radialis super omnes partes rei uisæ. Si ergo remotio rei uisæ fuerit ex remotionibus maximis: statim apparebit sensui latentia formæ eius, & manifestabitur sentienti, quòd quantitas eius non est certificata: si uerò remotio rei uisæ fuerit ex remotionibus mediocribus: statim apparebit sensui uerificatio uisionis eius. Si ergo axis radialis moueatur super illud, quod est in huiusmodi uisibilibus: mensurabitur ipsum uera mensuratione, & comprehendet partes eius, & certificabit quantitates partium eius, & per motum certificabit quantitatem partium superficiæ membri sentientis, in quam peruenit forma illius rei uisæ, & quantitatem anguli pyramidis, quem respicit illa pars. Et cum sentiens uoluerit certificare remotionem super corpus respiciens remotionem eius, per motum certificabit quantitatem corporis respicientis remotionem eius, quæ est æqualis secundum sensum longitudinibus linearum radialium. Et cum sentiens certificauerit quantitatem remotionis rei uisæ, & quantitatem anguli, quem continet pyramis, continens rem uisam: certificabit quantitatem illius rei uisæ.

42. *Axis optica pyramidis, oculo moto immutabilis permanet. 53 p 3.*

Motus autem axis super partes rei uisæ non erit per gyrationem axis à loco centri, & per motum eius per se super partes rei uisæ: quoniam iam declaratum est, [11 n 1 & 7 n] quòd ista linea semper est extensa rectè usque ad locum gyrationis nerui, super quem componitur oculus, & quòd situs eius à uisu non mutatur, & totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ, & medium loci, qui est locus sensus uisus, opponitur cuilibet parti partium rei uisæ. Ergo cum totus uisus mouebitur in oppositione rei uisæ: axis transibit per quamlibet partium rei uisæ: & tunc forma cuiuslibet partium rei uisæ extendetur ad uisum apud peruentum axis ad ipsam super rectitudinem axis: & erit axis fixus in suo loco, & non mutabitur à suo loco respectu omnium partium totius oculi: & erit gyratio eius in sua dispositione apud motum totius uisus in loco nerui, qui est apud concauum ossis tantum. Et cum uisus uoluerit intueri rem uisam, & inceperit intueri in extremitatem rei uisæ: erit tunc extremum axis super partem extremam rei uisæ. Erit ergo in ista dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiæ uisus declinante, aut obliqua ab axe ad aliquam partem, præter partem, super quam est axis: quoniam forma eius erit in medio eius & in loco axis in uisu, & erit residuum formæ obliquum aut declinans ad aliam partem ab axe. Deinde quando uisus mouebitur post illam dispositionem super aliam diametrum rei uisæ: transferetur axis ad partem sequentem illam partem, & forma primæ partis declinabit super alteram ubi ubi ubi ubi, ad quam mouetur axis: iam deinde non cessabit forma declinare, dum axis mouetur super illam diametrum, quousque axis perueniat ad ultimum illius diametri rei uisæ, & ad partem extremam rei uisæ oppositam primæ parti. Erit ergo forma totius rei uisæ in ista dispositione obliqua ad ubi ubi ubi, ad quam prius fuit obliqua, præterquam ultima pars, quæ erat super axem, & in medio uisus. Et axis in toto isto motu erit fixus in suo situ, & erit iste motus ualde uelox, & in maiori parte est insensibilis propter uelocitatem.

43. *Axis opticus in suo motu nunquã fit basis anguli à superficie uisibilis subtensi: nec semper secat angulum ab aliqua uisibilis diametro subtensum. 54 p 3.*

Axis autem nõ supponitur in suo motu terminus anguli, quem respicit illa res uisa apud centrum uisus, neq; secat latitudinem anguli, quem respicit aliqua diametrorum rei uisæ: quoniam hoc non erit, nisi quando axis fuerit motus per se, & totus oculus quieuerit, quod est impossibile: totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius.

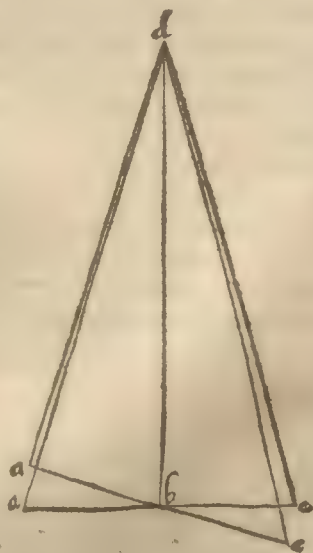
44. *Visus*

44. *Visus percipit magnitudinem anguli optici è parte superficiè uisus, in qua formatur rei uisibilis forma. 73 p 3.*

Sentiens autem non comprehendit quantitatem anguli, quem respicit res uisa apud centrum uisus, nisi ex comprehensione quantitatis partis superficiè uisus, in qua figuratur forma rei uisæ, & ex imaginatione anguli, quem respicit illa pars apud centrum uisus. Nam sensus uisus comprehendit naturaliter quantitates partium uisus, in quibus figurantur formæ, & naturaliter imaginatur angulos, quos respiciunt istæ partes. Sentiens autem non certificat formam rei uisæ, & quantitatem magnitudinis rei uisæ per motum uisus, nisi quia per istum motum comprehendit quamlibet partium rei uisæ per eius medium & per locum axis in uisu: & per istum motum mouetur forma rei uisæ super superficiem uisus, & sic mutabitur pars superficiè uisus, in qua fuit forma: quoniam forma rei uisæ apud motum, erit in parte post aliam partem in superficiè uisus. Et quoties comprehenderit sentiens partem rei uisæ, quæ est apud extremum axis: comprehendet simul totam rem uisam, & comprehendet totam partem superficiè uisus, in quam peruenit forma totius rei uisæ, & comprehendet quantitatem illius partis, & comprehendet quantitatem anguli, quem respicit illa pars, apud centrum uisus. Et sic multoties comprehendet sentiens quantitatem anguli, quem respicit illa res uisa. Quare erit ab eo certificata: quare etiam uirtus distinctiua intelliget quantitatem anguli, & quantitatem remotionis, ex quibus comprehendet quantitatem magnitudinis rei uisæ secundum ueritatem. Secundum ergo hunc modum erit intuitio uisibilium à uisu, & certificatio quantitatis magnitudinum rerum uisarum per intuitionem.

45. *Situs directus & obliquus lineæ, superficiè, & spatij percipitur ex æquabili & inæquabili terminorum distantia. 12 p 4. Idem 28 n.*

Et etiam quando uisus comprehendet quantitates longitudinum linearum radialium, quæ sunt inter uisum & terminos rei uisæ, aut partes superficiè rei uisæ, sentiet æqualitatem & inæqualitatem earum quantitatum. Si superficies rei uisæ, quam uisus comprehendit, fuerit obliqua: sentiet obliuationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatum remotionum extremorum eius. Et si superficies fuerit directè opposita, sentiet directionem ex sensu æqualitatis remotionum: & sic non latebit quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam: quoniam uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionum diametrorum extremorum spatij obliqui, obliuationem pyramidis continentis ipsum. Quare sentiet excessum magnitudinis eius basis propter obliuationem. Et non admiscetur secundum assimilationem quantitas magnitudinis obliquæ magnitudini directè oppositæ, nisi quando comparatio fuerit ad angulum tantum: si autem comparatio fuerit ad angulum & ad longitudines linearum radialium interiacentium inter uisum & extrema rei uisæ: non dubitabit uirtus distinctiua in quantitate magnitudinis. Quantitates ergo magnitudinum, linearum & spatiorum comprehenduntur à uisu ex comprehensione quantitatum remotionum extremorum in illis, & ex comprehensione inæqualitatis & æqualitatis eorum. Sed remotio remotissima remotionum mediocrium, respectu rei uisæ, quando res uisa fuerit obliqua, est minor remotissima remotionum mediocrium, respectu illius eiusdem rei uisæ, quando res uisa fuerit directè opposita: quoniam remotio mediocrius respectu rei uisæ est, in qua non latet uisum pars rei uisæ habens proportionem sensibilem ad totam rem uisam. Et cum res uisa fuerit obliqua, angulus, quem continent duo radij exeuntes à uisu ad aliquam partem rei uisæ obliquæ, erit minor angulo, quem continent duo radij exeuntes à uisu ad illam eandem partem & ad illam eandem remotionem, quando res uisa fuerit directè opposita uisui. Et pars habens sensibilem proportionem ad totam rem uisam, quando res uisa fuerit obliqua: latet in remotione minori quàm est remotio, in qua latet eadem illa pars, quando illa res uisa fuerit directè opposita. Remotissima ergo remotionum mediocrium respectu rei uisæ obliquæ, est minor remotissima remotionum mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ, quando illa res uisa fuerit directè opposita: & tota res uisa obliqua latet in remotione minori quàm est remotio, in qua latet illa res uisa, quando fuerit directè opposita: & diminuitur quantitas eius in remotione minore remotione, in qua diminuitur quantitas eius, quando fuerit directè opposita. Magnitudines ergo rerum uisarum, quarum quantitates certificantur à uisu, sunt illæ, quarum remotio est mediocrius, & quarum remotio respicit corpora ordinata continuata: & comprehenduntur à uisu ex comparatione illarum ad angulos pyramidum radialium continentium ipsas, & ad longitudines linearum radialium. Remotiones autem mediocres respectu rei uisæ sunt secundum situm illius rei uisæ in obliuatione, aut in directæ oppositione. Et anguli nõ certificantur, nisi per motum uisus respicientis super diametros superficiè rei uisæ, aut



super

super spatium, cuius magnitudinem uoluerit scire. Et certificatur remotio per motum uisus super corpus respiciens remotiones extremorum illius superficiei, aut illius spatij. Et generaliter forma remotionis, & forma remotionis rei uisae, cuius remotio est mediocris, & respicit corpora ordinata continuata, perueniunt communiter in imaginationem simul apud intentionem rei uisae: quoniam uisus comprehendit corpus respiciens remotionem rei uisae apud comprehensionem rei uisae: & sic uirtus distinctiua comprehendet magnitudinem rei uisae secundum quantitatem formae remotionis eius certificatae, & coniunctae cum forma eius. Quantitates ergo huiusmodi uisibilibus tantum comprehenduntur a uisu uera comprehensione. Secundum ergo hunc modum, quem declarauimus, comprehenduntur magnitudines rerum uisarum per sensum uisus. Quare uero res uisa comprehendatur in maxima remotione minoris quantitatis sua uera quantitate: & quare comprehendatur quantitas rei uisae in propinquissima remotione maior quantitate sua uera, declarabimus in nostro sermone de erroribus uisus.

46. *Distinctio uisibilium percipitur è distinctione formarum, quae in diuersis superficiei uisus partibus sunt impressa. 99 p 4.*

Distinctio uero, quae est inter uisibilia, comprehenditur à uisu ex distinctione formarum duorum corporum siue duorum uisibilium distinctorum peruenientium in uisum. Sed in distinctione, quae est inter quaelibet duo corpora distincta, aut est lux: aut est corpus coloratum illuminatum: aut est obscuritas. Cum ergo uisus comprehenderit duo corpora distincta: forma lucis, aut forma coloris corporis, aut forma obscuritatis, quae est in loco distinctionis, peruenit in partem uisus interiacentem inter duas formas duorum corporum distinctorum peruenientium in uisum. Lux uero, aut color, aut obscuritas aliquando erit in corpore medio interiacente inter duo corpora continuata cum utroque corporum. Si ergo uisus non senserit, quod lux, color, aut obscuritas, quae est in loco distinctionis, non est in corpore continuato cum utroque corporum, quae sunt in eius lateribus, non sentiet distinctionem duorum corporum. Et etiam superficies cuiuslibet illorum duorum corporum est obliqua ad locum remotionis. In loco ergo distinctionis forte erit obliquatio duarum superficierum duorum corporum, aut superficiei alterius duorum corporum manifesta uisui, & forte non. Cum ergo obliquatio duarum superficierum duorum corporum, aut superficiei alterius duorum corporum fuerit manifesta uisui: tunc sentiet uisus distinctionem duorum corporum. Uisus ergo comprehendit distinctionem corporum ex comprehensione intentionum, quas diximus, aut ex comprehensione lucis in loco distinctionis, sentiendo, quod illa lux est ex posteriori duarum superficierum duorum corporum distinctorum: aut ex comprehensione corporis colorati in loco distinctionis, sentiendo, quod illud corpus est diuersum ab utroque corporum distinctorum: aut ex comprehensione obscuritatis loci distinctionis, comprehendendo, quod istud est obscuritas, & non est corpus continuatum cum duobus corporibus: aut ex comprehensione obliquationis utriusque superficiei duorum corporum in loco distinctionis, aut obliquationis superficiei alterius duorum corporum. Omne ergo, quod uisus comprehendit ex distinctione corporum: non comprehendit, nisi secundum aliquam istarum intentionum. Distinctio autem forte erit inter duo corpora distincta: & forte inter duo corpora non diuersa, scilicet quod duo corpora sunt continuata secundum quasdam partes, & diuersa secundum quasdam inter se, ut digiti, & membra animalis, & rami arborum: & secundum utramlibet dispositionum uisus non comprehendit distinctionem, nisi secundum modos, quos declarauimus. Et forte comprehenditur distinctio corporum per cognitionem & per scientiam antecedentem: sed illa comprehensio non est per sensum uisus. Et quaedam distinctio corporum est ampla, & quaedam stricta. Distinctio uero ampla non latet uisum in maiori parte, propter apparentiam corporis respicientis distantiam distinctam, & propter hoc, quod illud corpus apparet diuersum ab utroque corporum distinctorum, & propter comprehensionem lucis & uacuitatis illuminati respicientis distantiam. Distinctio autem modica & stricta non comprehenditur à uisu, nisi in remotione, in qua non latet uisum corpus, cuius quantitas est aequalis quantitati amplitudinis distantiae. Si autem distantia inter duo corpora fuerit stricta & occulta: & fuerit remotio illius à uisu similis illi, in qua lateant corpora, quorum quantitas est, sicut quantitas amplitudinis distantiae: non comprehendet uisus illam distantiam. Et si remotio duorum corporum à uisu sit ex remotionibus mediocribus, & uisus comprehenderit duo corpora uera comprehensione: (mediocris autem remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: & uera comprehensio est illa, inter quam & ueritatem rei uisae non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisae) amplitudo autem distantiae forte sit quantitatis carentis proportionem sensibili ad remotionem rei uisae, & carentis quantitate sensibili respectu duorum corporum distinctorum: (quoniam distinctio forte erit in quantitate unius capilli:) tum illud diminutum non aufert distantiam sensibilem in uisu. Distantia igitur inter uisibilia comprehenditur à uisu secundum modos, quos declarauimus.

47. *Continuatio uisibilis percipitur è distantiae priuatione. 100 p 4.*

Continuatio autem comprehenditur à uisu ex priuatione distantiae. Cū ergo uisus non senserit in aliquo corpore distantiam: comprehendet ipsam esse continuam. Et si in corpore fuerit distantia occulta, non comprehensa à uisu: comprehendet uisus illud corpus esse continuum, quāuis in eo sit discretio.

Et uisus

Et uisus cōprehendit continuationem, & discernit inter cōtinuationē & contignationē ex cōprehensione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Et uisus non iudicat contignationem, nisi postquam sciuerit, quod utrumque duorum corporum contiguorum est diuersum ab altero: quoniam differentia, quæ est inter duos cōtigua, fortè inuenitur in duobus corporibus continuis. Si ergo sentiens non senserit, quod utrumque duorum corporum contiguorum est diuersum ab altero, & distinctum ab eo: non sentiet contignationem, & iudicabit continuationem.

48. Numerus percipitur è uisibilibus distinctione. 101 p 4.

Numerus uerò comprehenditur à uisu, & numeri medietas. Quoniam uisus comprehendit in una hora uisibilia simul: & cum uisus comprehenderit distinctionem illorū, comprehendet quodlibet illorū esse diuersum ab alio: & sic comprehendit multitudinem. Et uisus distinctiua comprehendit numerum ex multitudine. Numerus ergo comprehenditur per sensum uisus ex cōprehensione multorū uisibilium distinctorū, quando uisus cōprehendit ipsa simul: & comprehenderit distinctionem illorum: & comprehenderit quod quodlibet illorum est diuersum ab alio. Secundum ergo istum modum comprehenditur numerus per sensum uisus.

49. Motus uisibilis percipitur è mutatione situs eius in sensili tempore. 110 p 4.

Motus autem comprehenditur à uisu ex comparatione rei motæ ad aliud uisibile. Quoniam quando uisus comprehenderit uisibile motum, & cum ipso comprehenderit aliud uisibile, comprehendet situm eius respectu illius uisibilis moti. Et cum illud uisibile fuerit motū, & illud aliud uisibile fuerit non motum: per motum illius uisibilis moti, situs illius uisibilis moti diuersabitur respectu illius uisibilis non moti. Et cum uisus comprehenderit ipsum, & cum eo comprehenderit aliud uisibile: comprehendet situm eius respectu illius uisibilis, & comprehendet motum eius. Motus ergo comprehenditur à uisu ex comprehensione diuersitatis situs rei uisæ motæ respectu alterius. Et motus cōprehenditur à uisu secundum aliquem trium modorū: aut ex respectu rei uisæ motæ ad multa uisibilia: aut ex respectu rei uisæ motæ ad unum uisibile: aut ex respectu rei uisæ motæ ad ipsum uisum. Primum autē quando uisus comprehenderit re uisam & eius motū, & comprehenderit ipsam respicientē aliquod uisibile: deinde comprehenderit ipsam respicientem aliquod aliud uisibile diuersum à primo, existente uisu in suo loco: sentiet motū illius rei uisæ. Respectus autem rei uisæ motæ ad unum solum uisibile est, quando uisus comprehenderit re uisam motā, & comprehenderit situm eius respectu alterius uisibilis: deinde cōprehenderit sitū eius, qui mutatus est respectu illius alterius uisibilis: aut quod est remotius: aut quod propinquius: aut quod est in parte altera, uisu existente in suo loco: aut per mutationem situs alicuius partis rei uisæ motæ, respectu illius uisibilis immoti: aut per mutationem situs partiū eius respectu uisibilis illius: & secundum istum ultimū modum comprehendit uisus motum uisibilis moti circulariter, quando homo comparauerit ipsum ad aliud uisibile. Cum ergo uisus comprehenderit sitū rei uisæ motæ, aut situm partium eius, aut sitū alicuius partis eius: cōprehendet motū rei uisæ motæ. Respectus autem rei uisæ motæ ad ipsum uisum est, quando uisus comprehendit rem uisam motā, cōprehendet ubi-tatem eius & remotionē eius à uisu: & cum uisus fuerit quietus, & res uisa fuerit mota: tunc mutabitur situs rei uisæ motæ respectu uisus. Si ergo motus rei uisæ fuerit secundum spatium latū: mutabitur ubitas eius, & sentiet uisus mutationem ubitatis. Et cum uisus senserit mutationem ubitatis eius, uisu quiescente, sentiet motum eius. Et si motus rei uisæ fuerit in longitudine extensa inter ipsum & uisum: tunc res uisa aut elongabitur à uisu per motū, aut appropinquabit. Et cū uisus senserit elongationem aut appropinquationem eius, uisu existente in suo loco: uisus sentiet motum eius. Et si motus rei uisæ fuerit circularis, necessariò mutabitur pars rei uisæ eius, quæ opponitur uisui: & cum illa pars rei uisæ fuerit mutata, & senserit uisus mutationem eius, uisu existente in suo loco: sentiet motum rei uisæ. Secundum ergo istos modos comprehendit uisus motum, quando uisus fuerit fixus in suo loco. Et uisus comprehendet etiam motum secundum quemlibet istorū modorum, quamuis uisus etiam moueatur. Et hoc erit quando uisus senserit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiendo, quod illa diuersitas non est propter motum eius, & distinguendo inter diuersitatem situs, quæ accidit illi rei propter motum illius rei uisæ, & inter diuersitatem situs, quæ accidit ei propter motum uisus. Cum ergo uisus senserit diuersitatem situs rei uisæ, & senserit, quod diuersitas eius situs non est propter motum uisus: sentiet motum rei uisæ. Et forma rei uisæ motæ mouetur etiam in uisu propter motum eius: sed uisus non cōprehendit motum rei uisæ ex motu suæ formæ in uisu tantum: imò uisus non comprehendit motum rei uisæ, nisi ex comparatione rei uisæ ad aliam secundum modos, quos declarauimus: quoniam forma rei uisæ quiescentis aliquando mouetur in uisu cum quiete rei uisæ, & inde uisus non comprehendit ipsam motam. Quoniam uisus quando mouebitur super oppositionem rerum uisarum: mouebitur forma cuiuslibet rei uisæ oppositæ uisui in superficie uisus apud motū eius, siue quiescat, siue moueatur. Et quia uisus iam assuefactus est ad motum formarum rerum uisarum in superficie eius cum quiete illarum rerum uisarum: non iudicabit motum rei uisæ propter motum formæ eius, nisi quando in uisum peruenerit forma alia cuius rei uisæ, & comprehenderit uisus diuersitatem situs formæ rei uisæ motæ, respectu alterius formæ rei uisæ: aut ex mutatione formarum in eodem loco uisus, qui erit in loco circulari. Motus ergo non comprehenditur à uisu, nisi secundum modos, quos distinximus.

50. *Qualitas motus percipitur è spatio, per quod uisibile mouetur. 711 p 4.*

Comprehensio autem qualitatis motus est ex comprehensione spatij, super quod mouetur res uisa, quando res uisa mouebitur secundum se totam. Et uisus certificat qualitatem motus, quando certificauerit figuram spatij, super quod mouetur res uisa mota. Et cum res uisa mouebitur circulariter: uisus comprehendet motum eius esse circulem ex comprehensione mutationis partium eius sequentium uisum apud aliquam rem uisam: aut ex respicientia alicuius partis illius ad diuersa uisibilia, unum post alterum: aut ad partes unius rei uisae unam partem post aliam, cum quiete totalitatis rei uisae in suo loco. Et si motus rei uisae fuerit compositus ex motu circulari & locali, uisus comprehendet illum esse compositum ex comprehensione mutationis partium rei uisae motae respectu uisus, aut respectu alterius rei uisae cum comprehensione motus totalitatis rei uisae à suo loco. Secundum ergo istos modos uisus comprehendit qualitates motus uisibilium.

51. *Motus uisibilis percipitur in tempore sensili.*

Et uisus non comprehendit motum, nisi in tempore: quoniam motus non est, nisi in tempore, & omnis pars motus non est, nisi in tempore. Et uisus non comprehendit motum rei uisae, nisi ex comprehensione rei uisae in duobus locis diuersis, aut secundum duos situs: Locus autem & situs rei uisae non diuersantur, nisi in temporibus: Cum ergo uisus comprehenderit rem uisam in duobus locis diuersis, aut in duobus sitibus diuersis, non est, nisi in duabus horis diuersis. Sed inter quaslibet horas duas diuersas est tempus mediū. Uisus ergo non comprehendit motum, nisi in tempore. Et etiam dicemus quod tempus, in quo uisus comprehendit motum, non erit, nisi sensibile: quoniam uisus non comprehendit motum, nisi ex comprehensione rei uisae in duobus locis diuersis in uno loco post aliū: aut secundum duos situs diuersos unū situm post aliū. Cum ergo uisus comprehenderit rem uisam motam in suo loco secundo, & non comprehenderit tunc ipsam in primo loco, in quo comprehendit ante ipsam: statim sentiet sentiens, quod hora, in qua comprehendit ipsam in secundo loco, est diuersa ab hora, in qua comprehendit ipsam in primo loco. Quare sentiet diuersitatem duarum horarum. Et similiter quando comprehenderit motum ex diuersitate situs rei uisae. Quoniam si comprehenderit rem uisam motam secundum situm, & non comprehenderit ipsam tunc secundum primum situm, secundum quem comprehendit ipsam ante: statim sentiet diuersitatem duarum horarum. Quare sentiet tempus quod est inter ipsas. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit motum, est sensibile necessario. Et cum omnes istae intentiones sint declaratae, narremus modum quod coaceruatur ex eis. Dicemus ergo, quod uisus comprehendit motum ex comprehensione rei uisae motae secundum duos situs diuersos, in duabus horis diuersis, inter quas est tempus sensibile: & haec est qualitas comprehensionis motus à uisu. Et uisus comprehendit diuersitatem motuum secundum uelocitatem & tarditatem, & aequalitatem motuum ex comprehensione spatiorum, super quae mouentur uisibilia mota. Cum ergo uisus comprehenderit duo uisibilia mota, & comprehenderit spatia, super quae mouentur illa duo uisibilia, & senserit quod alterum duorum spatiorum, quae à duobus uisibilibus motis pertransuntur in eodem tempore, est maius altero, sentiet uelocitatem rei uisae motae transeuntis super maius spatium. Et cum duo spatia, super quae mouentur uisibilia, sunt pertransita in duobus temporibus aequalibus, & senserit uisus aequalitatem illorum spatiorum, sentiet aequalitatem duarum rerum motarum. Et similiter, si uisus senserit aequalitatem duorum spatiorum cum inaequalitate duorum temporum duorum motuum: sentiet uelocitatem motus rei motae transeuntis per spatium in minore tempore. Et similiter quando duo mota transierint in duobus temporibus aequalibus per duo spatia aequalia, & senserit uisus aequalitatem temporis & aequalitatem spatiorum: sentiet aequalitatem duorum motuum. Iam diximus, qualiter uisus comprehendat motum, & distinguat motum, & qualitatem eius, & aequalitatem & inaequalitatem eius.

52. *Quies percipitur è uisibili, eundem situm locumq; tempore sensili occupante. 112 p 4.*

Quies autem comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisae in tempore sensibili in eodem loco & in eodem situ. Cum ergo uisus comprehenderit uisum in eodem loco, & secundum eundem situm in duabus horis diuersis, inter quas est tempus sensibile: comprehendet rem uisam in illo tempore quiescentem. Et uisus comprehendit situm rei uisae quiescentis respectu alterius rei uisae, & respectu ipsius uisus. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio quietis uisibili à uisu:

53. *Asperitas percipitur è luce asperam superficiem illuminante. 139 p 4.*

Asperitas uero comprehenditur à uisu in maiori parte ex forma lucis apparetis in superficie corporis asperi: quoniam asperitas est diuersitas situs partium superficiei corporis. Quare lux quando oritur super superficiem illius corporis, partes prominentes facient umbram in maiori parte. Et cum lux peruenerit in partes profundas, erunt cum eo etiam umbrae, & partes prominentes erunt manifestae luce, & discoopertae luce. Et cum in partes profundas ueniunt umbrae, & super prominentes non fuerit aliqua umbra: diuersabitur forma lucis in superficie illius corporis. In superficie autem plana non est ita: quoniam superficiei planae partes sunt consimilis situs: & cum lux orietur super ipsas, erit forma lucis in tota superficie consimilis. Forma ergo lucis in superficie corporis asperi est diuersa à forma lucis in superficie plana. Et uisus cognoscit formam lucis, quae est in

f superficie-

superficiebus asperis, & formam lucis, quæ est in superficiebus planis propter frequentationem uisionis superficierum asperarum & planarum. Cum ergo uisus senserit lucem, quæ est in superficiebus corporis secundum modum, quæ assuevit in superficiebus asperis: iudicabit asperitatem illius corporis: & cum senserit lucem in superficie corporis secundum modum, quem assuevit in superficiebus planis: iudicabit planitiam in superficiebus illius corporis. Et cum asperitas fuerit extranea: erunt partes prominentes alicuius quantitatis: & sic uisus comprehendet prominentiam illarum partium: & comprehendet situm superficiei corporis ex comprehensione distantiam, quæ est inter partes. Et cum uisus comprehenderit diuersitatem situum partium superficiei corporis: comprehendet asperitatem eius sine indigentia ad considerandum lucem. Et etiam quando asperitas corporis fuerit extranea, & oritur super ipsam lux: erit forma lucis in superficie eius diuersa maxima diuersitate. Videbitur ergo ex diuersitate lucis distantia partium & diuersitas situs earum: & ex hoc apparebit asperitas corporis. Si ergo lux oriens super corpus asperum, fuerit ex parte opposita superficiei asperæ, & fuerit lux fortis: non comprehendet uisus asperitatem huius corporis, nisi quando comprehenderit prominentiam quarundam partium & profunditatem quarundam. Si ergo asperitas huius corporis fuerit extranea, id est, maxima: comprehendet uisus distantiam partium & diuersitatem situs earum, & comprehendet asperitatem corporis in maiori parte. Si autem asperitas fuerit modica, & partes fuerint profundæ, & pori illius corporis in ultimitate paruitatis: latebit uisum in maiori parte, & nunquam uisus comprehendet asperitatem huius corporis, nisi in magna appropinquatione cum intuitu partium superficiei corporis. Cum ergo uisus distinxerit distantiam partium huiusmodi corporis, & prominentiam & profunditatem illarum: comprehendet asperitatem eius. Si autem uisus non distinxerit distantiam partium eius, nec prominentiam & profunditatem partium eius: non comprehendet asperitatem eius. Asperitas ergo comprehenditur à uisu ex comprehensione diuersitatis situum partium superficiei corporis, aut ex forma lucis, quam uisus assuevit uidere in superficiebus corporum asperorum. Et uisus cognoscit etiam asperitatem ex prænotione consimilitudinis. Cum ergo uisus nihil senserit in corpore, ex consimilitudine, iudicabit eius asperitatem. Sed multoties errat uisus in asperitate, quando uoluerit cognoscere ipsam per istam intentionem: quoniam erit superficies tersa, & non apparet eius tersitudo: quoniam tersitudo non apparet, nisi in situ proprio.

54. *Lenitas percipitur è luce lenem superficiem illuminante. 140 p 4.*

Planities autem & æqualitas superficiei corporis comprehenditur à uisu in maiori parte ex forma lucis apparentis in superficie corporis plani, quam assuevit uidere in superficiebus planis. Et cum lux, quæ est in superficiebus corporis, fuerit consimilis formæ: cognoscet per ipsam planitiam superficiei. Et uisus comprehendit aliquando planitiam per intuitum etiam. Cum ergo uisus intuebitur superficiem corporis plani, comprehendet æqualitatem partium eius: & sic comprehendet planitiam. Tersitudo autem (& est fortis planities) comprehenditur à uisu ex scintillatione lucis in superficie corporis sui. Planities ergo comprehenditur à uisu ex comprehensione æqualitatis superficiei. Aequalitas autem superficiei comprehenditur à uisu in maiori parte ex similitudine formæ lucis in superficie corporis. Et tersitudo comprehenditur à uisu ex scintillatione lucis in superficie corporis, & ex situ, secundum quem reflectitur lux. Et fortè simul aggregatur asperitas & planities in eadem superficie, scilicet quod sint in superficie alicuius corporis partes diuersi situs, profundæ & prominentes, & sint partes cuiuslibet partium diuersi situs prominentium & profundarum ad quasdam partes, uel ad partes quarundam consimilis situs, ita ut tota superficies sit aspera, & partes eius, aut quædam sint planæ. Et asperitas huiusmodi superficiei comprehenditur à uisu ex comprehensione diuersitatis situs partium prominentium & profundarum. Et planities partium comprehenditur à uisu in superficiebus partium. Et aliquando uisus comprehendit planitiam huiusmodi partium per intuitionem, & ex comprehensione consimilitudinis superficiei cuiuslibet illarum. Et secundum istos modos comprehendit uisus planitiam & tersitudinem & asperitatem.

55. *Perspicuitas percipitur è perceptione corporis densi ultra corpus perspicuum positi. 142 p 4.*

Diaphanitas autem comprehenditur à uisu per argumentationem ex comprehensione illius, quod est ultra corpus diaphanum. Et diaphanitas corporis diaphani non comprehenditur à uisu, nisi quando fuerit in eo spissitudo quædam, & fuerit diaphanitas eius ipsior, diaphanitate aeris interiacentis inter uisum & ipsum. Si autem fuerit in fine diaphanitatis, non comprehendet uisus diaphanitatem eius, & non comprehendet, nisi illud, quod est ultra ipsum tantum. Et cum in eo fuerit quædam diaphanitas: comprehenditur à uisu propter illud, quod est de spissitudine in eo, & diaphanitas eius comprehenditur ex comprehensione illius, quod est ultra ipsum. Quoniam quando ultra corpus diaphanum fuerit lux aut corpus coloratum illuminatum, uidebitur ultra corpus diaphanum. Et uisus non sentit diaphanitatem corporis, quando senserit illud, quod est ultra ipsum, nisi cum senserit quod color & lux, quæ comprehenduntur ultra corpus diaphanum, est lux & color ultra corpus diaphanum, & non est color & lux ipse corpus: si autem non:

non: nō sentiet diaphanitatem corporis diaphani. Si ergo ultra corpus diaphanum non fuerit lux; nec corpus illuminatum, nec in circuitu eius, & non apparuerit ultra ipsum, neq; in aliqua alia parte lux aut color: diaphanitas illius corporis non comprehenditur. Et hoc erit quando corpus diaphanum fuerit applicatum cum aliquo corpore spisso, & illud corpus spissum continuerit ipsum, aut reipexerit ipsum, & fuerit quoq; corpus diaphanum obscuri coloris: quoniam tunc uisus non sentiet diaphanitatem huius corporis. Et similiter quando ultra corpus diaphanū fuerit locus obscurus, & non apparuerit ultra ipsum aliqua lux: non comprehendetur diaphanitas eius. Cum ergo uisus senserit, quod color, qui comprehenditur ultra corpus diaphanum, est color corporis ultra corpus diaphanum, sentiet diaphanitatem corporis diaphani. Et similiter quando corpus diaphanum fuerit debilis diaphanitatis, & fuerit corpus, quod est ultra ipsum, & corpora quæ sunt in circuitu eius, debilis lucis: tunc diaphanitas eius non comprehenditur à uisu, nisi apponatur forti luci. Cum autem cognoscet lucem ultra ipsum: comprehendet diaphanitatem. Secundum ergo istos modos comprehendet uisus diaphanitatem corporum diaphanorum.

56. *Densitas percipitur è perspicuitatis priuatione. 143 p 4.*

S piffitudo comprehenditur à uisu ex priuatione diaphanitatis. Cum ergo uisus comprehenderit corpus, & non senserit in ipso aliquam diaphanitatem, arguet eius spiffitudinem.

57. *Umbra percipitur è lucis unius absentia, alterius presentia. 145 p 4.*

Vmbra uerò comprehenditur à uisu respectu lucis illuminantis, aut partis lucis illuminantis. Quoniam enim umbra est priuatio quarundam lucium cum illuminatione loci umbræ ab extranea luce priuata à loco umbræ: Itaq; cum senserit uisus illud, quod est uicinum ipsi, & fuerit super illud corpus uicinum lux fortior lucē, quæ est in loco umbræ, sentiet umbrationem illius loci, & priuationē à lucē oriente super corpus uicinū illi. Quoniam quando uisus senserit aliquā lucē in aliquo loco: & caruerit ille locus lucē solis, aut aliquā lucē forti: sentiet obumbrationē illius loci & priuationē à luce solis, aut ab alia luce forti. Et fortē uisus sentiet corpus faciēs umbram, & fortē non distinguetur ab eo statim corpus obumbrans, sed tandem, quando uisus comprehenderit locū, in quo est lux debilis, & cōprehenderit ultimā corpora in loco lucis debilis esse fortioris lucis illa luce debili: sentiet statim umbrā illius loci: Secundū ergo hunc modū uisus cōprehendit umbrā.

58. *Obscuritas percipitur è lucis priuatione & absentia. 146 p 4.*

Obscuritas uerò comprehenditur à uisu per argumentationem ex priuatione lucis. Cum ergo uisus comprehenderit aliquem locum, & non comprehendit in eo aliquam lucem, sentiet obscuritatem eius.

59. *Pulchritudo percipitur tum è singulis uisibilibus speciebus; tum è pluribus simul coniuētis, symmetris inter se. 148 p 4.*

Pulchritudo autem comprehenditur à uisu ex comprehensione intentionum particularium, quarum comprehensionis qualitas est declarata antè. Nam unaquæque intentionum particularium prædictarum faciet per se aliquem modum pulchritudinis; & coniugationes illarum faciunt etiam alios modos pulchritudinis. Et uisus non comprehendit pulchritudinem, nisi in formis uisibiliū, quæ comprehenduntur per sensum uisus. Et formæ uisibiliū sunt compositæ ex intentionibus particularibus, quarū distinctio iam est declarata. Et uisus comprehendit formas ex comprehensione istarum intentionum. Ipse ergo cōprehendit pulchritudinem ex comprehensione istarum intentionum. Modi autem pulchritudinis, qui comprehenduntur à uisu in formis uisibiliū, sunt multi. Quædam ergo uisibilia habent unam causam ex intentionibus particularibus, quæ sunt in forma: & causa quorundam non est, nisi intentionum inter se coniunctio; non ipsæ intentiones: & causa quorundam est composita ex intentionibus & ex compositione illarum. Et uisus comprehendit quamlibet intentionum, quæ sunt in qualibet forma per se: & comprehendit ipsas compositas: & comprehendit compositionem & coniugationem illarum. Visus ergo comprehendit pulchritudinem secundum diuersos modos: Et omnes modi, ex quibus uisus comprehendit pulchritudinem, reuertuntur ad comprehensionem intentionum particularium: Si uerò istæ intentiones particulares faciunt pulchritudinem: etiam compositæ similiter. Et est dicere: facere pulchritudinem, est inducere dispositionem in animā, qua uidebitur ei, quod sit res pulchra, quæ uideatur. Et hoc apparebit per modicam inspectionem: quoniam lux facit pulchritudinem: & propter hoc apparebunt pulchrā sol, luna & stellæ: & non est in sole; luna & stellis causa, propter quam apparebunt decorā, nisi lux earum. Lux ergo per se facit pulchritudinem. Et color etiam facit pulchritudinem. Quoniam quilibet color scintillans sicut uiridis & roseus, & his similes apparebunt pulchri uisui, & delectatur uisus eis. Et propter hoc apparebunt pulchri panni tincti, & flores, & uiridia: Color ergo per se facit pulchritudinem. Et remotio etiam aliquando facit pulchritudinem accidentaliter. Quoniam in quibusdam formis pulchris sunt maculæ & rugæ, quæ faciunt turpitudinem in formis: & cum elongabuntur à uisu, latent illæ intentiones subtiles, quæ faciunt

turpitudinem in illis formis, & apud latentiam illarum intentionum apparebit pulchritudo illius
 formæ. Et similiter etiam in multis formis pulchris sunt intentiones subtiles, per quas forma est
 pulchra, sicut lineatio & ordinatio, & multæ istarum intentionum latent uisum in multis remotio-
 nibus mediocribus: & quando sunt prope uisum, apparebunt illæ intentiones subtiles uisui, & appa-
 rebit pulchritudo formæ. Remotio ergo & appropinquatio faciunt pulchritudinē. Et situs aliquan-
 do facit pulchritudinem: & plures intentiones pulchræ non apparent pulchræ, nisi propter ordi-
 nem & situm tantum. Quoniam omnes distinctiones ordinatæ quasi punctatæ non apparent pul-
 chræ, nisi propter ordinem. Et scriptura non apparet pulchra, nisi propter ordinationem: quoniam
 pulchritudo non est, nisi ex directione figurarum literarum, & ex compositione earum inter se. Si
 autem compositio literarum & ordinatio non fuerit secundum unam proportionem, scilicet, ut u-
 na magna, alia parua: tunc non erit pulchra scriptura, quamuis figuræ literarum per se sint benè po-
 sitæ. Et aliquando apparet scriptura pulchra, quando compositio eius fuerit proportionalis, quam-
 uis literæ non sint in fine bonæ dispositionis. Et similiter plures formæ uisibilibus non apparent
 pulchræ, nisi propter dispositionem & ordinationem partium inter se. Et corporeitas etiam facit
 pulchritudinem: & propter hoc apparent pulchra corpora hominum & multorum animalium. Et
 figura facit pulchritudinem: & propter hoc luna, & formæ pulchræ hominum & multorum anima-
 lium, & arborum, & plantarum non apparent pulchræ, nisi propter formas eorum, aut propter fi-
 guras partium eorum, aut propter eorum figuras, aut propter figuras partium formæ. Et magnitu-
 do facit pulchritudinem: & propter hoc apparet luna pulchrior stellis, & stellæ magnæ pulchrio-
 res stellis paruis. Et diuisio facit pulchritudinem: & propter hoc stellæ separatæ sunt pulchriores
 stellis extensis, & pulchriores stellis galaxiæ: & propter hoc candelæ distinctæ sunt pulchriores i-
 gne. Et continuatio etiam facit pulchritudinem: & propter hoc uiridale continuum, & plantæ con-
 tinuæ & spissæ sunt pulchriores distinctis. Et numerus facit pulchritudinem: & propter hoc loca
 cœli multarum stellarum sunt pulchriora locis paucarum stellarum: & propter hoc candelæ multæ
 in eodem loco faciunt pulchritudinem. Et etiam motus hominis in sermone facit pulchritudinem.
 Et quies eius facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchra grauitas & taciturnitas. Et aspe-
 ritas facit pulchritudinem: & propter hoc apparet uillositas pulchra, ut uillositas in multis pannis.
 Et planities facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchrum in pannis. Et diaphanitas facit
 pulchritudinem: & propter hoc apparent de nocte micantes diaphani. Et spissitudo facit pulchri-
 tudinem: quoniam color & lux, & figura, & lineatio, & omnes intentiones pulchræ apparentes in
 formis uisibilibus non comprehenduntur similiter à uisu, nisi propter spissitudinem & umbram.
 Et umbra facit apparere pulchritudinem: quoniam in multis formis uisibilibus sunt maculæ, &
 pori subtiles reddentes eas turpes: & cum fuerint in luce solis, apparebunt maculæ in eis: quare la-
 tebit pulchritudo earum: & cum fuerint in umbra aut luce debili, latebunt illæ maculæ & rugæ:
 quare comprehendetur pulchritudo earum. Et etiam tortuositates, quæ apparent in plumis a-
 quium, & in panno, qui dicitur amilialmon, in umbra non apparent & in luce debili. Et obscuritas
 facit pulchritudinem apparere: quoniam stellæ non apparent, nisi in obscuro: & similiter non ap-
 paret pulchritudo earum, nisi in nigredine noctis, & in locis obscuris, & latet in luce diei: & stellæ
 in noctibus obscuris sunt pulchriores, quàm in noctibus lunæ. Et consimilitudo facit pulchritudi-
 nem: quoniam membra animalis eiusdem speciei, ut oculus oculo, non apparent pulchra, nisi quan-
 do fuerint consimilia: quoniam oculi, quando fuerint diuersæ figuræ, scilicet quod unus sit rotun-
 dus, & alter longus, erunt in fine turpitudinis: & etiâ si unus fuerit niger & alter uiridis, erunt etiâ tur-
 pes: & similiter si unus fuerit maior altero. Et similiter si una gena fuerit profunda, & altera pro-
 minens, erunt in fine turpitudinis. Et similiter quando unum superciliorum fuerit grossum, & al-
 terum subtile, aut unum illorum longum, & alterum breue, erunt turpia. Omnia ergo membra ani-
 malium uniusmodi non erunt pulchra, nisi cum fuerint consimilia. Et similiter literæ & picturæ
 non apparent pulchræ, nisi quando literæ fuerint, quæ sunt uniusmodi: & partes illarum, quæ sunt
 uniusmodi, consimiles. Et diuersitas facit pulchritudinem: quoniam figuræ membrorum anima-
 lis sunt diuersarum partium, & non sunt pulchræ, nisi propter illam diuersitatem. Quoniam si na-
 sus totus esset eiusdem grossitudinis, esset in fine turpitudinis: & pulchritudo eius non est, nisi pro-
 pter diuersitatem duorum extremorum eius, & eius pyramidalitatem. Et similiter pulchritudo su-
 perciliorum non est, nisi quando extrema eorum fuerint subtiliora residuis anterioribus. Et simi-
 liter omnia membra animalium quando aspiciuntur: inuenitur quod pulchritudo eorum non
 est, nisi ex diuersitate figurarum partium eorum. Et similiter scripturæ: quoniam si partes scriptu-
 ræ essent æqualis grossitudinis, non apparent pulchræ: quoniam extrema literarum & media ear-
 um, & continuatio earum essent unius spissitudinis: esset scriptura in fine turpitudinis. Diuersi-
 tas ergo facit pulchritudinem in multis formis uisibilibus. Iam ergo declaratum est ex eo, quod di-
 ximus, quod unaquæque intentionum particularium, quando comprehenditur per sensum uisus,
 aliquando facit pulchritudinem per se. Et cum sermo fuerit factus de multis corporibus inductiue
 per se: cum inducentur omnia corpora: inuenietur, quod quælibet istarum intentionum facit pul-
 chritudinem in multis locis. Et non diximus, ea quæ diximus, nisi gratia exempli, & ut possent
 acquiri alia exempla per ista. Sed ramen istæ intentiones non faciunt pulchritudinem in omnibus
 locis, neque una istarum intentionum facit pulchritudinem in qualibet forma, in quam peruenit
 illa

illa intentio, sed in quibusdam formis, & in quibusdam non. Verbi gratia: non quælibet magnitudo facit pulchritudinem in quolibet corpore alicuius magnitudinis: & similiter non quilibet color facit pulchritudinem: neque uiridis color facit pulchritudinem in quolibet corpore, in quod peruenit ille color: & similiter non quælibet figura facit pulchritudinem. Et quælibet illarum intentionum, quas diximus, facit pulchritudinem per se, sed in quibusdam locis, & in quibusdam non, & secundum quosdam modos, & secundum alios non. Et etiam istæ intentiones faciunt pulchritudinem per coniunctionem illarum inter se: quoniam scriptura pulchra est illa, cum figuræ literarum sunt pulchræ, & compositio illarum inter se est compositio pulchra: quoniam scriptura, in qua adunantur istæ duæ intentiones, est pulchrior scriptura, in qua est unâ istarum duarum intentionum tantum. Finis ergo pulchritudinis scripturæ non est, nisi ex coniugatione figuræ & situs. Et similiter quando colores scintillantes & picturæ fuerint ordinatæ ordinatione consimili, sunt pulchriores coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili. Et similiter pulchritudo apparet in forma hominum & animalium ex coniugatione intentionum particularium, quæ sunt in eis. Quoniam magnitudo oculorum mediocris cum figura eius amygdalata est pulchrior oculo, qui non habet, nisi magnitudinem tantum aut figuram amygdalata tantum. Et similiter rotunditas faciei cum tenuitate & subtilitate cutis & coloris, est pulchrior quam unum sine altero. Et similiter paruitas oris cum subtilitate labiorum & mediocritate, est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum: & pulchrior gracilitate labiorum cum amplitudine oris. Et ista intentio est multæ diuersitatis, & multorum modorum. Et cum feceris inductionem in formis pulchris omnium modorum uisibilium: inuenies quod coniunctio intentionum particularium, quæ sunt in formis, facit in eis modos pulchritudinis, quos non facit una intentionum per se. Et pulchritudo in maiori parte non fit, nisi ex coniunctione istarum intentionum inter se. Quoniam intentiones particulares, quas diximus, faciunt pulchritudinem per se, & faciunt pulchritudinem per coniunctionem earum inter se. Et etiam pulchritudo fit ex alia intentione præter istas duas intentiones, quas prædiximus: & est proportionalitas & consonantia. Quoniam formæ compositæ ex membris diuersis, & partibus diuersis, habent figuras diuersas, & magnitudines diuersas, & situs diuersos, & continuationem & coniunctionem, & perueniunt in quamlibet illarum multæ intentiones particulares, tamen omnes non sunt proportionales. Quoniam non quælibet figura est pulchra cum qualibet figurâ: nec quælibet magnitudo est pulchra cum qualibet magnitudine: neque quilibet situs est pulcher cum quolibet situ: neque quælibet figura cum qualibet magnitudine: neque quælibet magnitudo cum quolibet situ. Sed quælibet intentionum particularium habet proportionem cum quibusdam intentionibus, & est asymmetra quibusdam. Verbi gratia: Simitas nasi cum profunditate oculorum non est pulchra: & similiter magnitudo nasi cum magnitudine oculorum non est pulchra: & similiter prominentia frontis cum profunditate oculorum non est pulchra: & similiter frontis planities cum prominentia oculorum non est pulchra. Quodlibet ergo membrorum habet figuram, quæ facit formam eius pulchram: & etiam quælibet figura cuiuslibet membri non habet proportionem, nisi cum quibusdam figuris residuorum membrorum, & cum alijs non. Et forma fit pulchra per congregationem figurarum proportionalium: & similiter magnitudines & situs, & ordinatio eorum. Quoniam magnitudo oculorum cum pulchritudine figuræ eorum, & cum mediocritate similitatis nasi, & cum magnitudine proportionali ad magnitudinem oculorum, est pulchra. Et similiter amygdalitas oculorum, & dulcedo, & tenuitas figuræ eius: & si fuerint parui cum subtilitate nasi & mediocritate figuræ quantitatis eius, erunt pulchri. Et similiter gracilitas labiorum cum subtilitate oris est pulchra, quando gracilitas oris fuerit proportionalis ad gracilitatem labiorum: scilicet quod labia non sint in fine gracilitatis, & os non in fine paruitatis, sed erit paruitas oris mediocris, & labia gracilia, & præterea proportionalia ad quantitatem oris. Et similiter amplitudo faciei, quando fuerit proportionalis ad quantitates membrorum faciei, erit pulchra: scilicet, quod facies non sit in fine amplitudinis, & membra faciei sint proportionalia ad quantitatem totius faciei. Quoniam quando facies fuerit ampla maximæ amplitudinis, & membra, quæ sunt in ea, sunt parua, non proportionalia ad quantitatem eius: non erit facies pulchra, quamuis quantitates membrorum sint proportionales, & figuræ eorum sint pulchræ. Et similiter quando fuerit parua facies, & stricta, & membra eius fuerint magna, membra dico faciei: erit facies turpis: & cum membra fuerint proportionalia inter se, & proportionalia ad quantitatem amplitudinis faciei: erit facies pulchra, quamuis membra per se non sint pulchra: sed proportionalitas tantum modo facit pulchritudinem. Cum ergo in forma congregabitur pulchritudo figuræ cuiuslibet partis eius, erit pulchritudo quantitatis & compositionis, & proportionalitas membrorum secundum figuras, & magnitudines, & situs: & fuerint præterea proportionalia ad totam figuram faciei & quantitatem eius, erit in fine pulchritudinis. Et similiter scriptura non erit pulchra, nisi quando fuerint literæ eius proportionales in figura, & quantitate, & situ, & ordine. Et similiter est cum omnibus modis uisibilium, cum quibus congregantur partes diuersæ. Et cum consideraueris formas pulchras de omnibus modis uisibilium: inuenies quod proportionalitas facit pulchritudinem magis, quam aliqua alia intentio, uel etiam aliquæ coniunctæ per se. Et cum considerabuntur intentiones pulchræ, quas faciunt intentiones particulares per coniunctionem earum inter se: inuenietur, quod pulchritudo, quæ apparet ex coniunctione illarum inter se, non apparet, nisi

propter proportionalitatem illarum intentionum coniunctarum inter se. Quoniam non, quoadcunque adunabuntur illæ intentiones, fit pulchritudo, sed in quibusdam formis fit, & in alijs non. Et hoc est propter proportionalitatem, quæ contingit inter illas intentiones. Pulchritudo ergo non est, nisi ex intentionibus particularibus, & perfectio eius non est, nisi ex proportionalitate & consonantia, quæ fit inter intentiones particulares. Iam ergo declaratum est ex omni, quod diximus, quod formæ pulchræ comprehensæ à visu non sunt pulchræ, nisi ex intentionibus particularibus, quæ comprehenduntur per sensum uisus, & ex coniunctione earum inter se, & ex proportionalitate earum inter se. Et uisus comprehendit intentiones particulares prædictas simplices & compositas. Cum ergo uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit aliqua intentio in illa re uisa particularis, faciens pulchritudinem per se aliquam: & intueatur uisus illam intentionem per se: perueniet forma illius intentionis post intuitum apud membrum sentiens, & comprehendet uirtus distinctiua pulchritudinem rei uisæ, in qua est illa intentio. Quoniam uero forma cuiuslibet rei uisæ est composita ex multis intentionibus earum intentionum, quarum diuisionem prædiximus: cum ergo uisus comprehenderit rem uisam, & non distinxerit intentiones, quæ sunt in ea: non comprehendet pulchritudinem eius: & cum distinxerit intentiones, quæ sunt in ea, & fuerit aliqua intentio earum, quæ sunt in ea, secundum modum facientem pulchritudinem in anima: statim uisus apud intuitionem illius intentionis comprehendet illam intentionem per se. Et cum comprehenderit illam intentionem per se: perueniet illa comprehensio apud membrum sentiens: & sic uirtus distinctiua comprehendet pulchritudinem, quæ est in ea: & per istam comprehensionem comprehendet pulchritudinem illius rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & in illa re uisa fuerit pulchritudo composita ex intentionibus coniunctis: & fuerit uisus intuitus illam rem uisam: & distinxerit intentiones, quæ sunt in ea: & comprehenderit intentiones, quæ faciunt pulchritudinem per coniunctionem earum inter se, aut proportionalitatem earum inter se: & peruenerit illa comprehensio apud membrum sentiens: & comparauerit uirtus distinctiua illas intentiones inter se: comprehendet pulchritudinem illius rei uisæ compositam ex coniunctione intentionum, quæ sunt in ea. Visus ergo comprehendet pulchritudinem, quæ est in uisibilibus ex compositione illarum intentionum inter se secundum modum, quem declarauimus.

60. *Deformitas percipitur tum è singulis uisibilibus speciebus, tum è pluribus simul coniunctis, asymmetris inter se. 149 p 4.*

Turpitudine uero est forma carens intentione qualibet pulchræ. Quoniam enim iam prædictum est, quod intentiones particulares faciunt pulchritudinem, sed non in omnibus locis, nec in omnibus formis, sed in alijs, & in alijs non: & similiter proportionalitas non est in omnibus formis, sed in quibusdam formis, & in quibusdam non. Formæ ergo, in quibus non faciunt intentiones particulares pulchritudinem aliquam per se, nec per suam coniunctionem, & in quibus non est aliqua proportionalitas inter partes earum, carent omni pulchritudine: & sic sunt turpes: quoniam turpitudine formarum est priuatio pulchritudinis in eis. Et fortè aggregantur in eadem forma intentiones pulchræ & turpes: sed uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi, quando distinxerit, & fuerit intuitus intentiones quæ sunt in ea. Turpitudine ergo comprehenditur à visu in formis carentibus omnibus pulchritudinibus, ex priuatione pulchritudinis apud comprehensionem.

61. *Similitudo percipitur è uisibilibus inter se conuenientia. 151 p 4.*

Confinitudo autem est æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re, in qua sunt confinites. Cum ergo uisus comprehenderit duas formas, aut duas intentiones confinites: simul comprehendet confinitudinem ex illarum comprehensione cuiuslibet duarum formarum, uel intentionum, & ex cooperatione alterius illarum ad alteram. Visus ergo comprehendit confinitudinem in formis, uel intentionibus confinitibus ex comprehensione cuiuslibet formarum uel intentionum secundum suum esse, & ex comparatione illarum inter se.

62. *Disimilitudo percipitur è priuatione similitudinis & conuenientia uisibilibus inter se. 152 p 4.*

Diuersitas autem comprehenditur à visu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alteram, & ex comprehensione priuationis æqualitatis, id est confinitudinis in eis. Diuersitas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione earum inter se, & ex sensu priuationis æqualitatis à sentiente. Iam ergo copleuimus, & declarauimus declaratione qualitatis comprehensionis cuiuslibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per sensum uisus. Et declaratum est ex omnibus his, quod quædam intentiones particulares comprehenduntur solo sensu: & quædam comprehenduntur per cognitionem: & quædam per argumentationem & signifi-

significationem secundum vias, quarum declarationem prædiximus. Et istæ sunt intentiones, quarum declarationem intendimus in hoc opere.

DE DIVERSITATE COMPREHENSIONIS VISVS AB
intentionibus particularibus. Cap. III.

63. *Visus plures visibiles species simul percipit. 2 p 4.*

Iam declaratum est, quomodo visus comprehendat quamlibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per sensum visus. Et visus non comprehendit nisi formas visibilibus, quæ sunt corpora: sed formæ visibilibus sunt compositæ ex intentionibus particularibus prædictis, sicut, figura, & magnitudine, & colore, & situ, & ordine, & similibus. Visus ergo non comprehendit quamlibet intentionum, nisi ex comprehensione formarum visibilibus compositarum ex intentionibus particularibus: & visus comprehendit quamlibet formarum visibilibus secundum intentiones particulares, quæ sunt in formis visibilibus: & nihil comprehendit visus ex intentionibus particularibus per se: quoniam nulla intentionum prædictarum est sola per se. Nam omnes istæ particulares intentiones non inveniuntur, nisi in corporibus, & nullum corpus est, in quo est aliqua istarum intentionum sola sine alia. Visus ergo non comprehendit nisi formas visibilibus: sed quamlibet forma visibilibus est composita ex multis intentionibus particularibus. Ergo visus comprehendit in qualibet formarum visibilibus multas intentiones particulares, quæ distinguuntur in imaginatione. Visus ergo comprehendit quamlibet intentionum particularium apud visionem rei visæ, coniunctam cum intentione aliqua particulari: deinde ex distinctione eius inter intentiones, quæ sunt in forma, comprehendit quamlibet intentionum per se.

64. *Visio fit aspectu, aut obtutu. 51 p 3.*

Et iam declaratum est, & determinatum, qualiter visus comprehendat formas visibilibus, quæ componuntur ex intentionibus particularibus. Et quædam intentiones particulares, ex quibus componuntur formæ visibilibus, apparent apud aspectum rei visæ: & quædam non apparent, nisi post intuitionem & considerationem subtilem: sicut scriptura subtilis, & lineatio subtilis, & diuersitas colorum consimilium ferè. Et generaliter omnes intentiones subtiles non apparent visui apud aspectum rei visæ, sed post intuitionem & considerationem. Et forma rei visæ comprehensa per sensum visus, est illa quæ componitur ex omnibus intentionibus particularibus, quæ sunt ex forma rei visæ, quas possibile est visum comprehendere. Et visus non comprehendit veram formam rei visæ, nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium, quæ sunt in forma rei visæ. Et cum ita sit, forma ergo uera rei visæ, in qua sunt intentiones subtiles, non comprehenditur à visu, nisi post intuitionem. Et cum visus non comprehendat subtiles intentiones, nisi per intuitionem, & non apparent intentiones subtiles visui apud aspectum rei visæ: quando igitur visus comprehenderit aliquam rem visam, & comprehenderit formam eius, & fuerint in illa re uisa subtiles intentiones, non apparent illæ per aspectum, sed per intuitionem. Cum ergo visus comprehenderit aliquam rem visam, & non fuerint in ea aliqua intentio subtilis: comprehendet ueram eius formam: quam uis non certificabit, quod illa forma est uera, nisi postquam habuerit fortem intuitionem super quamlibet partem illius rei visæ, & certificauerit, quod nulla intentio subtilis est in ea, & tunc certificabit quod forma, quam comprehendit, est uera forma. Secundum ergo omnes dispositiones non certificat visus formam rei visæ, nisi per considerationem omnium partium rei visæ, & per intuitionem omnium partium, quæ possunt apparere in re uisa. Et quia hoc est declaratum, dicamus quod comprehensio visibilibus erit secundum duos modos, qui sunt comprehensio superficialis, & comprehensio per intuitionem, quæ profundam aspiciat. Quoniam quando visus aspiciat rem visam, comprehendit intentiones manifestas, quæ sunt in ea apud aspectum: deinde si præter illud inspexerit ipsam, & consideraerit omnes partes eius, certificabit formam eius: si autem non intuetur partes eius, non comprehendet formam certificatam. Et illa forma, quæ est in visu, aut erit uera eius forma, sed visus non certificat, quod sit uera eius forma: aut non erit forma eius uera. Et cum ita sit, comprehensio ergo visibilibus erit secundum duos modos: & est comprehensio superficialis, quæ est in primo aspectu, & comprehensio, quæ est per intuitionem. Comprehensio autem per primum aspectum, est comprehensio non certificata: & comprehensio per intuitionem, est comprehensio, per quam certificantur formæ visibilibus.

65. *Visio per aspectum, fit per quemlibet pyramidis optica radium: per obtutum uerò fit per solum axem. 52 p 3.*

Et cum hoc declaratum sit, dicamus quod intuitio, per quam comprehenduntur ueræ formæ visibilibus, erit per ipsum visum, & erit per distinctionem. Quoniam iam declaratum est in distinctione linearum radialium [8 n] quod formæ, quæ à visu comprehenduntur ex axe radiali, & ex illo, qui est prope axem, sunt manifestiores, & maioris certificationis, formis, quæ comprehenduntur

henduntur ex residuis uerticationibus. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui rei uisæ: & illa res uisa non fuerit in fine paruitatis, sed alicuius quantitatis: & uisus fuerit fixus in oppositione eius apud aspectum: illud, quod opponitur medio uisus ex illa re uisa, & fuerit super axem aut prope axem: erit manifestius partibus residuis rei uisæ: & uisus percipit istam dispositionem. Quoniam quando comprehenderit rem uisam totam: inueniet locum oppositum medio eius, cuius forma peruenit in medium uisus, esse manifestiorem partibus residuis. Et superius declaratum est, quod ista intentio apparet sensui, quando res uisa fuerit magnæ quantitatis. Cum ergo uisus comprehenderit totam rem uisam: inueniet, quod forma partis oppositæ medio eius, est manifestior omnibus partibus residuis. Et cum uoluerit certificare formam rei uisæ, mouebitur, ita ut medium eius sit oppositum cuilibet parti partium rei uisæ: & sic comprehendet formam cuiuslibet partis partium rei uisæ, comprehensione manifesta & certificata, sicut comprehendit partem oppositam medio eius apud aspectum rei uisæ. Cum igitur sentiens uoluerit certificare rem uisam: mouebitur uisus ita, ut sit medium eius oppositum cuilibet parti partium rei uisæ. Et per istum modum comprehendet formam cuiuslibet partium rei uisæ ualde manifestè: & uirtus distinctiua distinguet omnes formas uenientes ad ipsam, & distinguet colores partium, & diuersitatem colorum, & ordinationem partium inter se. Et generaliter distinguet omnes intentiones rei uisæ, quæ apparent per intuitum, & formam totius rei uisæ compositam ex illis intentionibus. Secundum ergo hunc modum erit certificatio cuiuslibet partium rei uisæ secundum suum esse, & certificatio omnium intentionum rei uisæ. Et non certificatur forma cuiuslibet partium rei uisæ, nisi post motum uisus super omnes partes. Et præterea natus est uisus ad motum intuitionis, & ad faciendum axem radialem transire super omnes partes rei uisæ. Cum ergo uirtus distinctiua quaesierit intueri rem uisam: mouebitur axis radialis super omnes partes rei uisæ. Et cum intentiones subtiles, quæ sunt in illa re uisa, non appareant, nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut linearum radialium, quæ sunt prope ipsum super quamlibet partium rei uisæ: non perueniet forma rei uisæ certificata ad sentientem, quando corpus eius fuerit alicuius quantitatis, nisi per motum uisus, & per oppositionem cuiuslibet partium rei uisæ, medio uisus. Et etiam quando res uisa fuerit in fine paruitatis, & non fuerit opposita medio uisus: etiam non complebitur intuitio eius, nisi postquam motus fuerit uisus, donec axis trāseat in illam rem uisam, & perueniat forma illius rei uisæ in medium uisus, & appareat forma rei uisæ. Et cum ita sit, intuitio, per quam uisus comprehendit ueras formas uisibilibus, fortè erit per ipsum uisum & fortè per distinctionem simul. Comprehensio ergo formæ ueræ rei uisæ non erit, nisi per intuitionem: & intuitio, per quam certificabitur forma rei uisæ, non complebitur, nisi per motum uisus. Et cum corpus rei uisæ fuerit alicuius quantitatis, non complebitur intuitio eius, nisi per motum axis radialis in omnes diametros rei uisæ. Et istam intentionem uoluit dicere ille, qui opinabatur, quod uisio non fieret nisi per motum: & quod nulla res uisa uideretur tota simul. Quoniam ipse intendebat dicere uisionem certificatam, quæ non potest esse, nisi per intuitionem, & per motum uisus, & per motum axis radialis super omnes diametros rei uisæ. Quomodo uero sentiens certificet per intuitionem & per motum, formam rei uisæ, est: quia quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, sentiens comprehendet totam formam apud oppositionem comprehensione qualicumque, & comprehendet partem, quæ est apud extremum axis uera comprehensione in fine ueritatis: & etiam tunc quamlibet partem residuarum partium formæ aliqua comprehensione. Deinde quando uisus mouebitur, & mutabitur axis à parte, in qua erat, ad aliam partem: comprehendet sentiens in ista dispositione formam totius rei uisæ secunda comprehensione, & comprehendet partem, quæ est apud extremum axis secunda comprehensione etiam. Et erit comprehensio istius partis, quæ est apud extremum axis, in secunda dispositione, manifestior comprehensione eius in prima dispositione. Et in ista dispositione etiam sentiens comprehendet partes residuas aliqua comprehensione. Et similiter, quando axis mutabitur per motum ad tertiam partem, comprehendet sentiens in tertia dispositione totam rem uisam tertia comprehensione, & comprehendet partem, quæ est apud extremitatem axis tertia comprehensione etiam. Et erit comprehensio istius partis ab eo in ista dispositione manifestior comprehensione in duabus primis dispositionibus: & tunc sentiens comprehendet in ista dispositione etiam quamlibet partium residuarum aliqua comprehensione. Per motum ergo uisus super partes rei uisæ acquirit sentiens duas dispositiones: quarum altera est frequentatio comprehensionis totius rei uisæ, & secunda est, quæ comprehendit quamlibet partium rei uisæ per axem radialem, aut per illud, quod est prope axem radialem, manifesta comprehensione. Apparet ergo sensui omne, quod est possibile apparere ex illis partibus. Et cum sentiens sæpè comprehenderit rem uisam totam, & quamlibet partium rei uisæ: comprehendet per istam dispositionem omne, quod est possibile comprehendendi ab illa re uisa. Et cum hac comprehensione multoties iterata in duplicationibus & iterationibus comprehensionis totius rei uisæ, distinguit uirtus distinctiua illud, quod apparet ex coloribus partium, & luce, & magnitudine, & remotione, & figura, & situ earum, & æqualitate illarum, quæ sunt cōsimiles in istis distinctionibus, & diuersitate earum, quæ sunt diuersæ in omnibus istis intentionibus aut in quibusdā, & ex ordine partium inter se: & comprehendit ex distinctione omnium istarum intentionum ad ea, quæ cognoscuntur ex similibus earum, formam compositam ex omnibus: & sic signatur in imaginatione forma composita ex omnibus istis intentionibus: & sic certificatur forma

forma rei uisæ, per quam appropriatur illa res uisa apud sentientem. Secundum ergo hunc modum certificat sentiens per intuitionem formas uisibilibus.

66. *Obtutus iteratio altius imprimit formas uisibiles animo, certioresq; efficit. 58 p 3.*

ET etiam dicamus, quod quando uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem: forma illius rei uisæ remanet in anima: & figuratur in imaginatione, & iteratur comprehensio rei uisæ, & erit forma eius magis fixa in anima, quam forma rei uisæ, quam uisus non comprehendit, nisi semel aut raro. Et quod uisus quando comprehenderit aliquod indiuiduum: deinde comprehenderit alia indiuidua eiusmodi indiuidui, & iterata fuerit comprehensio indiuiduorum frequenter: quiescet forma illiusmodi in anima, & perueniet forma uniuersaliter figurata in imaginatione. Et significatio super hoc, quod formæ uisibilibus remaneant in anima & in imaginatione, est: Quia homo, quado meminerit de aliquo homine, quem cognouit antè, & certificauerit formam eius, & meminerit tempus, in quo uidit illum hominè, & locum uera memoracione: statim imaginabitur formam illius hominis, & figuram faciei eius, & situm illius, in quo erat in illo tempore, & imaginabitur locum, in quo uidit ipsum: & fortè imaginabitur alia uisibilia, quæ fuerunt præsentia in illo loco, quando uidit ipsum. Et hæc est significatio manifesta, quod forma illius hominis & forma illius loci sunt fixæ in anima, & remanent in imaginatione. Et propter hoc, quando homo meminerit de aliqua ciuitate, quam uidit, imaginabitur formam illius ciuitatis, & formam locorum, in quibus fuit in illa ciuitate, & formas indiuiduorum, quæ cognouit in illa ciuitate. Et similiter omnium, quæ uidit ex uisibilibus, quando ei occurrunt ad memoriam: imaginabitur formas secundum modum & esse, ut percepit ea antea. Imaginatio ergo formarum uisibilibus, quas homo antè uidit, & modò sciuerit, cum sunt absentes: est significatio, quod formæ uisibilibus, quas comprehendit, perueniunt in animam, & figurantur in imaginatione. Quod uerò forma rei, cuius comprehensio iterabitur à uisu, sit magis fixa in anima & in imaginatione, quam forma rei uisæ, cuius comprehensio non iterabitur, est: quia, quando ad animam peruenit aliqua intentio, statim perueniet forma illius intentionis in animam. Et cum tempus pertransierit, & intra multum tempus nõ redierit iterum ad animam: fortè tradetur illa intentio obliuioni, aut aliqua intentionum, quæ sunt in illa intentione: & si redierit ad animam ante obliuionem, renouatur forma illius in anima, & rememorabit anima per formam secundam, formam primam. Et cum multoties iterabitur euentus illius intentionis super animam, anima magis meminerit de illa intentione: & sic erit illa intentio magis fixa in anima. Et etiã prima uice, in qua intentio uenit ad animam, aut in qua forma rei uisæ uenit ad animam, fortè anima non comprehendet omnes intentiones, quæ sunt in illa forma, neque certificabit ipsas, sed comprehendet tantum quasdam intentiones, quæ sunt in ea. Et cum forma redierit secundo, comprehendet anima ex ea aliquid, quod in prima uice non comprehendit: & quanto magis iterabitur forma super animam, tanto magis manifestabitur ex ea, quod prius non apparebat. Et cum anima comprehenderit ex forma intentiones subtiles eius, & certificauerit formam eius: erit magis fixa in anima, & in imaginatione, quam forma, ex qua non uerè comprehendit mens omnes intentiones, quæ sunt in ea. Et cum anima comprehenderit ex forma omnes intentiones, quæ sunt in ea prima uice: deinde iterabitur peruentus formæ super ipsam, & comprehenderit in ea secundo intentiones: plus certificabit: quod illud quod in prima uice comprehendit, est uera forma illius. Forma autem, uera uerificata & certificata est magis fixa in anima & in imaginatione, quam forma non certificata. Forma ergo rei uisæ, quando multoties iterabitur comprehensio eius, erit magis certificata apud animam, & in imaginatione, & per fixationem formæ in anima, & per fixationem formæ in imaginatione erit memoratio illarum ab anima. Et significatio super hoc manifesta, quod intentiones & formæ quando iterabuntur in anima, erunt magis fixæ, quam intentiones & formæ non iteratæ, est: Quia quando homo uoluerit corde tenere aliquem sermonem, uel uersum aliquem, iterabit sermonem illius intentionis multoties: & sic figetur in sua anima. Et quanto magis iterabit lectionem eius, tanto magis erit fixa in anima, & remotioris obliuionis: & si semel legerit ipsam uel ipsum uersum, non remanebit uersus ille fixus in anima: & similiter, si bis legerit ipsum, fortè non figetur in anima eius: & si figatur, statim tradetur obliuioni. Experimentatione ergo istius intentionis patet, quod formæ uenientes ad animam, quanto magis iterabuntur, tanto magis erunt fixæ in anima & in imaginatione.

67. *E' uisibili sedius uiso remanet in animo generalis notio: qua quodlibet uisibile simile percipitur & cognoscitur. 61 p 3. Idem 14 n.*

Peruentus autem formarum uniuersalium modorum uisibilibus in anima, & figuratio eorum in imaginatione, est. Quia quodlibet indiuiduorum uisibilibus habet formam & figuram, in quibus æquabuntur omnia indiuidua illiusmodi: & illa indiuidua diuersantur tantum intentionibus particularibus comprehensis per sensum uisus: & fortè erit color in omnibus indiuiduis illiusmodi anis. Et forma, & figura, & color, & omnes intentiones, ex quibus componitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis illiusmodi: & uisus comprehendit illam formam & uniuersalè illam figuram, & comprehendit omnem intentionem, in qua æquabuntur omnia indiuidua speciei in omnibus indiuiduis, quæ comprehenduntur ex indiuiduis omnibus illius speciei: & comprehenduntur etiã intentiones particulares, per quas diuersantur illa indiuidua. Per intuitionem ergo comprehensionis indiuiduorum

duorum omnium uniusmodi à uisu, iteratur forma uniuersalis, quæ est in illa specie, cum diuersitate formarum particularium illorum indiuiduorum. Et cum forma uniuersalis iterabitur in anima, figetur in anima, & quiescet: & ex diuersitate formarum particularium uenientium ad uisum cum formis uniuersalibus apud intuitionem, comprehendet anima, quòd forma, in qua æquabuntur omnia indiuidua illiusmodi, est forma uniuersalis illiusmodi. Secundum ergo huc modum erit peruentus formarum uniuersalium, quas uisus comprehendit ex modis uisibilium in anima & in imaginatione. Formæ ergo indiuiduorum uisibilium, quas uisus comprehendit, remanent in anima, & figurantur in imaginatione: & quantò magis iterabitur comprehensio eorum à uisu, tantò magis erunt fixæ in anima & in imaginatione.

68. *Essentia uisibilis percipitur è speciebus uisibilibus, beneficio formæ in animo residentis. 66 p 3.*

ET sustentatio sentientis in comprehensione quidditatis uisibilium non est, nisi super formas peruenientes in animam: quoniam comprehensio quidditatis uisibilium nõ erit, nisi per cognitionem: & cognitio non est, nisi ex comprehensione formæ, quæ uisus comprehendit modò ad formam secundam, quæ est in imaginatione ex formis uisibilium, quas uisus comprehendit antè: & ex comprehensione considerationis formæ comprehendens modò ad aliam formam peruenientium in imaginationem. Comprehensio ergo quidditatis rei uisæ nõ est, nisi ex comprehensione assimilationis formæ rei uisæ alicuius formarum quiescentium in anima, fixarum in imaginatione. Sustentatio ergo sentientis in comprehensione quidditatis uisibilium nõ est, nisi super formam uniuersalem peruenientem in animam: & sustentatio eius in cognitione indiuiduorum uisibilium non est, nisi super formas indiuiduorum peruenientes in animam cuiuslibet indiuiduorum, quæ uisus comprehendit antè, & quorum formæ sunt conceptæ imaginatione antè & intellectæ. Et uirtus distinctiua naturaliter assimilat formas uisibilium apud uisionem, formis uisæ fixis in imaginatione, quas anima acquirit ex formis uisibilium. Cum ergo uisus comprehendit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione: & cù inuenerit in imaginatione aliquam similem formæ illius rei uisæ: cognoscet illam rem uisam, & comprehendet quidditatem eius: & si non inuenerit ex formis existentibus in imaginatione formam similem formæ illius rei uisæ: non cognoscet illam rem uisam, neq; comprehendet quidditatem eius. Et propter uelocitatem assimilationis formæ rei uisæ apud uisionem à uirtute distinctiua, fortè accidet ei error, ita quòd assimilet rem uisam alij rei uisæ, quando in re uisæ fuerit aliqua intentio, quæ est in illa alia re: deinde si considerauerit cum iteratione illam rem uisam post istam dispositionem, & certificauerit formam eius: assimilet ipsam formæ simili ei in rei ueritate, & manifestabitur illi secundò, quòd errauerat in prima assimilatione. Secundum ergo hunc modum comprehenduntur quidditates uisibilium per sensum uisus.

69. *Distinctio uisio fit aut obtutu solo: aut obtutu & anticipata notione simul. 62 p 3.*

ET cum omnes istæ intentiones sint declaratæ, dicamus modò: quòd comprehensio uisibilium per intuitionem erit duobus modis: comprehensio sola intuitionem: & comprehensio per intuitionem cum scientia præcedente. Comprehensio uerò, quæ est solà intuitionem, est comprehensio uisibilium extraneorum, quæ uisus non uidit antè: aut uisibilium, quæ uisus comprehendit antè, sed non meminit uisionis illorum. Quoniam uisus quando comprehendit aliquam rem uisam, quam antè non percepit uidendo, nec rem uisam huius speciei, & uoluerit aspiciens certificare formam huius rei uisæ: intuebitur ipsam, & considerabit per intuitionem omnes intentiones, quæ sunt in ea, & comprehendet per intuitionem formam eius ueram. Et cum antè non perceperit illam rem uisam, neq; aliquam rem huius speciei: non cognoscet formam eius apud eius comprehensionem: & in talibus indiget uisus intuitionem ad formam propriam. Erit ergo certificatio formæ huiusmodi uisibilium non nisi per solam intuitionem tantum. Et similiter quando uisus comprehendit aliquam rem uisam, quam antè percepit, & non meminit ipsius: non cognoscet formam eius nisi per intuitionem. Erit ergo comprehensio huiusmodi uisibilium per solam intuitionem. Comprehensio uerò, quæ est per intuitionem cum scientia præcedente, est comprehensio omnium uisibilium, quæ uisus comprehendit antè, aut de quorum specie aliquid comprehendit uisus antè, & perueniunt formæ specierum eorum & indiuiduorum eorum in animam. Cum ergo uisus comprehendit aliquam rem uisam, quam antè comprehendit, aut cuius speciei aliquam rem antè comprehendit: statim apud aspectum illius rei uisæ comprehendet totam formam eius: deinde modica intuitionem comprehendet totam formam eius, quæ est uniuersalis forma speciei. Cum ergo antè comprehendit uisibilia illiusmodi rei uisæ, & peruenit forma speciei illius rei uisæ in suam animam, & fuerit memor ex forma uniuersali illiusmodi rei uisæ: cognoscet formam uniuersalem, quam comprehendit in illa re uisæ apud comprehensionem eius, & apud cognitionem formæ uniuersalis, quam comprehendit in illa re uisæ, statim cognoscet illam rem uisam specialiter: deinde quando intuitus fuerit intentiones residuas, quæ sunt in illa re uisæ, certificabit formam eius particularem. Si autem non percepit antè illam rem uisam, aut fortè percepit illam, sed non meminit de perceptione illius: non cognoscet formam particularem: & cum non

cognouerit formam particularem, non cognoscet illam rem uisam: & sic erit cognitio illius rei uisæ ab eo secundum speciem tantum, & acquirat ex intuitione & certificatione formæ eius, formam eius particularem, quæ appropriatur suo individuo. Et si antè perceperit illam rem uisam, & non perceperit alia individua huiusmodi speciei, & fuerit memor illius formæ, quam antè comprehendit ex illa re uisa: quando comprehenderit formam eius particularem, cognoscet per cognitionem formam particularem, & apud cognitionem formæ particularis comprehendet rem uisam: & sic per comprehensionem formæ eius particularis certificabit formam rei uisæ, & simul cognoscet ipsam rem uisam: & erit cognitio rei uisæ ab eo specialiter & secundum individuum simul. Et si antè perceperit illam rem uisam, sed non perceperit ex modo illius rei uisæ, nisi illud individuum tantum, & non distinguatur ab eo forma uniuersalis illius modi rei uisæ: quando comprehenderit illam rem uisam, & comprehenderit intentiones uniuersales, quæ sunt in illa re uisa, & in omnibus rebus illius speciei, non cognoscet illam rem uisam, neque comprehendet quidditatem eius ex comprehensione formæ uniuersalis. Cum ergo comprehenderit intentiones residuas, quæ sunt in illa re uisa, & comprehenderit formam particularem eius, & fuerit memor formæ particularis, quam comprehendit in illa re uisa: cognoscet formam particularem apud comprehensionem eius: & cum cognouerit formam particularem, cognoscet eandem rem uisam: & erit cognitio illius rei uisæ ab eo individualiter. Et nulla res uisa comprehenditur per intuitionem, nisi secundum aliquem istorum modorum. Comprehensio ergo omnium uisibilium secundum intuitionem erit duobus modis: sola intuitionem, & comprehensionem per intuitionem cum scientia præcedente. Cognitio autem talis & scientia quandoque erit secundum speciem tantum, quandoque secundum speciem & individuum simul.

70. *Obtutus fit in tempore. 56 p 3.*

ET etiam comprehensio per intuitionem non erit, nisi in tempore: quoniam intuitio non erit nisi per distinctionem & motum uisus: sed distinctio & motus non erunt nisi in tempore. Intuitio ergo non erit nisi in tempore. Et superius declaratum est [12.13 n] quod comprehensio per cognitionem & comprehensio per distinctionem non est nisi in tempore.

71. *Visibile obtutu & antegressa cognitione simul, minore tempore percipitur, quam solo obtutu. 64 p 3.*

ET quia declaratum est [69 n] quod comprehensio uisibilium per intuitionem, erit quandoque sola intuitionem & quandoque per intuitionem cum cognitione præcedente: & quod illud, quod comprehenditur per intuitionem & quod comprehenditur per cognitionem, non comprehenditur, nisi in tempore: dicemus quod comprehensio, quæ erit per intuitionem cum cognitione uel scientia præcedente, erit in maiori parte in minori tempore, quam sit tempus, in quo erit comprehensio per solam intuitionem. Quoniam enim formæ existentes in anima & præsentis memoriæ, non indigent, ut cognoscantur omnes intentiones, quæ sunt in eis, ex quibus componuntur in rei ueritate: sed sufficit in comprehensione earum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis. Cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam, aliquam intentionem propriam illi formæ, & fuerit memor primæ formæ: cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam: quoniam omnis intentio, quæ appropriatur alicui formæ, est signum signans super illas formas. Verbi gratia: Quia quando uisus comprehenderit individuum hominis, & comprehenderit lineationem faciei suæ, non tantum: statim comprehendet, quod sit homo antequam comprehendat lineationem faciei suæ, & antequam comprehendat lineationem partium residuarum eius. Et similiter si comprehenderit lineationem faciei suæ, antequam comprehendat partes residuas eius. Ex comprehensione ergo quarundam intentionum, quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit, quod illud uisibile sit homo sine indigentia comprehensionis partium residuarum: quoniam comprehendet partes residuas per cognitionem præcedentem ex formis residentibus in anima, formis dico hominum. Et similiter quando uisus comprehenderit aliquas intentiones, quæ appropriantur formæ particulari alicuius individui, quod antè uisus percepit, sicut similitudinem in naso, aut uiriditatem in oculo, aut arealitatem in supercilij: comprehendet comprehensione totius suæ formæ illud individuum, & cognoscet ipsum. Et similiter cognoscet equum per aliquam maculam in fronte eius, aut per diuersitatem coloris. Et similiter scriptor quando comprehendit formam alicuius dictionis, superficialiter cognoscet eam, antequam consideret literas particulares. Et similiter omnes partes, quas scriptor frequenter & continue uidet, cognoscuntur ab eo ex comprehensione quarundam literarum. Visibilia ergo, quæ uisus antè comprehendit, & modo cognoscit formas illorum, & est memor illorum: comprehenduntur a uisu per signa. Visibilia autem extranea, quæ uisus antè non percepit, aut uisibilia, quæ antè percepit, sed non est memor illorum, non sunt ita. Quoniam quando uisus comprehendit aliquam rem uisam, quam antè non uidit, & comprehendit lineationem quarundam partium: non comprehendet ex eo quidditatem illius rei uisæ: quoniam apud ipsum non quiescit forma partium residuarum. Uisus ergo non comprehendit certitudinem rei uisæ, quam antè non uidit, nisi per considerationem omnium suarum partium, & omnium intentionum, quæ sunt in ea. Et similiter forma rei uisæ, quam uisus antè percepit, sed non meminit eius: non certificatur ab eo, nisi post considerationem omnium intentionum, quæ sunt in ea. Sed comprehensio quarundam intentionum, quæ sunt in forma, erit in minori tempore illo, in quo comprehendit omnes intentiones, quæ sunt in forma. Visio ergo, quæ est per intuitionem cum cognitione præcedente

præcedente, erit in maiori parte in breuiore tempore, illo tempore, in quo erit uisus sola intuitione. Et propter hoc uisus comprehendit uisibilia cõlucta comprehensione ualde ueloci in tempore latente sensum: & non erit inter oppositionem uisus & rem uisam, & inter comprehensionem quidditatis rei uisæ assuetæ tempus sensibile in maiori parte. Quoniã homo ex pueritia & ex principio incrementi comprehendit uisibilia, & iterantur super eius aspectum indiuidua uisibilia, & formæ uniuersales uisibilia. Et etiam declaratum est [14.67 n] quod formæ uisibilia, quas uisus comprehendit, perueniunt in animam, & figurantur in imaginatione: & quod formæ, quæ iterantur uisui, figurantur in anima: & quas uisus comprehendit, perueniunt in animam, & quiescit figuratio earum in imaginatione. Omnia ergo uisibilia assuetæ, & omnes modi assueti existunt in anima, & quiescunt figurati in imaginatione & præsentis memoriæ. Cum ergo uisus comprehendit aliquam rem uisam assuetam, & comprehendit totam formam suam, & post illud comprehendit aliquod signum proprium illius rei uisæ: comprehendit quidditatem rei uisæ apud comprehensionem illius signi: & erit comprehensio rei uisæ ab eo per cognitionem præcedentem & modicam intuitionem. Visibilia ergo assuetæ comprehenduntur à uisu per signa & per cognitionem præcedentem. Quare erit comprehensio quidditatum eorum in maiori parte in tempore sensibili.

72. *Generales uisibiles species citius percipiuntur singularibus. 71 p 3.*

ET etiam comprehensio speciei rei uisæ est in maiori parte in minore tempore, quàm comprehendatur indiuiduitas rei uisæ. Et est: quoniam quando uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, primò comprehendit ipsum esse hominem, antequam comprehendat formam eius particularem: & fortè comprehendit ipsum esse hominem, quantum non comprehendat lineationem faciei, sed ex erectione sui corporis, & ordinatione membrorum corporis eius comprehendit ipsum esse hominem, quamuis non uiderit faciem eius. Et similiter uisus fortè comprehendit quandoq; specialitatem in odorum alicuius uisibilia assuetorum per quædam signa, quæ appropriantur illi speciei. Et non est sic comprehensio indiuiduitatis rei uisæ. Indiuidualitas enim rei uisæ non comprehenditur, nisi ex comprehensione intentionum particularium, quæ appropriantur illi indiuiduo, aut ex comprehensione quarundam: sed comprehensio quarundam intentionum particularium, quæ appropriantur indiuiduo, non comprehenduntur, nisi post comprehensionem intentionum uniuersalium, quæ sunt in illo indiuiduo, aut post comprehensionem quarundam: aut generaliter, intentiones, quæ sunt in formis uniuersalibus illiusmodi indiuidui, sunt ante intentiones, quæ sunt in forma eius indiuiduali: sed comprehensio partis est in minori tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur totum. Comprehensio ergo specialitatis rei uisæ à uisu est in minori tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur indiuidualitas illius rei uisæ.

73. *E uisibilibus communibus alia alijs citius percipiuntur. 72 p 3.*

ET etiam tempus comprehensionis specialitatis uisibiliũ scilicet assuetorum diuersatur. Quoniam quædam specierum uisibilia assuetorum assimulantur alijs speciebus: & quædam non, ut species hominis & species equi: quoniam forma speciei hominis non assimilatur alijs speciebus animalium: & nõ est ita in equis. Quoniam equus alicuius assimilatur multis animalibus in tota forma. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, non est sicut tempus, in quo comprehendit speciem equi, & comprehendit ipsum esse equum: & maxime quando comprehendit utrumq; in remotione alicuius quantitatis. Quoniam quando uisus comprehendit indiuiduum hominis alicuius motum localiter: statim comprehendit ipsum esse animal ex motu, & ex erectione corporis comprehendit ipsum esse hominem: & non est ita, quando comprehendit equum. Quoniam quando uisus comprehendit indiuiduum equi mouens se, & comprehendit simul motum eius, & numerum pedum, non comprehendit ex hoc ipsum esse equum: quoniam illæ intentiones sunt in pluribus quadrupedibus, quæ assimilatur equo in pluribus intentionibus, & maxime in mulo: quoniam mulus assimilatur equo in multis dispositionibus: quoniam mulus non distinguitur ab equo, nisi per intentiones ferè non manifestas, sicut lineationem faciei, & extensionem colli, & uelocitatem motus, & amplitudinem passuum. Si autem uisus non comprehendit aliquam intentionum istarum, per quas comprehenditur equus cõ comprehensione totius suæ formæ, non comprehendit ipsum esse equum. Et tempus, in quo uisus comprehendit erectionem corporis hominis, non est sicut tempus, in quo comprehendit formam equi cum intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alio. Comprehensio ergo speciei hominis est in minore tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur species equi: quamuis duo tempora sint parua: tamen unum eorum secundum omnes dispositiones est maius altero. Et similiter quando uisus comprehendit colorem roseum in floribus cuiusdam horti: statim comprehendit quod substantiæ illorum colorum sunt rosæ propter colorem proprium rosarum: & cum hoc, quod ille color est in rebus existentibus in horto: comprehenditur ante comprehensionem rotunditatis, & ante rotunditatem foliorum eius, & applicationum foliorum eius, unius super alterum, & ante comprehensionem omnium intentionum eius, ex quibus componitur forma rosæ: & non est ita, quando comprehendit uiriditatem myrti in horto: quoniam quando uisus comprehendit tantum uiriditatem myrti in horto: non comprehendit ipsam esse myrtum ex comprehensione uiriditatis tantum: quoniam plures plantæ sunt uirides, & plures plantæ

plantæ assimilantur myrto in uiriditate & figura. Si ergo non comprehenderit figuram foliorum eius, & spissitudinem eorum, & intentionem propriam myrti: non comprehendet ipsam esse myrtum. Et tempus, in quo comprehendit figuram foliorum myrti & intentiones, secundum quas appropriatur myrtus cum comprehensione uiriditatis, non est sicut tempus, in quo comprehendit colorem rosaceum tantum. Et similiter quidditates omnium specierum, quæ possunt assimilari alijs, non comprehenduntur à uisu, nisi per magnam intuitionem: quidditas autem paucae assimilationis ad alia, comprehenditur à uisu pauca intuitionem. Et similiter de indiuiduis: quoniã indiuiduum, quod uisu non assimilatur alij indiuiduo, comprehenditur à uisu per modicam intuitionem, & per signa: & indiuiduum, quod uisus cognoscit, & quod assimilatur alij indiuiduo, quamuis cognoscit, tamen comprehenditur à uisu per magnam intuitionem. Species ergo & indiuiduum omnium uisibilibus assuetorum comprehenditur à uisu per modicam intuitionem cū cognitione præcedente. Et erit comprehensio eorum in maiori parte in tempore sensibili: tamen diuersatur tempus comprehensionis eorum secundum diuersitatem specierum & indiuiduorum eorum: & erit comprehensio speciei uelocior comprehensione indiuidui: & erit comprehensio speciei paucae assimilationis ad alia, uelocior comprehensione speciei multæ assimilationis. Et similiter comprehensio indiuidui paucae assimilationis, erit uelocior comprehensione indiuidui multæ assimilationis.

74. *Tempus obtutus pro specierum uisibilibus uarietate uariat. 56 p 3.*

ET tempus intuitionis diuersatur secundum intentiones, quas quisque intuetur in uisibilibus. Verbi gratia. Quia quando uisus comprehenderit animal multipes paruorum pedum, & illud animal fuerit in motu: per modicam intuitionem comprehendet motum eius, & cum comprehenderit motum eius, comprehendet ipsum esse animal: deinde per modicam intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multipes ex comprehensione distantie inter pedes: & sic non cognoscet statim numerum pedum: & si uoluerit cognoscere numerum pedum, indigebit longiore intuitionem, & maiore tempore. Comprehensio ergo animalitatis eius erit in tempore paruo: deinde comprehensio multitudinis pedum erit in tempore paruo: sed numerus pedum non comprehendetur, nisi postquam fuerit uisus intuitus quemlibet pedem, & numerauerit ipsos, quod non potest esse, nisi in tempore alicuius quantitatis: & erit quantitas temporis secundum multitudinem pedum & paucitatem eorum. Et similiter quando uisus comprehenderit figuram rotundam, intra quam est figura multorum laterum, & fuerint latera illius figuræ parua, & cum hoc fuerit diuersorum laterum non maxima diuersitas: apud comprehensionem totalis figuræ comprehendet ipsam esse rotundam, & non comprehendet statim, quod intra ipsam sit laterata figura: quoniam latera eius fuerunt in fine paruitatis. Et cum intuitus fuerit figuram rotundam profundiore intuitionem, apparebit figura laterata, quæ est intra rotundam. Erit ergo comprehensio rotunditatis figuræ uelocior comprehensione figuræ lateratæ, quæ est intra: deinde apud comprehensionem istius non apparebit diuersitas laterum istius figuræ, nec distinguetur à uisu an sint æqualia, an non: & non apparebit inæqualitas laterum figuræ lateratæ, nisi post magnam intuitionem & in tempore alicuius quantitatis. Et etiam sentiens quando uoluerit intueri figuram totius rei uisæ, sufficit ei, ut transeat uisus super superficiem rei uisæ tantum. Et similiter quando uoluerit intueri colorem rei uisæ, sufficit ei transire uisum super ipsum tantum. Et similiter quando uoluerit intueri asperitatem superficiem rei uisæ, aut planitiem, aut diaphanitatem, aut spissitudinem: & non sunt ita intentiones occultæ subtiles, quæ sunt in uisibilibus, sicut figuræ, quæ sunt in quibuslibet partibus uisibilibus: & consimilitudo figurarum & quantitatis partium, & diuersitas quantitatum, & colorum, & consimilitudo eorum, & ordinatio partium paruorum inter se: quoniam istæ intentiones non comprehenduntur per intuitionem, nisi postquam fuerit uisus fixus super quamlibet partium, & considerauerit figuras illarum partium, & comparauerit unam ad alteram: & hoc non complebitur in tempore paruo, & per motum uelocem, sed in tempore alicuius quantitatis. Tempus ergo intuitionis intentionum uisibilibus diuersatur secundum diuersitatem intentionum intuitarum.

75. *Visio per anticipatam notionem & breuem obtutum, est incerta. 55 p 3.*

ET cum hoc sit declaratum, dicamus: quod uisio, quæ est per cognitionem præcedentem, & per signa & per modicam intuitionem, non est comprehensio certificata. Quoniam comprehensio rei uisæ per cognitionem præcedentem & per signa non est, nisi circa totalitatem & uniuersalitatem rei uisæ in grosso: & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares, quæ sunt in illa re uisæ, secundum modum, quo cognouit illas res uisas ex prima forma illius rei uisæ existente in anima: sed istæ intentiones particulares, quæ sunt in uisibilibus, mutantur secundum transitum temporis: & sic uisus non comprehendit intentiones, quæ sunt mutatæ in illa re uisæ per cognitionem præcedentem. Et cum mutatio fuerit occulta & non bene manifesta, non comprehenditur à uisu primo aspectu, & non comprehenditur, quando non fuerit ualde manifesta, nisi per intuitionem. Verbi gratia: quando uisus cognoscit aliquem hominem, & fuerit facies illius hominis munda, & certificauerit uisus formam eius: deinde recesserit ille homo à uisu longo tempore: & contingat in facie eius macula: & fuerit occulta illa macula: & comprehenderit ipsum post istam dispositionem: cognoscet ipsum apud comprehensionem: sed tamen non propter comprehensio-

nem & cognitionem illius hominis, comprehendet maculam in facie eius, nisi sit manifesta: & si non fuerit intuitus ipsam, non comprehendet ipsam secundum suum esse: & si intuitus fuerit ipsam superiore intuitione: apparebit ei macula, quæ est in facie eius: & tunc comprehendet formam eius secundum suum esse. Et similiter quando uisus comprehenderit aliquam arborem, & intuitus fuerit ipsam, & certificauerit formam eius: deinde recesserit ab eadem diu, dum creuerit illa arbor, & auerta fuerit: & mutata figura eius: & facta sit in ea aliqua mutatio, quæ illa mutatio, quæ fuerit in arbore, fuerit modica: deinde si reuertatur uisus ad illam arborem, & cognoscat eam: non comprehendet apud comprehensionem per cognitionem illam modicam, mutationem, quæ contigit in ea: si autem intuitus fuerit ipsam secundò, & simul fuerit memor ueræ formæ eius, quam habebat prima uice: comprehendet mutationem, quæ contigit in ea, & certificabit formam eius secundò: & si non fuerit intuitus ipsam, non erit illa forma, quam comprehendit ex illa arbore per cognitionem antecedentem, ipsa forma uera, quam habet secunda comprehensione. Et similiter, quando uisus comprehenderit parietem in quibusdam locis: & ille paries fuerit planus: & fuerint in eo picturæ & sculpturæ: & intuitus fuerit uisus illum parietem: & certificauerit formam eius: deinde recesserit ab illo loco diu: & contingat post mutatio in illo pariete ex asperitate superficie, aut ex intentione quarundam picturarum: & non fuerit illa mutatio ualde manifesta: deinde si reuertatur uisus ad illum locum: & aspexerit illum parietem: & fuerit memor formæ primæ: comprehendet ipsam apud primam uisionem: sed apud comprehensionem per cognitionem non comprehendet mutationem occultam, quæ in eo contigit: & ipse cognoscat formam eius sine aliqua mutatione. Si ergo in eo contigit aliqua asperitas, æstimabit ipsam esse læuam, sicut consuevit esse: & si picturæ primò fuerint certificatæ uerè, & fuerint mutatæ, æstimabit eas esse quasi certificatas. Et omnia uisibilia, quæ sunt apud nos, sunt recipientia mutationem secundum colorem, & figuram, & magnitudinem, & situm, & asperitatem, & læuitatem, & ordinationem partium, & secundum multas intentiones particulares: quoniam naturæ earum sunt mutabiles & præparatæ passioni ab eo, quod accidit eis extrinsecus. Et quia mutatio est possibilis in eis, possibile est ipsam comprehendi à uisu in omnibus illis. Et quamuis sit in eis aliqua mutatio, quæ non potest apparere uisui: nihil est tamen ex eis, in quo non accidat extrinsecus mutatio, quæ possit apparere uisui. Et cum omnia uisibilia sint præparata mutationi, quæ possit comprehendi à uisu: nullum ergo uisibile, quod uisus comprehendit modò, & erat prius comprehensum: certificatum est apud comprehensionem secundam à uisu, scilicet, quod uisus sit securus secundò, quod non fuerit mutatum, cum mutatio sit possibilis in omnibus uisibilibus. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, quam antè comprehendit: & intuitus fuerit ipsam: & certificauerit formam eius: & fuerit memor suæ formæ apud comprehensionem, cognoscat ipsam. Et si in illa re uisa contigit mutatio manifesta, comprehendet illam mutationem apud uisionem: si autem non fuerit manifesta: cognoscat illam rem, & æstimabit illam esse apud cognitionem secundum modum primum: & sic, si non iterauerit intuitionem, non erit securus, quod forma, quam antè cognoscebat, remaneat secundum suum esse, cum sit possibile, quod in ea contingerit mutatio occulta, quæ non potest apparere, nisi per intuitionem. Si ergo iterauerit intuitionem, certificabit formam eius: & si non iterauerit intuitionem, non erit comprehensio illius rei uisæ certificata. Comprehensio ergo uisibilium per cognitionem præcedentem, & per signa, & per modicam intuitionem, non est uera comprehensio.

76. *Vera uisibilis forma percipitur obtutu: accurata consideratione: & diligenti omnium uisibilium specierum distinctione. 57 p 3.*

ET uisus non comprehendit rem uisam uera comprehensione, nisi per intuitionem rei uisæ apud comprehensionem eius, & per considerationem omnium intentionum, quæ sunt in illa re uisa, & per distinctionem omnium apud comprehensionem illius rei uisæ. Visio ergo erit secundum duos modos: uisio in primo aspectu, & uisio quæ est per intuitionem. Et per uisionem, quæ est in primo aspectu, comprehendet uisus intentiones rei uisæ manifestas tantum, & non certificatur per huiusmodi aspectum forma rei uisæ. Et uisio, quæ est in primo aspectu: quandoque est solùm phantastica: & quandoque cum cognitione præcedente: & uisio talis, quæ est secundum phantasiam, est uisio uisibilium, quæ uisus non cognouit apud aspectum: & cum hoc intuetur ipsa. Et uisio, quæ est secundum phantasiam cum cognitione præcedente, est uisio uisibilium, quæ uisus cognouit antè: & cum hoc non intuetur intentiones eorum. Et secundum dispositionem utriusque earum non comprehendit uisus per phantasiam ueritatem rei uisæ, siue præcognouerit illam rem, siue non. Et uisio per intuitionem erit secundum duos modos, scilicet uisio sola intuitionem, & uisio per intuitionem cum præcedente cognitionem. Visio autem, quæ est sola intuitionem, est uisio uisibilium, quæ uisus antè non comprehendit, aut non est memor comprehensionis eorum, quando intuetur modò ipsa. Et uisio per intuitionem cum scientia præcedente, est uisio omnium uisibilium, quæ uisus comprehendit: & est memor comprehensionis eorum, quando intuitus fuerit eorum intentiones, & considerauerit intentiones omnes, quæ sunt in eis. Et ista uisio diuiditur in duos modos: quorum unus, est uisio assueta uisibilium assuetorum: & ista pars erit per signa, quæ comprehenduntur modica intuitionem, & per considerationem quarundam intentionum, quæ sunt in illa re uisa cum cognitione præcedente. Et illa uisio est in maiore parte in tempore insensibili: & comprehensio

hensio illius, quod comprehenditur secundum hunc modum, non est comprehensio in fine certitudinis. Pars autem secunda est per finem intuitionis, & per considerationem omnium intentionum, quæ sunt in re uisa apud comprehensionem illius rei uisæ, & cum cognitione præcedente: & erit in maiori parte in tempore sensibili: & diuersatur tempus secundum intentiones, quæ sunt in re uisa. Et uisio, quæ est secundum hunc modum, per quem uisibilia assueta comprehenduntur comprehensione in fine certitudinis, non est nisi per intuitionem omnium intentionum, quæ sunt in re uisa, & per considerationem omnium partium rei uisæ, & per distinctionem omnium intentionum, quæ sunt in re uisa apud comprehensionem rei uisæ, siue præcognoueri illam rem, siue non. Et ista certificatio, quæ est respectu sensus, est intentio certificata: & est dicere finem certificationis in istis locis, finem illius, quod potest comprehendi à sensu. Et cum omnibus istis comprehensio uisibilium à uisu est secundum fortitudinem uisus: quoniam sensus uisus oculorum diuersatur secundum uigorem & debilitatem. Secundum ergo istos modos erit comprehensio uisibilium à uisu, & isti sunt omnes modi uisibiliū. Et hoc est illud, quod intendebamus declarare in isto capitulo. Et iam compleuimus diuisionem omnium uisibilium, & diuisionem omnium intentionum uisibilium, & declarauimus omnes intentiones, per quas uenit uisus ad comprehensionem uisibilium & intentionum uisibilium, & distinximus omnes partes, in quas diuiduntur omnes modi uisionum. Et istæ sunt intentiones, quas intendebamus declarare in isto tractatu.

ALHAZEN FILII

ALHAZEN OPTICAE

LIBER TERTIVS.



TERTIVS tractatus est ex septem capitulis. Primum capitulum est proæmium. Secundum de ijs, quæ debent præponi sermoni in deceptionibus uisus. Tertium de causis, quibus deceptio accidit uisui. Quartum in distinguendo deceptiones uisus. Quintum de qualitatibus deceptionum uisus, quæ fiunt solo sensu. Sextum de qualitatibus deceptionum uisus, quæ fiunt in cognitione. Septimum de qualitatibus deceptionum uisus, quæ fiunt in ratione.

PROOEMIUM LIBRI. CAP. I.

1. *Visus in perceptione uisibilium aliquando allucinatur: 1 p 4.*

DEclaratum est in primo tractatu & secundo, quomodo uisus comprehendat uisibilia secundum quod sunt, si comprehensio eius fuerit rectè: & quomodo certificet formam uisi: & quomodo comprehendat unamquamque intentionum particularium, secundum quod est: & quomodo certificet illam. Sed non omne, comprehensibile à uisu, comprehenditur ab eo secundum quod est, neq; omne, quod uidetur ab aspiciente comprehendi in rei ueritate, est rectè comprehensum. Sed multoties decipitur uisus in multis eorum, quæ comprehendit ex uisibilibus, & comprehendit illa alio modo ab eo, quo sunt: & fortè percipit suam deceptionem etiam cum decipitur, & fortè non, sed reputat se benè comprehendere. Cum enim uisus comprehenderit aliquod uisum per spatium remotum: tunc mensura eius uidebitur minor, quàm uera mensura: & quando illud uisum fuerit fortè propinquum uisui: comprehendet mensuram eius maiorem uera. Et amplius, quando uisus comprehenderit quadratum, aut polygonum à remoto: comprehendet illud rotundum, si fuerit æqualium diametrorum: aut longum, si fuerit inæqualium diametrorum. Et si comprehenderit sphaeram à remotissimo, comprehendet eam planam. Et talia sunt multa & multimoda: & omnia quæ sunt comprehensa à uisu tali modo, sunt fallibilia. Amplius, quando uisus inspexerit aliquam stellam, comprehendet eam quiescentem, licet stella tunc moueatur: & cū inspiciens reuertetur ad scientiam: sciet illam stellam moueri apud aspectum: & cum inspiciens distinxerit illud: statim comprehendet se decipi in hoc, quod comprehenderit de quiete stellæ. Et cum aliquis inspexerit aliquod indiuiduum super faciem terræ à remotissimo interuallo, & illud indiuiduum fuerit motum motu tardissimo, & non diu durauerit aspectus: tunc in tali statu aspiciens comprehendet ipsum quiescens: & si aspiciens non perceperit antè motum illius indiuidui, & non diu durauerit in eius oppositione: tunc non percipiet se esse deceptum in hoc, quod comprehendit de quiete illius indiuidui: & in comprehensione huius erit deceptus, & tamen non percipiet se decipi. Accidit igitur uisui deceptio in multis eorum, quæ comprehendit: & fortè percipitur ab eo, & fortè notè. Et cum in duobus libris præcedentibus sit declaratum, quomodo uisus comprehendat uisibilia, secundum quod sunt: In hoc autem capitulo declaratum est ex eis, quæ diximus, quod multoties accidit uisui deceptio in multis eorum, quæ comprehendit: remanet declarandum, quare deceptio accidat uisui, & quando, & quomodo. Nos autem in hoc tractatu contenti sumus de deceptionibus uisus in eis, quæ comprehendit rectè: & declarabimus causam in hoc, & diuersitates deceptionum, & quomodo accidat unaquæq; deceptio.

DE IIS QUAE DEBENT PRAEPONI SERMONI
in deceptionibus uisus. Cap. II

2. *Axes pyramidum opticarum utriusq; uisus per centrum foraminis uuea transeuntes, in uno uisibilis puncto semper concurrunt: & sunt perpendiculares superficiei uisus. 32. 35 p 3.*

Declaratum est in primo tractatu [18 n] quòd uisus nihil comprehendat ex uisibilibus, nisi secundum uerticationes refractas linearum radialium: & quòd ordo uisibilium & partium eorum non comprehenditur, nisi ex ordinatione linearum radialium. Et dictum est etiam [27 n 1] quòd unum uisum, quod comprehenditur duobus oculis simul, non comprehenditur unum, nisi quando positio eius in respectu duorum oculorum fuerit positio consimilis: & quòd si positio fuerit diuersa: tunc comprehendetur unum duo. Sed unumquodq; uisibilium assuetorum, quæ semper comprehenduntur à duobus uisibus, semper comprehendetur unum. Vnde oportet nos declarare, quomodo unum uisum comprehendatur à duobus uisibus unum in maiore parte temporis & in pluribus positionibus: & quomodo positio unius uisi ab ambobus oculis in maiore parte temporis, & in pluribus erit consimilis. Et declarabimus etiã quomodo positio unius uisi ab ambobus uisibus erit positio diuersa, & quomodo accidat hoc. Et iam diximus hoc in primo tractatu [27 n] & declarauimus ipsum uniuersaliter, non determinatè. Dicamus ergo quòd cum inspiciens inspexerit aliquod uisum, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius uisi: & cum inspiciens direxerit pupillam ad illud uisum: tunc uterq; uisus diriget pupillam ad illud uisum directione æquali. Et cum uisus fuerit motus super rem uisam: tunc uterq; uisus mouebitur super illud. Et cum uisus direxerit pupillam ad rem uisam: tunc axes duorum uisuum congregabuntur in illa re uisa, & coniungentur in aliquo puncto illius superficiei. Et si inspiciens mouerit uisum per illam rem uisam: tunc illi duo axes mouebuntur simul super superficiem illius uisi, & per omnes partes eius. Et uniuersaliter duo oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus: & uirtus sensibilis, quæ est in eis, est eadem, & actio & passio eorum semper est æqualis & omnino cõsimilis. Et si alter uisus fuerit motus ad uidendum, statim reliquus mouebitur ad illud uisum illo eodem motu: & si alter uisus quieuerit, reliquus quiescit. Et impossibile est, ut alter uisus moueatur ad uidendum, & reliquus quiescat, nisi impediatur. Et declaratũ est in præteritis [19 n 1] quòd inter quodlibet uisum & cẽtrum uisus est pyramis imaginabilis apud uisionem, cuius uertex est centrum uisus, & basis superficies uisi, quod uisus comprehendit: & ista pyramis continet omnes uerticationes, ex quibus comprehendit illã rem uisam. Cum ergo duo axes amborum uisuum fuerint cõiuncti in aliquo puncto superficiei uisi: tunc superficies uisi erit basis communis ambabus pyramidibus radialibus, figuratis inter duo cẽtra amborum uisuum & illud uisum: & tunc positio puncti, in quo axes sunt cõiuncti apud ambos uisus, est positio cõsimilis: quia est oppositũ duobus medijs amborum uisuum, & duo axes, qui sunt inter illud & duos uisus, sunt perpendiculares super superficiem duorum uisuum.

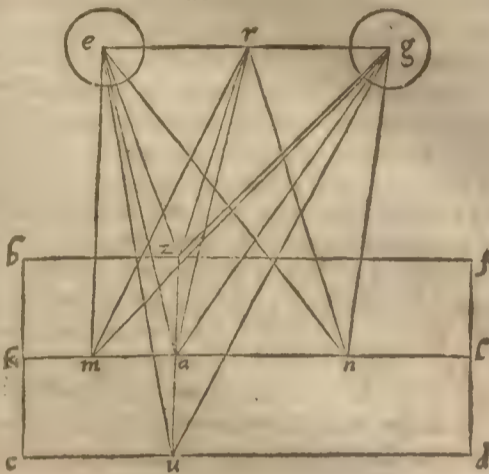


3. *Situs uisibilis erga utrumq; uisum est plerumq; situs similis. Itaq; axes pyramidum opticarum & linea ab utroq; uisu ducte ad cõcursum duorum axium, factũ in reẽta linea ad utrumq; axem perpendiculari, sunt æquales. 40. 42 p 3.*

Quod autẽ remanet de superficie uisi, inter quodlibet punctũ eius, & inter duo cẽtra amborum uisuum, sunt duæ lineæ, quarũ positio in respectu duorũ axium, erit positio cõsimilis in parte scilicet: quoniã omnes duæ lineæ imaginabiles inter duo cẽtra duorũ uisuum & punctũ superficiei uisæ, in quo coniunguntur duo axes duorũ uisuum: erunt declinabiles à duobus axibus ad unã partẽ. Nã omne punctũ superficiei uisi, in quo duo axes coniunguntur, declinabit à puncto coniunctionis ad eandẽ partẽ: punctũ uerò cõiunctionis est super utrumq; axem. Remotiones autem istarũ linearum à duobus axibus sunt æquales: quoniã omnes duæ lineæ exeuntes à duobus cẽtris duorũ uisuum ad quodlibet punctum punctorũ ualde propinquorũ puncto cõiunctionis, æqualiter distant à duobus axibus, quantũ ad sensum. Duo enim axes exeuntes ad punctũ cõiunctionis, erũt æquales, aut nõ erit inter ebs diuersitas sensibilis, quãdo res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, & distãtia eius à uisu fuerit mediocris. Et similiter est dispositio cuiuslibet pũcti multũ propinqui pũcto cõiunctionis, scilicet, quòd omnes duæ lineæ exeuntes à duobus cẽtris duorũ uisuum ad quodlibet punctũ eorũ, ferẽ nõ differũt in longitudine quantũ ad sensum, sed ferẽ erũt æquales.

4. *Due rectæ lineæ ab utroq; uisu ductæ ad concursum duorum axium, factum in rectæ lineæ ad utrumq; axem obliquâ, sunt ferè inæquales. 41 p 3.*

Quando uerò lineæ duæ declinantes, fuerint coniunctæ in superficie, in qua sunt duo axes, erunt inæquales. Nā lineæ, quæ exit ex puncto, in quo duo axes coniunguntur, ad punctum declinans ab illo, continet cū duobus axibus angulos inæquales, & duo axes sunt æquales, & lineæ copulans duo puncta, est cōmunis. Quapropter duæ lineæ declinantes erunt inæquales: sed ista inæqualitas nō operatur in sensum, si punctū declinans fuerit propinquum puncto cōiunctionis. Si autem duæ lineæ declinantes fuerint sub axibus, aut super illos, possunt esse æquales. Duo enim anguli, quos cōtinet duo axes cū lineæ cōtinuante duo puncta, possunt esse æquales, si punctū fuerit sub axibus, aut super eos. Et in positionibus, quæ sunt inter has duas positiones, erit diuersitas, quæ est inter duas declinantes, minor quàm diuersitas, quæ est inter duas lineas primas declinantes: & sic nō erit inter eas differētia operās in sensum. Ergo duæ lineæ exeuntes à duobus cētris duorū uisuum ad puncta propinqua puncto, in quo coniunguntur duo axes, non differunt ferè in longitudine, quantum ad sensum: & axes sunt æquales: & lineæ quæ copulat punctū cōiunctionis cū puncto declinante, ad quod exeunt duæ lineæ à duobus cētris, est cōmunis duobus triangulis factis ex istis lineis. Ergo duo anguli, qui sunt apud duo centra duorū uisuum, quibus subtréditur apud superficiem uisi lineæ cōmunis, erūt æquales: aut ferè inter eos nō est diuersitas sensibilis: & isti duo anguli semper erūt minimi, quādo punctum fuerit ualde propinquū cōiunctioni duorū axium. Er cū duæ lineæ, quæ exeunt ad quodlibet punctum propinquū puncto cōiunctionis, continent cū duobus axibus angulos æquales: tūc remotio quarumlibet duarū linearum, exeuntium ad idē punctum punctorū propinquorum puncto cōiunctionis à duobus axibus duorū uisuum, erit remotio æqualis. Ergo positio cuiuslibet puncti superficiali uisi, in quo coniunguntur duo axes uisuum, si fuerit propinquum puncto cōiunctionis, in respectu duorū uisuum, est positio cōsimilis in parte & in remotione à duobus axibus. Dispositio autē in punctis remotis à puncto cōiunctionis, declinatibus ad unā partē ab amobus axibus, est talis. Anguli, qui sunt inter duas lineas exeuntes ad aliquod punctum eorū & inter duos axes, fortasse differunt diuersitate aliquantula: & positio omnium huiusmodi punctorū remotorum à puncto cōiunctionis in respectu duorū uisuum, est positio cōsimilis in parte tantum: sed nō in remotione à duobus axibus. Positio igitur cuiuslibet puncti uisi cōprehensi amobus uisibus, cū fuerit alicuius quantitatis & propinquarum diametrorū, apud duos uisus est positio cōsimilis in parte, & in remotione. Quapropter forma eius statuetur in duobus locis cōsimilis positionis à duobus uisibus: & cum uisum cōprehensum amobus uisibus, fuerit maximarū diametrorū: tūc positio eius puncti, in quo coniunguntur duo axes, erit positio cōsimilis apud duos uisus. Et quanto magis appropinquauerint illi duo puncta, quæ sunt in superficie illius uisi, tantō magis positio illorū apud duos uisus erit cōsimilis in parte & in remotione simul. Puncta autē, quæ sunt in superficie illius uisi, remota à puncto cōiunctionis, & declinata ab amobus axibus ad unā partē, habent positionē cōsimilem in parte apud duos uisus, & in remotione fortē cōsimilē, & fortē nō. Forma igitur partis, quæ est apud punctum cōiunctionis huius uisi, & eius, quod cōtinet punctū cōiunctionis, & eius, quod est illi propinquum, instituitur in duobus locis duorū uisuum cōsimilis positionis in omnibus dispositionibus. Et instituentur formæ partiū residuarū remotarū à puncto cōiunctionis circundantiū partem cōsimilis positionis cōtinuæ cū forma partis cōsimilis positionis: & sic uniuersum duarū formarū instituitur in duob; locis duorū uisuum, inter quæ nō est maxima differētia in positione: & si fuerit, erit extrema tantum, & erit modica propter cōtinuationem duorū extremorū cū duobus medijs, quæ sunt cōsimilis positionis. Et hoc erit, cū duo uisus fixi fuerint in oppositionē uisi, & duo axes fuerint fixi in uno puncto eius. Cū autem duo uisus fuerint moti super rem uisam: & duo axes fuerint translati ab illo puncto: & fuerint moti simul per superficiē uisi: tūc positio cuiuslibet puncti illius uisi, & positio punctorū propinquorū illi, in respectu duorū uisuum apud cōiunctionē duorum axium in ipso, erit positio cōsimilis ualde. Et forma cuiuslibet partis uisi apud motum duorū axium per superficiē, erit in duob; locis positionis cōsimilis apud duos uisus: & sic forma omnium partium uisi apud motum & intuitionem, erit cōsimilis dispositionis apud ambos uisus.



5. *E plurib; uisibilib; ordinatim intra opticos axes dispositis: remotiora incertè uidentur. 50 p 3.*

Et si niliter etiam quando uisus cōprehēderit uisibilia separata in eadem hora simul: & duo axes fuerint cōiuncti in aliquo eorū: & illud uisum, in quo sunt cōiuncti duo axes, fuerit propinquarum diametrorū: tunc forma illius uisi instituetur in duobus locis duorū uisuum cōsimilis positionis. Et etiā forma eius, quod propinquum est illi uiso, si fuerit paræ quantitatis: insti-

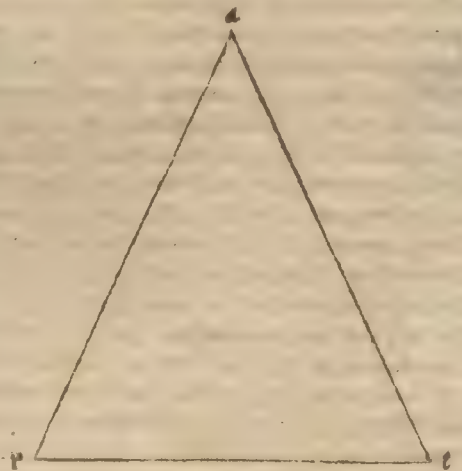
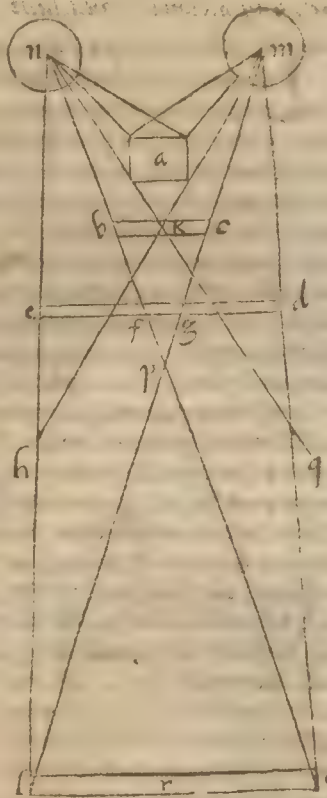
ructur in duobus locis duorum uisuum, inter quorum positiones non erit differentia sensibilis. Forma autem uisi remoti à uiso, in quo duo axes coniunguntur, quando ambo uisus comprehendunt illud uisum, dum duo axes sunt fixi in illo uiso: instituetur in duobus locis duorum uisuum cōsimilis positionis in parte tantum, & non in remotione: aut non omnes partes eorum erunt cōsimilis positionis in remotione à duobus axibus: nec forma erit certificata. Deinde si duo uisus fuerint moti, & duo axes: & fuerint coniuncti in unoquoque uisibilium comprehensorum simul: tunc forma utriusque eorum instituetur in duobus locis cōsimilis positionis in respectu duorum uisuum in parte & in remotione: & tunc certificabitur forma uniuscuiusque illorum uisibilium. Et multoties coniunguntur duo axes amborum uisuum in aliquo uiso: & cum hoc duo uisus comprehendent aliam rem uisam, cuius positio in respectu amborum uisuum erit diuersa in parte. Et hoc erit, quando illud aliud uisum fuerit propinquius ambobus uisibus uiso, in quo distinguuntur duo axes: & fuerit simul inter duos axes: aut fuerit remotius ab ambobus uisibus uiso, in quo coniunguntur duo axes, & fuerit etiā inter duos axes, cū fuerimus imaginati eos extensos post cōiunctionē: & uisum, in quo cōiunguntur duo axes, nō cooperiet uisum, quod est remotius ipso, aut cooperiet quiddā illius. His ergo modis fit cōprehensio uisibilium ambobus uisibus.

6. Si dua recta linea à medio nerui cōmunitis sint conterminata recta cōnectenti centra foraminum gyri neruorum cauorum: constituent triangulum aequicrurum. 30 p 3.

ET etiam declaratum est in secundo tractatu [1. 42 n] quod axis radialis in utroque uisu est eadē linea, quae nō transmutatur: & quod pertransit centra omnium tunicarum uisus, & extenditur recte per centra omnium tunicarum ad mediū loci incuruationis ex cōcauo nerui, super quem cōponitur oculus, qui est apud foramen, quod est in cōcauo oisii: & quod est inseparabilis ab omnibus cētris: & quod positio eius apud omnes partes uisus, est positio semper eadē, nō transmutabilis apud motū uisus, nec apud quietem eius: & quod positio duorum axium apud duos uisus est positio cōsimilis in respectu amborum uisuum, apud cōcauitatem nerui cōmunitis, ex quo ultimum sentiens comprehendit formas uisibilium. Imaginemur ergo lineam rectam copulātem duo centra duorum foraminum, quae sunt in duabus cōcauitatibus duorum oisium cōtinentium duos oculos: & imaginemur duas lineas exeuntes à duobus cētris duorum foraminum, extensas in duobus medijs duarum cōcauitatum neruorum. Hæ ergo lineae cōiunguntur in medio cōcauitatis nerui cōmunitis: quia positio duorum neruorum in respectu cōmunitis nerui, est positio cōsimilis [per 4 n 1] & positio duarum harum linearum apud lineam copulātem duo centra duorum foraminum, erit positio cōsimilis: quia duorum neruorum positiones, in respectu duorum foraminum, est positio cōsimilis [per 4 n 1] & sic duo anguli, qui sunt inter has duas lineas & lineam copulātem duo centra duorum foraminum, erunt æquales [secus dissimilis esset positio neruorum.]

7. Si recta linea sit à medio nerui cōmunitis ad medium recta linea cōnectenti centra foraminum gyri neruorum cauorum: erit ad ipsam perpendicularis. 33 p 3.

ET imaginemur etiā lineam copulātem duo cētra duorum foraminum, diuisam in duo æqualia: & imaginemur lineam exeuntem à puncto, quod est in medio cōcauitatis nerui cōmunitis, in quo duae lineae extensae in cōcauitatibus duorum neruorum sunt cōiunctae, extensam ad punctum diuidēs lineam copulātem duo cētra duorum foraminum [Nā recta cōnectens cētra duorum foraminum, sit basis trianguli aequicruri, cuius latera, sunt rectae à medio nerui cōmunitis: itaq; si recta sit à uertice in mediū basis, erit ppēdicularis ad basim, p 8 p. 10 d 1.] Et imaginemur istam ppēdicularem extensam recte in partē oppositā uisui: & sic ista linea erit fixa in eodē statu, & positio eius nō transmutabitur: quia punctum, quod est in medio cōcauitatis nerui cōmunitis, in quo duae lineae extensae in duobus medijs cōcauitatum duorum neruorum sunt cōiunctae, est unum nō transmutabile: & punctum etiā, quod diuidit lineam copulātem duo centra



centra duorum foraminum, est unum, nō transmutabile. Quapropter positio lineæ transeuntis per illa, est una positio, non transmutabilis. Hæc igitur linea uocetur axis communis.

8. Si axes, communis & duo optici, in uno uisibilis puncto concurrant: erunt in eodem plano cum rectis, connectente centra foraminum gyri neruorum cauorum, & duabus à medio nerui communis connectenti conterminis. 34 p 3.

ET imaginemur apud punctū aliquod istius lineæ, in parte opposita uisui aliquod uisum, & imaginemur duos uisus inspicere illud uisum, & duos axes simul cōiungi in puncto superficie uisui, in quo axis communis, occurrerit superficie illius uisi: & hoc quidem possibile est in omni uiso, cuius situs ex duobus uisibus est situs cōsimilis. Cum ergo duo axes fuerint cōiuncti in aliquo puncto axis cōmunis, tunc duo axes & axis cōmunis, & linea, quæ copulat duo centra foraminum duorum ofsiū, & duæ lineæ extensæ in concauitatibus duorum neruorum, omnia erunt in una superficie. Duo enim axes transeunt per centra duorum foraminū: transeunt enim per duo media concauitatum duorum neruorum, in loco pyramidationis duorum neruorum. Cum igitur duo axes fuerint cōiuncti in axe cōmuni, erunt omnes in superficie, in qua est axis cōmunis, [per 2 p 11] & similiter linea secans ipsam, quæ copulat centra foraminū duorum ofsiū, & duæ lineæ extensæ in concauitatibus duorum neruorum: & duo axes de loco centrorum duorum foraminū, usq; ad punctum cōiunctionis, quod est in axe cōmuni, erunt æquales: & positio eorū apud axem communē, erit positio cōsimilis: & duæ partes duorum axiū, quæ sunt de centris duorum uisuum usq; ad punctū cōiunctionis, erunt æquales: & remotio duorum centrorū uisuum à foraminibus duorum ofsiū, & à centris duorum foraminū, est remotio æqualis: & etiam duæ partes duorum axiū, quæ sunt de superficiebus duorum uisuum usq; ad punctum cōiunctionis, erunt æquales: nam duæ medietates diametrorū sphaerarum duorum uisuum sunt æquales.

9. Verò, nisi uisibile unum plerumq; uidetur. 28 p 3. Idem 27 n 1.

ET quia ita est: positio puncti superficie uisui, in quo cōiuncti sunt duo axes, apud duo puncta, per quæ transeunt duo axes, erit positio cōsimilis: & remotio eius ab eis erit æqualis. Et hæc duo puncta superficie uisuum sunt illa, in quibus insiguntur forinæ puncti, in quo cōiuncti sunt duo axes. Et etiam positio utriusq; duorum punctorum, quæ sunt in duobus axibus superficie uisuum, apud concauitatem nerui cōmunis, erit positio cōsimilis. Et positio istorū duorum punctorum apud quodlibet punctum in axe cōmuni, est positio cōsimilis. Ergo positio duorum punctorum, quæ sunt in duobus axibus superficie uisuum, apud punctum axis cōmunis, qui est in medio concauitatis nerui cōmunis, in quo sunt cōiunctæ duæ lineæ exeuntes à centris duorum foraminū, est positio ualde cōsimilis & æqualis. Et ambæ formæ, quæ instituuntur in duobus punctis superficie uisuum, quæ sunt in duobus axibus, cum peruererint ad concauitatem cōmunis nerui, insiguntur in puncto, quod est in axe cōmuni, quod est in medio concauitatis cōmunis nerui, in quo lineæ sunt cōiunctæ, & efficietur una formæ. Et cum duæ formæ, quæ sunt in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus superficie uisuum, uisuum, figuntur in puncto, quod est in axe cōmuni, quod est in medio concauitatis nerui cōmunis: formæ, quæ sunt in punctis circumdantibus utrumq; duorum punctorum, quæ sunt in duobus axibus superficie uisuum, insiguntur in concauitate cōmunis nerui, in punctis circumdantibus punctū, quod est in axe cōmuni. Et positio quorumlibet duorum punctorum superficie uisuum, quorum positio apud duo puncta, in medio in duobus axibus duorum uisuum est positio cōsimilis in parte & in remotioe: apud idem punctū concauitatis nerui cōmunis est positio cōsimilis. Et puncta, quorum positio apud ipsum est positio cōsimilis, declinant à puncto, quod est in axe cōmuni, quod est in loco cōiunctionis linearum ex concauitate nerui cōmunis in partem, ad quā ambo puncta, quæ sunt in superficiebus duorum uisuum, declinant: & remotio eorū ab ipso erit secundū remotiones eorū à duobus axibus: & duæ formæ, quæ insiguntur in duobus punctis, quæ sunt cōsimilis positionis apud superficies duorum uisuum, peruenient ad illud idem punctū concauitatis cōmunis ipsius nerui, & superponentur illi apud illud punctū, & efficietur una formæ. Et positio uniuscuiusq; punctorum superficie uisui, quæ sunt in circuitu puncti, quod est in axe cōmuni, apud duos axes duorum uisuum est positio cōsimilis. Ergo forma cuiuslibet puncti eorū insigetur in duobus uisibus in duobus locis cōsimilis positionis, in respectu duorum punctorum, quæ sunt in duobus axibus superficie uisuum. Duæ ergo formæ uisui, in quo cōiuncti sunt tres axes, insiguntur in duobus medijs duarū superficie uisuum. Et duæ formæ puncti, in quo sunt cōiuncti tres axes, insiguntur in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus superficie uisuum. Et quodlibet punctū duarum formarū insigetur in duobus locis cōsimilis positionis de duobus uisibus: deinde duæ formæ uisæ perueniēt ad concauitatem nerui cōmunis: & perueniēt duæ formæ, quæ sunt in puncto, quod est in duobus axibus, ad punctū, quod est in cōmuni axe, & efficietur una forma. Et quælibet duæ formæ, quæ sunt in duobus punctis cōsimilis positionis à duobus uisibus, peruenient ad idem punctū punctorum circumdantū punctū, quod est in axe cōmuni: & sic duæ formæ totius uisi superponentur sibi, & efficietur una forma, & sic unū cōprehendetur unū. Secundū ergo hūc modū duæ formæ, quæ insiguntur duobus uisibus ab uno uiso, cuius positio in respectu duorum uisuum est cōsimilis: efficiuntur una formæ: & sic sentiēs cōprehendit unū uisum, licet duæ formæ insigantur ab eo in duobus uisibus. Et cū duæ formæ, quæ sunt in duobus punctis, quæ sunt in duobus medijs superficie uisuum, quæ sunt in duobus axibus, perueniunt ad punctū, quod est in axe cōmuni: tūc quælibet duæ formæ insiguntur in duobus superficiebus duorum uisuum

uisuum in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus, peruenient semper ad illud idem punctum concavitatis nerui cõmunis, quod est in cõmuni axe. Nam duo puncta, per quæ transeunt duo axes duorũ uisuum nõ mutantur: quoniã positio duorũ axium apud duos uisus semper est eadẽ positio, non transmutabilis. Ergo punctũ concavitatis cõmunis nerui, ad quod perueniunt duæ formæ, quæ infiguntur in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus superficierũ duorum uisuum, semper est idẽ punctũ: & est punctũ, quod est in cõmuni axe, in quo cõcurrunt duæ lineæ exeuntes à duobus centris foraminũ duorum osium extensorũ in duobus medijs concavitatũ duorum neruorũ. Istud igitur punctum, quod est in concauitate communis nerui, quod est in cõmuni axe, uocetur centrum.

20. *Concursus axium opticorum in axe communi facit uisionem certissimam: extrã, tantò certiore, quanto axi propinquior fuerit. 44 p. 3.*

Hoc igitur declarato, declaratũ est, quod forma cuiuslibet comprehensi, quod cõprehenditur ambobus uisibus, in cuius superficierũ puncto concurrunt axes duorũ uisuum, infigitur in duobus locis superficierũ duorum uisuum, quæ sunt duo media superficierũ duorum uisuum: deinde istæ duæ formæ perueniunt à duobus uisibus ad concauitatem cõmunis nerui ad eundem locũ, & superponuntur sibi, & efficitur una forma. Et duæ formæ puncti, in quo concurrunt duo axes ex uiso, infiguntur in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus superficierũ duorum uisuum, & ibunt ab istis duobus punctis ad punctũ centri concavitatis cõmunis nerui, & indifferenter, siue punctũ, in quo concurrunt duo axes, fuerit in axe cõmuni, siue extrã. Sed tamẽ cum uisum fuerit in axe cõmuni, & duo axes cõcurrerint in puncto ipsius, quod est in axe cõmuni, tunc duæ formæ istius puncti erunt magis cõsimiles. Remotiones enim istius puncti à duobus punctis, in quibus figuntur duæ formæ istius puncti superficierũ duorum uisuum (& sunt illa, quæ sunt super axes) erũt æquales: quoniam duo axes in hac dispositione erunt æquales in longitudine. Et similiter formæ cuiuslibet puncti propinqui isti puncto, cuius remotiones à duobus punctis, in quibus infiguntur formæ suæ, sunt æquales, quantum ad sensum, erunt magis cõsimiles, quàm duæ formæ uisi, quod est extra cõmunem axem. Quapropter forma uisi, quod est in cõmuni axe, cum fuerit infixã in concauitate cõmunis nerui, erit magis certificata. Sed cum uisum fuerit extra cõmunem axem, & remotio non fuerit maxima: tunc suæ duæ formæ, quæ infiguntur in duobus uisibus, nõ maximè different. Quapropter formæ eius, quæ infiguntur in concauitate nerui cõmunis, non erunt duæ. Cum uerò uisum fuerit extra cõmunem axem, & maximè fuerit remotũ ab ipso: & axes duorũ uisuum cõcurrerint in aliquo puncto ipsius: tunc forma eius infigetur in cõcauitate cõmunis nerui una forma: & forma puncti eius, in quo duo axes concurrunt, infigetur in puncto cõmunis centri: sed tamen forma eius non erit uerificata, sed dubitabilis. Forma igitur puncti uisi, in quo duo axes concurrunt, infigetur in omnibus dispositionibus, in puncto centri concavitatis cõmunis nerui, siue punctũ cõcursus fuerit in cõmuni axe, siue extra illum: quod autẽ remanet de forma uisi, infigetur in circuiitu puncti centri. Si autẽ uisum fuerit minimi corporis, & propinquarũ diametrorum, & fuerit in cõmuni axe, uel prope: tunc forma eius infigetur in cõcauitate cõmunis nerui una forma, & uerificata: & positio cuiuslibet puncti eius apud duos uisus, est positio cõsimilis, ut prius declarauimus. Si uerò uisum fuerit magni corporis & remotarũ diametrorum, & etiam fuerit in cõmuni axe: tunc forma illius partis, quæ est apud locum coniunctionis duorum axium, quæ circumdat punctum coniunctionis, infigetur in cõmuni neruo una forma & uerificata, & forma residuarum partium infigetur continua cum forma istius partis. Quapropter forma totius uisi infigetur una in omnibus dispositionibus: sed tamen forma extremorum, & illorum, quæ remota sunt à puncto concursus, erit non certificata. Quoniam omnis puncti remoti à puncto concursus, figentur duæ formæ in duobus punctis cõsimilis positionis, in respectu amborum uisuum in sine cõsimilitudinis: sed forma cuiuslibet puncti remoti à puncto concursus, figetur in duobus punctis amborum uisuum, quorum positio apud duos uisus est positio cõsimilis in parte, & fortè cõsimilis in remotione à duobus axibus, & fortè non cõsimilis in remotione à duobus axibus. Formæ autẽ eorum, quorũ remotio non est cõsimilis, figentur in concauitate communis nerui, in duobus punctis obliquis à centro in una parte: & erunt duæ. Et si uisum fuerit unius coloris, tunc istud ferè nihil operabitur in ipsum, propter cõsimilitudinem coloris & identitatẽ formæ: Si autẽ uisum habuerit diuersos colores, aut fuerit in eo lineatio, aut pictura, aut subtiles intentiones: tunc istud operatur in ipsum. Quapropter extremorũ forma erit dubitabilis, nõ certificata. Et cum uisum fuerit magni corporis & remotarum diametrorum, & axes amborum uisuum fuerint fixi in aliquo puncto eius, & immobiles: tunc forma eius apparet una, & locus concursus eius, & illud, quod ei propinquum est, erunt certificata & indubitabilia: extrema autem, & illa, quæ uicina sunt eis, erunt non certificata propter duas causas: quarum una est, quod extrema comprehendantur per radios remotos ab axe: quapropter non bene erunt manifesta. Secunda est, quia non forma cuiuslibet puncti eius instituitur in concauitate communis nerui in uno puncto, sed quædam sunt, quorum forma instituitur in duobus punctis, non in uno. Cum ergo duo axes fuerint moti super omnes partes huius uisi: tunc certificabitur forma eius. Si autem uisum fuerit extra axem communem, & remotum ab ipso: tunc forma eius non erit certificata. Positio enim cuiuslibet puncti illius apud ambos uisus, non est positio cõsimilis propter inæqualitatem remotionum puncti huius uisi à duobus punctis superficierum duorum uisuum, in quibus instituuntur duæ formæ eius, & à duobus axibus. Cum igitur ambo uisus obliquabun-

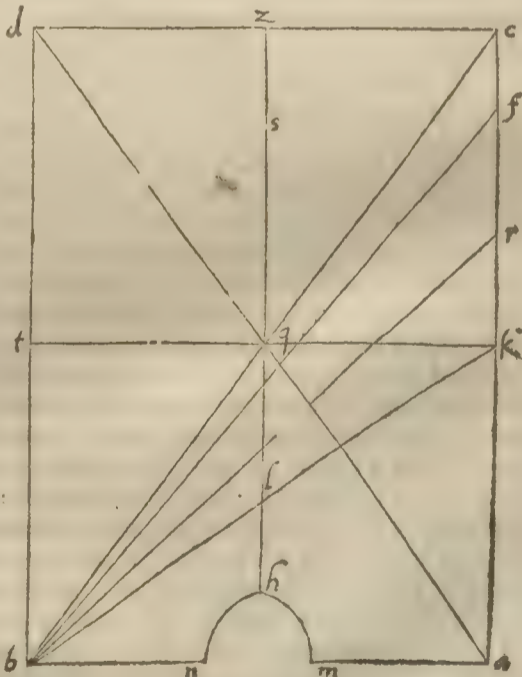
tur ad huiusmodi uisum, adeo ut axis communis ueniat ad istud uisum, aut prope, tunc certificabitur forma eius.

11. *Visibile intra axes opticos situm: uel uni uisui rectè, reliquo obliquè oppositum: uidetur geminum. 104. 103 p 4.*

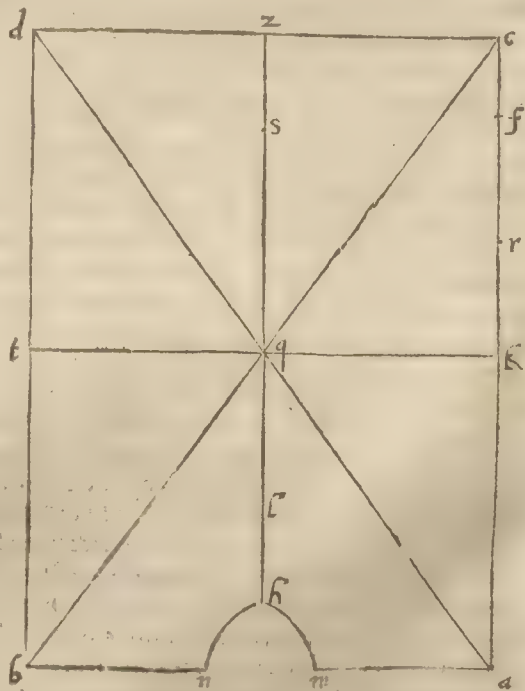
ET similiter cum ambo uisus comprehenderint multa uisa simul: & axes amborum uisuum simul concurrerint in aliquod unum uisorum illorum: & fuerint fixi in illo: residua autem uisa fuerint extra duos axes: & uisum, in quo concurrunt duo axes, fuerit minimi corporis: tunc forma uisi, in quo concurrunt duo axes, in concauitate nerui communis, erit una forma & certificata. Et si uisum fuerit super axem communem: tunc forma eius erit magis certificata, quam forma uisi, quæ est extra axem communem, & si in ipso concurrunt duo axes. Visorum autem, quæ comprehenduntur à uisu in illo statu, quæ sunt propinqua uiso, in quo duo axes concurrunt, si etiam fuerint ipsa minimi corporis: forma instituitur in concauitate communis nerui una, in qua non erit dubitatio maxima: nam forma eius erit propinqua centro. Ex illis autem uisibilibus, quæ comprehenduntur à uisu in isto statu, quod fuerit remotum à uiso, in quo concurrunt duo axes: eius forma instituetur in concauitate istius nerui, dubitabilis: & tunc aut erunt duæ formæ se mutuò penetrantes, quia sunt in una parte: quapropter inæqualitas, quæ est inter suas positiones in remotione, non erit maxima: unde duæ formæ se mutuò penetrabunt: aut forma quarundam partium erit duplex, & forma quarundam erit una: & sic forma huiusmodi uisibilium erit dubitabilis in omnibus dispositionibus, propter diuersitatem positionis radiorum exeuntium ad illa, & quia radij exeuntes ad illa, erunt remoti à duobus axibus. Forma autem obliqui uisi à duobus axibus, remoti à loco concursus duorum axium, erit non certificata, dum fuerit remota à concursu duorum axium. Cum autem duo axes fuerint remoti, & concurrerint in ipso: tunc uerificabitur forma eius. Cum autem duo axes duorum uisuum concurrerint in aliquo uiso, & hi duo uisus comprehenderint aliud uisum propinquius duobus uisibus, uiso, in quo concurrunt duo axes: aut remotius: & fuerit etiam inter duos axes: tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte. Nam cum fuerit inter duos axes, erit dextrum unius axis, sinistrum alterius, & radij exeuntes ad ipsum ab altero uiso, erunt dextri ab axe, & qui exeunt ad ipsum à reliquo uiso, erunt sinistri: & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte. Et forma huiusmodi uisorum instituitur in duobus uisibus, in duobus locis diuersæ positionis: & duæ formæ, quæ instituuntur in duobus uisibus, perueniēt ad duo loca diuersa concauitatum communis nerui, & erunt à duobus lateribus centri. Quapropter erunt duæ formæ, & non superponentur sibi. Et similiter cum fuerit uisum in altero axe, & extra reliquum, forma eius instituetur in concauitate communis nerui, in duobus locis, una scilicet in centro, & alia obliqua à centro, & non superponentur sibi. Secundum ergo hos modos instituetur forma uisibilium in duobus uisibus, & in concauitate communis nerui.

12. *Visibile aliàs unum: aliàs geminum uideri organo ostenditur. 108 p 4.*

OMnia autē, quæ diximus, sic possunt experimentari experimento: cum quo ueniet certificatio. Accipiat tabula leuis ligni: cuius longitudo sit unius cubiti: & cuius latitudo sit quatuor digitorū: & sit bene plana & æqualis & læuis: & sint innes suæ longitudinis æquidistantes, & suæ latitudines æquidistantes: & sint in ipsa duæ diametri se secantes: à quarū loco sectionis extrahatur linea recta æquidistans duobus finibus longitudinis [per 31 p 1.] Et extrahatur etiam à loco sectionis linea recta perpendicularis super lineam primam positam in medio: [per 11 p 1.] & intingantur istæ lineæ tincturis lucidis diuersorum colorum, ut bene appareant: sed tamen duæ diametri sint unius coloris. Et fiat cauitas in medio latitudinis tabulæ, apud extremum lineæ rectæ positæ in medio, & inter duas diametros concuitate rotūda, & quasi pyramidaliter, sic ut possit intrare cornu nati, quando tabula superponetur ei, quousq; tangat duo anguli tabulæ ferè duo media superficierum duorum uisuum, quamuis non tangent. Sit igitur tabula in figura a b c d: & diametri a d, b c: & punctus sectionis sit q: & linea extensa in medio longitudinis sit h q z: & linea secans hanc lineam secundum angulos rectos sit k q t: & concuitas, quæ est in medio latitudinis tabulæ, sit illa, quæ continetur à linea m h n. Hac igitur tabula facta hoc modo: accipiat cera alba, ex qua fiant tria indiuidua parua columna-



ta: & intingantur diuersis coloribus, & erigatur unum indiuiduorum in medio tabulæ in puncto q, & applicetur tabulæ adeò, ut non possit auferri à suo loco: & sit stans super tabulam statu æquali: duo aut indiuidua reliqua erigantur super extrema lineæ latæ in duobus punctis k, t: & sic tria indiuidua erunt in una uerticatione. Et hoc quidem factò: eleuet experimentator hanc tabulam, & superponat concauitatē, quæ est in medio longitudinis, cornu nasi, & inter oculos adeò, ut cornu nasi intret concauitatē, & applicetur cum tabula, & fient duo anguli tabulæ apud duo media superficierū duorum uisuum, & propinqui, ut tangāt ipsa ferè. Deinde experimentator debet inspicere indiuiduum positum in medio tabulæ, & pupillam super ipsum tenere fortiter. Cum igitur experimētator inspexerit indiuiduum positum in medio hoc modo: axes duorum uisuum concurrent in hoc indiuiduo, & superponentur duabus diametris, aut erūt æquidistantes illis: & erit axis cōmunis, quem prius determinauimus, superpositus lineæ extēse in medio lōgitudinis tabulæ, quæ est lineæ h z. Deinde experimētator in hac dispositione debet intueri omnia, quæ sunt in superficie tabulæ: tunc aut inueniet unumquodq; triū indiuiduorū, quæ sunt in punctis k, q, t unum: & inueniet lineā k q t etiā unam: lineā aut h z extēsa in longitudine tabulæ, inuenientur duæ, se secantes apud indiuiduū positum in medio. Et similiter duæ diametri etiā, cum experimentator intuetur eas in hoc statu, apparebunt quatuor: utraq; earū scilicet duplex. Deinde experimentator debet ponere pupillā circa alterum indiuiduorū, quæ sunt in duobus punctis k, t, ut duo axes concurrāt in indiuiduo posito in extremo: deinde intueatur etiā in hac dispositione: & inueniet triū indiuiduorū unumquodq; unum: & lineam positā in latitudine etiā unam: & inueniet lineā mediam extēsam in longitudine tabulæ duas: & utrāq; diametrorū duas. Cum igitur experimentator cōprehenderit has lineas & indiuidua posita super tabulā: auferat duo indiuidua, quæ sunt in duob. punctis k, t: & ponat ea super lineā h z, extēsam in lōgitudine, unū scilicet in puncto l, quod sequitur uisum, & reliquū in puncto s, quod est ultra indiuiduū positum in medio: deinde uertat tabulam ad suam primā positionem, & dirigat pupillam ad indiuiduū positū in medio: tunc aut inueniet duo indiuidua, quatuor, & obliqua à medio, duo scilicet in dextro, & duo in sinistro: & inueniet ea super duas lineas, quæ in rei ueritate sunt una linea in medio, sed apparent duæ: & inueniet quælibet duo horū quatuor super alterā duarū linearū. Et similiter si abstulerit duo indiuidua ab hac lineā, & posuerit ea super alterā diametrorū duarū, unum in parte uisus, & reliquū ultra indiuiduū positū in medio: inueniet illa quatuor: nam utraq; diametrorū apparebit duplex. Quapropter apparebunt super utrāq; linearū, quæ sunt unius diametri, in rei ueritate duo indiuidua, unum in parte uisus, & aliud ultra indiuiduū positum in medio. Et similiter si posuerit duo indiuidua super ambas diametros, utrumq; super alterā diametrum, & posuerit in ea parte uisus: inueniet illa quatuor: duo propinqua, & duo remota. Deinde experimentator debet auferre duo indiuidua à tabula, & ponere alterum eorum super marginē tabulæ, ultra punctum k, & prope ipsum ualde, ut super punctum r, & reuertatur tabula ad suam primam positionem, & dirigat pupillam ad indiuiduū positū in medio: tunc inueniet indiuiduū positum in puncto r, unum. Deinde auferat indiuiduū à puncto r, & ponat ipsum in margine tabulæ etiam ultra punctum k, super punctum remotum à puncto k, ut super punctū f, & dirigat pupillam ad indiuiduum positum in medio: quoniā tunc inueniet indiuiduum positum in puncto f, duo. Experimentator aut inueniet omnia, quæ diximus, cum direxerit pupillam ad indiuiduū positū in medio, aut ad indiuiduū positū in lineā rectā in latitudine, aut ad punctū unius lineæ, quodcunq; sit, & dum duo axes cōcurrunt in indiuiduo posito in medio, aut in aliquo puncto lineæ positæ in latitudine. Si ergo experimentator direxerit pupillā in illo situ ad indiuiduū, positū extra lineam positam in latitudine, aut ad punctum positum extra lineam illam, & concurrerint duo axes in aliquo puncto extra lineam positam in latitudine: tunc indiuiduum positum in medio uidebitur duo: & si reliqua indiuidua fuerint in duobus punctis k, t: tūc utrumq; eorum etiā uidebitur duo. Deinde cū experimētator direxerit pupillam ad mediū indiuiduum, aut ad aliquē locū lineæ positæ in latitudine: statim dispositio reuertetur ut in prima figura. Igitur à puncto b extrahantur lineæ b k, b r, b f, lineā igitur k b est maior lineā b t, [per thesin & 19 p 1] & lineā k q est æqualis q t [ex thesi.] Sic igitur angulus t b q, est maior angulo q b k [per 4 p geometriæ Iordani. In triangulo enim b t k ab angulo t b k, inæqualibus lateribus b t, b k comprehenso, recta b q est in mediū basis t k: itaq; angulus q b k ab ipsa b q & maiore latere b k cōprehensus, minor est angulo t b q, ab eadē b q & minore latere b t comprehenso] & angulus t b q est æqualis angulo k a q [per 8 p 1]



ergo angulus $k a q$ est maior angulo $k b q$. Ergo remotio lineæ $a k$ ab axe $a q$, est maior quàm remotio lineæ $b k$ ab axe $b q$: sed differētia inter has duas remotiones est modica: differētia enim inter duos angulos $k a q$, $k b q$ est parua, & indiuiduum, quod est apud punctum k , uidetur ambobus uisibus unum, quando axes concurrerint in indiuiduo, quod est apud punctum q . Et duæ lineæ $a k$, $b k$, sunt æquidistantes duobus radijs exeuntibus ad indiuiduū, quod est apud punctū k , cum duo axes concurrerint in indiuiduo, quod est apud q . Similiter dispositio indiuidui, quod est apud punctum r , scitur: quoniam radij exeuntes ad ipsum, erūt in uerticatione duarum linearum $a r$, $b r$, & uidebitur unum: & duo anguli $r a q$, $r b q$ non maximè differunt: & angulus $k b r$ non habet sensibilem quantitatem, quando punctum r fuerit ualde propinquū puncto k . Declarabitur igitur ex hac dispositione: quod uisum, cuius dispositio apud duos axes est una positio in parte, & remotio radiorum exeuntium ad ipsum à duobus uisibus, non est maximè differens: illud uisum uidebitur duobus uisibus unum. Anguli autem $f a q$, $f b q$ sunt diuersi diuersitate maxima: & indiuiduum, quod est apud punctum f , uidebitur duo: quoniam duo axes concurrent in indiuiduo, quod est apud punctum q . Declarabitur igitur ex hac dispositione, quod uisum, ad quod positio radiorum exeuntium à duobus uisibus est diuersa in remotione à duobus axibus maxima diuersitate, uidetur duo: licet positio eius in respectu duorum axium eadem est positio in parte. Positio autem lineæ $h q z$ in respectu axium duorum uisuum, est positio diuersa in parte: radij etenim exeuntes ad partem $h q$ à dextro uisu, sunt sinistri ab axe $a q$: radij autem exeuntes ad hanc partem à sinistro uisu, sunt dextri ab axe $b q$: radij uerò exeuntes ad partem $q z$ à dextro uisu, sunt dextri ab axe $a q$: & radij exeuntes ad ipsam à sinistro uisu, sunt sinistri ab axe $b q$: & radij qui exeunt ad ipsum, sunt diuersæ positionis in parte: & remotio duorum radiorum exeuntium ad quodlibet punctum illius lineæ à duobus uisibus, à duobus axibus est æqualis: & ista linea, & omnia posita super ipsam, præter indiuiduum positum in medio, semper uidentur duo, cum duo axes concurrerint in indiuiduo posito in medio. Declaratum igitur est ex hac dispositione, quod uisum, cuius positio in respectu duorum axium est diuersa in parte, semper uidetur duo: quamuis remotiones radiorum exeuntium ad ipsum à duobus uisibus, à duobus axibus sint æquales. Remotiones enim quorumlibet duorum radiorum exeuntium à duobus uisibus ad aliquod punctum eius, erunt in duabus partibus diuersis. Quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius instituentur in duobus punctis concauitatis communis nerui à duobus lateribus centri. Et similiter etiam est dispositio utriusque diametrorum. Quoniam radij exeuntes ad utramlibet earum à uisu sequente ipsam, erunt à medio uisus, & propinqui axi, & sub axe, & supra axem: & radij exeuntes ad ipsam à reliquo uisu, erunt declinantes à reliquo axe: qui uerò à dextro uisu ad sinistram diametrum, erunt sinistri ab axe: qui autem exeunt à sinistro uisu ad dextram, erunt dextri ab axe. Et formæ diametrorum istarum, & omnia posita super ipsas, uidentur duo, præter indiuiduum positum in medio, quando duo axes concurrerint in medio indiuiduo.

13. *Visibile medio unius uisus rectè, reliquo obliquè oppositum, uidetur geminum. 103 p 4*
Idem 11 n.

D eclarabitur igitur ex hoc, quod uisum, quod in respectu alterius uisus est oppositum medio eius, in respectu autem reliqui est obliquum à medio, uidetur duo. Nam formæ puncti, quæ instituitur in medio alterius uisi, ueniet ad centrum: forma uerò puncti obliqui à medio reliqui uisus, ueniet ad punctum aliud à centro, & obliquum à centro, secundum obliuationem puncti superficie uisus.

14. *Visibile, in quo concurrunt axes optici, aut radij his propinqui: uidetur unum. 46 p 3.*

E x hac igitur experimentatione & expositione declaratur bene, quod uisum, in quo concurrunt duo axes, semper uidetur unum: & quod unumquodque uisuum, etiam in quibus concurrunt radij, qui sunt consimilis positionis in parte, inter quos non est maxima diuersitas in remotione à duobus axibus, uidetur etiam unum: & quod uisum, in quo concurrunt radij consimilis positionis in parte, & diuersæ positionis in remotione à duobus axibus maxima diuersitate, uidetur duo: & quod uisum, quod comprehenditur per radios diuersæ positionis in parte, uidetur duo: quamuis remotiones radiorum exeuntium ad ipsum à duobus axibus, sunt æquales: & quod omnia ista erunt sic: dum duo axes concurrent in uno uiso. Et omnia uisa assueta sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus inspicunt ad quodlibet eorum. Ergo duo axes duorum uisuum semper concurrunt in eis, & positio radiorum residuorum, qui concurrunt in communi puncto eorum, est positio consimilis in parte, & non differt in remotione à duobus axibus maxima differentia. Et ideo quodlibet uisibilem assuetorum uidetur ambobus uisibus unum: & nullum uisibilem uidetur duo, nisi rarè. Nullum enim uisibilem uidetur duo, nisi cum cõpositio eius in respectu amborum uisuum fuerit diuersa maxima diuersitate, aut in parte, aut in remotione, aut in utroque. Et positio unius uisui apud duos uisus non diuersatur quidè maxima diuersitate, declarata est ratio & experientia. Et etiã cū experimētator abtulerit indiuiduū, quod est in medio tabule, & inspexerit mediū sectiōnis, quæ est in medio tabule: & intuitus fuerit tūc lineas scriptas in tabula: inueniet duas diametros quatuor: & inueniet simul duas illarū quatuor propinquas sibi, & duas à se remotas: & etiã oēs se secūtes super punctū mediū, quod est punctū sectiōnis duarū diametrorū, quod est super axē cõmune: & inueniet

utramq;

utramque illarum remotarum, magis remotam à medio, quàm sit in rei ueritate. Deinde cum experimentator cooperuerit alterum uisum: uidebit duas diametros, & uidebit spatium inter eas maius, quàm in rei ueritate secundum suam pyramidationem: quod autem est magis amplum de ipso, est latitudo tabulæ: & apparebit, quòd diameter remota à medio, est diameter, quæ sequitur uisum coopertum. Ex quo declaratur, quòd duæ diametri, quæ uidentur propinquæ, cum uisio fuerit in utroque uisu: sunt illæ, quarum utraque uidetur uisu sequente: & quòd duæ diametri remotæ sunt illæ, quarum utraque uidetur uisu obliquo. Propinquitas autem duarum è quatuor est: quia cum duo axes concurrerint in indiuiduo posito in medio: tunc utraque diametrorum comprehenditur à uisu sequente per radios ualde propinquos axi. Quapropter formæ eorum propter hoc erunt in concauitate communis nerui ualde propinquæ centro, & erit punctus sectionis eorum in ipso centro: unde uidentur propinquæ sibi, & medio. Remotio autem duarum è quatuor est: quia utraque diametrorum comprehenditur etiam alio uisu obliquo ab ipso. Quapropter comprehenditur per radios remotos ab axe: & altera comprehenditur per radios dextros ab axe, & reliqua per radios sinistros ab axe alio. Quapropter formæ earum instituentur in concauitate communis nerui remotæ. Infigentur enim in duabus partibus contrarijs in respectu centri, & etiam remotis à centro: unde duæ diametri habent duas formas propinquas sibi, & duas formas remotas à se. Quare uerò comprehendatur remotio utriusque remotarum à medio, maior quàm sit sua remotio uera: est: quia remotio, quæ est inter duas diametros, comprehenditur ab utroque uisu maior, quàm sit in rei ueritate: & hoc apparet, quando experimentator cooperuerit alterum uisum, & inspexerit per reliquum. Quare uerò, quando experimentator cooperuerit alterum uisum, & inspexerit per reliquum tantum: inueniat spatium inter duas diametros magis amplum, quàm in rei ueritate: est: quia spatium, quod est inter duas diametros, comprehenditur ab utroque uisu ualde propinquum uisui: & omne, quod est ualde propinquum uisui, uidetur maius, quàm sit in rei ueritate. Et causa huius declarabitur post, cum loquemur de deceptionibus uisus. Ex consideratione igitur dispositionum diametrorum, quæ sunt in tabula, & indiuiduorum positorum super eas, non in medio: apparet, quòd omne uisum positum super axem communem, & comprehensum à uisu per axem radialem, comprehenditur in suo loco, siue comprehendatur uno uisu, & per unum axem axium duorum uisuum, siue comprehendatur per duos uisus & ambos axes. Et declaratur, quòd omne uisum comprehensum per unum uisum & per axem radialem, quod uisum non est super axem communem, comprehenditur in loco propinquiore communi axi quàm suo loco uero: & hoc etiã sequitur in eis, quæ comprehenduntur per res duos radios, præter axem. Quoniã cum uisus comprehenderit rem uitam secundum quod est: & instituta fuerit forma in concauitate communis nerui in uno loco: & continua sibi inuicem secundum continuationem rei uisæ: & punctum uisus, quod est super axem radialem, cum non fuerit super axem communem, uideatur in loco propinquiore communi axi, quàm suo loco uero: tunc puncta sua residua etiam uidentur in loco propinquiore communi axi, suo loco uero, quia sunt continuata cum parte, quæ est apud extremum axis. Et si axes duorum uisuum concurrerint in aliquo uiso extra axem communem, sequeretur etiã ista dispositio: scilicet quòd uideretur in loco propinquiore communi axi, quàm suo loco uero. Sed ista positio raro accidit. Cum enim illi axes duorum uisuum concurrerint in aliquo uiso: tunc in pluribus dispositionibus axis communis transibit per illud uisum, & nunquã axes duorum uisuum concurrent in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut per impedimentum cogens uisum ad hoc. Et hæc dispositio non apparet in uisus assuetis. Nam cum acciderit hoc in aliquo uiso assueto: continget in omnibus uisus continuis cum illo uiso: unde positio uisorum inter se inuicem non transmutabitur propter hoc. Et cum positio illius uisus in respectu uisorum uicinantium non fuerit transmutata: tunc non apparebit transmutatio sui loci, cum acciderit in uisus assuetis. Quando igitur consideratur hæc uia prædicta: declarabitur ex illa experientia, quòd hoc sequitur in omnibus uisus, in quibus concurrunt axes duorum uisuum, quæ sunt extra axem communem. Et etiam oportet experimentatorem accipere tres schedulas pergameni, paruas, æquales: & scribat in una uerbum aliquod scriptura manifesta: & in residuis scribat illam eandem partem: & in illa quantitate & in illa figura: & ponat indiuiduum unum in medio tabulæ, ut prius: & ponat etiam alterum indiuiduum super punctum k. Deinde applicet unam schedulam cum indiuiduo, quod est in medio tabulæ, & aliã in puncto k: & obseruet, ut positio eius sit, sicut positio primæ schedulæ: & ponat tabulam, ut prius fecit: & dirigat pupillam ad schedulam, quæ est in medio in indiuiduo: & intueatur illam: tunc comprehendet partem scriptam super illam certa comprehensione: & comprehendet simul in illa dispositione aliam schedulam, & partem scriptam in ea, sed non bene declaratã, sicut est pars similis illi, quæ est scripta in media schedula, licet sint cõsimiles in figura, forma & quantitate. Deinde in hac dispositione oportet experimentatorem accipere tertiam schedulam manu sequente punctum k: & ponat illam in uerticatione duarum schedularum, quæ sunt in tabula, & in rectitudine extensionis lineæ, quæ est in latitudine tabulæ, quæ est in superficie tabulæ, quantum ad sensum: sed tamen sit remota à tabula: Et huius uerticatio uocetur uerticatio facialis. Et obseruet experimentator, ut positio tertiæ schedulæ, & positio partis, quæ est in illa, quando ponit schedulam, sit similis positioni duarum schedularum, quæ sunt in tabula: & tunc figat ambos uisus in schedulam positam in medio, & dirigat pupillam ad ipsam: & tunc quidem comprehendet tertiam schedulam, si non fuerit multum remota à tabula: sed comprehendet formam partis, quæ est in ea, dubitabile, non intelligibile, & non inueniet eam, sicut inuenit formam partis similis illi, quæ est in medio tabulæ: nec sicut inuenit formam partis, quæ est apud punctum k, dum ambo uisus direxerint pupillam ad sche-

ad schedulam, quæ est in medio. Deinde auferat experimētator indiuiduum, quod est apud punctū *k*, & schedulam, quæ est in illo: & appropinquet schedulam, quam tenet in manu, quousq; applicet eam ad latus schedulæ, applicatæ cū indiuiduo positō in medio: & præseruet se, ut schedula sit perpendicularis super lineam positam in latitudine: & dirigat pupillam, sicut prius, ad schedulam positam in medio: tunc quidem in medio comprehendet ambas partes, quæ sunt in duabus schedulis comprehensione manifesta & certificata, & non erit inter duas formas duarum partium in declaratione & certificatione differentia sensibilis. Deinde experimētator moueat schedulam, quam tenet in manu motu subtili super lineam positam in latitudine: & præseruet se, ut situs eius sit, sicut erat prius: & intendat certificare schedulam, quæ est in medio, & intueatur bene duas schedulas in hoc statu: tunc quidem uidebit, quod quantò magis schedula mota remouetur à medio, tantò magis diminuitur declaratio partis, quæ est in ea. Cum igitur uenerit apud punctum *k*: tunc inueniet formam partis intelligibilem, sed non tantum, quantum, cum esset apud suam applicationem cum schedula, quæ est in medio. Deinde experimētator moueat schedulam etiam: & extrahat illam à tabula: & remoueat illā paulatim & paulatim in uerticatione lineæ positæ in latitudine: & intueatur cōsiderans optimè: & dirigat pupillam ad schedulā positam in medio: quoniā tunc inueniet, quod schedula mota, quantò magis remouetur à medio, tantò minus apparebit pars scripta in ea, adeò quòd erit nō intelligibilis omnino. Deinde cum mouerit illam post hoc: uidebit, quod quantò magis illa remouetur à medio, tantò magis latebit forma illius partis scriptæ in ea. Et etiam cooperiat experimētator uisum, qui sequitur punctum *t*: & figat tabulam in eadē dispositione: & dirigat pupillam unius uisus, qui sequitur punctum *k*, ad schedulam positam in medio: & applicet aliam schedulam ad latus schedulæ positæ in medio, sicut prius: tunc quidem inueniet partem, quæ est in alia schedula, manifestam, inter quam & schedulam positam in medio, non est differentia sensibilis. Deinde moueat secundam schedulam, ut primò fecit: & intendat schedulam positam in medio: & dirigat pupillam ad ipsam: tunc quidem inueniet partem, quæ est in secunda schedula apud motū latere. Et cum peruenerit ad punctum *k*: tunc erit inter suam certificationem in hoc statu, & suam certificationem apud applicationem suam cum ea, quæ est in medio: differentia sensibilis. Deinde moueat hanc schedulam, & extrahat illam à tabula, ut primò fecit: & intueatur schedulam in medio positam: tunc quidem inueniet, quod schedula mota, quantò minus remouetur à medio, tantò minus diminuitur declaratio, quæ est in ea: adeò quòd forma eius omnino erit intelligibilis: & quantò magis remouetur à medio, tantò magis latebit.

15. *Visibile in axium opticorum concursu certissimè uidetur: extra tantò certius, quantò concursui fuerit propinquius. 45 p 3.*

Apparet ergo ex hac consideratione, quòd manifestissimum uisibilem facialium uisui, quæ comprehenduntur ambobus uisibus: est illud, quod est apud concursum duorum axium: & quòd est propinquius concursui duorum axium, est manifestius remotiore: & quòd forma remoti uisi ad concursum duorum axium est non certificata, licet comprehendatur utroque uisu. Amplius apparet ex hac consideratione, quòd manifestissimum uisibilem facialium, quæ comprehenduntur uno uisu: est illud, quod uidetur per axem radialem: & illud, quod est propinquius illi, est manifestius, quàm illud, quod est remotius: & quod remotum uisum à radiali axe habet formā dubitabilem, non certificatam.

16. *Visibile magnum simul totum æquabiliter non uidetur. 48 p 3.*

Amplius apparet, quòd uisus non comprehendit rem uisam, quæ est remotarum diametrorū, uera comprehensione, nisi moueat radialem axem super omnes eius diametros, & super omnes eius partes, siue comprehensio sit ambobus uisibus, siue uno. Visus enim cum fuerit fixus in oppositione uisi, quod est maximarum diametrorum, non comprehendet totum uera comprehensione: sed solum illud, quod est super axem & prope, certificata scilicet cōprehensione: residuæ uerò partes eius, & illud, quod remotum est ab axe scilicet, comprehenderetur, sed non certè, licet uisum sit faciale, & indifferenter, siue comprehensio sit utroq; uisu, siue uno tantum. Postea oportet experimētatorem accipere pergamenum quatuor digitorū in omni diuisione, in quo scribat lineas scriptura subtili, tamen manifesta & intelligibili. Deinde auferat indiuiduum positum super tabulam: & superponat tabulam prope uisum, ut prius fecit: & erigat pergamenum super lineam positam in latitudine, quæ est in medio tabulæ: & dirigat pupillam utroque uisu ad medium pergameni, & intueatur ipsum: quoniā tunc inueniet scripturam, quæ est in pergamento, apertā & intelligibilem: Sed tamen scriptura, quæ est in medio pergameni, est manifestior, quàm quæ est in extremis: quando uisus direxerit pupillam ad medium pergameni, & non fuerit motus super omnes eius diametros. Deinde obliquet pergamenum adeò, ut secet lineam positam in latitudine, in puncto posito in medio tabulæ, quod est punctum sectionis (obliquatio autem pergameni super lineam positam in latitudine sit parua) & inspiciat ambobus uisibus medium pergameni: quoniā tunc inueniet scripturam legibilem, sed non tantum, quantum cum pergamenum erat faciale. Deinde experimētator debet obliquare pergamenum obliquatione maiore prima, ita ut medium eius sit super punctum sectionis: & dirigat pupillam utroq; uisu ad medium eius: tunc quidē

h uidebit

uidebit scripturam latentiorē prima. Deinde etiam obliquet pergamenum paulatim, ita ut medium eius semper sit in puncto sectionis, & intueatur succelsiue: & tunc inueniet scripturam latere apud obliquationes pergameni: & quanto magis pergamenum fuerit obliquum, tanto magis latebit scriptura, adeo ut pergamenum appropinquet lineæ extensæ in medio longitudinis tabulæ: & tunc scriptura, quæ est in pergameno: uidebitur multum dubitabilis, & ferè non intelligibilis, & non certificata. Deinde oportet experimentatorem uertere pergamenum ad primam positionem: & erigere ipsum super lineam positam in latitudine: & cooperire alterum uisum: & inspicere pergamenum reliquo uisu: & tunc inueniet scripturam manifestam, & legibilem. Deinde obliquet pergamenum, ut prius fecit: & inspiciat ipsum uno uisu: & tunc inueniet scripturam latentiorē, quam cum erat apud oppositionem facialem. Deinde obliquet pergamenum plus paulatim & paulatim: & intueatur ipsum multoties: & tunc inueniet, quod quanto magis obliquatur, tanto magis latet pars scripta, adeo ut pergamenum appropinquet diametro, quæ sequitur uisum apertum. Declaratur ergo ex hac consideratione, quod manifestissimum uisibilem, quæ sunt super axem radialem: est illud, quod est faciale uisui: & quod illud, cuius positio est magis facialis, est manifestius illo, cuius positio est minus facialis: & quod illud, quod est obliquum ab axe radiali obliquatione maxima, est dubitabile, non intelligibile, siue uisio sit utroque uisu, siue uno. Deinde oportet experimentatorem uertere indiuiduum, quod erat super tabulam: & ponere ipsum in medio tabulæ: & applicare ipsum ad punctum sectionis, ut in prima consideratione. Deinde erigat pergamenum super alteram partem lineæ positæ in latitudine super uerticationem facialem: & dirigat pupillam utroque uisu ad indiuiduum positum in medio: In hac quidem dispositione comprehendet pergamenum, & scripturam, quæ est in ipso: sed illud, quod propinquum est indiuiduo positum in medio: erit manifestum, & quod remotum est ab illo, est dubitabile & latens: & quanto magis remouetur ab indiuiduo, tanto magis latet. Et iterum oportet experimentatorem obliquare pergamenum in hoc statu, ita ut secet lineam positam in latitudine super aliquod punctum alterius eius partis: & sit parua obliquatio: & dirigat pupillam ad indiuiduum positum in medio: tunc quidem uidebit scripturam, quæ est in pergameno latentiorē, quam cum erat facialis. Deinde obliquet plus pergamenum: & dirigat pupillam ad indiuiduum positum in medio: tunc quidem uidebit scripturam dubitabilem, non manifestam, nec legibilem. Deinde oportet experimentatorem cooperire alterum uisum, & inspicere uno uisu: & uertat pergamenum in sua prima positione: & erigat ipsum super partem lineæ positæ in latitudine, quæ sequitur uisum insipientem: & dirigat pupillam unius uisus ad indiuiduum positum in medio: tunc quidem comprehendet etiam scripturam, quæ est in pergameno, & uidebit illam, quæ est prope indiuiduum, manifestiorē remota, & uidebit illam, quæ est remotissima ab indiuiduo, dubitabilem, & non legibilem. Deinde obliquet pergamenum ita, ut secet lineam positam in latitudine super punctum partis, super quam erat erectum, & inspiciat indiuiduum positum in medio, illo eodem uisu: tunc quidem uidebit scripturam, quæ est in pergameno, dubitabilem, & illegibilem magis, quam cum pergamenum erat faciale. Deinde obliquet pergamenum magis paulatim ac paulatim, & uidebit, quod quanto magis obliquatur pergamenum, tanto magis latebit scriptura. Apparet ergo ex hac consideratione, quod uisum, quod est faciale, est manifestius uiso obliquo: quamuis uisum non fuerit super axem radialem, sed extra ipsum. Uisum enim quando multum est obliquum, latet multum, licet non sit super axem radialem, siue uisio sit utroque uisu, siue uno tantum. Et iterum oportet experimentatorem auferre indiuiduum à tabula: & erigere pergamenum super extremum tabulæ: & superponere finem eius fini latitudinis tabulæ, qui est c d: & dirigat pupillam utroque uisu ad medium pergameni: quoniam tunc inueniet scripturam manifestam & legibilem. Deinde obliquet pergamenum ita, ut secet latitudinem tabulæ super punctum z, quod est in medio latitudinis tabulæ. & dirigat pupillam utroque uisu ad medium pergameni: tunc quidem uidebit scripturam latentiorē, quam prius. Deinde addat in obliquatione pergameni paulatim & paulatim: & uidebit scripturam latere paulatim & paulatim, adeo, ut si obliquatio pergameni fuerit maxima: uideat scripturam ualde latentem in eadem dispositione, in qua erat, quando considerabatur in medio tabulæ. Et similiter si considerauerit ipsum in hoc loco uno uisu. Deinde oportet experimentatorem ponere indiuiduum super punctum z, & erigere pergamenum super alteram partem latitudinis, apud extremum tabulæ, sicut fecit in medio tabulæ: & dirigat pupillam ad indiuiduum positum in medio, & intueatur pergamenum, & consideret scripturam: tunc enim uidebit dispositionem, sicut uidebat eam, quando erat in medio tabulæ, siue consideretur utroque uisu, siue uno. Deinde oportet experimentatorem etiam experiri schedulas paruas, quas prædiximus, apud extremum tabulæ, & uidebit dispositionem in eis, sicut cum erant in medio, scilicet, quod pars, quæ est in media schedula, est manifestior parte, quæ est in schedula remota à medio: & quanto schedula magis est remota à medio, tanto magis latebit pars. Sed tamen uidebit, quod remotio à medio, apud quam latet pars posita in extremo, quando consideratio fuerit apud extremum tabulæ, est proportionalis ad remotionem à medio, apud quam latet pars posita in extremo, quando consideratio fuerit in medio tabulæ: est enim secundum remotionem radiorum exeuntium ad extremum ab axe. Proportio igitur remotionis, apud quam latet forma posita in extremo, à forma posita in medio, ad remotionem formæ positæ in medio, est eadē proportio in consideratione apud medium tabulæ, & in consideratione apud extremum eius. Et similiter etiā si experimētator abstulerit tabulā: & posuerit pergamenū in quo

in quo est scriptura in maiore distantia, quam longitudo tabulæ sit, & ubi possit legere scripturam: & fuerit faciale uisui: & intueatur ipsum: deinde obliquauerit ipsum in suo loco: inueniet scripturam latere: & si magis obliquauerit, magis latebit, ita quod si multum obliquauerit ipsum, adeo ut positio eius sit propinqua positioni radiorum exeuntium ad medium eius: tunc uidebit scripturam in pergamento latentem ualde, adeo, ut non possit legi: & hoc uidebit, siue consideretur utroque uisu, siue uno tantum. Et similiter cum fixerit aliquam schedularum paruorum in loco opposito uisui remotiore, quam sit longitudo tabulæ: & posuerit ipsam facialem uisui: & direxerit pupillam ad ipsam utroque uisu: & posuerit aliam schedulam obliquam super illam, aut dextrorsum aut sinistrorsum: & erexerit eam ita, ut sit facialis: inueniet eam latentiore. Deinde si aliquis mouerit secundam schedulam, & remouerit eam paulatim & paulatim à schedula, ad quam dirigit pupillam: inueniet, quod forma partis, quæ est in schedula, quæ est in extremo, quanto magis illa remotior est à secunda schedula, tanto magis latet, adeo ut fiat illegibilis omnino. Et similiter si considerauerit has duas schedulas, uno uisu: inueniet talem dispositionem.

17. *Visibile uisui directum, certissime uidetur: obliquum tantò minus, quanto obliquius. 33 p 4.*

Declaratur ergo ex istis considerationibus omnibus, quod manifestissimum uisibile in omnibus remotionibus est illud, quod est super axem radialem: & quod illud, quod est propinquius axi, est manifestius remotiore ab ipso: & quod uisum remotum ab axe maxima remotione, est dubitabilis formæ, non certificabilis, & indifferenter, siue uisio sit uno uisu, siue utroque. Amplius etiam quod uisum faciale est in omnibus remotionibus manifestius uiso obliquo: & quod quanto magis positio uisi appropinquat positioni faciali, tanto erit manifestius: & quod uisum obliquum super lineas radiales obliquatione maxima, habet formam multum dubitabilem, & non certificatam à uisu, siue uisio sit uno uisu, siue utroque, & siue uisum sit super axem, siue extra axem. Quare uero uisum multum obliquum sit dubitabilis formæ, licet remotio eius sit mediocris, & licet magnitudo sit comprehensa, secundum quod est: & quare uisum faciale sit manifestius obliquo, hæc est: quia forma uisi multum obliqui instituitur in superficie uisus congregata propter suam obliquationem. Quoniam cum uisus fuerit multum obliquus, tunc angulus, quem subtendit uisum super centrum uisus, erit paruus, & pars uisus, in qua instituitur forma illius uisi, erit minor multo parte, in qua instituitur forma illius, si fuerit faciale uisui, & partes eius paruæ sustentantur apud uisum angulis insensibilibus, propter maximam obliquationem. Pars enim parua cum multum fuerit obliqua: tunc duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extrema illius partis, fient quasi una linea. Quapropter sentiens non comprehendit angulum contentum inter eas, neque partem, quam distinguit ex superficie uisus. Et uisum multum obliquum erit dubitabile, quia forma eius, quæ infligitur in uisu, erit congregata maxima congregatione, & partes eius paruæ erunt insensibiles, & ideo forma eius erit dubitabilis. Et ideo si in huiusmodi uiso fuerint subtiles intentiones, non comprehenduntur à uisu propter latentiam suarum partium paruorum, & propter congregationem formæ. Uisum autem faciale est è contrario. Nam forma eius, quæ instituitur in uisu, erit ordinata secundum quod est in superficie uisi, & partes eius paruæ, quæ possunt comprehendi à uisu, erunt manifestæ & ordinatæ in superficie uisus secundum suam ordinationem in superficie uisi: & tunc forma erit manifesta, & non dubitabilis. Et uniuersaliter intentiones subtiles, & partes subtiles, & ordinatio partium uisi non comprehenduntur à uisu uera comprehensione, nisi cum forma imprimatur in superficie membri sentientis, & instituitur quælibet pars eius in parte sensibili superficiei membri sentientis. Et cum uisum fuerit multum obliquum: tunc forma eius non imprimetur in uisu, neque formæ aliquarum partium paruorum infligentur in parte sensibili uisus. Hoc enim non fit, nisi quando uisum fuerit faciale, aut quando obliquatio eius fuerit parua, & fuerit remotio eius simul ex remotionibus mediocribus, in respectu remotionum, quæ sunt in illo uiso. Comprehensio uero magnitudinis uisi obliqui multum, secundum quod est, cum fuerit in remotione mediocri, licet obliquatio eius sit maxima: non est ex ipsa forma uisi, quæ instituitur in uisu, tantum, sed extratione extra formam, scilicet ex hoc, quod comprehendens comprehendit diuersitatem duorum remotionum extremorum eius, cum hoc, quod comprehendit mensuram formæ. Et cum uisus comprehenderit diuersitatem remotionis duorum extremorum uisi multum obliqui, & comprehenderit differentiam maximam inter eas: statim uirtus distinctiua imaginabitur positionem illius uisi, & comprehendet mensuram eius secundum diuersitatem remotionum duorum extremorum eius: & secundum mensuram partis, in qua instituitur forma: & secundum mensuram anguli, quem subtendit illa pars apud centrum uisus, non solum modò ex ipsa forma. Et cum uirtus distinctiua comprehenderit diuersitatem duorum extremorum uisi multum obliqui, & comprehenderit obliquationem eius: statim percipiet congregationem formæ. Comprehendit ergo mensuram eius, cum senserit quantitatem obliquationis eius non secundum mensuram formæ, sed secundum positionem eius. Et partes paruæ & subtiles intentiones, quæ sunt in uiso, non possunt comprehendi ratione, si uisus non senserit illas partes, aut illas intentiones. Latentia igitur formæ uisi accidit ex congregatione formæ eius in uisu, & ex latetia partium eius paruorum. Et apparentia formæ uisi cum fuerit in remotione mediocri, est propter impressionem formæ in uisu, secundum quod est, & propter hoc, quod sentit uisus partes eius paruas. Quare igitur forma uisi maxime obliqui sit dubitabilis, forma autem uisi facialis sit manifesta, declaratum est. His autem declaratis, incipiendum est à sermone de deceptioe uisus, & declarandæ causæ & species earum.

18. *Ad uisionem perficiendam octo necessaria sunt: quorum quodlibet ad uitandum allu-
cinationes, uisibili symmetrum esse oportet. 1. 2. 13. 14. 15. 16. 19. 56 p 3. 1 p 4. Vide 36 n 1.*

DEclaratum est in libro primo [36 n] quod ad hoc, ut formas corporis uisi directe uisus com-
prehendat, necessaria est quorundam aggregatio, quæ sunt Longitudo: Oppositio: Lux non
multum debilis: Soliditas corporis: Magnitudo eiusdem: Raritas intermedij aeris: si enim
ad fuerit alicuius horum defectus, non erit uisus. Planum est etiam ex libro secundo [12. 13. 20 n]
quod nihil potest uisus comprehendere ex corporibus, nisi in tempore. Tempus igitur est unum eo-
rum, quæ necessaria sunt ad hoc, ut fiat uisus. Similiter infirmitas oculi impedit uisum: quare sani-
tas erit unum necessariorum. Amplius iam explanatum est in parte præcedente [15. 17 n] quod
corpus multum elongatum ab axe, occultatur uisui: & si multum tunc fuerit declinatum, non ple-
nè comprehenditur. Necessarius ergo est situs ad complementum uisus, cum non plena fiat com-
prehensio, nisi in situ determinato. Sunt ergo octo necessaria ad operationem uisus, Longitudo:
Situs: Lux: Magnitudo corporis: Soliditas: Raritas aeris: Tempus: Sanitas uisus. Et quodlibet isto-
rum latitudinem habet proportionatam ad rem uisam. Verbi gratia, corpus aliquod ab aliqua di-
stantia plenè comprehenditur, ab alia non plenè: & inter illas distantias est latitudo magna, in qua
fit plena comprehensio illius corporis, quæ est latitudo longitudinis, respectu tanti corporis, & se-
cundum quod maius fuerit corpus, maior erit latitudo distantie eius. Pari modo cum magna fue-
rit corporis alicuius declinatio: non comprehenduntur notæ, uel particule, quæ sunt in eo: si autè
in eadem declinatione uideatur corpus, in quo maioris quantitatis notæ, uel partes minus minute
fuerint: comprehenduntur: in minore autè declinatione corporis primi, uidebuntur eius minu-
tiæ: & est inter has declinationes latitudo. Similiter corpus paruum circa axem situm uidetur: mul-
tum elongatum, occultatur: & in eadem elongatione corpus maius uidebitur. Palam ergo, quod
situs habet latitudinem proportionatam ad corporis magnitudinem & minutias eius. Lucem pla-
num est habere latitudinem: fortitudo enim lucis cum magna fuerit, obfuscat apparentiam corpo-
ris: & similiter etiam eiusdem debilitas: sed erit corporum apparentia in lucibus intermedijs. Præ-
terea in luce aliqua quædam partes corporis comprehenduntur, & in eadè luce aliæ minutissimæ ab-
scunduntur, quæ in luce maiore uiderentur. Est ergo latitudo lucis proportionata ad magnitudinè
corporis. Magnitudo corporis habet latitudinè: Si enim partes rei uisæ nõ fuerint proportionales
totali: occultabuntur uisui: si uerò fuerint proportionales, & corpus totale fuerit modicum, adhuc ab-
scundentur. Vnde in aëribus & animalibus minutis particulas aliquas nõ percipimus, licet sint pro-
portionales eis: Si autè magnū fuerit corpus uisum, & partes eius proportionales: nõ latebunt usque-
adè. Est igitur latitudo magnitudinis rei uisæ proportionata ad totale corpus, cuius pars fuerit.
Soliditas autè habet latitudinè proportionatā ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color acutus
fuerit: licet pauca soliditatis: uideri poterit, quod eadè soliditate manente nõ accideret, si color esset
obtusus. Raritas aeris habet latitudinè. Si enim uisui & scripturæ interponatur aer parū solidus, ut
flāma uel fumus, scriptura nõ discernetur, pergamenū tamè uidebitur: & sic in huiusmodi alijs. Est
ergo proportionata hæc latitudo secūdu uisā. Tempus habet latitudinè. Si quis enim per foramen
inspiciat corpus, quod statim transeat, non percipietur. Similiter motus trochi (quia uelocissi-
mus) in tempore multum paruo non attenditur. Similiter accidit in motu multum paruo: Sani-
tas habet latitudinem. In quadam enim infirmitate minutie corporis uisi absconduntur, in mino-
re percipiuntur. Et generaliter quilibet situs, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in ueri-
tate, est situs egressus à temperantia ad rem uisam illam proportionata. Egreditur autem situs rei
uisæ à temperamento in longitudine: uel propter maximum longitudinis excrementum: uel maxi-
mam eius diminutionem. In situ fit egressio à temperantia per maximam ab axe elongationem:
per situs corporis respectu duorum uisuum diuersitatem: per maximam eius declinationem. In lu-
ce egressum à temperantia efficit fortitudo maxima eius, uel debilitas nimia. In magnitudine di-
minutio quantitatis rei uisæ. In soliditate raritatis intensio. In aere nimia eius spissitudo. In tempo-
re minima eius duratio. In sanitate debilitas uisus maxima, uel eius immutatio secundum ægritu-
dinem. Habet autem temperamentum latitudinem, quæ sic patebit. Viso aliquo corpore, & pau-
lulum à uisu elongato uel adducto: dum uidetur distans à ueritate insensibili proportionem, adhuc
est de temperamento: & ita donec proportionalis sit, & sensibilis apparentiæ mutatio. Mensura-
tur etiam temperamenti latitudo in quolibet istorum secundum proportionem eius ad alia septè:
& secundum colorem & partium corporis paruitatem. Igitur latitudo temperamenti longitudinis
attenditur, & secundum colorem & secundum minutias, quæ in corpore fuerint, & secundum lu-
cem, & sex alia, quæ dicta sunt. Secundum coloris uarietatem: quoniam corpus fortis & acuti co-
loris, à maiore longitudine percipitur, quàm obscuri & debilis. Vnde latitudo temperamenti
longitudinis maior, est proportionata magis ad colorem fortem, quàm ad debilem. Similiter si
fuerint in corpore uiso notæ notabiles, à maiore longitudine comprehenduntur, quàm si multum
paruæ. Vnde maior longitudinis temperantia, respectu partium corporis notabilium, quàm respe-
ctu minutarum. Pari modo maius est temperamētum longitudinis ad rectam corporis oppositio-
nem pro-

nem proportionatum, quàm ad eius declinationem. Similiter erit maius secundum propinquitatem corporis ab axe, quàm elongationem. Eodem modo maior est temperamenti longitudinis latitudo in forti luce, quàm in debili. Et maior, si corpus uisum fuerit magnum, quàm si paruum. Similiter corpus multum solidum à maiore longitudine percipitur, quàm minus solidum. Vnde soliditati corporis proportionatur longitudinis temperamentum. Ad qualitatem aeris proportionatur temperamentum longitudinis: quoniam spissitudo aeris ab aliqua longitudine corpora uisui abscondit, quæ ab eadem, uel à maiore longitudine, claritas exponit. Temporis quantitati proportionatur temperamentum longitudinis. Quoniam in tempore aliquo motus corporis percipitur ab aliqua longitudine, & à maiore percipietur in maiore tempore. Pari modo in aliquo statu sanitatis uisus, in maiore longitudine uidebitur corpus, quàm in minore. Similiter mensuratur temperamentum situs, secundum proportionem factam ad longitudinem, ad colorem, ad minutias corporis, ad lucem, & ad alia, quæ enumerauimus. Et tu considera, & singulis adapta, & uidere poteris facile: & eodem modo proportionabis temperamentum cuiuslibet istorum ad omnia alia, & uidebis, quod dictum est per singula. Quando ergo singula eorum, quæ enumerata sunt, fuerint in latitudine temperamenti sui: apparebit ueritas formæ rei uisæ, sicut est in re: quando autem non apparet forma, sicut est in ueritate, egressum est uel aliquod prædictorum à temperamento, aut plura eorum. Igitur causa, quare erret uisus in comprehensione formarum, nõ est, nisi egressus alicuius prædictorum à temperamento, aut plurium. Et hæc dicenda in hac erant parte.

DE DISTINGVENDIS ERRORIBVS VISVS. Cap. IIII.

19. In uisione erratur aut solo uisu: aut anticipata notione: aut syllogismo.

PLanum est ex libro secundo [10 n] quòd comprehensio rerum fit per sensum, scientiam, syllogismum. Cum autem accidit error in his, quorum fit comprehensio per solum sensum: scimus quòd est error sensus tantum. Cum uerò in ijs, quæ per scientiam comprehendit, quis errauerit: in scientia tantum erit error. Si uerò in his, quæ per syllogismum comprehenduntur, erret quis: erit error in syllogismo tantum. Sensus acquirit lucem & colorem tantum, sicut dictum est [17 n 2.] Scientia uerò præterdit ea, quæ prius sunt uisa & in uisu habita, ut lux solis cognoscitur, quòd plurimum uisa sit, & inter lucem solis & lunæ discernitur: & licet, fiat comprehensio lucis per sensum tantum: tamen per scientiam accidit distinctio lucis. Similiter accidit per scientiam notitia figurarum, ut trianguli, quadrati, circuli, & aliarum similium. Similiter notitia asperitatis, læuitatis, umbræ, decoris, & similium. Per syllogismum fit comprehensio eorum, quæ supra explanauimus, licet ea non plurimum nouerit sensus. Omnis autem comprehensio rerum continetur sub aliquo horum trium modorum: & cum error accidit in comprehensione formarum, non accidit, nisi in aliquo istorum. Accidit error sensui, si corpus, in quo sit multa colorum particularium diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis aliqua diuersis coloribus & minutis picturata, apparebit unius coloris. Et erit error in sensu propter lucem à temperamento suo egressam, cæteris à temperantia non egressis. In scientia error accidit, cum in magna longitudine uidetur aliquando homo notus, æstimatur esse alius, similiter cognitus: unde ab aliqua longitudine uidens fratrem, putat se uidere patrem, uel aliquem in hunc modum. Et est error in scientia, propter egressum solius longitudinis à temperamento. In syllogismo accidit error, ut quando motus nubibus, æstimatur esse lunæ motus. Et accidit error iste ex intemperata longitudine. Quoniam quando uisi longitudinis est temperantia, non euenit ita: ut baculum fundo aquæ infixum, & aquam supereminentem, in motu etiam immotum uidemus, & motum transeuntis aquæ percipimus. Accidit autem error prædictus in motu lunæ, cum nubes fuerint multæ & continuæ. Et causa eius est: quoniam sicut patuit superius, [49 n 2] non comprehenditur motus, nisi per accessum alicuius ad aliquid, uel recessum consideratum. Cum ergo paucitas fuerit nubium: possumus discernere motus earum propter uniuscuiusq; ad stellam aliquam accessum apparentem, aut recessum: cum uerò cælum nubibus fuerit coopertum, propter continuitatem earum non discernimus motum, ueruntamen lunam modò in una parte uidemus, modò in alia: unde ipsam motu celerrimo moueri concludimus. Eodem modo erit error per situm à temperamento egressum, & per unumquodque octo supra dictorum in comprehensione per sensum, per scientiam, & per syllogismum.

DE QUALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QUAE fiunt solo sensu. Cap. V.

20. Erratur solo uisu in luce & colore, propter singularum uisionem perscientium asymmetriam. 156 p 4.

EX prædictis palam, quòd non fit comprehensio per sensum, nisi lucis & coloris tantum. Non ergo error accidit sensui, nisi in luce & colore tantum. Nec accidit per lucem aut colorem, nisi propter intemperatam debilitatè eius aut fortitudinem: uel propter colorum minoru &

debiliū diuersitatem. Et hæc colorum diuersitas in luce debili uenit ad oculum, tanquam aliquid obscurum aut tenebrosū: & etiam in luce forti, quando substantia colorum fuerit ualde parua. Longitudo inducit errorem sensus, cum temperata fuerit elongatio corporis à uisu, & fuerint in corpore partes minutę in coloribus diuersę, ad quas prop. ortionata partiū elongatio fit intemperata: apparebit enim corpus illud unius coloris tantū: quoniam extra temperantiam est longitudo, respectu particularium, licet omnia alia conueniant in temperantia. Et est error iste sensualis, cum sensus sit comprehensiuus coloris. Situs sensum errare facit, cum maxima fuerit corporis uisū declinatio: occultabuntur uisui minutę eius particulę. Et si in partibus minutis fuerit colorum diuersitas: apparebit in totali corpore colorum unitas. Et accidit error propter sitū tantū. Quia opposito corpore uisui, in situ recto, alijs (sicut sunt) immotis, percipiuntur etiam partes corporis & coloris, cum solus situs egressus sit à temperamento. Idem error accidit ex situs intemperantia, cum elongatio partium minutarum ab axe fuerit magna. Lux multū debilis errorem facit, abscondit enim uisui particulas corporis, & prætendit unitatē tenebrosi coloris: & si lux ad temperantiam reduceretur: diuersitas colorum aut diminutio partium non occultaretur: quoniam lux sola extra temperantiam est sita. Magnitudo errorem inuehit. Cum enim partes corporis minutissimę dissimiles fuerint in totali colore: latebunt uisum partes illę propter suam paruitatem, & similiter eorum colores: & apparebit color unicus in corpore, magnitudine sola extra temperantiam sita: quod nō appareret, si paruitas partiū extra tēperamentū non exiret. Soliditas causa est erroris sensualis, si remissa fuerit soliditas, ut in crystallo: unde cum ei supponitur corpus coloratum, uidetur crystallos colore illo affecta, propter soliditatis paruitatem à temperamento egressam: quod non accideret, si crystallos magis solida esset. Ex raritate aeris procedit error sensualis: cum intercudit inter uisum & corpus oppositum, flamma, licet fortis coloris sit corpus uisum: uidebitur tenebrosū. Et sola raritas aeris egressa est temperamentum. Tempus est causa erroris: quoniam si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio: apparebit color singularis, donec prolongetur inspectionis duratio: luce dico, sub qua comprehenditur corpus, non forti. In luce enim debili non statim immutatur uisus secundum quemlibet colorum particularium: quod accideret in luce forti. Visus aliquando errorem prætendit: Luce enim forti in uisum cadente: læditur uisus, & statim ad colorem alicuius corporis conuersus, ipsum tenebrosū recipit, donec paululum steterit, & læsio recesserit. Pari modo cum aderit oculi infirmitas: occultabitur uisui colorum ueritas. Vnde error est ex sola uisus qualitate à temperamento recedente. Patet ergo, quod accidant errores uisui secundum quodlibet prædictorum considerati. Et accidunt in sensu tantū: cum ex solo sensu fiat comprehensio colorum.

DE QUALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS; QUAE
fiunt in scientia & cognitione. Cap. VI.

21. Erratur anticipata notione: cum forma anticipata, obiecto uisibili perperam assimilatur, propter singulorum uisionem perscientiam asymmetricam. 155 p 4.

Distum est in secundo libro, [14.67 n] quod non nisi per scientiam fit definitionis rei acquisitio. Peruenit enim definitio ex similitudine uel dissimilitudine alicuius rei cū alia, in communi forma. Et proprium est scientiæ communicare rem uisui præsentem cum re prius uisa in forma recepta: & ex hac communicatione acquiritur definitio rei cuiuscunque. Diuersificatur autem scientia in scientiam idę uniuersalis, aut singularis, aut utriusque. Et omnis error scientiæ erit error in aliquo istorum, aut in utroque. Cum ergo res aliqua, aut alia, aut alterius speciei apparet, quàm sit in rei ueritate: erit error in definitionis assignatione. Nec accidit error iste, nisi aliquod prædictorum fuerit extra temperamentum. Error scientiæ in longitudine erit: si à longitudine magna uideatur homo notus: apparebit forsitan esse alius uidenti notus. Vnde aliquando uidens Petrum, uisum dicit esse Martinum, cum constet utrumq; ei esse notum. In forma communi erit error: si quis ab aliqua longitudine uideat equum, & putet se uidere asinum. In utraque formarum, scilicet singularis & cōmunis, est error: ut si quis à longitudine maxima uideat equum sibi notum, & æstimet se uidere asinum sibi cognitum. Pari modo accidit error in arboribus triplex: in indiuiduis: in communibus formis: in utrisque. Vnde aliquando una amygdalus æstimatur alia: aliquando à longitudine magna pyrus æstimatur amygdalus: aliquando pyrus Petri, creditur amygdalus Martini. Eadem triplicitas erroris ex longitudine accidit plurimum in uestibus, lapidibus, & alijs. Aliquando uidetur res ignota, & contingit error in scientia: sicut si aliquis uiderit ignem longè remotum in aere, æstimat forsitan se stellam uidere. Planum autem, quemlibet errorem prædictum cadere in scientiam, cum in eo fiat assignatio definitionis rei uisę, quę non est in ea, in ueritate. Palam etiam, quod accidit error præfatus ex longitudine extra temperamentum exeunte. Ea enim ad temperamentum reducta, alijs erroris causis (sicut sunt,) manentibus, non accidit error in scientia prædictus. Situs errorem infert scientiæ, cum corpus aliquod multū fuerit elongatū ab axe: non erit certa formę cōprehensio. Vnde aliquando in hoc situ Petrus æstimabitur Martinus, aliquando equus æstimabitur esse asinus. Et in hac incertitudine forsitan eligitur ueritas, forsitan falsitas. Cum enim in hoc statu incertum sit iudiciū: casualis electio erit. Accidit au-

cidit autem error ex intemperamento situs: quoniam ipso ad tēperantiam reducto, non errabit iudicium ex scientia sumptum. Pari modo in magna corporis declinatione non uerificantur particulæ minutæ. Vnde accidit in hoc situ error figuræ, coloris, magnitudinis. Forsan enim quadratum uidentur circulari: & ita error in quantitate & colore. Egressio lucis a temperamento errorē inducit scientiæ. Debilitas enim lucis nimia errorem infert forniæ. Vnde accidit error in crepusculis, in animalibus, uetib. arboribus, scilicet triplex, uel in individuo, uel in specie, uel in utroq: quod non accideret in temperata luce. Amplius si fuerit egressio lucis a temperamento proportionato uiso, opposito uisui: accidet error prædictus, licet non sit intemperata in se lux: sicut euenit in quadam aue arabicè aluerach dicta: non enim uideri potest, nisi de nocte: egreditur enim lux a temperamento, respectu illius: percipitur autē de nocte, sicut ignis: de die uerò cū nō plenè discernatur, forsan papilio (cui est similis) putabitur. Et accidit error in definitione rei ex intemperata luce. Quantitas extra temperantiam sita errare facit scientiam. Vnde aliquando formica præ sui paruitate æstimatur musca tritico innata: & aliquando eadē de causâ sinapis granū reputatur nasturtium. Soliditas a tēperamento egressa errorē efficit, ut cū crystallo cōtinuatur corpus rubeum, alia crystallo facie uisui opposita: æstimabit uidens colorē crystallo, esse rubedinē: unde error est scientiæ, quia in coloris definitione. Raritas aeris nimis diminuta, erroris est causâ: unde in eius spissitudine fit error in rei definitione. Similiter si oculo & corpori uiso interponatur corpus, cuius raritas extra temperantiam est, respectu aeris tēperatæ raritatis, sicut est uitrum: æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri. Et ita est error in coloris definitione. Pari modo si anteponatur oculo pānus multū rarus, & post illū uideatur corpus: apparebit color corporis mixtus. Sed oritur quæstio, quomodo post pāni oppositionē appareat coloris corporis mixtura, cū partiales corporis colores accedat ad oculū non nisi per pāni foramina: & ex pāno nō accedat ad oculū color, nisi ex filis eius, per quæ non transeunt colores corporis. Et huius rei ueritas est. Quod licet partiales corporis colores sint ab eis separati intra uisum & extra, nec sit ibi aliqua confusio: tñ quia ualde propinqua sunt puncta, in quæ incidunt color corporis superficialis & color filii (cum non sit distantia sensibilis inter ea) uidentur quasi punctum: unde colores ibi apparent unus ex eis mixtus. Si uerò magna fuerint panni foramina, discernetur & panni & coloris corporis ueritas sine mixtura. Et quantò compressior fuerit foraminum strictura, tantò uerius apparebit mixtura. Vnde uiso corpore post pannum lanæ, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum. Foramina enim panni lanei in se sunt stricta, & quoniam pilis teguntur, efficiuntur strictiora. Similiter cum aliquis ioculator facit imagines ligneas moueri, umbræ earum inspicienti per pannum, (sicut solet fieri) lineum subtilem, apparebunt aues, aut animalia formis imaginum consona. Nec accidit error iste in definitionis assignatione, nisi ex raritatis aeris diminutione. Temporis distantia extra temperamentum erroris scientiæ est causâ. Si quis enim per foramen inspiciat corpus transiens ueloci motu, non plenè acquirit formam corporis. Vnde accidit error in individuo, in specie, in utroque, ut in equis, hominibus & arboribus. Similiter etiā accidit sine foramine, ut si quis subito aliquid uideat, quod statim a uisu recedat, errabit in comprehensione illius formæ: unde forsan erit error in specie, in individuo, uel in utroque. Et erit error iste ex solo tempore. Visus solus errorem facit: si lux solis fortiter descendat super colorem uiridem fortem, uel intensam rubedinem, adhibito uisu lædetur: & cum aliquid deinde inspexerit: aliud ei, quàm sit in ueritate, apparebit, aut alterius coloris, propter præsentiam læsionis. Et modo simili accidunt errores plurimi. Pari modo in oculorum ægritudine aliquando equus apparet asinus. Et accidit error triplex prædictus & in pluribus. Et planū est, errorē esse in scientia, ex sola immoderatione uisus. Plani ergo sunt errores, qui in uisu scientig accidunt secundum singulas erroris uisus causas.

DE QUALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE ACCIDUNT IN SYLLOGISMO & RATIONE. Cap. VII.

22. Erratur syllogismo propter singulorum uisionem perficientiam asymmetriam.

PLurima eorum, quorum in uisu fit comprehensio, acquiruntur ex syllogismo, sicut patuit ex præcedente libro: & præcessit explanatio eorum, quorum per syllogismum fit comprehensio: & quod ex eis occurrat sensui compositio in singulis formis. Cum ergo acciderit error in aliquo illorum: erit error in comprehensione facta per syllogismum. Bipertita est autem partitio erroris in syllogismo: aut enim erit in propositionibus: aut in earum congregatione. In propositionibus triplex: aut enim falsa loco ueræ sumitur: aut particularis loco uniuersalis: aut in comparatione propositionum erratur. Verbi gratia. Si fuerint in re uisa partes, quæ appareant, & partes, quæ lateant, quæ tamen comprehensibiles sint uisui: Si in illam figatur uisus intentio, cum uidentem partes illæ præcedant: ex eis tantum, quæ in re uisa acquirit, concludit. Cum etiam conclusiones aliquas, quas rei illi accidentales considerat æstimat eas accidere ei ex partibus eius apparentibus: quoniam non nisi eas computat. Cum uerò intuitus diligentiam in re uisa figit, partes prius latentes percipit, & errorem cognoscit. Enumerabo igitur errores eorum, quæ comprehendit uisus per syllogismum, quæ numero sunt uiginti duo, ut sic pateant errores in syllogismo.

Et hæc erit enumeratio secundum unamquamque octo causarum prius dictarum, & primò secundum longitudinem.

23. *Distancia immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In remotione. 16 p 4.*

Dico ergo, quòd longitudo egressa à temperamento errare facit uidentem in longitudine: sicut accidit, cum quis arbores ualde remotas inspexerit, licet plurimum distent inter se, uidebuntur tamen quasi coniunctæ, aut saltem æstimabuntur sibi propinquæ. Ob eandem causam euenit, ut stellæ aliquando reputentur quasi coniunctæ, licet plurimum distent in ueritate. Ob hoc stellæ erraticæ æstimantur ab hominib. in eadem superficie cum fixis, licet plurimum elongatæ sint ab eis. Est ergo error in longitudine propter egressum longitudinis à temperantia. Et est error iste in syllogismo, cum longitudinis tantum per syllogismum fiat comprehensio.

24. *In situ. 44. 59. 61. 62. 97 p 4.*

Longitudo extra temperantiam, situs errorem inducit: quoniam à tali longitudine corpus declinatum apparebit rectum: & ob hoc corpus quadratū in hac lōgitudine declinatū, uidebitur oblongum. Eodē modo oblōga apparebit circularis forma in hac longitudine declinata. Nec accidit error iste, nisi ex declinationis occultatione, quæ latet in tanta lōgitudine. Si enim appareret declinatio, nō esset assignare, quare occultaretur ueritas corporalis formæ. Est igitur error in solo situ ex lōgitudinis immoderatione. Et quare ignoretur situs, est hæc ratio. Excessus unius radiorū in latus quadrati cadentium super longitudinem alterius, nō est proportionalis, respectu totalis remotionis corporis à uisu: proportionem dico sensibili: unde propter insensibilitatē excessus nō æstimatur maior aliquo aliquis radius. Reputatur uerò oblōga quadrati forma, quā unū eius latus nō declinatū, respectu uisus, cadit in partem oculi, & in minorem incidit forma lateris declinati, quoniā sub minore angulo. Et erit huiusmodi minoritatis perceptio, secundum quod fuerit quadrati declinatio. Et quoniā non attenditur declinatio, æstimabitur unū latus maius alio: quoniā sub maiore angulo. Proinde forma apparebit oblonga. Pari ratione in circulari forma, una diameter maior apparet alia: unde reputatur oblōga. Et est error iste ex intēperantia longitudinis: quod nō accideret, si tēperata esset. Si uerò lōgitudō, licet intēperata, non fuerit multū magna, sed ualida sit illius corporis declinatio: perpendet fortasse uidens declinationem, sed non declinationis ueritatē: imò minorem æstimabit quàm sit, & conferet declinationē lateris cum angulo, sub quo cōprehenditur: unde minor apparebit quantitas talis quā sit: unde & sic reputabitur quadrati forma oblōga, sed minus quàm prius.

25. *In soliditate & figura. 98. 97. 95. 50. 65 p 4.*

Superfluitas longitudinis errorem generat corporeitatis. Corporeitas autē est ex dispositione speciei, & cōprehenditur notitia corporeitatis ex notitia huiusmodi dispositionis. Cum ergo error accidit in corporeitate, erit in speciei uel specierum dispositione: uelut si species corporis incuruata ex aliqua lōgitudine uideatur plana, aut plana æstimetur curua. Et hæc apparentia erit in figura. Est igitur figura specierū corporis dispositio. Recipit etiā sitū specierū dispositio: unde corporeitas includitur sub figura & situ: unde errorem corporeitatis gerit in se error situs & figuræ. Accidit autē error figuræ absque situs errore ex longitudinis immoderatione. Verbi gratia, figura multorum laterum equalium, directe opposita uisui in longitudine intemperata, circularis apparet: nō ob aliud quidē, nisi quia anguli figuræ sunt imperceptibiles uisui. Longitudo enim illa abscondit uisui etiam proportionalia toti, quamuis nō totum. Eodem erroris tenore ab hac longitudine linea curua æstimatur recta. Non enim perceptibilis est maioritas accessus unius lineæ partis incuruatae ad uisum, super partis eiusdem remotioris accessum: quia occultatur incuruatio partiū, licet error non accidit in situ lineæ illius. Similiter uisa sphaera ab hac longitudine æstimabitur species plana. Quoniam propinquitas tumoris eius imperceptibiliter propinquitatē extremitatū ab hac longitudine excedit: unde æstimatur æqualis partium propinquitas: unde speciei planitudo. Inde est, quòd sol & luna superficiales uidentibus reputantur: quæ erronea excluderetur figuræ reputatio, si temperata esset longitudo.

26. *In magnitudine. 28 p 4.*

In magnitudine corporis erit error ex intemperata lōgitudine: quoniā uidebitur multò minus, quàm sit in ueritate. Et huius rei ratio est. Quoniā, ut diximus, longitudo intēperata est, quæ partes proportionales toti proportionem etiam sensibili abscondit uisui. Et cum fuerit occultatio partium sensui perceptibilium: anguli, in quos cadunt, non sentientur, licet totali angulo proportionales sint. Vnde cum discurret axis rem uisam, absconduntur ei lineæ multæ ex ea, & partes multæ. Vnde minor efficitur totalis apparentia. Amplius magnitudo partis alicuius corporis non consideratur, nisi secundum magnitudinem anguli, in quē cadit: & magnitudo anguli attenditur secundū partem in uisu sectam: & partis sectæ quantitas æstimatur secundū duo puncta illius partis terminalia: & puncta illa sensibilia sunt, & parti sectæ proportionalia. Quoniā à lōgitudine tanta æstimatur res uisa secundū fines toti uiso proportionales: aliter enim non essent fines illi sensibiles: & fines partis sectæ directè opponuntur finib. partis uisæ proportionalib. Puncta ergo illa partis sectæ terminalia absconduntur ex re uisa partes sensibiles. Cum ergo incedit axis super singulas rei partes: ex singulis partib. absconduntur partes sensibiles: & ita minor apparet tota rei quantitas. Cum autē uideretur corpus à tēperata longitudine, puncta terminalia partis sectæ ualde sunt parua, & quasi insensibilia ad ipsam

ipsam collata. Fines enim rebus uisui insensibiles eligit in longitudine tēperata existimatio uidentis: unde non absconduntur partes eorum proportionalis. Quare corpus nō apparet minus, quā habeat ueritas eius. Amplius, sicut dictū est in superioribus, 18 n 2] in ignita uisū nō acquiritur in corpore, nisi ex lōgitudinis & anguli collatione: & ita dictū est, quod ex immoderata lōgitudine apparet minor angulus: quia minor est ueritate. Sed remotio nō fit discretio. Itē enim suprā patuit 27 n 2] quod remotio moderata cōprehenditur per corpora interposita: immoderata uerō minimē. Cū ergo remotio rei uisæ sit ignota: fiet fortassis collatio ipsius ad longitudinē notā, & æstimabit eā minorem. Quare putabitur minor & in angulo minoritas, & in longitudine, quā sit in ueritate: unde error in corporis quātitate. Et quātō augmentabitur longitudo, tantō inualeſcet error. Et adeo poterit augmentari lōgitudō, ut æstimetur quātitas corporis quasi punctualis. Et si ultrā creuerit lōgitudō, occultabitur uisui corpus illud. Simili modo accidit corporis occultatio in lōgitudine tēperata, nō ex ipsa remotioe, sed ex coloris corporis debilitate. Et patet occultationem fieri ex debili colore. Quoniā si loco huius corporis in eadem longitudine statuat corpus cuiuslibet quātitatis, in quo sit fortitudo coloris, nō latebit uisui, sicut corpus, in quo fuerat coloris debilitas. Quare aliquādo occultat corpus uisui, non elongatio, nō diminuta quātitas, sed sola coloris debilitas. Amplius, aliquādo euenit corporis occultatio ex coloris eius similitudine, cū interpositorum ipsius & uisui corporū colorē interiacētis terre, non discernatur: niue uerō remota percipitur. Et palā, quod erat occultatio ex hoc colorū identitate. Quoniā si loco illius corporis opponatur uisui ab eadem remotioe colorē eque uale alterius coloris, non occultabitur. Cū igitur aliqua res opposita uisui nō percipitur, poterit esse causa absconſionis superditas elongationis, ad partem uisui uisibilem formā dirigentis, uel quasi punctualē. Quod si in partē uisui sensibilem formā in eadem remotioe præterire uisum, uel propter coloris remissionē, uel colorū rei uisæ & corporū interiacētis conformitatē. Amplius accidit error in rei uisæ quātitate, etiā in longitudine tēperata. Quoniā si corpore aliquo secundū moderationē elongato & uisui occultantur unius partes eius minores, quę quidē in minore elongatione apparent, si fiet fortassis non plene: & paululū amplius elongata iterum, minus plene. Et minuetur cōprehensionis plenitudo, inualeſcente remotioe augmento: donec occurrat partiū occultatio: licet nō egrediatur tēperantiam illa elongatio. Iterū immoderata remotioe pars aliqua plene cōprehenditur, aliqua minimarum eius partium occultatur. Quoniā elongatio rei egressa est a temperamento proportionato ad partes uisæ, licet non respectu totius corporis, aut cōprehensæ partis. Et hoc nota sit homini hæc longitudo: ubi accidit error in cōprehensione quātitatis partium: & hoc propter angulū, sub quo pars cōprehenditur, cuius capacitas minor æstimatur, quā habeat ueritas. Et causa apparentiæ minoritatis eius, est ex punctis terminalibus, scilicet partis, in unius partē occultantibus, & angulū capacitatem conſtrigentibus. Igitur cū immoderata fuerit rei uisæ ab aliquo distantia: proueniet error in eius quātitate dupliciter: & ex anguli minoritate: & ex lōgitudinis incertitudine. In moderata uerō longitudo est error in quātitate minorarū partium ex errore anguli tantum. Et hæc sunt cause, quare corpus æstimetur minus, quā sit in longitudine temperata. Immoderatio longitudinis aliquando errorem inducit maioritatis. Vnde in longitudine immoderata, minima scilicet, cū corpus uisum fuerit multum uicinum uisui, uidebitur corpus maioris quātitatis, quā in longitudine temperata, uel quam sit ueritas: & hoc duplici de causa. Quoniā, ut dictū est 18 n 2] intellectus longitudinem & angulum considerat, & inde quātitatem corporis syllogizat. Et in hac elongatione angulus pyramidis est ualde magnus: & elongatio corporis nō æstimatur, nisi à uisæ superficie ad superficiem corporis. Non enim potest cadere in uisum æstimationē lōgitudō, ad interiora uisui penetrans à corpore uisio: cū pars eius interior radijs non subiaceat, nec mensurari a uisū queat. Syllogizat igitur uisus ex anguli capacitate & tota longitudine. Vera autē remotio corporis attenditur secundum lineam à centro oculi ad corpus procedentem: cum respectu centri fiat consideratio anguli. Et in temperata corporis distantia semidiameter oculi, qua uera corporis elongatio excedit apparentem, insensibilis est, respectu totalis distantie corporis. Vnde non facit errorem in longitudinis æstimatione: sed corpore circa oculum existente, erit magnitudo semidiametri proportionalis distantie corporis proportionē sensibili. Est enim aliquando maior, aliquando equalis, aliquando minor, sed proportionē modicā, uelut subdupla, uel huiusmodi. Vnde in propinquitate rei uisæ excrementum anguli pyramidalis, & sensibilis minoritas longitudinis æstimatæ, respectu ueræ, inducunt apparentiam maioritatis in corpore.

27. In diuisione, & continuatione & numero. 109 p 4.

Immoderata extensio remotioe errorē inuehit distinctionis. Pariete enim aliquo à lōgē uisio, si in parte eius fuerit color tenebrosus: fiet uidenti fides, colorē illū esse distinctionem partiū: unde continuum ex hoc errore reputabitur discretum. Similiter si prope parietem illum crescat alitudo herbarum, uidebitur forsā distinctio partium, inter quas fuerit pars occulta ab omni oppositione herbarum: Vnde non reputabitur paries aliquid continuum. Pari modo luce solis in parietem descendente non multum fortis: si corpus aliquod umbram iaciat, quæ umbra in parietem cadat: accidet error idem in partium, sine intermedio, separatione. Palam ergo, quod error distinctionis in syllogismo est ex immoderatione remotioe. Longitudo à moderatione egressa erroris conuinitatis est causa. Corpora enim à longē uisæ in colore similia sibi, propinqua creduntur cōtinua.

Hinc

Hinc accidit quoddam tabule parietis uel scamni apparent aliquando continuo: licet abinuité sint diuisa, modica, dico, distinctione. Et accidit hoc etiá in intemperata remotione rei uisae, scilicet immoderata, quantum ad comprehensionem remotionis distinctionis tam paruam. Et ita ex hoc remotionis errore discretum creditur continuum. Et quoniam secundum considerationem continuitatis & discretionis attenditur numeri comprehensio: accidit error in numero, cum in rebus discretis apparebit unitas, aut in re una pretendetur pluralitas.

28. In motu & quiete. 138 p 4.

Egressus remotionis a moderamine errorem efficit motus. Si quis ad partem, in qua lunam, aut solem, aut stellam aliquam uiderit, moueatur, cum plurimum motus, lunam ante se uiderit elongatam, non minus, quam in principio motus: concludit ipsam in eandem partem moueri, & ab eo recedere: & ob hoc elongationes durare. Et accidit hoc, luna etiá ad partem contrariam properrante. Et huius erroris ratio est: Quia notum est uidenti, quod in his inferioribus naturis, statutis duobus corporibus, quorum unum moueatur in partem aliquam, si permanserit identitas situs unius respectu alterius: necesse est aliud moueri in eandem partem, & motu æquali. Verum hoc non oportet existimare in luna & stellis: Cum enim in his non percipiatur situs motus mouentis ad stellam motam: occulte ex propositionibus iam dudum animo notis infertur syllogisticè motio, & occultatur immutatio situs mouentis ad stellam. Quoniam uia, quam quis peragit motu suo, non est proportionalis ipsius stelle magnitudini: multo magis igitur excessus postremæ propinquitatis eius ad stellam super primam propinquitatem, non est sensibilis respectu totalis remotionis. Idem error accidit in motu nubium: creditur enim uelocissimus esse lune motus, licet non sit, ut nos supra [19 n] explanauimus. Euagatio remotionis a temperamento, erroré infert quietis. Si quis a longe uisus motu non ueloci moueatur: putabitur quiescere: unde stellas errantes credimus immotas: licet in sit eis motus uelocitas. Et est hæc quietis stellarum æstimatio. Quoniam uia, quas incedunt etiá in tempore magno, non sunt perceptibiles uisui a tanta remotione. Unde durante situ earum, respectu uidentis, identitate æstimatur quiescere. Pari modo si corpus aliquod a longitudine moueatur super radios uisus: & accedat ad ipsum uisum, uel recedat ab eo: putabitur immotum, nisi motus eius fuerit ualde fortis. Et accidit iste error, quoniam, ut supra [49 n 2] patuit, motus non comprehenditur in corpore, nisi quia modò uidetur cum aliquo corpore, modò cum alio. Hic autem excluditur hæc perceptio: quoniam uia, quam incedit mouens super radios, imperceptibilis est a tanta longitudine.

29. In asperitate & lenitate. 141 p 4.

Superflua longitudo erroré ingerit asperitatis. Unde in capillis alicuius pictæ imaginis a longitudine intemperata æstimatur asperitas, cum expressa fuerit pictura. Quia enim notum est asperitatem esse in ueris capillis: concludit eam animus illis similiter inesse propter expressionem formæ. Idem error accidit in uestibus depictis, & animalium pilis expressè depictorum. In his autem omnibus non est asperitas, sed immensa læuitas. Et licet a corporibus læuibus fiat reflexio lucis, non ab asperis: tamen in pictura aliquando uidetur reflexio lucis, nec ob hoc excluditur opinio asperitatis. Quoniam opinari est certum aliquando in eodem corpore asperitatis & reflexionis fieri concursum, sicut accidit in capillis hominis nigerrimis & bene lotis: reflectitur enim lux in eis, licet asperis. Unde ex hac similitudine accidit error in æstimatione asperitatis picturæ per immoderatam remotionem, ad corpus pictum proportionatum. Non enim poterit comprehendere læuitas in pictura, nisi cum multum fuerit certa. Unde distantia respectu aliarum rerum extra temperantiam, est ad acquisitionem læuitatis comparata. Ex euagata remotione accidit error in læuitate. Si enim a magna longitudine opponatur uisui corpus, in quo modica est asperitas, putabitur læue. Asperitas enim non acquiritur in corpore, nisi ex diuersitate situs partium inter se, uel luce eminentium, uel umbra depressarum, sicut explanatum est superius [53 n 2] & a tali longitudine non percipitur diuersitas situs partium eminentium super depressas, aut proiectio umbræ. Unde iudicatur in eo læuitas.

30. In raritate & densitate. 144 p 4.

Ex immoderatione elongationis oritur error raritatis. Cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid subtile multum: licet appareat uisui maius, quam sit: tamen nihil occultat ei de opposito pariete, aut alio opposito corpore. Unde cum fiat raritatis comprehensio in corpore, ex eo, quod post ipsum possumus aliquid uidere: in acu erecta, aut in aliquo cõsimili, raritas æstimabitur, cum post ipsam totus paries uideatur. Quare autem acus prope uisum sita maior appareat, patet ex superioribus. Quare autem in tanta propinquitate nihil abscondat uisui ex pariete opposito: est: quia remotio tam modica, respectu occultationis acus, immoderata est. Si enim paululum elongetur ab oculo acus illa: occultabitur pars parietis maior acu ipsa. Et huius rei causa plenius explanabitur. Ex superabundantia longitudinis accidit error soliditatis. Si quis enim a longe intueatur corpus rarum, & statuatur post ipsum corpus coloratum, aut quid tenebrosum: non reputabitur corpus illud rarum, sed solidum. Et est error: quoniam post corpus illud non percipit aliud, cum natura rari sit, ut post ipsum possit uideri solidum: concludetur corpus illud non esse rarum, sed solidum.

31. In umbra & tenebris. 147 p 4.

Ex superfluitate remotionis oritur error in umbra. Si enim a tali longitudine opponatur uisui, corpus album, in quo sit pars tenebrosa, luce solis super corpus illud descendente: apparebit umbra in parte

parte corporis tenebrosa: & si circa corpus illud uideatur aliud: fiet conclusio, quod umbra apparens proiciatur ab illo alio. Et patet, quod accidit error iste ex nimia remotione. Propter distantiam excessum se ingerit error tenebrarum. Si enim procul uideatur corpus album, in quo pars nigra multum sit: æstimabuntur fortassis in parte illa tenebræ: unde fiet conclusio, quod in directo illius partis sit foramen corporis, per quod appareat tenebrarum egressio post corpus illud existentium.

32. *In pulchritudine & deformitate. 150 p 4.*

Remotio excedens modum causa est erroris pulchritudinis & deformitatis. Cū enim procul inspicitur res aliqua, si fuerint in ea maculæ parue, eā deformantes, quia occultantur ex longitudine, iudicatur formosa: quoniam ex solis apparentibus. fit conclusio, & latent maculæ, apparent uerò partes formosæ. Similiter si à tanta longitudine uideatur res, in qua sunt parturæ, sed minutæ, rei totali decorem conferentes: cum lateant uisum causæ decoris: iudicabitur res illa deformis, cum ex apparentibus tantum sumat iudex iudicium.

33. *In similitudine & dissimilitudine. 153 p 4.*

Ex superflua elongatione accidit error in similitudine corporum & dissimilitudine. Si enim dirigantur uisus in corpora longè remota in colore similia, & si fuerint in eis notæ uel protractiones minutæ sibi dissimiles & diuersæ, quæ cū uisus prætereant: iudicabuntur corpora ex toto similia. E' contrario si diuersitas fuerit in totalibus corporum coloribus, sed in eis sint notæ minutæ, inter quas sit similitudo: iudicabuntur dissimilia ex toto. Et accidit error: quoniam ex solum apparentibus fiet conclusio.

34. *Situs immoderatus creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia. 16 p 4.*

Situs egreditur à temperamento, & errorem inducit in quolibet eorum, quorum fit cōprehensio per syllogismum. In longitudine, ut si uideatur duo corpora, quorū unum sit post aliud directè, ita ut unū cooperiat partē alterius, & pars posterioris emineat: & hoc in longitudine temperata, non tū multum certa, nec inter ea fuerint alia corpora: nō plenè æstimabitur longitudo unius ad aliud mensura. Et forsità iudicabit uidentis ea ualde sibi esse propinqua. Et est error in syllogismo, cum per syllogismū tantum comprehendatur longitudo: per situm uerò, quoniam, si unū nō occultaret alterius partem, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ut uia inter ipsa in diuersos, nō in eundem incideret radios: discernèretur distantia unius ab alio. Et est error ex sola situs intemperatā: quoniam situ ad temperantiam reducto (cæteris partibus non mutatis) non accidit error talis.

35. *In situ. 44 p 4.*

Situs extra temperantiam, in situ errorem inuehit: cadente enim axe uisuali in corpus à temperata longitudine oppositum uisui, sumpto alio corpore multū elongato ab axe, & declinato modicū super lineam intellectuāle, super quā cadit axis perpendiculariter: nō cōprehendet uidentis corporis illius declinationē propter situm à temperamento egressum: quoniam non plena sit cōprehensio corporum ab axe longè positorū [per 15 u.] Et in hoc errore declinatū iudicabit uisus rectū.

36. *In figura. 97. 96. 61. 62 p 4.*

In figura autem error est per situm. Si enim corpus circularē, ut schyphus uel sentella ab axe elongetur, & modicum super lineā intellectuāle, quā diximus, declinetur: occultabitur eius declinatio, & una eius diameter sub maiore angulo comprehendetur, quā alta. Quæ enim appareat recta, maiore respicit angulū, quā declinata. Et quia notabilis est unius anguli ad aliū excessus: iudicatur diameter recta maior declinata: unde circularis figura corporis, iudicabitur oblonga. Pari errore figura quadrangula æstimabitur oblonga, cū latus eius directè oppositū oculo, maius appareat latere declinato. Et est error in syllogismo. Præmittit enim propositiones, in quibus est falsitas, scilicet: neutrum laterum esse declinatum: & uisa ab eadem longitudine sub eodem & inæqualibus angulis, esse inæqualia: & oblongam esse formam, cuius unum latus est inæquale alij. Inde concluditur error, non ueritas figuræ.

37. *In magnitudine. 28 p 4.*

Ex eadem causa patet, errorem esse in quantitate, cū diameter circularis corporis maior uideatur alia eiusdem diametro, cui est æqualis. Amplius alio modo accidit error in magnitudine, ex situ intemperato & solo: cū aliquis in alto positus intuetur sub altitudine illa incedentes & inter se æquales, eis in ordine uno post aliū dispositis, radius cadens super primū absq; dubio demilior erit radio cadente super secundū: & secundum, quod augmentabitur elongatio alicuius eorum à primo, secundum illud maior erit radij super ipsum cadentis altitudo. Vnde altior erit radius cadens in postremū, quā in aliquē aliū. Iudicabitur ergo à uidente postremus maior omnibus. Ita dico, si terra spatium inter quoslibet duos situm lateat uisum, ne in collatione ad terram apparentem facta, cōprehendi possit altitudinis hominū mensura: erit error in syllogismo: quoniam errat in antecedentibus, quorum unum est: Quæcunq; apparent altiora, sunt maiora: & hoc non inuenitur in omnibus, sed in pluribus. Et est error ex situs immoderatione, respectu cōprehensionis magnitudinis rei sic dispositæ. Si enim radius cadens in primum sit æquidistans terræ, & idē radius cadat in quemlibet alium processu suo: non habebit locum error iste.

38. In diuisione, continuatione, & numero. 109 p 4.

IN distinctione prouenit error ex excessu situs: si enim magna fuerit corporis alicuius super radios declinatio, & fuerint in eo puncta sensibilia nigra, uel ualde tenebrosa: putabuntur forsitan esse foramina: & ita inter partes huic tenebrositati affines iudicabitur diuisio, licet ibi sit cōtinuitatis unio. Si uerò in hoc corpore fuerint lineæ sensibiles tenebrosæ: iudicabuntur conterminales diuise, cū sint continuæ. Et ita error accidit ex corporis declinatione. In cōtinuitate erit error ex situ: si opponatur uisui plurium parietum dispositio, quorum unus sit ordinatim post aliū, modicū distans ab eo, & omnes cadant super eundem radium: occultabitur forsitan uidenti spatium, quod inter eos fuerit: unde putabuntur cōtinui, cum sint diuisi: quod non accidit, situ parietū immutato, ut non cōprehendantur sub eodem radio. Error inducitur in numero ex situ immoderato, quando corpus aliquod uidetur duo: & hoc accidit, cum respectu duorum uisuum, corporis diuersus fuerit situs. Pari modo & in corpore uno iudicatur pluralitas, cū inter duos axes corpus uisum ceciderit, sicut supra patuit [II n.] Et est error in syllogismo: præmittit enim uidens esse diuersa corpora exterius uisa, cū forma interius in diuersa uisus ceciderit loca: Inde diuersitatem, ubi identitas est, concludit.

39. In motu & quiete. 138 p 4

IN motu oritur error ex situ, ut nauim currentē in flumine, aliquo inspiciente, si fuerint in littore fluminis arbores ab axe multum elongatæ, putabuntur moueri: & si fiat directio axium super eas, uidebuntur immotæ. In quiete error ex situ se ingerit: uisa re aliqua, ut rota, quæ motu citissimo uoluatur ab axe elongata: apparebit immota. Et planum est per situm esse errorem: quoniā situ mutato percipietur eius motio: unde error est ex situ solo immoderato.

40. In asperitate & lenitate. 141 p 4.

IN asperitate situs errorem facit. Si enim à capillis expressè depictis, fiat reflexio lucis, nec fuerit uisus in loco reflexionis: fiet in eis comprehensio asperitatis, cum sola sit in eis læuitas. Et ex situ solo est error: quoniam uisu sub luce reflexa fixo, non cōprehenditur asperitas in corpore uiso. In læuitate erit error ex situ: cū aliquid fuerit elongatum ab axe, & modica fuerit in eo asperitas: apparebit læue: cuius quidē asperitatē (situ ad temperantiam reducto) posset uidens comprehendere.

41. In raritate & densitate. 144 p 4.

IN raritate & soliditate fiet error ex situs immoderamine. Si enim descenderit lux declinata in uitrū uino plenum, & lateat uisum transitus lucis per uitrū, & magna sit declinatio illius lucis à radijs incidentibus, & uidentem lateat uinum esse in uase uitreo: æstimabitur à uidente uinum solidum corpus unum cum uase. Et non accidit error iste transitu luci per uas uitreum patente. Unde error in situ ex raritate & soliditate.

42. In umbra & tenebris. 147 p 4.

IN umbra & tenebris. Corpore enim aliquo ab axe elongato, si fuerit in eo pars tenebrosa: putabitur fortassis umbra: & corpore aliquo circumposito: æstimabitur procedere ab illo. Si autē in corpore illo fuerit pars multum nigra: æstimabitur forsitan in loco nigredinis perforatio, per quam egrediantur tenebræ. Quod non accideret in corpore statuto in situs temperantia.

43. In pulchritudine & deformitate. 150 p 4.

IN specie & deformitate autē error accidit ex situ: cum corpus aliquod remotum fuerit ab axe, & fuerint in eo multæ minutæ maculæ, ipsam deturpantes: occultabuntur, & iudicabitur in corpore species. Unde facies lentiginosa in hoc situ uidetur speciosa. Similiter in hoc situ obliquo latet uidentē lunæ adherentes maculæ: unde adscribitur decor lunæ sic inspectæ. Si autē in corpore uiso fuerint picturæ, ei speciem reddentes, nec sit corpus decorum, nisi ex præsentu earum, cum ipsæ in hoc situ lateant uisum: iudicabitur corpus deforme. Et est error in syllogismo: quia per apparentiam tantum fiet deformitatis uel decoris conclusio.

44. In similitudine & dissimilitudine. 153 p 4.

IN similitudine & dissimilitudine ex situ error oritur. Si enim longè ab axe statuatur duo cōcordantia in figura, specie & colore, sed in eis sint modicæ & dissimiles notæ: iudicabitur in eis similitudo omnimoda: cum notæ illæ uidenti sint ignotæ. Si autē fuerit diuersitas inter ea, in specie, figura & colore, sed in eis sint notæ similes: putabuntur ex toto dissimilia, cū aliqua dissimilitudo sit inter ea. Et ita est error in similitudine & dissimilitudine, propter conclusionē ex apparentib. tantū factam. Et in omnib. prædictis procreatur error ex solo situ immoderato: quoniam eō intra temperamentum sito, alijs (sicut sunt) manentibus, non accidit erronea æstimatio.

45. Lux immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia. 16 p 4.

LVx à temperantiæ finibus egreditur, & ob hoc solum in omnib. quorum sit acquisitio per syllogismum, error procreatur in longitudine ex lucis paruitate. Si enim in longitudine temperata non multū certa, fiat hominū dispositio, ut sit unus post aliū, & uisu huic dispositioni de nocte adhibito: uidebuntur sibi coherere, & incōprehensa inter eos distantia, propter debilitatē lucis, quæ

quæ pateret, si lux esset fortis: qui homines, si in eandem partem moueantur, æquali motu simul semper moueri putabuntur.

46. *In situ. 44 p 4.*

In situ. Vt si in nocte non obscura aliquid modicè à uisu declinatum, opponatur uisui: æstimabitur in eo situs rectitudo, propter debilitatem lucis egressæ à temperamento.

47. *In figura & magnitudine. 97. 28 p 4.*

Similiter figura multorum laterum æqualium, circularis apparebit de nocte aspecta: quoniam occultat angulos lux nimium debilis. Pari modo sphaera sic uisa reputatur superficies plana: quia occultatur uisui partium eminentia. In magnitudine. Vt nocte inspecto homine & uiso nemore, aut remoto ab eo, pariete, uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel parietem, cum lateat in sum distantia eorum, licet sit plurima. Et forsitan exibat idem radius super caput hominis & altitudinem nemoris, securdum quantitatem distantiae à nemore: & in hoc situ uidebuntur esse eiusdem altitudinis: aut forsitan homo uidebitur esse maioris: quod non accideret, si lux in temperamento esset: quoniam distantia hominis ad nemus discerneretur, & altitudo uniuscuiusque secundum terram apparentem mensuraretur.

48. *In diuisione, continuatione & numero. 109 p 4.*

In distinctione, numero, continuitate erit error ex lucis debilitate. Vt si de nocte uideatur tabula, in qua sit linearum obscurarum protractio: putabit forsitan uidens diuisiones esse uel fissuras. Et ita error est in distinctione, quia continuū apparet diuisum. Et in numero, quia pluralitas in uno. Similiter existente uisu in lucis fortis reflexione: si adhibeantur corpora modicū distantia: apparebunt continua. Et ita error est in cōtinuitate, propter lucem nimium aut fortem aut debilem.

49. *In motu & quiete. 138 p 4.*

In motu & quiete accidit error ex luce. Si enim nocte cōprehenderit uisus hominem, & remotū ab eo nemus: occultabitur distantia hominis ad nemus: & si moueatur uidens ad hominem illū, quāto magis ad illum accesserit, tantò distantiam illam certius uidebit. Vnde cum prius simul cum nemore appareret ei homo uisus, quando ad eum accedit, plus uidetur à nemore remotus: & cum certum sit ei, nemus immotum manere: syllogizabit hominem uisum à parte nemoris incedere, licet ueritas habeat ipsum immotum esse: qui error nō accideret in temperata luce. In quiete. Vt homo de nocte uisus non plenè comprehenditur: unde si modicum uideatur, nō discernitur, & motus putabitur quiescere.

50. *In asperitate & lenitate: raritate & densitate: umbra & tenebris. 141. 144 p 4.*

In asperitate & læuitate erit error. De nocte enim uisa asperitas iudicatur forsitan læuitas: aut è cōtrario, secundum quod fuerit rei uisæ qualitas. In raritate & densitate. De nocte enim remissa iudicabitur in corpore multū raro raritas: quia cū post ipsum non plena fiat comprehensio solidi: æstimabitur remissio raritatis eius uiam negare uisui: Corpus uerò modicè rarū uidebitur solidū. In umbra & tenebris. Si enim in pariete albo fuerint partes obscure, & cadat super parietē illum lux candelæ: iudicabit forsitan uidens obscuritatē illam esse umbrā: & uidebitur ei forsitan, quòd procedat apparens umbra à uicino pariete: & ita error est in umbræ æstimatione. Similiter si fuerit in parte parietis nigredo multum: æstimabitur forsitan uacuitas foraminis iter præbens egredientib. tenebris. Et si tota parietis superficies afficiatur intensa nigredine: totus forsitan putabitur tenebræ, ut accidit in pariete cooperto ignis fuligine, & uiso in debili luce.

51. *In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150. 153 p 4.*

In specie & deformitate. Palàm enim, quòd de nocte uidetur facies formosa, licet in ea sint maculae, sicut in lentiginosa. Et si fuerint in re uisæ picturæ subtiles, totalis speciei causæ, cum in nocte uisum lateant: uidebitur res deformis. In similitudine & dissimilitudine. In corporib. enim eiusdem speciei, coloris, & figuræ, in quibus est partialis diuersitas per latètes notas: in debili luce omni moda similitudo iudicabitur. Et si diuersa fuerint corpora, in specie, colore, & figura, sed ex aliquib. notis conformitas est partialis: propter occultationem notarum ex remissione lucis, iudicabitur omnimoda diuersitas corporum. Et palàm, in omnibus prædictis errorem accidere ex sola debilitate lucis, cum ipsa intra terminos temperantiæ sita, error non accidat, alijs immotis.

52. *Magnitudo immoderata creat errores in singulis uisibilib. speciebus. In distantia. 16 p 4.*

Quantitas egreditur à temperantia, & ille egressus causæ est erroris in omnibus, quibus fidè facit syllogismus. Error erit in longitudine ex causâ prædicta: ut si uideantur duo homines à longitudine temperata, & in suo genere maxima, & unus paululum fuerit ante alium: non discernetur uia inter eos sita: unde unus eorum apparebit circa alium. Et accidit error: quoniam distantia eorum cum multum sit parua, non est proportionalis totali eorū à uisu elongationi, licet elongatio sit temperata. Est aut error in longitudine, quoniam homines illi iudicabuntur ab oculo equè remoti: & ita quantitas unius longitudinis maior, quàm sit in ueritate. Vnde error in longitudine.

53. In situ. 44 p 4.

In situ propter quantitatis paruitatem est error. Quoniam granum sinapis si fuerit ab oculo declinatum, tamen uidetur rectum: quoniam pro paruitate nimia non potest deprehendi declinatio huius grani super lineam intellectualem, in quam axis communis cadit orthogonaliter: quoniam non plenè discernitur longitudo inter hanc lineam & extremitates grani, cum sit minima. Et secundum hanc longitudinem consideratur declinatio eius super lineam illam. Et secundum hanc lineam consideratur semper declinatio rei uisæ, respectu uisus utriusque. Et ita error est in situ, ex quantitate immoderata.

54. In figura & magnitudine. 97. 28 p 4.

In figura. Cum enim res uisa fuerit multum parua, & fuerint in ea anguli: anguli occultabuntur uisui: unde fortasse eius forma, cum non sit, æstimabitur rotunda aut longa: & si fuerit in ea incuruatio modica, latebit uisum, & æstimabitur superficies eius plana: unde palam, quod error est in figura. In quantitate. Quantitas intemperata errore inuehit: Propositis enim uisui duobus corporibus, quorum unum modicè excedat aliud in longitudine sola, aut in latitudine: forsità iudicabuntur æqualia omni dimensione. Et est error iste: quoniam excrementum unius dimensionis super aliam, euasit fines temperantiæ, respectu uisus, cum sit ei insensibile præ nimia sua diminutione: Ob hoc necessariæ sunt mensuræ, ut uerificentur quantitates corporum: cum non acquiratur certitudo per uisum.

55. In diuisione, continuatione, & numero: motu & quiete. 109. 138 p 4.

In diuisione error accidit. Capillo enim adherente uitro: apparebit diuisio esse in uitro & fissura, cum ibi sit continuitas uera: & prouenit hoc ex capilli tenuitate, quoniam si adhaerit uitro quantitas corpulenta: non estimabitur in eo fissura. In continuatione. Si enim prætendantur uisui folia pergameni tenuia, æqualis latitudinis bene compressa, & ignoret uidēs esse folia: iudicabit ipsa esse cōtinua, & unū corpus efficere. Et est erroris causa quātitas uisus interiacētis inter folia, quæ præ sua paruitate non percipitur à uidente. Et eadē erit causa erroris numeri, quæ cōtinuitatis. In motu. Si enim moueantur duo, quorum unum moueatur paulò uelocius alio: putabit uidēs æquale esse motum eorum: quia insensibile est unius super aliud excrementum uidentis. Similiter quantitas excessus uisus, quā incedit unus super eā, quā incedit alius, imperceptibilis est uisui. Vnde iudicatur æqualitas uiarum & motuū. In quiete. Cū enim offertur uisui aliquid multū paruum, forsitan mouebitur pars eius aliqua, & ipsum iudicabitur immotum, cum motus partis lateat uisum.

56. In asperitate & lenitate: raritate & densitate: umbra & tenebris. 141. 144. 147 p 4.

In asperitate & lenitate. Cū enim occurrerit uisui res multū parua: iudicabitur forsitan lenitas, ubi fuerit asperitas, & e cōtrario. Quoniā, ut dictū est, [53 n 2] asperitas nō cōprehēditur in corpore, nisi ex umbra quarūdam partiū super alias, uel eminentia earum, & depressione aliarū: quod totum occultabitur iudicio uidentis, præ nimia paruitate corporis. In raritate & soliditate. Si quis enim intueatur corpus ualde paruum politū, ut ab eo lux possit reflecti, sicut est margaritæ simile: rarum esse iudicabitur, cum non sit. Similiter uiso corpore raro multū paruo, quod post ipsum non sit corporis solidi comprehensio: existimatur esse solidam. In umbra & tenebris. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum ualde nigrorum distinctio, adhibita solis luce, sed directè in parietem cadente uel prope: æstimabuntur à uidente singula puncta singula esse foramina, post quæ erumpant tenebræ, unde error cum tenebrarum æstimatione ex sola punctorum paruitate: qui non accideret, si nigredo quantumcunq; intensa magnam partem parietis inficeret. Si aut fuerit in punctis illis nigredo non adeò intensa: reputabūtur quidem puncta illa, foramina, in quibus sit umbra: cum lux nō penetrat ea, sicut solet accidere luce super multorum foraminum speciem cadente. Vnde error umbræ ex sola punctorum diminutione.

57. In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150. 153 p 4.

In specie & deformitate: Cum præ sua paruitate occultantur uisui deturpantes corpus uisum macule, accidit erroneum de specie iudicium: quia sumitur ex apparentibus tantū: Sicut est error in deformitate, cum propter paruitatem lateant picturæ decorē ingerentes rei uisæ. In similitudine & dissimilitudine. Cum enim notæ minutissimæ inter aliqua corpora, similitudinis aut dissimilitudinis fuerint causæ: quia prætereunt uisum præ paruitate sua, iudicabitur similitudo aut dissimilitudo omnimoda: & sumetur iudicium ex apparentibus tantū. In omnibus prædictis est error in syllogismo ex paruitate corporis: cum ea existente tēperata non accidat error, alijs immotis.

58. Soliditas immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia & situ. 16. 44 p 4.

Soliditas aliquando egreditur temperamentum, & errorem inducit in quolibet eorum, quæ cōprehenduntur per syllogismum. In lōgitudine. Si enim minima fuerit corporis soliditas: & est: ut sit ualde rarum, sicut est crystallus pura, & sit post ipsam corpus lucidū luce forti: non cōprehendetur crystallus, sed quasi nullum esset intermedium, cōprehēdetur corpus per ipsam: unde, cū quasi non sit, fiat rari acquisitio: non plena erit longitudinis eius ab eo cōprehēditur declinatio, & iudicabitur for-

bitur forsitan rectitudo. Vnde error in situ, & etiam error in longitudine: quoniam una eius extremitas eiusdem longitudinis reputabitur cum alia, cum sint diuersæ.

59. In magnitudine & figura: diuisione, continuatione & numero. 28. 97. 109 p 4.

DEinde quoniam quantitas corporis comprehenditur ex longitudine, & anguli, sub quo uidetur, capacitate: ignorata longitudine: accidit error in quâtitate. Modo consimili erit error in figura. Si enim in corpore fuerint anguli: occultabuntur uidenti: unde sexangula forma putabitur sphærica. Si uerò modica fuerit incuruatio in corpore, latebit, & iudicabitur corpus planū esse. In distinctione erit error. Si enim fuerit per corpus magnæ raritatis linea nigra, apparebit corpus diuisum in loco, in quē cadit linea. Si uerò fuerint duo corpora talia modicū à se distātia: reputabuntur continua. Vnde error in continuitate. Et palàm, quòd ex his erit error in numeri comprehensione: cum uel unum plura, uel plura unum apparebunt.

60. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu erit error ex immoderatione raritatis: si opponatur foramini corpus ualde rarum, ut erythallus: & huius corporis extremitates lateant uisum: & post corpus hoc moueatur aliud: putabit uidens corpus rarum moueri, cum sit immotum: quod non accideret ipso temperatè solido. In quiete accidit error ex eadem intemperantia. Si enim corpus ualde rarum includatur in manu, coniunctum manui, & ab ea recedat, & moueatur intra manum reuolutionis motu, immòta manu: ita tamen, ut appareat diuisio aliqua inter ipsum & manum: iudicabitur corpus illud immotū: quoniā non potest in eo cōprehendi motus, nisi mutatione situs partiū partis alicuius, respectu manus, uel partis eius. Et quia omnimoda est similitudo in partibus, uel prætenditur: propter raritatē non potest discerni alicuius partium situs: quare nec motus.

61. In asperitate & lenitate: raritate & densitate. 141. 144 p 4.

IN asperitate & lenitate. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forsitan læue. Si uerò fuerit læue, & statuatur post ipsam corpus asperum, aut corpus diuersorum colorum, æstimabitur hoc corpus rarum & læue, asperū. Vnde error in læuitate. In raritate. Si enim post corpus ualde rarū sit aliud corpus rarū non multū, & colore forti coloratū: apparebit primum non multū rarum, sed æstimabitur eius raritas secundum raritatem postpositi. Vnde utrum alij uitro superpositum non apparet ita rarum, sicut apparet eo solo uisui adhibito. Vnde error in raritate. Si aut post primū rarum statuatur corpus solidum: iudicabitur primū solidū: unde error in soliditate. Pari modo si uas ualde rarum contineat uisū, cum post illud nō percipiatur lux aut corpus aliud: iudicabitur forsitan totum cum uino utrum esse unum corpus solidum.

62. In umbra & tenebris. 147 p 4. 67 p 10.

IN umbra erit error ex raritate. Luce enim solis in domū aliquam per foramen aliquod descendēte, & super fenestram uitream cadente, cum domus illa sit umbrosa: apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux in ipsam incidat: quæ quidem lux comprehenderetur, si solidum esset fenestræ corpus: quoniam non transiret, & ita super solidum apparet. Vnde error in umbra. In tenebris. Luce enim solis in aquam fluminis nō descendente, aut in mare, sicut accidit hora matutina & uespertina: & si fuerit claritas in aqua: apparebit tenebrosa: & quantò fuerit clarior, tantò putabitur tenebrosior. Et accidit hoc: quoniam pars aquæ superior umbrā iacit super proximā partem inferiorem, & illa proxima super aliam inferiorem propinquam: & ita per singulas usq; ad fundum. Et licet singularum partium umbra in se sit modica: tamen coniunctæ unam efficiunt maximam, sicut palàm est in colore uini accidere: In modica enim quantitate uini color est debilis: & in multa, licet eiusdem modi, fortis. Causa autem quare in mari umbram iacente uideantur esse tenebræ in maris claritate, est: quoniam intensa claritas intensam reddit raritatem: unde uisui maiorem reddit penetrationem: Vnde fit acquisitio plurium maris partium umbram facientium: quoniā umbrarum aggregatarum perceptio inducit fidem tenebrarum. Si uerò mare fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem penetrabit uisus paululum, & comprehendet modicam aquæ partem: & licet faciat umbram, cum ipsa sit remissa, color illius partis uincit umbram. In turbida enim aqua color apparet, in clara nullus: unde & propter turbidæ aquæ colorem & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenduntur in aqua tenebræ: unde ipsa turbida, apparebit colorata, & clara tenebrosa. Solis autem radio cadente super faciem maris, cum ei per raritatem ipsius pateat transitus: abijcietur omnis tenebrarum & umbræ apparentia.

63. In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150. 153 p 4.

IN decore & deformitate. Si enim in uase multum raro sint particulæ uel incisuræ ipsi decorem afferentes: & imponatur uas illi uisum turbidum & terpe occultabuntur decoris causæ: & iudicabitur uas deforme, ut aliquando accidit in uitreo uase. Econtrariò si uas tale deformet eius aliqua particulæ, & imponatur ei uinum clarum lucidum, & in colore formosum: occultabuntur deformitatis causæ, & reputabitur uas speciosum, cum sit deforme. In similitudine & dissimilitudine. Si duo uasa multum rara conueniant in forma, specie, raritate: sed discrepent in aliquarum partiū dispositione,

dispositione, & uino eiusdem coloris, eiusdem claritatis impleantur: latebunt causse diuersitatis, & reputabuntur omnino similia. Si uero inter ea fuerit diuersitas in specie & forma: sed in aliquibus parialibus conuenientia, & uino simili impleantur: putabuntur omnino dissimilia. Vnde error in similitudine & dissimilitudine: quia sumitur iudicium ex apparerib. tantum. Et in omnib. predictis accidit error ex sola soliditatis intemperantia: quonia alijs in suo esse manentibus, non accidit error, ea ad temperantiam reuocata.

64. *Perpicuitas medij immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia: situ: figura: magnitudine: diuisione: continuatione & numero. 16. 44. 97. 28. 109 p 4.*

Raritas aeris inter uisum & rem uisam intercedentis egreditur temperamenti proprii metas, & errorem generat in omnibus, quorum fidem uisus efficit per syllogismum. In longitudine. Si enim fuerit aer pruinofus & obscurus, sicut in horis matutinis solet accidere: turri aliqua uisui opposita in longitudine temperata: aestimabitur plus a uisu elongata, quam habeat ueritas. Vnde error in longitudine est. Et causa est: quonia non comprehenditur longitudo inferioris terrae, super quam elongationis turris sumitur mensura: & occultatur terra ex raritate aeris diminuta. Vnde raritas est causa erroris. Si aut in hoc aere declinetur modice corpus uisum: occultabitur declinatio, quae pateret in aere claro. Vnde error in situ. Et si fuerit in corpore gibbositas modica: apparebit planum in tali aere: & si fuerint in corpore anguli, latebunt. Vnde erroneum erit figurae iudicium: In quantitate erit error ex tali aere: quonia uisum maius apparebit, quam in temperato aere: Sicut accidit in corporib. post aquae raritatem comprehensis. Et si fuerit in corpore quasi linea nigra: putabitur esse partium diuisio. Vnde error in diuisione. Et si fuerint duo corpora modice a se disiuncta: apparebunt in hoc aere continua. Vnde error in continuitate. Et ex his palam, quod error est in numero.

65. *In motu: quiete: asperitate: lenitate: raritate: densitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: similitudine & dissimilitudine. 138. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.*

In motu. Si enim in aere duo uideantur, quorum unum alio paulo uelocius moueatur: iudicabitur fortasse aequalis esse eorum motus: cum in temperato aere discerni possit cuius ad alium excessus. Et est error propter latens excrementum uisus uisus super uiam alterius. In quiete. Si quis enim per talem aerem a longitudine temperata non tamen parua uideat aquam fluentem: aut iudicabit eam immoram: aut si fuerit fortis eius fluxus: minus, quam moueatur, motam. In asperitate & lauitate. Quia in hoc aere uidebitur asperum laeue, propter latentes asperitatis causas. Et uisa re polita, cum non discernatur in ea reflexio: aestimabitur aspera. In umbra. Si enim post hunc aerem uideatur corpus album, in quo sint particulae rotundae nigrae, luce ignis in corpore illud cadente, ita tamen, ut sit interpositio huius aeris: apparebit in locis illis umbra, aut forsitan reputabuntur foramina uia tenebris eripientibus praestantia. Vnde error in umbra & tenebris. Quare post hunc aerem corpus rarum apparebit minus rarum: & forsitan putabitur solidum. Et ita error in soliditate & raritate. In specie & deformitate, propter causas particulares corpus decorantes, uel deformantes, in hoc aere latentes. In similitudine & dissimilitudine propter particulares diuersitatis, aut conuenientiae causas, inter duo corpora non apparentes. Et in his omnibus prouenit error ex raritate aeris sola immoderata, cum alijs immotis, in aere temperato non accideret.

66. *Tempus immoderatum creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia: situ: figura: magnitudine. 16. 44. 97. 28 p 4.*

Tempus extra temperamenti sui fines locatum causa est erroris per singula, quorum fides in uisu sumitur ex syllogismo. In longitudine. Si enim subito intueatur quis aliquid remotum a turri, quod statim uisui surripiatur: non poterit plene discernere longitudinem inter illud & turrim: & iudicabitur forsitan aut minus remotum a turri, quam sit in ueritate, aut magis. Et est causa: quonia in illa temporis instantia non percipitur a uidente terra intermedia inter turrim & rem uisam, secundum quam sumitur distantiae mensura: aut quonia in breui tempore, non poterit axis uiam intermedia discernere. Vnde nec plene comprehendere. Et ita error in longitudine. In situ. Cum aliquid subito occurrit uisui, & statim recedit: reputabitur forsitan rectum, declinatum, aut econtrario. In figura. Si fuerit modica gibbositas in re subito uisa: latebit, & putabitur res plana, aut latebunt anguli, si fuerint in ea. In quantitate. Si quis enim titionem ardentem moueat motu citissimo, & intra uiam modicam, ut saepe uadat & reuertatur per eam: apparebit uia motus ignea: quoniam motus titionis ab uno uiae termino ad alium fit quasi in instanti. Vnde propter breuitatem temporis non potest discerni uel quantitas uel motus titionis. Vnde & hic error in motu.

67. *In diuisione: continuatione: numero: quiete & motu. 109. 138 p 4.*

In diuisione. Si quid enim subito uisum a uisu diuertatur, & fuerit in eo linea nigra: putabitur esse diuisio partium, illa nigredo. Et si corpora contigua uel ualde propinqua subito uideantur: aestimabuntur continua: sicut accidit in scannorum tabulis subito inspectis. Vnde error in continuitate. In motu. Cum duorum unum paulo uelocius alio mouetur: motus in tempore modico comprehensibilis iudicabuntur, cum non tam subito comprehensibilis sit excessus. In quiete. Si enim aliquid modice moueatur: subito uisum moueri non uidebitur: quonia uia, quam percurrit in tempore super perceptionis, imperceptibilis est uisui propter paruitatem. Superius aut explanatum est, [51 n 2] quod non comprehenditur

prehenditur motus in corpore, nisi in tempore sensibili. Similis error accidit in rota modica: cum citissimè uoluitur, apparet immota: cum non possit fieri comprehensio reuolutionis eius in tempore tam paruo, quàm paruum est, in quo fit una eius reuolutio. Idem error accidit in trocho. Vnde error in quiete: quoniam non potest discerni mutatio situs partium trochi: quare nec motus eius. Et si unius coloris fuerit trochus: palàm, quòd non comprehenditur motus. Si uerò plurium & diuersorum colorum: nec sic etiam apparebit motus: cum lateat colorum diuersitas, & prætendatur ex nimia festinatione, confusa quædam colorum unitas.

68. In asperitate: lenitate: raritate: densitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: similitudine: dissimilitudine. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.

In asperitate. Cum enim subito uidetur asperum: putabitur forsitan læue: & si hoc modo uideatur, non poterit in eo discerni læuitas aut asperitas. Vnde dubitatio & error. In raritate. Luce enim declinata super corpus remissè rarū descendente, subito uisum, cū non percipiatur declinatio lucis: putabitur forsitan, quod in fine raritatis sit apparēs raritas corporis. Quòd si in tempore paulo maiore adhibeatur uisus: percipietur declinatio causa apparentiæ raritatis remissæ. In soliditate. Si quis enim instanter uideat corpus rarū, & post ipsum nō discernat lucis transitū, putabit illud esse solidū. In umbra. Si in albo pariete sint partes subnigræ, descendēte super ipsum ignis luce, subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uerò nigredo earum uisa fuerit intensa: æstimabuntur foramina tenebris plena. In specie & deformitate. Quia in tā paruo tempore non sunt cōprehensibiles minutæ decoris & deformitatis causa: sicut accidit cū aliquis inspiciens per foramen intuetur faciem, iudicat aliquando fœdam: formosam: uel econtrariò. Et idē error accidit mota re uisa, oculo immoto. In similitudine & dissimilitudine: Quoniam latent particulares similitudinis & dissimilitudinis causæ. Et in his omnibus ex solo tempore non moderato accidit error: cum in prædictis nullas accideret, eo ad temperantiam reducto.

69. Imbecillitas uisus creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia: situ: magnitudine: figura: diuisione: continuatione: numero. 16. 44. 28. 97. 109 p 4.

Visus debilitas & immoderatio errorē inuehit singulis per syllogismū in uisu comprehēsis. In lōgitudine. Si enim opponatur uisui duo corpora, quorum unū sit coloris fortis, & remotius: aliud coloris debilis, & oculo propinquius: cū nō fiat cōprehensio longitudinis, nisi facta collatione ad aliqua corpora interiecta: [per 25. 39 n 2] faciet incertā collationē debilitas uisus. Et quia certum est homini, quòd ex locis propinriorib. certior sit fides uisui, q̄ ex remotiorib. concludit illud, quod apparet ei certius ex his corporib. esse propinquius. Et planum, quod uisui debili certior sit fides coloris fortis, quàm debilis: licet paulò plus elongati. Idem error accidit etiā in temperantia uisus: quoniā à longitudine magna propinquius iudicatur corpus, cuius color fortis, quā cuius color debilis: licet nō sit multò remotius. In situ errat uisus debilitas. Si enim ab aliquāta longitudine, licet temperata declinetur corpus, & sit modica declinatio: ignorabitur, cū plene comprehenditur lōgitudō. Et incertitudo longitudinis quātītatis, errorē etiā situs ingerit. In figura. Quia gibbus modicus, & multiplex angulus latent debilitatē uisus. Et si in corpore linea nigra fuerit: æstimabitur diuisio uel fissura: & æstimabuntur corpora contigua, unū continuum. Vnde error in diuisione: continuatione: numero. Eadem erroris causa strabo unum iudicat duo: si fuerit deformitas in uno tantum oculo. Quoniam habet res uisa diuersitatem situs, respectu duorum oculorum eius. Si aut in duobus oculis eius sit deformatio: cum accidit eos moueri: forsitan accidet eis diuersitas situs, respectu rei uisæ: & ita in uno pluralitas.

70. In motu & quiete. 138 p 4.

In motu. Si quis enim sæpius in circuitū uoluitur, cū quiescit: putat, quòd parietes moueātur. Est enim, quoniam moto uidente, mouetur intrinsecus uis uisibilis: & licet uidēs steterit, nō statim uis uisibilis stabit: sed motus eius in uidentis quiete durabit: & ob hoc motus uisarum rerū æstimatio insurgit. Et huius motus exemplum in trocho uidemus: quoniā diu post manus mouentis quietem uoluitur trochus. Est etiam infirmitas, in qua uidentur patienti omnia uolui. In quiete. Quando corpus similibus partium, ut sunt quædā rotæ horologiorum, reuoluitur reuolutione pauca: uisus debilis non percipit eius motum, quē quidem perciperet uisus temperatus. Si aut multa sit reuolutio, non percipitur etiam à temperato. Si uerò sit dissimiliū partium corpus motū, ut in rota molerina: tunc uisus debilis comprehendet motum: Si autem festina fuerit rotæ reuolutio: occultabitur uisui debili motus. Quoniā partes rotæ multū dissimiles sunt: non plene comprehendetur dissimilitudo in festinatione: & per dissimilitudinem partium fit comprehensio motus earum.

71. In asperitate: lenitate: raritate: densitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: similitudine: dissimilitudine. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.

In asperitate & læuitatē. Quia forsitan reputabit modicè læue, asperū: uel econtrariò, si inter formas asperi & læuis fuerit dissimilitudo. In raritate. Cū fuerit in corpore raro soliditas pauca: æstimabitur à uisu debili maior uera. In soliditate. Si fuerit in corpore raro color fortis, aut post ipsum, & raritas nō maxima: putabit illud esse solidū. In umbra. Notæ parietis subnigræ, descendēte sup ipsum luce, apparēt huic uisui umbræ: & si fuerint multū nigræ: apparebūt foramina, in quibus tenebræ. In

deformitate & decore: similitudine & dissimilitudine, ppter particulares decoris uel fœditatis, similitudinis & dissimilitudinis causas uisû latêtes. Et est error in p̄dictis omnib. ex sola debilitate uisû.

72. *In uisione errores creantur aliàs quidem à singulis uisionē perficientibus: aliàs uerò à pluribus simul, quorum nullum per se errorem crearet. 154 p 4.*

Iam diximus, quomodo accidat error in syllogismo, secundum unamquâq; causarum erroris uisus in qualibet partium, quæ acquiruntur per syllogisum, & incessimus super quemlibet erroris modum, & cuiuslibet supposuimus exemplum. Et licet in errorib. uisus sit copiosa multitudo: tñ omnium ad modos dictos fiet reductio, & ad exēpla ordinatiū proposita: assignauimus quoq; errores, secundum quod singuli eorum accidunt ab unica tantū causa. Et aliquando error intertur non ab una tantum, sed à duabus causis uel plurib. Verbi gratia. Si moueatur aliquid à longitudine magna motu lento: subito uisum uidebitur immotū: & percipi posset motus ille in distantia temperata etiam celeri uisu, uel etiā in illa longitudine intemperata non occultaretur motus: si temperatum esset inspectionis tēpus. Prouenit igitur error ex duabus intemperantijs, quarum neutra per se sufficit: triū aggregatio errorem efficit. Si à magna lōgitudine, sub debili luce, in modico tēpore, opponatur uisui corporis diuersorum colorū reuolutio non cita: æstimabitur corpus stare: Et si ab eadem longitudine, sub eadem luce, tempore temperato, adhibeatur intuitus: comprehendetur motus: qui similiter non latebit in tēperata longitudine, sub eadem luce & modico tēpore: & etiā percipi poterit in eadē longitudine sub forti luce. Et generaliter ex omnib. errorib. uisui accidentib. nec unus nec plures congregati euadūt causas, quas diximus. Quælibet aut forma rei uisæ, ex ijs, quæ enumerauimus, est cōposita. Et cum uisus non acquirat ex rebus uisib. nisi aliquas istarū: non accidit error in uisu, nisi in aliqua istarū. Et omnis error, qui accidit in scientia, est, quoniam intellectus similia efficit, quæ percipit, cū ijs, quæ percipit in modo aliquo, aut dissimilia. Et omnis error in partialibus erit, aut in sensu, aut in scientia, aut in syllogismo: & non potest esse, quin sit in aliquo istorū, aut duobus, aut ipsis tribus. Et quicumque error accidit in huiusmodi tribus, non erit, nisi per errorem uisus in partibus. Et iam patuit, quod error uisus in partialib. non erit, nisi propter causas, quas assignauimus, aut ex una earum tantum, aut ex pluribus.

ALHAZEN FILII

ALHAYZEN OPTICAE

LIBER QVARTVS.

LIBER iste diuiditur in quinque partes. Pars prima est proœmium libri. Secunda est in declaratione, quod luci accidat reflexio à politis corporib. Tertia est in modo reflexionis formæ. Quarta in ostensione, quod comprehensio formæ ex corporibus politis non est, nisi ex reflexione. Quinta est in modo comprehensionis formarum per reflexionem.

PROOEMIUM LIBRI. CAP. I.

1. *Visio fit trifariam: rectè: reflexè: & refractè. In praf. 1.3.10 Libr.*

Iam explanauimus in libris tribus modū comprehensionis formarū in uisu, cum fuerit directus: & enumerauimus singula, quæ in rebus uisib. cōprehendit uisus. Sed diuersificatur acquisitio uisus tripliciter: Aut enim directè, sicut diximus: aut per reflexionem in politis corporibus: aut per penetrationem, ut in raris, quorum non est raritas, sicut raritas aeris. Et non potest diuersificari uisus, nisi in his modis tribus. Et his duobus modis posterioribus comprehendit uisus in rebus uisib., quæ supra exposuimus, & quorum acquisitionē in uisu directo patefecimus. Et forsitan uisus in his incurrit in errorem, aut consequitur ueritatem. Et nos assignabimus in hoc libro, quando per reflexionem fiat formarum acquisitio: & quomodo erit reflexio: & quis linearū reflexarum situs: Et præponemus quædam accidentia præponenda.

QVOD LUCI ACCIDAT REFLEXIO A POLITIS CORPORIBUS. Cap. II.

2. *Lux & color reflectuntur à quolibet polita superficiei puncto, lineis rectis. 1 p 5.*

Planum est ex libro primo [1.2.3.14.18.19 n] quod lux à corpore lucido luce propria uel accidentali dirigatur in omne corpus ei oppositum: & eodem modo color, cū in eo lux fuerit, mittitur. Itaq; corpore polito opposito corpori lucido, mittitur ad ipsum lux mixtim cū colore, & reflectitur lux cū colore, siue fuerit fortis, siue debilis, siue prima, siue secundaria. Et quod fiat in luce forti reflexio, potest patere: opposito luci forti speculo ferreo, si oppositus fuerit paries speculo, & descenderit sup ipsum lux declinata, nō recta: uidebitur in pariete lux fortis reflexa: quæ qdē nō uidebitur super eundem locum, si speculū aueratur uel moueatur: imò secundum motum speculi mutabitur lo-

tur locus lucis reflexæ in pariete. Quare palàm, reflexionem fieri in luce forti. In luce debili patère potest facile. Si intra domū aliquā, per foramen unicū à terra elongatū, sed non multū, descendat lux diei, non solis, super aliquod corpus: & circa corpus statuat: tur speculū ferreum: & circa speculū corpus aliquod albū: apparebit in secundo corpore albo lux maior quàm sine speculo: & augmentū illius nō est, nisi ex speculi reflexione, quoniā ablato speculo sola lux secundaria debilis apparebit in corpore albo. Amplius: si diligens figatur intuitus in lineis, per quas à corpore primo lux in speculū mittitur: perpendetur quidē linearū illarū declinatio super speculū, & super idē linearum punctū, reflexionis declinatio eadē. Et est propriū reflexionis, ut sit eadē declinatio, & idē angulus linearū uententij & reflexarū. Quod si moueatur corpus albū à loco reflexionis in aliū locū: tamē circa speculū: nō uidebitur in eo lucis augmentū: nec uideri poterit, nisi in illo situ tantū. Quare planū est propriū esse reflexionis hunc sitū. Hoc idē poterit uideri in secundaria luce: si prædictum speculū sit argenteum, & corpus tertium albū sit ex alia parte speculi: apparebit quidē super corpus tertium lux secundaria, & super corpus secundū lux maior illa: Et palàm, huius maioritatis causam solā esse reflexionē. Patebit autē in omni loco lucis reflexio: ubi super corpus descendit per foramen aliquod lux fortis, adhibito luci speculo, & ei corpore albo opposito, modo supra dicto. Verūm locū reflexionis & linearū sitū explanabimus. Iā patuit in libro primo, [1.2.3.14.18.19 n] quod lux reflexa sequitur rectitudinem linearum: quare ex corporibus politis fit reflexio secundum processum rectitudinis in situ proprio.

3. *Lux & color à quolibet superficie colorate puncto ad quodlibet superficie polite opposite punctum permixti confluunt. 2 p 5.*

Amplius: Planum est ex superioribus, quod lux secunda à corpore illuminato, accidentali luce procedēs, secū fert colorē corporis. Ab omni igitur corpore illuminato sen lucido color mixtū cū luce ad corpora opposita polita mittitur, & mixtū in partē debitā reflectitur. Et huius rei fides poterit fieri, si intra domū unius foraminis tantū, descendat lux super corpus forti & specioso colore: & statuatur circa ipsum speculū ferreū, & circa speculū corpus concauū ad scyphū modū, intra quod sit corpus albū, & aptetur hoc uas in loco reflexionis, ut lux reflexa incidat in corpus albū: apparebit quidē super faciē albi corporis color illius, in quod sit primò descensus lucis: quod quidē nō accidet, si extra propriū sitū reflexionis statuatur corpus albū. Et secundū diuersas colorū species hoc pbatū inuenies, uelut in colore cœlesti, rubore, uiriditate, & huiusmodi. Quare planū, colorē mixtū cū luce remitti, & certiorē esse coloris reflexi apparitiā, si speculū fuerit argenteum.

4. *Reflexio debilitat lucem & colorem: & omnino totam uisibilis speciem. 3 p 5.*

Quare autē nō appareat hæc probatio, scilicet, quod cōprehēdatur color reflexus, cuiusq; corpori opponatur speculū, sed ei adhibeatur albū, hæc est ratio: sicut supra dictū est: colores debiles (licet simul cū luce mittantur) nō sentiuntur. Formæ enim, quæ reflectuntur, debiliores sunt formis, à quibus reflexio oritur. Et hoc in hac luce potest patère. Quoniā luce forti in speculam cadēte, & reflexa in pariete: debilior uidebitur lux parietis, quàm speculi, & notabilis est inter eas proportio. Idē patebit in luce debili pari modo, ut in domo in prima dispositio: si corpus tersum tertium albū ponamus loco speculi ferrei, uel circa ipsum: maior apparebit lux super hoc corpus, quàm super secundū: quod nō accideret, nisi reflexio lucē debilitaret. Sed dicit aliquis, causam huius rei esse nigredinē speculi ferrei, quæ admixta luci, in speculū cadenti, ipsam obumbrat, & reflexa in corpus secundū debilis & fusca apparet: sed in corpus tertium loco speculi positū nō descendit lux, nisi à corpore primo nulli admixta nigredini. Verūm quod hoc nō sit in causa, palàm ex eo est: quod loco speculi ferrei, argenteo posito, eadē accidit probatio. Pari modo reflexus color debiliior erit colore, à quo fit reflexio: quod in domo & uase, ut antea, patère potest: si corpus albū loco speculi ponatur, uel circa: fortior apparebit in ipso color, quàm in corpore albo intra uas posito. Et idem patebit, si loco ferrei speculi argenteū ponatur speculū. Igitur reflexio debilitat & lucem & colores: sed colores amplius, quàm lucem, secundum utrumq; speculum. Et est: quoniam colores accedunt debiliores, quàm lucem: unde facile efficiuntur in reflexione debiliores. Amplius: color debilis cum peruenerit ad speculū, miscetur colori eius: quare reflexus apparebit debilis & tenebrosus. Et formæ debiliores sunt reflexæ, quàm in loco reflexionis: & reflexio causa est debilitatis.

5. *Lux & color reflexi sunt debiliores luce & colore primis: fortiores autem secundis, cum quibus ab eodem ortu æqualiter distant. 4 p 5.*

Poterit aliquis dicere, nō esse debilitatē formarū in reflexione, nisi ex elongatione earū à sua origine. Sed explanabitur, quod licet ab ortu æqualiter elongentur lux directa & lux reflexa: tamen debiliior erit reflexa. Intret radius solis in domū aliquā per foramen: & opponatur foramini in ære speculū ferreū minus foramine: & lux foraminis residua cadat in terrā super corpus albū: & lux à speculo reflexa cadat in corpus albū eleuatum: hoc obseruato: ut eadē sit eleuati & iacentis à foramine longitudo: uidebitur quidē super eleuatum lux minor, quàm super iacens. Et huius minoritatis nō potest assignari causa, nisi reflexio sola. Idē accidit, si speculum sit argenteū. Idē in colore potest patère: lux enim solis in domū aliquā per foramen detēdat super corpus coloris fortis, cui adhibeatur speculū, & aliud corpus concauū: intra quod sit corpus albū, in quod cadit reflexio: & statuatur in domo aliud corpus albū eiusdem modi, cū eo, quod est in cōcauo: & sit elongatio

huius albi à corpore colorato, in quod cadit lux foraminis, eadem cum elongatione albi, quod est in concauo ab eodem, & cum elongatione speculi ab eodem: tunc comprehendetur color debilior in albo, quod est intra concauum, quàm in eo, quod est extra: licet æquidistant ab ortu suo, id est à corpore colorato. Et in caussa est reflexio colorem debilitans. Amplius: lux reflexa fortior est luce secundaria: licet eiusdem sint elongationis ab origine sua. Luce enim reflexa cadente in corpus aliquod: si aliud eiusmodi corpus ponatur extra locum reflexionis: & sit cum eo eiusdem elongationis à speculo: uidebitur super ipsum lux minor, quàm in illo. Idem etiam planum erit in domo: si deponatur in terram, in directo foraminis speculum, quod accipiat totam foraminis lucem: erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, quàm super aliud eiusdem modi extra hunc locum, tantundem elongatum à speculo. Eodem modo si excedat lux foraminis quantitatem speculi: & cadat circa speculum lux in terram, aut corpus album, à quo aliud corpus tantum elongatur, quantum corpus reflexionis à speculo: debilior apparebit in eo lux, quàm super reflexionis corpus. Similiter accidit in colore, si corpus aliquod tantum distet à speculo extra situm reflexionis, quantum aliud ei simile, quod est in situ reflexionis: apparebit quidem super corpus, quod est in situ reflexionis, color reflexus: super aliud forsitan nullus. Si enim ferreum fuerit speculum: apparebit super ipsum color aliquis, sed ualde debilis, & longè debilior, quàm in corpore, quod est in situ reflexionis. Et ià igitur planum, quod formæ luciū & colorū ex corporibus politis reflectuntur, & in reflexione debilitantur: & erit forma directa fortior reflexa, cū eadē fuerit earū origo, & æqualis ab ea origine elongatio: & reflexa fortior secundaria, cū est idē uel æqualis ortus, & par elongatio.

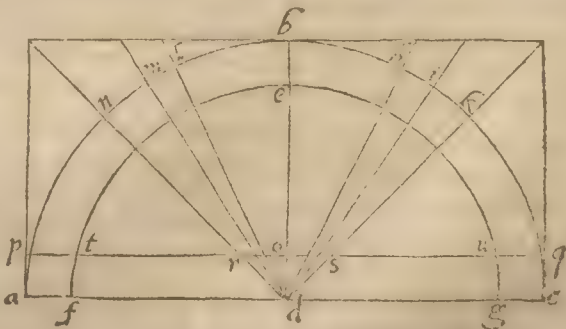
DE MODO REFLEXIONIS FORMARVM A' POLITIS CORPORIBUS. Cap. III.

6. Lenitatis: politæ superficiæ: & perpendicularis incidentiæ definitiones. In def. s. libr.

Politum est læue multum in superficie: Et læuitas est, ut sint partes superficiæ continuæ, sine pororum multitudine. Læuitas intensa est, ubi est multa partium superficiæ continuitas, & pororum paruitas & paucitas: & finis læuitatis est priuatio pororū, & priuatio diuisionis partium. Itaq; politio est politiuua cōtinuitas partium superficiæ, cum poris raris & exiguis: & finis politionis est uera cōtinuitas partium, & priuatio pororum. In omnibus politis superficiæbus, licet diuersis subiaceant figuris, accidit reflexio: & idem reflexionis modus & eadem proprietas est. Et est, quod ab omni polito superficie & quolibet eius puncto fit reflexio. Et sumpto quocunq; puncto in superficie, à qua fit reflexio: linea accessus formæ ad illud punctum, & linea reflexionis in eadē superficie erunt cum linea perpendiculari super illud punctum erecta: & tenebunt hę lineæ eundē situm respectu perpendicularis, & æqualitatem angulorum. Et uolo dicere perpendicularem: quæ sit perpendicularis super superficiæ, tangentem corpus politum in illo puncto. Et duę lineę cū perpendiculari sunt in eadem superficie orthogonaliter cadente super superficiem, corpus politum in puncto, à quo fit reflexio, tangentem. Si autem linea, per quam accedit ad speculū forma, cadat perpendiculariter super illud: fiet reflexio formæ per ipsam, non per aliam. Et hoc est propriū in omni reflexione, in omni polito corpore. Si igitur corpus politum fuerit planum: superficies tangēs punctū reflexionis, erit una & eadem cū superficie corporis. Si uerò fuerit columnare speculū interius aut exterius politū: erunt contactus superficiæ speculi & superficiæ contingentis linea tantum, secundum longitudinem speculi intellecta. Idē in speculo pyramidali intus uel extrā polito. In sphærico siue interius siue exterius polito, contingens superficies tangit in solo puncto.

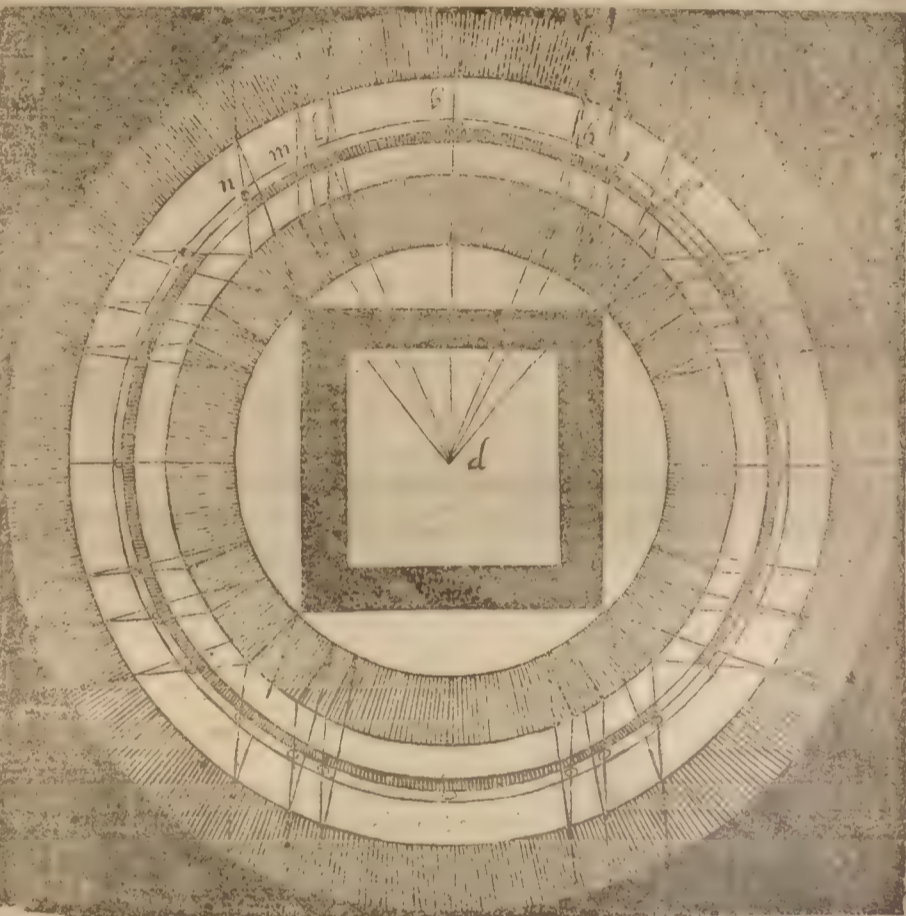
7. Fabricatio & usus organi reflexionis. 9 p. 5.

Quomodo autem etiam ad oculum pateat hic modus reflexionis in speculis omnibus, explanabimus. Accipe tabulam æneam spissam, ut firmior sit: eius longitudo sit non minor duodecim digitis: sitq; latitudo sex digitorum, & fiat linea æquidistans extremitati longitudinis: & circa illam extremitatē, & super punctū huius lineæ mediū ponatur pes circini, & fiat semicirculus, cuius semidiameter sit latitudo tabulæ: & [per 11 p. 1] extrahatur à puncto, quod est centrū, linea orthogonaliter super diametrum iā factā: & erit linea illa semidiameter diuidens semicirculum per æqualia [per 33 p. 6.] Et in hac semidiametro sumatur mensura unius digiti, & posito pede circini super centrū, fiat semicirculus secundū quantitatem partis residuæ semidiametri, secundum semidiametrum quinque digitorū. Et diuidantur semicirculi primi medietates, in quot libuerit, partes, ita ut sibi respondeant in æqualitate, prima scilicet primæ, secūda secundæ, & sic de alijs: & protrahantur lineę à centro ad puncta diuisionum. Deinceps in semidiametro mensura digiti signetur: & ex parte centri & super punctum signatum protrahatur linea, æquidistans diametro semicirculi, siue tabulæ extremitati [per 31 p. 1] & secetur. & tabula, quod interioret hanc lineam & semidiametrum, usq; ad centrum & lineas primas, ad diuisiones remi-



nes semicirculi protractas, id est ad lineas tales semidiametro propinquiores. Post secetur tabula circa semicirculum maiorem, ut solum remaneat semicirculus: & secetur tabula sub centro, ut centri locus æquatur quasi punctum: hoc tamen modo, ut in eadem superficie remaneat cum semicirculo & alijs lineis. Post sumatur tabula lignea plana excedens æneam in longitudine duobus digitis: & sit quadrata: & eius altitudo siue spissitudo septem digitorum. Signetur ergo in hac tabula punctum medium: & super ipsum fiat circulus excedens maiorem circum tabulæ æneæ, quantitate digiti magni: & fiat super idem centrum circulus, æqualis circulo minori tabulæ æneæ: & dividatur circulus maior in partes, in æqualitate respondentes partibus semicirculi tabulæ æneæ: ut scilicet prima respondeat primæ, secunda secundæ, & sic de alijs: & circumquaque secetur tabula lignea, ut solum remaneat maior circulus: & fiet hæc sectio usitato secandi modo. Secetur etiam pars tabulæ minore circulo contenta: & modus sectionis erit: ut huic tabulæ associetur alia tabula, ita ut linea à centro huius ad centrum illius transiens, sit perpendicularis super illam: & adhibito tornatili instrumento centris earum, fiat sectio partis circularis iam dictæ: (est autem alterius tabulæ associatio, ut fixa stet in sectione) igitur restabit tabula quasi annulus circularis, cuius latitudo erit duorum digitorum: longitudo quatuordecim: altitudo septem. Et sit hæc altitudo

optimè circula-
ta ad modum co-
lumnæ: remanēt
autē in latitudi-
ne huius annuli
lineæ diuidentes
circulū eius se-
cundum diuisio-
nē semicirculi ta-
bulæ æneæ. A ca-
pitibus autem li-
nearum harū p-
ducantur lineæ
in superficie al-
titudinis exteri-
oris, perpendicu-
lares super su-
perficiem latitu-
dinis: & poterit
hoc modo fieri.
Quæratu regu-
la bene acuta, cu-
ius capiti lineæ
adhibeantur, &
regula mouea-
tur, donec tran-
seat superficiē al-
titudinis, in qua-
libet parte acu-
minis: Signa e-
ius capita, & fac

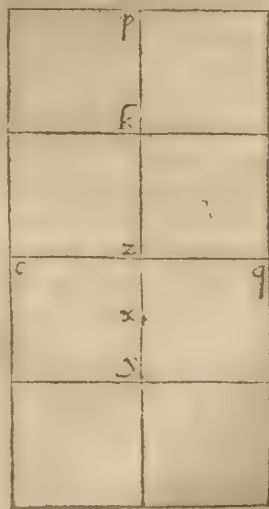


lineam, quoniam illa erit perpendicularis, quam quæris. Aliter poterit hoc idem fieri. Ponatur pes circini super terminū lineæ diuidentis circulū, & fiat semicirculus secundū altitudinē annuli, qui diuidatur per æqualia, & protrahatur à puncto in punctū linea, & ita de singulis. Pari modo à terminis illarum diuidentium protrahantur perpendiculares ex parte interioris altitudinis. Amplius: sumatur in altitudine interiori ex parte faciei non diuise, altitudo duorum digitorum: & in perpendicularibus fiat signum, & in signis illis fiat circulus, æquidistans faciei annuli hoc modo. Tabula aliqua plana fiat circularis, æqualis circulo minori tabulæ æneæ: & secetur ex ea pars aliqua usque ad centrum, quasi triangulum ex duabus semidiametris & arcu circuli, secundum quod libuerit, ut possis tabulam cum manu imponere, & locis assignatis aptare. Aptæ ergo locis illis, ut sit æquidistans faciei annuli, & fac circulum secundum ipsam. Sumatur etiam infra hunc circulum altitudo medietatis grani hordei, & fiant signa, & in punctis assignatis fiat circulus per aptationem tabulæ. Et in hoc postremo circulo fiat circularis concavitas, & sit unius digiti eius profunditas, & altitudo tanquam altitudo tabulæ æneæ: & sit hæc altitudo intra altitudinem duorum digitorum, ut eadem sit postremi circuli & concavitas species. Aptetur autem huic concavitati tabula ænea, quæ quidem intret concavitatem usque ad circulum minorem. Et cum distantia minoris à maiori sit unius digiti, & concavitas similiter: igitur circulo postremo & tabulæ æneæ communis erit superficies: & lineæ perpendiculares in altitudine annuli, tangent lineas diuisionis tabulæ æneæ, & cadent perpendiculariter super tabulam æneam. Sit autem superficies tabulæ æneæ diuisa ex parte faciei
annuli

annuli diuisæ. Amplius: in exteriori planitudine annuli signetur punctus, à longitudine duorum digitorum: & posito pede circini super punctum signatum, fiat circulus, secundum quantitatem unius grani hordei, & instrumento ferreo, cuius similiter latitudo sit quantitas unius grani hordei, perforetur foramine columnari: & baculus ligneus foramini aptetur: qui quidem cum transferretur ad interiori concavitatem, tanget tabulæ æneæ superficiem. Pari modo super singulas exteriores altitudinis perpendiculares similia & æqualia efficiantur foramina, in quantitate & altitudine. Deinde sumatur tabula lignea quadrata, cuius latus sit æquale diametro annuli, & protrahatur in eius superficie linea diuidens per medium quadratum, æquidistans lateribus. Et ab una parte sumatur longitudo duorum digitorum, & fiat signum: & post sumatur longitudo semidiametri minoris circuli tabulæ æneæ, & posito pede circini, fiat circulus transiens per signum: qui quidem circulus erit æqualis minori circulo tabulæ æneæ & concavitati annuli. Deinde supra centrum huius circuli sumatur longitudo duorum digitorum, & infra centrum similiter: & signentur puncta ab utroque in utranque partem: & protrahatur linea æquidistans lateribus quadrati: & in utraq; harum linearum signetur longitudo duorum digitorum, ex utraq; parte puncti signati: & à punctis unius lineæ signatis protrahantur lineæ æquidistantes ad puncta alterius lineæ signata: & fiat quadratum quatuor digitorum. Cauetur postea hoc quadratum, secundum altitudinem unius digiti, & concavationis latera efficiantur plana, & orthogonalia, & fundus similiter planus. Deinde aptetur hæc tabula faciei annuli, ita ut circulus minor applicetur foramini eius, & extremitas eius extremitati: & firmetur hæc applicatio cum clavis, ut immota maneat tabula. Notandum uerò, quòd in omnibus prædictis, dictorum digitorum mensura certa debet esse & determinata: & ob hoc in linea aliqua fiat immutabili, ne ex inutatione mensuræ error accidat. Amplius: fiat columna ferrea concava, plana, aliquantulum spissa, ut itatim intret, nec immutari queat: & sit quantitas diametri circuli eius unius grani hordei: & ponatur columna in foraminibus: quæ quidem cum ad interiora annuli peruenerit: continget lineas in tabula ænea factas. Et erit operis eius complementum, si linea tabulæ æneæ contingat circulum columnæ in puncto lineæ altitudinis annuli, perpendicularis super tabulam æneam, & transeuntis per centrum circuli columnæ. Fiat autem in capite columnæ annulus aut repagulum, quòd non permittat columnam intrare, nisi ad locum determinatum. Sit autem huius longitudinis columna, ut procedens super tabulam æneam, attingat lineam æquidistantem diametro tabulæ, intra quam facta est sectio. Et hæc est linea illa æquidistans basi trianguli tabulæ æneæ.

8. Fabricatio septem speculorum regularium. 8 p 5.

Amplius: fabricentur septem specula ferrea, quorum unum planum: duo spherica, unum concavum intrà politum, aliud extrà: duo pyramidalia, unum politum in facie, aliud in concavitate: duo columnaria, unum concavum, aliud in superficie politum. Speculum autem planum sit circulare: & sit eius diameter trium digitorum. Speculum columnare politum in superficie sit lucidum, & perfectè politum: & sit diameter circuli longitudinis sex digitorum, qui circulus est basis eius. Longitudo autem columnæ sit trium digitorum. In basi columnæ sumatur chorda longitudinis trium digitorum: similiter in basi eiusdem columnæ opposita sumatur huic æqualis chorda, & ei opposita, ut lineæ à capitibus unius chordæ ad capita alterius productæ, sint rectæ. Et secetur hæc columna secundum harum linearum processum, ut restet nobis pars columnæ, cuius capita sint portiones chordarum: altitudo autem axis remanentis portionis minor, quàm altitudo dimidij digiti. Axem autem dico lineam à medio puncto arcus, ad mediū chordæ punctū productam. Columnæ autem concavæ longitudo sit trium digitorum, & diameter basis eius sex digitorum: & in ea sumatur chorda trium digitorum, & fiat sectio, sicut in prima: & erit altitudo axis partis remanentis minor, quàm altitudo dimidij digiti. Sic autem in his omnibus politura exquisita, & æqualitas omnimoda. In speculo pyramidali queratur diameter basis: cuius quantitas sit sex digitorum, & chorda trium: & longitudo quatuor digitorum & dimidij: & fiat sectio secundum lineas rectas: & axis portionis altitudo sit minor quàm altitudo dimidij digiti. Et hæc in utraque pyramidali intellige. Speculum sphericum sit portio spheræ, cuius diameter sit sex digitorum, & diameter basis huius speculi trium digitorum: & erit axis altitudo minor quàm altitudo dimidij digiti. Idem operare in speculo spherico concavo. Deinde facias septem regulas ligneas planas, quarum latera sint æquidistantia & orthogonalia, super capita æquidistantia in fine possibilitatis: & sit longitudo regularum sex digitorum, latitudo quatuor. Postea quadrato adaptetur aliqua regularum, ita ut orthogonaliter cadat super inferiorem concavi quadrati superficiem, & uide, ut facile intret quadratum: ne compressa immutetur. Cadat igitur super faciem lateris regulæ acumen tabulæ æneæ, & ubi continuabitur ei, fiat signum: & à puncto assignato producat in extremitates regulæ, linea æquidistans lateribus regulæ, ut sit linea illa, linea longitudinis regulæ.



regulæ. Deinceps in longiore parte illius lineæ circa punctum sumptum, sumatur altitudo mediij grani hordei, & fiat punctum. Dico quod illud est punctum medium regulæ, quod etiam centrum foraminum opponitur rectè. Quoniam enim centra foraminum elongantur super superficiem tabulæ æneæ, in mediij grani quantitate, & distant à superficie annuli per duos digitos: Igitur punctum illud distat ab eadem per duos digitos, & in quadrato concauo per digitum unum. Quare ab extremitatibus regulæ ad punctum sunt tres digiti. Quare punctum illud erit mediū. Super hoc mediū punctum producat in utraq; partē lineæ, secundū latitudinē æquidistans extremitatibus: & medietates lineæ longitudinis (super quam est hæc perpendicularis) diuidantur per æqualia, per lineas latitudinis perpendiculares extremitatibus æquidistantes. Et ita diuisa erit regula in quatuor æquales partes. Similis fiat in alijs regulis operatio.

9. *Situs & collocatio speculorum regulariū in reflexionis organo. 10. 12. 13. 14. 15. 16. 17 p 5.*

His completis, adaptetur speculum planū uni regularum: & est: ut sit regula cauata secundū altitudinem speculi, ita ut superficies speculi sit in eadem superficie cū superficie regulæ: & ita, ut medium superficiē speculi punctū, directè supponatur medio superficiē regulæ puncto: & ita, ut linea diuidens superficiē regulæ in duo æqualia: diuidat etiā superficiē speculi per æqualia, & ut cōtinuentur partes speculi cū linea diuidente: & hoc obseruetur in possibilitatis sine. Deinde speculum columnare politū in facie applicetur alicui regulæ ita, ut mediū punctū eius cadat super mediū regulæ punctū, & ita, ut linea in longitudine speculi sumpta, diuidens ipsum per æqualia, cōtinuetur cū partibus lineæ lōgitudinis superficiē regulæ æquè diuidenti, & ut media longitudinis speculi linea sit in superficie regulæ. Et hoc sic fieri poterit. Vtriusq; basis speculi arcus per æqualia diuidantur, & à puncto diuisionis signato ad oppositū signatum punctū linea producat, & lineæ mediæ longitudinis aptetur & cōtinuetur. Speculū columnare concauū aptetur regulæ, ut media lōgitudinis eius linea secundū æquale basium arcuum diuisionē sumpta, æquidistans sit lineæ mediæ longitudinis regulæ: & etiā ut utriusq; arcus chordæ cū lineæ lōgitudinis extremis sint in superficie regulæ. Pyramidale speculū extrā politū applicetur regulæ, ut acumen eius sit in termino lineæ mediæ lōgitudinis regulæ, & linea diuidens portionē pyramidalis per æqua, quæ scilicet à uertice ad mediū arcus basis punctū producit, sit in superficie continuata cum parte restante lineæ mediæ lōgitudinis regulæ. Speculum pyramidale concauū applicetur regulæ ita, ut acumen eius sit in directo mediæ lineæ longitudinis regulæ, chorda uerò arcus basis sit in superficie regulæ, & linea à uertice ad mediū arcus basis punctum ducta, sit æquidistans mediæ lineæ longitudinis regulæ. Cum autem longitudo pyramidis sit quatuor digitorum & dimidij: restabūt ex longitudine regulæ digitus & dimidius. Ad aptandum regulæ speculum sphæricum extrā politum: fiat in regula circulus secundum quantitatem trium digitorum: eius centrum sit medium regulæ punctum: & aptetur speculum, ut medium superficiē eius punctum sit in superficie regulæ, & in medio puncto mediæ lineæ longitudinis regulæ: quod quidē sciri poterit per applicationem alterius regulæ acutæ, æqualis huic in longitudine, & diuisæ per æqualitatem, & applicatæ mediæ lineæ longitudinis regulæ, ita ut medium huius regulæ acutæ punctum, tangat medium speculi sphærici punctum. Sphæricum concauū aptatur: factō in regula circulo secundum quantitatem trium digitorum, cuius centrum medium regulæ punctum: Cauato circulo imponatur ita, ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ, & punctum medium concauitatis speculi, sit directè oppositū medio regulæ puncto, & diameter basis speculi cōtinuetur mediæ lineæ regulæ: Quæ ita perpendicularitur. In regula acuta punctū signetur: & ab illo puncto lōgitudo semidiametri basis speculi notetur ex utraque parte, & ita hæc acuta regula mediæ lineæ regulæ applicetur, ut punctum signatū in ea, directè opponatur medio cōcauitatis speculi puncto, & diameter in ea facta simul sit cum basis diametro. His peractis in semidiametro tabulæ æneæ triangulum per æqualia diuidente: signetur ab acumine eius longitudo, æqualis axi huius speculi concaui, & fiat punctum. Axis autem sic dignoscitur. Regula acuta superficiē speculi applicetur, ut acuitas directè sit super mediam longitudinis lineam, puncto eius super medium concaui speculi punctum directè statuto: deinde acuta recta & subtilis super illud regulæ acutæ punctum perpendiculariter cadat in speculum: descendet quidem super medium concaui punctum: signetur autem in acu punctum, quod post suum descensum tangat concauitas regulæ: & sit modicum declinata regula, ut certius possit fieri in acu signum. Postea secundum lōgitudinem acus à puncto signato in ea, metire ab acumine tabulæ æneæ in linea triangulum diuidente, & fac punctum. Deinceps hanc regulam facias intrare quadratum concauum, ita ut acumen tabulæ æneæ descendat supra speculum, & adhibeatur regula acuta, ut signetur punctum in linea diuidente triangulum, quod tetigerit ex ea regula acuta, cum acumen trianguli descenderit usque ad superficiem concaui: Signa igitur punctum: hoc uerò secundum punctum minus distabit ab acumine quàm primum. Superficies enim tabulæ æneæ distat à superficie annuli siue tabulæ, in qua est quadratum concauum, per duos digitos minus medietate grani hordei: punctum autem medium regulæ directè est oppositum medio speculi concaui puncto: quod quidē distat ab eadem superficie tabulæ per duos digitos. Cum ergo acumen tabulæ orthogonaliter descendat: nō cadet super mediū cōcaui punctū, quod est terminus axis, sed in punctū altius. Quare patet propositū. Signetur uerò in speculo cōcauo pūctū, in qd' incidit acumen tabulæ æneæ, & extracto in pūcto illo foramine, orthogonaliter descēdēte & modico, ad hæc quidē mensuram,

mensuram, ut in eo descendat acumen: donec acuitas lineæ adhibita, cōtingat punctū lineæ diuidentis triangulum primò signatū: quod cum fuerit: erit quidem acumen tabulæ æneæ in eadem superficie cū termino axis speculi: quæ superficies est æquidistās superficiēi regulæ: & erit linea à termino axis ad acumen ducta, perpendicularis super superficiē tabulæ æneæ. Axis autē speculi in eadem erit superficie cū centris foraminū: quoniam distantia eorū à superficie annuli duorum est digitorum, & terminus axis similiter. His cum diligentia præparatis, poterit uideri, quod præmissus.

10. *Radius speculo plano obliquus, in oppositam partem reflectitur: & æquat angulos incidentiæ & reflexionis. 10 p 5.*

Immittatur annulo regula, super quā est speculum planū, donec acumen tabulæ æneæ cadat super speculū, & sit infixā regula quadrato concavo: & in eo subtus regulā aliquid apponatur, quod ei cōferat firmitatē, ne uacillet: deinde opponatur pergamenū foraminibus, & cū digito fiat impressio, ut obturentur, & impressiōne percipere possis, & signum foraminis fiat in pergamenō cū incausto uel aliquo alio: Vnum autem foraminum relinquatur apertum, declinatū non super mediam regulam, & adhibeatur radio solis foramen apertum: certior autem erit huius rei comprehensio, si adhibeatur radio solis per foramen domus intranti. Cum igitur radius foramē intrans ad speculum peruenerit, uidebis ipsum reflecti ad foramen illud, respiciens super lineam tabulæ æneæ æqualem angulum continentem cum linea triangulum per æqua diuidente, ei angulo, quem tenet linea à foramine discooperto cum eadem tabulæ semidiametro. Si uerò foramē, in quod fit reflexio, discoopertum opponas radio, priore cooperto: uidebis radium reflecti in coopertum. Si uerò foramini imponatur columna ferrea concava, quā ad quantitatem foraminum fieri præcepimus: quæ ut firmitus stet, modicum ceræ circa eam apponatur: descendet lux per columnæ concauitatem, sicut descendit per foramen, & reflectetur in foramen sibi respondens, & super lineas tabulæ æneæ erit descensus & reflexio pari modo, ut prius. Et si ad secundum foramen columnā transtulerimus: in primū lucem reflexam uidebimus. Erit autem debilior lux per columnam descendens, quā sine columna per foramen. Erit autem uideri eundem reflectendi modum in debiliore luce. Obturatur foramen cum cera, ut modicum circa centrum ei restet uacuum: & uidebitur lucis reflexio in foramine simili circa centrum. Pari modo, si concauitatem columnæ cum cera obturaueris, ut remaneat quasi terminus solius axis: descendet lux super axem columnæ, & reflectetur ad centrum foraminis similis. Eodem modo altera columna imposita, cū descenderit lux super axem unius foraminis: reflectetur super axem similis. Centrum enim foraminis directè axi opponitur: & cū lucis reflexio cadat in centrū, nec moueatur, nisi per lineam rectā, oportet, ut procedat secundum axem.

11. *Radius speculo perpendicularis, reflectitur in seipsum. 11. 12 p 5.*

Obturatis autem foraminibus singulis, præter medium, quod directè super tabulam æneam incidit: fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, & extremitas eius acuatur, ut remaneat solus terminus axis eius, & descēdat per foramen ad speculū, & signetur punctum, in quod ceciderit: deinde descendat radius solis per foramen illud: cadet quidē super punctū signatum, & circa ipsum efficiet circulum. Signetur igitur in fine huius lucis circularis punctū, & secundum quantitatem lineæ interioris puncta signata, fiat circulus: erit quidē circulus iste maior circulo foraminis: quoniam processus lucis per foramen ingredientis, est per modum pyramidis. Unde patet, quod lux descendens per axem, reflectitur super eundem. Veruntamen apparebit lux circularis circa basim interiorem foraminis, maioris quidem capacitatis luce incidente uel radio, & maioris etiā lucis, interioris lucis circulo: & palā est, hanc lucē esse per reflexionē: uerū nō per reflexionem lucis super axem descendētis: quod ex hoc poterit patere. Obturata utraq; foraminis basi, ut quasi sola remaneat axis uia, & radio solis per uiam axis descendente: nō apparebit lux illa circularis, circa interiorem basim foraminis. Quare nō procedebat ex reflexa lucis axe. Amplius: ut supra quidē supposuimus, ut regula orthogonaliter caderet in quadratū concavū: si aliquantulū inde auferatur, ut regula declinetur, ita, ut extremitas à quadrato remotior, sit demissior radio descendente super foramen mediū: non cadet perpendiculariter super speculū: & apparebit lux reflexa à foramine medio remota: & quantō maior erit declinatio, tantō maior erit lucis reflexæ à foramine remotio. Si uerò ad rectitudinē regula reducatur, lux reflexa circa interiorem foraminis basim, ut prius, uidebitur. Palā igitur, quod luce super speculū perpendiculariter cadente, regreditur ad foramē, per quod ingressa est. Cū uerò lux axis declinata ceciderit, nō reflectetur ad foramen, per quod ingressa est, sed tamē apparebit centrum lucis semper super lineam superficiēi concavæ annuli, perpendiculararem super tabulam æneam, & descendentem per centrum foraminis medij. Quæcunque autem dicta sunt in duobus foraminibus primis declinatis: intellige in singulis: & quod dictū est in speculo plano, de luce per foramen seu declinatam seu medium descendente: regula seu recta seu declinata: in alijs speculis intellige.

12. *In speculis, conuexis, cauis: spherico, conico cylindraco, anguli incidentiæ & reflexionis æquantur. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 20 p 5.*

Si autē regula, in qua fuerit speculū columnare extrā politū, declinetur in quadrato, ita ut non orthogonaliter cadat super quadratum, sed declinetur super partem dextram uel sinistram: apparebit

apparebit tamen lux reflecti super foramen, simile-eius descensui, & medium lucis super medium foraminis, sicut uisum est in regula non declinata. Regulam, in qua situm est columnare concauum, impones, ut descendat acumen tabulæ æneæ, donec tangat superficiem speculi: & declinabis hoc speculum secundum latus suum, sicut declinasti extrâ politum. Idem in speculis pyramidalibus concauis operaberis. Sphæricum concauū aptetur, donec descendat acumen tabulæ æneæ in foramen speculi, factum secundum acuminis descensum. Sphæricum extrâ politum sic imponatur, ut acumen tabulæ æneæ sit in superficie regulæ, & in eadem superficie cum medio speculi puncto: quod sic fieri poterit. Adhibeatur regula acuta regulæ, & puncto speculi medio, & descendat acumen tabulæ æneæ, quousq; sit in directo acuitatis regulæ: & tunc cogatur sistere. In speculis columnaribus uidebis reflexionem hoc modo. Aptetur speculum, sicut dictum est: & per foramen medium descendat baculus columnaris, sicut factū est in speculis planis: Cadet quidem baculus super mediam longitudinis speculi lineam, & erit eius terminus in superficie regulæ. Super mediam igitur lineam signetur punctum, in quod cadit: & ab hoc puncto in superficie regulæ sumatur longitudo semidiametri circuli facti in regula, ad discernendum circulem lucis casum: & ex alia parte puncti sumatur longitudo eadem, & habeatur linea æqualis diametro prædicti circuli. Videbitur autem lux cadens, extendi super prædictam lineam tantum, & reflectetur ad foramen medium: & circa eius basim anteriorem uidebitur lux circularis maior circulo interiori, sicut in speculis planis uisum est. Idem in speculis pyramidalibus uidere poteris. Pari modo in speculis sphæricis, luce per foramen mediū descendente: fiat circulus in superficie regulæ ad quantitatem circuli iam dicti: & uidebitur lux extendi super hunc circulum, & reflecti ad foramen medium modo iam dicto: Et apparebit in his omnibus rectis reflexionibus, linea perpendicularis in interiore superficie annuli secare lucem circularem reflexam, & diuidere circulum eius per medium. Quod autem dictum est de luce naturali: uideri poterit in luce accidentali. Domus unici foraminis opponatur parieti, in quem descendit radius solis, & applicetur instrumentum foramini. Cum ergo intrauerit lux accidentalis per foramen non medium, uidebitur reflecti per eius oppositum: & si aptetur instrumentum, ut intret per duo foramina, reflectetur per duo similia. Verum ut possis perpendere lucem, cum intrauerit directè: appone superius pergamenum album, & inclina instrumentum, donec uideas lucem cadentem super pergamenum: in speculis enim non plenè comprehenditur lucis accidentalis casus, propter debilitatē eius. Idem autem in hac luce patebit, quod in naturali patuit: non enim est diuersitas in earum natura, nisi quod una fortis est, & alia debilis. Palam ergo, quod luces per diuersas lineas ad specula accedentes, per diuersas reflectuntur lineas: & quod secundum rectam perpendicularem incidentes, secundum eandem regrediuntur: & quod declinatio linearū reflexionis, est æqualis declinationi linearum accessus.

13. *Superficies reflexionis est perpendicularis plano speculum in reflexionis puncto tangenti.* 25 p 5.

ET planū, quod lineæ lucis reflexæ & aduenientis, sunt in eadem superficie orthogonaliter super superficiem politi, aut superficiem contingentem punctum politi, à quo fit reflexio: & si lux super perpendicularem uenerit, reflectitur super perpendicularem: & in quocumq; punctum ceciderit, reflectitur in superficie perpendiculari, super superficiem tangentem illud punctum: & semper linea reflexa cum perpendiculari super illud punctum, æqualem tenet angulum, angulo, quem includit linea ueniens cum eadem perpendiculari. Et huius rei probatio est. Quia palam [per 10. 11. 12. n.] quod si descendat lux quæcumq; per foramen aliquod: reflectitur per aliud ipsum respiciens: & si constringatur foramen, ut restet quasi solus axis: reflectitur per axem respicientis: & si fiat alteratio descensus lucis: reflectitur per lineas, per quas prius descenderat. Et palam [ex instrumenti reflexionis cōstructione] quod foramina se respicientia eundem habent situm, respectu medij. Et cum non procedat lux, nisi per rectas lineas: palam, quod reflectitur per lineas eiusdem situs, respectu medij foraminis, cum lineis descensus: Vnde cū accedit per orthogonalem, per eam reflectitur solam. Quare semper lineæ reflexionis eundem seruant situm cum lineis descensus, respectu superficie contingentis punctum reflexionis. Et hoc uerum est siue in substantiali siue in accidentali luce, siue forti siue debili: & generaliter in omni. Et nos ostendemus identitatē situs. Iam scimus, quod superficies regulæ cadit super tabulam, in qua quadratum fecimus, orthogonaliter. Igitur linea media tabulæ quadrati orthogonaliter est super lineam communem sectioni ipsius & regulæ, & super lineam latitudinis regulæ: Et tabula quadrati æquidistat æneæ tabulæ, & linea eius, id est, tabulæ quadratæ concauæ media, æquidistat lineæ mediæ tabulæ æneæ, quæ est linea à centro tabulæ æneæ producta, & diuidens semicirculum per æqualia. Linea autem cōmunis superficie tabulæ æneæ & superficie regulæ, in qua est linea latitudinis, est æquidistans lineæ cōmuni concauæ tabulæ & regulæ [per 28 p 1: linea enim longitudinis regulæ rectè secat latitudinis lineas.] Quare linea media tabulæ æneæ cadet perpendiculariter super lineam cōmunem regulæ & tabulæ æneæ. Et regula perpendicularis est super superficiem quadrati, & superficies quadrati æquidistans superficie tabulæ æneæ. Quare superficies tabulæ æneæ orthogonaliter est super superficiem regulæ: & linea media latitudinis regulæ, est perpendicularis super mediam longitudinis regulæ lineam: & similiter linea media tabulæ æneæ, est perpendicularis super eandē. Et ita media linea tabulæ æneæ est perpendicularis super superficiem regulæ, & super mediam longitudinis eius lineam: Est ergo perpendicu
k laris

laris super superficiē speculi plani, & super mediā longitudinis eius lineā. Amplius: superficies tabulæ æneę est æquidistans superficiē descendenti per centra foraminū. Nam longitudo centrorū à superficie tabulæ æneę est eadem, id est medietatis unius grani hordei, & diameter foraminis est unius grani hordei: similiter latitudo superficiē columnæ est unius grani: & superficies descendens per centra foraminum, secat columnā per medium: & ita axis columnæ est in superficie illa. Et columnā descensu suo tangit lineā in tabula ænea, cui quidē æquidistat axis: quoniā axis est æquidistans cui libet lineę superficiē columnæ. Et axis colūnæ cadit in punctū superficiē regulæ, à quo puncto lineā ducta ad centrum tabulæ æneę, est perpendicularis super tabulam æneam: quoniam per quodcunq; foramen descendat columnā: axis eius cadit super mediā longitudinis regulæ lineam: & lineā protractā à puncto regulæ, in quod cadit axis per centra foraminum, est æquidistans lineę protractæ à centro tabulæ æneę ad terminum diametri foraminis: [per 33 p 1] quoniam lineā inter punctum illud & centrum est orthogonalis super superficiē tabulæ æneę, cum sit pars lineę medię longitudinis regulæ: & huic lineę interiacenti centrum tabulæ æneę & punctum, est æquidistans lineā annuli, transiēs per centra foraminū, & perpendiculariter cadēs super superficiē tabulæ æneę [per 6 p 11: Vtraq; enim lineā ad perpendiculum est tabulæ æneę.] Quare æquidistantes erunt lineę cadentes à puncto regulæ ad centra foraminū, lineis à tabulæ æneę centro, ad terminos diametrorū eorundem foraminū in superficie tabulæ ductis. Pari modo in singulis foraminibus. Quare lineę à puncto regulæ, in quod cadit axis, productę ad centrū duorum foraminū se respicientiū, æquidistantes duabus lineis, à centro tabulæ æneę ad extremitates diametrorū eorundem foraminū protractis, æqualem cum his lineis tenent angulū [per 10 p 11.] Et si à termino axis erigatur lineā ad centrū foraminis: erit in superficie per centrum descendente, & erit æquidistans medię lineę tabulæ æneę: [per 6 p 11] quoniā lineā inferior interiacens capita earū, est perpendicularis super tabulam æneam, & æqualis superiori eadē capita interiacenti, & super tabulā æneā perpendiculari: & est æquidistans ei. Et similiter lineā à centro foraminis medię ad terminū axis colūnæ, est æquidistans medię lineę tabulæ æneę: & est illa perpendicularis super regulā: quare & ista [per 8 p 11.] Igitur hęc lineā & altera angulū cōtinentes, æquidistant medię lineę tabulæ æneę, & alteri lineę in tabula ænea reliquū angulū cōtinenti. Quare anguli partiales sibi oppositi sunt æquales [per 10 p 11.] Igitur lineā tabulæ æneę mediā diuidit angulum suum per æqualia. Quare lineā à centro foraminis medię, diuidit angulum suum per æqualia. Et cum certum sit, quod lux foramen declinatum intrans per illas lineas angulū continentes moueatur: planū, quod lux omnis reflectitur per lineas, quę cum lineis descensus sunt in superficie orthogonalis super superficiē reflexionis, & angulum æqualem facientes cum lineā perpendiculari, angulo, quę continet perpendicularis cum lineis descēsus: & quod lux perpendiculariter descendens: reflectitur per perpendicularem. Et hoc generale est in omni luce. Si aut declinetur regula, non in latus suū, sed in caput, ut axis foraminis medię non sit perpendicularis super regulā: reflectetur lux, & uidebitur super lineam altitudinis annuli perpendiculare, & per centrum foraminis transeuntē: & quanto maior fuerit declinatio, tanto maior erit lucis reflexæ à foramine uel axe elongatio: & si diminuatur declinatio, diminuatur elongatio: & ita, donec situs regulæ ad reſtitudinē regrediatur, & super perpendiculare illā reflectatur lux. Quod aut in hac declinatione axis foraminis medię & lineā reflexionis, sint in eadem superficie orthogonalis super superficiē reflexionis, planū per hoc. Quoniā enim axis foraminis medię est perpendicularis super latitudinē regulæ, id est super lineā communē superficiē regulę, & superficiē per centra foraminū descendens, & mediā lineā tabulæ, scilicet annuli, est æquidistans huic axi, & æquidistans medię lineę tabulæ æneę, & mediā lineā tabulæ æneę est perpendicularis super latitudinē regulę, & super lineā cōmunem superficiē regulę, & superficiē tabulæ æneę. Quare superficies, in qua sunt, mediā lineā tabulæ æneę, & axis foraminis medię, etiā orthogonalis est super superficiē regulę: & in hac superficie est lineā perpendicularis in altitudine annuli: [per 7 p 11] quoniā transit per terminos æquidistantium, scilicet medię tabulæ æneę & axis foraminis medię. Palam igitur, quod lux reflexa, quę apparet in superficie orthogonalis super superficiē regulę. Luce ergo descendente in speculum planum, fit reflexio secundū lineas, quarū eadem declinatio super superficiē speculi: & ipse sunt cum perpendiculari in superficie orthogonalis super speculi superficiē. In speculo columnari exteriori eadē penitus probatio, quę est in plano: scilicet quod acuminē tabulæ æneę cadat super lineam longitudinis speculi orthogonaliter: & similiter colūna descendēs super eandē: & pars illius lineę inter hos casus est orthogonalis super tabulā æneam. Et semper, siue per foramen mediū, siue per declinatū descenderit lux: reflexio eius cū descensu erit in eadem superficie, orthogonalis super superficiē contingentē lineam longitudinis speculi. In pyramidali uero exteriori, cum superficies regulæ sit in eadem superficie cum lineā longitudinis pyramidis, sicut in columnari: erit idem situs linearū superficiē, & idem reflexionis modus, sicut in plano speculo, & eadem penitus probatio. In speculo columnari concauo descēdit acumen tabulæ æneę usq; ad lineam longitudinis eius mediam, & super eandē cadit axis cuiusq; foraminis: & pars illius lineę inter hos casus est orthogonalis super superficiē tabulæ æneę: & axis foraminis, & mediā lineā tabulæ æneę, sunt orthogonales super superficiē, tangentē speculum illud in lineā longitudinis (quę est locus reflexionis) & æquidistantē superficiē regulę. Et ita idē modus probandi, qui prius: quod scilicet reflexio & descensus sint in eadē superficie, orthogonalis super superficiē loci reflexionis: & quod eiusdē sint declinationis: & quod descensus per mediū, efficit reflexionem

per

per ipsum: & declinato capite regulæ: erit reflexio super perpendicularē annuli, sicut dictū est in plano. In speculo pyramidali cōcāuo eadē in omnibus probatio. In speculo spherico exteriori palam, quod mediū eius punctū est in superficie regulæ, & axis cadit in punctū illud: & erit in eo idē situs linearum & aliorū penitus, qui in plano: & eadem demonstratio. In speculo spherico cōcāuo iam declaratum est, [9 n] quod axis foraminis descendat ad punctum eius mediū, & acumen tabulæ æneę transeat per foramē in speculo iam factū, usq; dum sit in eadem superficie cum puncto illo medio: & lineā a puncto illo ad acumen protracta, est æquidistans mediæ lineę longitudinis regulæ. Et ita descensus & reflexio sunt in eadē superficie, orthogonali super superficiem contingentē speculū in illo puncto medio, & æquidistantē superficiē regulæ. Et eadem probatio penitus, quę in alijs. Planū ergo, quod omnis lux, in quodcunq; horum speculorū ceciderit, reflexio & descensus sunt in eadē superficie orthogonali. Hic autē modus reflexionis non accidit ex proprietate axis uel puncti, in quod cadit: uel foraminis, per quod intrat: uel proprietate speculi. Accidit enim in quolibet foramine, quacūq; sit lux, & per quamcūq; lineā descendat, & in quodcunq; speculi punctū cadat. Quoniam quocūq; puncto speculi sumpto, si lux in ipsum descendat, cū idem sit ei situs, respectu longitudinis speculi, & cuiuscūq; alij: erunt similiter ijdem respectu linearū ab eo protractarū, quæ eiusdē sunt declinationis cū lineis a puncto priore intellectis, sicut puncto priori uel cuiuscūq; alij. Et generaliter idē est situs cuiuscūq; puncto, in quod cadit lux, qui & in priore sumpto, & respectu axis & respectu acuminis tabulæ æneę: & eadem in omnibus probatio, & similis demonstratio. Vnde est certū, non esse hoc ex proprietate lucis uel figura alicuius speculi, sed ex proprietate quadam communi rei politæ & cuiuscūq; luci. Si autem per diuersa in quodcunq; punctum descenderit lux foramina, uidebitur reflexio diuersa, & angulorum diuersitas suo descensui cōsona: & sic in omnibus.

14. *Inter uisibile & speculū innumerabiles pyramides sūt alternis basib. & uerticibus. 22 p 5.*

Manifestū autē ex superioribus [2.3 n] quod si corpus politum opponatur corpori luminoso: cadet in quodlibet punctū eius lux a quolibet puncto luminosi: unde super quodlibet politū punctū cadit pyramis, cuius acumē in eo, & superficies luminosi est basis: & a quolibet puncto luminosi procedit pyramis, cuius acumē in eo, & basis superficies politū. Si autē inter luminosum & politū intelligatur punctū aliquod: ueniet quidē ad illud punctū lux luminosi, in modum pyramidis, cuius acumen in puncto, & latera huius pyramidis procedentia, usq; dum cadant in superficiem politū, pyramidē efficiunt. Vnde in puncto intellecto erunt acumina duarū pyramidū, quarū bases sunt superficies luminosi & politū. Et si ad punctū quodcūq; intermediū intelligatur pyramis, cuius basis superficies politū, & procedant huius pyramidis lineę: illud, quod occupabunt ex superficie luminosi, hoc est, a quo procedebat lux ad politū: erit secundū duas pyramides, quarū acumina sunt in puncto intellecto: & quicquid procedit lucis in his duabus pyramidibus, procedit & includitur in duabus primis pyramidibus. Et a luminoso secundū lineas æquidistantes procedit lux ad speculū: sed hæ lineę includuntur in duabus primis pyramidibus: & per quascūq; lineas mouetur lux ad speculū: obseruant lineę reflexionis eundē penitus situm, quę habebant lineę motus lucis. Vnde si moueatur lux per æquidistantes, reflectitur per æquidistantes: & lux cadēs in politū, ad modū pyramidis reflectitur, obseruās modū eiusdem pyramidis. Et cū descendit lux a corpore luminoso per foramen aliquod ad corpus politū: si in superficie foraminis ex parte luminosi intelligatur punctū, a quo puncto intelligatur duę pyramides, basis unius in luminoso, alterius in polito: a sola basi pyramidis, cuius luminosum basis: uenit lux ad politū super illud punctū. Similiter si in superficie foraminis ex parte politū intelligatur punctū, in quo acumina duarū pyramidum, unius ad speculū, alterius ad luminosum: a sola basi pyramidis, quę basis est in luminoso, accedit lux ad speculum super hoc punctum: & a parte luminosi his duabus pyramidibus cōmunis, accedit lux ad partē speculi cōmunē duabus pyramidibus. Venit etiā lux a luminoso ad speculū per lineas equidistantes: sed per quascūq; accedat: sit reflexio modo prædicto: & quælibet lineę reflexionis obseruant situm linearum descensus lucis eas respicientium: & in omni reflexionē obseruatur identitas formę lucis, quę fuerit in polito corpore: & hæc deinceps explanabimus explanationē euidenti.

15. *Lux a superficie polita longinquoire reflexa, trifariam debilitatur.*

Amplius: Patuit [4.5 n] quod lux quanto plus ab ortu suo elongatur, tanto plus debilitatur: patuit etiā, quod lux cōtinua fortior est disgregata. Cū igitur ab aliquo puncto luminosi procedit lux ad superficiē speculi in modū pyramidis, quāto magis elongatur ab illo puncto: tantō maior erit eius debilitas duplici de causa: & propter elongationē ab ortu suo, & propter disgregationē. Cum autē ab aliquo speculi puncto reflectitur lux ista, sit debilior tripliciter: & propter reflexionē, quę debilitat, & propter elongationē a loco reflexionis, & propter disgregationē. Si uerò lux reflexa a speculo aggregetur in punctū aliquod: fiet quidē fortior propter aggregationē, sed debilitabitur propter reflexionē & elongationē. Si igitur aggregatio lucis tantū reddit ei fortitudinis, quantum subtrahunt reflexio & elongatio: erit lux reflexa aggregata eiusdē fortitudinis, cuius est in superficie speculi: si uerò aggregatio minus addat fortitudinis, quā diminuit illa duo: erit debilior: & si plus addat, erit fortior. Similiter si a superficie luminosi procedat pyramis ad aliquod punctum speculi: erit lux procedēs secundum hanc pyramidalitātē debilior propter elongationē, sed fortior propter aggregationē. Si autē aggregatio potest super elongationē: erit lux in puncto speculi aggregata fortior luce unica a luminoso ueniente per lineā unā: unica dico: quia ad quodlibet punctū lineę

ex illis sumptæ uenit etiã pyramis à luminoso, quæ quidẽ pyramis cum similibus excluditur in hæc consideratione. Si uerò elongatio ponderet super aggregationem: erit lux puncti politi minor luce sola unius lineæ sumpta: & si aggregatio plus ponderet elongatione: erit fortior. Lucēs aut, quæ à luminoso ad speculũ accedunt super lineas æquidistantes: erunt debiliores, quàm modo alio accedentes: quoniã debilitatẽ propter elongationẽ non aggregantur in speculũ, sed in reflexione per lineas æquidistantes mouentur: unde per reflexionẽ & elongationẽ debilitantur. Et si aggregentur in reflexione: conferetur eis fortitudo comparata ad fortitudinem, quam habuerunt in speculo, secundum posse aggregans super reflexionem & elongationem.

16. *Lux & color reflectuntur per lineas physicas, latitudine quadam pradias. 3 p 2. 6 p 5.*

Amplius. Omnis linea, per quã mouetur lux à corpore luminoso ad corpus oppositũ, est linea sensualis, non sine latitudine. Lux enim nõ procedit, nisi à corpore, quoniã non est, nisi in corpore: sed in minore luce, quæ sumi potest, est latitudo, & in linea processus eius est latitudo: & in medio illius lineæ sensualis, est linea intellectualis, & aliæ eius lineæ sunt æquidistantes illi. Et si diuidatur minor ex lucibus: neutra eius pars erit lux, sed utraq; extinguetur, nec apparebit. Si aut lux minima duplicetur, aut amplius multiplicetur, & cõpacta per æqualia diuidatur: erit lux utraq; pars eius: Si uerò per inæqualia fiat diuisio: erit altera pars eius lux, altera minimẽ. Lux aut minima procedit in minimã corporis partem, quã lux occupare possit, & processus eius est secundum lineã intellectualem, lineæ sensualis median, & extremitates ei æquidistantes. Et cadit lux minima non in punctũ corporis intelligibile, sed sensibile, & reflectitur per lineam sensibilem, cuius latitudo est æqualis latitudini lineæ sensibilis ueniẽtis. Et si intelligatur in linea sensibili, lineæ reflexa intellectualis media: eundẽ habebit sitũ super reflexiõis locũ, quẽ habet linea intelligibilis media, lineæ sensibilis ueniẽtis. Et quælibet linea intellectualis in linea reflexa sensibili eundẽ penitus obseruat sitũ cũ linea intelligibili alterius lineæ sensibilis, ipsã respiciẽte. Obseruatur ergo in omni luce ratio linearũ & punctõrũ intellectõrũ, licet ab eis aut per ipsas nõ procedat lux: & in hũc modũ erit reflexio lucis.

17. *Reflexio lucis & coloris à superficie aspera facta, plerunq; fugit uisum. 1 p 5.*

Amplius: quare ex politis corporibus, non ex asperis fiat reflexio: est: Quoniã lux, ut diximus, non accedit ad corpus, nisi per motum citissimũ, & cum peruenerit ad politũ: eicit eam politum à se: corpus uerò asperum non potest eam eicere: quoniã in corpore aspero sunt pori, quos lux subintrat: in politis aut non inuenit poros, nec accidit eiectio hæc, propter corporis fortitudinẽ uel duriciẽ, quia uidemus in aqua reflexionẽ: sed est hæc repulsio propria politurę: sicut de natura accidit, quod aliquid porosum cadens ab alto super lapidẽ durum, reuertitur in altũ: & quanto minor fuerit duricies lapidis, in quẽ ceciderit, tantò regressio cadentis debilior erit: & semper regreditur cadens uersus partẽ, à qua processit: Verũ in arena propter eius mollitiẽ non fit regressio, quæ accidit in corpore duro. Si aut in poris asperi corporis sit politio: tamen lux intrans poros nõ reflectitur: & si eam reflecti acciderit, dispergitur, & propter dispersionem à uisu nõ percipitur. Pari modo si in aspero corpore partes elatiores fuerint politæ: fiet reflexa dispersio: & ob hoc occultabitur uisui. Si uerò eminentia partiũ adeo sit modica, ut eius quasi sit idem situs cũ depressis: comprehendetur eius reflexio tanquam in polito, non aspero, licet minus perfectẽ.

18. *Rady incidentiæ & reflexionis, situs similitudine conueniunt. Itaq; anguli incidentiæ & reflexionis æquantur. 20 p 5.*

Quare aut fiat reflexio lucis secundum lineam eiusdem situs cum lineam, per quã accedit ad speculũ ipsa lux: est: Quoniã lux motu citissimo mouetur: & quando cadit in speculũ, nõ recipitur: sed ei fixio in corpore illo negatur: & cũ in ea perseveret adhuc prioris motus uis & natura, reflectitur ad partẽ, à qua processit, & secundũ lineas eundẽ sitũ cũ prioribus habentes. Huius aut rei simile in naturalibus motibus uidere possumus, & etiã in accidentalibus. Si corpus sphericũ ponderosum ab aliqua altitudine descendere permittamus perpendiculariter super politũ corpus: uidebimus ipsum super perpendicularẽ reflecti, per quã descenderat. In accidentali motu. Si eleuetur aliquod speculum secundum aliquã altitudinẽ hominis, & firmiter in pariete figatur: & in acumine sagittæ cõsolidetur corpus sphericũ: & proijciatur sagitta per arcum in speculũ, hoc modo, ut eleuatio sagittæ sit æqualis eleuationi speculi, & sit sagitta æquidistans horizonti: planũ, quod super perpendicularẽ accedit sagitta ad speculũ, & uidebitur super eandẽ perpendicularẽ eius regressus. Si uerò motus sagittæ fuerit super lineam declinatã in ipsum, uidebitur reflecti non per lineam, per quam uenerat, sed per lineam æquidistantẽ horizonti, sicut & alia erat, & eiusdẽ situs, respectu speculi cum ea, & respectu perpendicularis in speculo. Quod aut ex prohibitione corporis politi accidat luci motus reflexionis, palãm: quia cum fortior fuerit repulsio uel prohibitio, fortior erit lucis reflexio. Quare aut accidat idem motus reflexionis & eius accessus, hæc est ratio. Cum descendit corpus ponderosum super perpendicularẽ: repulsio corporis politi, & motus descendens ponderosi directẽ sibi sunt oppositi, nec est ibi motus, nisi perpendicularis: & prohibitio sit per perpendicularẽ: quare repellitur corpus secundum perpendicularẽ. Unde perpendiculariter regreditur. Cum uerò descenderit corpus super lineam declinatã: cadit quidem linea descensus inter perpendicularẽ superficiẽ politi, per ipsum politum transeuntẽ, & lineam superficiẽ eius orthogonalem super hanc

hanc perpendicularē: & si penetraret motus ultra punctum, in quod cadit, ut liberū inueniret transi-
tum: caderet quidem hæc linea inter perpendicularē, transeuntē per politū, & lineam superfi-
ciei orthogonalem super perpendicularē, & obseruaret mensuram situs, respectu perpendicularis
transeuntis, & respectu lineæ alterius, quæ orthogonalis est super perpendicularē illam. Compa-
cta est enim mensura situs huius motus ex situ ad perpendicularē & situ ad orthogonalem: Re-
pulsio uerò per perpendicularē itcedens, cum nō possit repellere motum secundum mensuram,
quam habet ad perpendicularē transeuntē per politū: quia nec modicum intrat: repellit ergo
secundum mensuram situs ad perpendicularē, quam habet ad orthogonalem. Et quando motus
regressio eadem fuerit mensura situs ad orthogonalem, quæ fuit prius ad eandem ex alia parte: erit
similiter ei eadem mensura situs ad perpendicularē transeuntē, quæ fuit prius. Sed ponderosum
corpus in regressu, cum finitur repulsionis motus, ex natura sua descendit, & ad centrū tendit. Lux
autem eandem habens reflectendi naturam, cum ei naturale non sit ascendere aut descendere, mo-
uetur in reflexione secundum lineam inceptam usq; ad obstaculum, quod sistere faciat motum. Et
hæc est causa reflexionis.

19. *Colorem luci permixtum reflecti, reflexionis organo ostenditur. 3 p 5.*

PAtet etiam ex superioribus, quod colores simul mouentur cum lucibus: unde erit reflexio co-
loris, sicut & lucis. Et si probationē eius uidere uolueris secundum modum in parte secunda
assignatū, poteris: Verum per instrumentū ad hanc denotandam reflexionē factum, nō plenē
uidebis propter debilitatē coloris. Debilitatur enim color per elongationē: per reflexionē: per fora-
men, per quod intrat. Quod aut foramen debilitet, planū per hoc: Quia lux apparet maior post fora-
men magnū, quam post parū. Pari modo cū foramina stricta sunt: color post reflexionē aut nullus
apparebit, aut ualde modicus. Tamen si in prædicto instrumento uidere uolueris: facias speculū ar-
genteum: in ferreo enim speculo color apparet debilior: quoniā in reflexione miscetur cum luce re-
flexa, mixta ex luce descendente & luce speculi ferrei modica, & color ferreus colori reflexo mixtus
debilitat ipsam. Verum in domo unici foraminis tantum, habeatur instrumentū prædictum, cui do-
mū paries opponatur albus, & instrumentū foramini domus aptetur: cuius foraminis latitudo sit,
ut duo instrumenti foramina occupare possit, per quorū alterū inspiciatur paries albus, domū op-
positus, & parti comprehensæ parietis apponatur corpus coloris fortis, & per aliud instrumenti fo-
ramen uideatur pars parietis. Cum ergo lux intrauerit per foramina instrumenti: uidebitur color re-
flecti per foramen illud respiciens, quod oppositum est colorato corpori, per aliud minimè: & ita ac-
cidet quocūq; opposito corpori foraminē. Et quæ dicta sunt in reflexione lucis, considerari po-
terunt in reflexione coloris. Occupauit autem latitudo foraminis parietis duo instrumenti fo-
ramina ei adhibita, ut maior descendat in speculum lux, & melius appareat color reflexus. Et quoniā
color debilitatur per foramen directus, & similiter reflexus, cum in corpus ceciderit uisui oppositū,
percipietur secundus: unde si post reflexionē cadat in corpus album foramini colorationis adhi-
bitum: forsan propter debilitatem non comprehendet eum uisus: adhibito autem secundo uisu fo-
ramini colorationis, forsan comprehendetur: quoniam primus, non secundus uidebitur.

QVO'D COMPREHENSIO FORMARVM E' CORPORIBVS
politus fiat reflexionē. Cap. IIII.

20. *Falsa est utraq; opinio: & radios à uisu ad speculum missos, indeq; ad uisibile reflexos, ima-
ginem percipere: & imaginē in speculo iam ante impressam inde ad uisum manare. 23. 24 p 5.*

SVper modum comprehensionis formæ in politis corporibus dissentiunt plurimi. Vnde quidam
eorum radios à uisu exire ad speculū, & à speculo redire, & formā rei in reditu comprehendere
existimant: alij affirmant formā corporis speculo ei opposito imprimi: & proinde in eo uideri,
sicut in corporibus fit comprehensionis formarū naturalium eius. Verum quod aliter sit, palam per hoc.
Quoniā si quis se uiderit in aliqua speculi parte, motus in partē aliam, non uidebit se in parte prima,
sed in secunda: quod non accideret, si in parte prima infixæ esset eius forma: pari modo si ad tertiam
mutetur partem, mutabitur locus apparentiæ formæ, nec apparebit in prima uel in secunda parte.
Amplius: uiso corpore aliquo, & uidente ab eo situ remoto: poterit accidere, ut non uideat corpus
illud in speculo illo, licet uideat totam speculi superficiem: quod quidem non esset, si imprimeretur
forma in speculo, cum uideatur speculum, & non mutet locum, & corpus similiter sit immotum, &
forma eius inficiat speculum, sicut & prius. Et ut planē appareat, non accidere hoc ex comprehen-
sione formæ: obturetur mediæ foraminam instrumenti, & in aliquo obturatorum sit scripturā
aliqua, si inspiciatur speculum regulæ per foramen scripturæ respiciens: comprehendetur in specu-
lo scripturæ: per quodcūq; aliud minimè: quod si scripturæ forma speculo esset impressa, per quod-
cūq; foramen instrumenti posset percipi. Simili modo in speculis columnaribus per foramen, respi-
ciens tantum foramen obturatū, in quo est scripturæ, comprehendetur scripturæ situs. Verum in specu-
lis pyramidalibus & sphericis situs & magnitudo scripturæ mutabitur. Amplius: speculo columnā-
ri extracto, regula super basēs suas directē sita apparebit facies hominis in eo directæ. Si uerò eriga-
tur regula, aut multum inclinetur, uidebitur distorta. Palam ergo: quod non accidit comprehen-
sio ex forma fixa in speculo, cum non comprehendatur res uisa in speculis, nisi fuerit uisus in situ re-

flexionis. Palàm etià, quòd distortio faciei apparentis non est ex forma rei, sed dispositione speculi. Amplius: uiso corpore in speculo, & post elongato: comprehendetur corpus magis intra speculum, quàm prius: quod non esset, si forma corporis in superficie speculi esset, & ibi comprehenderetur. Comprehensionem igitur formæ in speculo efficit reflexio.

DE MODO COMPREHENSIONIS FORMARVM E COR-
poribus politis. Cap. V.

21. *Imago uisibilis percipitur è reflexione forma uisibilis à speculo ad uisum facta. 24 p. 5.*

IAm patuit in parte superiori, [3 n] quòd si opponatur speculo corpus coloratù lucidum: à quolibet eius puncto procedit lux cum colore ad totam speculi superficiem, & reflectitur per lineas reflexionis proprias. Igitur à puncto sumpto in corpore, opposito speculo procedit lux cum colore ad speculum, in modum pyramidis continuæ, cuius basis est superficies speculi. Et forma illa reflectitur per lineas eiusdem situs cum lineis accessus, & erit post reflexionem continuas, sicut in accessu. Et si lineis reflexis occurrat superficies corporis, propter continuitatem earum tota occupabitur, ut nihil intersit uacuum. Si ergo forma illius corporis moueatur ad speculum per lineas illas reflexas, & ad basim pyramidis peruenerit: quoniã lineæ pyramidis eiusdè sunt situs cù lineis reflexis: reflectetur forma per lineas pyramidis, & aggregabitur tota in puncto sumpto. Quoties ergo forma alicuius corporis ad speculū uenerit per aliquas lineas: si lineæ istæ eiusdè sint situs cù lineis pyramidis, à puncto sumpto ad speculum (intellige tamè) eas respicientibus: mouebitur forma per pyramidem illam ad punctum sumptum: & si in puncto sumpto fuerit uisus: uidebit corpus, cuius est forma illa. Et superius declaratum est [2. 17. 18 n] quòd in situ determinato fiat acquisitio formæ in speculo. Situs igitur proprius & naturalis acquisitionis uisus per reflexionem hic est: ut lineæ accessus formæ ad speculum, eundem habeant situm cum lineis pyramidis à centro uisus ad capita illarum linearum, scilicet unaquæq; cum sua respiciente: nec accidit formæ reflexæ comprehensio, nisi in isto situ. Palàm ergo, quòd secundum hanc dispositionem linearum tantum fiat comprehensio formarum. Et palàm, quòd ex corpore colorato luminoso procedat lux cum colore ad speculum, & reflectatur, nec procedat aliquid ex corpore, præter lucem & colore. Patet ergo, quòd ex luce & colore tantum huiusmodi forma comprehenditur. Et cum moueatur forma ex colore & luce compacta secundum prædictam situs obseruationem: superfluum est dicere, quòd ab oculo exeant radij ad speculum, & reflectantur secundum situm prædictum, sicut à pluribus dictum est. Hic est igitur reflexionis modus geometrarum doctrinæ non aduersus, sed consonus: cum in eo geometricè radij exeuntiu opinione obseruetur situs. Et hic modus mihi soli usq; nunc patuit. Verùm cum à corpore luminoso procedat forma ad speculum secundum uarietate situum, propter lineas à quolibet puncto corporis ad totam speculi superficiem intellectas: erit formæ eiusdem reflexio per diuersas pyramides, quarum capita sunt diuersa puncta, & bases speculi superficies, situm linearum motus formæ obseruantes. Ob hoc accidit, ut eadem hora fixo speculo, eadem percipiatur corporis forma à diuersis, super quorū intuitus cadunt capita pyramidum reflexarū. Similiter si idem uisus moueatur super illa pyramidum capita: apparebit ei, speculo immoto, à locis diuersis eadè forma. Sed diuersis in speculo eandem formam comprehendentibus, in diuersa speculi loca cadunt eorū intuitus. Quoniã ab eodem speculi puncto diuersorū punctorum formas comprehendere easdè nō possunt. Et iam dictū est [3 n] quòd à quolibet puncto corporis procedit lux ad quodlibet punctum speculi. Vnde super quodlibet corporis punctū est acumen pyramidis, cuius superficies speculi est basis: & quodlibet superficiem speculi punctū, est acumen pyramidis, cuius basis superficies corporis tota. Ergo forma corporis erit in quolibet puncto speculi, per lineas procedentes in partes diuersas, nec concurrere possibiles. Et forma à corpore ad quodcunq; speculi punctum accedens per pyramidem: reflectetur per pyramidem.

22. *Si uisibile & speculum figura sit usq; similitudine conueniant: uera & distincta imago uidetur. 35 p. 5.*

ET licet in speculi superficie super numerū multiplicetur eadè iteratio formæ, cū concurrat forma totalis cū qualibet parte & in quolibet puncto, & non sit in formis illis discretio, sed continuas inseparabilis in reflexione: tamè, quia forma totalis nō cadit in diuersas speculi partes, secundū identitate situs dirigitur ad loca diuersa, in quibus eam cōprehendit uisus. Cū igitur similis fuerit forma speculi formæ corporis: erit in speculo complementū formæ corporis & figuræ: quoniã in speculo eiusdè figuræ cū corpore, forma primi puncti dirigitur ad primū punctū speculi, secundū ad secundū, & sic in omnibus se respicientibus: & ita erit in speculi superficie figura totalis figuræ: quod nō accidit in speculo alterius figuræ. Similiter sumpta quacunq; speculi parte, cui eadè cū corpore figura, erit complementū figuræ corporis in ea. Et cū infinite sint tales speculi partes, infinite erūt formæ corporis reflexionis, sed ad puncta diuersa procedentes, à quibus formam cōprehendit uisus. Cū igitur secundū hanc linearum dispositionem fiat formæ cōprehensio, non erit formæ procedentis à corpore in speculi superficie fixio. Et in hūc modū accidit in omnibus speculis, sed in planis certius: in alijs aut accidit quædā diuersitas ex errore uisus, secundū modum prædictū. Et quilibet uisus secundum modum prædictum ab uno speculi puncto non percipit, nisi unū corporis punctum: nec à uisibus duobus percipitur in eodem speculi puncto idem corporis punctum.

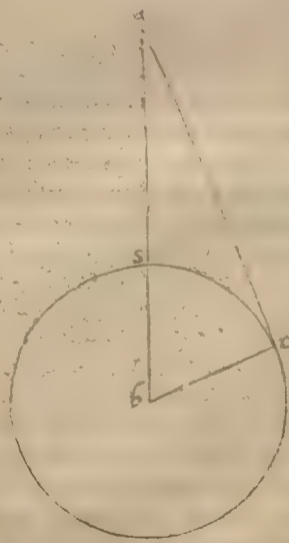
23. *Superficies reflexionis quatuor habet puncta: uisibilis: reflexionis: uisus: & terminū perpendicularis ducta à puncto reflexionis super planum in eodem puncto speculum tangens. Itaq; perpendicularis hæc cōmunis est omnibus reflexionis superficiebus. 27 p 5. 6 p 6. 24 p 7. 3 p 8. 3 p 9.*

Amplius: si opponatur speculum uisui: & intelligatur à cetro uisus ad superficiem speculi pyramis & basis illius pyramidis: & sumatur punctum: & intelligatur linea pyramidis à centro uisus ad illud punctum: cum à puncto illo infinitæ possint produci lineæ: si aliqua earū cum latere pyramidis eundem habeat situm, & æqualem cum perpendiculari teneat angulum, & ita accidat quolibet puncto speculi sumpto: planū, quod à quolibet puncto speculi potest fieri reflexio. Dico igitur, quod inter lineas à puncto sumpto productas, est linea, quæ eundem habeat situm cum latere pyramidis, & æqualem tenet angulum cum perpendiculari super illud punctum: & illa linea est latus pyramidis intellectæ à puncto illo superficie rei occurrētis: & quod super terminum illius lineæ ceciderit, cum per eam ad punctū sumptum uenerit: reflectetur ad uisum, per latus pyramidis iam dictū. Et huius pyramidis latus cum linea à puncto illo producta erit in eadē superficie, orthogonaliter super superficiē tangentē speculū in illo pūcto. Et hoc dico, cū lateris pyramidis super punctū sumptū fuerit declinatio. Si enim orthogonaliter cadat super superficiē tangentē speculū in pūcto sumpto, latus pyramidis productum à cetro uisus reflectetur in se, & redibit in uisum ad originem sui motus [per 11 n.] In speculo plano planū est: quod diximus. Quoniā in quocunq; punctū superficie planæ ceciderit radius: à pūcto illo potest erigi linea orthogonaliter super superficiē illā: & à cetro uisus potest intelligi linea perpendiculariter cadēs in superficie planā prædictæ continuam, aut in eandē: & [per 35 d 1] hæc duæ perpendicularares erūt in eadē superficie: quoniā sunt æquidistantes [per 6 p 11] & linea à termino unius usq; ad terminū alterius protracta in superficie plana tenebit angulū cum utraq;: & erit in eadē superficie cum utraq; [per 2 p 11] & radius, qui à linea illa eleuatur: tenebit acutum angulum cū perpendiculari speculi, & similiter cum perpendiculari uisus [angulus enim d c e acutus est: quia pars recti d c a: & huic æquatur a e c per 29 p 1: quia a e, d c sunt parallelæ.] Et si intelligatur in partem alteram produci linea superficie planæ, transiens orthogonaliter super terminos perpendicularium: tenebit ex parte altera cum perpendiculari speculi angulum rectum [per 29 p 1:] unde ex illo recto poterit abscindi angulus acutus, æqualis angulo acuto, quem cum eadem perpendiculari tenet radius. Et hi duo anguli sunt in eadem superficie. Quare radius exiens & reflexus in eadem a sunt superficie, & in superficie perpendicularium dictarum. Inspecito autem alio puncto, idem situs accidet radiorum cum perpendicularibus: quarum una à centro uisus: alia à puncto uiso. In omni ergo superficie reflexionis accidit quatuor punctorū concursus, quæ sunt: centrū uisus: & punctū apprehensum: & terminus perpendicularis à cetro uisus ductæ: & punctū reflexionis. Et oēs reflexionis superficies secāt se in perpendiculari, à pūcto reflexionis intellectæ: & est ipsa cōmunis omnib. superficiebus reflexionis. Et cū idē accidat, quolibet pūcto superficie planæ inspecito: erit ex omnib. pūctis similis reflexio & eodē modo.



24. *Si uisus sit extra superficiem speculi spherici conuexi, uel ipsi continuam: communis sectio basis pyramidis optica & superficie speculi, erit peripheria minimi in sphaera circuli. 3 p 6.*

In speculis autem sphericis palam erit, quod diximus: oppositio uisui speculo spherico: (& est oppositio, ut uisus nō sit in superficie illius speculi: aut in superficie ei continua) & inspecito hoc speculo: pars eius à uisu comprehensa, erit pars spheræ circulo minore inclusa, quem efficit motu suo radius, tangēs superficiē spheræ, si per gyrum moueatur contingendo spheram, donec redeat ad punctum primum, à quo sumpsit motus principium: quia si intelligantur superficies se secantes super diametrum spheræ, à polo circuli prædicti intellectam: quilibet arcuum superficie spheræ, & his superficiebus communium, à polo circuli ad ipsum circulum intellectorum, erit minor quarta circuli magni. Quoniam linea à centro spheræ ad terminum radij, spheram contingentis protracta (quæ est ad circulum prædictum) tenet cum radio angulum rectum ratione contingentis [per 18 p 2.] Tenet ergo angulum acutum cum semidiametro à polo circuli producta [per 17 p 1] & hunc angulum respicit arcus interiacens polum circuli & circulum [Quare per 33 p 6 peripheria c s minor est quadrāte peripheriæ maximi in sphaera circuli. Itaq; cum per 16 th. 1 spher. Theodosij peripheria maximi

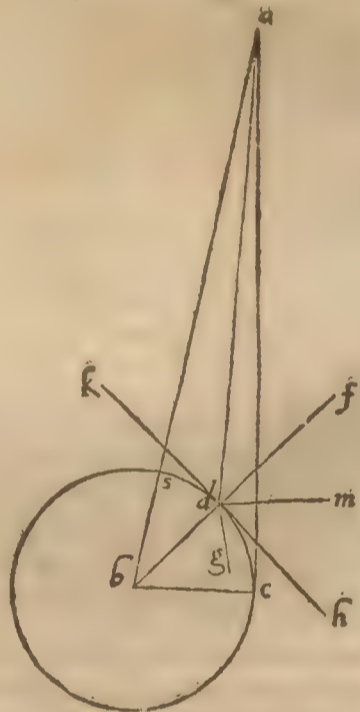


h 4 circuli

circuli distet à suo polo quadrante peripheriæ maximi circuli: erit peripheria, conuersione radij ab uno uisu sphaeram tangentis, in sphaerica superficie descripta, minor maximi circuli peripheria.]

25. Si duarum rectarum linearum à uisu, altera speculum sphaericum connexum tangat, reliqua per centrum secet: tangens circa secantem fixam cōuersa, definiet segmentum superficiei speculi: à cuius puncto quolibet potest ad uisum fieri reflexio. Et centra uisus & speculi, puncta reflexionis & uisibilis sunt in reflexionis superficie. 2. 5. 6 p 6.

Dico igitur, quod à quolibet puncto huius portiois poterit fieri reflexio. Quonia sumpto aliquo eius puncto: diameter sphaeræ ab illo puncto intellecta, erit perpendicularis super superficiem planam tangentem sphaeram in puncto illo [per 4 th. 1 sphaer.] Et huius rei probatio est. Intellectis duabus superficiebus sphaeram super diametrum à puncto sumptam, intellectam secantibus: lineæ communes superficiei sphaeræ & his superficiebus sunt circuli sphaeræ transeuntes per punctum sumptum [per 1 th. 1 sphaer:] & intellectis duabus lineis, tangentibus hos circulos in puncto sumpto: erit diameter perpendicularis super utramq; lineam [per 18 p 3.] Quare super superficiem, in qua sunt illæ lineæ [per 4 p 11.] Et cum descenderit radius super punctum sumptum: erit in eadem superficie cū diametro sphaeræ, cuius terminus punctum est sumptum [per 2 p 11.] & linea à centro uisus ad centrū sphaeræ intellecta: quæ quidē transit per polum circuli (& est radius orthogonaliter cadens super superficiem sphaeræ) [quia per 4 th. 1 sphaer. est perpendicularis plano sphaeram in puncto d tangenti] est similiter in eadem superficie [per 2 p 11:] & ex his tribus lineis erit triangulum: & radius super punctū sumptū incidēs, tenet acutū angulū cū diametro sphaeræ ab exteriori parte: quonia cū elatior sit iste radius radio sphaeram contingente: secabit sphaeram cū producta intelligitur: & superficies tangēs sphaerā in puncto sumpto demissior erit hoc radio: & secabit inter sphaerā & uisum, uisam diametrum, id est lineā à cetro uisus ad centrū sphaeræ intellectā, per polum circuli transeuntem: undē cū diameter sphaeræ sit orthogonalis in superficie punctū tangente: tenebit angulū rectū maiore ex parte interiori cū radio in punctū descendente: undē [per 13 p 1] in exteriori parte tenebit cum eo angulū minore recto: & producta, orthogonalis erit super superficiē contingente exterius [p 4 th. 1 sphaer.] Quare ex angulo recto, quē tenebit cū superficie ex alia radij parte, poterit abscindi acutus æqualis ei, quē includit radius cū illa diametro: & erūt lineæ tres hos angulos duos includētes in eadē superficie [per 6 13 n.] Quare à puncto portiois sumpto potest produci lineā in eadem superficie cum radio, in punctū illud cadēte, & lineā orthogonaliter in superficie punctū contingente, & ad paritatem angulorum cū perpendiculari illa: & illi lineæ occurrēt forma puncti mota ad superficiē speculi per radiū illum. Igitur eisdem est situs cum lineā, quæ poterit reflecti [per 12 uel 18 n.] Et erit superficies, in qua sunt hæ lineæ, orthogonalis super superficiem sphaerā in puncto contingente [per 12 n.] Et ita in quolibet portiois puncto intelligendum. Ergo in omni superficie reflexionis erūt centrū uisus: centrū sphaeræ: punctū reflexionis: & punctū reflexū. Et oēs hæ superficies secabūt se sup lineā à cetro uisus ad cetro sphaeræ, practā: & cuilibet reflexiois superficie & superficie sphaeræ, cōmunis lineā erit circulus sphaeræ [p 1 th. 1 sphaer:] & oēs circuli secabūt se sup punctū sphaeræ, in quō cadit diameter uisus: & est sup circuli portiois polū. Cū aut radius ceciderit in speculū orthogonaliter sup superficiē, in puncto, in quō radius cadit, sphaerā tangentē (& est radius ille, diameter uisus p polū circuli portiois ad cetro sphaeræ) fiet reflexio ad uisum p eundē radiū ad motus radij ortū [p 11 n.]



26. Si duo plana à cetro uisus, ducantur p latera cōspiciam speculi cylindracei cōnexi superficie terminata: tangēt speculū: & facient in uisu cōmunem sectionē parallelā axi speculi. 2. 3 p 7.

In speculis autē columnaribus patebit, quod diximus. Opponatur speculū columnare exterius politum oculo: (& est oppositio, ut non sit uisus in superficie columnæ, aut superficie ei continua) & intelligamus superficiem à centro uisus ad columnæ superficiem, secantem columnam super circulum æquidistantē basibus columnæ: & in hac superficie sumantur duæ lineæ, tangentēs circulū sectionis in duobus punctis oppositis: ab utroq; illorū punctorum producatur lineā secundum longitudinem columnæ: & intelligatur duæ superficies, in quibus sint hæ duæ lineæ longitudinis, & duæ lineæ à centro uisus ductæ, contingentes circulū sectionis. Dico, quod hæ superficies tangent columnā. Si enim dicatur, quod altera secat illā: planū est, quod sectio est super lineā longitudinis columnæ, in quā superficies cadit: [per 21 def. 11] & similiter erit sectio super lineā longitudinis columnæ

columnæ huic oppositam: & circulus sectionis trāsīt per has duas lineas longitudinis: & linea contingens circulum sectionis: cum sit in superficie aliqua: secat columnam super aliquas longitudinis lineas, sibi inuicem æquidistantes: & si trāsīt per unam earum, trāsībīt per alteram, & ad paritatem angulorum. Cum ergo trāsīt per punctum, in quo circulus sectionis secat primā longitudinis lineam: trāsībīt etiam per punctū, in quo alia longitudinis linea tangit hunc circulum: & ita secat circulum. Quare non contingit, quod est contra hypothēsīm. Palām ergo, quod duæ illæ superficies cōtingunt speculum, & quod inter illas cadit ex superficie speculi, est, quod apparet uisui. Cum autem duarum illarum superficierum sit concursus in centro uisus, secabunt se, & linea sectionis communis trāsībīt per centrum uisus: & erit æquidistans axi columnæ. Quoniam enim axis columnæ orthogonalis est super circulum sectionis [per conuersam 14 p 11] & lineæ longitudinis columnæ orthogonales super eundē circulum [per 8 p 11: latera enim cylindri parallela sunt axi, perpendiculari ad circulum sectionis per 21 d 11] etiam superficies tangētes columnam secūdum lineas has: orthogonales erunt super circulū eundem [per 18 p 11: ergo & super superficiem secantē columnam in illo circulo. Quare linea communis harum superficierum est orthogonalis super eandem superficiem [per 19 p 11] quare æquidistans axi columnæ [per 6 p 11.]

27. Si linea recta à cetro uisus, ducta ad punctū cōspicua superficiei speculi cylindræci cōuexi, cōtinuetur: secabit speculū. 4. s p 7.

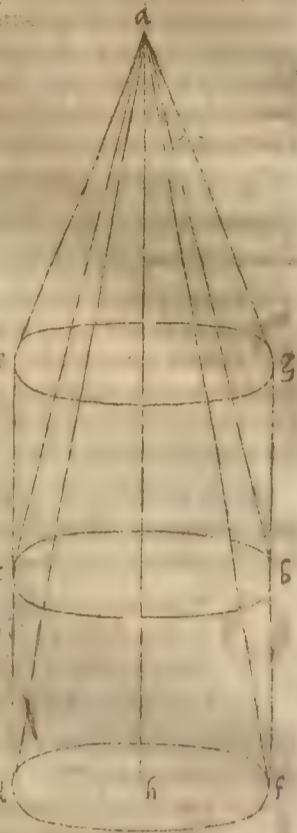
Dico ergo, quod quocunq; puncto in sectione speculi apparente sumpto: linea à centro uisus ad punctum producta, secabit speculum. Quoniam intellecta linea longitudinis columnæ à puncto sumpto, trāsībīt per circulum sectionis, & tanget ipsum in puncto: ad quod punctum si ducatur linea à centro uisus: secabit speculum: quia cadit inter lineas contingētes hunc circulum: ergo & superficies à centro uisus procedens, in qua fuerit hæc linea, secabit speculum. Cum ergo in eadem superficie sit linea à centro uisus, ad punctum sumptum ducta: secabit linea illa speculum: & ita quælibet linea à centro uisus, ad portionem speculi intellecta, secat speculum. Eodē modo quælibet linea à linea cōmuni, per centrum uisus intellecta, ad hæc portionē ducta, secat speculū. Vnde quælibet superficies tangens speculū in aliqua portionis apparentis linea, secat superficies, quæ contingūt portionis extremitates: & nulla omnium superficierum portionē tangentiū, peruenit ad uisus centrū, sed inter uisum extēditur & speculum.

28. In speculo cylindræco cōuexo, à quolibet cōspicua superficiei puncto potest ad uisum reflexio fieri. 25 p 7.

Dico ergo, quod à quolibet puncto portionis huius potest fieri reflexio lucis. Dato enim puncto, fiat super ipsum circulus æquidistans columnæ basibus: si ergo superficies à cetro uisus procedens, & columnæ superficiem æquidistanter basi secans, secet eam super hunc circulū: & linea à centro uisus ad circuli centrū ducta, trāsīt per punctum datū: fiet reflexio formæ illius puncti per eandem lineam ad lineæ ortum [per 11 n.] quia linea illa est axis uisus super axem columnæ perpendicularis [per 21 d 11, 29 p 1.] Sumpto autem puncto quocunq; per quod trāsīt axis, perpendicularis super axem columnæ: fiet reflexio illius puncti per eundē axem [per 11 n.] Si uero prætereat axem punctum sumptum, quæcunq; sit linea à centro circuli, æquidistantis basibus per ipsum punctum ducta, ad superficiem in linea longitudinis columnæ per punctū illud trāsēuntis, contingentem: erit super axem orthogonalis [per 21 d 11, & conuersam 14 p 11.] Quare super lineam longitudinis per punctum illud trāsēuntem [per 29 p 1.] Et quoniam uisus est altior superficie punctum contingēte: linea à cetro uisus ad punctum sumptū ducta, tenebit acutum angulū cū perpendiculari illa, à puncto ad centrū circuli ducta: & hic est ex parte exteriori, quia obtusum habet ex interiori: & ex angulo recto, quem illa perpendicularis tenet cum linea superficiei contingentis circulum [per 18 p 3] poterit abscindi acutus huic æqualis: & perpendicularis illa cum cetro uisus est in eadem superficie: quare etiam cum linea à cetro ad punctum ducta: & erit linea reflexa in eadem superficie: quare cum linea à centro ad punctum ducta. Et erit hæc superficies orthogonalis super superficiem, contingentem speculum in puncto illo: quoniam perpendicularis orthogonaliter cadit super hanc superficiem: & huiusmodi erit reflexionis superficies.

29. Si uisus sit extra superficiem speculi cylindræci cōuexi, in plano uisibilis per axem ducto: cōmūnis sectio superficierum reflexionis & speculi, erit latus cylindri: & unicum tantum est in eadem cōspicua superficie planum, à quo ad eundem uisum reflexio fieri potest. 7. rō p 7.

Et autē diuersitas inter lineas superficierum reflexionis & superficiei columnæ cōmunes. Cū enim reflexio erit per eundē radium: cadet idē radius ille orthogonaliter super axem, & linea



comunis superficiei columnæ & superficiei reflexionis, erit linea recta, scilicet latus columnæ: cum in superficie reflexionis sit diameter columnæ. Et planum hoc est, quoniam columnæ compositio est ex motu superficiei æquidistantium laterum super unum latus immotum [per 21 d. 11.] Vnde superficiei columnam secanti, in qua sit axis, id est latus immotum, & superficiei columnæ communis linea, erit latus motum. Et dico, quod ex omnibus reflexionis superficiebus una sola est, cui & columnæ superficiei sit lineæ communis recta. Quoniam unica potest intelligi superficies, in qua sit axis columnæ & centrum uisus: & non plures.

30. Si uisus sit extra superficiem speculi cylindracei conuexi, in plano uisibilis ad axem recto: communis sectio superficierum reflexionis & speculi, erit circulus: & unicus tantum est in eadem conspicua superficie, à quo ad uisum reflexio fieri potest. 9. 17 p. 7.

Si uero superficies reflexionis sit æquidistans basibus columnæ: erit linea communis circulus [per 5. th. Sereni de sectione cylindri] & hæc sola est superficies, quæ cum columnæ superficie lineam communem habeat circularem. Quoniam in omni reflexione, perpendicularis super superficiem, contingentem punctum reflexionis, est diameter circuli, basibus columnæ æquidistantis: & non potest esse in columnæ superficie, nisi unus circulus æquidistans basibus, qui cum centro uisus sit in eadem superficie.

31. Si uisus sit extra superficiem speculi cylindracei conuexi, in plano uisibilis ad axem obliquo: communis sectio superficierum reflexionis & speculi erit ellipsis: & plures in eadem conspicua superficie esse possunt, à quibus ad eundem uisum reflexio fiat. 10. 18 p. 7.

O mnes autem aliæ superficies reflexionis, secant columnam & axem columnæ: quoniam perpendicularis ducta à puncto reflexionis secat axem columnæ: & lineæ communes his superficiebus & superficiebus columnæ, sunt sectiones, quas in columnis & pyramidibus assignat geometra.

32. Si communis sectio superficierum reflexionis & speculi cylindracei conuexi, fuerit latus cylindri, uel circulus: reflexio à quocumque, communis sectionis puncto facta, in eadem superficie semper fiet. 19. 20 p. 7.

Cum superficiebus columnæ & reflexionis linea recta fuerit communis, quodcumque punctum illius lineæ intueatur uisus: fiet reflexio in superficie eadem, in qua est axis. Quoniam est superficies unica, contingens columnam in linea illa longitudinis: & quocumque puncto huius lineæ sumpto: perpendicularis ab eo ad axem ducta, erit in eadem superficie cum axe: & hæc linea erit orthogonalis super superficiem, contingentem superficiem columnæ [Nam quia per 21 d. 11. latus cylindri est parallelum axi: erit recta linea perpendicularis axi: perpendicularis tum lateri per 29 p. 1, tum rectæ circum per idem lateris punctum descriptum, tangenti, per 18 p. 3. Quare per 4 p. 11. erit perpendicularis plano speculum tangenti.] Sed centrum uisus est in superficie orthogonalis super eandem superficiem: quia in una superficie est centrum uisus & linea communis & axis columnæ [per 6. 13 n.] & una sola est superficies orthogonalis super illam superficiem [per 13 p. 11.] Quare omnes reflexiones à punctis huius lineæ factæ, sunt in eadem reflexionis superficie. Verum cum linea communis superficiei reflexionis & columnæ fuerit circulus, quodcumque puncto illius circuli uiso: fiet in una & eadem superficie reflexio. Quoniam quæcumque perpendicularis à puncto reflexionis ducta: erit diameter huius circuli: quare in superficie huius circuli est: & punctum uisus similiter: & superficies hæc orthogonalis est super superficiem, quodcumque punctum huius circuli sumptum contingentem. Quare in hac sola superficie erit cuiuslibet puncti, prædicti circuli reflexio.

33. Ab uno communis sectionis superficierum reflexionis & speculi cylindracei conuexi puncto, unum uisibilis punctum ad unum uisum in eadem superficie reflectitur. 22 p. 7.

Quæcumque uero alia linea communi sumpta: non fiet in eadem reflexionis superficie reflexio, nisi ex uno tantum huius lineæ puncto. Quoniam perpendicularis ducta à puncto reflexionis, orthogonalis est super lineam longitudinis columnæ per punctum illud transeuntis [per 23 d. 11.] quare & super axem [per 29 p. 1] & perpendicularis illa, est diameter circuli, æquidistantis basibus columnæ: & superficies reflexionis & circulus ille secant se: & linea ipsa communis, est diameter illius circuli: & est illa diameter perpendicularis super superficiem, columnam in illo puncto contingentem, & superficies reflexionis secat illam lineam longitudinis columnæ, super quam sit contingentia, & est declinata super ipsam: ergo & super axem erit illa superficies reflexionis declinata: & in superficie plana super lineam aliquam declinata non potest intelligi, nisi una linea orthogonaliter cadens in illam. Sed si à duobus superficiei reflexionis punctis fieret reflexio in eadem superficie: essent duæ lineæ illius superficiei orthogonales super axem: quod esse non potest, cum superficies illa sit declinata super eum. Nam perpendicularis à puncto reflexionis cadit in circum, æquidistantem basibus columnæ, & in punctum axis, & est sectio communis superficiei circuli & superficiei reflexionis. Si ergo ab alio lineæ communis puncto, in eadem superficie fieret reflexio: alia perpendicularis ab alio puncto ducta: esset diameter alterius circuli columnæ, huius æquidistantis, & caderet in punctum axis, in quod non cadit superficies reflexionis. Et ita in omnibus superficiebus reflexionis est intelligendum: quod ab uno puncto tantum lineæ communis fiat reflexio in eadem

eadem superficie, respectu eiusdem uisus: quoniam respectu duorum uisuum potest reflexio fieri à duobus pñctis superficiei speculi, ut circuli diametri terminis, quæ est perpendicularis super ipsam sectionem: respectu uerò unius uisus non accidit: quoniam illa duo pñcta nõ simul ab eodem uisu possunt comprehendi: semper enim necesse est partem columnæ medietate minorem uideri.

34. Si recta line à reflexionis pñcto, sit perpendicularis speculo cylindræo conuexo: in-
tus continuata, transibit per centrum circuli basibus paralleli: & contrà. 21 p 7.

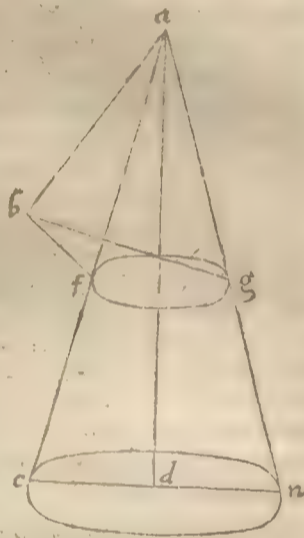
PAlam ex prædictis, perpendicularè super punctum reflexionis intellectam extrà & intrà pro-
duci, diametrum circuli efficere. Quia si non: cum constet diametrum circuli super punctum
illud transeuntem, perpendicularem esse super superficiem contingentem columnam in illo
puncto [ut ostensum est 32 n] & perpendicularem extrà similiter: erit [per 14 p 1] cõtinuitas inter
has perpendiculares, & unam efficient lineam. Quia si non est, quòd diameter extrà producta, per-
pendicularis sit super illà superficiem: accidet ex eodè superficiei pñcto duas erigi perpendicula-
res [cõtra 13 p 11] In omni ergo superficiei reflexionis patet quatuor pñctorũ cõkursus: cõtri uisus:
pñcti axis, in qd cadit pñcti reflexionis in speculo: pñcti, à quo forma corporis pcedit.

35. Si à uisu extra speculi conici conuexi recti superficiem, uel ipsi continuam sito, recta li-
nea cum uertice axis acutum angulũ faciat: duo plana educta per rectas à uisu, speculum tan-
gentes & conica latera, per tactus pñcta transeuntia, tangent speculum, & cõspiciam super-
ficiem dimidiat a minorem, à qua ad uisum reflexio fiat, terminabunt. 1.2 p 7.

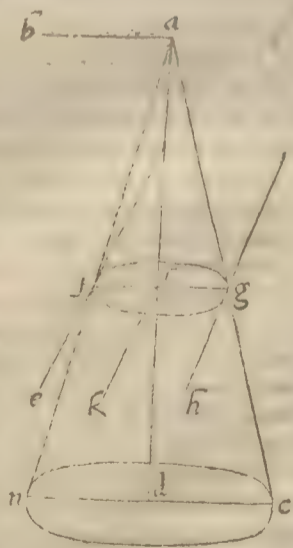
IN speculis pyramidalibus super bases suas orthogonalibus politis exterius est oppositio uisus:
ut non sit uisus in superficie speculi, aut in continua ei: & secũdum uisum situm, respectu speculi
pyramidalis erit quantitas comprehensæ in eo partis. Igitur si radius ab oculi centro ad terminũ
axis pyramidis, id est ad acumen intellectus, faciat cum axe angulũ
acutum ex parte pyramidis: intelligemus à centro uisus superficiem
secantem pyramidem super circulũ æquidistantem basi pyramidis:
& intelligemus duas lineas à centro quidè uisus, tangentes illum cir-
culum in pñctis oppositis, à quibus protrahemus lineas, secundum
longitudinẽ pyramidis. Superficies ergo ex una harum linearũ lon-
gitudinis & altera contingentium circulum, continget pyramidem.
Si enim secuerit: continget aliud punctum, quàm punctum contin-
gentiæ circuli: super illud punctum producatur linea longitudinis,
& illud punctum & acumen pyramidis simul sunt in hac superficie.
Quare illa linea erit in hac superficie, & transibit per aliquod punctũ
circuli: illud igitur punctum in hac superficie est, & in circulo: quare
est in linea cõmuni circulo & superficiei: sed illa contingit circulum:
quare cõtingens transit per duo pñcta circuli, quæ contingit, quod
est impossibile [& contra 2 d 3.] Restat igitur, ut illa superficies tan-
gat pyramidem. Et generaliter omnis superficies, in qua cõcurrunt
linea, tangens aliquod punctum pyramidis, & longitudinis linea, per
punctum illud transiens, tangit pyramidem super lineam longitudi-
nis. Habemus ergo duas superficies ab oculi centro procedentes, py-
ramidem contingentes, inter quas est portio pyramidis apparentis
uisui in hoc situ: & est minor medietate pyramidis: quoniam lineæ
eius partem medietate minorem.

36. Si à uisu recta linea, sit perpendicularis uertici axis specu-
li conici conuexi recti: duo plana educta per rectas speculum in ter-
minis diametri circuli, ad basim paralleli tangentes, & latera co-
nica per tactus pñcta transeuntia: tangent speculum: & dimi-
diatam superficiem cõspiciam, à qua ad uisum reflexio fiat, ter-
minabunt. 89 p 4.

SI uerò linea à centro uisus ad acumen pyramidis ducta, teneat
angulum rectum cum axe, & intelligatur circulus secans pyra-
midem æquidistanter basi: linea communis huic circulo, & su-
perficiei, in qua sunt axis pyramidis, & centrũ uisus: erit orthogona-
lis super axem pyramidis: quoniã axis est orthogonalis super super-
ficiem circuli [per cõuersam 14 p 11: itaq; per 3 d 11 axis conici est ad per-
pendiculum omnibus lineis, à quibus in plano circuli tangitur.] Et
super lineam communem protrahat per centrũ circuli diameter
orthogonalis super hanc lineam: & à terminis huius diametri ortho-
gonalis protrahatũr duæ cõtingentes circulum: & etiam duæ lineæ
usq; ad acumen pyramidis. Duæ superficies, in quibus erũt hæ duæ
lineæ cũ contingẽtib; cõtingẽt pyramidẽ secũdũ modũ prædictũ.



tangentes circulum, includunt

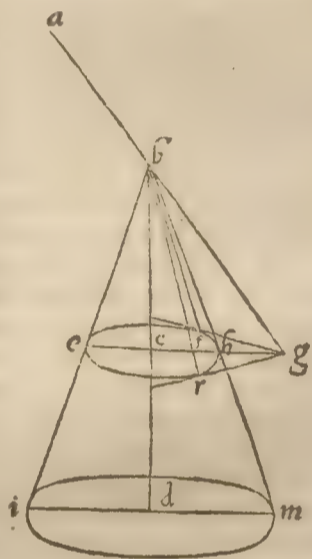


Et quo.

Et quoniam linea communis circulo & superficiei, in qua sunt centrum uisus, & axis pyramidis: est æquidistans lineæ, à centro illius uisus ad terminum axis ductæ [per 28 p 1: quia axis ad perpendicularum est utriq;] & huic lineæ communi sunt æquidistantes lineæ, circulum in prædictis punctis contingentes [per 28 p 1: quia per 18 p 3 diameter ipsis ad perpendicularum est] erunt illæ lineæ æquidistantes lineæ à centro uisus ad terminum axis ductæ [per 9 p 11.] Quare erunt in eadem superficie cum illa [per 35 d 1.] Igitur utraq; superficierum circulum contingentium, transit per centra uisus: & communis illarum superficierum sectio, est linea à cetro uisus ad terminum axis ducta: & quod inter illas superficies cadit ex pyramide, apparet uisui: & est medietas pyramidis: quoniam lineas has contingentes circulum interiacet medietas circuli. Et ita palàm, quod in hoc situ apparet medietas pyramidalis speculi.

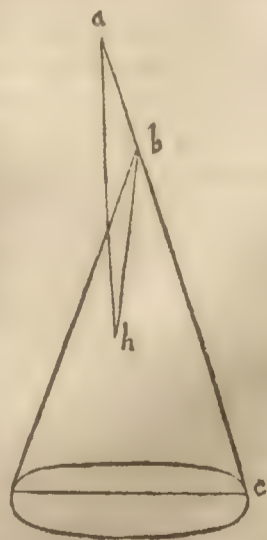
37. Si recta linea à centro uisus, cum uertice speculi conici conuexi recti angulum obtusum faciens, continuata concurrat extra speculum, cum diametro circuli ad basim paralleli continuata: duo plana educta per rectas à concursu speculum in dicto circulo tangentes, & latera conica per tactus puncta transeuntia, tangent speculum: & superficiem conspicuam dimidiata maiorem, à qua ad uisum reflexio fiat: terminabunt. 90 p 4.

Verùm si linea à centro uisus ducta ad terminum axis pyramidis, teneat cū axe angulum obtusum ex parte superiori apparente: & fiat circulus secans pyramidem æquidistanter basi: linea communis huic circulo & superficiei, in qua est centrum uisus & axis, est perpendicularis super axem pyramidis [per demonstrata numero præcedente] Et hæc linea communis extra producta, concurrat cum linea à centro uisus ad terminum axis ducta [per 11 ax] propter angulum acutum, quem facit hæc linea cum axe ex inferiori parte [per thesin & 13 p 1: & propter angulum b c g rectum.] A puncto igitur concursus linearum protrahantur duæ lineæ, contingentes circulum in duobus punctis oppositis: & producantur lineæ ab his punctis ad acumen pyramidis: superficies, in quibus sunt lineæ contingentes cum his longitudinis lineis, contingunt pyramidem: & in utraq; harum superficierum sunt duo puncta lineæ à centro uisus ad terminum axis ductæ, scilicet terminus axis & terminus perpendicularis, in quo scilicet concurrunt linea illa & perpendicularis. Quare linea illa, quæ ducitur à cetro uisus per terminum axis, est in utraq; superficie [per 1 p 11.] Igitur utraq; superficies transit per cetro uisus. Et includunt hæc superficies ex inferiori parte minorē partem pyramidis medietate: quia lineæ contingentes circulum, includunt partem eius minorem medietate. Vnde ex parte superiori interiacet superficies pyramidem contingentes pars medietate maior: & illa est, quæ apparet uisui. Quare in hoc situ comprehendit uisus partem pyramidis medietate maiorem.



38. Si recta linea à uisu per uerticem speculi conici conuexi recti, continetur cum conico latere: tota superficies, præter dictum latus, uidebitur. 91 p 4.

Si autem linea à centro uisus ad terminum axis ducta, cadit super latus pyramidis, ut ex ea & latere unum efficiatur continuum latus: Dico quod non latebit uisum ex hac pyramide, præter lineam quandam intellectualem. Quoniam omnis superficies, in qua est linea à centro uisus ad terminum axis ducta, & secundum lateris longitudinem prolongata, secant pyramidem, una tantum excepta, quæ contingit pyramidem in latere, quod est pars lineæ: & hoc solum latus intellectualem, in tota pyramidis superficie sub hoc situ uisum præterit. Et huius rei ueritas patet ex hoc. Quod quocunq; pyramidis puncto sumpto extra latus intellectualem, si ad ipsum ducatur linea à centro uisus, & ab eo linea longitudinis pyramidis ad terminum axis, efficient hæc duæ lineæ triangulum cum linea lateri applicata: & erit triangulum in superficie à centro uisus intellecta, pyramidem secante. [Nam si conus secetur plano per axem: cõmunis sectio est triangulum per 3 th 1 conico. Apollonij] Et ex his lineis huius superficiei nõ nisi duæ cadunt in superficiem pyramidis, scilicet linea longitudinis, à puncto sumpto ad acumen pyramidis, & linea opposita huic ex altera parte. Et linea à centro uisus ad punctum sumptum ducta, secant lineam longitudinis in puncto sumpto, & lineam lateris continuati cum uisu in centro uisus. Quare huic lineæ à centro uisus non accidet concursus cum aliqua linearum, nisi in ipso centro uisus. Cum igitur non possit

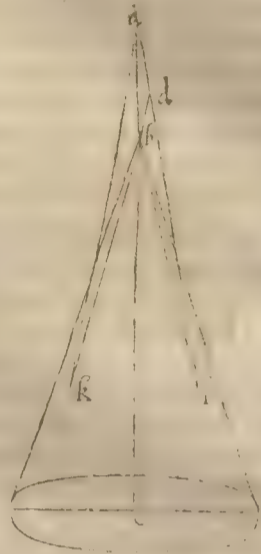


sumi

fumi punctum aliud, ad quod linea à centro uisus accedat, & in hoc punctum transeat: nō occultatur punctum istud ab alio puncto, quod non perueniat ad centrum uisus: quare apparet uisui, cum inter ipsum & uisum nō intercidat corporis solidi obiectio. Et eadem probatio est de quolibet superficie pyramidis puncto.

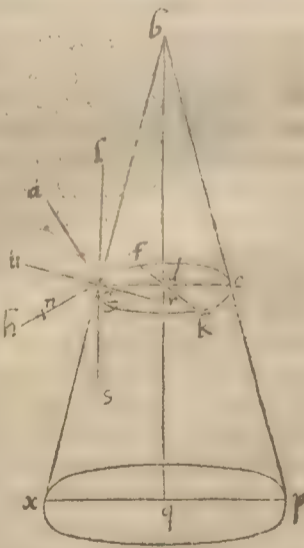
39. Si recta linea à uisu in uerticem speculi conici conuexi recti, continuetur cum axe: tota superficies conica uidebitur. 92 p 4.

ET si linea à centro uisus in terminum axis cadens, intret pyramidem: dico quod nullū occultatur uisui punctū in tota pyramidis superficie. Sumpto enim quocunq; puncto in pyramidis superficie: intelligatur ad ipsum linea à centro uisus, & alia ab eo usq; ad acumen pyramidis: hæc duæ lineæ includunt superficiem triangularem cū linea à centro uisus ad terminū axis ducta, pyramidem intrāte: & est istud triangulū in superficie pyramidem secante: cum omnis superficies, in qua fuerit linea intrans pyramidem, secet eam. Linea uerò à centro uisus ad punctū sumptū ducta, secat in illo puncto lineā longitudinis ab eo ad acumē pyramidis ductā. Et ex lineis superficiei, in qua sunt hæc duæ lineæ, non sunt, nisi duæ lineæ in superficie pyramidis, scilicet hæc lineā longitudinis, à puncto ad acumen ducta, & alia opposita, secans angulū, quem includit hæc cū lineā pyramidē intrante. Igitur linea illa opposita, extra pyramidē producta, secat lineam à centro ad punctū sumptum ductā. Quare linea hæc secat duas lineas, quæ solæ ex lineis huius superficiei sunt in pyramidis superficie: unam extra pyramidem, aliā in puncto sumpto. Quare producta in infinitum nō concurrat cū aliqua illarum linearum: unde nō occultatur uisui sumptum punctum, secundū modum supra dictum. In hoc situ ergo nulla superficieū pyramidem tangentium transibit per centrū uisus, sed quælibet secabit lineam à uisu super terminum axis pyramidem intrātis, inter uisum & pyramidem: & est in termino axis. Cum uerò linea uisus lineæ longitudinis pyramidis applicetur: nulla superficieū pyramidem tangentium pertinet ad centrum uisus præter illam, quæ in prædicta linea contingit pyramidem: & omnes superficies contingentes, secabunt lineam illam inter uisum & uerticem pyramidis. Similiter in situ, in quo duæ superficies contingentes pyramidē per centrū uisus transeunt: quælibet superficies tangens pyramidē in portione pyramidis apparete, quæ duas contingentes interiacet, à centro uisus diuertit: & super quocunq; punctū illius portionis cadat linea uisualis: secabit pyramidē, cū intercidat inter duas cōtingentes uisuales: & superficies, in qua fuerit linea hæc uisualis, & lineā longitudinis pyramidis, secabit pyramidē: & erit hæc uisualis superficies cuicunq; superficiei pyramidis in hac portione, continua: quare & uisus.



40. Si communis sectio superficieum, reflexionis & speculi conici conuexi fuerit latus conicum: à quolibet conspicua superficie puncto ad uisum reflexio fieri potest. 31 p 7.

Dico ergo, quod in quolibet situ, à quolibet puncto potest fieri reflexio. Sumatur enim punctum, & intelligatur circulus per punctum transiens, basi pyramidis æquidistantis: diameter igitur huius circuli ab hoc puncto incipiens, erit perpendicularis super axem [per 3 d 11] cū axis sit perpendicularis super circuli superficie [per 18 d 11, & conuersam 14 p 11.] Quare linea longitudinis à puncto ad acumē pyramidis ducta, tenet angulum acutum cum diametro, & acutum cum axis termino in eadem superficie [per 32 p 1, quia angulus ab axe & semidiametro gd comprehensus, est rectus.] Sit linea uisualis super punctū cadens in superficie, in qua est linea longitudinis & axis, in qua superficie deducatur perpendicularis super lineam longitudinis in puncto illo: concurret hæc quidem perpendicularis cum axe: [per 11 ax] & ex ea, & axe, & lineā longitudinis efficietur triangulum. Super punctū illud intelligatur linea contingens, & super diametrum circuli, quem fecimus, intelligatur diameter alia orthogonalis super ipsam: quæ erit orthogonalis super ipsum axem: & super superficiem, in qua est axis, & diameter prima [per 4 p 11] & hæc diameter secunda est æquidistans contingenti [per 28 p 1] quoniam contingens perpendicularis est super diametrum primam [per 18 p 3] & ita linea contingens orthogonalis est super superficiem, in qua sunt axis & diameter prima [per 8 p 11.] Quare erit perpendicularis super perpendicularē, quam primò fecimus [per 3 d 11] & ita illa prima perpendicularis orthogonaliter cadit super superficiem, contingente pyramidem, in qua punctum est sumptum. Igitur si linea uisualis, cadens in punctum sumptum, transeat secundū processum perpendicularis: erit quidē orthogonalis super superficiem,



pyrami-

pyramidem illā in puncto contingentē, & fiet reflexio formæ per eandē lineam [per 11 n.] Si autem deuiet à processu perpendicularis: faciet quidē angulum cum perpendiculari acutū in puncto sumpto: & poterit produci in superficie eius lineæ uisualis, alia lineā à puncto illo, quæ æqualē angulū huic teneat cum perpendiculari: cum perpendicularis orthogonalis sit super superficiē contingentem. Linea autē quæcunq; super superficiem, contingentem in puncto sumpto orthogonaliter cadens, transit ad axem [per 11 a x: est enim perpendicularis conico lateri: quia, cum ex thesi sit perpendicularis plano conum tangenti in latere per 6 uel 35 n: erit per 3 d u ipsi lateri perpendicularis] & si ab axe ducatur orthogonalis ad hanc superficiem, efficiunt perpendiculares, interior & exterior, lineā unam [per 14 p 1:] quod si non: cū perpendicularis interior, extrā producta, sit etiā perpendicularis super superficiem: accidet ab eodē puncto super aliquam superficiem, erigi duas perpendiculares in eandē partem [contra 13 p 11.] Palam igitur, quod à quocunq; puncto superficie pyramidis uiso, potest fieri reflexio ad paritatem angulorum. Et cum linea declinata occurrerit: forma ueniet ad speculum super lineam hanc, & reflectetur ad uisum super aliam: & sunt hæ lineæ in eadem superficie orthogonalī, super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis [per 6. 13 n.] Et hæc est superficies reflexionis, in qua semper fit comprehensio quatuor punctorū, scilicet, centri uisus, puncti uisi, puncti reflexionis, termini perpendicularis.

41. *Communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici cōuexi est latus conicum uel ellipsis: nunquam uerò circulus. 12 p 7.*

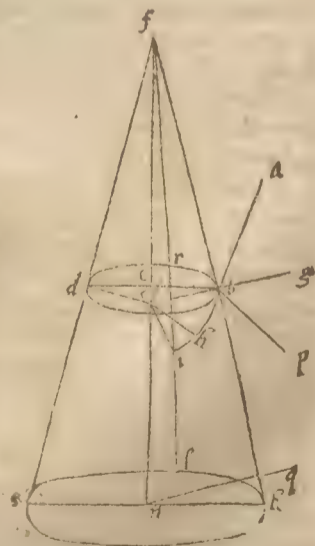
Diuersificantur autē lineæ cōmunes superficie reflexionis, & superficie pyramidis. Cū enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, scilicet, cū in superficie reflexionis fuerit totus axis, & perpendicularis ad axem transiens: erit superficie reflexionis & superficie pyramidis cōmunis lineā, lineā longitudinis in hoc situ. Quoniā quælibet superficies, in qua est totus axis, hanc habet lineam communem cum superficie pyramidis [ut patet 18 d 11.] Et in omni alio situ unica longitudinis pyramidis lineā erit communis, illa scilicet, quæ fuerit in superficie uisus cētrum & axē continēte. Et quādo centrū uisus nō erit in directo axis, una tantūm erit superficies talis: & omnis alia cōmunis lineā, erit sectio pyramidalis, nō circulus. Si enim fuerit circulus: erit superficies illi⁹ circuli in superficie reflexionis. Et quia axis orthogonalis est sup illū circulū [p 18 d 11, & cōuersam 14 p 11] cū quilibet circulus pyramidis sit æquidistās basi [p 4 th. 1 conicorū Apollonij] erūt latera pyramidis declinata sup circulū: & ita sup superficie reflexionis. Quare in superficie illā nō potest duci perpendicularis sup lineā lōgitudinis pyramidis: sed [p 6. 13 n] perpendicularis ducta sup superficie, cōtinget locū reflexionis, est in superficie reflexionis, & perpendicularis sup lineā lōgitudinis [ut ostensum est p. ximo numero] cū quilibet superficies tãgēs tãgat in lineā lōgitudinis [p 6. 35 n.] Accidit igitur impossibile [cōtra 13 n.] Quare restat oēs alias cōmunes reflexionis lineas, sectiones pyramidales esse.

42. *Si cōmunis sectio superficierum reflexionis & speculi conici cōuexi, fuerit latus conicum: reflexio à quocunq; ipsius puncto facta, in eadem superficie semper fiet. 19 p 7.*

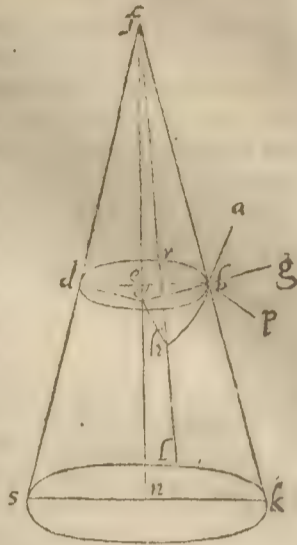
Et cū fuerit lineā cōmunis, lineā lōgitudinis, ex quocunq; puncto illius lineæ fiat reflexio: erit in eadē superficie cū cuiuscunq; alterius puncti reflexione. Quoniā à quolibet huius lineæ puncto ducta perpendicularis cōtinget axē [ut ostensum est 40 n:] & erūt in superficie reflexionis cētrum uisus: & punctū reflexionis: & punctū axis. Quare in hac superficie fit reflexio à quocunq; puncto:

43. *Si cōmunis sectio superficierū, reflexionis & speculi conici cōuexi fuerit ellipsis: ab uno uel duob. cōspicua superficiei punctis quibuslibet, in eadē superficie ad uisum reflexio fieri potest. 34 p 7.*

Si uerò cōmunis lineā nō fuerit lineā lōgitudinis: dico quod uel ab uno cōmunis lineæ puncto, in eadē superficie fiat reflexio, uel à duobus tantūm. Quoniā ducta perpendiculari à puncto reflexionis: perueniet ad axē, & cadet in aliquod punctū eius [ut patuit 40 n:] & intellecto circulo super punctū reflexionis, orthogonaliter secabit circulus axem [Quia enim circulus parallelus est basi per 4 th 1 conico. Apollonij: erit axis ad ipsum perpendicularis per 18 d, & cōuersam 14 p 11.] Et quia perpendicularis tenet angulum acutum cum axe: erit perpendicularis declinata super circulū, & circumquaq; ducta, semper erit æqualis. Unde fiet pyramis, cuius basis circulus, acumen punctum axis, in quod cadit perpendicularis. Igitur superficies reflexionis aut tanget hanc pyramidē, aut secabit. Si tangat: dico quod à puncto reflexionis sumpto possit tantūm fieri in eadē superficie reflexio. Planū enim, quod superficies reflexionis continget hanc pyramidē super perpendicularē, quæ est lineā orthogonalis in superficie reflexionis [per 6. 35 n.] Et si ab acumine totalis pyramidis ducantur lineæ ad sectionem cōmunē superficie reflexionis & pyramidis totalis, prius cadent in circulū, qui est basis pyramidis intellectæ, quàm in sectionē: præter unā, quæ in punctū reflexionis cadit. Si ergo ab alio puncto cōmunis sectionis fieret reflexio: lineā ab illo puncto ad acumen intellectæ pyramidis ducta: erit perpendicularis super lineam longitudinis pyrami-



pyramidis, per punctum illud transeuntem [ut antè patuit:] sed linea ab acumine pyramidis intellectæ ad punctum circuli, per quod transit illa linea longitudinis, absq. dubio est perpendicularis super eam. Quare alia angulum tenet acutum cum hac linea, non rectum. [secus tres anguli trianguli rectilinei maiores essent duobus rectis contra 32 p 1: quod tamen absurdum ex angulis tri, e i r rectis conclusis sequitur.] Si uero superficies reflexionis fecerit intellectualem pyramidem: secabit circulum, qui est basis, in duobus punctis. [Quia enim communis sectio ellipsis (quæ ex thesi est reflexionis superficies) & circuli (qui est fictæ pyramidis basis) est linea recta per 3 p 11, duobus punctis terminata: ellipsis igitur secat circulum in duobus punctis, nempe lineæ rectæ terminis.] Dico, quod hæc sola sunt puncta in tota sectione communi, à quibus fieri possit reflexio in eadè superficie. Quonia ab utroq. istorum punctorum linea ducta ad acumen intellectæ pyramidis, est perpendicularis super lineam longitudinis super punctum suum transeuntem. A quocunq. enim sectionis puncto alio ducatur linea ad acumen illius pyramidis: tenebit angulum acutum cum linea longitudinis per ipsam transeunte, cum perpendicularis cum eadè longitudinis linea angulum rectum teneat in circulo. Et lineæ ductæ ab acumine pyramidis intellectæ ad puncta sectionis, quæ intercedunt inter speculi acumen & circulum: facient angulos obtusos cum lineis longitudinis uersus partem acuminis pyramidis totalis: & quæ ducuntur ad puncta inter circulum & basim speculi interiacentia, faciet cum linea longitudinis angulos acutos ex parte acuminis speculi, obtusos ex parte basis. Ergo à nullo istorum punctorum potest fieri reflexio.

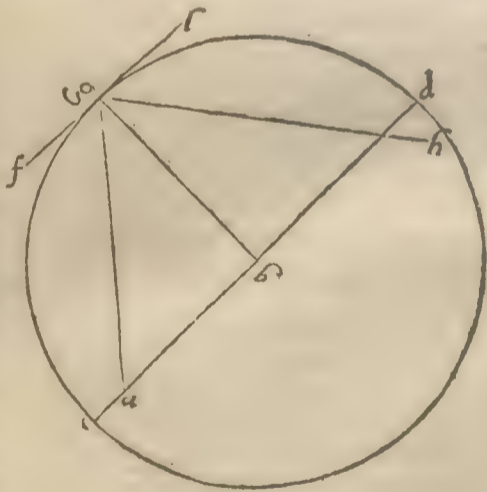


44. Si uisus fuerit in caua speculi spherici superficie: uidebit totam: si intra uel extra: alias hemisphaerium, alias plus, alias minus: si in centro: se ipsum tantum uidebit. 71. 72 p 4. 4 p 8.

IN speculis sphericis concavis si uisus fuerit intra concauitatem speculi: tota speculi superficies apparebit ei: quod si extra fuerit: poterit comprehendere portionem eius maiorem medietate, quam scilicet fecit circulus sphaerae, quem contingunt duo radij à centro uisus ducti: uisu autem in centro huius speculi existente, non fiet ab aliquo puncto speculi reflexio, nisi in se. Quonia enim quaelibet linea à centro sphaerae ad sphaeram ducta perpendicularis est super superficiem, sphaeram in puncto illo tangentem [per 25 n uel 4 th. i sphaericorum:] ergo in hoc situ non comprehendet uisus per reflexionem, nisi se tantum [per 11 n.]

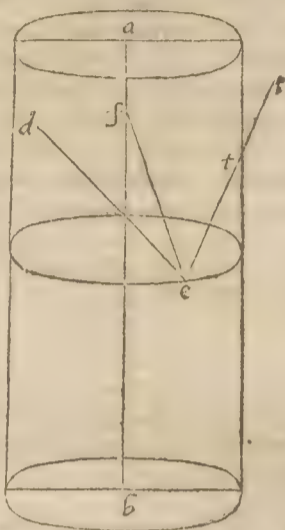
45. Si uisus sit extra centrum speculi spherici caui: uisibile à quolibet eius puncto ad uisum reflecti potest: excepto eo, in quod recta à uisu per centrum speculi ducta, cadit. 6. 3 p 8.

SI uero statuatur uisus extra centrum sphaerae: poterit fieri reflexio alterius rei uisibilis à quocunq. speculi puncto: praeterquam ab eo, in quod cadit diameter, à centro uisus ad sphaeram per centrum sphaerae ducta: quonia diameter cadit super superficiem contingentem sphaeram, orthogonaliter [per 25 n, ideoq. reflectitur in seipsam per 11 n.] Sumpto autè alio puncto, ducatur ad ipsum diameter à centro sphaerae, & linea à centro uisus. Ex his ergo lineis acutus includetur angulus: quonia linea uisualis cadit inter diametrum & superficiem contingentem punctum, quæ scilicet est extra sphaeram: & siue sit oculus intra speculum, siue extra, cadit uisualis linea intra speculum: quia cadit inter lineas uisuales contingentes circulum portionis sphaerae. [Itaq. si diameter gb & linea reflexionis ga in peripheriam cõtinuatæ, connectantur: erit angulus a gb acutus per 31 p 3, 32 p 1.] Cum igitur diameter angulum rectum teneat cum contingente [per 18 p 3:] secetur ex eo acutus, æqualis prædicto in eadem superficie: dico ergo, quod linea reflexionis cadit intra speculum: quonia communis linea speculi & superficiei reflexionis, est circulus, tenens cum diametro angulum acutum maiorem omni rectilineo acuto [per 31 p 3.] Et in singulis punctis erit hic modus reflexionis. Palam ex his, quod in omni superficie reflexionis erunt centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum uisum: terminus diametri à centro uisus per centrum sphaerae ductæ: & quod communis omnium superficierum reflexionis linea cum superficie speculi, est circulus: & quod à quolibet lineæ communis puncto potest fieri in eadem superficie reflexio.



46. In speculo cylindraco cauo superficies reflexionis quatuor habet puncta: uisus, uisibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit. 3 p 9. 83 p 4.

IN speculis columnaribus concauis potest comprehendi totum speculum: si fuerit uisus intra ipsum: sed eo extrà sito, uidebitur maior medietate speculi portio, quæ scilicet interiacet duas superficies à centro uisus procedentes, columnam contingentes. Intelligemus autem superficiem à centro uisus procedentem, basibus columnæ æquidistantem: hæc superficies aut cadet in columnam, aut nõ: si ceciderit, linea communis huic superfici & columnæ erit circulus [per 5 th. Sereni de sectione cylindri:] & linea uisualis, transiens per centrum huius circuli, cadet orthogonaliter super superficiem, contingentem columnam in puncto, in quod cadit linea [ut demonstratũ est 32 n.] & fiet reflexio per eandem lineam ad eius originem [per 11 n. Itaq; cum linea recta (quæ per 1 p 11 in uno est plano) transeat per puncta uisus, uisibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit, erit ipsa in uno reflexionis plano.] Quodcunq; aliud sumatur punctum, linea perpendiculariter ab hoc puncto ducta, cadet in axem [ut patuit 40 n.] & linea uisualis in punctũ illud cadens, faciet angulum acutum cum linea perpendiculari [ut ostensum est superiore numero] cũ sit inter perpendicularẽ & contingentem. Et quod hæc linea cadat intra speculũ, planum est ex hoc: quod cadit inter superficies portionem contingentes. Poterimus igitur in eadem reflexionis superficie ex angulo, quem facit perpendicularis cum contingente, excipere angulum acutum, æqualem angulo acuto prædicto: & cadet linea reflexionis, hunc angulum continens, intra columnam: quoniam cadet inter perpendicularẽ & lineam longitudinis, per terminum perpendicularis transeuntem. Erunt igitur in superficie reflexionis centrum uisus, punctum reflexionis, punctum uisum, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.



47. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindraco caui, fuerit latus cylindraco, aut circulus: reflexio à quocunq; sectionis puncto facta, in eadem superficie fiet.

ET si hoc modo statuatur uisus, ut communis linea superficiei reflexionis & superficiei columnæ sit linea longitudinis: à quocunq; puncto comunis lineæ fiat reflexio: in una determinata erit superficie, omnibus his reflexionibus communi, ea scilicet, in qua centrum uisus, & axis columnæ totus, sicut dictum est superius in columnari speculo non concauo [32 n.] Similiter si linea communis fuerit circulus, omnes reflexiones à punctis illius circuli factæ, procedent in eadem superficie, sicut in alijs circulis patuit.

48. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindraco caui fuerit ellipsis: à pluribus eius punctis idem uisibile ad eundem uisum, in eadem superficie reflecti potest. 9 p 9.

ET si sectio columnaris, fuerit linea communis: à duobus quidem eius punctis tantum fiet reflexio in eadẽ superficie, licet in superioribus columnis [33 n.] tantum ab uno puncto in unica superficie fieret reflexio, unico uisu adhibito: quoniam illic latebant uisum puncta sectionis se respicientia, per quæ scilicet transit circulus columnæ basibus æquidistans: uiso enim uno illorum punctorum, latebat aliud, propter minoris columnæ portionis apparentiam: sed in his appareret maior columnæ portio: unde ab uno uisu percipiuntur puncta terminantia diametrum circuli, æquidistantis basibus columnæ.

49. Si uisus fuerit intra speculum conicum cauum: tota eius superficies uidebitur: si extra & recta à uisu continuetur cum axe, uel conico latere: tota occultabitur. 5. 2. 9. 3 p 9.

IN speculis pyramidalibus concauis, si fuerit uisus intra speculum: uidebit ipsum totum: si uerò extra, & linea à cetro uisus ad acumen pyramidis ducta, intret pyramidem, aut applicetur lineæ longitudinis pyramidis, nihil uidebitur ex speculo. Quoniam quæcunq; alia linea ab oculo ad pyramidem ducta, cadet in pyramidis superficiem exteriorem: unde occultabitur interior superficies. Si autem auferatur portio à pyramide, poterit uideri pars pyramidis, cadens inter contingentes superficies à centro ductas, scilicet maior. Et si linea à centro uisus, sit perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem, & continuetur axi: erunt lineæ communes (sicut dictum est in alijs pyramidalibus) aut lineæ longitudinis pyramidum, aut sectiones. Et in his à duobus punctis sectionis poterit fieri reflexio, in eadem superficie, respectu eiusdem uisus. Et in superficie reflexionis erunt, centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.

50. Si uisus opponatur basi speculi conici caui: uisibile intra speculum positum, tantum uidebitur. 6 p 9.

Sed speculum pyramidale integrum si opponatur uisui, & sit uisus ex parte basis, non percipiet nisi hoc, quod fuerit intra speculum: quoniam perpendicularis tenet angulum acutum cum linea ab oculo ad ipsam ducta, ex parte basis: unde fit reflexio ex parte acuminis [radius enim reflexus declinat ad partem oppositam radio, oblique speculo incidenti per 10 n:] & cadent omnes lineæ reflexæ intra pyramidem, & uideri poterit, quod intra pyramidem positum est. Si autem auferatur ex eo portio secundum longitudinem: poterant quidem comprehendi exteriora, cum pateat exitus lineæ reflexionis. Similiter si secetur pyramis ad modum annuli, ut auferatur uertex: liberum habebunt lineæ ingressum, & exteriora apparebunt: & si fuerit uisus ex parte superficiei concavitatis speculi: plura poterit comprehendere exteriora, quam ex parte basis: quia latior incidentibus datur lineis uia.

51. Ab uno cuiuslibet speculi puncto, unum uisibile punctum ad unum uisum reflectitur. 29. 30. 31 p 5. Item 37 p 5: item in præfat. 1. 5. & 10 librorum.

Amplius: sumpto uniuscuiusq; speculi puncto, nõ est possibile in eo percipi formam; nisi formam unius puncti ab eodem uisu. Quoniam enim per perpendicularem & centrum uisus unica transit superficies: & una sola est linea à centro uisus ad punctum: & unicus angulus ex linea perpendiculari acutus; & unicus angulus in eadem superficie acutus æqualis huic [leues pars æquaretur toti contra 9 ax.] ergo est unica linea, quæ angulum æqualem huic cum perpendiculari facit: & cum linea peruenerit ad partem corporis, nõ potest forma alterius puncti per ipsam uehi, cum punctum præcedens occultet postpositum. Sed duobus uisibus possunt in eodem speculi puncto comprehendi duæ punctuales formæ: quoniam infinitæ possunt sumi superficies; super perpendicularem se secantes; in quarum qualibet circa perpendicularem sumi poterunt duo anguli æquales acuti. Iam ergo proprietatem reflexionis declarauimus, & similiter cuiuslibet speculi proprium. Uisus autem cum per reflexionem formas comprehendit, non animaduertit quod hæc acquisitio per reflexionem sit. Non enim accidit ex proprietate uisus reflexio: quoniam uisu remoto, procedit non minus forma à corpore ad speculum, & reflectitur secundum modum predictum: & si accidat uisum esse in loco, in quem linearum reflexarum fit aggregatio: comprehendet uisus formam illam in capitibus harum linearum: & est in speculo tanquam non adueniens, sed naturalis esset forma speculo. Amplius: aliquando acquirit uisus formas in speculis in sola superficie, aliquando intra speculum, aliquando ultra. Et erit apparens locus formæ secundum figuram speculi & situm rei uisæ: & semper comprehendetur forma in loco proprio, mutato situ uisus & speculi: & erit diuersitas elongationis loci formæ ad speculi superficiem, secundum diuersitatem figuræ speculi. Et locus formæ dicitur locus imaginis. Et forma dicitur imago. Uisus autem comprehendit rem uisam in loco imaginis. Et nos dicemus illum locum, & eius proprium in quolibet speculorum, quæ enumerauimus: & assignabimus causas, propter quas comprehendantur res uisæ in loco illo: & hoc in sequente libro, si deus uoluerit.

ALHAZEN FILII

ALHAYZEN OPTICAE

LIBER QUINTVS.

LIBER iste in duas partes diuisus est. Prima pars est proœmium libri. Secunda de imaginibus.

PROOEMIUM LIBRI. CAP. I.

1. Imago est forma uisibilis, à polita superficie reflexa. In def. 5 libri.

Liquet ex quarto libro [2 n] quod formæ rerum uisarum reflectuntur ex corporibus politis, & uisus comprehendit eas in corporibus politis propter reflexionem: & patuit [20. 21 n 4] quomodo fieret acquisitio rerum ex reflexione formarum. Et uisus comprehendit rem uisam in loco determinato: & primò; cum non fuerit situs rei uisæ ad uisum mutatio. Et forma comprehensa in corpore polito nominatur imago. Et nos explanabimus in hoc libro loca imaginū ex corporibus politis: & dicemus quomodo acquiratur horū locorū scientia, & quomodo inueniatur syllogisticè.

DE LOCIS IMAGINVM. CAP. II.

2. In speculo plano imago uidetur in concursu perpendicularis incidentie & linea reflexionis. 37 p 5.

Imaginis cuiuscunq; puncti locus, est punctum in quo linea reflexionis secat perpendicularem à puncto rei uisæ intellectam super lineam contingentem lineam cõmunem superficiei speculi,

uel superficiei speculo continuæ, & superficiei reflexionis. Et nos hæc declarabimus. Sumatur speculum planum, & statuatur æquidistans horizonti: & lignum directum & politum erigatur super speculum: & sit speculi quantitas, ut totum possit uideri lignum: nisi enim totum appareat, error ingerit: & signetur in ligno punctum aliquod nigrum: apparebit quidem uisui lignum æquale huic ultra speculum, huic ligno continuum, & orthogonale supra speculum, & in ligno apparet apparebit punctum signatum, tantum distans à superficiei speculi, quantum ab eadem distat in ligno superiore. Et si declinetur lignum supra speculum: apparebit apprensus eadem declinatione declinatum; & punctum signatum in apprensus apparebit æquale remotum à superficiei speculi. Et si à puncto signato lignum aliquod erigatur orthogonaliter supra speculum: uidebitur etiam hoc lignum à puncto apprensus orthogonaliter supra speculum, & huic orthogonali continuum. Idem accidit pluribus punctis in ligno signatis. Idemque penitus accidit eleuato aut depresso speculo. Planum ergo per hoc, quod imago puncti uisi apparet in perpendiculari, ducta à puncto uiso ad superficiei speculi. Et in hoc speculo, quæ perpendicularis est super superficiei speculi, est perpendicularis super lineam communem superficiei speculi & superficiei reflexionis. Idem patere potest in pyramide super basim orthogonali, cuius basim plana speculo plano sit orthogonaliter adhibita: apparebit enim huic pyramidi alia continua, & harum pyramidum basim eadem, & acumina ipsarum æqualiter à speculo distantia. Et planum, quod si ab acumine ad acumen ducatur linea recta, erit perpendicularis super basim: & ita super speculum, cum eadem sit superficiei speculi & basim. Quare uertex pyramidis in perpendiculari uidebitur ab eo ad speculum ducta. Similiter à quocumque puncto pyramidis ducatur linea æquidistans axi, cadet ad punctum respiciens ipsum in apprensus pyramide: & erit linea illa perpendicularis super basim & super speculi superficiei [per 8 p. 11.] Quare imago cuiusque puncti pyramidis cadit in perpendicularem, intellectam à puncto illo in speculi superficiei. Sed quodcumque punctum opponatur speculo plano, est intelligere pyramidem, cuius punctum illud uertex: [per 14 n. 4] quæ quidem pyramis super basim orthogonali est, & etiam super speculi superficiei, aut ei continuam: & est intelligere aliam huic pyramidi oppositam, quarum basim eadem, & perpendicularis à uertice ad uerticem orthogonali erit super speculum. Quare imago cuiusque puncti speculo oppositi, cadit in perpendicularem ductam à puncto ad speculi superficiei, aut ei continuam. Sed [per 21 n. 4] planum est, quod in speculis non accidit comprehensio formarum, nisi per lineas reflexionum. Quare imago puncti uisi cadit in lineam reflexionis: & quælibet talis linea est recta. Quare imago cuiusque puncti cadit in punctum sectionis perpendicularis, ductæ ab illo puncto ad superficiei speculi, & lineæ reflexionis. Et in speculis planis linea communis superficiei speculi & superficiei reflexionis est una linea cum linea contingente locum reflexionis. Quare planum, quod in speculis planis imaginis locus, est punctum sectionis perpendicularis à puncto uiso super lineam, contingentem communem lineam superficiei speculi & superficiei reflexionis, & lineæ reflexionis.

3. In speculo spherico conuexo, imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 11 p. 6.

IN speculis sphericis extra politis patebit quod diximus. Queratur superficiei speculi talis magna, in qua appareat forma baculi gracilis, perpendiculariter erecti super ipsum: apparebit quidem forma baculi baculo continua: & apparebit in forma baculi punctum signatum, distans à superficiei speculi secundum distantiam eius ab eodem, in baculo: & si fuerit baculus gracilior ex parte unius capitis, quam ex parte alterius: apparebit quidem in hoc speculo forma eius pyramidalis: & est error uisus, quem postea assignabimus. Amplius: fiat pyramis orthogonali super basim circulem circulatione perfecta: & applicetur etiam huic speculo: uidebitur quidem pyramis huic continua super eandem basim erecta, sed minor ista. Quod autem appareat pyramis, planum est per hoc, quod omnes lineæ ab apprensus imagine uerticis ad circulum basim, uideantur æquales. Et si declinetur pyramis modicum supra speculum à situ, in quo tota uidetur, ut scilicet aliquid ex ea abscondatur, dum tamen locus reflexionis in speculo uisui exponatur: apparebit etiam inde imago pyramidis. Et si elongetur uisus à speculo, aut accedat, dum tamen super lineam à loco ad ipsum protractam cadat: comprehendetur imago pyramidis. Sed accessus uel recessus secundum hanc lineam erit, ut notetur locus reflexionis, & à nota ad locum uisus ducatur linea, secundum quam fiat processus. Verum quoniam imago pyramidis orthogonali est super basim pyramidis, & basim est circulus ex circulis in sphaera: erit linea à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, orthogonali super circulum illum, & transibit per centrum eius [per 6.8 d. 1 conicorum] & erit orthogonali super sphaeram, & transibit per centrum sphaeræ, & erit perpendicularis super superficiei, sphaeram contingentem in puncto, per quod transit hæc linea [per 4 th. 1 spher. uel 25 n. 4] & erit similiter orthogonali super lineam, contingentem circulum sphaeræ per punctum illud transeuntem [per 3 d. 11.] Et hæc contingens est linea, communis superficiei reflexionis & superficiei contingenti sphaeram in puncto illo: & hæc linea contingit circulum sphaeræ, communem superficiei sphaeræ & superficiei reflexionis. Linea ergo à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, est perpendicularis super lineam contingentem, lineam communem superficiei reflexionis & superficiei speculi: quæ quidem est circulus. In hac igitur perpendiculari uideatur imago uerticis. Et planum [per 21 n. 4] quod imago uerticis est in linea reflexionis. Quare compre-

comprehendetur imago uerticis in cōcursu lineæ reflexionis, & perpendicularis à uertice ad sphæram ductæ, siue ad contingentem, circulum communem superficiei sphære & superficiei reflexionis. Sumpto autem quocunque puncto huic speculo opposito, est intelligere pyramidem super superficiem speculi orthogonalem, aut super continuam ei, cuius uertex sit punctum sumptum: [per 14 n 4.] & linea ab illo puncto ad imaginem puncti illius, erit in superficie reflexionis, & perpendicularis super superficiem speculi, uel ei continuam modo prædicto: quoniam punctum uisum & imago semper sunt simul in superficie reflexionis [per 23 n 4.] Quare & linea à puncto uiso ad eius imaginem ducta.

4. In speculis conuexis cylindræo, conico, imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IN speculis columnaribus exterius politis non apparent, quæ in ligno & pyramide diximus: quoniam recta in his speculis uidetur non recta: & est error uisus communis, cuius postea causam assignabimus. Accidit tamen in solo corporis puncto uidere locum imaginis prædictum, hoc modo. Adhibito præcedentis libri instrumento, immittatur regula, cui sit infixum columnare speculum, ut media portionis speculi lineæ sit in superficie regulæ, & non transeat hæc regulæ tabulam æneam, sed super ipsam cadat orthogonally, ita ut altitudo regulæ sit super lineam, diuidentem triangulum tabulæ æneæ. Ereptione facta in hac tabula, impleatur cera, & inducatur ei planities, ut sit in eadem superficie cum tabula: & est, ut certior fiat orthogonality regulæ directio super tabulam. Deinde quærat regulæ acuta, & acuatur extremitas, & applicetur huius regulæ acuitas mediæ superficiei annuli lineæ, & descendat secundum lineam hanc, & ubi ceciderit super regulam, fiat signum. Postea acus descendat, in qua infixum sit modicum corpus album: & hoc in termino, ne descendat acus usque ad regulam. Adhibeatur autem uisus, ut sit in superficie regulæ, & claudatur unus uisuum: uidebitur quidem imago corporis super lineam, à puncto signato ad acumen acus protractam: quæ quidem linea perpendicularis est super superficiem regulæ, quæ superficies tangit columnam in linea longitudinis: & est perpendicularis super lineam longitudinis columnæ, quæ est in superficie regulæ: & est linea communis superficiei regulæ & superficiei reflexionis: & in superficie reflexionis sunt linea longitudinis & linea perpendicularis. Et si situs uisus mutetur, & circa annuli superficiem uisus uoluatur: apparebunt sicut prius, & in eadem linea corpus, & imago corporis, & acus. Et est linea illa perpendicularis super mediam longitudinis columnæ lineam: & hæc est perpendicularis in superficie reflexionis: quoniam superficies annuli secat columnam super circulum, æquidistantem basi columnæ: & in hac superficie est uisus. Et nos probabimus postea, quod quando uisus, & uisum corpus fuerint in superficie, æquidistante basi columnæ, illa est superficies reflexionis. In hoc autem situ, linea communis superficiei columnæ, & superficiei reflexionis, est circulus: & perpendicularis, in qua uidetur imago & corpus, orthogonally cadunt super lineam, hunc circulum contingentem. His peractis auferatur acus à loco suo, & ponatur regula acuta super lineam annuli mediam, ita ut cadat super mediam longitudinis regulæ lineam, & adhibeatur regula acuta superficiei annuli cera firmiter. Postea auferatur regula, in qua est speculum, & accipiat regulæ acuta, & applicetur eius acuitas mediæ longitudinis regulæ lineæ, & secundum processum acuitatis fiat cum incausto super speculum protractio. Post sumatur triangulum cereum modicum, cuius unum latus sit æquale altitudini regulæ, in qua est speculum, & sit spissitudo huius trianguli moderata, & superficies huius trianguli sint planæ pro posse: & adhibeatur columnæ regulæ triangulum firmiter sub basi regulæ, & latus eius æquale altitudini regulæ ponatur super latus basis regulæ. Cum ita fuerit, erit huius trianguli altitudo super basim columnæ æqualem regulæ. Et ut efficiatur superficies plana ad modum superficiei regulæ, includatur triangulum inter regulam & superficiem planam, & comprimatur, donec sit bene complanatum, & super superficiem huius trianguli ponatur regula acuta, & secetur finis huius trianguli cum acuitate regulæ, & erit finis eius linea recta, & erit linea hæc basis regulæ, in qua est speculum. Postea ponatur regula super superficiem tabulæ, quæ est in instrumento, & ponatur finis eius basis, quæ est in longitudine, quæ est latus trianguli cerei, super lineam, quæ est in longitudine tabulæ, sicut factum est prius: & erit superficies regulæ, in qua est speculum, orthogonally super tabulam æneam: & hæc superficies secat tabulam æneam super lineam, quæ est in longitudine eius: & hæc superficies tangit superficiem speculi super lineam, quæ est in superficie speculi: & hæc est superficies regulæ, in qua est speculum: & erit angulus regulæ acutæ, adhærentis in media linea superficiei annuli, in qua superficie erit speculum, declinatus in partem, in qua est caput trianguli: quia regula exaltauit unam partem eius cum corpore trianguli, & alia pars, quæ est post caput trianguli, est superficies tabulæ æneæ: & erit linea, quæ est in medietate speculi, declinata. Et quando fuerit latus trianguli cerei super lineam, quæ est in longitudine æneæ tabulæ: mouebitur regula, in qua est speculum: & latus trianguli in hoc motu, si sit super lineam longitudinis tabulæ æneæ, & procedat uel retrocedat, donec concurrat angulus regulæ acutæ cum puncto aliquo lineæ superficiei speculi, donec firmetur regula acuta, & auferatur linea in speculo cum incausto facta: & fiat punctum in superficie speculi in directo capitis regulæ acutæ, & auferatur regula acuta, & apponatur acus, & sit acus super lineam mediam superficiei annuli, & adhærenter cogatur cum cera: erit linea intellectualis ab acu in punctum signatum in superficie speculi, perpendicularis super superficiem regulæ, quæ tangit su-

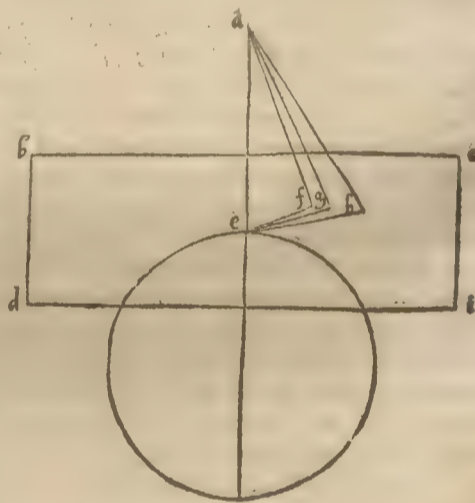
perficiem speculi super punctum signatum, & perpendicularis super quamlibet lineam ab illo puncto protractam, in superficiem contingentem speculum. Erit ergo perpendicularis super lineam rectam, contingentem lineam communem superficiei altæ annuli & superficiei speculi. Ponatur autem uisus in superficie annuli, in capite eius, & uidebit in speculo, donec comprehendat formam corporis parui, quod est in acu: & tunc percipiet corpus illud, & punctum in speculo signatum, & imaginem illius corporis. Et linea transiens per corpus paruum, & per punctum in superficie signatum, est perpendicularis super superficiem, contingentem speculi superficiem super punctum signatum: & hæc superficies annuli, est ex superficiebus reflexionis: & corpus paruum, & centrum uisus sunt in hac superficie, & punctus reflexionis est in hac superficie: & hæc deinceps probabimus. Et imago corporis parui in hoc situ, erit super lineam rectam, a corpore paruo protractam super superficiem, contingentem superficiem speculi: & est hæc linea perpendicularis super lineam rectam, contingentem lineam communem superficiei speculi, & superficiei reflexionis, quæ est superficiei annuli. Et superficies reflexionis est ex superficiebus declinantibus, secantibus columnam inter lineas longitudinis columnæ, & circulos eius æquidistantes basibus: quia regula & speculum, quod est in ea, sunt declinata. Linea ergo communis huic superficiei & superficiei speculi, est ex sectionibus columnaribus. Et ita explanabimus locum imaginis, ut mutetur situs regulæ, in qua est speculum & declinetur super superficiem eius aliqua declinatione maiore uel minore. Palam ergo ex his, quod imago percipitur, ubi perpendicularis a uiso puncto ad speculi superficiem ducta, concurrat cum lineâ reflexionis. Et hic est situs prædictus. Eadem poterit adhiberi operatio in speculo pyramidali exteriori: & idem patebit siue sint imagines rerum uisarum in sectionibus pyramidalibus, siue in ijs, quæ fiunt secundum lineas longitudinis.

5. *Rectarum linearum ab eodem uisibilis puncto in specula planum uel conuexum cadentium: minima est perpendicularis. 21 p 1.*

SI a puncto uiso ad speculi superficiem ducantur lineæ: quæ perpendicularis est, minor est qualibet alia. Quoniã quælibet alia prius secat communem lineam superficiei contingentem speculum, inquam orthogonaliter cadit perpendicularis, & superficiei reflexionis, antequam ueniat ad speculum: & quælibet lineâ a puncto uiso in hac superficie, ad hanc lineam communem ducta, est maior perpendiculari [per 19 p 1] quia maiore respicit angulû [rectû nempe a e f in triangulo a e f.] Quare patet propositû.

6. *In speculo spherico cauo, imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.*

IN speculis sphericis concavis comprehenduntur imagines quædam ultra speculum: quædam in superficie: quædam citra superficiem. Et harum quædam comprehenduntur in ueritate, quædam præter ueritatem. Omnes, quarum comprehenditur ueritas, apparent in loco sectionis perpendicularis & lineæ reflexionis: quod sic patebit. Fiat pyramis, & eius axis sit orthogonalis super basim: & diameter basis sit minor medietate diametri spheræ: & linea longitudinis pyramidis, sit maior eadẽ semidiametro: & secetur ex parte basis, ad quantitatem eius, scilicet semidiametri: & fiat super sectionem circulus: & secetur pyramis super hunc circulû. Postea in medio speculi fiat circulus ad quantitatem basis pyramidis remanentis: & appetur huic circulo pyramis, & firmetur cum cera. Deinde statuatur uisus in situ, in quo imaginem pyramidis possit comprehendere: & adhibeatur lux, ut certior fiat comprehensio: non uidebis quidem pyramidem huic coniunctam, sed comprehendes hanc ultra speculum extensam: unde apparebit pyramis quædam continua, cuius basis ultra speculum est, & pars eius pyramis cerea. Et si in hac pyramide signetur linea longitudinis cum incausto: uidebitur hæc linea protendi super superficiem pyramidis apparentis. Et quoniã uertex pyramidis est centrum spheræ: linea a uertice secundum longitudinem pyramidis ducta, erit perpendicularis super lineam, contingentem quemlibet circulum spheræ, per caput lineæ transeuntem [quodlibet enim conilatus æquatur semidiametro spheræ per fabricam: uertex igitur conilatus est centrum maximi in spherâ circuli: cuius semidiameter est latus: itaque per 18 p 3 ad lineam tangentem est perpendicularare.] Quare quælibet linea longitudinis pyramidis apparentis, est perpendicularis super lineam, contingentem lineam communem superficiei reflexionis & superficiei spheræ: quæ quidem linea communis est circulus [per 1 th 1 spheræ.] & quodlibet punctum pyramidis in hac uidetur perpendiculari: & quælibet perpendicularis est in superficie reflexionis [per 23 n 4:] quoniam punctum uisum & imago eius sunt in perpendiculari, & in hac superficie: & omnis imago comprehenditur in linea reflexionis [per 21 n 4.] Quare imago cuiuscumque puncti pyramidis, erit in puncto sectionis perpendicularis



ularis & lineæ reflexionis. Puncta autem, quorum imagines citra speculum comprehenduntur, hoc est inter uisum & speculum, sunt, cum à quolibet eorum linea ducta ad centrum speculi, secat latitudinem uisus inter uisum & speculum interiacentis. Et ut uideatur hoc: auferatur pyramis à medio speculi: & collocetur in parte, erit uertex centrum speculi: & remotio uisus sit maior semidiametro sphaeræ. Deinde sumatur lignum gracile album, & statuatur in speculo, ut sit centrum speculi directè medium inter caput ligni & centrum uisus, & dirigatur intuitus in punctum speculi, à quo linea ad uerticem pyramidis ducta, sit inter caput ligni & uisum: & apparebit forma capitis ligni citra speculum, & propinquior uisui uertice pyramidis: & erant in eadem linea recta, uertex pyramidis, & caput ligni, & imago capitis. Et hæc linea est perpendicularis super lineam, contingentem lineam communem superficiæ speculi & superficiæ reflexionis [per 25 n 4:] quoniam superficies reflexionis transit per centrum & punctum uisus. Et linea transiens per hæc duo puncta, est in superficie reflexionis. Et linea communis est circuli: & hæc linea huic circulo erit diameter: quoniam centrum illius circuli, est centrum sphaeræ. Quare erit hæc linea perpendicularis super lineam, contingentem circulum in capite huius lineæ [per 18 p 3:] & hæc linea transit per punctum uisum, & eius imaginem. Et ita quodlibet punctum citra speculum uisum, comprehenditur in eadem linea cum centro & cum imagine eius: & quodlibet punctum uidetur in linea reflexionis [per 21 n 4.] Quare in loco sectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Et ea, quorum ueritas in his speculis comprehenditur, sunt, quorum imagines apparent ultra speculum uel citra superficiem eius: & præter hæc, nulla sunt, quæ in hoc speculo in ueritate comprehendat uisus, ipsa enim prohibent imagines suas ueras apparere. Imagines, quæ apparent in superficie huius speculi, sunt ex ultima partitione: & hæc explanabimus, cum erit sermo de erroribus uisus. Quodlibet ergo punctum in ueritate in hoc speculo comprehensum, apparet in concursu perpendicularis & lineæ reflexionis: quæ quidem perpendicularis transit à puncto uiso ad centrum sphaeræ, & cadit orthogonaliter in contingentem, lineam communem.

7. In speculis cauis cylindræo, conico, imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis 37 p 5.

In speculis columnaribus concauis diuersificatur imago: aliquando enim erit locus eius in superficie speculi: aliquando ultra: & in his omnibus aliquando in ueritate comprehendetur: aliquando non. Cum uolueris in his locum imaginis percipere: facias, sicut fecisti in columnaribus exterioribus. Adhibeatur enim regula, in qua sit columna concaua, sicut adhibita est superius, & acus similiter, & corpus modicum, in summitate acus: & ponatur uisus oppositus in medio circuli, & in medio superficiæ annuli: & subleuetur uisus modicum à superficie annuli: & inspiciat, donec imaginem corporis uideat, & comprehendat formam corporis, & corpus, & punctum in speculo, signatum in eadem linea perpendiculari, super superficiem speculi: & hoc per syllogismum sensualem. Et erit imago ultra speculum, & erit reflexio ex puncto lineæ rectæ, quæ est in medio speculi. Deinde statuatur uisus in superficie annuli, sed extra medium, donec uideat imaginem corporis parui: uidebit quidem eam citra speculum: & uidebit corpus, & eius imaginem, & punctum in speculo signatum, in una linea recta perpendiculari, super lineam rectam contingentem circulum æquidistantem basi speculi, super punctum signatum in speculi superficie: & superficies huius, est superficies reflexionis in hoc situ: & est superficies faciæ annuli: & punctum reflexionis est punctum illius circuli. Postea adhibeatur cum manu alia acus, in cuius summitate sit corpus modicum & statuatur in superficiem & axem, hoc modo, ut corpus, & punctum signatum sint in eadem linea, secundum sensualem syllogismum: & sit uisus in superficie annuli, inter caput eius & medium: uidebit quidem imaginem corporis, & uidebit hanc imaginem & corpus eius, & punctum signatum in superficie speculi, in eadem linea recta. Si autem declinetur linea recta cum triangulo paruo, quod fecimus, & sit uisus in medio annuli: uidebit imaginem citra speculum, sed in eadem linea recta cum corpore, & puncto signato. Et hæc reflexio erit ex columnaribus sectionibus: quoniam speculum est declinatum: & scimus [à 21 n 4] quod non percipitur imago, nisi in linea reflexionis. Palam ergo, quod locus imaginis est, ubi secat perpendicularis prædictam lineam reflexionis, cum comprehenditur ueritas. Et licet non comprehendatur certitudo imaginis, tamen erit modus harum imaginum cum ueritatis imaginibus. Pari modo uidere poteris unam imaginem in pyramidalibus concauis in concursu perpendicularis cum linea reflexionis. Palam ergo, quod in omnibus speculis comprehenduntur imagines in loco prædicto: qui quidem locus similiter dicitur imaginis locus.

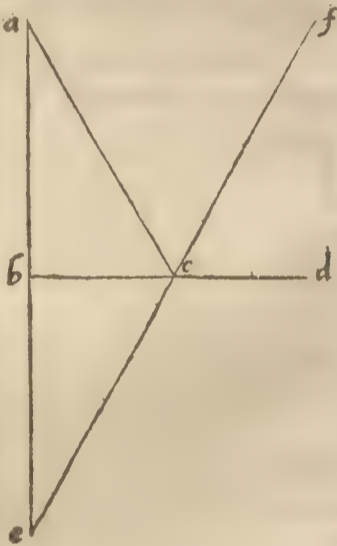
8. Imago in quocunq; speculo, uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

Quare autem comprehendantur res uisæ per reflexionem in locis imaginum: & quare imago sit super perpendicularem à re uisa in speculi superficiem, declarabimus causam. Uisus cum acquirit formam per reflexionem, acquirit eam statim sine certitudine, & acquirit longitudinem per æstimationem, & hanc longitudinem comprehendet forsitan in ueritate, per diligentiam intuitus adhibita, forsitan non. Et istud explanauimus in libro secundo [24. 25. 38. 39 n:] & ibi dictum est, quod
uisus

uisus acquirit longitudinem per syllogismum ex magnitudine corporis, & angulo aliquo, sub quo comprehenditur magnitudo. Et acquisitio rei uisæ notæ manifesta est in hunc modum. Res etiam ignotæ comprehenduntur in hunc modum: conferuntur enim rebus cognitis & magnitudinibus uel longitudinibus notis. Cum uisus comprehendit rem aliquam per reflexionem: non comprehendit longitudinem imaginis, nisi per æstimationem: deinde adhibita diligentia, acquirit longitudinem, & uerificat per syllogismum ex magnitudine rei uisæ & angulo pyramidis, super quam forma reflectitur ad uisum. Cum ergo res uisa ex rebus notis fuerit, uisus acquirit eius longitudinem per iam notam longitudinem angulum æqualem huic tenentem, & huic longitudini similem. Similiter res uisa cum fuerit ignota, confertur magnitudo eius alij magnitudini rerum uisarum notarum, & acquiritur longitudo eius imaginis per syllogismum mensuræ anguli, quem tenet imago in centro uisus, in hora reflexionis. Et à loco, in quo est forma rei uisæ comprehensa per reflexionem, forma directè ueniens ad angulum circa oculum, accedit super pyramidem ipsam, per quam forma reflectitur ad uisum: & eadem pyramis occupabit totam formam, quæ fuerit in loco imaginis. Uisus ergo cum acquirit rem uisam per reflexionem: acquirit eam in loco imaginis: quoniam forma comprehensa est in loco imaginis per reflexionem. Quare similis est formæ directè comprehensæ, occupatæ ab illa pyramide. Et hæc est causa, quare comprehendatur in loco imaginis.

9. *Imago in speculo plano uidetur in perpendiculari incidentia. 36 p 5.*

Quare autem comprehendatur imago in perpendiculari, dicemus. Scimus [per 16 n 4] quòd punctum uisui perceptibile, non est intellectuale, sed sensuale, & forma eius sensualis. Dico igitur in speculis planis, quòd cum imago non appareat in superficie speculi, sed ultra: competentius est, & rationabilius, ut appareat supra perpendicularem, quàm extra eam. Cum enim in loco perpendicularis assignata fuerit distantia eius à puncto reflexionis speculi, quæ scilicet est pars lineæ reflexionis, à loco imaginis ad punctum reflexionis ductæ: erit æqualis distantia puncti uisi à puncto reflexionis. Quia enim superficies speculi est orthogonalis super perpendicularem, [per thesln] & linea à puncto reflexionis ad perpendicularem ducta est latus duobus triangulis commune, & angulus lineæ accessus est æqualis angulo reflexionis [per 10 n 4, & angulus f c d æquatur angulo e c b per 15 p r: ideoq; angulo a c b] quare duo anguli unius trianguli sunt æquales duobus angulis alterius trianguli [anguli enim ad b recti sunt per thesln & d 11] & unum latus commune est: quare [per 26 p 1] reliqua latera æqualia sunt reliquis lateribus. Si ergo imago in perpendiculari apparuerit: æqualiter à speculo distabit cum corpore, à quo procedit: & erit imagini idem situs, respectu puncti reflexionis, qui est in puncto uiso, respectu puncti eiusdè: & idem est situs, respectu uisus. Vnde in hoc situ apparebit ueritas & puncti uisi, & imaginis. Si uerò imago fuerit extra perpendicularem, cum fuerit necesse eam in linea reflexionis esse, [per 2 n 4] aut erit ultra perpendicularem, aut citra, respectu uisus. Si fuerit ultra: erit quidem remotior à puncto reflexionis, & à uisu, quàm punctum uisum, unde tenebit minorem angulum in oculo, quàm punctum uisum, & minorem occupabit uisus partem: unde cum sit æqualis, uidebitur minor eo. Si autem fuerit citra perpendicularem, uidebitur maior, cum sit propinquior.



10. *Imago in speculis conuexis, cauis: spherico, cylindraceo, conico uidetur in perpendiculari incidentia. 36 p 5.*

In speculo spherico extra polito uidetur imago super perpendicularem. Aut enim uidetur imago centri uisus: aut alterius puncti. Si imago centri uisus: dico, quòd dignior est perpendicularis ab oculo ad centrum spheræ ducta, ut super eam appareat imago centri uisus, quàm alia. Si enim forma directè procedat secundum hanc perpendicularem usque ad centrum spheræ, eundem semper seruabit situm, respectu uisus: & ita cuicumque puncto spheræ opponatur forma: perpendicularis ad centrum mota, identitatem situm tenebit, respectu uisus: & idem erit situs formæ in una perpendiculari, quæ & in alia: quoniam centrum spheræ eundem habet situm, respectu cuiuslibet puncti spheræ, & omnes huiusmodi perpendiculares eiusdem sunt situs. Si autem extra perpendicularem imago moueatur, ad quodcunque punctum spheræ mutabitur situs eius, respectu uisus: quoniam alium habebit situm extra perpendicularem, quàm in perpendiculari, & extra speculum mouebitur perpendicularis, & non intra: & si extra speculum appareat, non seruabit situm. Et conuenientius fuit, ut seruaret situm imago, quàm ut mutaret, ut uisus rem uisam certius comprehenderet. Ob hoc imago centri uisus super perpendicularem apparet. Et huic imagini non possumus certum assignare in perpendiculari punctum: quoniam non inuenitur dignitas in uno perpendicularis puncto maior, quàm in alio, ut hæc imago determinatè appareat in eo: sed scimus, quòd in quocunque puncto huius perpendicularis appareat, semper apparet con-

ret cōtinua cum apparente oculo: & semper in totali forma apparente eundem tenet locum & situm. Cuiuscunq; uerò puncti imago, præter centrū uisus, ad speculum accedit, mouetur declinatè: quare nō durat ei similitudo situs, respectu uisus: & perpendicularis à puncto uiso ad speculū ducta, cadit super centrū spheræ: in qua quidē perpendiculari obseruat imago similitudinē situs. Nō est ergo punctum, in quo cōprehensa imago seruet similitudinē situs, nisi in perpendiculari illa. Et cū oporteat ipsam comprehendere in linea reflexionis, [per 21 n 4] comprehendetur in concursu huius lineæ cum hac perpendiculari. Iam ergo assignauimus causam huius rei. Verū rerum naturalium status respicit situs suorum principiorū, & principia rerum naturalium sunt occulta. Idem erit modus probationis in speculo spherico concauo. Similiter in pyramidali concauo, uel extrā polito. Et uniuersaliter erit locus imaginis in perpendiculari in quocunq; speculo: quoniam non est locus extra perpendiculararem, in quo forma obseruet similitudinē situs & identitatem. His explanatis restat demonstratiuè declarare locum imaginis, in quolibet speculorum specie. Dicimus ergo, quod linea, per quam reflectitur forma puncti cuiuslibet comprehēsi à uisu in speculo plano, quando ipsam egressum est à perpendiculari, quæ à centro uisus cadit in superficiem speculi plani: concurret cum perpendiculari, producta ab illo puncto ad superficiem speculi: & erit punctum concursus (qui est locus imaginis) ultra speculum: & erit longitudo illius à superficie speculi, æqualis longitudini puncti uisi à superficie speculi: & uisus non acquirit imaginem puncti uisi, nisi in loco illo. Et quodcunq; punctum acquirit uisus in hoc speculo: non apparebit ex eo, nisi unica imago. Quodcunq; autē punctum comprehendit uisus in speculo spherico extrā polito, quando egreditur forma à perpendiculari, ducta à centro uisus ad centrum speculi: linea, per quā reflectitur imago ad oculum, concurret cum linea producta à puncto illo ad centrum speculi: quæ linea est perpendicularis, ducta à puncto illo orthogonaliter super lineam, contingentē lineam cōmunem superficiē reflexionis, & superficiē speculi. Et situs puncti concursus, qui est locus imaginis, à superficie speculi erit secundū situm uisus à superficie speculi. Et forsitan erit punctum concursus ultra speculum, forsitan in superficie speculi, forsitan intra speculum. Et uisus comprehendit imagines omnes ultra speculum, licet diuersa sint earum loca: & non comprehendit locum cuiuslibet imaginis, nisi syllogisticè in superficie speculi. Et quodlibet punctum comprehensum in hoc speculo, non prændit, nisi unam imaginem. In speculo columnari extrā polito, & pyramidali extrā polito, quodcunq; punctum comprehendit uisus, cum fuerit extra perpendiculararem, ductam à centro uisus, orthogonalē super superficiem contingentem superficiem speculi: linea, per quam reflectitur forma ad uisum, concurret cum perpendiculari, ducta ab illo puncto super rectam lineam, contingentem lineam cōmunem superficiē reflexionis, & speculi. Et loca imaginum horum speculorum quædam sunt ultra superficiem speculi: quædam in superficie: quædam citra. Et uisus acquirit omnes imagines horum speculorum ultra superficiem speculi. Et quodcunq; punctum comprehendit uisus in his speculis, non efficit, nisi unam imaginem tantum. In speculo spherico concauo lineæ, per quas reflectuntur formæ punctorum uisorum: quædam concurrunt cum perpendicularibus, ductis à punctis illis super lineas, contingentēs lineas cōmunes superficiē speculi & superficiē reflexionis: quædam sunt æquidistantes his perpendicularibus. Et earum, quæ concurrunt cum perpendicularibus, quædam habent locum concursus (qui est locus imaginis) ultra speculum: quædam citra speculum. Et quæ citra speculum habent: quædam inter uisum & speculum: quædam super ipsum centrū uisus: quædam ultra centrum uisus. Et uisus quasdam formarum rerum uisarum, quas acquirit in his speculis, comprehendit in loco imaginis, qui est punctum concursus: & hæc sunt, quas uisus certò comprehendit: quasdam comprehendit extra locum concursus: & est comprehensio sine certitudine. Et res uisæ, quas acquirit uisus in hoc speculo, quædam unam præ se ferunt imaginem tantum: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor. Nec potest esse, quod una res prændat plures. In speculo pyramidali cōcauo & columnari cōcauo lineæ, per quas reflectuntur formæ ad uisum: quædam concurrunt cum perpendicularibus, ductis à punctis uisus super lineas, contingentēs lineas cōmunes: & quædam sunt æquidistantes perpendicularibus. Quæ concurrunt cum perpendicularibus: quædam habent concursum ultra speculum: quædam citra. Quæ autem citra: quædam inter speculum & uisum: quædam super centrum uisus: quædam ultra centrum uisus. Et comprehensio rerum uisarum in hoc speculo per uisum, quædam fit in loco imaginis (qui est locus concursus) quædam extra locum concursus. Et eorum, quæ comprehenduntur, aliud prændit unam imaginem tantum: aliud duas: aliud tres: aliud quatuor. Nec aliquod est, quod possit prændere plures, quàm quatuor. Et nos declarabimus hæc omnia demonstratiuè.

II. *Visibile & imago à speculi plani superficie in oppositas partes æquabiliter distant. 49 p 5.*

SIt a punctum uisum: b centrum uisus: c d e speculum planum: & sit d punctum reflexionis: c d e linea cōmunis superficiē reflexionis & superficiē speculi. A puncto d ducatur d f perpendicularis super lineam cōmunem: per 11 p 1] & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem, [per 11 p 11] quæ sit a c, & producatul ultra speculū: & a d sit linea, per quā forma accedit ad speculū: b d, per quā reflectitur ad uisum. Igitur b d, f d, a d, sunt in superficiē reflexionis [per 21 n 4.] Et cū f d sit æquidistans a c [per 28 p 11: quia cū a c sit perpendicularis superficiē speculi per fabricatiōem: erit perpendicularis lineæ c d e per 3 d 11] & [per 13 p 11] d b declinata sit super f d, cōcurrat per lemma Procli ad 29 p 1] b d cū a c. Cōcurrat ergo in puncto g. Dico, quod g e est æqualis c a. Quoniā enim angulus

angulus b d e æqualis est angulo a d c [per 10 n 4, & per 15 p 1 angulus b d e æqualis angulo g d c: ergo per 1 ax: angulus a d c æquatur angulo g d c] & angulus a c d æqualis angulo g c d [per 10 ax:] & latus c d commune. Quare [per 26 p 1] triangulum æquale triangulo. Quare g c æqualis a c.

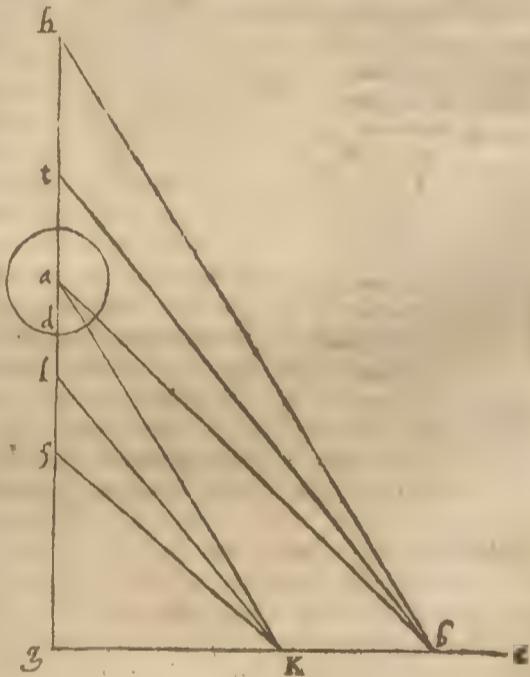
12. *Visu & uisibili datis, in speculo plano punctum reflexionis inuenire. 46 p 5.*

ET si uoluerimus per perpendicularem inuenire locum reflexionis: secetur ex perpendiculari ultra speculum pars, æqualis parti eius usq; ad speculum: & est, ut sit g c æqualis a c: & ducatur linea à centro uisus ad punctum g, quæ sit b d g. Dico, quòd d, est punctum reflexionis. Quoniam enim [per fabricationem & 2 ax:] a c & c d sunt æqualia c g & c d, & angulus angulo [a c d ipsi g c d per thesin & 10 ax.] Ergo [per 4 p 1] triangulum triangulo. Igitur angulus g d c est æqualis angulo a d c: Sed g d c est æqualis angulo b d e [per 15 p 1] restat ergo [per 1 ax] ut angulus b d e sit æqualis angulo a d c. Et ita [per 10 n 4] d est punctum reflexionis: & ita patet propositum.

13. *Si recta linea ab uno uisu sit perpendicularis speculo plano, unum ipsius punctum, in quo uisus superficiem secat, ab uno speculi puncto, in quod cadit, ad eundem uisum reflectetur. 32 p 5.*

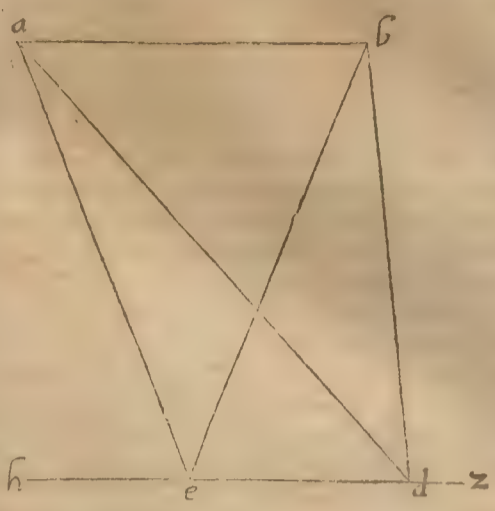
SIta centrum uisus: & a g perpendicularis super speculū planū: & d secet hanc perpendicularē in superficie oculi. Dico, quòd in hac perpendiculari non est punctum, quod reflectatur ab hoc speculo ad uisum, præter d. Sin autem: sumatur ultra uisum punctum in hac perpendiculari: & sit

h: Non iam perueniet forma eius ad speculū super perpendicularē a h, propter solidi corporis interpositionem: & ita nō reflectetur forma eius super perpendicularē. Et si dicatur, quòd ab alio puncto speculi possit reflecti: sit illud b. Mouebitur quidē forma eius ad punctū b per lineā h b: & reflectetur per lineam b a. Diuidatur angulus h b a [per 9 p 1] per æqualia, per lineā t b. Igitur erit perpendicularis super superficiē speculi. [Quia enim angulus h b c æquatur angulo a b g p thesin & 10 n 4, & h b t ipsi a b t per fabricationē: totus t b c æquabitur toti t b g, quare per 10 d 1 t b est perpendicularis ipsi g c cōmuni sectioni superficiē reflexionis & speculi. Itaq; cū reflexiōis superficies, in qua est t b, sit perpendicularis superficiē speculi per 13 n 4: erit t b perpendicularis superficiē speculi per cōuersam 4 d 11] sed [per hypothesin] t g est perpendicularis super eandē. Quare ab eodē puncto est ducere duas perpendiculares ad superficiem speculi, quod est impossibile: [sic enim tres interiores anguli trianguli essent maiores duobus rectis, cōtra 32 p 1.] Eadē erit probatio, quòd forma puncti d nō potest reflecti ab alio speculi puncto, quā à puncto g. Quare non reflectitur, nisi super perpendicularē d g. Punctum autē in hac perpendiculari sumptum inter g & d: si dicatur formā per reflexionē ad uisum mittere: improbo. Quoniam aut erit corpus solidum, aut rarū. Si solidum, procedet secundum perpendicularē forma eius ad speculum, & regredietur secundū eandem usq; ad ipsum, [per 11 n 4] & propter soliditatē non poterit transire, & ad uisum peruenire. Si aut punctum illud fuerit rarum: forma eius regrediēs à speculo super perpendicularē miscebitur ei, & adhærebit, nec reflectetur ad uisum. Quòd autem forma cuiuscunq; puncti in hac perpendiculari inter g & d sumpti non possit ab alio puncto speculi ad uisum reflecti, modo suprā dicto potest probari. Similiter forma puncti inter a & d sumpti non reflectitur ad uisum per perpendicularē, nec per aliam. Quoniam puncta inter centrū uisus & superficiem eius interposita sunt ualde rara. Vnde nec mittitur eorum forma, nec reflectitur, ut sentiatur. Et quoniam quodlibet punctum, præter d in superficie uisus sumptum: opponitur speculo, non ad rectum angulum, uidebitur quodlibet super perpendicularē ab eo ad speculum ductam, & imago eius ultra speculum æquē distans à superficie, sicut ipsum punctum [per 11 n.] Et quoniam d uidetur continuum cum alijs superficiē uisus punctis, & imago eius cōtinua cum alijs imaginibus: uidebitur imago d tantū distans à superficiē speculi, quantum distat d ab eadem. Pålām ergo, quòd cuiuscunq; puncti in speculo uisi imago uidebitur super perpendicularē: & elongatio imaginis, & uisi corporis à superficie speculi est eadem.



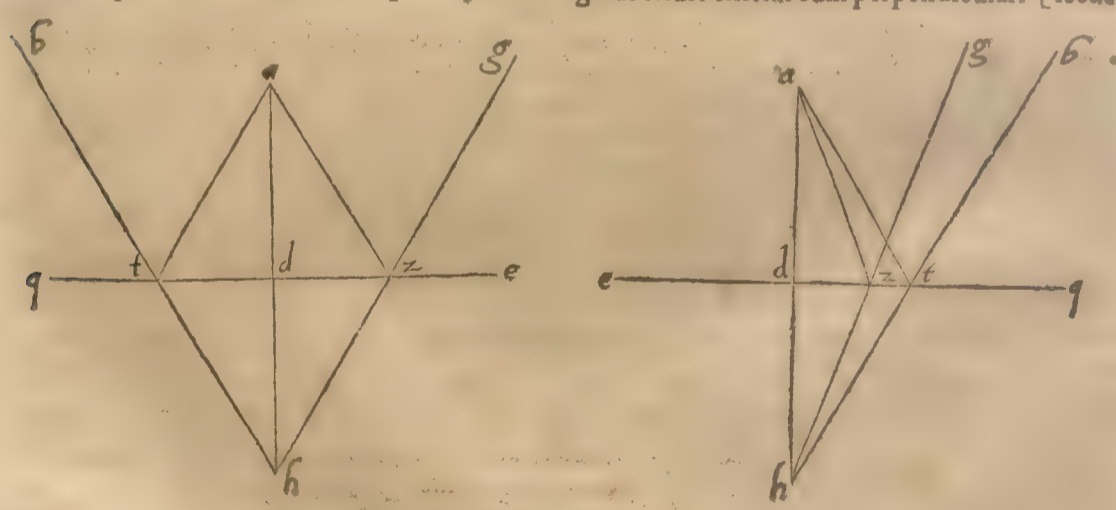
14. Ab uno speculi plani puncto, unum uisibile punctum ad unum uisum reflectitur. 45 p 5.

Amplius: forma puncti uisi in speculo plano non reflectitur ad eundem uisum, nisi ab uno puncto tantum. Sit enim a centrum uisus: b punctum uisum: z h speculum. Si ergo dicatur, quod a duobus punctis speculi reflectatur forma b ad uisum a: sit unum punctum d, aliud e: & ducatur linea a puncto uiso ad uisum, scilicet b a: quae quidem linea aut erit perpendicularis supra speculum: aut non. [Siquidem cum speculi superficie concurrat. Nam cum sit in plano linea h z per 23 n 4: h necessario uel ad ipsam parallela est, uel concurrat.] Si non fuerit perpendicularis, scimus, quod illa linea est in superficie reflexionis orthogonaliter super superficiem speculi [quia connectit duo puncta a & b, quae per 23 n 4 sunt in reflexionis superficie, perpendiculariter ad speculi superficiem, per 13 n 4:] & in una sola tali. Quoniam si in duabus: erit communis duabus superficiebus orthogonalibus: & sumpto in ea puncto, & ducta ab illo linea in alteram superficiem, super lineam, communem huic superficie & superficie speculi, erit [per 19 p 11] haec linea orthogonaliter super speculum. Similiter ab eodem puncto ducatur linea in alia superficie super lineam, communem huic superficie & superficie speculi: erit haec linea orthogonaliter super speculum. Quare ab eodem puncto erit ducere duas perpendiculares ad superficiem speculi [& sic connexis per rectam lineam perpendicularium duarum terminis: erunt ipsae ad connectentem perpendiculares, per 3 d 11: itaque in triangulo rectilineo erunt duo anguli recti, contra 32 p 1.] Cum ergo b a sit in una sola superficie orthogonaliter: & tria puncta a, b, e sint in eadem superficie orthogonaliter [per 23 n 4] erunt a e, e b in illa superficie orthogonaliter: similiter [per 2 p 11] e d, d b, d a. Quare e a, e b sunt in eadem superficie cum d a, d b: sed angulus a e h est aequalis angulo b e d, [per 10 n 4] & angulus a e h maior angulo a d e, [per 16 p 1] quia exterior. Quare b e d maior a d e. Sed b d z aequalis a d e [per 10 n 4, & per 16 p 1 b d z maior b e d.] Quare a d e maior b e d: & dictum est, quod minor. Restat ergo, ut a solo puncto fiat reflexio. Si uero a b sit perpendicularis super speculum: iam dictum est, [13 n] quod unicum est punctum in linea, a centro uisus ad speculum orthogonaliter ducta, cuius forma reflectitur a speculo ad uisum. Et iam probatum est, quod imago illius puncti ab uno solo reflectitur puncto. Quare patet propositum.



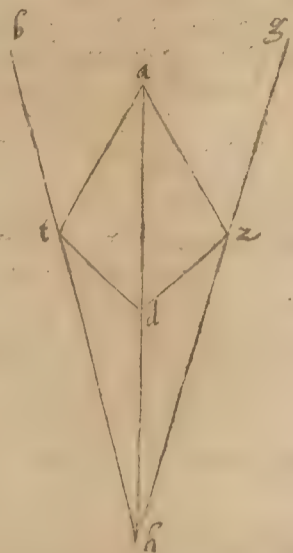
15. In speculo plano, imago unius puncti, una, & uno eodemque, in loco ab utroque uisu uidentur. 51 p 5.

Amplius: inspecto aliquo puncto ab utroque uisu: una tantum & eadem imago apparet utriusque uisui & in loco praedicto. Vnde planum est, quod forma puncti non reflectitur ad utrumque uisum ab eodem puncto speculi. Quia enim linea reflexionis ad unum uisum procedens, angulum tenet cum perpendiculari erecta super superficiem speculi, aequalem angulo, quem tenet linea accessus formae ad speculum cum eadem perpendiculari [per 10 n 4:] non poterit in eadem superficie sumi alia linea, quae aequalem angulum huic efficiat cum perpendiculari [secus



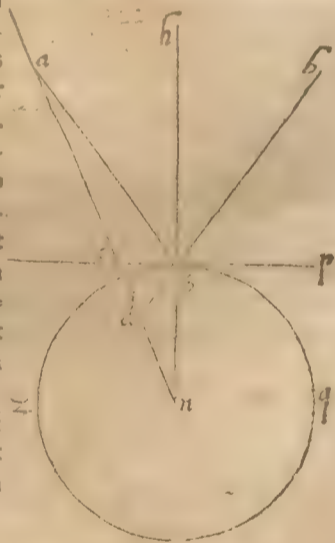
pars aequaretur toti, contra 9 ax:] Vnde ab hoc puncto non reflectetur linea aliqua ad alterum uisum. Oportet ergo ut a diuersis punctis speculi fiat reflexio. Sint illa puncta t, z: & sit speculum planum qe: punctum uisum a: duo uisus b, g: perpendicularis a d. Palam ergo [per 23 n 4] quod b t, g z, a d, a z, a t, a d

at, a d sunt in eadem superficie orthogonaliter super superficiem speculi. Similiter g z, a z, a d sunt in eadem superficie orthogonaliter: & linea d t communis superficiem a d t b & superficiem speculi: & d z linea communis superficiem a d z g & superficiem speculi. Si iam b t, g z fuerint in eadem superficie orthogonaliter, erit [per 3 p 11] t d z linea una recta: & perpendicularis a d aut erit inter duas perpendiculares productas ad superficiem speculi a duobus visibus: aut extra. Vtrumlibet sit: linea b t secabit ex perpendiculari a d ultra speculum partem, æqualem parti, quæ est a d [per 11 n.] Similiter g z secabit ex eadem perpendiculari partem ultra speculum, æqualem illi parti. Illæ igitur duæ lineæ reflexionis secabunt perpendicularem ultra speculum in eodem puncto. Ergo imago puncti a in eodem perpendicularis puncto percipietur ab utroque visu. Quare unica tantum erit imago & eadem: & in eodem loco: quæ esset uno tantum visu adhibito. Si uero puncta t, z non fuerint in eadem superficie reflexionis orthogonaliter super speculum: eadem tamen erit probatio: quod utraq; linea reflexionis secet ex perpendiculari partem, æqualem parti superiori: & erit sectio linearum reflexionis cum perpendiculari in eodem puncto. Quare patet propositum. Si uero fuerit punctum a in perpendiculari ducta ab uno visu ad superficiem speculi tantum, secundum eundem visum comprehendetur [per 11 n 4] ultra speculum in puncto perpendicularis, tantum elongato a superficie speculi, quantum distat a ab eadē [per 11 n.] Quia forma a uidetur continua cum formis aliorum punctorum, quæ quidem videntur in locis similibus: & ab alio visu comprehendetur imago a in eodem perpendicularis puncto. Quare & sic utriq; visu unica tantum apparet imago puncti a, & in eodem eiusdem perpendicularis puncto. Quod est propositum.



16. In speculo spherico conuexo linea reflexionis & perpendicularis incidentiæ concurrunt: & imago uidetur in ipsarum concursu. 9. 11 p. 6. Idem 3 n.

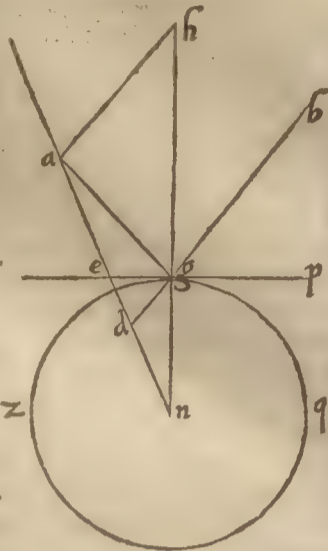
IN speculis sphericis extra politis patebit, quod diximus. Sit a punctum visum: b centrum visus: g punctum reflexionis. Palam [per 23. 13 n 4] quod b g, a g sunt in eadem superficie orthogonaliter super superficiem spheram contingentem in puncto g: linea communis superficiem reflexionis & superficiem spheræ est circumferentia [per 1 th 1 spheræ: uel 25. uel 45 n 4] & sit z g q. Linea contingens hunc circumferentiam in puncto reflexionis sit p g e: perpendicularis super hanc lineam sit h g: planum, quod h g perueniet ad centrum spheræ. Quod si non: cum linea a centro spheræ ducta ad punctum g, sit etiam perpendicularis super lineam p g e [per 25 n 4 & 3 d 11:] erit ab eodem puncto in eandem partem ducere duas lineas perpendiculares super unam lineam [& sic pars æquaretur toti, contra 9 ax.] Sit autem centrum spheræ n: & ducatur linea a puncto uiso ad centrum spheræ, scilicet a n: quæ quidem erit perpendicularis super superficiem, contingentem spheram in puncto spheræ, per quod transit [per 25 n 4.] Et quoniam planum est, quod b g secat spheram: cum sit inter h g, g p, quæ continent rectum angulum: concurret cum linea a n: Et cum perpendicularis h g sit in superficie reflexionis [per 23 n 4] erit centrum spheræ in eadem [per 1 p 11: quia h g continuata cadit in n centrum spheræ, ut patuit] & ita a n in eadem superficie cum h g. Sit ergo concursus b g cum a n, punctum d. Planum [per 3 n] quod d erit locus imaginis. Et hæc quidem intelligenda sunt, quando linea ducta a puncto uiso ad centrum visus, non fuerit perpendicularis super speculum [visu enim & uisibili in recta linea perpendiculari super speculam collocatis, reflexio fit per eandem perpendicularem, per 11 n 4.]



17. Finis contingentis in speculo spherico, est concursus rectæ speculum in reflexionis puncto tangentis, cum perpendiculari incidentiæ uel reflexionis. Et recta a centro speculi spherici conuexi ad imaginem, maior est recta ab imagine ad reflexionis punctum ducta. In def. 13 p 6.

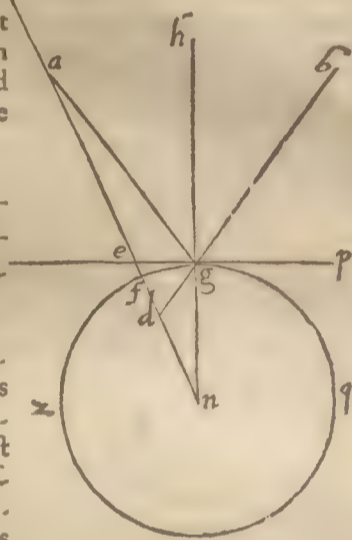
Amplius: linea p g e secat lineam a n: sit punctum sectionis e: & dicitur punctum istud finis contingentis. Dico, quod in hoc situ linea a centro spheræ ad locum imaginis ducta, maior est linea, a loco imaginis ducta ad locum reflexionis, id est d n maior d g. Quoniam enim angulus b g h est æqualis angulo h g a [ut demonstratum est 13 n] sed [per 15 p 1] angulus b g h æqualis est angulo n g d: ergo [per 1 ax] angulus h g a æqualis est eidem: & e g perpendicularis super h g n [per fabricationem.] Quare [per 3 ax] angulus a g æqualis est angulo e g d. Igitur [per 3 p 6] proportio a g ad g d, sicut a e ad e d. Protrahatur a puncto a a quidam ipsi d g [per

[per 21 p 1] & concurrat cum linea $h n$ in puncto h [côcurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Erit igitur [per 29 p 1] angulus $n g d$ æqualis angulo $g h a$: sed angulus $n g d$ æqualis est angulo $a g h$ [ergo per 1 ax angulus $g h a$ æqualis est angulo $a g h$.] Quare [per 6 p 1] duo latera $a g, h a$ sunt æqualia. Igitur [per 7 p 5] proportio $a h$ ad $g d$, sicut $a g$ ad eandem. Sed proportio $a h$ ad $g d$, sicut $a n$ ad $d n$ [per 4 p 6: sunt enim triangula $a h n, d g n$ æquiangula per 29 p 1, & quia angulus ad n communis est utrique triangulo.] Quare [per 11 p 5] $a n$ ad $d n$, sicut $a g$ ad $g d$: Igitur [per 16 p 5] proportio $a n$ ad $a g$: sicut $d n$ ad $d g$: Sed $a n$ est maior $a g$: [per 19 p 1] quia respicit angulum maiorem recto in triangulo $a g n$ [rectus enim est, ut patuit, $e g n$.] Igitur $d n$ maior $d g$: quod est propositum.



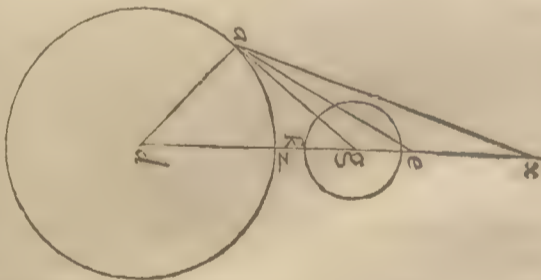
18. Si in speculo spherico conuexo perpendicularis incidentie secetur à lineis reflexionis: & speculum in reflexionis puncto tangente: erit, ut tota perpendicularis ad inferum segmentum: sic superum ad intermedium. Et pars perpendicularis inter punctum contingentia, & peripheriam, communem sectionem superficierum reflexionis, & speculi, erit minor eiusdem peripheria semidiametro. 12. 14 p 6.

Amplius: dico quòd linea ducta à fine contingentia, qui est e , usque ad spheram perpendiculariter, id est ef , pars lineæ $e n$ minor est semidiametro. Sit f punctum, in quo $a n$ secat superficiem spheræ. Dico ergo, quòd $e f$ minor est $n f$. Quoniam ut dictum est [proximo numero] proportio $a g$ ad $g d$, sicut $a e$ ad $e d$: sed $a n$ ad $d n$, sicut $a g$ ad $g d$: Igitur [per 11 p 5] $a n$ ad $d n$, sicut $a e$ ad $e d$: Igitur [per 16 p 5] $a n$ ad $a e$, sicut $d n$ ad $d e$: sed [per 9 ax] $a n$ maior $a e$. Quare $d n$ maior $d e$: quare $d n$ maior $d f$: quare $n f$ maior $e f$: quod est propositum.



19. Si recta linea ab uno uisus sit perpendicularis speculo spherico conuexo: unum ipsius punctum, in quo uisus superficiem secat, ab uno speculi puncto, in quod cadit, ad eundem uisum reflectetur. 10 p 6.

Amplius: sit g centrum uisus: d centrum spheræ: $d z g$ perpendicularis à centro uisus ad spheram. Dico, quòd nullius puncti forma reflectitur per hanc perpendicularem, nisi puncti eius, quod est in superficie uisus. Punctorum enim formæ post centrum uisus sumptorum non reflectuntur per eam, propter causam supradictam [13 n.]. Similiter nec puncta inter superficiem uisus & speculum sumpta. Dico etiam, quòd nullum punctum huius perpendicularis reflectitur ab alio puncto speculi. Si enim dicatur, quòd ab alio puncto: sit illud punctum a : erit linea $g a$ linea reflexionis: & à puncto illo intelligamus lineam ad a , quæ est linea, per quâ mouetur forma: & includunt hæ duæ lineæ angulum super a : quem quidem angulum necessariò diuidet per æqualia diameter $d a$, cum sit perpendicularis super punctum a . Quia perpendicularis diuidit angulum ex linea motus formæ & linea reflexionis, per æqua [per 13 n 4.] Et ita diameter $d a$ concurrat cum perpendiculari $g d$, inter punctum sumptum & g . Et ita duæ lineæ rectæ in duobus punctis concurrant, & superficiem includent [contra 12 ax:]. Restat ergo, ut solius puncti, quod est in superficie uisus, forma reflectatur à speculo per perpendicularem, & uideatur in proprio imaginis loco, propter eius cum alijs punctis continuitatem.

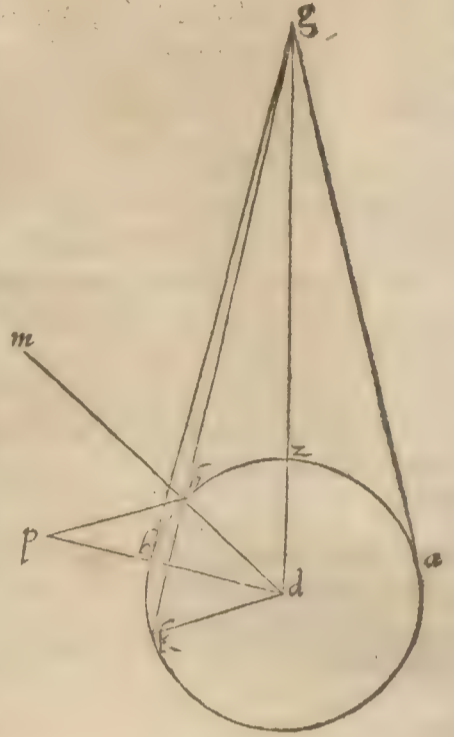


20. Si pars lineæ reflexionis, intra peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi spherici conuexi) continuata, æquetur semidiametro eiusdem peripheria: imago intra speculum uidebitur. 24 p 6.

Amplius: $g a, g b$ sint lineæ à centro uisus ductæ, contingentes spheram: & signetur circulus, sum per quem

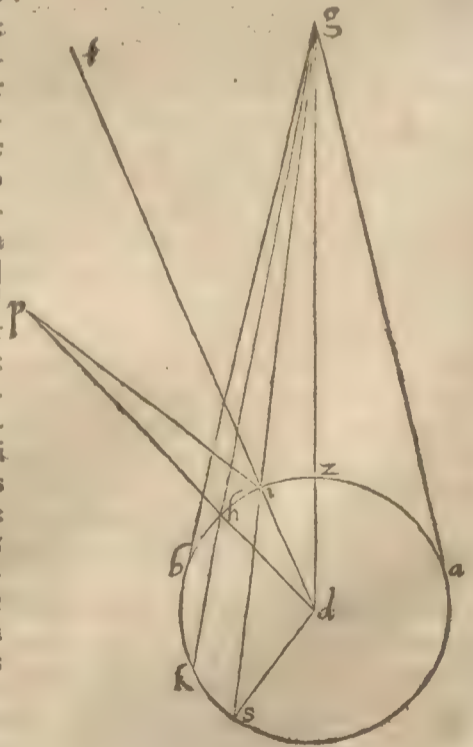
m 2 per quem

per quem superficies his lineis inclusa secat sphaeram: erit [per 25 n 4] ab portio apprens ex hoc circulo. Dico ergo, quod loca imaginum, quae per reflexiones ab hac portione factas comprehenduntur: quaedam sunt intra speculum: quaedam in superficie speculi: quaedam extra speculum. Et unumquodque horum est determinandum. Ducatur à puncto g linea secans circulum, & pars eius, quae est chorda arcus circuli, sit æqualis semidiametro circuli [id quod per 1 p 4 fieri potest:] sit linea illa g h k: & chorda æqualis semidiametro sit h k: & producat à puncto h perpendicularis, quae sit d h m. Dico, quod formæ reflexæ à puncto h locus est intra sphaeram. Ducatur [per 23 p 1] à puncto h linea æqualem tenens angulum cum m h, angulo m h g: & sit p h: reflectentur quidem puncta huius lineæ à puncto h ad uisum g, & nõ alterius [per 12 n 4.] Sumatur ergo aliquod eius punctum: & sit p: & ducatur ab eo linea ad centrum sphaeræ, quæ sit p d: erit [ut demonstratum est 25 n 4] p d perpendicularis super superficiem, contingentem sphaeram super punctum eius, per quod transit p d: & coniungatur d k. Verum angulus p h m est æqualis angulo m h g [ex fabricatione.] Quare [per 15 p 1] similiter æqualis est angulo contraposto k h d: sed [per hypotheseum & 5 p 1] k h d est æqualis k d h: quoniam respiciunt æqualia latera: Igitur [per 1 ax:] angulus p h m æqualis est angulo k d m, Quare [per 28 p 1] lineæ k d, p h sunt æquidistantes: ergo [per 35 def 1] in infinitum productæ nunquam concurrent: & linea p d secabit lineam, interiacentem inter k d, & p h [quia secat angulum h d k ipsi h k subtensum.] Et ita quocumque punctum sumatur in linea p h: linea ducta ab illo puncto, ad punctum d, secabit lineam reflexionis intra sphaeram: quæ quidem linea perpendicularis erit super sphaeram [per 25 n 4] sicut est p d. Quare imago cuiuscumque puncti lineæ p h apparebit intra sphaeram [per 3 n.]



21. Si reflexio fiat à peripheria circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphaerici conuexi) inter rectam à uisu ad speculi centrum ductam, & lineam reflexionis, æquantem partem sitam intra peripheriam, eiusdem semidiametro: imago intra speculum uidebitur. 25 p 6.

Amplius: arcus circuli interiaccens inter punctum h, & punctum, per quod transit perpendicularis à centro uisus ducta: esto h z. Dico, quod à quocumque puncto huius arcus fiat reflexio: locus imaginis erit intra sphaeram. Sit i punctum sumptum: & ducatur linea à centro uisus secans circulum super punctum illud, quæ sit g i s: & ducatur perpendicularis per punctum hoc, quæ sit d i t: & [per 23 p 1] fiat linea p i, æqualem tenens angulum cum i t angulo t i g. Palam [per 12 n 4] quod sola puncta lineæ p i reflectuntur à puncto i ad uisum. Palam etiam [per 15 p 3] quod linea i s maior est linea k h. Quare maior s d [est enim h k ex prima hypothese equalis semidiametro s d.] Igitur [per 18 p 1] angulus s d i maior est angulo s i d: quare [per 15 p 1] est maior angulo g i t: quare est maior angulo t i p. Igitur lineæ p i & s d nunquam concurrent [ad partes p & s: secus spatium comprehenderent contra 12 ax. quia concurrunt ad partes i & d per 11 ax.] Et linea ducta à puncto quocumque p i lineæ, ad punctum d, secat lineam s i intra sphaeram: quæ s i est linea reflexionis: & omnis linea ducta à quocumque puncto p i lineæ, ad punctum d: erit perpendicularis super sphaeram [ut ostensum est 25 n 4,] sicut est p d. Et cum locus imaginis sit in concursu perpendicularis à puncto uiso & lineæ reflexionis: [per 3 n] erit imago cuiuslibet puncti lineæ p i intra sphaeram. Palam ergo, quod omnium imaginum arcus h z, locus proprius erit intra speculum: Quod est propositum.



22. Sire-

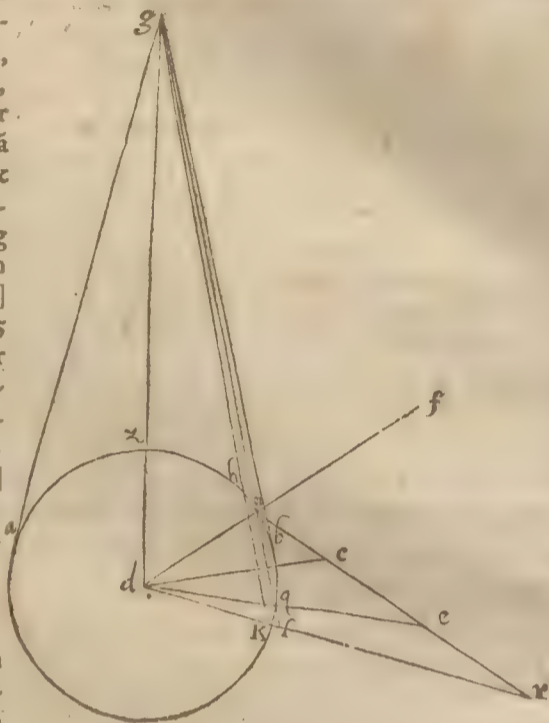
22. Si reflexio fiat à peripheria circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici conuexi) inter rectam à visu speculum tangentem, reflexionis puncto proximam, & lineam reflexionis æqualem partem suam intra peripheriam eiusdem semidiametro: imago aliàs intra speculum: aliàs in superficie: aliàs extra uidebitur. 26 p 6. Item 27. 7 p 6.

Amplius: sumpto quocunque puncto arcus h b: dico, quòd quædam eius imago erit intra speculum: quædam in superficie speculi: quædam extra speculum. Sumatur aliquod eius punctum: & sit n: & ducatur linea à puncto g secans circulum, quæ sit g n q: & ducatur perpendicularis d n f: & [per 23 p 1] protrahatur linea, æqualem angulum tenens cum perpendiculari, angulo f n g: & sit e n. Quoniam linea n q minor est k h [per 15 p 3] est etiam minor linea q d [nã h k posita est æqualis semidiametro sphaeræ] & ita [per 18 p 1] q d n angulus minor est angulo d n q: quare [per 15 p 1] minor angulo g n f: quare etiam minor angulo e n f: Igitur e n & d q concurrent [ad partes e & q per 11 ax.] Sit ergo concursus in puncto c. Palàm [per 25 n 4] quòd linea e q d est perpendicularis super sphaeram: & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis, in puncto q, quod est punctum sphaeræ. Quare imago puncti e, cum fuerit reflexio super punctum n, apparebit in puncto q: [per 3 n] & est in superficie sphaeræ. Si uerò in linea n e sumatur punctum ultra e, utpote r: perpendicularis ducta ab eo ad centrum sphaeræ, quæ sit r d, secabit lineam g n q reflexionis, ultra punctum q: & est extra sphaeram. Quare imago cuiuslibet puncti lineæ e n ultra e sumpti, erit extra superficiem speculi. Si uerò in linea e n, citra punctum e sumatur aliquod punctum: perpendicularis ab eo ducta ad speculum, secabit lineam g n q intra sphaeram: quoniam in puncto, quod est inter n & q. Quare imago cuiuslibet puncti lineæ e n inter e & n sumpti, apparebit intra sphaeram. Eadem penitus erit probatio, sumpto quocunque alio arcus b h puncto: & ita imago cuiuslibet puncti arcus b h una sola est imago in superficie speculi: aliarum quædam in speculo: quædam extra. Et quod demonstratum est in arcu z b, eodem modo potest patere in arcu z a: & eadem penitus erit demonstratio, cuiuscunque circuli sphaeræ sumatur portio, uisui opposita, à perpendiculari g d æqualiter diuisa. Vnde uisu immoto, & perpendiculari g z d manente, si moueatur æquidistanter perpendiculari uisus linea g h, secabit ex sphaera motu suo portionem circulare: & cuiuslibet puncti huius portionis imago apparebit intra sphaeram. Si uerò linea g b contingens, moueatur æquidistanter perpendiculari uisus, secabit ex sphaera portionem prædicta maiorem: & à quolibet puncto excrementi unius portionis super aliam reflectitur imago, cuius locus erit in superficie sphaeræ: & aliarum quædam intra sphaeram: quædam extra. Scimus ex his, quòd in hoc speculo quælibet imago apparet in diametro sphaeræ: aut intra sphaerâ: aut extra: aut in superficie. Et omnis diameter, in qua apparet imago aliqua in superficie sphaeræ, aut extra, demissior est puncto sphaeræ, quod tangit linea contingens à centro uisus, ducta in ultimum punctum portionis apparentis. Scimus etiam, quòd quælibet linea reflexionis secat sphaeram in duobus punctis, in puncto reflexionis, & in alio. Restat iam, ut loca imaginum certius determinemus.

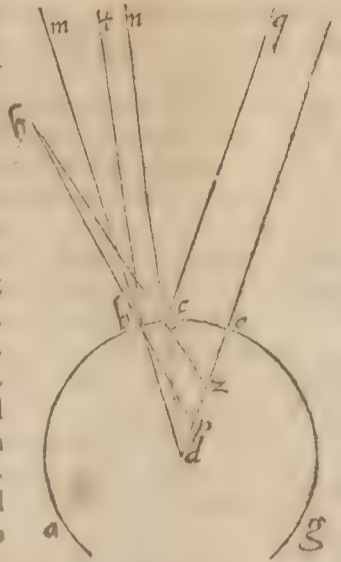
23. Si linea reflexionis secans diametrum speculi sphaerici conuexi: aquet segmentum suum inter speculi superficiem & dictam diametrum, segmento eiusdem diametri contermino centro speculi: erit hoc segmentum imaginum expers. 28 p 6.

Dico, quòd sumpta diametro, si ad ipsam ducatur linea secans sphaeram à centro uisus, cuius pars interiaccens punctum sectionis sphaeræ & punctum diametri, quam attingit, est æqualis parti diametri, interiaccenti inter punctum illud & centrum: punctum illud non est locus alicuius imaginis. Verbi gratia: sit a g circulus sphaeræ: h uisus: e d semidiameter sphaeræ, siue perpendicularis: & h z sit linea secans sphaeram super punctum f, & concurrens cum e d in puncto z: & sit z f æqualis z d. Dico, quòd z non est locus alicuius imaginis. Palàm enim, quòd nò est locus imaginis alterius, quàm alicuius puncti lineæ e d: quoniam imago cuiuslibet puncti est super diametrum, ab eo ad centrum sphaeræ ductam [per 10 n.] Et quòd locus imaginis alicuius puncti e d non sit in z: sic constabit. Ducatur perpendicularis à puncto d super punctum f: & sit d f n: & [per 23 p 1] super punctum f fiat angulus æqualis angulo n f h: & sit q f n. Palàm ergo [per 15 p 1. ax]

m 3 quòd

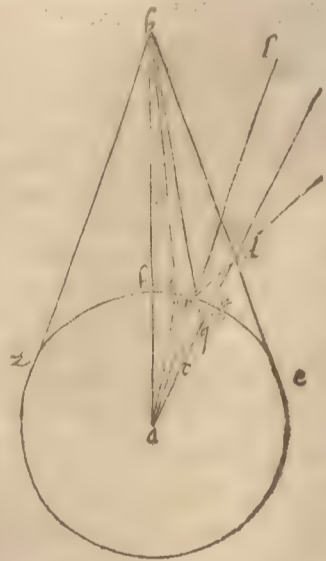


quod angulus qfn æqualis est angulo zfd : sed [per hypothefim, & 5 p 1] zfd est æqualis angulo zdf : Igitur [per 1 ax] qfn est æqualis angulo zdn . Quare [per 28 p 1] linea $f q$ est æquidistans lineæ $e d$. Igitur [per 35 d 1] in infinitum productæ nunquam concurrent. Igitur nullius puncti $e d$ forma mouebitur ad punctum f per $q f$: non potest autem esse locus imaginis alicuius puncti in puncto z , nisi forma eius moueatur ad f per lineam $q f$ [quia h ex thesi est uisus, & $h f$ linea reflexionis.] Eadem erit probatio sumpta quacunque diametro. Quare patet propositum. Amplius: dico quod nullum punctum lineæ $z d$ potest esse locus alicuius imaginis. Sumatur enim punctum p : & ducatur linea hp , secans spheram in puncto b : & ducatur perpendicularis dbm : & [per 23 p 1] angulo $m b h$ fiat angulus æqualis, qui sit $t b m$. Palam [per 15 p 1. 1 ax] quod $t b m$ est æqualis $p b d$: & palam [per 16 p 1] quod angulus $d p h$ est maior angulo $p z f$: quia exterior. Igitur duo alij anguli trianguli $d p b$ sunt minores duobus alijs angulis trianguli $z d f$ [per 32 p 1.] Sed [per 9 ax] $p d b$ est maior angulo $z d f$: restat ergo ut angulus $d p b$ sit minor angulo $d f z$: sed angulus $d f z$ est æqualis angulo $z d f$: [ut iam patuit per thesin & 5 p 1:] quare angulus $d b p$ minor est angulo $z d f$: Igitur multo minor angulo $p d b$: ergo $t b m$ minor est $p d b$. Ergo $t b$, $e d$ nunquam concurrent [ad partes t, e]: & ita nulla forma à puncto b reflectetur ad punctum h , ut p sit locus imaginis. similiter nec imago alterius puncti. Et similiter de quolibet puncto lineæ $z d$. Restat ergo, ut tota linea $z d$ sit uacua à locis imaginum.



24. Si in diametro speculi spherici conuexi extra uisus centrum ducta, inq. apparentem superficiem continuata, imaginum meta notetur: Imagines dictæ diametri uidebuntur inter metam & speculi superficiem. 29 p 6.

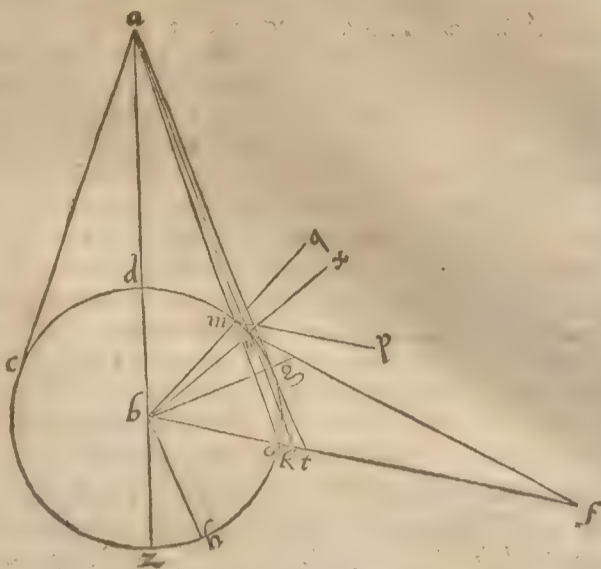
Amplius: sumpta quacunque diametro inter lineas contingentia à uisu ad spheram ductas, præter diametrum à centro uisus ad centrum spheræ intellectam, & determinato in ea puncto, quod diximus, quod est meta locorum imaginum. Dico, quod in punctis tantum illius diametri, quæ sunt inter superficiem spheræ, & metam prædictam, sunt loca imaginum, punctorum illius diametri. Verbi gratia, sint $b z$, $b e$ lineæ contingentes: b centrum uisus: a centrum spheræ: $b h a$ diameter uisualis: $d a$ diameter sumpta, cuius meta sit t : g punctum spheræ, in quo diameter secat spheram. Dico, quod in sola puncta inter g, t interiacentia, cadunt imagines punctorum rectæ $d a$. Quod enim non cadant in punctum g , uel extra superficiem spheræ: palam per hoc, quod supra dictum est [22 n.] diametrum, in qua est locus imaginis in superficie spheræ aut extra, demissioem esse puncto contingentia: & cum diameter $d a$ sit inter lineas contingentes: non erit in ea locus imaginis, aut in superficie spheræ, aut extra. Quod autem in quodlibet punctum inter g & t sumptum, cadat imago: sic constabit. Sumatur punctum: & sit q : & ducatur linea $b q$, secans spheram in puncto p : & ducatur perpendicularis $a p l$: & [per 23 p 1] angulo $l p b$ fiat æqualis angulo $d p l$: & educatur linea $b r$, secans spheram in puncto f : & ducatur perpendicularis $a f$. Igitur triangulum $a p b$ continet triangulum $a f b$: quare [per 21 p 1] angulus $a f b$ maior est angulo $a p b$: restat ergo [per 13 p 1] ut angulus $a f t$ sit minor $a p q$: sed angulus $a f t$ est æqualis angulo $f a t$, quia æqualia latera respiciunt: [per hypothefim & præcedentem numerum.] Igitur $a p q$ erit maior angulo $f a t$: ergo & angulo $p a q$, [per 9 ax.] Quare [per 15 p 1. 1 ax.] $p b$ maior est $p a q$. Vnde $d p l$ maior $p a q$: Igitur $p d$, $a q$ concurrent [per 11 ax.] sit d concursus. Forma igitur puncti d reflectetur à puncto p per lineam $p b$: & locus imaginis eius est q [per 3 n.] Et eadem est probatio, sumpto quocunque puncto inter g & t . Restat, ut assignemus loca imaginum in sectione spheræ occulta uisui.



25. Si linea reflexionis secans speculum sphericum conuexum, aq. segmentum intra ipsius superficiem, eiusdem semidiametro: & semidiameter per terminum lineæ reflexionis concurrat cum recta à uisu speculum tangente: Imagines concurrentis semidiametri, inter concursum & speculi superficiem uidebuntur. 30 p 6.

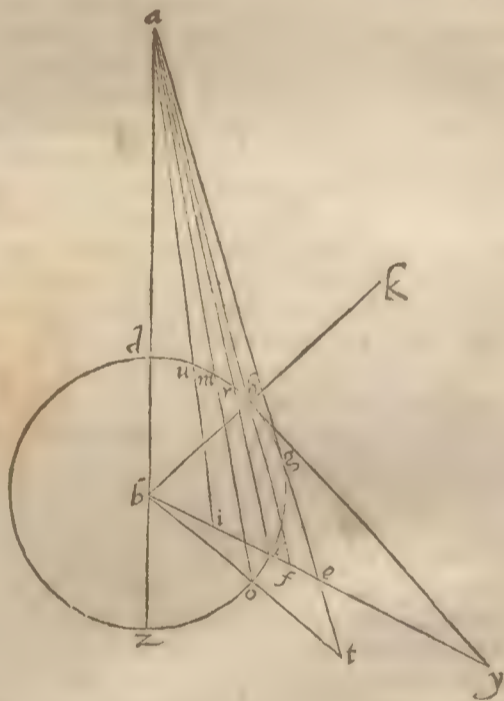
Sint ergo $a c$, $a g$ lineæ contingentes portionem apparentem: a centrum uisus: b centrum spheræ: $a d b z$

ra: a d b z diameter uisualis: z c g circulus sphaerae in superficie linearum contingetia: & protrahatur a centro ad punctum contingentiae diameter b g. Palam, quod angulus z b g est maior recto. Cum enim in triangulo b a g angulus b g a [per 18 p 3] sit rectus, erit [per 17 p 1] angulus g b a minor recto: quare [per 13 p 1] z b g maior. Sit ergo [per 23 p 1] h b g rectus: erit ergo [per 28 p 1] h b aequidistans lineae contingetiae a g. Igitur [per 35 d 1] productae nunquam concurrent: & quaelibet diameter inter h & g concurret cum linea a g [per lemma Procli ad 29 p 1.] Ducatur a puncto a linea secans sphaeram: quae sit a m o: ita quod chorda, quae est m o, sit equalis semidiametro o b: & concurret semidiameter b o cum linea a g, in puncto t. Dico, quod in quolibet puncto t o est locus imaginis: & in nullo alio puncto diametri t b est locus imaginis: & sunt o, t termini locorum imaginum [per 23 n.] Sumatur enim punctum: & sit k: & a n k ducatur secans sphaeram in puncto n: & ducatur perpendicularis b n x: & [per 23 p 1] angulo x n a fiat angulus equalis per lineam f n. Palam, quod n f non cadet inter b, g. Quonia sic aut secaret sphaeram, aut secaret contingentem a g in duobus punctis [et sic duae lineae rectae spatium comprehenderent contra 12 ax.] Igitur forma puncti f mouebitur per f n ad punctum n, & reflectetur ad a per lineam a n: & apparebit imago eius in puncto k [per 3 n.] Et eadem probatio est, sumpto quocunque alio puncto.



26. Si linea reflexionis aequans sua parte inscripta semidiametrum circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici conuexi) terminetur in peripheria non apparente: perpendicularis incidentiae, secans peripheriam inter lineam reflexionis, & rectam a visu speculi tangentem: habebit quasdam imagines intra, quasdam extra speculum: unam in superficie. 31 p 6.

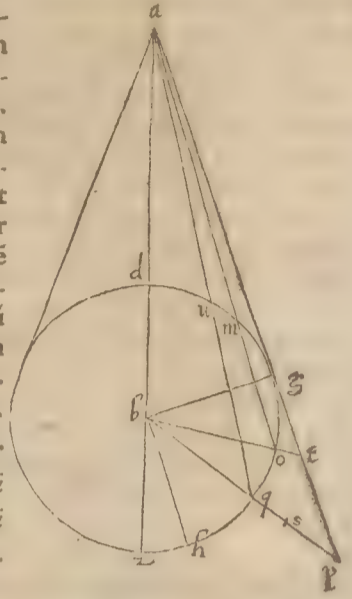
Amplius: dico, quod in arcu o g, quocunque sumatur diameter, continebit loca imaginum: & intra speculum quasdam: & unam in superficie: & alias extra speculum. Sumatur ergo punctum l: & protrahatur diameter b l, quousque secet a t in puncto e: & producat lineam a l, secans sphaeram in puncto r. Palam, quod r l minor est t b: quia [per 15 p 3] est minor m o: quae est equalis semidiametro [ex thesi.] Si ergo ab a ducatur linea ad diametrum b l: cuius pars interiaccens inter circulum & diametrum, sit aequalis parti diametri a puncto, in quod cadit, usque ad centrum: cadet inter l & b. Si enim inter l & e ceciderit: erit r l maior l b: ois enim linea interiaccens inter centrum, & illam partem lineae reflexionis, illi parti diametri aequalem: erit maior parte diametri, qua terminatur, secundum probationem assignatam in explanatione metae imaginum [23 & proximo numeris.] Sit ergo punctum, in quod linea aequalis cadit: i. Dico, quod in quolibet puncto lineae e i est locus imaginis: & erit eadem demonstratio, quae fuit in t o [praecedente numero.] Igitur quaedam imagines in diametro e b sortiuntur loca intra speculum: quaedam extra speculum: una sola in superficie: scilicet in puncto l. Et ita poteris demonstrare in qualibet diametro per puncta arcus o g transeunte.



27. Si linea reflexionis, aequans sua parte inscripta semidiametrum circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici conuexi) terminetur in peripheria non apparente: perpendicularis incidentiae secans peripheriam inter terminos lineae reflexionis & quadrantis peripheriae, a puncto tactus, recta a visu speculi tangentis, inchoati, habebit imagines extra speculum. 32 p 6.

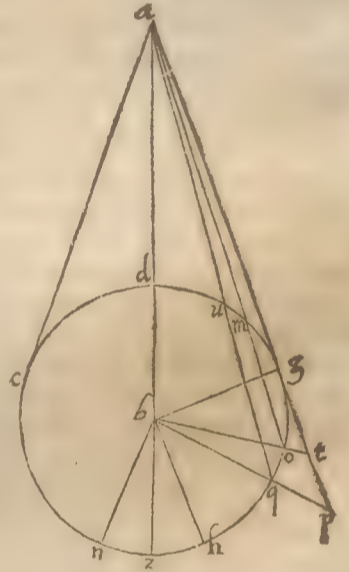
Amplius: sumpta quacunque diametro in arcu o h: locus imaginis in eo erit extra speculum. Sumatur dia-

tur diameter b q: & concurrat cum cōtingente in puncto p [concurrat enim per lemma Procli ad 29 p 1:] & ducatur linea a u q secās spheram in puncto u. Iam dictum est, quod m o est æqualis o b [per thesin comunē 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27 n.] Sed [per 15 p 3] u q est maior m o: quare u q est maior o b, id est b q. Et linea ducta à circumferentia ad diametrum p b, æqualis parti p b, interiacenti inter ipsam & centrum: non cadet inter q & b. Si enim ceciderit: secundū supradictam probationem [23 & præcedente numeris] erit u q minor q b. Restat ergo, ut linea æqualis cadat inter p & q. Et quod non cadat in punctū p: palàm per hoc: quia angulus p g b est reclus [per 18 p 3.] Igitur [per 19 p 1] p b maius est p g. Cadet ergo citra punctum p: Sit punctum, in quod cadit: s. Erit ergo s meta locorum imaginum [per 23 n.] & quodlibet punctū inter p & s erit locus imaginum. Et eadē est probatio, quæ suprā [25. 26 n.] Palàm ex his, quod imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi: imaginū diametri fy, una in superficie speculi: quæ est in l: aliæ intra, scilicet in i: aliæ omnes extra, scilicet in le. Omnium autē imaginum diametri arcus o g, quædam intra speculum: quædam extra: quædam in superficie.



28. *Perpendicularis incidentiæ secans occultā peripheriam speculi (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi spherici conuexi) inter terminos rectæ per centra uisus ac speculi ductæ, & quadrantis peripheriæ, à puncto tactus rectæ à uisu speculum tangentis, inchoati: imaginem nullam habet. 33 p 6.*

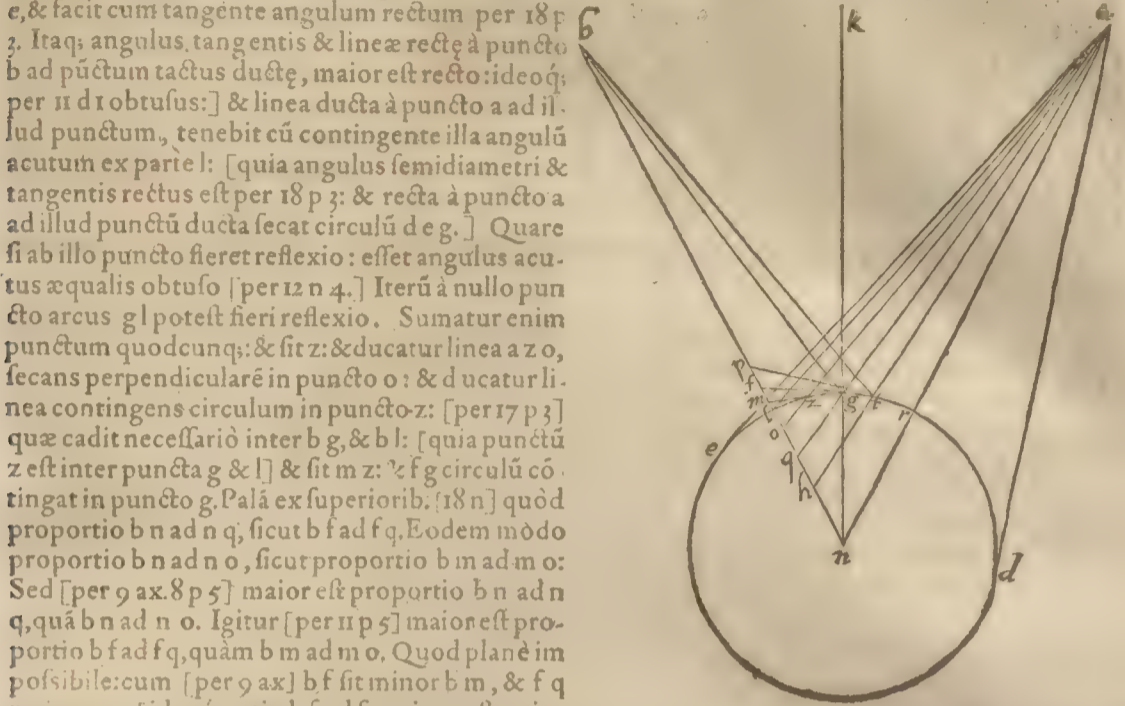
Ampius: in arcu h z non potest sumi diameter, in qua est locus imaginis. Quoniam nulla diameter ibi sumpta concurrat cū contingente a p. [Quia enim g h est quadrans totius peripheriæ ex thesi: reclus est angulus h b g per 33 p 6: & similiter b g p per 18 p 3. Quare perpendicularis incidentiæ, cadens in peripheriā h z, facit cum b g angulū obtusum: ideoq; cū tangente a g p non cōcurrat ad partes h & p: secus duæ rectæ spatium cōprehenderēt cōtra 12 ax.] Et à quocunq; puncto illius talis diametri ducatur linea ad spherā: cadet quidem in portionē g z c, & nulla in portionē g d c, nisi secando spheram. Quare nulla forma alicuius puncti talis diametri ueniet ad portionem uisui apparentem. Quod autē dictum est in arcu g h z: potest eodem modo demonstrari in parte arcus c z eā respiciente. Et sumpto arcu citra z, æquali h z: in nulla diametro illius arcus erit imaginis locus. Idē est demonstrandi modus in quocunq; circulo. Quare si linea h b moueatur, eodem manente angulo h b z: signabit motu suo portionem spheræ, in cuius diametris nullus sit imaginis locus. Si uerò h b immota, moueatur o h: describetur portio, cuius oēs imagines extra speculum sunt. Moto autē arcu o g: fiet portio, cuius quædam imagines sunt in superficie: quædam extra speculum: quædam intra. Verū uisus nō comprehendit, quæ imagines sint in superficie spheræ, aut quæ extra: nec certificatur in comprehensione earum: nisi quod sint ultra portionem apparentē. Iam ergo determinata sunt in his speculis imaginum loca.



29. *Ab uno speculi spherici conuexi puncto, unum uisibilis punctum ad unū uisum reflectitur. Itaq; unius puncti una uidetur imago. 16 p 6.*

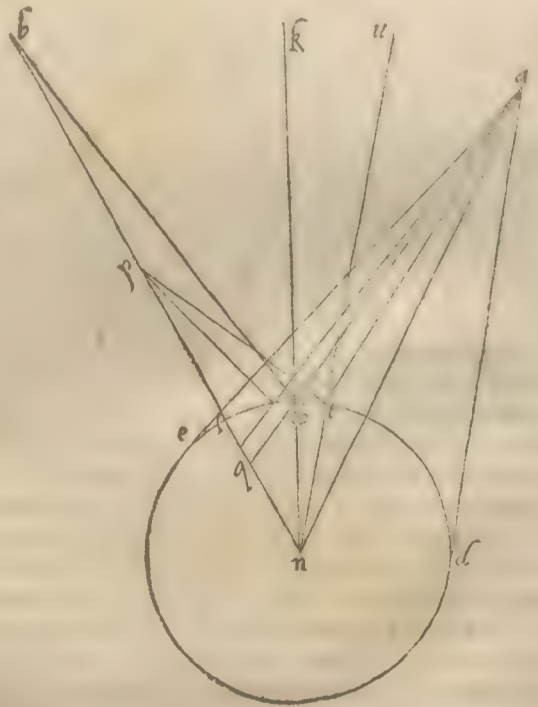
Ampius: Puncti uisi forma nō potest in hoc speculo ad unū uisum reflecti, nisi ab uno solo pūcto speculi. Sit enim punctū uisum b: a centrū uisus: & nō sit a in perpendiculari ducta ad centrū spheræ. Dico, quod b reflectitur ad a ab uno solo speculi puncto: & unā solā ostendit uisui imaginē in hoc speculo. Palàm [per 29 n 4] quod ab aliquo puncto potest reflecti forma eius: sit illud g: & ducantur b g, a g: & sit n centrū spheræ: & ducatur diameter b n, secans superficiem spheræ in puncto l: & termini portionis uisui oppositæ sint d, e: & secet linea a g perpendicularē in puncto q: quod est locus imaginum [per 3 uel 16 n.] Palàm, quod a, n, b sint in eadē superficie orthogonalī super spheram [per 13. 23 n 4.] Et cum omnes superficies orthogonales super spherā, in quibus fuerint b, n, secent se super b n: & nō possit superficies, in qua b n linea, extendi ad punctū a, nisi una tantū: [q; punctum a indiuiduū est.] Palàm, quod a, & b, & n sunt in una superficie tantū, orthogonalī super spherā, non in plurib. & cū necesse sit, [per 13. 23 n 4] ut omne punctū uisum, & a sint in eadē superficie orthogonalī super punctū reflexionis: palàm, quod nō fiet reflexio puncti b ad uisum, nisi in circulo spheræ, qui est in superficie a n b. Sit ergo circulus d g e. Dico igitur, quod à nullo puncto huius circuli præterq; a g, fiet reflexio. Si enim dicatur, quod à pūcto l: cum b n sit sup superficie speculi perpendicularis: [ut ostēsum est 25 n 4] & a l nō sit perpendicularis: [q; nō transit per centrū:] & forma per perpendicularē ueniens, necessariò p perpendicularē reflectatur: [p 11 n 4:] palā, quod nō reflectetur b. ad a à puncto l. Planum etiam est, quod nō reflectetur ab alio puncto arcus l e: quia ad quodcunq;

quodcunq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b: tenebit cū contingente illius puncti angulum obtusum ex parte e: [Nam semidiameter circuli ad rectam lineam per punctum illud, speculum tangētem educta, declinat à puncto b uersus e, & facit cum tangēte angulum rectum per 18 p 2. Itaq; angulus, tangētis & lineæ rectæ à puncto b ad punctum tactus ductæ, maior est recto: ideoq; per 11 d i obtusus:] & linea ducta à puncto a ad illud punctum, tenebit cū contingente illa angulum acutum ex parte l: [quia angulus semidiametri & tangētis rectus est per 18 p 3: & recta à puncto a ad illud punctum ducta secat circulum d e g.] Quare si ab illo puncto fieret reflexio: esset angulus acutus æqualis obtuso [per 12 n 4.] Iterū à nullo puncto arcus g l potest fieri reflexio. Sumatur enim punctum quodcunq; & sit z: & ducatur linea a z o, secans perpendicularē in puncto o: & ducatur linea contingens circulum in puncto z: [per 17 p 3] quæ cadit necessariò inter b g, & b l: [quia punctum z est inter puncta g & l] & sit m z: & f g circulum contingat in puncto g. Palā ex superiorib; [18 n] quòd proportio b n ad n q, sicut b f ad f q. Eodem modo proportio b n ad n o, sicut proportio b m ad m o: Sed [per 9 ax. 8 p 5] maior est proportio b n ad n q, quā b n ad n o. Igitur [per 11 p 5] maior est proportio b f ad f q, quā b m ad m o. Quod planè impossibile: cum [per 9 ax] b f sit minor b m, & f q maior m o. [ideoq; ratio b f ad f q minor est ratione b m ad m o, ut patet ex 8 p 5.] Restat ergo, ut à puncto z non fiat reflexio. Verūm quòd ab aliquo puncto arcus g d non fiat reflexio: sic constabit. Sumatur quodcunq; punctum: & sit t: & ducatur linea b t: & linea a t h, secans b n in puncto h: & [per 17 p 3] ducatur contingens circulum in puncto t: quæ sit p t. Erit ergo ex superiorib; [18 n] proportio b n ad n h, sicut b p ad p h: & b n ad n q, sicut b f ad f q: Sed [per 9 ax. 8 p 5] b n ad n h maior est, quā b n ad n q: ergo [per 11 p 5] maior est proportio b p ad p h, quā b f ad f q: quod planè falsum: cum [per 9 ax] b f sit maior b p, & p h maior f q. [ideoq; ratio b p ad p h minor est ratione b f ad f q, ut constat ex 8 p 5.] Restat ergo, ut à nullo puncto arcus g d fiat reflexio puncti b. Quare quodlibet punctum ab uno solo puncto speculi reflectitur ad uisum. Ergo una sola erit linea reflexionis cuiuslibet puncti uisi. Quare unica unius puncti imago. Si aut punctum b fuerit in perpendiculari uisuali: palām [per 11 n 4] quòd reflectetur ab uno solo puncto, per quod perpendicularis, tantū: & unica erit eius imago: & erit propter continuitatem aliorum punctorum, in loco imaginis proprio.



30. Si duo perpendicularis incidentie puncta, à speculo spherico conuexo ad unum uisum reflectantur: locus tum imaginis tum reflexionis, puncti centro speculi propinquioris erit remotior: imaginis ab eodem centro: reflexionis à uisu. 17 p 6.

Amplius: si in aliqua diametro sumatur duo puncta ex parte centri eadem: locus imaginis centro propinquioris, erit remotior à centro spheræ, loco imaginis puncti remotioris à cetro spheræ. Verbi gratia dico, quòd locus imaginis puncti p, remotior est à centro, loco imaginis puncti b: & punctum reflexionis puncti p remotius ab a puncto uisus, puncto reflexionis puncti b, quod est punctum g. Dico, quòd punctum p non reflectitur, nisi ab aliquo puncto arcus g l. Palām enim, quòd non reflectitur ab aliquo puncto arcus l e, nisi à puncto l: [sicq; per 11 n 4] reflectetur per perpendicularē b l n, nō ad uisum, in a positum] nec à puncto g: cū b reflectatur ab eo, [ad uisum scilicet a ex thesi: ideoque nullum aliud punctum, ut p, ab eodem puncto g reflectetur ad eundē uisum a p præcedētē numerū.] Et si dicatur, qd ab aliquo puncto arcus g d: sit illud punctum t:

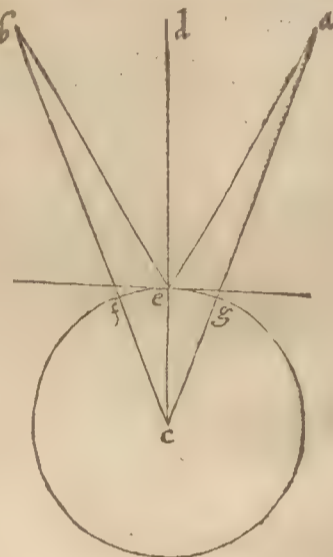


& sit p

& sit tp linea, per quam forma mouetur ad speculū: & ducatur perpendicularis nt : quę necesse est diuidet angulum pta per æqualia: [ut ostensum est 13 n 4.] & ducatur perpendicularis ngk : erit [per 21 p 1] angulus nta maior nga : restat ergo [per 13 p 1] angulus uta maior angulo kga . Quare angulus ptu minor angulo bgk : [angulus enim kga æquatur angulo bgk per 12 n 4.] Sed [per 32 p 1] angulus ptu ualet angulum tnp , & tpn : quia exterior: & angulus bgk ualet angulum gnb , & angulum gnb . Erunt ergo duo anguli tnp , tpn minores duobus angulis gnb , gnb : quod [per 9 ax] est impossibile: cum angulus pnt contineat angulum gnb inquam partem: & [per 16 p 1] angulus tpn sit maior gnb . Restat ergo, ut punctum p non reflectatur, nisi à punctis inter g & l intermedijs. Et omnes lineę à puncto a per hæc puncta ductę ad diametrum bn , cadunt in puncta spherę à centro uisus magis elongata, puncto g . Et ita patet propositum.

31. *Visa & uisibilia à centro speculi spherici conuexi æquabiliter distantibus: punctum reflexionis inuenire. 20 p 6.*

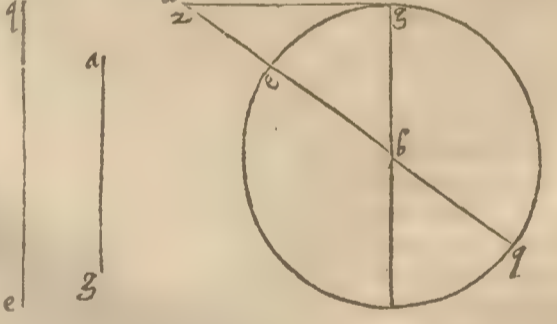
Amplius: dato speculo, & dato puncto uiso: est inuenire punctum reflexionis. Sit enim b punctum uisum: a centrum uisus: & ducantur ab eis duę lineę ad centrum speculi. Si fuerint duę illę lineę æquales: erit facile inuenire: quoniam sumetur circulus spherę in superficie duarum illarum linearum. Et scimus [per 29 n] quod ab unico solo puncto illius circuli fit unius puncti reflexio. Diuidatur ergo [per 9 p 1] angulus, quem continent in centro duę illę lineę, per æqualia: & ducatur linea diuidens angulum, extra spheram: erit quidem [per 18 p 3] perpendicularis super lineam contingentem hunc circulum in puncto, per quod transit. Et si ducantur ad illud punctum duę lineę: una à centro uisus: alia à puncto uiso: efficiunt cum perpendiculari illa & duabus primis lineis, duo triangula: quorum duo latera duobus lateribus æqualia, & angulus angulo [ideoq; per 4. 13 p 1. 3 ax] angulus aed æquatur angulo bcd . Et ita punctum circuli, per quod perpendicularis illa transit: est punctum reflexionis: [quia ced bifariam secat angulum ab incidentię & reflexionis lineis comprehensum, ut patuit 13 n 4.] Si uerò linea à puncto uiso ad centrum spherę ducta, fuerit inęqualis lineę à centro uisus ad idem centrum ductę: oportet nos quędam antecedentia præponere: quorum unum est.



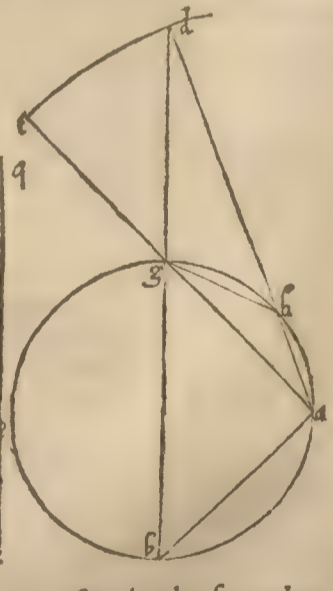
32. *A puncto dimidiata peripheria medio, ducere lineam re- Etam, ut segmentum eius conterminum continuat e diametro, æquetur data linea recta. 128 p 1.*

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto: est ducere ab eo ad diametrum extra productam, lineam, quę à puncto, in quo secat circulum, usq; ad cõcursum cum diametro, sit æqualis lineę datę. Verbi gratia, sit q e data linea: gb diameter circuli a b g : a punctũ datum. Dico, quod à puncto a ducam lineam, quę à puncto, in quo secauerit circulum, usq; ad diametrum gb , sit æqualis lineę q e: quod sic constabit. Ducantur duę lineę ab , ag : quę aut erunt æquales: aut inęquales. Sint æquales: & adiungatur lineę q e linea talis, ut illud, quod fit ex ductu totius cum adiuncta in aduētam, sit

equale quadrato ag . [Id uerò expedite fiet: si linea q e fiat diameter circuli, cuius peripheriam tangens recta linea æqualis ag , cõcurrat cum continuata diametro q e:



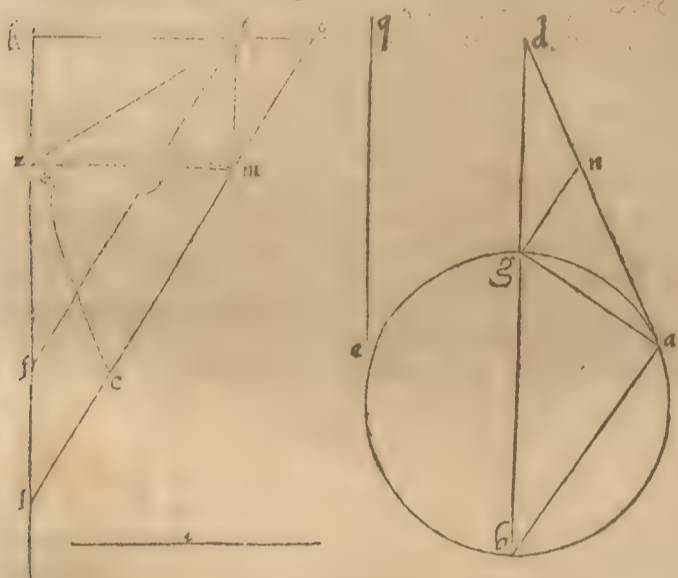
sic enim oblongum cõprehensum sub continuata diametro & exteriore eius segmento æquabitur quadrato lineę ag per 36 p 3.] Et sit linea adiuncta e z . Cũ igitur illud, quod fit ex ductu q z in e z sit æquale ei, quod fit ex ductu a g in se : erit q z maior a g , & e z minor eadem. Si enim e z fuerit æqualis, aut maior a g : est impossibile, ut ductus q z in e z sit æqualis quadrato ag : sic enim oblongum comprehensum sub q z & e z semper maius esset quadrato ag : quia linea q z esset maior e z , ut totum sua parte. Si autem minor: palam, quod q z est maior a g . Producatur ergo ad æqualitatem: & sit a g t : & posito pede circini super a , fiat circulus secundum quantitatem a g t : qui quidem circulus secabit diametrum gb : [infinite uersus t continuatam] & secet



secet in puncto d: & ducatur linea a d: quæ secabit necessariò circumulum. Si enim contingeret in puncto a: esset æquidistans b g, & nunquam concurreret cum ea. [Nam ex thesi g a, b a æquantur. Itaque semidiameter à centro ad a ducta, efficiet per 8 p 10 d 1 angulos cum b g rectos. Similiter angulus lineæ d a tangentis & semidiametri rectus est per 18 p 3: ergo per 28 p 1 b d, a d essent parallelæ: quæ tamen concurrunt in puncto d, è fabricatione.] Secet ergo in puncto h: & ducatur linea g h. Palàm [per 22 p 3] cum a b g h sit quadrangulum intra circumulum: a b g, a h g angulos oppositos ualere duos rectos: sed [per 5 p 1] a g b est æqualis angulo a b g, cum respiciant æqualia latera ex hypothesi. Erit igitur angulus a h g æqualis angulo d g a: [per 13 p 1] & angulus h a g communis triangulo totali a d g, & partiali a h g: restat ergo [per 32 p 1] ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a: & triangulum simile triangulo [per 4 p. 1 d 6.] Quare proportio d a ad a g, sicut a g ad a h: ergo [per 17 p 6] quod sit ex ductu d a in a h, est æquale quadrato a g: Sed [per 15 d 1] d a est æqualis t a: igitur [per 1 ax] est æqualis q z: & erit a h æqualis e z: [quia è prima fabricatione oblongum comprehensum sub q z & e z æquatur quadrato a g: cui æquale ostensum est oblongum comprehensum sub d a & a h: & d a æquatur ipsi q z] & [per 3 ax] d h æqualis q e: quæ est data linea. Et ita est propositum.

33. A puncto dimidiata peripheria non medio, ducere lineam rectam: ut segmentum eius conterminum continuat a diametro, æquetur data linea recta. 130 p 1.

SI uerò a b & a g non sint æquales: protrahatur [per 31 p 1] à puncto g linea æquidistans a b: quæ sit g n: & sumatur linea, quæcunque sit: z t: & [per 23 p 1] super punctum z fiat angulus æqualis angulo a g d per lineam z f: & [per 31 p 1] ducatur à puncto t linea æquidistans z f: & sit t m: & [per 23 p 1] ex angulo t z f secetur angulus æqualis angulo d g n per lineam z m. Hæc



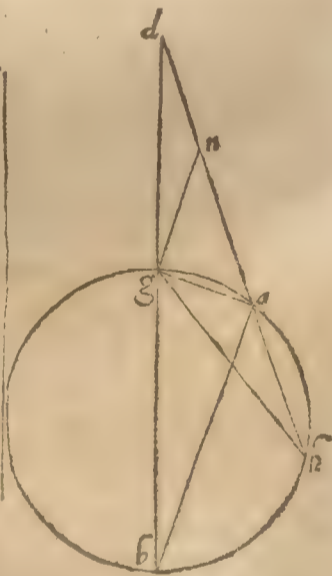
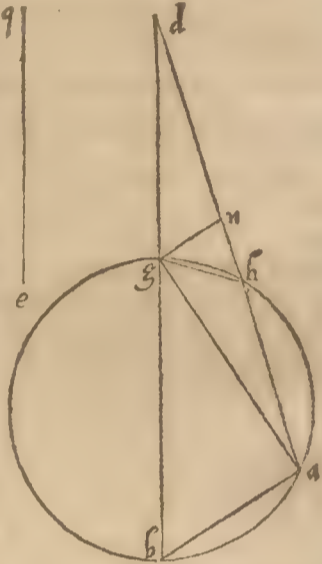
igitur linea necessariò cõcurrit cum t m: [per lemma Procli ad 29 p 1] cum sit inter æquidistantes. Sit punctum concursus m: restat ergo [per 3 ax] angulus m z f æqualis angulo a g n. Et à puncto t ducatur linea æquidistans lineæ z m: [per 30 p 1] quæ sit t o: quæ quidem necessariò concurret cum f z: [per lemma Procli ad 29 p 1] & sit concursus in puncto k: & sumatur [per 12 p 6] linea, cuius proportio ad lineam datam sit sicut b g ad q e lineam datam: & sit i. Deinde fiat super punctum m sectio pyramidalis, quem admodum docet Apollonius in libro 1. de conicis pyramidalibus, propositio quarta: & sit u c m: quæ quidem sectio non secat lineas k o, k f: & in hac sectione ducatur linea æqualis lineæ i: scilicet

m c: & producaturs usque ad lineas k t, k f: & sint puncta sectionum o, l. Igitur, sicut ibidem [8 th 2 conicorum] probatur: erit o m æqualis c l: & à puncto t ducatur linea æquidistans c m: [per 31 p 1] quæ sit t f: & [per 23 p 1] super punctum a fiat angulus æqualis angulo z f t per lineam a n d. Palàm, quòd hæc linea concurret cum g d: cum angulus a g n sit æqualis f z m angulo: [per conclusionem] & angulus g a n angulo z f t [per fabricationem]: & totus angulus f z t æquatus sit toti angulo d g a: & per 32 p 1 anguli ad z & f sint minores duobus rectis. Ergo anguli ad g & a ipsis æquales, minores erunt duobus rectis. Itaque per 11 ax. g d, a d concurrent.] Igitur a d linea aut tanget circumulum: aut secabit ipsum. Quoniam si non tetigerit, & arcus a b fuerit maior arcu a g: secabit arcum a b: & si a b fuerit minor: secabit arcum a g. Tangat igitur in puncto a. Cum igitur [per fabricationem] angulus g a n sit æqualis angulo z f t, & angulus a g n angulo f z y: erit [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & erit triangulum a g n simile triangulo z f y. Similiter cum [per fabricationem] a g d sit æqualis angulo f z t: erit [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum a g d simile triangulo f z t. Igitur quæ est proportio a n ad a g, ea est proportio f y ad f z: & quæ est proportio a g ad g d, ea est f z ad z t. Quare [per 22 p 5] quæ est proportio a n ad g d, ea est f y ad z t. Verùm cum [per fabricationem] t m sit æquidistans f l, & f t sit æquidistans l m: est [per 34 p 1] f t æqualis l m. Quare [per 2 ax.] erit æqualis c o: cum [per 8 th 2 conicorum Apollonij] m o sit æqualis l c: sed [per 34 p 1] m o est æqualis y t: cum [per fabricationem] sit ipsi æquidistans, & y m æquidistans t o. Restat ergo [per 3 ax.] f y æqualis c m: sed [per fabricationem] c m est æqualis i. Quare [per 1 ax.] f y est æqualis i: sed [per fabricationem] proportio i [id est, per 7 p 5 f y] ad z t, sicut b g ad e q. Igitur [per 11 p 5] proportio a n ad g d, sicut b g ad e q. Verùm angulus g a n est æqualis angulo g b a: sicut probat Euclides in ter-

tio [32

32 propositione] sed [per 29 p 1] angulus ngd est æqualis angulo abg : cum [per fabricationem] ng sit æquidistans ab . Igitur [per 1 ax] angulus ngd æqualis est angulo nag , & angulus ndg communis. Quare [per 32 p 1] tertius tertio est æqualis. Quare [per 4 p. 1 d 6] triangulum ndg simile triangulo adg . Igitur proportio $adad$ dg , sicut $gdad$ an . Quare [per 17 p 6] quod fit ex ductu ad in d est æquale quadrato dg . Verum quadratum ad est æquale ei, quod fit ex ductu bd in d : sicut probat Euclides 36 propositione [libri tertij,] & quadratum ad est æquale ei, quod fit ex ductu ad in d , & ei quod fit ex ductu ad in na [per 2 p 2]: & illud, quod fit ex ductu bd in d , est æquale quadrato dg , & ei quod fit ex ductu bg in d : sicut probat Euclides [3 p 2]. Ablatis ergo æqualibus [quadrato nempe dg & rectangulo adn] restat [per 3 ax,] ut, quod fit ex ductu ad in an , sit æquale ei, quod fit ex bg in d . Igitur [per 16 p 6] proportio primæ lineæ ad secundam, est sicut tertiæ ad quartam [nempe ut $adad$ gd , sic $bgad$ an : & alternè [per 16 p 5] ut ad ad bg , sic gd ad an .] Quare [per confectarium 4 p 5] proportio an ad gd , sicut bg ad ad . Sed iam dictum est, quod proportio an ad gd est, sicut bg ad eq . Igitur [per 9 p 5] eq est æqualis ad . Quod est propositum.

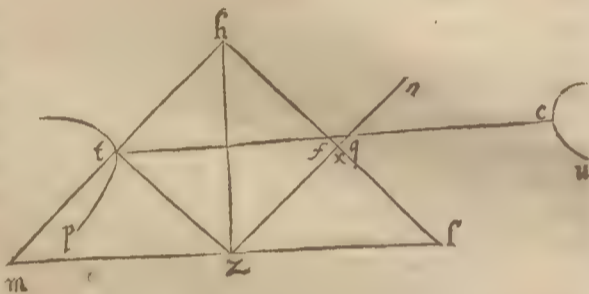
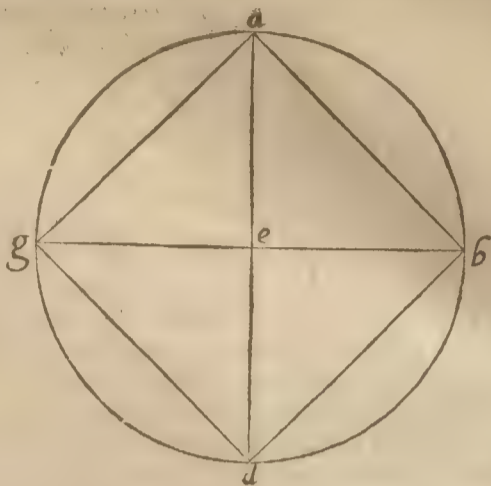
Quod si a non tetigerit circulum, sed secuerit, & fuerit a g maior a b : secabit quidem arcum ag . Secet ergo in puncto h : & ducatur linea hg . Palam [per 22 p 3] quod duo anguli ahg , abg valent duos rectos: sed angulus ngd æqualis est abg [per 29 p 1] quia ng parallela ducta est ipsi ab .] Igitur angulus ahg & angulus ngd sunt æquales duobus rectis. Quare [per 13 p. 13 ax] angulus ngd est æqualis angulo nhg : & angulus ndg communis. Quare [per 32 p 1] tertius angulus tertio angulo est æqualis: & triangulum hgd simile triangulo ndg [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio hd ad dg est, sicut proportio gd ad dn . Quare [per 17 p 6] illud, quod fit ex ductu hd in d , est æquale quadrato dg : sed quod fit ex ductu ad in hd , est æquale ei, quod fit ex ductu bd in d , sicut probat Euclides [cōfectario 36 p 3] & [per 1 p 2] illud, quod fit ex ductu ad in hd , est æquale ei, quod fit ex ductu dh in dn , & dh in an : & [per 3 p 2] qd fit ex ductu bd in d , est æquale ei, quod fit ex ductu bg in d & quadrato dg . Ablatis igitur æqualibus, scilicet quadrato dg , & eo, quod fit ex ductu dh in dn : restat [per 3 ax,] ut illud, quod fit ex ductu dh in an , sit æquale ei, quod fit ex ductu bg in d . Quare proportio secundæ lineæ ad quartam, id est an ad gd , sicut tertiæ ad primam, id est bg ad dh [est enim per 16 p 6 ut dh ad gd , sic bg ad an : & per 16 p 5, ut dh ad bg , sic gd ad an , & per confectarium 4 p 5, ut an ad gd , sic bg ad dh .] Sed iam probatum est, quod proportio an ad gd , sicut bg ad eq . Igitur [per 9 p 5] eq est æqualis dh . Et ita est propositum. Si uero a g sit minor a b : & secet a d arcum ab : sit sectionis punctum h : & ducatur linea hg . Palam [per fabricationem primam & 29 p 1] quod angulus ngd est æqualis angulo abg : sed [per 27 p 3] anguli abg , ahg sunt æquales: quia cadunt in eundem arcum. Igitur [per 1 ax] angulus ngd est æqualis angulo ahg , & angulus ndg communis. Quare [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & triangula similia [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio hd ad dg , sicut dg ad dn . Quare [per 17 p 6] quod fit ex ductu hd in d , est æquale quadrato dg : sed quod fit ex ductu hd in da , est æquale ei, quod fit ex ductu bd in d [per confectarium Campani ad 36 p 3] & [per 1 p 2] qd fit ex ductu hd in da , est æquale ei, quod fit ex ductu dn in hd & an in hd : & [per 3 p 2] ductus bd in d ualet quadratum dg , & ductus bg in d . Igitur remotis æqualibus: [rectangulo nimirum hdn , & quadrato dg] erit [per 3 ax] ductus hd in an , sicut bg in d . Igitur [per 16 p 6. 16 p. 13 d 5] proportio an ad gd , sicut bg ad hd . Sed iam dictum est, quod proportio an ad gd est, sicut bg ad eq . Igitur [per 9 p 5] eq est æqualis hd . Quod est propositum. Quare à puncto a dato, duximus lineam, secantem circulum, & à puncto sectionis ad diametrum est æqualis lineæ datæ.



34. A puncto peripheria circuli extra datam diametrum dato, ducere lineam rectam, ita sectam data diametro, ut segmentum inter diametrum & punctum peripheria dato puncto oppositum, æquetur datæ rectæ, minori circuli diametro. 133 p 1.

Ampius à puncto dato in circulo, extra diametrum eius, est ducere lineam per diametrum ad circulum, ut pars eius à diametro ad circulum, sit æqualis lineæ datæ. Verbi gratia: abg sit datus circulus: bg diameter: a punctum datum: hz lineæ data. Dico, quod à puncto a est ducere lineam, transeuntem per diametrum bg , cuius pars à diametro ad circulum sit æqualis lineæ hz . Ducantur lineæ ab , ag : & [per 23 p 1] super punctum h fiat angulus æqualis angulo agb per lineam mh : & super idem punctum fiat angulus æqualis angulo abg per lineam hl : & [per 31 p 1] à puncto a ducatur

ducatur æquidistans lineæ h m: quæ sit z n: quæ quidem secabit h l [per lemma Procli ad 29 p 1] & à puncto z ducatur æquidistans h l: quæ sit z t: & secet h m in puncto t: & à puncto t ducatur sectio pyramidis t p, quam assignavit Apollonius in libro pyramidum [4 th 2:] quæ quidem sectio non continget aliquam linearum z n, h l, inter quas iacet. Similiter fiat sectio pyramidis ei opposita inter easdem lineas: quæ sit c u. Cum igitur linea minima ex lineis à puncto t ad sectionem c u ductis, fuerit æqualis diametro b g: circulus factus secundum hanc minimam lineam, posito pede circini super punctum t: continget sectionem c u. Si uero minima ex lineis à puncto t ad sectionem c u ductis, fuerit minor diametro b g: circulus factus modo prædicto secundum quâritatem b g, secabit sectionem in duobus punctis. Sit ergo t c minima, & æqualis diametro b g: quæ quidem secabit z n & h l: cum ducatur ad sectionem, quæ inter eas interiacet: & [per 31 p 1] ducatur à puncto z æquidistans huic: quæ quidem secabit h m, h l [per lemma Procli ad 29 p 1] sicut sua æquidistans t c. Secet ergo in punctis m l: & sit m z l: & punctum sectionis, in quo t c secat z n, sit q: & [per 23 p 1] super diametrum g b fiat angulus æqualis angulo h l m: qui sit d g b, & ducantur lineæ duæ a d, d b. Palàm ergo, cû [per 31 p 3] angulus g a b sit rectus: alij duo anguli trianguli a g b ualent rectû [per 32 p 1.] Quare, angulus h m est rectus: [constat enim è duobus angulis per fabricationem æqualib. angulis a g b, a b g rectû æquantibus] & est æqualis angulo g d b: & [per fabricationem] angulus h l m est æqualis angulo d g b: Igitur [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum simile triangulo



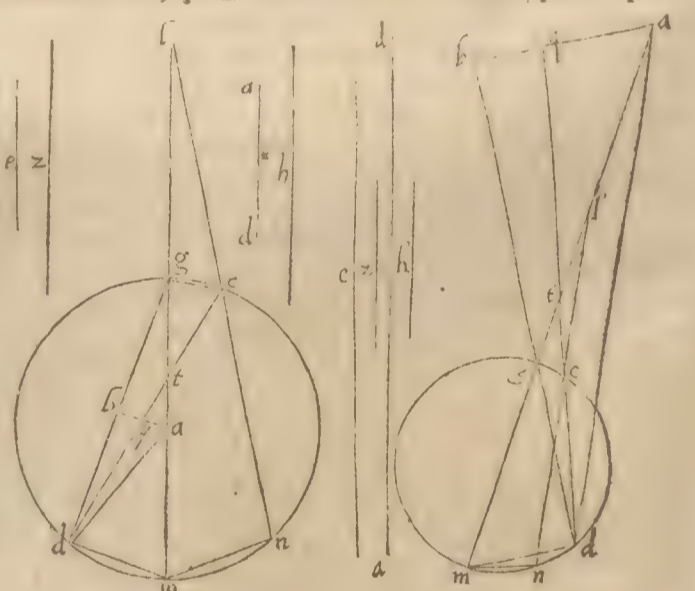
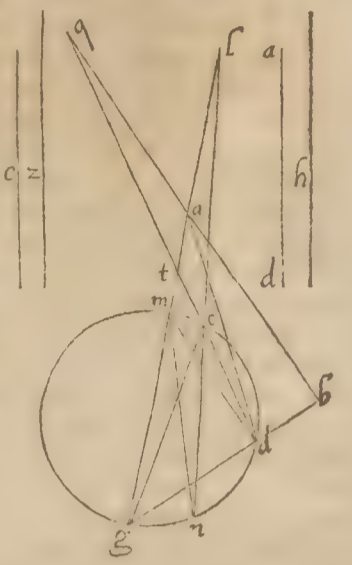
[per 4 p. 1 d 6.] Quare, pportio b g ad b d est, sicut l m ad m h. Sed quoniam [per 27 p 3] angulus a d b æqualis est angulo b g a: quia cadunt in eundem arcum: & angulus b g a æqualis angulo m h z: [per fabricationem] est ergo [per 1 ax.] angulus a d b æqualis angulo m h z. Et iam habemus, quòd angulus d b g est æqualis angulo h m z. Igitur [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum d e b simile triangulo m h z. [per 4 p. 1 d 6] Sit autem e punctum, in quo linea a d secat diametrum b g. Igitur proportio b d ad d e, sicut m h ad h z. Verùm Apollonius [16 th 2] probat: quòd cum fuerint duæ sectiones oppositæ, & producatür linea à sectione ad aliam: pars eius, quæ interiacet inter unam sectionem, & unam ex lineis, est æqualis alij parti, quæ interiacet inter aliam sectionem, & aliam lineam. Quare q t æqualis est c f. Sed [per 34 p 1] t q est æqualis m z: cum sit illi æquidistans, inter duas æquidistantes. Igitur [per 1 ax.] m z æqualis f c: & [per 34 p 1] z l æqualis t f. Igitur [per 2 ax.] m l æqualis t c. Quare proportio t c ad h z, sicut m l ad h z. [per 7 p 5] Quare proportio g b ad e d, sicut t c ad h z. [demonstratû enim est, ut g b ad b d, sic l m ad m h: item ut b d ad d e, sic m h ad h z: ergo per 22 p 5, ut g b ad d e, sic l m ad h z: sed ut l m, ad h z, sic t c ad h z: quare per 11 p 5 ut g b ad d e, sic t c ad h z.] Et cum t c sit æqualis b g [ex thesi] erit [per 14 p 5] e d æqualis h z. Quod est propositum. Si autem linea t c ad sectionem c u ducta, & minima: fuerit minor diametro b g: producatür ultra sectionem, donec sit æqualis, & secundum quantitatem eius fiat circulus: qui quidem circulus secabit sectionem in duobus punctis: à quibus lineæ ductæ ad t, erunt æquales b g: [per 15 d 1] & à puncto z ducatur æquidistans utriq; . Et tunc erit ducere à puncto a modo prædicto duas lineas, æquales lineæ datæ: eritq; idem penitus probandi modus.

35. A puncto dato in altero laterum trianguli recti angulum rectum continentium, ducere per latus angulo recto oppositum, rectam, cuius segmentum conterminum reliquo lateri infinito, habeat ad segmentum lateris angulo recto oppositi, conterminum primo lateri, rationem in duabus rectis datam. 134 p 1.

Amplius: dato triangulo orthogonio, & dato puncto in uno laterum angulum rectum continentium, est ducere à puncto illo lineam, ad aliud laterum continentium rectum, secantem tertium oppositum recto, ita ut pars huius lineæ interiacens inter punctum sectionis & latus, in quo non est punctum datum, se habeat ad partem lateris oppositi recto, quæ est de sectione ad latus, in quo est punctum datum, sicut data linea ad datam lineam. Verbi gratia: est triangulum datû a b g, cuius angulus a b g rectus: & in latere g b est punctum datum d, extra triangulum, aut intra. Dico, quòd à puncto d est ducere lineam, secantem latus a g, & concurrentem cum latere a b: ita ut

n pars

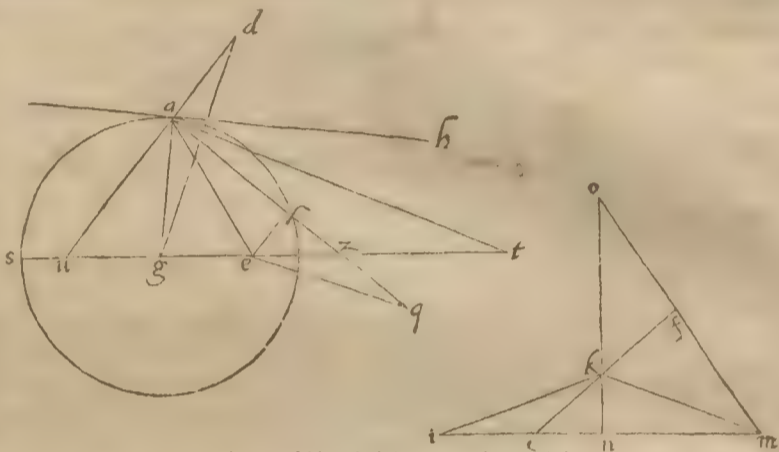
pars eius interiacens inter latera a b, a g, sit eius proportionis ad partem lateris a g, quæ est ab illa li-
nea usq; ad punctum g, sicut se habet e ad z, quæ sunt datæ lineæ. Sit punctum d in ipso triangulo
a b g: & [per 31 p 1] ducatur ab eo linea æquidistans a b: quæ sit d m: & [per 5 p 4] super tria puncta
g, m, d fiat circulus: & protrahatur linea à d. Quoniam [per 29 p 1]
planum est, quod angulus g m d est æqualis angulo g a b: erit [per
9 ax.] maior g a d. Secetur ex eo æqualis per lineam m n: & sit d n
m: & sit [per 12 p 6] h linea, ad quam se habeat a d, sicut se habet e
ad z: & à puncto n, quod est punctum circuli, ducatur linea ad dia-
metrum g m æqualis lineæ h, secundum supra dicta [32 uel 33 n] &
sit n l: [ita ut segmentum l c inter continuatam diametrum & peri-
pheriam æquetur lineæ h] & punctum, in quo secat circulum, sit e:
& ducatur linea g c: & à puncto d ducatur linea ad punctum c: quæ,
cum cadat inter duas æquidistantes, tenens angulum acutum cum
altera, si producat, necessariò concurret cum alia [per lemma Pro-
cli ad 29 p 1.] Còcurrat igitur: & sit punctum concursus q. Planum
[per 27 p 3] quod angulus g m d est æqualis angulo g c d: quia ca-
dunt in eundem arcum: & [per 29 p 1] angulus g m d est æqualis
angulo g a b: restat igitur [per 1 ax. 13 p 1. 3 ax.] ut angulus g c q sit
æqualis angulo g a q. Sit t punctum, in quo d q secat a g: & [per 15
p 1] angulus g t c est æqualis angulo a t q: igitur [per 32 p 1] tertius
tertio. Quare triangulum a t q simile triangulo t c g [per 4 p. 1 d 6.]
Igitur proportio q t ad t g, sicut a t ad t c. Verùm [per fabricationem]
angulus n m d est æqualis angulo t a d: & [per 27 p 3] angulo n c d
[id est per 15 p 1 angulo l c t.] Quare [per 1 ax.] l c æqualis t a d: & angulus c t l communis duobus
triangulis: quare [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum simile triangulo, scilicet t l c triangulo t
a d [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio t a ad t c, sicut proportio a d ad l c. Quare [per 11 p 5] proportio
a d ad l c, sicut q t ad t g [patuit enim, ut q t ad t g, sic a t ad t c.] Sed [per fabricationem] l c est æqua-
lis lineæ h: & [per fabricationem] proportio a d ad h, sicut e ad z. Ergo [per 7. 11 p 5] proportio q t
ad t g, sicut e ad z. Quod est propositum. Si uerò d sumatur in illo latere extra triangulum: produ-
catur [per 31 p 1] à puncto d, æquidistans a b: & sit d m: & ducatur a g, donec concurrat cum d in
puncto m, [concurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Et fiat circulus transiens per tria pun-
cta g, d, m: & ducatur linea a d: erit
quidem [per 16 p 1] angulus g a d ma-
ior angulo g m d: fiat [per 23 p 1] ei æ-
qualis: & sit n m d: & à pũcto n, quod
est punctum circuli, ducatur linea æ-
qualis h lineæ [id uerò fiet per 33 uel
34 n: ita, ut non tota linea à puncto n
ducta, sed pars eius contermina dia-
metro extra continuatæ, æquetur ipsi
h] ad quam lineæ h se habeat a d, sicut
e ad z, & sit n c l [tota nimirum linea,
cuius pars c l æquetur lineæ h] super
diametrum m g: & concursus sit l. Cũ
igitur [per 22 p 3] angulus n m d & an-
gulus n c d ualeant duos rectos: &
[per fabricationem] angulus n m d
sit æqualis angulo t a d: erunt duo trian-
gula t c l, t a d similia. [Quia enim an-
guli n c d & l c d æquantur duobus re-
ctis per 17 p 1, quibus item ex conclu-
so æquantur n c d & t a d: communi igitur n c d subducto, æquabitur reliquus l c d reliquo t a d: &
anguli ad uerticem t æquantur per 15 p 1, & per 32 p 1, tertius tertio. Quare triangula t c l, t a d sunt si-
milia per 4 p. 1 d 6.] Et cum [per 27 p 3] duo anguli g c d, g m d sint æquales: erunt duo triangula g t
c, t a q similia: [Nam cum angulus g m d æquetur angulo t a q per 29 p 1 (parallela enim sunt d m
b a per fabricationem) æquabitur per 1 ax. angulus t a q angulo t c g, & ad uerticem t æquantur per
15 p 1: ideoq; per 32 p 1 triangula g t c, t a q sunt æquiangula, & per 4 p. 1 d 6 similia] & erit proportio
a d ad c l (quæ est æqualis h) sicut q t ad t g: & ita est e ad z, sicut q t ad t g. [Quia enim triangula t a d,
t c l sunt æquiangula: erit per 4 p 6, ut a d ad c l, sic a t ad t c. Rursus quia triangula a t q, t c g sunt æ-
quiangula: erit per 4 p 6, a t ad t c, sicut q t ad t g. Quare per 11 p 5 ut a d ad c l (id est e ad z) sic q t
ad t g.] Quod est propositum.



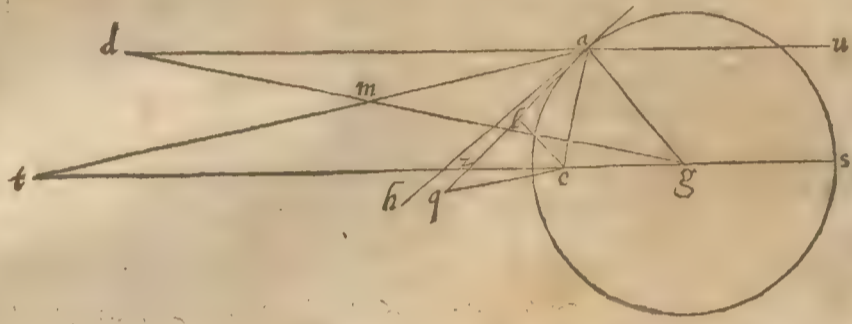
36. Duobus punctis extra circuli peripheriam, uel uno extra, reliquo intra datis: inuenire in
peripheria punctum, in quo recta linea ipsam tangens, bifariam secet angulum comprehensum
duabus

duabus rectis, à dictis punctis ad punctum tactus ductis. 135 p 1.

Amplius: duobus punctis datis, scilicet e, d, & dato circulo: est inuenire punctum in eo, ut angulum contentum à lineis, à punctis prædictis ad illud punctum ductis, diuidat per æqualia, linea circulum contingens in illo puncto. Verbi gratia: ducatur à puncto e ad centrum circuli dati, linea e g: & producaturs usq; ad circumferentiam: & sit e s: deinde ducatur linea g d. Et sit [per 10 p 6] m i linea diuisa in puncto c, ut sit proportio i c ad e m, sicut e g ad g d: & [per 10 p 1] diuidatur m i per æqualia in puncto n: & [per 11 p 1] ducatur perpendicularis n o: & super punctum m fiat angulus æqualis medietati anguli d g s [per 9 & 23 p 1] per lineam m o. Palàm, quòd erit minor recto. [Nà anguli ad g deinceps æquantur duobus rectis per 13 p 1: itaq; d g s iisdem est minor: quare d g s dimidiatus minor est recto] & o n m rectus: igitur [per 11 ax.] cõcurrat cum n o: concurrat aut in puncto o: & ducatur à puncto c [per præcedentem numerum] linea ad triangulũ: quæ sit c k f: ita ut proportio k f ad m f sit, sicut proportio e g ad g s: & [per 23 p 1] super punctum g [terminum lineæ e g] fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineam usq; ad circulum ductam: quæ sit a g: & sit angulus a g e: & ducantur lineæ a g, a d. Dico, quòd a est punctum, quod querimus. Ducatur linea e a. Cum igitur angulus m f k [per fabricationem] sit æqualis angulo a g e: & [per fabricationem] proportio k f ad m f, sicut g e ad g a: cum [per 15 d 1] g a sit æqualis g s: erit triangulum a g e simile triangulo m f k [per 6.4 p. 1 d 6]. Igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f. Iam [per 23 p 1] à puncto a ducatur linea, tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k: & sit linea a z: quæ necessariò concurret cum linea e g. Quoniam, quæ est proportio k f ad m f, e a est e g ad g a, & angulus g a z æqualis est angulo f m c. [æqualis enim conclusus est angulus f m k angulo e a g] Igitur sicut linea m o concurrat cũ f k in puncto f: sic concurrat a z cum e g. Sit concursus in puncto z: & producaturs a z usq; ad punctũ q: ita ut linea a z se habeat ad z q, sicut m c ad c i: [per 12 p 6] & ducatur linea e q. Deinde [per 31 p 1] à puncto a ducatur æquidistans e q: quæ sit a t: erit quidem [per 29 p 1] angulus a q e æqualis angulo q a t. Et quoniam duo anguli z e a, e a t sunt minores duobus rectis [quia per 29 p 1 anguli q e a, e a t æquantur duobus rectis] concurrat a t necessariò cum e z [per 11 ax.] Sit concursus punctum t. Palàm [ex prius demonstratis] quòd angulus a e g est æqualis angulo m k f. Ducta autem à puncto e linea perpendiculari super a z: quæ sit e l: erit [per 32 p 1] angulus a e l æqualis angulo m k n: cum [per fabricationem] angulus e a l sit æqualis angulo k m n, & angulus a l e æqualis m n k: quia uterq; rectus: restat ergo [per 13 p 1. 3 ax.] l e z æqualis angulo n k c: & angulus e l z rectus, æqualis angulo k n c: restat [per 32 p 1] ut angulus e z l sit æqualis k n c: igitur [per 13 p 1. 3 ax.] e z q æqualis angulo k c i. Palàm ergo [per 4 p. 1 d 6] quòd triangulum e a g simile est triangulo f m k: & triangulũ e a l simile triangulo k m n: & triangulũ e l z simile k n c: & triangulũ e a z triangulo k m c [Nam p fabricationem angulus e a l æquatur angulo k m n, & angulus e l z æqualis ostensus est angulo k n c: ergo per 32 p 1 reliquus reliquo: ideoq; per 4 p. 1 d 6 triangula e a z, k m c sunt similia] Ergo proportio a z ad z e, sicut m c ad c k, & [per fabricationem] proportio a z ad z q, sicut m c ad c i: Igitur [per 22 p 5] proportio q z ad e z, sicut i c ad c k. Quare [per 6.4 p. 1 d 6] triangulum q z e simile triangulo i c k: & triangulũ q l e simile triangulo i n k [quia iam patuit triangulum e l z simile esse triangulo k n c: itaq; cum partes partibus similes sint: totum triagulum q l e toti i k n simile erit. Quare per 1 d 6, ut q l ad l e, sic i n ad n k: & similiter ob triangulorum a e l, k m n similitudinem est, ut e l ad a l, sic k n ad m n] erit ergo [per 22 p & cõsectarium 4 p 5] proportio m n ad n i, sicut a l ad l q: & ita a l æqualis l q [quia m n æquata est ipsi n i] & [per 4 p 1] e q erit æqualis e a: & angulus e q z æqualis angulo l a e: & [per fabricationem & 29 p 1] angulus e q z æqualis angulo z a t: igitur [per 15. 32 p 1] tertius tertio æqualis. Quare [per 4 p 6] proportio q z ad z a, sicut e z ad z t, & sicut e q ad a t: & [per 7 p 5] sicut a e ad a t. Sed q z ad z a, sicut e g ad d g [fuit enim per fabricationem e g ad g d, sicut i c ad c m: item ut c m ad i e, sic a z ad z q, & per cõsectarium 4 p 5 ut i c ad c m, sic z q ad a z: ergo per 11 p 5, ut e g ad g d, sic z q ad a z.] Igitur [per 11 p 5] a e ad a t, sicut e g ad g d. Fiat autem [per 23 p 1] super punctum a angulus æqualis angulo g a e: qui sit u a g. Palàm, quòd angulus g a l est medietas anguli u a t: [Quia enim ex concluso anguli z a t, z a e æquantur eidem z q e: ipsi inter se æquantur. Itaq; si æqualib. æqualia addantur, æquabitur angulus g a l duobus angulis u a g, z a t. Quare totus u a t duplus erit anguli g a l] Sed est medietas d g u: [quia angulus g a l æqualis conclusus est angulo f m c: qui per fabricationem est dimidiatus anguli d g u.] Quare angulus u a t est æqualis angulo d g u: [per 6 ax.] sed anguli u a t,



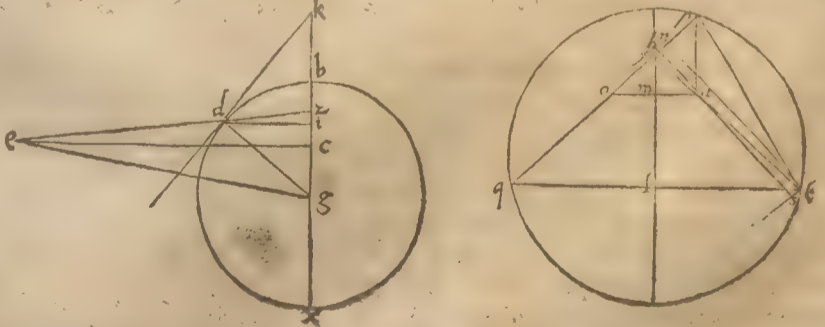
& t u a sunt minores duobus rectis [per 17 p 1] cum a t & t u concurrant. Quare duo anguli t u a & d g u sunt minores duobus rectis: igitur [per 11 ax.] a u concurret cum d g. Dico, quod concurret in puncto d: quoniam efficiet cum lineis u g; d triangulum simile triangulo a u t: habebunt enim angulum a u g communem: & angulus t a u est æqualis angulo d g u [per conclusionē.] Igitur [per 4 p 6] proportio a u ad a t, sicut u g ad lineam, quã secat a u ex d g: & [per 3 p 6] proportio e a ad a u, sicut e g ad g u: cū sit angulus u a g æqualis angulo g a e [per fabricationem.] Cum ergo eadem sit proportio e a ad a t, sicut e g ad g d [ex conclusio] & proportio e a ad a t, sit composita ex proportione e a ad a u & a u ad a t [ratio enim extremorum cõponitur ex omnib. rationibus intermedijs, ut demonstravit Theon ad 5 d 6] erit proportio e g ad g d cõposita ex ijsdem. Quare erit cõpacta ex proportione e g ad g u & g u ad lineã, quã secat a u ex d g. Sed [ratio e g ad g d] est cõpacta ex proportionib. e g ad g u & g u ad g d. Igitur lineã, quã secat a u ex d g, est lineã g d: igitur a u secat d g in puncto d. Producat ergo [per 17 p 3] à puncto a cõtingens: quẽ sit h a: erit ergo [per 18 p 3] g a h rectus: sed g a l est medietas anguli d g u: igitur angulus l a h est medietas anguli d g e: cū illi duo [d g u, d g e] ualeãt duos rectos [per 13 p 1.] Sed cū angulus t a u sit æqualis angulo d g u: erit angulus t a d æqualis d g e [per 13 p 1. 3 ax.] Igitur angulus l a h est medietas anguli t a d: & angulus e a l medietas anguli e a t [quia, ut patuit, e a l æquatur ipsi l a t:] igitur angulus e a h medietas anguli e a d. Quare a h diuidit angulum e a d per æqualia. Quod est propositũ. Si uerò a u (cum sit angulus super punctam a æqualis angulo g a e) non cadit super lineã e s extra circulum, uel intra: sit ergo æquidistans. Igitur [p 29 p 1] angulus u a g æqualis est angulo a g e: sed idem est æqualis angulo g a e [ex thesi.] Quare [per 1 ax.] angulus g a e est æqua-



lis angulo a g e: igitur [per 6 p 1] e g est æqualis a e. Similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g [per 29 p 1.] Sed iam dictum est [in primo casu huius numeri] quod angulus t a d est æqualis angulo d g t. Igitur angulus a t g est æqualis angulo d g t: & similiter [per 29 p 1] duo anguli a d g, d g t sunt æquales: igitur duo anguli a d g, a t g sunt æquales. Sequetur ergo ex his, quod lineã, quã secat a u ex d g, sit æqualis lineã a t [nam cū anguli a t g, d g t: itẽ a d g, t a d æquentur: æquabitur per 6 p 1 t m ipsi m g: item m d ipsi m a. Itaq; si æqualibus æqualia addantur: æquabitur d g ipsi a t.] Et iam dictum est, quod e g æqualis sit a e. Igitur [per 7 p 5] proportio e g ad lineã, quã secat a u ex d g, est sicut a e ad a t. Sed iam dictum est ut a e ad a t, sic e g ad g d: igitur lineã, quã secat a u ex d g, est d g. Et cum t a d sit æqualis d g t: erit l a h medietas anguli t a d, sicut dictum est suprã, & e a l medietas e a t. Erit ergo e a h medietas anguli e a d. Quod est propositum.

37. A dato extra circulum puncto, ducere ad datam diametrũ, lineã rectã: cuius pars inter peripheriam & datam diametrum æquetur parti diametri centro circuli conterminã. 136 p 1.

Amplius: dato circulo, cuius centrum g: & data in eo diametrum b g: & dato e puncto extra circulum: est ducere à puncto e ad diametrum b g, lineã secãtem circulum, ita ut pars eius à circulo usq; ad diametrũ sit æqualis parti diametri, interiacenti inter ipsã & centrum. Verbi gratia: ducatur à puncto e perpendicularis super diametrum: & sit e c: & ducatur lineã e g: & sumatur lineã q t æqualis e c: & [per 33 p 3] fiat super q t portio circuli, ut quilibet angulus cadens in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b: & compleatur circulus [per 25 p 3] & à medio puncto q t ducatur ex utraq; parte perpẽdicularis usq; ad circulu: erit quidẽ [per cõsecarium 1 p 3] diameter huius circuli: & à puncto q ducatur lineã ad hanc diametrũ, secans eam in puncto f, & producat usq; ad punctum p circuli, ita ut f p sit æqualis medietati g b [per 34 n] & ducatur lineã p t, & lineã t f. Et ducatur à puncto p lineã

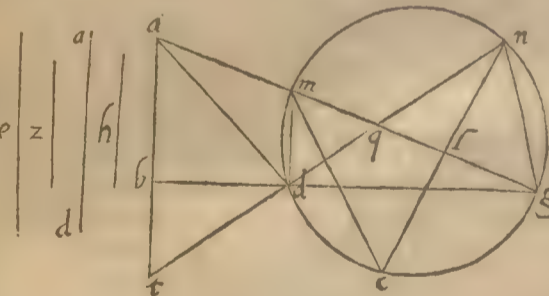


æquidistans diametro: quã sit p u: cõcurratq; cū t f in puncto u: [concurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1] & à puncto u ducatur æquidistans r q: quã sit u o: & à puncto t ducatur perpendicularis super p q: quã sit r n: & à puncto t ducatur æquidistans p q: quã sit t s: & à puncto u perpendicularis super p q: quã sit u h. Deinde [per 23 p 1] ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u: [id aut fieri potest, cum totus angulus q p t æquetur p thesin angulo b g e: ideoq; pars illius ab hoc toto detrahi potest] q fit b g d: & ducatur

& ducatur linea e d z. Dico, quòd d z est equalis z g: & ducatur à puncto d perpendicularis super b g: quæ sit d i. & ducatur [per 17 p 3] à puncto d contingens: quæ sit d k. Palàm, cù diameter f l sit perpendicularis super q t [per fabricationem] & super o u [per 29 p 1] & p u sit equidistans ei: erit [per 29 p 1] angulus o u p rectus: & cum o u diuidatur à diametro per æqualia & orthogonaliter: [Nam per fabricationem, 29. 32 p 1 triangula f q l, fo m ite f l t, fm u sunt equiangula. Itaq; per 4 p 6 ut q l ad l f, sic o m ad m f: & ut f l ad l t, sic f m ad m u: ergo per 22 p 5 ut q l ad l t, sic o m ad m u: atqui per fabricationem q l æquatur ipsi l t: ergo o m æquatur ipsi m u] erit [per 4 p 1] fo equalis fu, & angulus fo u equalis angulo fu o. Sed cù duo anguli p o u, o p u ualeant rectum [per 32 p 1: quia angulus ad u rectus ostensus est] erit angulus fu p equalis angulo fp u. [angulus enim fo u æquatur angulo fu o ex concluso, & anguli p o u & o p u æquantur uni recto. Quare anguli fu o fp u æquantur uni recto: & angulus o u p rectus est: subducto igitur cõmuni angulo fu o: reliquus fu p æquabitur reliquo fp u per 3 ax.] Quare [per 6 p 1] fp equalis est fu: & ita [per 1 ax.] æqualis fo: & ita p o equalis b g: [quia fp æquatur per fabricationem dimidiæ g b, & ex concluso ipsi fo: tota igitur p o æquatur toti b g] & æqualis g d: [per 15 d 1] & ita [per 7 p 5] e c ad g d, sicut t q ad p o. Sed cù angulus k d g sit rectus [per 18 p 3] æqualis angulo g i d: & angulus i g d cõmunis: erit triangulum i g d simile triangulo k d g: [p 32 p 1. 4 p. 1 d 6] & proportio g d ad d i, sicut g k ad k d. Sed [per fabricationem] angulus k g d est equalis angulo o p u, & angulus k d g rectus, æqualis o u p: & ita triangulum k g d simile triangulo o u p: & [per 1 d 6] proportio g k ad k d, sicut o p ad o u. Igitur [per 11 p 5] d g ad d i, sicut o p ad o u. Igitur proportio e c ad d i, sicut t q ad o u [demonstratum enim est, ut e c ad g d, sic t q ad p o: & ut g d ad d i, sic p o ad o u: ergo per 22 p 5, ut e c ad d i, sic t q ad o u.] Sed proportio q t ad o u, sicut t f, ad f u: cù triangulum t f q sit simile triangulo o f u [per 29 p 1. 4 p. 1 d 6.] Verù [per fabricationem & 29 p 1] angulus u t s æqualis angulo h f u: quia coalternus ei: & angulus u s t rectus, æqualis angulo h f u: erit triangulum u s t simile triangulo h u f: & ita proportio t u ad u f, sicut s u ad u h: [quare per 18 p 5 t f ad u f, sicut s h ad u h.] Sed [per 34 p 1] t n æqualis s h: cum sit ei equidistans [per 28 p 1: quia anguli ad h & n interiores sunt recti per fabricationem] & sint inter duas æquidistates. Igitur [per 7 p 5] proportio t f ad u f, sicut t n ad u h. Quare proportio q t ad o u, sicut t n ad u h: & e c ad d i, sicut t n ad u h [Nã ostensum est, ut e c ad d i, sic t q ad o u: ite ut t q ad o u, sic t f ad u f: & ut t f ad u f, sic s h, id est, t n ad u h: ergo per 11 p 5 ut e c ad d i, sic t n ad u h.] Sed cum [per fabricationem] angulus g i d sit rectus, æqualis angulo p h u, & angulus i g d equalis angulo h p u: est triangulũ i g d simile h p u triangulo: & [per 1 d 6] proportio i d ad g d, sicut h u ad u p: quare proportio e c ad g d, sicut t n ad u p [ostensum enim est proximè ut e c ad d i, sic t n ad u h: & ut d i ad g d, sic u h ad u p: ergo ex æquo ut e c ad d g, sic t n ad u p.] Sed cum [per fabricationem] c g e sit equalis angulo n p t, & angulus g c e rectus, equalis p n t: erit [p 32 p 1. 4 p 6] g e ad e c, sicut p t ad t n. Igitur g e ad g d, sicut p t ad u p: patuit enim, ut g e ad e c, sic p t ad t n: & ut e c ad d g, sic t n ad u p: ergo p 22 p 5, ut g e ad d g, sic p t ad u p.] Sed [p fabricationem, 3 ax.] angulus d g e est equalis angulo u p t. Igitur triangulũ d g e simile triangulo u p t: [p 6. 4 p. 1 d 6] ergo angulus g d e equalis angulo p u t: restat ergo [per 13 p 1. 3 ax.] angulus g d z equalis angulo fu p: [& per fabricationem angulus fp u æquatur angulo z g d] quare tertius tertio [per 32 p 1: ideoq; triangula z g d, fp u erunt æquiangula] & [per 4 p 6] proportio d z ad z g, sicut u f ad fp: sed u f equalis est fp. Ergo d z equalis z g. Quod est propositum.

38. *A puncto dato in altero laterũ trianguli recti anguli, angulũ rectũ continentiu, ducere ad latus angulo recto oppositũ, rectã cõcurrentẽ cũ reliquo latere infinito: ita, ut tota ad segmentũ lateris angulo recto oppositi, cõterminũ primo lateri, habeat rationẽ in duab. rectis datã. 137 p 1.*

Amplius: dato triangulo orthogonio a b g: cuius angulus a b g rectus: & dato in b g, uel a b pũcto d: est ducere lineã à puncto d ad latus a g, concurrentẽ in puncto, quod sit q: & ex alia parte cõcurrentẽ cũ alio latere: ut ipsa totalis se habeat ad g q, sicut est e ad z. Verbi gratia: ducatur à puncto d equidistans a b: quæ sit d m: & [p 5 p 4] fiat circulus, trãsiens per tria puncta d, m, g: erit m g diameter [per constructariũ 5 p 4] & ducatur lineã a d: & sit [per 12 p 6] h lineã, ad quã se haber a d, sicut e ad z. Et cù [per 29 p 1] angulus d m g sit equalis b a g: secetur ex eo equalis angulo d a g: & sit c m d: & ducatur m c, quousq; contingat circulũ in puncto c: à quo ducatur [per 34 n] lineã ad diametru m g usq; ad circulum: ita quòd l n sit equalis lineã h: & ducatur lineã n g, & lineã d n cõcurrentes cũ a g in puncto q, & cũ a b in puncto t. Cũ igitur [p 27 p 3] angulus d m c sit equalis angulo d n c: quia super eundẽ arcũ: erit [per 1 ax.] angulus q n l æqualis angulo d a q, & [per 15 p 1] n q l æqualis angulo d q a. Quare [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum n q l simile triangulo d q a: ergo a q ad q n, sicut a d ad n l. Verũ cũ angulus d m g sit equalis angulo d n g [per 27 p 3] erit [per 1 ax.] q n g equalis t a q. Sit t punctũ, in quo d n concurrat cũ a b: & [p 15 p 1] angulus t q a equalis angulo n q g: erit triangulũ t q a simile triãgulo n q g: & [per 1 d 6. 16 p 5] erit p. proportio a q ad q n, sicut t q ad q g. Igitur [per 11 p 5] proportio t q ad q g, sicut a d ad n l: sed [per fabri-

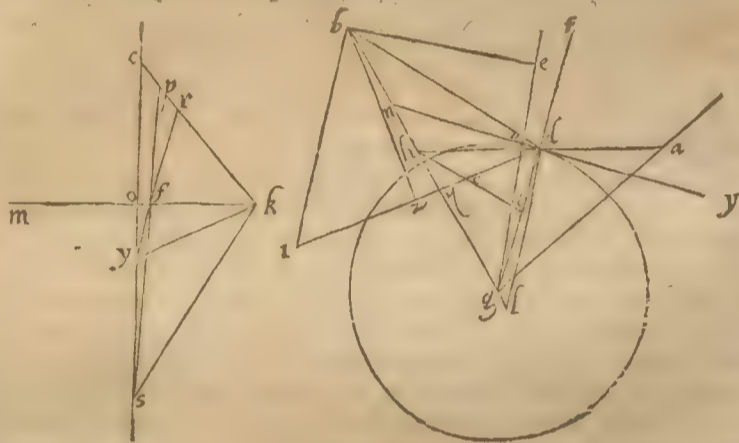


n 3 cationem]

cationē] n l equalis h: & a d ad h, sicut e ad z. Igitur [p 11 p 5] t q ad q g, sicut e ad z. Quod est ppositum. Pot aut cōtingere: quod à pūcto c erit ducere lineas duas, similes c | n: & tūc erit ducere duas lineas à pūcto d, similes t q, ut utriusq; ad partē, q̄ secat ex a g, sit pportio, sicut e ad z: & erit eadē probatio.

39. Visu & uisibili à centro speculi sphaerici conuexi inequaliter distantibus, punctum reflexionis inuenire. 22 p 6.

Predictis habitis, dato speculo sphaerico: erit inuenire punctū reflexionis. Verbi gratia: sit a cē. trū uisus: b punctū uisum: g centrū sphaerę: & ducantur lineę a g, b g: & sumatur superficies, in quā sunt hę duę lineę [sunt enim in eadē superficie p 23 n 4] & sumatur circulus, cōmunis huic superficiēi & speculo. Inuenietur ergo punctū reflexionis in hoc circulo. Et sumatur linea alia m k: & [p 10 p 6] diuidatur in pūcto f, ut m f se habeat ad f k, sicut b g ad g a: & [per 10 p 1] diuidatur m k p æqualia in pūcto o: & [per 11 p 1] ducatur à pūcto o perpendicularis: quę sit c o: & ducatur à pūcto k linea ad c o, tenens cū ea angulū æqualē medietari anguli b g a: [hoc aut fiet: si linea e g bifariā secans angulū b g a, & o c infinite intelligatur,educta à pūcto b perpendiculari super e g, fiat angulus o k c equalis angulo e b g: tūc enim (quia anguli ad o & e sunt recti) equabitur angulus o c k angulo e g b per 32 p 1] quę sit k c: & à pūcto f ducatur linea ad c k: quę sit f p: & cōcurrat cū c o in pūcto s, ita ut proportio s p ad p k sit, sicut b g ad semidiametrū g d [per pcedentē numerū.] Et [p 23 p 1] ex angulo b g a secetur equalis angulo f p k: [Id aut fieri posse hinc cōstat. Quia enim angulus s c p, maior angulo c s p per 18 p 1 (cū latus p s maius sit latere c p: secus ppositū problema per lineā m k expediri nō posset) equetur per fabricationē dimidiato angulo b g a: ergo c s p eodē dimidiato minor est. Quare duo anguli s c p, c s p minores sunt angulo b g a: at per 32 p 1 duob. angulis s c p, c s p equatur angulus s p k: idcirco s p k minor est angulo b g a. Itaq; ab hoc equalis illi detrahi potest] sci licet d g b: & ducatur lineę s k, b d: erit igitur [p fabricationē] pportio b g ad g d, sicut s p ad p k: & ita [per 6.4 p. 1 d 6] triangulū s p k simile triángulo b g d: & erit angulus s k p equalis angulo b d g. Sed forsan secundū p̄dicta [34.38 n.] poterimus à pūcto f ducere aliā lineā ad c k, similē s p: ut sit pportio eius ad partē, q̄ secabit ex c k, sicut s p ad p k: & tūc à pūcto k ad o s ducetur aliā lineā q̄ s k, aliū cū c k angulū tenēs maiore uel minorem angulo c k s. Si maior ex his angulis non fuerit maior recto: nō licebit inuenire pūctū reflexionis [ut mox ostēdetur.] Sit ergo angulus c k s maior recto: erit angulus b d g [q̄ illi equalis est ostēsus] maior recto, & inuenitur punctū sic. Ducatur [p 17 p 3] cōtingens n d y. Et quia angulus p k o est minor recto [p 32 p 1: q̄ a c o k rectus est p fabricationē] secetur [per 23 p 1] ex angulo b d g [q̄ recto maior est ex cōclusionē] æqualis ei: qui sit q d g: est igitur triangulū f p k simile triángulo q d g [equatus. n. est angulus s p k angulo b d g, & q d g angulo p k f: reliquus igitur ad f equatur reliquo ad q p 32 p 1, & p 4 p. 1 d 6 triángula f p k, q d g sunt similia] & erit angulus d q b equalis angulo k f s [p 13 p 1. 3 ax.] & triángulū d q b simile triángulo k f s. [totus. n. angulus p k s equatur toti b d g, ut patuit: & p k f equatur ipsi q d g p proximā fabricationē: ergo per 3 ax. reliquus f k s equatur reliquo q d b: & p 32 p 1 tertius tertio. Itaq; per 4 p. 1 d 6 d q b, k f s triángula sunt similia.] Producat d q, & [per 12 p 1] ducatur à pūcto b perpendicularis sup ipsam: quę sit b z: erit [per 13 p 1] angulus b q z equalis angulo s f o, & angulus b z q rectus, equalis angulo s o f: & ita triángulū b q z simile triángulo s f o. Ducatur d z usq; ad pūctū i: & sit z i equalis z d [per 3 p 1.] Palā [ē triángulorū z q b, s o f: itē q d b, k f s similitudine] quod z q ad q b, & q b ad q d, sicut o f ad f s, & f s ad f k [ideoq; per 22 p 5, ut z q ad q d, sic o f ad f k] & ex hoc [per 18 p 5] z d ad q d, sicut o k ad f k: & ita [sumendo antecedentiū dupla per 15 p 5] i d ad q d, sicut m k ad f k: & ita [per 17 p 5] i q ad q d, sicut m f ad f k: & [per 11 p 5] i q ad q d, sicut b g ad g a [est enim per fabricationē m f ad f k, sicut b g ad g a.] Ducatur aut lineā b i: & ei æquidistās d l: erit triángulū l d q simile triángulo b q i: [Nā per 29 p 1 angulus q d l equatur angulo b i q, & per 15 p 1 d q l ipsi b q i: itaq; per 32 p 1 reliquus reliquo: & per 4 p. 1 d 6 triángula d q l, b q i erunt similia] & pportio i q ad q d, sicut i b ad d l. Et cum i z sit equalis z d, & b z perpendicularis: erit [per 4 p 1] b d æqualis b i. Quare erit [per 7. 11 p 5] b d ad d l, sicut b g ad g a. Ducatur à pūcto d lineā: quę sit d h, æqualem tenens angulū cū lineā l d, angulo b g a: & cū h l & d l concurrant: erunt [per 17 p 1] l h d, l d h minores duobus rectis: & ita duo anguli a g h, d h g, eis æquales, sunt minores duobus rectis: quare [p 11 ax.] h d cōcurrēt cū g a. Dico quod cōcurrēt in pūcto a. Palā [per 18 p 3] quod angulus g d n rectus, est equalis duobus angulis o c k & o k c: [quia equalis est angulo m o c recto, equali eisdē angulis per 32 p 1] & angulus o k c equalis angulo g d q: [per fabricationē] restat [per 3 ax.] angulus q d u equalis angulo o c k:

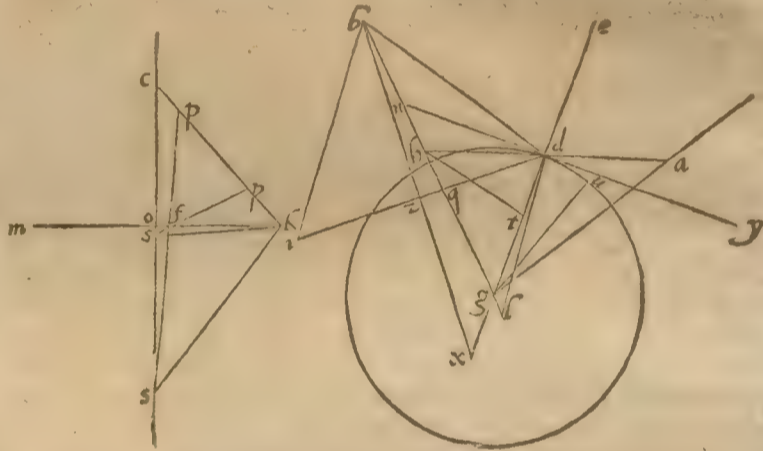


100 c k: & ita q d n medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l [æquati angulo b g a.] Sed [p 3 p 6] angulus q d b est medietas anguli b d l: quoniã pportio b q ad q l, sicut b d ad d l: cù triangulũ d l q sit simile triangulo b q i [ex cõcluso] & b d æqualis b i, [ut patuit.] Restat ergo, ut angulus n d b sit medietas anguli h d b: & ita b d n æqualis n d h. Producatũ g d ultra d ad punctũ f. Quia igitur [per 18 p 3] anguli f d n, g d n sunt recti: ergo [p 3 ax.] restat b d f æqualis angulo h d g: Sed angulus h d g æqualis angulo f d a contrã posito [per 15 p 1.] Quare b d f æqualis f d a. Et ita d est punctũ reflexionis [per 12 n 4.] Ita dico: si a d cõcurrat cũ a g in pũcto a: quod quidẽ sic patebit. Ducatur [per 31 p 1] linea h t æquidistãs b d. Palãm [è proximẽ demonstratis] quod angulus b d f æqualis est angulo h d g: sed [per 29 p 1] b d f est æqualis angulo h t d [ergo per 1 ax. h d g, h t d æquatur.] Quare [per 6 p 1] h t erit æqualis h d. Sed proportio b d ad h t, sicut b g ad g h. [sunt enim triangula b d g, h t g æquiangula: quãdoquidẽ angulus ad g cõmunis est, & g h t æquatur g b d per 29 p 1: ideoq; per 32 p 1 tertius tertio. Quare per 4 p 6 habet latera æqualib. angulis opposita homologa.] Igitur [per 7 p 5] proportio b d ad d h, sicut b g ad g h. Sed h d producta cõcurrat cũ g a [ut mõstratũ est] & fiet triangulũ simile triangulo h d l: cũ habeant angulũ h d cõmunẽ, & angulus h d l sit æqualis angulo h g a [per fabricationẽ: & per 32 p 1 reliquis reliquo.] Igitur [per 4 p 6] proportio h d ad d l, sicut h g ad lineã, q̄ secat h d ex g a: & pportio b d ad d l cõstat ex pportioẽ b d ad d h, & d h ad d l [ratio. n. extremorũ cõponitur ex omnib. ratioib. intermedijs, ut ostẽdit Theon ad 5 d 6.] Igitur cõstat ex b g ad g h, & g h ad lineã, q̄ secat h d ex g a: sed b d ad d l, sicut b g ad g a [ut patuit.] Igitur pportio b g ad g a cõstat ex pportionib. b g ad g h & g h ad lineã, q̄ secat h d ex g a: sed cõstat ex pportionib. b g ad g h, & g h ad g a. Igitur g a est lineã q̄ secat h d ex g a: & ita cõcurrat cũ ea in pũcto a. Qd̄ est ppositũ.

40. Si radius à visibili speculo spherico cõuexo obliquẽ incidens, cum semidiametro eiusdem angulũ nõ maiorẽ recto cõprehendat: non reflectetur ad visum ab illo incidẽtia puncto. 21.22 p 6.

Siuero angulus c k s nõ fuerit maior recto. Dico, qd̄ nõ fiet reflexio ab aliquo pũcto speculi ad visum. Si enim dicatur, quod potest: Sit d punctũ reflexionis: & producatũ linea a d usq; ad h punctũ in diametro b g. Et [per 23 p 1] fiat angulus l d h æqualis angulo a g b: & producatũ

cõtngens n d y: & fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b. Palãm, quod triangulũ h d l simile est triangulo h g a [quia enim angulus h d l æquatus est angulo h g a: & d h est cõmunis: æquabitur per 32 p 1 tertius tertio: & per 4 p 1 d 6 triangula erunt similia.] Quare proportio d h ad d l, sicut h g ad g a: sed b d ad d h, sicut b g ad g h: qd̄ patebit per æquidistantẽ h t ipsi b d. [sic enim triangula b g d, h g t fient æquiangula. Et

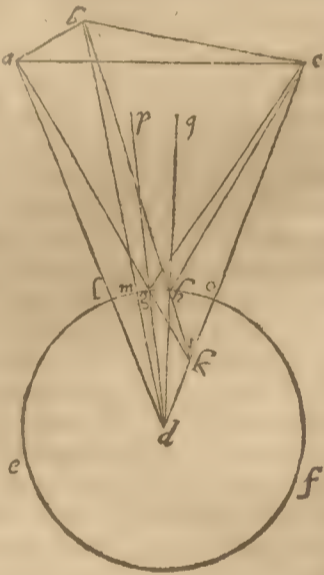


h d æquatur ipsi h t. Nam quia d per thesin est punctũ reflexionis, & e g perpendicularis plano speculũ in reflexionis puncto tãgenti per 25 n 4: æquabitur angulus b d e angulo a d e per 12 n 4: & per 29 p 1 b d e, id est a d e, id est p 15 p 1 h d t æquatur ipsi h t d: Itaq; per 6 p 1 latus h d æquatur lateri h t. Igitur b d ad d l, sicut b g ad g a [quia enim ex cõcluso est, ut b d ad d h, sic b g ad g h: itẽ ut d h ad d l, sic g h ad g a: erit per 22 p 5, ut b d ad d l, sic b g ad g a.] Sed cũ angulus b d e sit æqualis angulo h d g: [ex cõcluso] erit angulus b d n medietas anguli b d h [nã anguli n d e, n d g recti per 18 p 3, æquatur per 10 ax: & b d e ipsi h d g: ergo per 3 ax. reliquis b d n reliquo h d n æquatur. Itaq; b d n dimidius est ipsius b d h.] Sed n d q est medietas anguli h d l: est enim per fabricationẽ dimidius anguli a g b, cui æquatus est h d l. Igitur b d q medietas anguli b d l. Quare [per 3 p 6] proportio b q ad q l, sicut b d ad d l. Ducatur [p 31 p 1] à pũcto b æquidistãs d l: & sit b i: & cõcurrat d q cũ e a in pũcto i: [cõcurrat aut per lẽma Procli ad 29 p 1] & [p 10 p 1] diuidatur d i in æqualia in pũcto z: & ducatur b z: erit [p 29.15. 32 p 1. 4 p 1 d 6] triangulũ b q i simile triangulo q d l. Igitur ut b q ad q l, sic b i ad d l [ostẽsum est, ut b q ad q l, sic b d ad d l: ergo per 11 p 5 ut b i ad d l, sic b d ad d l] & ita [per 9 p 5] b i æqualis b d: & i q ad q d, sicut m f ad f k: [est enim ob triangulorum b q i, q d l similitudinem, ut i q ad q d, sic b q ad q l: & ut b q ad q l, sic b i, id est, b d ad d l: & ut b d ad d l, sic b g ad g a ex cõcluso: & ut b g ad g a, sic m f ad f k per fabricationẽ: ergo per 11 p 5, ut i q ad q d, sic m f ad f k] & ita [per 18 p 5] i d ad q d, sicut m k ad f k: & ita [sumendo antecedentiũ dimidia per 15 p 5] d z ad q d, sicut o k ad f k: & ita [per 17 p 5] z q ad q d, sicut o f ad f k. Palãm, quod b z est perpendicularis: [quia enim b i æquatur b d ex cõcluso, & i z ipsi z d per fabricationem, & b z cõmunis est: erũt triangula i b z, d b z æquiangula p 8 p 1: & angulus b z i æquabitur angulo b z d: suntq; deinceps: Quare per 10 d 1 b z perpẽdicularis est i d.] pducatur, donec cõcurrat cũ d g in pũcto x: qd̄ quidẽ possibile est [per 11 ax.] cũ angulus d z x sit rectus, z d x minor recto. Et palãm, qd̄ pportio b g ad g d, sicut s p ad p k: [p fabricationẽ.] Cũ ergo angulus c k s dicatur nõ esse maior recto: dico, qd̄ sup pũctũ k fiet maior recto, p lineã

cōcurrentē cū c o in pūcto, à quo ducetur linea ad c k, trāsfiens p pūctū f, retinēs proportionē ad par-
tē p k, sicut b g ad g d. Quòd aut hoc possibile, planum est: cū angulus q d n sit æqualis angulo k c o:
[est enim uterq; dimidijs duorū æqualiū b g a, h d l, ut mōstratū est] erit angulus q d g æqualis an-
gulo c k o. [quia enim trianguli c o k angulus ad o rectus est: reliqui o c k, o k c æquatur uni recto p
32 p 1: ideoq; p 10 ax. angulo n d g recto per 18 p 3: & o c k æquatur q d n: ergo per 3 ax. reliquus o k c
æquatur reliquo q d g.] Fiat ergo sup pūctū k angulus æqualis b d q: & ponatur, quòd linea hūc angu-
lū tenēs, cōcurrat cū c o in pūcto s: & ducatur s f p. Planū est, cū angulus b z d rectus, æqualis angu-
lo s o k: qd' erit triangulū b z d simile s o k [per proximā fabricationē. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] & b z ad b d,
sicut o s ad s k, & b z ad z d, sicut s o ad o k: sed q z ad q d, sicut o f ad f k. [ex cōcluso: & p cōsectariū 4
p 5, ut q d ad q z, sic f k ad o f: & per 18 p 5, ut z d ad q z, sic o k ad o f: est autē ut b z ad z d, sic s o ad o
k: & ut z d ad q z, sic o k ad o f: ergo per 22 p 5, ut b z ad z q, sic s o ad o f. Triangula igitur b z q, s o f
sunt æquiangula per 6. 4 p. 1 d 6 similia.] erit ergo angulus z b q æqualis angulo o s f: & angulus o s b
d æqualis angulo s k. [per 3 ax. totus enim angulus o s k toti z b d æquatur, ob triangulorū o s k, z
b d similitudinē iā demōstratā.] Quare triangulū b g d simile triangulo s p k. [Nā angulus q d g æ-
qualis ostēsus est angulo p k f: & angulus f k s æquatus est angulo b d q: totus igitur p k s toti b d g æ-
quatur. Itaq; per 32 p 1 reliquus reliquo. Sunt igitur per 4 p. 1 d 6 triangula b g d, s p k similia.] Igitur
pportio s p ad p k, sicut b g ad g d. [Quare si ad lineā b g, eiusq; terminū g, per semidiametrū specu-
li spherici g u angulus æquetur angulo s p k secūdo: erit u pūctū reflexionis. Quia igitur angulus
ad p primus, maior est angulo ad p secūdo per 16 p 1: perspicuū est è primò demōstratis, uisibile h à
duobus pūctis speculi d & u ad eundē uisum reflecti, cōtra 29 n. Itaq; angulus c k s, cuius beneficio
reflexionis pūctū inueniendū est, necessariò est obtusus.] Quod est propositū. Amplius: impossi-
bile est, ut duorū angulorū super m o cōstitutorum, sit uterq; maior recto. Si enim uterq; talium fue-
rit maior recto, cum super idē centrum fiat angulus æqualis angulo s k m: fiet super idē centrum a-
lius angulus diuersus ab isto, quem efficit super k m alia linea similis s k: & ita à pūcto d, & ab alio
pūcto illius circuli fiet reflexio: quod est impossibile: cum iam probatum sit [29 n.] quòd unum
uni uisui sit reflexionis pūctum: & iam ostensum sit, quomodo inueniri possit. (p 6.

41. *Visibile à duob. speculi spherici cōuexi pūctis ad utrūq; uisū reflexū, unā habet imaginē. 34*

DVobis aut uisibus, licet duo sint reflexionis pūcta: tamē unica erit imago sensuali syllogismo,
& unus imaginis locus. Et hoc probabimus, quādo duæ lineæ à cētris oculorū ad cētrū cir-
culi ductæ, sunt æquales. Si ergo situs pūcti uisi, respectu utriusq; uisus, sit idē, ut lineæ à pun-
cto uiso ad cētra oculorū, sint æquales: facilis erit probatio. Quoniā
diametri uisuales secāt ex circulo arcus reflexionis, & tenēt angulos
æquales cū lineā, à pūcto uiso ad cētrū spherice ductā, & arcus inter
hāc lineā & diametros uisuales interiacētes, sunt æquales. [Cū enim
ex thesi uterq; uisus æquabiliter distet tū à uisibili tū à speculi cētro:
ducta igitur perpēdiculari incidētiæ: fient duo triangula æquilatera,
ideoq; per 8 p 1 æquiangula. Itaq; æqualib. in cētro angulis æquales
arcus subtēdētur per 26 p 3.] Et si sumātur pūcta reflexionis: secūdū
suprà dictā probationē, arcus circuli interiacētes inter hęc pūcta, &
pūctū circuli, qd' est in perpēdiculari, à pūcto uiso ducta: erunt æ-
quales: [Nā propter utriusq; uisus æquabilē tū à uisibili tū à speculi
cētro distātiā: perpēdicularēs per reflexionū pūcta ductæ, cōprehē-
dunt eū perpēdiculari incidētiæ æquales angulos in cētro, quib. per
26 p 3 æquales arcus subtēduntur] qd' facile patebit, iterata superio-
re probatione: & hoc: siue pūcta reflexionis sint in eadē superficie re-
flexionis, siue in diuersis: erūt tamē arcus illi æquales: & lineæ ductæ
à cētris oculorū ad pūcta reflexionū æquales: & lineæ à pūcto uiso ad
eadē pūcta, æquales. [Quia enim anguli ab opticis diametris ex thesi
æqualibus, & speculi semidiametris cōprehēnsi, æquales demōstrati
sunt: æquabūtur igitur p 4 p 1 tū reflexionis tū incidētiæ lineæ inter
se.] Et lineæ à cētris oculorū ad reflexionū pūcta procedētes, necessariò se secabūt [per 12 ax: angu-
li enim p reflexionū lineas in utroq; uisu facti, sunt minores duob. rectis.] Et euidēs est ppbatio, qd'
super idē pūctū perpēdicularis à pūcto uiso ductæ, erit sectio ambarū linearū reflexionis. [Nā an-
gulorum reflexionis ostensam æquabilitatem consequitur æquabilitas angulorum incidentiæ per
12 n 4: & anguli comprehēnsi à lineis incidētiæ & perpēdiculari æquales probati sunt. Itaq; per 32
p 1 triangula comprehēnsa à lineis incidentiæ, cōtinuatione linearum reflexionis, & communi per-
pēdiculari incidentiæ, sunt æquiangula. Quare per 4 p 6, ut sunt lineæ incidentiæ, sic sunt cōtinua-
tiones linearum reflexionis: at illæ æquantur: igitur & hęc. Itaq; in uno perpēdicularis pūcto con-
currunt.] Et in hoc pūcto utriq; uisui apparebit imago: & una sola. Quod est propositum.



42. *In speculo spherico conuexo pūcta imaginis, pūctis uisibilis situ & ordine, in utroq; uisu
respondent. 35 p 6.*

Est aut ordinatio imaginū, sicut ordinatio pūctorū uisorū. Si enim in re uisa sumatur linea, à
cuius capitib. ducātur duæ lineæ ad cētrū spherice: fiet triangulū, in quo cōtinebuntur imagi-
nes omniū pūctorū illius lineæ. Et si sit in illa linea pūctū nō eiusdē situs, respectu amborū
uisuū: Imago pūcti remotioris ab eo, erit in diametro remotiore ab eius diametro: & propinquo-
re. Et

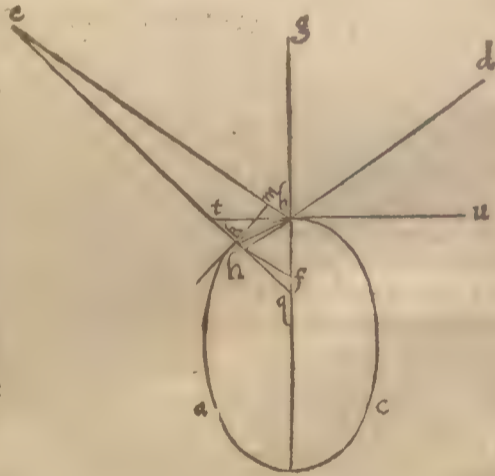
re. Et ita observatur situs partium in imaginibus, sicut fuit in punctis visis. Sumpta autem linea, in qua est punctum eiusdem situs: quodlibet punctum illius lineae eiusdem situs erit, respectu duorum oculorum secundum modum predictum: & unicam habebit imaginem, propter aequalitatem angulorum illius lineae cum lineis visibilibus. Si autem sumatur linea, quae angulum, quem continent duae lineae a ceteris oculorum ad punctum visum, dividat per aequalia: situs cuiuslibet puncti lineae quantumlibet productae, erit idem utriusque visui, sicut fuit uni. Et idem est probationis modus. Praeter has duas lineas non est sumere aliam, eundem observantem situm. Unde, cum punctum visum comprehendatur, in perpendiculari [per 3 n.] cadet imago eius in diversis punctis illius perpendicularis, sed imperceptibiliter a se remotis: & imago cuiuslibet puncti a quocumque videatur oculis, semper observat identitatem partis. Unde apparet unitas imaginis, sicut dictum est in visu directo [27 p 1] quod formae, licet in diversa cadant loca: propter tamen distantiam earum insensibilem non diversificant apparentiam, nisi diversificent partem. Similiter hic, quando remotio puncti ab uno visu fuerit modico maior, quam ab alio: erunt loca imaginum imperceptibiliter remota. Unde apparent simul, & ex eis una imago compacta: quando quidem imaginum loca aliquando non totaliter distant, sed partialiter.

43. Si communis sectio superficierum reflexionis & speculi cylindracei convexi fuerit latus cylindri, vel circulus: loca, tum reflexionum tum imaginum eodem modo se habebunt, ut in speculis plano & sphaerico convexo. 42. 43 p 7.

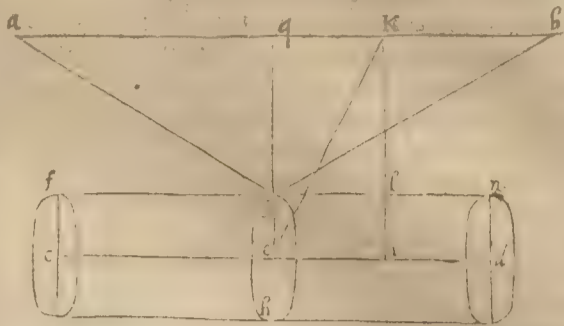
In speculis columnaribus exterioribus aliquando linea communis superficierum reflexionis & superficierum speculi, est linea recta: aliquando circulus: aliquando sectio columnaris. Cum fuerit linea communis, linea recta: erit locus imaginis in perpendiculari a puncto viso ducta super superficiem speculi, tantum distans a linea communi, quantum punctum visum ab eadem. Et eadem est probatio, quae dicta est in speculo plano [11 n.] Cum autem communis linea fuerit circulus: erit aliquando imaginis locus intra circulum: aliquando extra: aliquando in ipsa circumferentia. Eius rei eadem penitus assignatio, quae in speculo exteriori sphaerico [22 n.]

44. Si perpendicularis incidentiae secetur a lineis: reflexionis, intra ellipsin (quae est communis sectio superficierum reflexionis & speculi cylindracei convexi) & tangente in reflexionis puncto: erit ut tota perpendicularis ad inferum segmentum, sic superum ad intermedium. Et inferum maius erit segmento lineae reflexionis. 47. 48 p 7.

Si vero linea communis fuerit sectio columnaris: dico, quod imaginum quaedam sunt intra speculum: quaedam in superficie speculi: quaedam extra speculum: quae in singulari explanabuntur. Sit a b c sectio columnaris: b sit punctum reflexionis: e punctum visum: d centrum visus: & [p 12 p 11] ducatur a puncto b perpendicularis super superficiem contingente speculum: quae sit g b q: & [p 11 p 11] ducatur a puncto e perpendicularis super superficiem, contingente speculum: quae sit e k q: & linea contingens speculum in puncto b: sit t u: linea contingens speculum in puncto k: sit k m. Dico, quod duae perpendiculares g b q, e k q concurrerunt. Ducatur lineae e b, d b: & ducatur linea k b. Palam, quod k m cadet in figuram e k b, & linea b t in figuram eandem [quia recta linea secans angulum trianguli, secat basin angulo subtensam: secus non secaret angulum.] Igitur b t secabit e k: secet in puncto t. Palam, quod angulus g b k est maior recto, & angulus e k b similiter maior recto [quia g b q, e k q sunt perpendiculares ipsis t u, k m.] Quare [per 13 p 1. 11 ax.] g b, e k concurrerunt. Sit concursus punctum q. Similiter d b k maior recto: igitur d b, e k concurrerunt. Sit concursus punctum h. Igitur h est locus imaginis. [p 4 n.] Dico etiam, quod proportio e q ad q h, sicut e t ad t h: & etiam quod q h est maior h b. Ducatur [p 31 p 1] h f aequidistantis e b. Palam, quod d angulus e b t est aequalis angulo d b u [p 12 n 4:] est igitur [p 15 p 1 1 ax.] aequalis angulo t b h: restat e b g aequalis angulo h b q: cum g b t, t b q sint recti. Cum igitur t b dividat angulum e b h per aequalia: erit [p 3 p 6] e t ad t h, sicut e b ad b h: Sed angulus e b g est aequalis angulo h b f [p 29 p 1:] quare h f, h b sunt aequalia. [angulus enim e b g aequalis conclusus est angulo h b f: itaque anguli h b f, h b g aequantur: quare p 6 p 1 latera h f, h b aequantur: ergo p 7 p 5, ut e t ad t h, sic e b ad h f:] Sed e b ad h f, sicut e q ad q h [p 4 p 6: quia enim h f parallela ducta est ipsi e b: sunt triangula e b q, h f q aequiangula p 29. 32 p 1.] Erit ergo [per 11 p 5] e t ad t h, sicut e q ad q h. Quod est propositum. Et ex hoc: cum sit proportio e q ad q h, sicut e b ad h f [e h faequatur ipsi h b: erit p 7 p 5, e q ad q h, sicut e b ad b h] & e q sit maior e b [p 19 p 1: quia angulus e b q recto maior est] erit [p 14 p 5] q h maior h b. Quod est propositum. Palam ex hoc, quod si super sectionem a b c ducatur perpendicularis super superficiem contingente sectionem: concurrerit cum g b. Et haec quidem patet, cum punctum visum non fuerit in perpendiculari visibili. Palam enim ex superioribus [19 n.] quod unius solius puncti forma perpendicularare accedit ad speculum, & secunda eundem reflectitur. Et est punctum perpendicularis, existens in superficie visus: punctum enim ultra visum sumptum non potest reflecti super hac perpendicularare: quia non potest accedere ad speculum su-

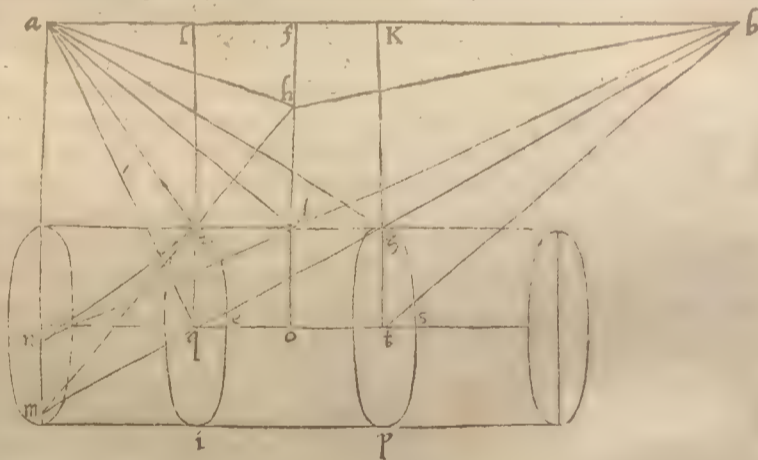


stans basi [per 5th Sereni de sectione cylindri.] Et iam patuit [29 n] quod ab alio puncto illius circuli non potest fieri ad a reflexio. Et si ab alio puncto speculi fiat reflexio perpendicularis ducta à puncto illo, cadet orthogonaliter super axē. [Nā cū per 34 n 4 perpendicularis illa intrus cōtinuata fiat diameter circuli basibus paralleli: erit per 21 d 11. 29 p r ad axem perpendicularis] & secabit lineā a b in puncto aliquo. A puncto illo ducatur linea ad axem in superficie, æquidistante basi colūnæ: erit quidē orthogonalis super axem [per 21 d 11. 29 p 1.] Et ita duæ perpendicularares efficiunt cū axe triangulum, cuius duo anguli sunt recti: quod est impossibile [& contra 32 p 1.] Palām ergo, quod in hoc situ non reflectetur b ad a, nisi à puncto g.



47. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindræsi conuexi fuerit ellipsis: ab uno puncto unum uisibilis punctum ad unum uisum reflectetur. 28 p 7.

S I uerò superficies a b g secet speculū sectione columnari: dico, quod à solo puncto g fit reflexio. Ducatur à puncto a superficies æquidistans basi colūnæ: [ductis nimirū duabus perpendicularibus super axem se interfecantibus: una quidē à puncto a per 12 p 1: altera uerò ab axis puncto, in quod illa cadit per 11 p 1. Sic enim axis, qui per 21 d 11 est perpendicularis basi: erit per 4 p 11 perpendicularis plano ductarū perpendiculariū. Itaq; per 14 p 11 basis & hoc planū erūt parallela] quæ sit e z i: & à puncto g similiter superficies æquidistans basi speculi: in qua ducatur ab axe linea ad punctū g: quæ sit t g: erit quidē perpendicularis super superficiē, cōtingētē speculū in puncto g [per 34 n 4: quia est diameter circuli basibus cylindri paralleli] & cōcurrat cū a b in puncto k [cōcurrat aut: quia diuidit angulū a g b] & ducatur à puncto g linea lōgitudinis speculi: [educto nēpe plano per axem & per rectā, cū ipso à puncto g utlibet cōcurrentē: erit enim huius plani & cylindræsi superficiei cōmunis sectio latus cylindri per 21 d 11] quæ sit g z: & sit axis t q: & à puncto b perpendicularis ducatur ad superficiē e z i: quæ sit b h: & ducatur lineæ a z, h z: & ducatur à puncto z in superficie illa ad axem lineæ, quæ sit z q: erit quidē perpendicularis super axem [per 3 d 11] cū axis sit perpendicularis super hanc superficiē [per 21 d 11] & erit perpendicularis super superficiē, cōtingentē speculū in puncto z [ut paulō antē ostēsū est] & cōcurrat cū lineā a k in puncto l. [cōcurrat uerò, quia secat angulū a z h.] Dico, quod forma puncti h reflectetur ad a, à puncto z. Ducatur à puncto a æquidistans lineæ k g: quæ sit a m: quæ quidē cōcurrat cū b g. [per lēma Procli ad 29 p 1.] Sit cōcursus in puncto m. Palām [per 6 p 11] quod g z est æquidistans lineæ b h: cū utraq; sit orthogonalis super superficiē æquidistantē basibus colūnæ. Quare [per 7 p 11] lineā b g m est in superficie harū linearū. Igitur tria puncta m, z, h sunt in hac superficie. Sed iterū a m est æquidistans k g [per fabricationē] & l z æquidistans k g: quoniā g z æquidistans t q & inter superficies æquidistantes. [nā per 21 d 11 latus z g & axis q t paralleli & æquales, circulis oppositis & parallelis terminantur, in quibus semidiametri t g, q z sunt parallele per 33 p 1: & t g continuata est in k.] Igitur l z æquidistans a m [p 30 p 1: sunt enim m a, z l eidē t g k parallele.] Quare sunt in eadem



superficie [per 35 d 1] & in ea est lineā a h [per 7 p 11: quia cōnectit m a, z l parallelas.] Igitur in hac superficie sunt tria puncta, m, z, h: & iā patuit, quod sint in superficie b m h: igitur sunt in lineā cōmuni his duabus superficiebus. Igitur [per 3 p 11] h z m est lineā recta. Palām igitur, cum g sit punctum reflexionis: erit [per 12 n 4] angulus a g k æqualis angulo k g b: & ita [per 29 p 1. 1 ax.] æqualis angulo a m g: sed [per 29 p 1] est æqualis m a g: quia coalternus. Igitur [per 6 p 1] a g, m g sunt æquales. Sed quoniam g z est orthogonalis super quālibet lineā superficiei z a h: [per 3 d 11] erit quadratū m g æquale quadratis m z, g z [per 47 p 1] erit igitur a z æqualis m z [Nam propter eandē causam quadratum a g æquatur quadratis a z, g z: at quadrata a g, m g æquatur: quia ipsorum latera a g, m g æquatur: communi igitur quadrato g z ablato, reliquum quadratū a z æquabitur quadrato m z: quare ipsorū latera m z, a z æquabuntur.] Quare [per 5 p 1] angulus a m z est æqualis angulo m a z: sed [per 29 p 1] angulus a m z est æqualis angulo l z h: & angulus z a m est æqualis l z a: quia coalternus. Igitur angulus a z l est æqualis angulo l z h. Quare forma puncti h accedēs ad punctū z, reflectetur

reflectetur ad punctum a. [per 12 n 4.] Si ergo dicatur, quod ab alio puncto, quam a puncto g, potest forma b reflecti ad a: illud aliud punctum aut erit in linea longitudinis, quæ est g z: aut in alia. Si est in linea g z: ducatur ab eo perpendicularis: quæ necessarîo secabit lineam a k [quia secat angulû lineis incidentiæ & reflexionis cõprehensum, ut patet per 13 n 4] & [per 28 p 1] erit æquidistans lineæ a m: & linea ducta à puncto b ad illud punctum necessarîo cõcurreret cû a m: [per lemma Procli ad 29 p 1] & erit punctum illud, & punctum m in eadẽ superficie: & linea illa aut cadet super punctum m: aut super aliud. Si super punctum m: erit ducere à puncto b ad punctum m duas lineas rectas: quod est impossibile. [sic enim duæ rectæ lineæ spatiû cõprehenderent cõtra 12 ax.] Si aut ad aliud punctum lineæ a m: ducatur à puncto illo linea ad punctum z: & probabitur, quod hæc linea cû h z facit lineam rectam, sicut probatum est de linea z m: & ita à puncto h erit ducere duas lineas rectas, per punctum z trãseuntes in diuersa puncta lineæ a m cadentes: quod est impossibile [& cõtra 1 p 11: hocq; modo duarum rectarum linearum esset cõmune segmentum contra lineæ rectæ definitionem.] Palam ergo, quod à nullo puncto lineæ g z, nisi à g, potest b reflecti ad a. Si dicatur, quod à puncto extra hanc lineam sumpto: ducatur super punctum illud linea longitudinis speculi: [per 7 th. Sereni de sectione cylindri] & à puncto circuli e z i, in quod cadit hæc linea, probabitur h reflecti ad a secundum supra dictam probationem: sed iam probatum est, quod h à puncto z reflectitur ad a. Et ita impossibile: [quia ita à duobus speculi punctis forma eiusdem uisibilis ad eundem uisum reflecteretur, contra 51 n 4, & 29 n.] Restat ergo ut à solo puncto speculi reflectatur b ad a. Quod est propositum.

48. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindræci conuexi fuerit ellipsis: uisus & uisibili datis, punctum reflexionis inuenire. 29 p 7.

Amplius: dato puncto b, quod reflectatur ad a: erit inuenire punctum reflexionis: & hoc patebit per reuolutionem prædictæ probationis. Ducatur à puncto a superficies æquidistans basi columnæ: quæ quidem secabit columnam super circulum: [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] qui sit e z i: & ducatur à puncto b perpendicularis super hanc superficiem: quæ sit b h: & inueniatur in hac superficie punctum, à quo fit reflexio h ad a: [ut traditum est 31 uel 39 n] quod sit z: & à puncto z ducatur linea longitudinis: [per 7 th. Sereni de sectione cylindri] quæ sit z g: & à puncto z perpendicularis z l: & huic æquidistans à puncto a: quæ sit a m: & etiã linea h z producat, quousq; cõcurrat cû ea: [concurreret uerò per lemma Procli ad 29 p 1] & sit cõkursus in puncto m: & à puncto m ducatur linea ad b: quæ necessarîo secabit lineam z g: cû sit in eadẽ superficie cû ea: quoniam cû b h sit æquidistans g z: [per 6 p 11: est enim utraq; ipsarum perpendicularis circulo e z i] erit h z m in superficie illarum: [per 7 p 11: quia cõnectit parallelas] & ita b m in eadẽ: quæ, si secuerit z g in puncto g: erit g punctum reflexionis: quod quidem, si reuoluas probationem prædictam, uidere poteris.

49. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici conuexi fuerit latus conicum locatum reflexionum tum imaginum eodem modo se habebunt, ut in speculo plano. 42 p 7.

In speculis exterioribus, pyramidalibus, si linea cõmunis superficie reflexionis & speculi, fuerit linea longitudinis speculi: erit locus imaginis, sicut assignatus est in speculis planis. Et eadẽ est probatio.

50. Cõmunis sectio superficierum, reflexionis et speculi conici conuexi nõ est circulus. 12 p 7. Idẽ 41 n 4.

Quod aut nõ possit esse linea cõmunis, circulus: palam per hoc: quod superficies reflexionis orthogonalis est super superficiem, cõtingentem speculum in puncto reflexionis [per 13 n 4] & circulus necessarîo est æquidistans basi. [per cõuersionem 4 th 1 conicorum Apollonij] Superficies ergo hæc æquidistans basi, nõ erit orthogonalis super superficiem, cõtingentem speculum. [Nam planum tangens conum, tangit in latere per 35 n 4, ad basim & circulum ipsi parallelum obliquo: quia est latus trianguli acutanguli facti à plano conum per uerticem secante, per 3 th 1 conicorum Apollonij. Quare circulus erit extra reflexionis superficiem: neq; idcirco uisibile ab ipso ad uisum reflectetur.]

51. Si cõmunis sectio superficierum reflexionis & speculi conici conuexi fuerit ellipsis: imago uisibilis obliquè reflecti, aliàs in superficie speculi: aliàs intra: aliàs extra speculum uidebitur. 49 p 7.

Si uerò cõmunis linea fuerit sectio pyramidalis: imagines quædam erunt in superficie speculi: quædam intra speculum: quædam extra. Et idẽ est assignationis modus, qui fuit in speculo columnari exteriori: [44 n] & eadẽ probatio. Et (sicut est in columnari exteriori) [44 n] per perpendicularẽ uisualẽ nõ reflectetur forma ad oculum, nisi puncti superficie oculi tantum: & hoc ab uno solo speculi puncto: & locus imaginis eius erit cõtinuus locis aliarum imaginum, sicut patuit superius [44 n.]

52. Si à puncto in communi sectione superficierum, reflexionis & speculi conici conuexi dato, reflexio fiat: possunt uisus & uisibile sic collocari, ut ab eodem puncto, tanquam puncto circuli basi paralleli ad uisum reflexio fiat. 32 p 7.

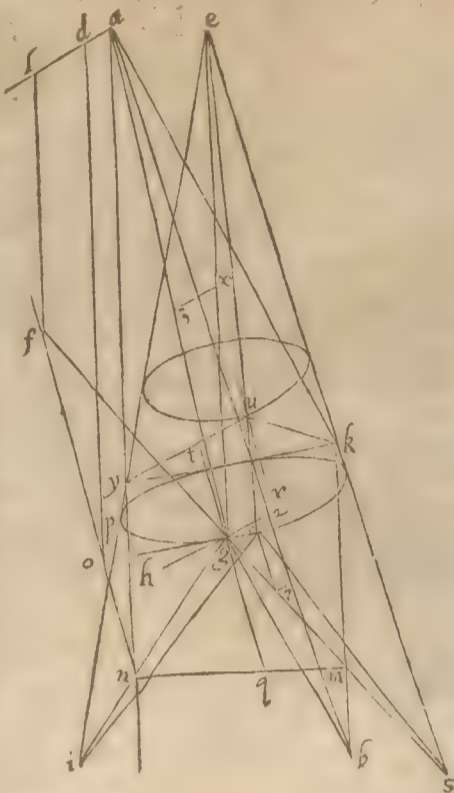
Restat in his speculis declarare: quod ab uno solo puncto eius fiat reflexio: quod sic patebit. Sit uisus a: b punctum uisum: g punctum reflexionis: & ducatur super punctum g superficies æquidistans basi: [ductis nimirum duabus perpendicularibus super axem se intersectibus: una quidem à reflexionis puncto per 12 p 11: altera uerò ab axis puncto, in quod illa cadit, per 11 p 1. Sic enim axis, qui per 18 d 11 perpendicularis est basi: erit per 4 p 11 perpendicularis plano ductarum perpendicularium. Quare per 14 p 11 basis & hoc planum erunt parallela] quæ quidem secabit pyramidem super circulum

culum [per 4 th. 1 conicorū Apollonij] q sit p g: & ducatur lineæ a g, b g, a b: & à pūcto g ducatur ad cētrū circuli lineæ: q sit g t: & uertex pyramidis sit e: à quo ducatur axis: q erit e t. [per 3 d 1 con. Apol.] Et ducatur [per 12 p 11] perpēdicularis super superficiē, cōtingētē speculū in pūcto g: q sit h g: q cū diuidat angulū a g b per æqualia, [per 13 n 4] cadet sup̄ a b: pūctū casus sit z. Et à uertice pyramidis ducatur lineā lōgitudinis speculi ad pūctū g: [educto nēpe plano per axem, & per rectā à pūcto g, cū ipso utlibet cōcurrentē: cōmunis enim sectio huius plani & conicæ superficiē erit latus con. p 18 d 11, uel 3 th. 1 con. Apol.] quæ sit e g: cui lineæ ducatur æquidistās à pūcto a: [per 31 p 1] quæ necessariō secabit superficiē circuli p g: [si enim circulū cū diametro infinite extēsum cogites: diameter secās e g con. latus, secabit etiā rectā lateri parallelā, per lēma Procli ad 29 p 1. Quare eadē parallela circulū ipsum quoq; secabit] secet in pūcto n: & sit n a. Similiter à pūcto b ducatur æquidistās eidē e g, scilicet b m: quæ secet superficiē p g in pūcto m. Et à pūcto n ducatur æquidistās ipsi g t: quæ sit n f: & ducatur lineæ n g, m g, n m. Palām, quod t g secabit m n: [per lēma Procli ad 29 p 1] secet in pūcto q. Palām etiā, quod m g secabit n f: cū secet ei æquidistātē: sit pūctū sectionis f. Et à pūcto a ducatur æquidistās h z: quæ sit a l. Palām [per lēma Procli ad 29 p 1] quod b g cōcurret cū a l: sit cōcursus l. Deinde ducatur lineā cōmunis superficiē, cōtingētē speculū in pūcto g, & superficiē circuli p g: q sit g o. Palām [per 18 p 3] quod erit orthogonalis super g t: & similiter [p 29 p 1] super n f. Sumatur etiā lineā cōmunis superficiē, cōtingētē speculū, & superficiē reflexionis: quæ sit g d: q quidē cū secet g h, secabit a l. [per lēma Procli ad 29 p 1.] Sit pūctū sectionis d: & erit orthogonalis super a l. [Quia enim h g perpēdicularis est plano, tāgētē speculū in pūcto reflexionis g, p fabricationē: erit p 3 d 11 perpēdicularis rectæ lineæ g d ipsam in pūcto g tāgētē. Et quoniā a l, h z sunt parallelæ, p fabricationē: erit g d perpēdicularis ipsi a l per 29 p 1.] Palām ex prædictis, quoniā n f est æquidistās g t, & a l æquidistās g h: igitur [p 15 p 11] superficies, in qua sunt n f, a l, est æquidistās superficiē g t h: sed lineā e g æquidistat b m [p fabricationē] quare sunt in eadē superficiē [p 35 d 1] q superficies secat prædictas æquidistātes: unā super lineā e g: aliā super lineā f l. Quare [p 16 p 11] f l est æquidistās e g: sed a n æquidistat eidē. Igitur [p 30 p 1] f l est æquidistās a n. Verū superficies cōtingēs speculū in pūcto g, secat superficies e a f d æquidistātes: unā in lineā e g: aliā in lineā o d. Igitur [p 16 p 11] o d est æquidistās e g. Igitur [p 30 p 1] est æquidistās a n & l f. Et à pūcto f ducatur lineā æquidistās l a, secās d o in k, & a n in i: ergo f k æqualis l d, & k i æqualis d a. [p 34 p 1.] Quare erit pportio a d ad d l, sicut n o ad o f. [nā p 7 p 5 est, ut a d ad d l, sic i k ad k f: sed p 2 p 6, ut i k ad k f, sic n o ad o f: ergo p 11 p 5, ut a d ad d l, sic n o ad o f.] Palā etiā, quod angulus b g z æqualis est angulo z g a: [recta enim lineā g z bifariā secat angulū a g b, ut patuit] & etiā angulo g l a: [interiori & opposito per 29 p 1] & etiā angulo g a l: [alternō p 29 p 1.] Quare [per 1 ax.] g a l, g l a sunt æquales: & [p 6 p 1] g a, g l æquales: & g d perpēdicularis super a l: [per cōclusionē] erit [per 26 p 1] a d æqualis d l. Erit igitur n o æqualis o f: [demonstratū enim est, ut a d ad d l, sic n o ad o f: & alternē, ut a d ad n o, sic d l ad o f: sed a d æquatur ipsi d l: ergo p 14 p 5 n o æquabitur ipsi o f] & g o perpēdicularis super n f: [parallelæ enim sunt n f, g t p fabricationē, & g o perpēdicularis est ipsi g t per 18 p 3: ergo per 29 p 1 g o est perpēdicularis ipsi n f: ideoq; angulus ad o uterq; rectus est] erit [per 4 p 1] angulus o f g æqualis angulo o n g. Erit igitur angulus n g q æqualis angulo m g q. [Nā cū t q, f n ductæ sint parallelæ: æquabitur p 29 p 1 angulus m g q angulo n f g: q æqualis cōclusus est ipsi f n g: æquali angulo n g q alternō per 29 p 1. Quare anguli m g q, n g q inter se æquātur.] Igitur [per 12 n 4] à pūcto circuli p g, quod est g, potest pūctum m reflecti ad n, nō impediēte pyramide. [Hęc conclusio uidetur repugnare 41 n 4 & 50 n, quibus demonstratum est communem sectionem superficiē reflexionis & speculi conici cōuexi non esse circulum. Quare pūctum g circuli p g, à quo hic reflexio fieri concluditur, intelligendum est pūctum circuli, qui est communis sectio sphæræ uel cylindri, quos mens intra conum fingit ac concipit.]

33. Si communis sectio superficiē reflexionis, & speculi conici cōuexi fuerit latus conicū: ab uno pūcto unum uisibilis pūctum ad unum uisum reflectetur. 33 p 7.

Dico igitur, quod pūctū b à solo g reflectitur ad a. Si enim dicatur, quod ab alio pūcto potest reflecti: illud aut erit in lineā lōgitudinis: quæ est e g: aut nō. Sit in ea: & sit x: & ab eo ducatur perpēdicularis super superficiē, cōtingētē speculū in pūcto illo: [per 12 p 11] q quidē perpēdicularis, erit [p 6 p 1] æquidistās z g: & ita [per 30 p 1] æquidistās a l. Igitur a l est in superficiē reflexionis huius perpēdicularis: [per 35 d 1] & est similiter in superficiē reflexionis perpēdicularis z g: [p 35 d 1] parallela enim ducta est a l ipsi z g] igitur illæ duæ superficies reflexionis secāt se super lineam

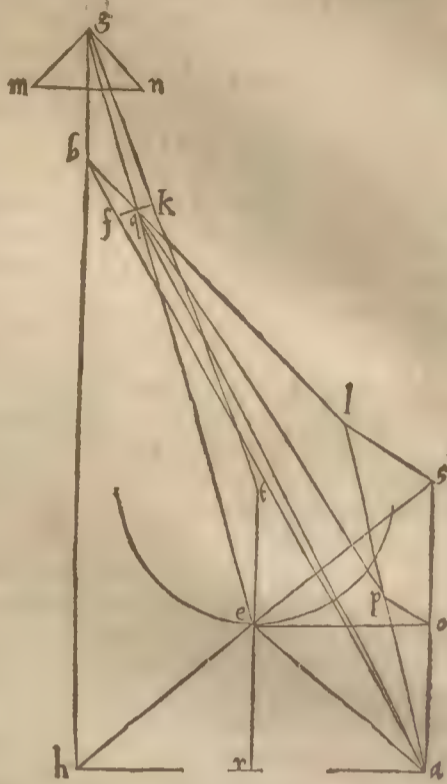
a: sed secat se super punctū b: [quia uisibile est in qualibet reflexionis superficie p 23 n 4] qd' est impossibile. Quoniam b nō est in linea a: qd' patet p hoc: quoniam si æquidistant b m. [ut patuit proximo numero per fabricationē & 30 p 1.] Restat ergo, ut à nullo puncto lineæ e g, præterquā à g, possit reflecti b ad a. Si aut ab aliquo puncto extra lineā e g: sit illud u: & ducatur lineā lōgitudinis e u o: & sumatur superficies æquidistantiā basi, trāsies p punctū u. [ut dictū est proximo numero.] Palā, quod a n secabit hāc superficiē: [quia e g parallela ipsi a n, eandē secat] sit punctū sectionis y. Similiter b m secabit eandē: sit punctū sectionis k: & ducatur lineæ k u, y u, y k. Et cū superficies illa secet pyramidē super circulū, trāsēuntē per u [per 4 th 1 con. Apol.] ducatur à puncto u lineā ad cētrū huius circuli, quæ extra circulū pducta, sit r u: & ducatur lineæ e k, e y: quæ quidē secabūt superficiē circuli p g: [quia secat circulū ipsi parallelū, per u trāsēuntē] & sint puncta sectionū s, i: & ducatur lineæ i c, s c. Sicut igitur probatū est [proximo numero] de puncto m: quod, nō impediēte pyramide, potest reflecti ad n à puncto g: ita pbatitur de puncto k: qd' potest reflecti à puncto u ad punctū y: & eadē est pbatio: & ita angulus r u y erit equalis angulo r u k [per 12 n 4.] Palām, quoniam b k est æquidistantiā e g: [Nā b m parallela ipsi e g p fabricationē, cōtinuata est in punctū k] & lineā, cōmunis superficiē b g e k, & superficiē circuli p g, est lineā m g. Igitur lineā e k cū sit in hac superficie, & secet superficiē circuli p g: [in puncto s, ut patuit] cadet super lineā cōmunē, quæ est m g. Erit igitur s m g lineā rectā. Eodē modo cū superficies n y e g secet superficiē circuli p g, super lineā n g: lineā e y cōcurrēt cū lineā n g [in puncto i, ut patuit.] Igitur i n g lineā est rectā. Palā etiā, quod superficies i e c secat superficiē circuli p g, super lineā i c, & secat superficiē huic æquidistantem, quæ trāsīt p u, super lineā y u. Ergo [per 16 p 11] y u æquidistant i c. Similiter superficies s e c secat superficies illas æquidistantes, super duas lineas s c, k u. Ergo [per 16 p 11] s c æquidistant k u. Similiter si sumatur superficies, secās speculū super lineā lōgitudinis e c, in qua superficie sunt r u, c M: secabit illas superficies æquidistantes [nēpe circulos p u & c eductos] sup duas lineas M c, r u. Igitur [per 16 p 11] hęc duę lineæ sunt æquidistantes. Igitur angulus s c M æqualis est angulo k u r, & angulus M c i æqualis angulo r u y. [per 10 p 11.] Sed iā patuit, qd' angulus k u r æqualis est r u y. Igitur [per 1 ax.] angulus s c M æqualis est angulo M c i. Quare punctū s potest reflecti ad i à puncto c, nō impediēte pyramide: sed iā probatū est [proximo numero] qd' punctū m reflecti pot' ad i à puncto g. [cadunt. n. puncta i, n, g in eandē rectā lineā, ut mōstratū est.] Igitur punctū s reflectitur ad i à duob. punctis circuli p g. [nimirū g & c] qd' est impossibile [& cōtra 51 n 4. 29. 46 n.] Restat ergo, ut primū sit impossibile, scilicet, ut punctū b reflectatur ad a ab aliquo puncto alio speculi, q' à g. Quod est propositū.



54. Visu & uisibili inter basim speculi conici conuexi, & planum per uerticem ductum, basiq; parallelum positis: punctum reflexionis inuenire. 35 p 7.

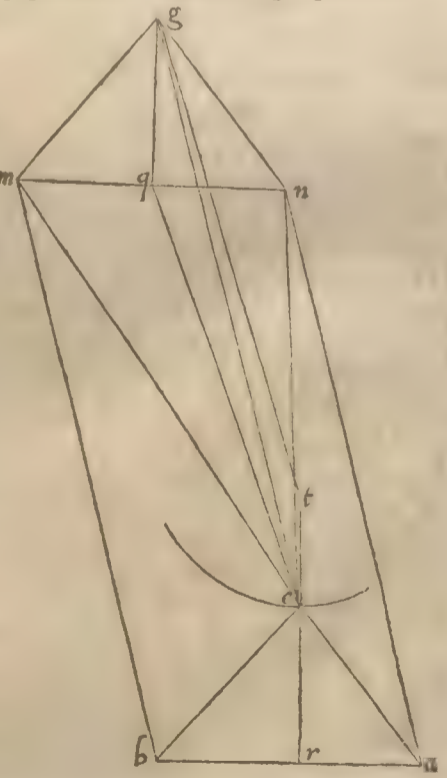
Amplius: dato speculo pyramidali: est inuenire punctū reflexionis. Verbi gratia: sit g uertex pyramidalis speculi: & super ipsum fiat superficies æquidistantiā basi pyramidis: [ut ostensum est 52 n] quæ sit m n g: a sit punctū uisum: b cētrū uisus. A & b aut erūt citra illā superficiē: aut ultra: aut in ipsa superficie: aut unū citra, aliud ultra: aut unū in superficie, aliud citra uel ultra. Sint citra superficiē: & à puncto a ducatur superficies, secās pyramidē æquidistantē basi: & ducatur à puncto g lineā ad punctū b: quæ pducta cadet in superficiē ab a ductā, cū sit inter superficies æquidistantes: [quarū una p uerticē, altera p uisibile a ducitur] punctū, in qd' cadit hęc lineā, sit h. Probatur aut modo supra dicto [52 n] qd' a reflectitur ad h ab aliquo puncto circuli, quæ efficit superficies, secās pyramidē, ducta à punctis a, h: & inueniatur in circulo illo punctū reflexionis: [per 31 uel 39 n] & sit e: & ducatur lineā a b: & lineā lōgitudinis pyramidis g e: & axis pyramidis g t: & ducatur à puncto e lineā ad cētrū circuli: quæ quidē cadet super axem: [per 4 th 1 con. Apol. quia cētrū circuli est in axe] & sit t: & erit [per 18 p 3] orthogonalis super lineā, cōtingentē circulū illū in puncto e: & ductis lineis a e, h e: secabit angulū earū p æqualia: [ut ostensum est 13 n 4] & diuidet lineā a h: [quæ secat angulū ipsi subtrēssum: sunt enim e h, e a, h a in eandē reflexionis superficie p 23 n 4] sit punctū diuisionis r. Palām, quoniam g e, e t efficiūt superficiē, secantē lineā a b: sit punctū sectionis f: & à puncto f ducatur perpendicularis super lineā g e [per 12 p 1] & sit f q: quæ quidē erit orthogonalis super superficiē, cōtingentē pyramidē super lineā g e. [quia enim f q perpendicularis est duab. rectis intersectis, in cōmuni ipsarū sectione (qd' est punctū q) lateri nēpe conico e g p fabricationē proximā, & rectē peripheriā circuli p punctū q descripti, in extrema diametro tāgenti p 18 p 3: erit perpendicularis plano p ipas ducto p 4 p 11, id est plano in latere conū tāgente per 35 n 4.] Deinde à puncto a ducatur æquidistantiā lineæ f q: & sit a l: f q aut cōcurrat cū axe in puncto k: [qd' enim cōcurrat, patet p 11 ax. quia per 18 d 11 &

18 d 11 & 32 p 1 angulus ab axe & latere e g cōprehēsus, est acutus] & à pūcto a ducatur æquidistās lineæ r t: quæ sit a s: & ducatur à pūcto e lineā, cōmunis superficiēi reflexionis a e h & superficiēi, contingēti pyra midē in lineā g e: quæ sit e o. Cadet quidē orthogonaliter super a s: cū sit orthogonalis super e t: [quia enim e o tāgit peripheriā circuli in e: erit p 18 p 3 perpēdicularis ipsi r e t, cui a s parallela est p fabricationē. Quare p 29 p 1 e o perpendicularis est ipsi a s] & ducatur lineā b q: quæ pducta, necessariō cōcurrēt cū lineā a l: [plēma Procli ad 29 p 1] sit pūctū cōcurfus l: & ducatur à pūcto q lineā, cōmunis superficiēi cōtingenti, [speculū in latere conico e g] & superficiēi a b l: quæ sit o p: & ducatur l s, p o. Palā, quoniam superficiēs a l s est æquidistās superficiēi g e k: [Nā quia e t semidiameter circuli, est perpēdicularis axi p 18. 3 d 11: & angulus g q k re-ctus p fabricationē: ergo p 32 p 1 angulus g k q est acutus, & reliquus t k q obtusus. Quare e t, f k ultra axē cōtinuatæ efficiēt angulos duob. re-ctis minores p 13 p 1, & p 11 ax. cōcurrēt: His uerō parallelæ a l, a s cōcurrūt in pūcto a: suntq; binę in diuersis planis. Ergo p 15 p 11 ipsarū plana sunt parallela] & lineæ q e, p o sunt in superficie contingēte: quæ superficie secat illas superficies. æquidistates, super duas lineas q e, p o: Igitur [p 16 p 11] q e æquidistat p o. Ducatur autē lineā h e, donec cōcurrat cū h s in pūcto s [cōcurrēt autē plēma Procli ad 29 p 1.] Palā [p 1 p 11] q d' lineā e s est in superficie h e g: & in eadē est lineā b l: [p 2 p 11] & hęc superficies secat prædictas superficies æquidistates, in duabus lineis e q, l s. Igitur [p 16 p 11] e q est æquidistās l s: erit igitur [p 30 p 1] p o æquidistās l s. Quare [p 2 p 6] a o ad o s, sicut a p ad p l: sed palā [per 12 n 4] quod angulus h e r æqualis est angulo r e a: erit angulus e s a æqualis angulo e a s: [Nā cū r t sit parallela ipsi a s per fabricationē: æquabitur tū angulus h e r exterior, angulo e s a interiori & opposito, tū e a s alterno r e a per 29 p 1. Quare p 1 ax. angulus e s a æquabitur angulo e a s] & e o est perpēdicularis super a s: [ut ostēsum est] erit ergo [per 26 p 1] a o æqualis o s: erit ergo a p æqualis p l [de mōstratū enim est, ut a o ad o s, sic a p ad p l] & q p perpēdicularis est super a l: cū sit perpēdicularis super f k. [Quia enim f k perpēdicularis est plano tāgēti, ut patuit, in quo est q p: cū sit illius, & plani a b l cōmunis sectio: ergo p 3 d 11 f k est perpēdicularis ipsi p q, & p 29 p 1 ipsi a l parallele.] Igitur [p 4 p 1] q l æqualis a q: & angulus q l a æqualis angulo l a q. Erit ergo angulus b q f æqualis angulo a q f: [Quia enim q f parallela est ipsi a l: æquabitur exterior angulus b q f interiori & opposito q l a: & q a l alterno a q f p 29 p 1. Quare b q f æquabitur a q f.] Igitur a reflectetur ad b à pūcto q [per 12 n 4.] Quod est propositum.



55. Visu & uisibili in plano per uerticem speculi conici conuexi ducto, basiq; parallelo, positus: pūctū reflexionis inuenire. 36 p 7.

Si uerō cētrū uisus & pūctū uisum fuerint in superfice m g n: sit unū in pūcto m, aliud in pūcto n: & ducatur lineæ m g, n g, m n: & diuidatur angulus m g n per æqualia, per lineā q g [per 9 p 1.] Palā [per 12 n 4] q d' n à pūcto g reflectitur ad m. Palā etiā, quod lineā q g & axis pyramidis sunt in superficie, secate pyramidē super lineā longitudinis: [sunt enim axis & latus in uno plano, ut è 18 d 11 intelligitur, & in eodē plano est recta lineā q g per 2 p 11] à pūcto q ducatur orthogonalis super hęc lineā longitudinis g e: quæ sit q e: & super pūctū e fiat superficies æquidistās basi: [ut dictū est 52 n] quæ secabit pyramidē super circulū [per 4 th 1 con. Apol.] lineā cōmunis superficiēi q e g, & huic circulo sit e t. Palā, quoniā cadet super axem & super cētrū circuli. [Quia enim conus sectus est duplici plano: uno per axem, altero ad basim parallelo: & illius quidē & conij cōmunis sectio est triāgulū, per 3 th 1 con. Apol. huius uerō circulus per 4 th eiudē: ergo per cōsectariū 4 th cōmunis sectio circuli & triāguli est diameter circuli, cuius cētrum est in axe] Deinde à pūcto m ducatur æquidistās lineæ e g: quæ quidē in superficie illius circuli cadat in pūctū b: [cadet autē, qā est inter plana parallela.] Similiter à pūcto n ducatur æquidistās g e: quæ cadat in pūctū a: & ducatur a b: & e t secet eā in pūcto r.

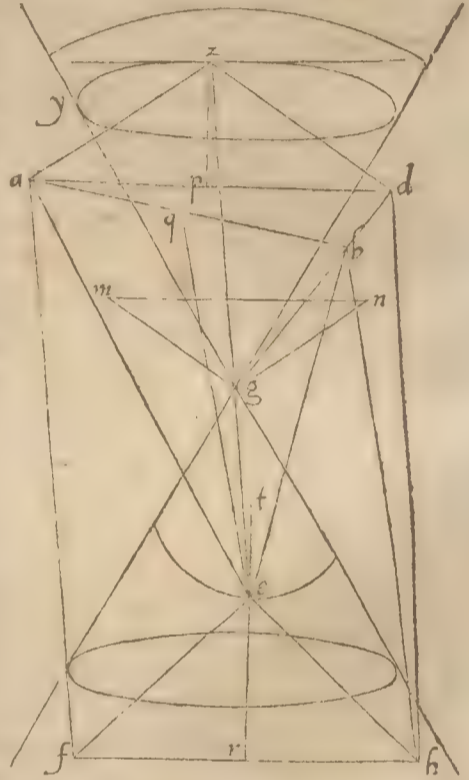


o 2 [secabit]

[secabit aut: quia cū sint in uno plano p 23 n 4: & t secet angulū a e b: cōtinuata secabit etiā basi m angulo subtēlam.] Palām, quoniā m b æquidistat g e: est in eadē superficie cū ipsa: [p 35 d 1] quę superficie secat superficiē m g n & superficiē b e a æquidistātes, super duas lineas m g, b e: ergo [p 16 p 11] m g æquidistās est b e. Similiter n a, g e sunt in superficie secante illas superficies æquidistāte s, super n g, a e: igitur [per 16 p 11] n g æquidistat a e. Similiter superficies q g e secat eadē superficies, super duas lineas r e, q g: igitur [p 16 p 11] r e, q g æquidistāt. Igitur q g & m g æquidistāt b e, r e. Quare [p 10 p 11] angulus m g q æqualis angulo b e r: & angulus q g n æqualis angulo r e a: & angulus b e r æqualis angulo r e a. [q a angulus m g q æquatus est angulo n g q.] Et ita pūctū a pōt reflecti ad pūctū b à pūcto e [p 12 n 4.] Si ergo à pūcto a ducatur æquidistās q e, & alia æquidistās r e: & ducatur b e, do nec cōcurrat cū linea æquidistāte ipsi q e: & ducatur lineę cōmunes, ut prius, & m e, n e: & iteretur p batio p dīcta: patebit, qd' n pōt reflecti ad m à pūcto e. Erit igitur e pūctū reflexiōis. Qd' est ppositū.

56. *Visu & uisibili ultra planum per uerticem speculi conici conuexi ductum, basiq; paralle lum, positus: punctum reflexionis inuenire.* 37 p 7.

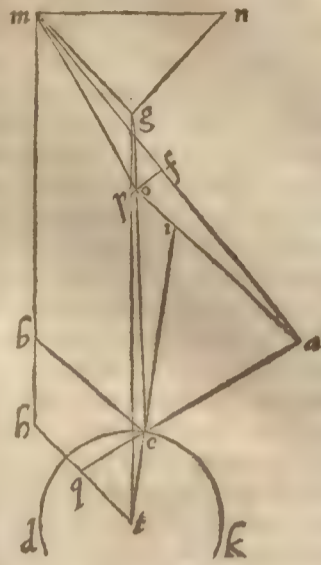
SI uerò ambo fuerint ultra m g n: fiat pyramis huic opposita: & est, ut p trahatur lineę lōgitudi nis pyramidis iā factę [ut è i d i con. Apol. intelligitur] & à pūcto a ducatur superficies, secans hęc ultimā pyramidē sup circulū y z: [ut ostēsum est 52 n: eritq; hic circulus parallelus utriusq; conī basib. p cōuersionē 4 th i con. Apol.] B aut erit in hac superficie: aut nō. Si fuerit: fiat operatio à pūcto b. [ut 54 n.] Si nō: ducatur lineę g b, usq; dū cōcurrat cū hac superficie: [cōcurrat aut: quia est inter plana parallela] & sit cōcurfus in pūcto d. Palām, qd' a reflectitur ad d ab ali quo pūcto circuli y z interiore [per 40 n 4.] Inueniatur pūctū illud: sicut deinceps p bābimus & docebimus, nō ex anterioribus: & sit z: & ducatur lineę a z, d z, a d: & li nea p z diuidat angulū illū p æqualia: [p 9 p 1] & à pūcto g ducatur g z lineę lōgitudinis: [ut ostēsum est 52 n] & ducatur a b: & producat lineę z g ad aliā pyramidē: quę quidē perueniet ad superficiē eius: & erit lineę lōgi tudinis: [ut patet è i d i con. Apollo.] & sit z g e. Palām, quōd superficies p z e secabit lineā a b: secet in pūcto q: & ducatur à pūcto q perpēdicularis super lineā g e: [p 12 p 1] & cadat in pūctū e: & erit perpēdicularis super super ficiē, cōtingentē pyramidē super lineā g e: [p 3 d 11] & su per pūctū e fiat superficies, æquidistās basi: quę sit f e h: & ducatur à pūcto d lineę æquidistās z e: quę sit d h, cōcur rēs cū superficie illa in pūcto h: [cōcurrat aut: quia cōcur rit cū plano ipsi parallelo] & eidē lineę sit æquidistās a f. Palām, quoniā d h est æquidistās z e: quōd sunt in eadē superficie: [p 35 d 1] quę superficies secat superficies æ quidistantes, super duas lineas d z, h e: igitur [p 16 p 11] h e, d z sunt æquidistātes. Similiter a z, f e sunt æquidistātes. Similiter, quoniā p z trāsit per cētrū circuli y z: [ducta e nim recta lineę circulū in pūcto z tágēte p 17 p 3: quoniā angulus a z d bifariā fēctus est à lineę p z: & anguli incidētis & reflexiōis æquātur p 10 n 4: anguli igitur deinceps lineę p z & tágētis æquātur p 2 ax. & ita p 10 d r uterq; rectus est. Quare p 19 p 3 p z est diameter circuli y z] similiter r e t p cētrū al terius circuli, super quē superficies a e h secat pyramidē. Igitur superficies p z e r secat duas superfi cies æquidistātes, super duas lineas p z, r e: igitur [p 16 p 11] p z æquidistat r e. Quare [p 10 p 11] an gulus a z p æqualis angulo f e r: & angulus d z p angulo h e r: & ita erit angulus f e r æqualis angulo r e h. [q a a z p æquatus est d z p.] Quare f reflectetur ad h à pūcto e. Igitur si à pūcto f p trāxerimus æquidistātē q e, & aliā æquidistātē r e: & lineas cōmunes, sicut supra: & iterauerimus modū p bādi p rēdictū: patebit, quōd pūctum a reflectetur ad b à pūcto e. Quod est ppositum.



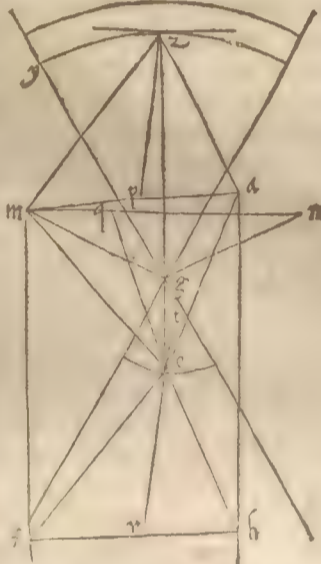
57. *Visu in plano per uerticem speculi conici conuexi ducto, basiq; parallelo, uisibili citra idē positus: punctum reflexionis inuenire.* 38 p 7.

SI uerò centrū uisus fuerit in superficie æquidistante, quę est supra uerticē, scilicet g: & pūctū uisum citra hęc superficie: erit inuenire pūctū reflexionis hoc modo. Sit enim cētrū uisus m: pūctū uisum a: & sit m n g superficies æquidistās basi pyramidis: & à pūcto a ducatur superfici es æquidistās basi pyramidis: [ut mōstratū est 52 n] quę secabit pyramidē super circulū [per 4 th. i con. Apol.] q sit d e k: cuius cētrū t: & à pūcto m ducatur perpēdicularis super hęc superficie: [p 12 p 1] quę sit m h: & ducatur axis g t: & lineę h t: & ducatur ab m ad a lineę rectā m a: & à pūcto a du catur ad lineā h t, intra circulū, lineę a e q, & e q sit æqualis q t secūdū supradicta: [37 n] & ducatur lineę t e i: & à pūcto h ducatur æquidistās t e, & æqualis: [p 31.3 p 1] q sit h b: & ducatur lineę m b, b e, g e. Palā, qd' superficies g t e secabit lineā a m: sit pūctū sectionis f: & ducatur à pūcto f perpēdi cularis super lineā e g: [p 12 p 1] & p ducatur ad axem: [cū quo cōcurrat, ut ostēsum est 54 n] cadēs in pūctū o: quę sit f o p: & ducatur lineę m o, a o. Dico, qd' o est pūctū reflexionis. Palā, quoniā h b æquidistās & æqualis t e: [per fabricationē] igitur h t æquidistās & æqualis e b. [per 33 p 1.] Sed m h æqualis

æqualis & æquidistans g t: cū utraq; sit perpendicularis: [duob. planis p m n g & p a ductis. Nā utraq; perpendicularis est plano p a ducto: m h quidē p fabricationē: g t uerò p 18 d 11: q a est axis. Itaq; p cōuersam 14 p 11 utraq; perpendicularis est plano m n g parallelo p fabricationē plano p a ducto: quare p 28. 33 p 1 m h, g t sunt parallelæ & æquales.] igitur h t est æquidistans & æqualis m g: [p 33 p 1.] igitur m g æquidistans & æqualis b e [per 30 p 1. 1 ax.] Quare m b æquidistans & æqualis g e [p 33 p 1.] Palā etiā, qd' angulus q t e æqualis est angulo q e t: [p 5 p 1: q a e q, q t æquatę sunt] & ita [p 15 p 1] æqualis angulo a e i: sed q t e est æqualis angulo i e b. [p 29 p 1: q a e b, h t sunt parallelæ.] Igitur [p 1 ax.] i e b æqualis est i e a: Quare a reflectitur ad b à pūcto e [p 12 n 4.] Et cū linea b m æquidistans sit lineæ g e: si à pūcto a ducatur æquidistans f o p, & æquidistans i t: & iteretur figura supradicta, & pbatio: [54 n] palām, quod a reflectetur ad m à pūcto o. Et ita est propositum.

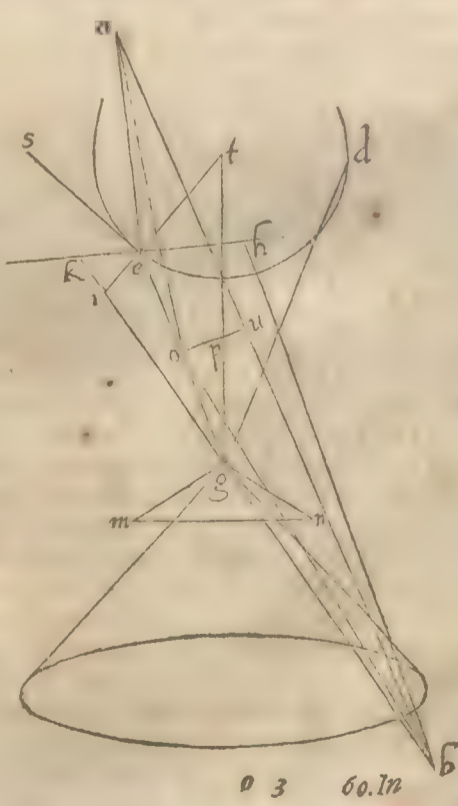


58. Visu in plano per uerticē speculi conici conuexi ducto, basiq; parallelo, uisibili ultra idē positis: pūctū reflexiōis inuenire. 39 p 7.
 Si uerò n sit in superficie, & a ultra superficiem: fiet pyramis alia huic o pposita: & fiat sup a superficies æquidistans basi huius pyramidis: & inueniatur in circulo huius superficie pūctū reflexiōis ex punctis interiorib. & ducatur à pūcto illo linea ad g: & pducatur: & inuenietur pūctū secūdū supiora: [56 n] & idē est pbādi modus.



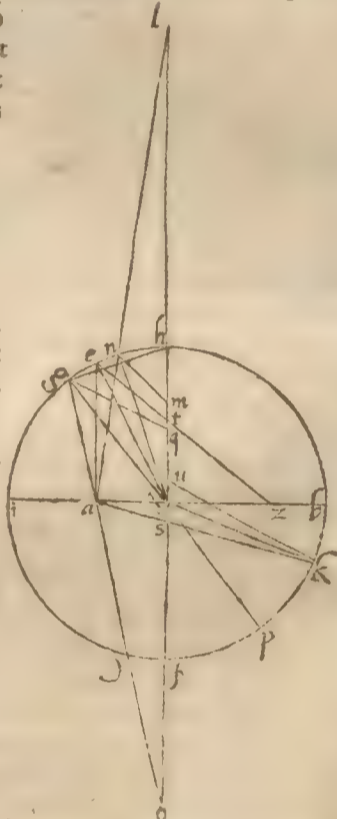
59. Visu citra planum per uerticem speculi conici conuexi ductum, basiq; parallelum: uisibili ultra idem positis, uel contrā: pūctum reflexionis inuenire. 40 p 7.

Si aut pūcta, scilicet cētrū uisus & pūctū uisum ita disponatur, ut unū sit citra superficiē uerticis, aliud ultra: sit unū b: aliud a: superficies uerticis m g n: & ducatur à pūcto a superficies æquidistans basi: [ut mōstratū est 52 n] fecabit pyramidē sup circulū: [p 4 th. 1 con. Apol.] q sit d e: cētrū eius sit t: & ducatur axis g t: & ducatur linea b g: cōcurrēt quidē cū superficie a e d: [q a cōcurrēt cū plano ipsi parallelo] sit cōcursus k, & in circulo d e inueniatur pūctū, qd' sit e: ita, ut cōtingēs ducta à pūcto illo, quę sit s e, diuidat p æqualia angulū, quę cōtinēt lineæ k e, a e: [p 36 n] & ducatur linea lōgitudinis g e: & à pūcto b ducatur linea æquidistans g e: quę necessariō cōcurrēt cū linea k e: [p lēma Procli ad 29 p 1] sit cōcursus h. Palām [p 1 p 11] qd' h est in superficie g e k: & b h in eadē superficie [p 35 d 1] q a æquidistans est g e: & ducatur linea t e i. Palā, qd' superficies g t e secat lineā b a: secet in pūcto u: à quo ducatur perpendicularis sup superficiē cōtingētē: [speculū in latere conico g e] q sit u o p: & ducatur lineę a o, b o. Palā [ē fabricationē] qd' angulus a e s æqualis est angulo s e k: & cū [per 18 p 3] angulus i e s sit rectus, & s e t rectus: [ideoq; p 10 ax. æquales: & per 3 ax. reliquus a e t æquatur reliquo k e i] erit i e a æqualis angulo t e k: [per 2 ax.] & ita angulus a e i æqualis angulo i e h. [Nā angulus t e k æqualis angulo a e i, æquatur angulo i e h per 15 p 1: ideoq; p 1 ax. angulus a e i æquatur angulo i e h] Quare a reflectetur ad h à pūcto e. Si ergo à pūcto a ducatur æquidistans u o, & æquidistans i t: & iteretur pbatio: [54 n] patebit, qd' reflectetur a à pūcto o ad b. Et ita patet ppositū. Palā ergo, quō sit inuenire pūctū reflexionis. Et hęc, quę dicta sunt, de unico uisu intelligēda sunt: in duplici aut uisu idē accidit: quoniā eadē forma, & idē locus formę cōprehenditur ab utroq; uisu. Et (sicut dictū est [41 n] in speculo sphærico exteriorē) formę à duob. oculis cōprehēse, in his speculis propter cōtigitatē uidētur una: & aliquādo simul sunt in loco: & aliquādo cōmiscentur earum loca in parte: aliquando separātur, sed modicum. Forma autem, quę per perpendicularē in his speculis descendit, secundum eandem regreditur, sicut supra patuit: [11 n 4] & forma illa ab uno oculo super perpendicularē, percipitur ab alio oculo secundum lineam reflexionis, sed loca formarum continua sunt. Vnde eadem apparet uisui formę.



60. In speculo spherico cauo, imago uidetur aliàs in reflexionis puncto: aliàs in uisu: aliàs ultra: aliàs citra speculum: aliàs inter uisum & speculum. 11 p 8.

IN speculis sphericis concavis aliquando perpendicularis à puncto uiso ducta secat lineam reflexionis: aliquando est æquidistans ei. Quādo secat: erit locus formæ aliquando in speculo: aliquando ultra speculū: aliquando citra. Et cū fuerit locus formæ citra speculū: aliquando erit inter uisum & speculū: aliquando in cetro uisus: aliquando citra cetrū uisus. Et nos hæc demonstrabimus. Sit a cetrū uisus: d cetrū speculi: & fiat superficies super hæc puncta: quæ secabit speculū sup circulū [per 1 th. 1 spher. Theodo.] q circulus sit h b f g: erit quidē superficies hæc, superficies reflexionis: quoniā est orthogonalis sup quāl: b et superficies, cōtingentē circulū: [p 13 n 4] & ducatur linea a d: & à puncto a ducatur linea ad circulū maior q̄ a d: quæ sit a e: & à puncto d ducatur ad circulū æquidistans a e: q̄ sit d h: & pducatur a d usq; in puncta b, i: [qñ nimirū uisus fuerit intra circulū h b f g: qd̄ si fuerit in peripheria uel extra: linea a d ab una tātū parte in peripheriā cōtinuabitur: eritq; eadē demonstrandi ratio: q̄ a a e semp maior esse debet a d] & ducatur linea d e. Palā, qd̄ angulus a e d est minor recto: [cōnexis enim rectis e i, e b: erit angulus i e b rectus p 31 p 3, ideoq; a e d acutus] quoniā e d semidiameter: & quelibet linea in circulo cū diametro facit angulū acutū [ut patet p 31 p 3, 32 p 1 uel 9 ax.] Et sup punctū e fiat angulus æqualis angulo a e d [p 23 p 1] q̄ sit d e t. Palā, qd̄ e t cadet intra circulū: [si n. caderet extra: uel tāgeret peripheriā, efficeretq; cū semidiametro d e angulū rectū p 18 p 3: uel secaret, & efficeret obtusum: quorū uterq; cū acuto a e d maior sit p 11. 12 d 1: mādato satis factū nō esset] & secabit lineā d h: [p lēma Procli ad 29 p 1: q̄ a secat a e ipsi parallelā] sit punctū sectionis t. Palā etiā, qd̄ angulus a d e maior est angulo d e t: [q̄ a cū a e maior sit a d, maior erit p 18 p 1 angulus a d e angulo a e d, cui æquatus est angulus d e t] & ita e t secabit a b: [q̄ a. n. anguli a d e, e d b æquatur duob. rectis per 13 p 1: & angulus a d e maior est angulo d e t: anguli igitur e d b, d e t minores sunt duob. rectis: quare e t, d b cōcurrēt p 11 ax.] secet in puncto z. Deinde à puncto a ducatur ad arcū e h lineā: q̄ sit a n: & ducatur linea d n: & super punctū n fiat angulus æqualis angulo d n a, p lineā m n q̄ necessariō cadet intra circulū: [ob causā proximē expositā] & secabit d h: [Nā cū angulus a n d à semidiametro d n & recta linea a n cōprehensus, sit acutus, ut patuit: erit angulus d n m ipsi æquatus, acutus: sed & n d m est acutus, q̄ a pars est acuti e d t: anguli igitur d n m, n d m sunt minores duob. rectis. Quare n m, d h cōcurrent p 11 ax.] secet in puncto m. Palā etiā, qd̄ a n cōcurrēt cū d h extra circulū: [per lēma Procli ad 29 p 1] sit cōcursus in l. Ducatur etiā à puncto a lineā ad arcū e i: q̄ sit a g: & ducatur d g: & fiat angulus d g q̄ æqualis angulo a g d. Palā, qd̄ q g secabit d h: [ut patuit] sit punctū sectionis q. Palā etiā, qd̄ a g cōcurrēt cū d h ex parte f: [Nā qd̄ cōcurrat, cōstat e lēmate Procli ad 29 p 1: qd̄ uerō uersus f, e paulō antē demonstratis p̄spiciū est] sit cōcursus o. Qd̄ aut g q cadat inter d & h, palā: cū arcus, quæ secat g o ex circulo, sit maior arcu g h: si. n. ducatur lineā g h: angulus h g d maiorē respiciet arcū angulo a g d. [ideoq; p 33 p 6 angulus h g d erit maior angulo a g d: at angulo a g d, æquatus est angulus q g d: angulus igitur h g d maior est angulo q g d: itaq; lineā q g secans angulū q g d, secabit basim h d angulo q g d subtēsā.] Iterū à puncto a ducatur ad arcū f b, lineā a k, secās d h in puncto s: [qd̄. n. secet, patet e lēmate Procli ad 29 p 1] ut sit k s maior s d: [secta nēpe d f bifariā p 10 p 1, & ab a ducta lineā a k p sectionis punctū, uel p quodcūq; aliud uersus d: utroq; n. modo erit s k maior fs p 7 p 3: & ob id maior s d] & ducatur k d. Palā, qd̄ angulus d k a est acutus. [ut in principio huius numeri ostēsū est] Fiat [p 23 p 1] ei æqualis: q̄ sit d k u. Palā, qd̄ cū angulus k d s sit maior angulo d k s: [p 18 p 1: q̄ a s k maior est s d p fabricationē] k u cōcurrēt cū d h: [Nā cū anguli h d k, k d s æquetur duob. rectis p 13 p 1: & k d s sit maior d k s e cōclusionē: erit k d s etiā maior d k u æquali d k s: anguli igitur h d k, d k u sūt minores duob. rectis. Quare h d, k u cōcurrēt p 11 ax.] sit cōcursus in puncto u. Palā secūdu supradicta [e 12 n 4] qd̄ punctū t mouetur ad e, & reflectitur ad a: & ppēdicularis à puncto t ducta, est t d: q̄ ppēdicularis est sup superficiē, cōtingētē speculū: [p 25 n 4] & est æquidistans lineæ reflexionis, q̄ est a e: [p fabricationē] unde nō cōcurrēt cū e a: [p 35 d 1. Imago igitur puncti t uidebitur in reflexionis puncto e] Punctū aut z mouetur ad e, & reflectitur ad a: & ppēdicularis ducta à puncto z, est a z: q̄ cōcurrēt cū e a in puncto a. Unde locus formæ puncti z erit a. [p 3 n.] Punctū uerō m mouetur ad n, & reflectitur ad a: & ppēdicularis ducta à puncto m, quæ est m d, cōcurrēt cū a n in puncto l, qd̄ est ultra speculū: & locus formæ puncti m erit l. Forma uerō puncti q mouetur ad g, & reflectitur ad a: & locus eius erit o: qui est ultra uisum. Et forma puncti u mouetur ad k, & reflectitur ad a: & perpendicularis ab eo, est k d: & locus imaginis s. [inter uisum & speculū.] Palām ergo ex prædictis, quod imaginum quædam inter uisum & speculum: quædam in ipso uisus quædam citra uisum: quædam ultra uisum apparent. Quod est propositum.



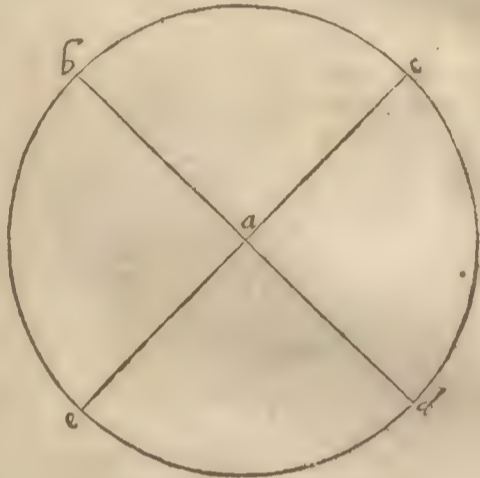
61. In speculo spherico cauo imago pro uario eius situ atq; loco uariè uidetur. 12 p 8.

AMplius: palām, quoniā uisus p̄fectius acquirit formas sibi oppositas. [per 21. 38 n. 1. 17 n. 3.] Unde cū locus imaginis fuerit ultra speculū [ut in puncto l] aut inter uisum & speculum: ut in puncto s]

puncto s[ed] cōprehēditur ueritas illius imaginis. Cū autē p[er]pēdicularis à p[un]cto uiso ducta, fuerit equidistans lineæ reflexiōis: apparebit imago in p[un]cto reflexiōis. [ut in e.] Quoniā cū p[un]ctū illud sit sensuale [ut patet è 16 n 4] sumpto p[un]cto eius intellectuali in medio: imago cuiuscūq; partis illius puncti sensuales, ultra mediū sumptæ, erit ultra speculū: & imago partis citra mediū erit inter uisum & speculū. Et cū totalis forma ex ulteriorib. & ceteriorib. partibus uideatur una & continua: necēssariō forma illius puncti sensuales uidebitur in ipso speculo, in loco reflexionis. Verū in imaginib. quarū locus fuerit in cētro uisus, non cōprehēditur ueritas earū: unde sæpius error accidit in his speculis. Vt autē hoc pateat: erigatur sup[er] superficie speculi lignū p[er]pēdiculariter, minus medietate semidiametri speculi: & circa caput huius ligni, sit cētrū uisus: & dirigatur uisus ad p[un]ctū speculi, cuius lōgītudo à ligno sit maior, q̄ lōgītudo cētri uisus à diametro, p[er] lignū trāseunte: uidebitur q̄dē imago illius ligni ultra uisum, nec erit certa cōprehēsiō eius: imò apparebit arcuata: cū nō sit. In his ergo speculis nō cōprehēditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculū: aut inter uisum & speculū. Cū autē cētrū uisus fuerit in p[er]pēdiculari p[er] lignū trāseunte: nō plenē cōprehēdit formā illius ligai.

62. *Uisus in centro speculi spherici caui positus: se ipsum tantum uidet. 4 p 8. Idem 44 n 4.*

Suero uisus fuerit in diametro spheræ, & in cētro eius (cū quēlibet linea ab eo ad speculum ducta sit p[er]pēdicularis super speculū) [quia p[er]pēdicularis est plano speculum tangēti p[er] 4 th. I spher. uel 25 n 4: eaq; de causa in se ipsam reflectitur per 11 n 4] nō cōprehēdetur forma alicuius p[un]cti, nisi puncti portiois oculi, interiacentis latera pyramidis uisualis, quæ à cētro speculi intelligitur p[re]di. Quoniā forma cuiuslibet alterius p[un]cti cadet in speculū sup[er] lineā declinatā, & necēssariō reflectetur sup[er] declinatā. Quare linea reflexionis nō trāsbibit per cētrū: & ita nō cōtinget cētrū uisus.

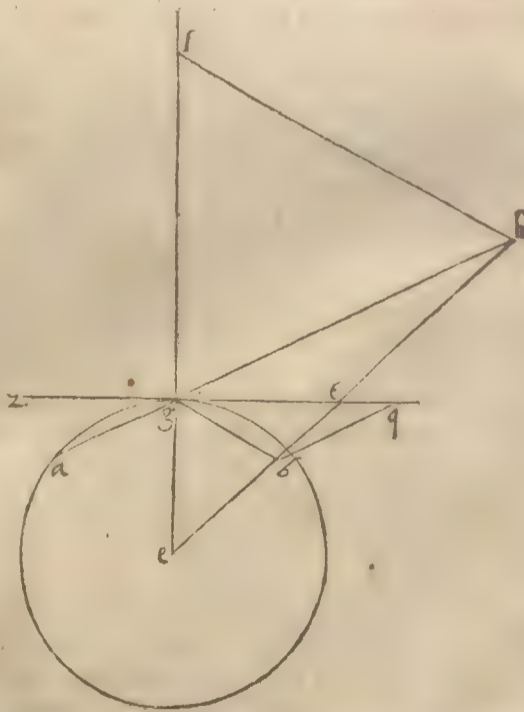


63. *Semidiameter speculi spherici caui, in qua est uisus extra cētrū: nullum sui p[un]ctū obliquē speculo incidēs ad uisum reflectit: reliqua uero semidiameter predicta cōtinua, reflectit. 5 p 8.*

Suero fuerit uisus in diametro: non comprehendet formam alterius puncti semidiametri, in qua est. Quoniā angulus, quem efficiunt duæ lineæ à p[un]cto sumpto in semidiametro, & à cētro uisus in idē speculi p[un]ctū, non diuidetur p[er] p[er]pendicularem ab illo p[un]cto speculi ductam: cum illa p[er]pēdicularis tendat ad cētrum speculi: [per 4 th. I spher.] Sed formam alicuius puncti alterius semidiametri percipere p[ot]erit.

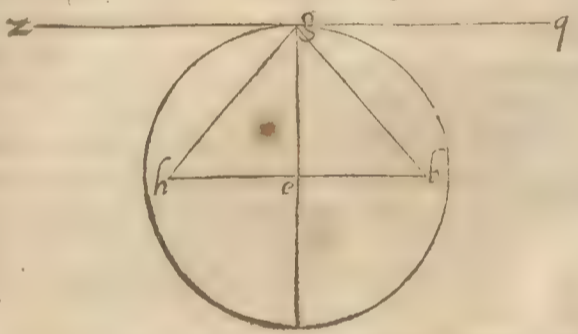
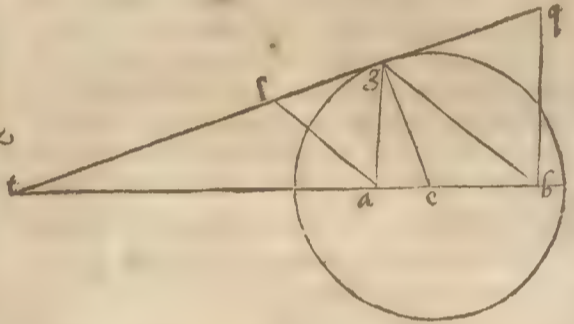
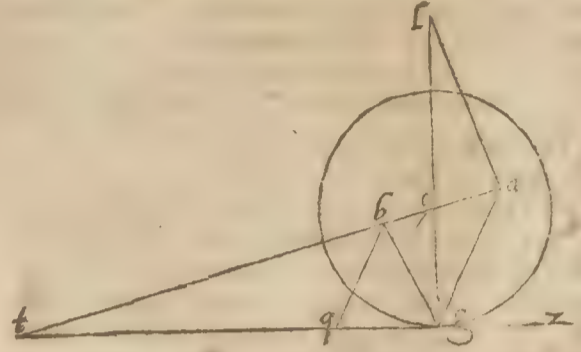
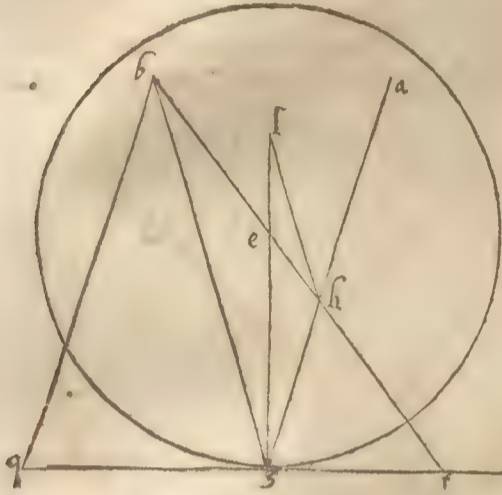
64. *In speculo spherico cauo perpendiculari incidentiæ, & linea reflexionis concurrentibus: est: ut perpendicularis incidentiæ ad rectam inter cētrum speculi & locum imaginis: sic recta inter uisibile & finem contingentiæ, ad rectam inter finem contingentiæ & locum imaginis. 13 p 8.*

Amplius: uiso p[un]cto in huiusmodi speculo, cū non fuerit p[er]pēdicularis equidistans lineæ reflexionis: linea à cētro speculi ad p[un]ctū uisum ducta, se habebit ad lineā ab eodem cētro ad locū imaginis ductam, sicut linea à p[un]cto uiso ad p[un]ctum, (quod diximus) contingentiæ [17 n] se habet ad lineam à p[un]cto contingentiæ, ad locum imaginis ductam. Verbigratia: sit c cētrum speculi: b p[un]ctum uisum: a cētrum uisus: g p[un]ctum reflexionis: linea contingentiæ z g: z g autē aut concurrent cum e b: aut erit æquidistans ei. Cōcurrat in p[un]cto t. Linea uero e b cōcurrat cū a g [ex thesi,] sed non in p[un]cto g: cū b e, a g sint duæ lineæ. Igitur aut cōcurrat ultra g: aut inter g & a: aut in a: aut ultra a. Sit ultra g, & in p[un]cto h. Dico ergo, quod est proportio e b ad e h, sicut b t ad t h. Producat p[er]pēdicularis e g: & à p[un]cto h ducatur equidistans lineæ b g: [per 31 p 1] quæ cōcurrat cū e g: [per lēma Proclrad 29 p 1] sit cōcurrus l: & à p[un]cto b ducatur equidistans g h: [quæ necēssariō cōcurrat cū z t: [per dictū lēma] sit cōcurrus q. Palā [per 12 n 4] quod angulus b g e est æqualis a g e: sed angulus b g e est æqualis angulo g l h: [exterior interiori & opposito p 29 p 1] & [p 15 p 1] angulus a g e æqualis angulo l g h: ergo angulus g l h æqualis est angulo l g h. Igitur [p 6 p 1] l h æqualis est



l h æqualis est angulo l g h. Igitur [p 6 p 1] l h æqualis est

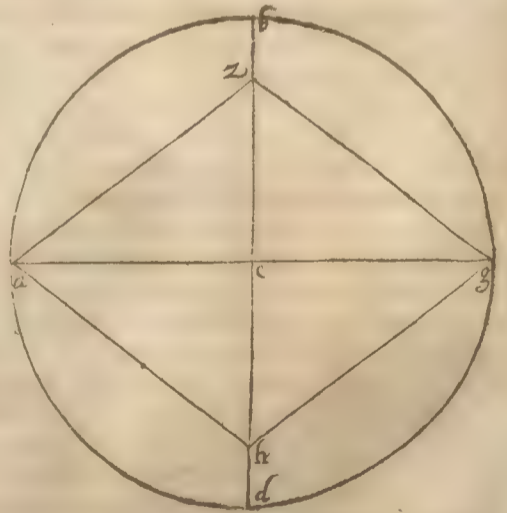
lis est gh . Similiter angulus bgq equalis est angulo agz . [Nā cū angulus egq æquetur angulo egz quā p 18 p 3 uterq; rectus est, & eg ipsi eg , ut patuit: reliquus igitur bgq æquatur reliquo agz p 3 ax.] & angulus agz equalis est angulo gqb [exteriori interiori op. post. p 29 p 1: ideoq; bgq æquatur gqb : & ita [p 6 p 1] bg equalis est bg . Quare [p 7 p 5] pportio bg ad hl , sicut bg ad hg . Sed quoniam angulus gh est equalis angulo t q : [per 29 p 1] erit triangulū t q simile triangulo gh . [Nā anguli ad t æquatur p 15 p 1, & p 32 p 1 tertius tertio. Quare p 4 p. 1 d 6 triāgula t q , gh sunt similia.] Igitur pportio qb ad hg , sicut bt ad th : & ita [per 7 p 5] bg ad hl , sicut bt ad th . Sed cū triangulū bg sit simile triangulo he l: [angulus enim $ad e$ cōmunis est, & exteriores $ad g$ & b æquatur interiorib; op. positis ad l & h per 29 p 1. Quare p 4 p. 1 d 6 triāgula bg , he l sunt similia] erit pportio bg ad hl ,



sicut e b ad e h : & ita [p 11 p 5] e b ad e h , sicut bt ad th . Qd' est ppositū. Eadē erit pbatio, si locus imaginis fuerit inter a & g : aut in a : aut ultra. Si uerō linea cōtingētis z g sit æquidistās perpendiculari, q̄ est b e h : ducatur perpendicularis ge : [à pūcto g super z g] quē cū sit perpendicularis super z g : erit perpendicularis sup b h [per 29 p 1] & erit angulus b e g equalis angulo h e g : & [per 12 n 4] angulus bg e equalis est angulo e g h : restat triāgulū bg e simile triāgulo e g h . [æquabitur. n. p 32 p 1 reliquus angulus $ad b$, reliquo $ad h$: itaq; p 4 p. 1 d 6 triāgula bg e , h g e erunt similia.] Igitur pportio b e ad h e , sicut bg ad gh . Qd' est ppositum. Quare in hoc casu non pōt sumi aliud punctū cōtingētis, q̄ punctū g , eo modo, quo punctū cōtingētis supra [17 n] appellauimus.

65. *Visu & uisibili in diametro speculi spherici cavi æquabiliter à cetro distantibus: potest fieri reflexio à tota peripheria circuli, quē semidiameter perpendicularis ad dictā diametrum, cōuersa describit. 14 p 8.*

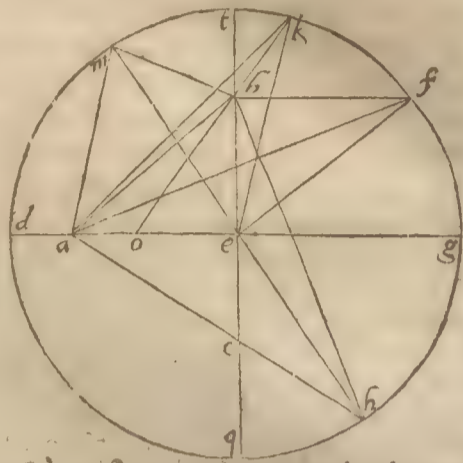
Amplius: sit circulus $abgd$: & h centrum uisus intra speculum: e centrum speculi: z punctum uisum: & ducatur diameter b d . Si fuerit z in semidiametro b e : poterit esse reflexio ab aliquo puncto semicirculi b a d , & ab aliquo pūcto semicirculi ei oppositi. Quoniam quocunq; puncto semidiametri b e sumpto: si ab eo ducatur linea ad aliquod punctum semicirculi, & à puncto h ad idē punctum ducatur alia linea: illæ duę lineæ efficiunt angulū, quem diuidet per æqualia semidiameter ducta à puncto e ad illud punctum [quia enim semidiameter illa ex thesi est perpendicularis diametro, in qua uisus & uisibile æquabiliter à centro speculi distantia collocantur: itaque si à uisu & uisibili duę rectæ lineæ cum dicta semidiametro in peripheria cōcurrant: erunt anguli ad cōcurfus punctū æquales per 4 p 1. Quare per 12 n 4 ipsum est reflexionis punctū.] Similiter in semicirculo opposito:



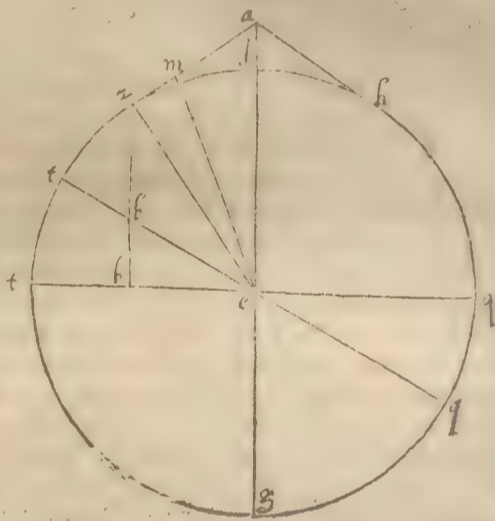
66. *Visus*

66. *Uisus & uisibile in diuersis dimetris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici caui) inter se reflectuntur, tum à peripheria inter semidiametros, in quibus sunt: tum ab alia huic opposita: à reliquis uerò duabus minimè. 20 p 8.*

Si uerò b punctū uisum fuerit extra diametrum d a g, ducatur diamēter transiens per b: quæ sit t q. Dico, quod b potest reflecti ad uisum a per arcum interiacentē diametros, in quibus sunt a & b, & similiter per eius oppositum, id est, per arcum t d, & per arcum g q: & non poterit reflecti ab aliquo puncto arcus g t uel arcus q d. Verbi gratia: sumatur punctum in arcu g t, prope t, quod sit k: & ducantur lineæ a k, k b: donec ca. lat k b super diametrum d g in puncto o. Cum igitur o & a sint ex eadē parte centri circuli, quod est e: perpendicularis ducta à puncto k ad e, nō diuidet angulū o k a. Et ita b non reflectetur ad a à puncto k. Similiter sumpto alio puncto, quod sit f: patebit, quod perpendicularis e f non diuidet angulum a f b. Et ita nō reflectetur b ad a à puncto f. Quod autem à puncto arcus t d, uel arcus g q possit fieri reflexio: palām per hoc. Sit m punctum arcus t d: & ducantur lineæ a m, m b: fiet quadrangulum a m b e. Igitur perpendicularis e m diuidet angulum a m b. Simili modo sit h punctum arcus g q: Linea a h secabit diametrum t q in puncto c: & linea h b eundem in puncto b. Et sunt hæc etiam duo puncta ex diuersis partibus centri. Quare linea e h diuidet illum angulum. Pari modo, si fuerit b in superficie speculi: aut extra speculum, dum a sit intra speculum: idem erit probādi modus, qui prius. Similiter si a fuerit in superficie speculi, b interioris, aut exterioris, si uerò a fuerit extra speculum, b intra: patebit, quod diximus. Ducantur enim

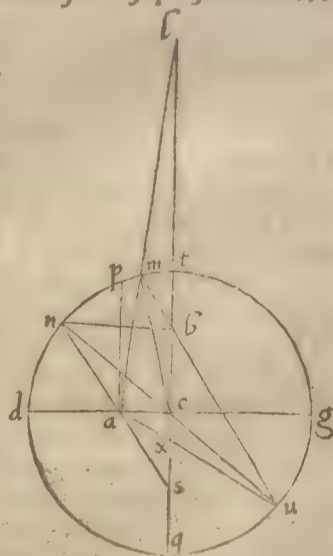


lineæ à puncto a contingentes circulum d t g [per 17 p 1] quæ sint a h, a z: & ducantur duæ diametri a e g, t e q: & b in diametro t e q: reflectetur b ad a ab aliquo puncto arcus t d: [ut constat è iam demonstratis.] Sed palām, quod non ab aliquo puncto arcus z d. [ductis enim duabus rectis e z, b z: erit angulus e z a rectus per 18 p 3, & e z b acutus, ut ostensum est 60 n. Quare ob angulorum inæquabilitatem, à puncto z, ad uisum a nulla fiet reflexio: multò igitur minus à punctis inter z & d intermedijs: quia angulorum ad lineā z a factorū, unius quidē acuti, alterius uerò obtusi per 16 p 1, multò maior futura est inæquabilitas.] Igitur ab aliquo puncto arcus t z: & similiter ab aliquo puncto arcus oppositi ipsi t d, scilicet arcus g q reflexio fiet. Sed ab arcu t g, uel d q nō fiet reflexio secundū suprā dictū modū. Si uerò b fuerit extra hanc diametrum, & super aliā, quæ similiter sit t e q: fiet reflexio ab arcu t d: & à sola parte eius z, & ab arcu opposito, qui est g q: sed ab arcu t g, uel d q non fiet reflexio.



67. *Si uisu & uisibili in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphaerici caui) sitis: linea à uisu parallela diametro uisibilis, secet dicti circuli peripheriam. Imago reflexa à peripheria inter parallelam & uisibilem diametrum, uidebitur extra speculum: à peripheria inter parallelam & diametrum uisus, ultra uisum: à peripheria uerò opposita, inter uisum & speculum. 21 p 8.*

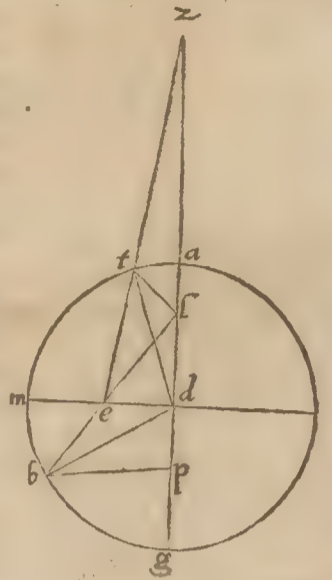
Verū si à puncto a ducatur æquidistans t e: quæ sit a p: loca imaginū reflexarū à punctis arcus t p, erunt extra speculū: loca autē imaginū arcus p d, ultra centrū uisus, quod est a: loca autem imaginum arcus q g sunt inter centrū uisus & speculum. Et quod suprā [60. 61 n] dictum est de locis imaginum: idem intelligēdum, ducta a m æquidistante lineæ t q.



68. *In quolibet puncto diametri circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphaerici caui) quantumlibet continuata, potest imago uideri. 22 p 8.*

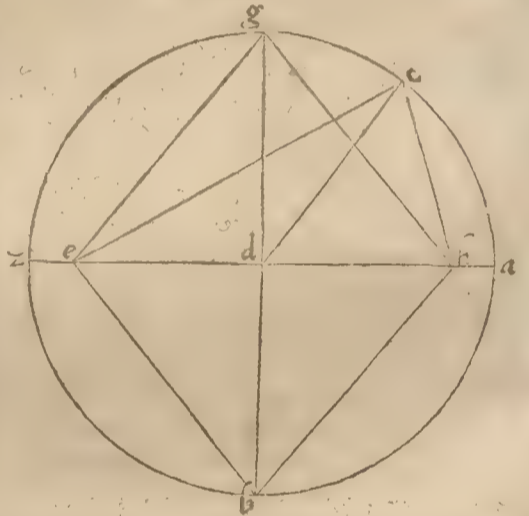
Amplius: sumpta diametro circuli in sphaerico speculo cōcauo: quodlibet punctū illius diametri, quantum-

quantumcunq; productæ, potest esse locus imaginum. Verbi gratia: sit a g diameter circuli a m g: cuius d centrum. Sumatur in hac diametro punctum z: e cœtrum uisus. Dico, quod z potest esse locus imaginis. Ducatur linea e t z per t punctum circuli: & ducatur linea d t: erit angulus e t d acutus: [ut demonstratum est 60 n.] Fiat aut ei equalis [p 23 p 1] q sit d t l. Palâ [per 12 n 4] quod l reflectetur ad e à puncto t: & eius imago erit z [p 6 n.] Similiter sumpto l puncto: patebit quod est locus imaginis. Ducatur. n. linea l e usq; in b punctu circuli: & ducatur linea b d: erit [ut prius] angulus e b d acutus. Fiat ei equalis: qui sit d b p: reflectetur quidẽ punctum p ad e à puncto b: [per 12 n 4] & locus imaginis eius erit l: [per 6 n.] Et ita sumpto quocunq; alio puncto: erit eadem probatio.



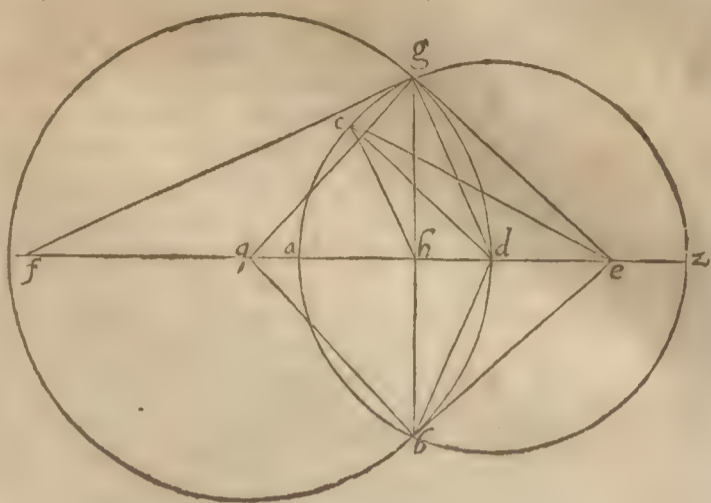
69. Si uisus et uisibili in eadẽ diametro circuli (q est cõmunis sectio superficiẽrũ, reflexionis & speculi spherici caui) sitis: imago uideatur in ipso uisu: ab uno semicirculi, uel à quolibet alterius definiti circuli puncto potest ad uisum reflexio fieri. 23 p 8.

Amplius: punctorum, quæ cõprehendantur in his speculis: quorundã imagines quatuor loca fortiuntur: quorundã tria: quorundã duo: quorundã unum. Punctũ, cuius imago in quatuor ceciderit loca: à quatuor pũctis determinatis reflectitur, nõ ab alijs, uel plurib. Punctum, cuius imago tria sibi usurpat loca: à tribus punctis speculi reflectitur, nõ à plurib. cuius duo: à duobus. Puncti aut, cuius imago in unicum cadit locũ: poterit esse: quod ab uno tantũ puncto sit reflexio: & poterit esse: quod à quolibet circuli determinati puncto, non ab alio. Verbi gratia: sit e cœtrum uisus: h sit punctũ uisum in eadẽ diametro: d sit centrum circuli. Ducatur diameter z e h a: aut e d est æqualis d h: aut nõ. Sit æqualis: & super e h ducatur à puncto d perpendiculariter diameter g d b: & ducatur lineæ h g, g e, h b, b e. Palâ [per 4 p 1]



quod triangulũ h g d æquale triãgulo e d g, & æquale triãgulo h b d, & triãgulo e b d. Palãm, quod, cum angulus h g e diuisus sit per equalia, h à puncto g reflectetur ad e: [per 12 n 4] & locus imaginis eius est e [per 6 n.] Similiter h à puncto b reflectetur ad e: & locus imaginis eius e. Si igitur diametro z e h a immota, moueatur semicirculus a g z per spheram speculi aut solũ triangulũ h g e: describet quidẽ punctum g motu suo circulũ: & à quolibet puncto circuli reflectetur h ad e: & locus imaginis eius semper erit punctũ e. Et ita patet propositum. Quod aut ab alio puncto, q̃ aliquo illius circuli, nõ possit fieri reflexio puncti h ad e: palâ per hoc. Sumatur punctũ c, & ducatur e c, c h: erit quidẽ [per 7 p 3] e c maior linea e g, & linea h c minor linea h g. Quare non erit proportio e c ad c h, sicut e d ad d h. [Quia. n. ex thesi punctum h reflectitur ad e à puncto g: erit per 12 n 4. 3 p 6 e g ad g h, sicut e d ad d h. Itaq; cum e c, h c sint inæquales ipsis e g, g h: nõ erunt proportionales ipsis e d, d h.] Igitur [per 3 p 6] linea d c nõ diuidet angulum e c h per æqualia. Quare h à puncto c non põt reflecti ad e. [Idẽ breuius cõcludetur p 4. p. geometriẽ Iordani. Quia. n. triãguli e c h latera e c, h c sunt inæqualia: & recta c d ab ipsorũ angulo est in mediũ basis e h ex thesi: erit p allegatã 4. p. positionẽ angulus e c d minor angulo h c d. Quare h à puncto c ad uisum e nõ reflectetur. Quod aut e c, h c latera sint inæqualia, patet: quia per 7 p 3 e c maior est e g, id est, h g (æquales. n. sunt e cõcluso) & h g maior h c: erit e c multo maior h c.] Eadẽm erit probatio, si sumatur c inter g & z. Si uerò e d fuerit maior d h: mutetur figura: & addatur lineæ d h, linea h q, ut productum ex e q in q h, sit æquale quadrato d q. Erit igitur proportio e q ad d q, sicut d q ad h q, sicut probat Euclides [17 p 6.] Fiat circulus ad quãtitatẽ semidiametri q d: cuius q cœtrum: g, b loca sectionis duorũ circularum: & ducatur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b. Palâ ergo, quod erit proportio e q ad q g, sicut q g ad q h: [æquales enim sunt q g, d q p 15 d r: itaq; e q ad d q & q g eadẽ habet rationẽ p 7 p 5: & iã patuit, ut e q ad d q, sic d q ad h q: ergo per 7 p 5, ut e q ad q g, sic g q ad h q] & angulus g q h cõmunis utriq; triãgulo e q g, h q g. Igitur illa duo triãgula sunt similia. [p 6. 4 p. 1 d 6.] Erit igitur proportio e q ad q g, sicut e g ad g h. Erit igitur e d ad d h, sicut e g ad g h. [ostensũ. n. est, ut tota e q ad totã d q, sic ablata d q ad ablata h q: ergo p 19 p 5, ut tota e q ad totã d q, id est q g, sic reliqua e d ad reliquã d h: sed ut e q ad q g, sic e g ad g h: ergo p 11 p 5 ut e d ad d h, sic e g ad g h.] Quare [p 3 p 6] linea d g diuidet angulũ e g h p æqualia. Vnde punctũ h à pũcto g reflectetur ad e: [p 12 n 4] & locus imaginis eius pũctũ e [p 6 n.] Similiter h à pũcto b reflectetur ad e: & locus imaginis est pũctũ e. Si ergo moueatur triãgulũ e g h, pũctis e, h immotis: pũctũ g describet in spherã circulũ, à cuius quolibet pũcto reflectetur h ad e: & semp erit locus imaginis e. Et qd̃ ab alio pũcto, q̃ aliquo illius circuli, nõ possit h reflecti ad e: palâ, ut prius. Si. n. sumatur c inter g & a: erit e c maior e g, & h c minor

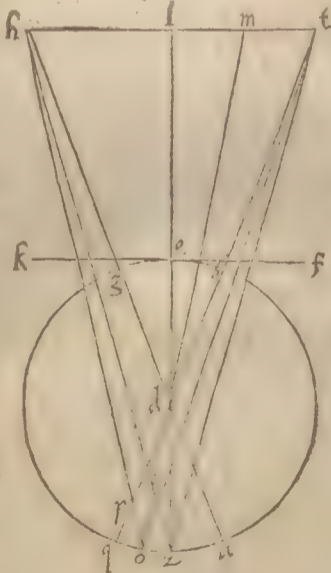
minor h g: [per 7 p 3] non ergo erit pportio e cad h c, sicut e d ad d h: & ita [p 3 p 6] d c nō diuidet angulū e ch p equalia. Similiter, si c sumatur inter g & z, poterit improbari. Et ita patet ppositū. Notā dum tñ, quod e est punctum intellectuāle: & circulus ille (cuius e est polus) est circulus intellectuālis: & h punctū intellectuāle. Vnde, quod dictū est, secundū geometricā demōstrationē est intelligendum, nō secundum uisus p bationē: cū intellectuālia uisum lateant. Sed quoniā forma h continua uidetur formis aliorū punctōrū: uidebitur quidē à uisu forma, cuius punctū mediū h: & locus puncti medij illius formæ erit e: & reflectetur h forma à loco speculi circulari, cuius mediū erit circulus p̄dictus, & e polus eius. Cum aut e d fuerit maior d h: in tātum poterit esse maior, ut nō reflectatur h ad e à puncto g. Sciendum, quod, nisi fuerit pportio e a ad a h maior, quā e d ad d h: nō poterit h reflecti ad e.



Si enim potest reflecti: reflectatur à puncto: quod sit g: erit quidem g d h minor recto, cū respiciat sectionem minorē quarta. [quadrans enim peripheriæ ab angulo recto in cetro subtēditur per 33 p 6. Vel angulus g d h minor est recto, quia semidiametro q d & recta g d cōprehenditur, ut demōstratū est 60 n.] Ducatur à puncto g cōtingens [per 17 p 3] quæ necessariō cōcurrerit cū e a: [per 11 ax: quia anguli interiores ad g & d sunt minores duobus rectis: cum angulus ad g sit rectus per 18 p 3, ad d uero acutus] sit cōcurfus f. Erit quidē pportio e f ad f h, sicut e d ad d h: [est enim per 64 n d h ad d e, sicut h f ad e f: & per cōsectariū 4 p 5, ut e f ad f h, sic e d ad d h] sed maior est pportio e a ad a h, quā e f ad f h. [Quia enim a h minor est h f: erit ratio e h ad a h maior, quā ad h f per 8 p 5: & per 18 p 5, e a ad a h maior, quā e f ad h f.] Igitur maior est e a ad a h, quā e d ad d h: & ita necessariō: si h reflectitur ad e: erit pportio e a ad a h maior, quā e d ad d h. Patent ergo, quæ dicta sunt: cum centrum uisus & punctum uisum fuerint in eadem diametro.

70. *Visi & uisibili extra circulum (qui est cōmunis sectio superficiē, reflexionis & speculi spherici caui) sitis in diuersis diametris: ab uno puncto fit reflexio, et una uidetur imago. 24 p 8.*

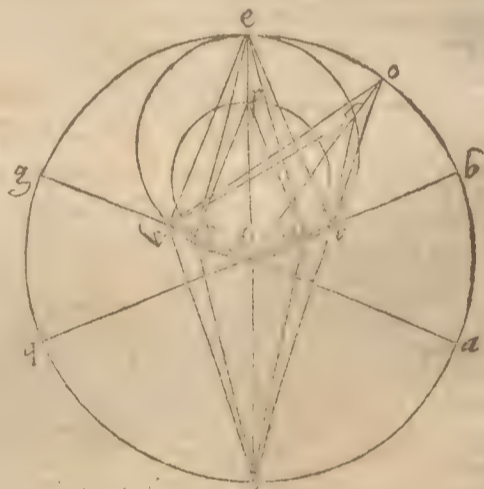
Amplius: cum punctū uisum & centrū uisus non fuerint in eadē diametro, & fuerint extra ipe culum: non reflectetur punctū uisum ad centrū uisus, nisi ab uno tantū ipeculi puncto. Verbi gratia: sit t punctū uisum: h centrū uisus: d centrū spheræ: & ducatur lineæ h d, d t, h t. Supficies quidē h d t fecat spherā super circulum: [per 1 th. 1 spher.] qui sit e b q g. Palā, quod t non reflectetur ad h, nisi ab aliquo puncto huius circuli: [quia ipse est reflexionis superficies.] Producatur ergo h d, t d usq; ad circumferentiā circuli. Palā, quod nō reflectetur ab arcu q g, uel b a, secundum modū p̄dictum [66 n.] Reflectetur ergo aut ab arcu g b: aut a q. Diuidatur [per 9 p 1] angulus t d h per equalia, per lineā l e d z: & à puncto e ducatur contingens: [per 17 p 3] quæ sit k e f. Si puncta t, h fuerint super illam contingentē: nō reflectetur t ad h ab aliquo puncto arcus b g. Cū enim à puncto t ducatur lineā ad aliquod interius punctū huius arcus: lineā à puncto h ad idē punctū ducta, cadet super ipsum exterius, interius nō. Et ideo non erit reflexio [à caua speculi superficie.] Et quod ab uno puncto tātū arcus a q fiat reflexio: palā erit ex hoc. Ducatur enim lineæ t z, h z. Cū angulus t d h diuisus sit per equalia: erit t d z equalis angulo h d z. [per 13 p 1.] Lineæ igitur t d, h d aut sunt æquales: aut nō sunt æquales. Si sunt æquales, & d z cōmunis: erit [per 4 p 1] triāgulū t z d æquale triāgulo h z d: & angulus t z h diuisus per equalia, per lineā d z. Et ita t reflectetur ad h à puncto z. [per 12 n.] Quod aut ab alio puncto nō possit: sic cōstabit. Sumatur punctū o: & ducatur lineæ t o, h o: & lineā o d m per cetro d diuidat angulum illum per equalia. Planū [per 8 p 3] qd t z minor est t o, & h o minor h z: & pportio t z ad h z, sicut t l ad l h: [per 3 p 6: est enim angulus t z h bifariā sectus à recta lineā z l] & erit [per eandē] pportio t o ad h o, sicut t m ad m h: sed minor est pportio h o ad t o, quā h z ad t z. [quia enim e quatuor lineis h o, t o, h z, t z prima minor est quā tertia, secunda maior quā quarta: erit ratio primæ ad secundā minor, quā tertiæ ad quartā, ut patet ex 8 p 5] Ergo [per 11 p 5] minor est pportio h m ad m t, quā h l ad l t: quod est impossibile. [Nā cum e quatuor lineis h m, m t, h l, l t prima h m maior sit, quā tertia h l: secunda uerò m t minor, quā quarta l t: erit ratio h m ad m t maior



maior, q̄ h l ad l t, ut cōstat ex 8 p 5.] Palā igitur, quod sit & h equaliter distēt à cētro, & fuerint super contingētē: non reflectetur t ad h, nisi ab uno speculi puncto tantū: & unicus erit eius imaginis locus. Si uerō t d, h d sunt inæquales: secentur ad æqualitatē [per 3 p 1] & fiat demonstratio, ut antea.

71. Si angulum comprehensum à duabus diametris, in centro circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici cavi) tertia bifariā secet: & ab eius termino in peripheria dicto angulo subtensa, sint perpendiculares super dictas diametros: puncta diametrorum, tum in quæ perpendiculares cadunt: tū citra hæc, à speculi centro æquabiliter distātia, à secantis diametri terminis tantū inter se mutuò reflectētur: duasq; habebūt imagines. 25 p 8.

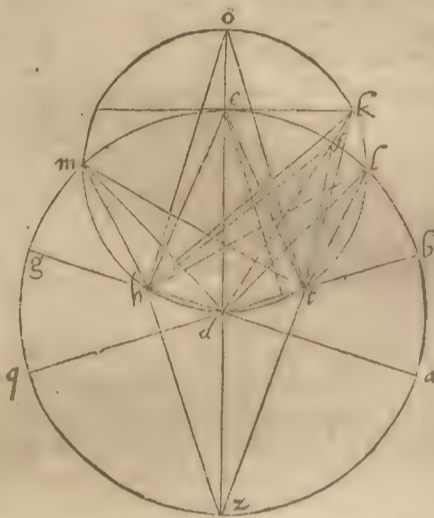
Amplius: b d q, a d g sint duæ diametri sphæræ: & diameter e d z diuidat angulū b d g per equalia: & à puncto e ducatur duæ perpendiculares, super duas diametros b d, d g: [per 12 p 1] quæ sint e t, e h. Palām [per 26 p 1] quod triangulū e t d æquale est triangulo e h d, & angulus t e d angulo h e d, latusq; t d lateri h d, & latus e t lateri e h: cū e d sit cōmunis utriq; t igitur reflectetur ad h à puncto e. [per 12 n 4.] Eodē modo à puncto z. [Quia enim angulus b d g bifariā sectus est per lineā e d: erit angulus t d z æqualis angulo h d z per 13 p 1, & t d æquatur ex cōcluso ipsi h d, latusq; d z cōmune: angulus igitur t z d æquatur angulo h z d per 4 p 1. Quare per 12 n 4 t & h reflectētur inter se à puncto z.] Et palā [per 66 n] quod t non reflectetur ad h, ab aliquo puncto arcus a b, uel arcus g q: nec reflectetur ab alio puncto arcus a q, q̄ à puncto z secundū supradictam probationē: [numero præcedēte.] Verū quod ab alio puncto arcus b g, q̄ à puncto e, nō possit reflecti: patebit sic. Detur o punctū: & ducantur lineæ o d, h o, t o: fiatq; circulus ad quantitatem lineæ e d, trāsiens per tria puncta, t, d, h: [transibit aut per conuersionē 31 p 3 demonstratā à Theone in cōmentarijs in 3 librū magnæ cōstructionis Ptolemæi, & à Cāpano ad 31 p 13:] cuius quidē circuli lineā d e erit diameter: cū angulus e t d, quē respicit, sit rectus. Igitur circulus ille transibit per punctū e. Cum igitur e sit cōmunis utriq; circulo, & sit super eandē diametrum: continget circulus minor maiorem in puncto e: sicut probat Euclidis [13 p 3.] Igitur circulus iste secabit lineam d o, [secus tangeret maiorem circulū in puncto o: sicq; in duobus punctis e & o tangeret contra 13 p 3] secet in puncto l: & ducantur lineæ t l, h l. Iam patet [è superioribus] quod t d est equalis h d [ergo per 28 p 3 peripheria t d æquatur peripheriæ h d.] Igitur angulus t l d æqualis angulo d l h [per 27 p 3] quia super æquales arcus. Restat [per 13 p 1] t l o æqualis angulo h l o: & angulus l o t equalis angulo l o h ex hypothesi: [quia sunt anguli incidentiæ & reflexionis] & l o commune latus: erit [per 26 p 1] triangulum t l o æquale triangulo h l o: & erit t o equalis h o: quod est impossibile: quoniam [per 7 p 3] h o maior h e, & t o minor t e: & t e, sicut prius probatum est, æqualis est h e: [linea igitur h o maior est linea t o.] Restat ergo, ut t nō reflectatur ad h, ab alio puncto, quā ab e uel à z. Item à puncto e ducatur linea super diametrum t d: quæ sit e m: & secetur à lineā h d pars, æqualis m d: quæ sit n d: & ducantur e m, e n. Palām [per 16 p 1] quod e m d maior est recto: [quia angulus e t d rectus est per fabricationem] secetur ex eo æqualis recto per lineam p m [per 23 p 1] quæ cōcurreret cum d e: [per lemma Procli ad 29 p 1] sit concursus punctum p: & ducatur n p: & fiat circulus ad quantitatem p d, trāsiens per tria puncta m, d, n. Cum p m d sit rectus [ex fabricatione] erit p d diameter [per cōfectarium 5 p 4] & transibit circulus per p, [ut ostensum est.] Palām ergo, quod m reflectetur ad n à puncto e: sicut enim per 4 p 1 triangulum d m p sit æquilaterum & æquiangulum triangulo d n p: æquabitur m p ipsi n p, & angulus d p m angulo d p n: ergo per 13 p 1. 3 ax. angulus m p e æquatur angulo n p e, latusque p e commune est: angulus igitur m e p æquatur angulo n e p per 4 p 1. Quare per 12 n 4 m & n à puncto e inter se mutuò reflectuntur] & similiter à puncto z: & non ab aliquo puncto arcus a b, uel g q: [per 66 n.] Et palām, quod non ab alio puncto arcus a q, quā à puncto z: & quod non ab alio puncto arcus b g, quā à puncto e secundum modum prædictum. Sumpto enim puncto, & ductis lineis à punctis t, d, h: & sumpto puncto, in quo circulus ultimus secabit diametrum: & à punctis sectionis ductis lineis ad puncta t, h: eadem erit improbatio, quæ prius. Palām ergo ex prædictis: quod si angulum contentum duabus diametris, per æqualia diuidat tertia diameter: & à termino illius diametri ducantur perpendiculares ad illas diametros: puncta diametrorum, in quæ cadunt, ad se inuicem reflectuntur à duobus punctis speculi tantū. Punctorum aut diametrorum citra hos terminos perpendicularium sumptorum, id est uersus centrum: reflectitur quodlibet à duobus punctis tantū: & unū reflectitur ad illud, quod æqualiter distat à cētro: & omniū talium duplex est imaginis locus.



72. Si angulū cōprehensum à duabus diametris in cētro circuli (qui est cōmunis sectio superficierū, reflexionis & speculi spherici cavi) tertia bifariā secet: et ab eius termino in peripheria dicto angulo subtēsa sint ppendiculares sup dictas diametros: pñcta diametrorū inter peripheriā et perpendi-

perpendicularium terminos à centro speculi æquabiliter distantia, à quatuor peripheria pñctis inter se mutuo reflectentur, & quatuor habebunt imagines. 26 p 8.

Amplius: sumptis duabus diametris b q, a g: & e z diuidente angulum earum per æqualia: sumatur in b d punctum t supra punctum, in quod cadit perpendicularis, ducta à puncto e: & in d g sumatur d h æqualis d t: [per 3 p 1] & ducantur t e, h e. Reflectetur quidem t ad h à puncto e, & similiter à puncto z, non ab alio puncto arcus a q: nec ab aliquo puncto arcus a b uel g q [per 66 n.] Deinde à puncto t ducatur perpendicularis super t d: [per 11 p 1] quæ quidem concurret cū d e extra circulum sphaere, cū angulus b d e sit acutus [ut ostentum est 36 n.: quare d e & perpendicularis super t d per 11 ax: concurrent: & quidem extra circulum b z g. Quia cum hæc perpendicularis, & ea, quæ à puncto e super eandem semidiametrum d b ducitur, sint parallelæ per 28 p 1: nunquã concurret per 35 d 1. Quare perpendicularis à puncto t continuata, cadet extra circulum ultra punctum e. Itaq; concurret cum semidiametro e d extra circulum b z g.] Cōcurrat ergo in puncto o: & ducatur lineæ t o, h o. Et fiat circulus transiens per tria puncta t, d, h: qui necessario transibit per punctum o [ut præcedente numero demonstratum est] & erit d o diameter eius: [per consecarium 5 p 4] & ducatur lineæ cōtingens circulum b z g, in puncto e [per 17 p 3] quæ sit k e. Palam, quod ultimus circulus secabit primum, scilicet b z g in duobus punctis: [per 10 p 3] sint illa puncta l, m: & ducantur lineæ t l, h l, l d, t m, d m, h m. Cū ergo arcus t d sit æqualis arcui h d: [per 28 p 3: quia rectæ d t, d h sunt æquales per fabricationem] erit [per 27 p 3] angulus t l d æqualis angulo d l h. Et ita t reflectetur ad h à puncto l [per 12 n 4.] Similiter angulus t m d æqualis angulo d m h [per 27 p 3.] Et ita t reflectetur ad h à puncto m. Palam igitur, quod t reflectitur à quatuor pñctis a d h: scilicet e, z, l, m: & quadruplex erit locus imaginis eius. Et non potest t reflecti ad h ab alio puncto, quã ab aliquo istorum. Detur enim s punctum: & ducantur lineæ t f, h f, d f: & producat d f, quousque cōcurrat cum contingente k e: [concurrat autem per 11 ax: quia angulus k e d rectus est per 18 p 3, & f d e acutus, quia pars acuti b d e] & sit concursus k: & ducantur lineæ t k, h k. Igitur angulus t f d æqualis angulo d f h ex hypothesi: [per 12 n 4] restat [per 13 p 1] angulus t f k æqualis angulo k f h. Sed angulus t k f est æqualis angulo f k h [per 27 p 3] quia super æquales arcus: & f k communis: erit [per 26 p 1] triangulum æquale triangulo: & ita t k æqualis k h: quod est impossibile: quoniam h k maior h o, & t k minor t o [per 7 p 3] & t o æqualis h o. [Nam quia recta d t æquatur ipsi d h per fabricationem, & angulus t d o ipsi h d o per thesim, & latus o d commune: ergo per 4 p 1 latus t o æquatur lateri h o: ideoq; t k minor est h k.] Palam igitur, quod non est reflexio ab aliquo puncto, quã à punctis quatuor. Igitur si in diuersis diametris sumantur duo puncta, scilicet t, h, æqualiter à centro distantia: si fuerint super punctis diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares, ductæ à termino diametri diuidentis per æqualia angulum duarum diametrorum: aut fuerint inter centrum & puncta illa, id est citra perpendiculares, dum æqualiter distent à centro: reflectetur quidem t ad h à duobus punctis tantum. Si uerò fuerint t & h à locis perpendicularium usq; ad circulum: reflectetur quidem t ad h à quatuor punctis. Si uerò fuerint in circulo, uel extra: tamẽ citra contingentem k e: reflectetur quidem t ad h à duobus punctis tantum. Si uerò supra contingentem fuerint: reflectetur quidem t ad h ab uno puncto tantum. Et hæc quidem accidunt, dum t æqualiter distat à centro cum puncto h.

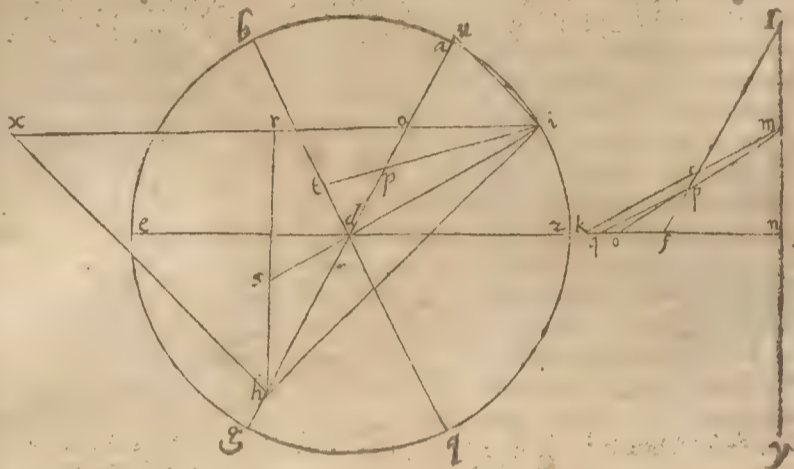


73. Visu & uisibili in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici caui) à centro inæquabiliter distantibus: ab uno puncto peripheria inter semidiametros, extra quas sunt uisus & uisibile, reflexio fieri potest. 27 p 8. 120 p 1.

Amplius: t, h si fuerint in diuersis diametris: & longitudo eorum à centro fuerit inæqualis: reflexio fiet ab uno puncto. Verbi gratia: ducantur diametri a d g, b d q: & e z diuidat angulum eorum per æqualia: & t propinquius sit centro d, quam h. Et sumatur lineæ l y: & [per 10 p 6] diuidatur in puncto m, ut sit proportio y m ad m l, sicut h d ad d t: & diuidatur l y in æqualia in puncto n [per 10 p 1] & à puncto n ducatur perpendicularis n k: [per 11 p 1] & super punctum l fiat angulus æqualis medietati a d t per lineam f l: erit quidẽ angulus t l y acutus: [quia æquatus est dimidiato angulo a d t acuto, ut ostentum est 36 n.] Quare [per 11 ax:] f l cōcurrat cum n k: [quia l n k rectus est per fabricationem] concurrant in puncto f: & [per 35 n.] à puncto m ducatur lineæ ad latus f l, cōcurrans cum latere n k in puncto, quod sit k: & secet lineæ illa latus f l in puncto c, ut sit proportio k c ad c l, sicut h d ad d z. Deinde super punctum d fiat angulus æqualis angulo l c m: [per 23 p 1] qui sit i d a: & sit i punctum circuli supra z, aut infra: & super i punctum fiat angulus æqualis c l m: qui sit o i d: & super hanc lineam o i [continuata] ducatur perpendicularis à puncto h [per 12 p 1] quæ sit h r: & pro-

ducatur r x æqualis lineæ ri: & ducantur lineæ h x, h i. Palàm secundum prædicta, quòd à puncto m non potest linea duci ad latus fl, diuidens ipsum eo modo, quo diuidit lineam m c k, præter hanc so lam lineam m c k. Si enim possit: sit m p o. Palàm, quòd p o minor erit c k: quod quidè patebit ducta linea p q æquidistante c k: quæ erit minor c k: [cũ enim triangula k c f, q p f sint æquiangula per 29. 32 p 1: erit per 4 p 6 ut k f ad q f, sic k c ad q p: sed k f maior est q f per 9 ax. ergo k c maior est q p] & maior p o: [quia maior est q p, quæ per 19 p 1 maior est o p, cũ angulus p o q sit obtusus per 32. 13 p 1] & p l maior c l [per 9 ax:] Igitur non erit proportio p o ad p l, sicut k c ad c l. [Si enim sit ut k c ad c l, sic o p ad p l: erit per 14 p 5 c l maior l p, contra 9 ax: quia k c maior est o p.] Quare non erit propor tio p o ad p l, sicut h d ad d t [per 11 p 5.] Restat ergo ut à puncto m non ducatur alia, quàm m c k, simi lis ei. Verùm cũ o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m: [per fabricationē] erit triângulum c l m simile triângulo i o d [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur angulus i o d erit æqualis angu lo l m c: restat [per 13 p 1] angulus r o h æqualis angulo k m n: & angulus h r o rectus æqualis erit an gulo k n m: restat [per 32 p 1] angulus n k m æqualis angulo r h o. Ducta autem linea d i, donec con currat cum h r in puncto s:

[concurrat aut per 11 ax: quia angulus ad r rectus est, ad i uerò acutus] erit angulus s d h æqualis angulo k c f [p 15 p 1. 1 ax:] & erit triângulũ s d h simile triângulo c k f [p 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur pro portio s d ad d h, sicut f e ad c k: sed [per 7 p 5] h d ad d i [æquale ipsi d z per 15 d 1] sicut k c ad c l [p fabricatio nē.] Igitur [per 22 p 5] s d ad d i, sicut f e ad c k: igitur [per 18 p 5] s i ad d i, sicut f l ad c l: sed d i ad i o, sicut c l ad l m: cũ triângulũ d i o sit

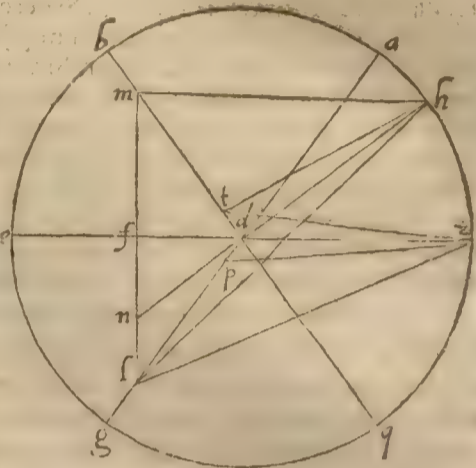


simile triângulo c l m. Igitur [per 22 p 5] s i ad i o, sicut f l ad l m [& p confectionariũ 4 p 5, ut i o ad s i, sic l m ad f l.] Sed proportio s i ad i r, sicut f l ad l n: quoniam triângulũ s i r simile est triângulo f l n [an gulus enim r i s æquatur angulo f l n per fabricationem, & s r i rectus f n] recto: ergo per 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triângula s i r, f l n sunt similia.] Igitur [per 22 p 5] proportio i o ad i r, sicut l m ad l n. [& per con fectionariũ 4 p 5 ut i r ad i o, sic l n ad l m.] Igitur proportio y m ad l m, sicut x o ad i o. [Quia enim x i dupla est ipsius i r, & y l dupla ipsius l n: erit igitur per 15 p 5 ut x i ad i o, sic y l ad l m, & p 17 p 5 ut x o ad i o, sic y m ad l m.] Ducta autem à puncto i æquidistante linea u i, lineæ h x, & producta linea d a, donec concurrat cum u i [concurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto u: erit triângulum o u i triângulo h o x simile [per 15. 29. 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur erit proportio h o ad o u, si cut y m ad l m: [Quia ob triángulorum o u i, h o x ostensam similitudinē est, ut h o ad o u, sic x o ad i o, & ut x o ad i o, sic y m ad l m ex concluso: ergo per 11 p 5, ut h o ad o u, sic y m ad l m:] & ita h o ad o u, sicut h d ad d t. [Fuit enim per fabricationē h d ad d t, sicut y m ad l m.] Sed quoniam [per 4 p 1] triángu lũ h r i æquale est triângulo h r x: cũ h r sit perpendicularis: per fabricationē: & x r æquetur ipsi r i, latus q: r h cõmune sit.] Igitur angulus h x r æqualis est angulo r i h: & ita r i h æqualis est angulo u i o [quia u i o æquatur ipsi h x o propter similitudinem triángulorum u i o, h o x.] Quare [per 3 p 6] proportio h o ad o u, sicut h i ad i u: & ita [per 11 p 5] h i ad i u, sicut h d ad d t. Verùm angulus u i d ma ior est angulo d i h: [quia æqualis conclusus est angulo o i h] secetur ab eo æqualis: & sit p i d: & du catur linea p t: & p sit punctum diametri d a. Palàm, quòd proportio h i ad u i cõstat ex proportione h i ad i p, & p i ad u i: [quia ratio extremorum componitur ex omnibus rationibus intermedijs, ut Theon demonstrauit ad 5 d 6.] & [per 3 p 6] proportio h i ad i p, sicut d h ad d p: quoniam d i diuidit angulum p i h per æqualia. Igitur proportio h i ad u i (quæ est h d ad d t) constat ex proportione h d ad d p, & d p ad d t. Igitur proportio d p ad d t, sicut p i ad u i. Verùm angulus o i h est medietas anguli u i h: [ex concluso] sed angulus d i h medietas est anguli p i h: restat angulus d i o medietas anguli p i u. Sed angulus d i o est medietas anguli t d p: quia est æqualis angulo f l m [qui æquatur est dimi diato angulo a d t seu p d t.] Igitur angulus p i u est æqualis angulo t d p: & proportio d p ad d t, sicut p i ad u i. Igitur triângulũ u i p simile triângulo t p d: [per 6. 4 p. 1 d 6] & angulus u p i æqualis t p d: erit igitur [per 14 p 1] t p i linea recta: quia angulus d p r cum angulo t p o ualeat duos rectos: & ita an gulus o p i cum angulo o p t ualeat duos rectos. [Idem uerò patet per conuersionem 15 p 1 à Proclo demonstratã.] Et ita [per 12 n 4] t reflectetur ad h à puncto i. [quia linea t p i est linea incidentiæ, & anguli t i d, h i d sunt æquales per fabricationem.] Et eadem erit probatio, siue sit t extra circumulum, siue intra. Et similiter sumpto puncto h extra uel intra: dum inæqualiter distent à centro.

74. Si angulum comprehensum à duabus diametris in centro circuli (qui est cõmunis sectio superficierum reflexionis & speculi spherici caui) tertia bifariam secet: puncta in dictis dia metris

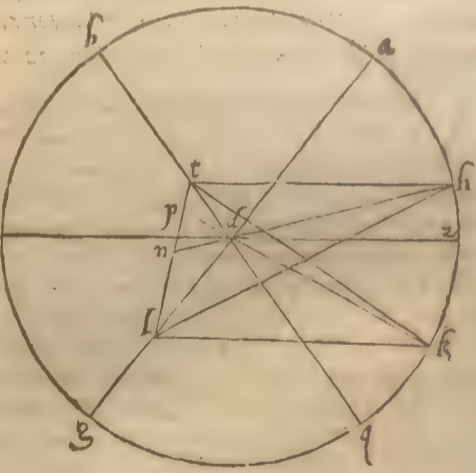
*metris à centro in æquabiliter distantia, reflectuntur à quolibet puncto peripheria inter semidia-
metros, extra quas sunt, comprehense: excepto eo, in quo secans diameter terminatur. 28 p 8.*

Amplius: ductis diametris b q, a g: & diametro e z diuidente angulum b d g per æqualia. Dico; quod quodcūq; punctū sumatur in arcu a q, præter punctū z: à puncto enim z reflectitur tantum puncta diameterū à centro æquabiliter distantia, ut constat è superioribus numeris) ab illo poterunt reflecti infinita paria punctorū, inæqualiter à centro distantia. Verbi gratia: sumatur h punctum: & sumatur in semidiametro g d punctū l: & à semidiametro b d secetur m d, æqualis l d: [per 3 p 1] & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h. Punctū, in quo e z diuidit l m, sit f: erit [per 4 p 1] f l æqualis f m: & ducatur h d, quousq; cadat super l m in puncto n: erit igitur l n minor m n. Verū cum angulus m d f sit æqualis f d l [ex thesi] & angulo q d z: [per 15 p 1] & angulus m d a æqualis angulo l d q: [per eandem] & angulus a d h æqualis angulo n d l: erit angulus l d h maior angulo m d h: [Quia enim m d n, id est per 15 p 1 h d q maior est n d l, id est a d h, & m d a æquatur ipsi l d q: angulus igitur l d h maior est angulo m d h] igitur [per 24 p 1] l h erit maior m h: cum m d, d h æqualia sint l d, d h. Erit ergo angulus d h l minor angulo d h m. Si enim esset æqualis: esset proportio l h ad h m, sicut l n ad n m: [per 3 p 6] qd' est impossibile. [Sic enim maior l h ad minorem h m eandem haberet rationem, quam minor l n ad maiorem n m.] Si autem fuerit maior: secetur ex eo æqualis: & improbabitur eodem modo. Igitur est minor. Secetur igitur ab angulo m h d æqualis illi [d h l] qui sit t h d. Igitur t reflectetur ad l à puncto h [per 12 n 4.] Et linea t d est minor l d. [quia minor est d m, per thesin æquali ipsi d l.] Similiter si sumatur in semidiametris b d, g d alia puncta, quam l, m, æqualiter à puncto d distantia: probabitur similiter, quod à puncto h sit reflexio punctorum ad inuicem, inæqualiter distantium à centro: & ita de infinitis punctis in his diametris sumptis similis erit probatio: & à quocunq; puncto arcus a q sumpto, præter quam à puncto z.



75. *Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierū reflexionis, et speculi spherici caui) à centro in æquabiliter distantia, à puncto aliquo peripheria inter semidiametros, extra quas sunt, inter se mutuò reflectantur: ab uno tantum puncto reflectentur. 29 p 8.*

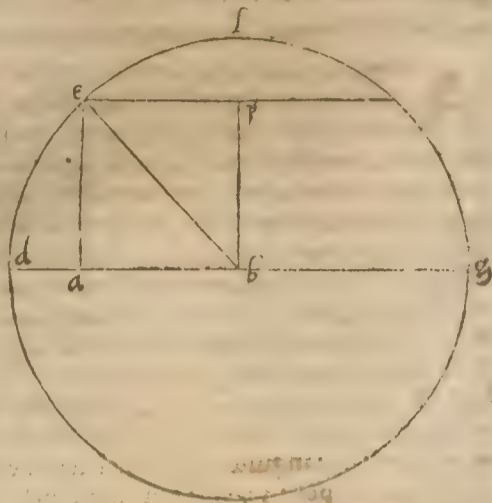
Amplius: sumptis punctis t, l in diametris: quorū inæqualis sit lōgitudō à centro: reflectantur ipsa ad inuicem à puncto h: nō poterit reflecti t ad l ab alio puncto arcus a q, quam à puncto h. Si enim ab alio: sit illud k: & ducantur, t k, l k, d k, l t, t h, l h, n d h: & producatur d k, quousq; concurrat cum l t in puncto p [concurreret autem, quia secat angulū t k l à basi t l subtensum.] Palam, quod proportio l h ad h t, sicut l n ad n t. [per 3 p 6: quia enim t ex thesi est reflexionis punctū: æquabitur per 12 n 4 angulus l h n angulo t h n.] Et similiter cū angulus t p k sit æqualis l k p, ex hypothesi: erit [per 3 p 6] proportio l k ad k t, sicut l p ad p t: Sed [per 7 p 3] l h maior l k, & t h minor t k: igitur maior est proportio l h ad t h, quam l k ad t k. [ut patet per 8 p 5.] Quare maior erit proportio l n ad n t, quam l p ad p t: quod planè impossibile. [Quia enim l n minor est l p per 9 ax: & n t maior p t: erit ratio l n ad n t minor, quam ratio l p ad p t, ut constat ex 8 p 5.] Restat, ut ab alio puncto arcus a q, quam à puncto h nō possit t reflecti ad l. Palam igitur, quæ accidunt in arcu a q.



76. *Visu in diametro circuli (qui est communis sectio superficierū, reflexionis & speculi spherici caui) intra peripheriam posito: uisibile cum visu à centro utlibet distans: à quolibet semicirculi puncto ad ipsum reflecti potest. 30 p 8.*

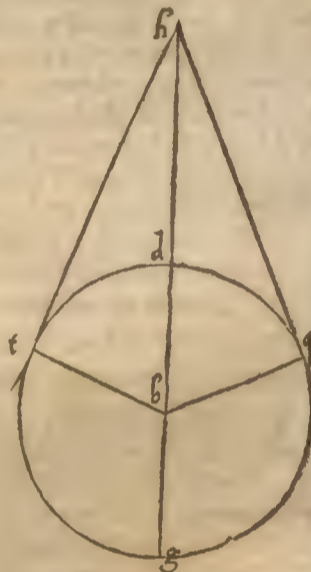
Amplius: sit a centrū uisus: b centrū speculi: & ducatur diameter d a b g: & sumatur superficies, in qua sit a b quocunq; modo: quæ secabit spherā super circulum: [per 1 th 1 spher.] qui sit d l g. Dico, quod à quolibet puncto semicirculi d l g reflectuntur puncta ad a, inæqualis longitudinis à centro, eū eō. Verbi gratia: sumatur punctū e: & ducantur lineæ e a, e b. Palam, quod angulus a e b erit acutus: quia cadet in minorem arcum semicirculo. [Nam angulus insistens in peripheriam semicirculi rectus est per 31 p 3.] Vel etiā angulus a e b acutus est per ea, quæ 60 n demon-

strata sunt.] Fiat ei æqualis [per 23 p 1] & sit p e b: & producatu r linea b e quantumlibet. Palam, quod quodlibet punctum illius lineæ reflectetur ad a à puncto e: [per 12 n 4.] Ducta autem à puncto b ad lineam p e perpendiculari: [per 12 p 1] aut erit perpendicularis illa æqualis b a: aut maior: aut minor. Si fuerit æqualis: lineæ omnes ductæ à puncto b ad lineam p e, præter illam perpendicularem, erunt maiores lineæ b a: [quia per 19 p 1 maiores sunt perpendiculari, æquali b a] & ita quodlibet punctum lineæ p e, uno excepto [puncto nimirum perpendicularis] inæqualiter distabit à centro, cum puncto a. Si uero perpendicularis fuerit maior: omnia puncta lineæ illius plus distabunt à centro, quam a punctum. Si autem perpendicularis fuerit minor: erit possibile ducere à puncto b duas lineas ex diuersis partibus perpendicularis, æquales lineæ b a: & omnes aliæ lineæ [ductæ à puncto b ad lineam p e] aut minores erunt, aut maiores [b a.] Palam igitur, [per 74 n] quod à puncto e reflectuntur puncta ad a: quorū longitudo à centro inæqualis est longitudini a ab eodem. Quod est propositum.



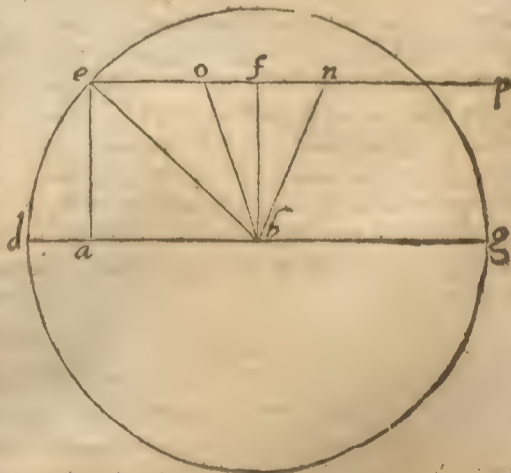
77. Si à uisu à uero recte lineæ tangant circulum (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici caui) tertia per centrū secet: uisibile cū uisu à centro speculi inæqualiter distās, potest reflecti à quolibet puncto peripheria inter tactus puncta ultra centrū interiecta: exceptis tactus punctis & secantis diametri termino. 31 p 8.

Constat ex his: quod si sumatur uisus extra circulum: & sit h: & ducatur diameter h b d g: & duæ cōtingentes h t, h q: [per 17 p 3] à quolibet puncto arcus t g q, præterquā à punctis t, g, q potest fieri reflexio ad h. punctorum, inæqualiter distantium à centro cum puncto h. [nam à peripheria t d q & punctis t, g, q nullam ad uisum h reflexionem fieri constat tum per 70 n: tum quia angulus tactus indiuiduus est: tum ex ijs, quæ 45 n 4 demonstrata sunt.] Et eadem erit probatio [quæ fuit 70 n.]



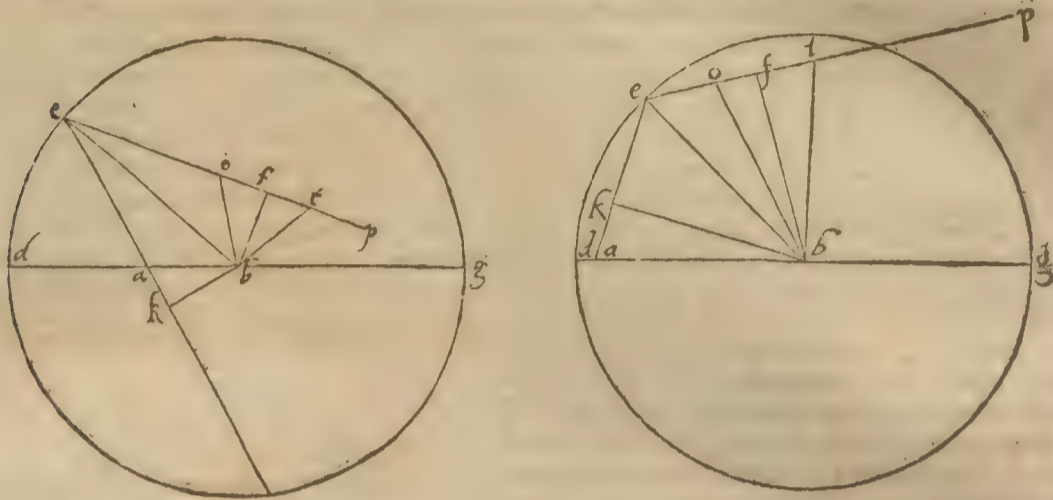
78. Si uisus & uisibile intra circulum (qui est communis sectio superficierū, reflexionis & speculi spherici caui) à centro inæqualiter distantia, inter se reflectantur: angulus exterior à diametris uisus & uisibilis factus, aliàs maior: aliàs minor est angulo incidentiæ & reflexionis simul utroq;. 32 p 8.

Amplius: ex his constabit, quod, facta reflexione ad a à puncto e, uel alio puncto inæqualiter distante à centro, cū puncto a: diameter, in qua fuerit punctū reflexū, cum diametro a b g facit duos angulos, unū respicientē angulum reflexionis, alium ei collateralem: qui quidē collateralis aliquādo erit maior angulo, cōstāte ex angulo incidentiæ & reflexionis: aliquando minor. Verbi gratia: ducatur perpendicularis f b super e o [per 12 p 1] b a aut erit perpendicularis super e a, aut non. Sit perpendicularis: erūt ergo duo anguli f b a, f e a æquales duobus rectis [per thesin & 32 p 1.] Ducta autē linea b o: erūt duo anguli o b a, o e a minores duobus rectis. Igitur [per 13 p 1] erit angulus o b g maior angulo o e a, qui est angulus cōstās ex angulo incidentiæ & reflexiōis. Et cū triangulū e b f sit æquale triangulo e b a: [quia enim anguli ad a & f recti sunt per thesin & fabricationē: & per 12 n 4 anguli f e b, a e b æquātur, & cōmune latus est e b: erūt triangula e b f, e b a æquilatera & æqualia per 26 p 1] & erit b f æqualis b a: & ita o b maior b a [quia maior est f b per 19 p 1, cū subtēdat angulū rectū in triangulo o f b.] Ducta autē linea b n: erunt duo anguli n b a, n e a maiores duob.



rectis: quia f b a, f e a æquātur duobus rectis, ut patuit] erit ergo angulus n b g minor angulo n e a [Nam cū anguli n b a, n b g æquētur duobus rectis per 13 p 1, & n b a, n e a maiores duobus rectis per conclusionē: erit angulus n b g minor angulo n e a] & n b maior b a [quia maior b f per 19 p 1.] Et ita n & o refle.

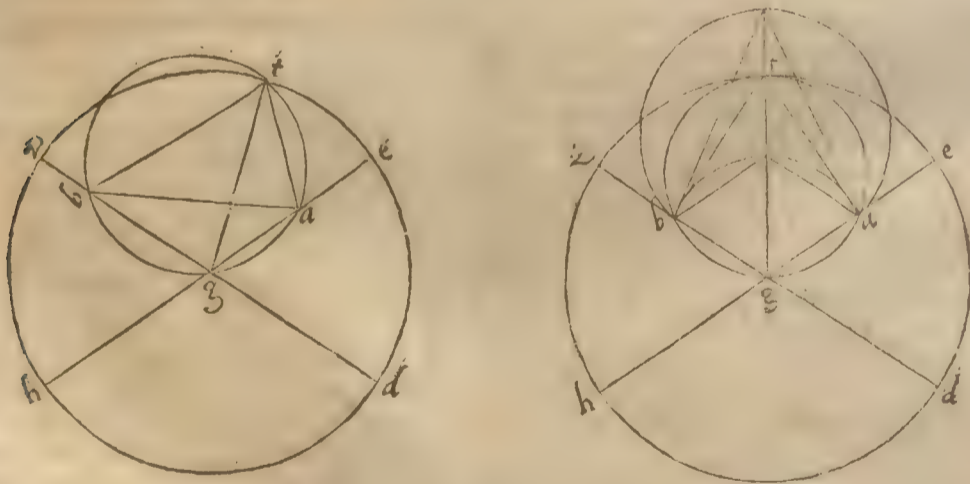
& o reflectitur ad a à puncto e, & inæqualiter distant à centro cū puncto a: & diameter o b cū diametro a b g ex parte g facit angulū maiore angulo reflexionis & incidentiæ: & diameter n b minore. Et ita patet, ppositū. Si uero b a nō fuerit perpendicularis sup e a: ducatur [per 12 p 1] perpendicularis: quæ sit b k: quæ quidē siue cadat supra a b, aut sub: eadē erit pbatio. Et b f sit perpendicularis super e o: & ducatur f t æqualis a k: & ducatur b t. Palam, quod in triangulo k e b angulus e k b rectus, æqualis est angulo e f b, & [per 12 n 4] angulus k e b æqualis angulo reflexionis f e b: restat [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & cū latus e b sit cōmune utriq; triángulo: erūt [per 26 p 1] triángula æqualia: & erit f b æqualis k b: sed p fabricationē a k est æqualis f t: erit ergo [per 4 p 1] a b æqualis b t, & angulus a b k æqualis angulo f b t: addito igitur cōmuni angulo f b a: erit k b f æqualis t b a: Sed k b f & f e a ualent duos re-



ctos: [per 32 p 1: quia in quadrilatero e b anguli ad f & k recti sunt.] Quare t b a, t e a ualent duos re-ctos: & ita t b g æqualis est angulo t e a: [quia t b g & t b a æquantur duobus rectis per 13 p 1, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis. Si igitur à puncto b ad lineam e t, ducatur li-nea ultra t: faciet cum b g ex parte g, angulū minore angulo constante ex angulo incidentiæ & re-flexionis: & erit linea illa maior a b: quoniā t b [quā illa per 19 p 1 maior est] æqualis est a b. Et quæli-ber linea à puncto b ad e t ducta citra t: faciet angulū t b g ex parte g, maiore angulo cōstante ex an-gulo incidentiæ & reflexionis: & erit minor a b [quia minor æquali b t per 19 p 1.] Et ita est ppositū.

79. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficiem; reflexionis & speculi spherici cavi) à centro inæqualiter distantia, inter se reflectantur: angulus exterior à diametris uisus & uisibilis factus, est inæqualis angulo incidentiæ & reflexionis simul utriq; 33 p 8.

Amplius: sit b centrum uisus: g centrum spheræ: ducatur diameter z b g d: & sumatur superfi-cies, in qua sit diameter secans spheram super circulū [per 1 th 1 sphæ.] qui sit e z h. Dico, quod si punctum a reflectitur ad b ab aliquo puncto circuli: & inæqualis est distantia puncti a à cen-



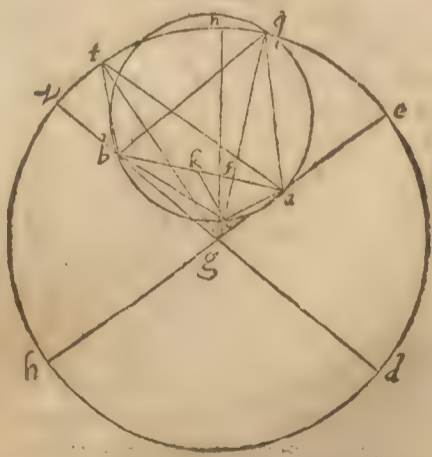
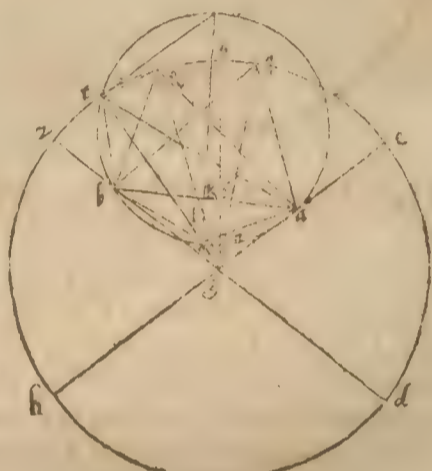
tro, & puncti b ab eodem: diameter a g cū diametrō g d, ex parte d faciet angulū, quem impōsibi-le est esse æquale angulo constanti ex angulo incidentiæ & reflexionis. Sit enim æqualis: & t sit pun-ctum reflexionis: & sit a g inæqualis b g: & ducantur lineæ t a, t g, t b: & fiat circulus transiēs per tria puncta a, g, b: [per 5 p 4] qui necessariō transibit per punctū t. Si enim cadit extra: ductis lineis à p n

p 3. etis, a, b

Etis a, b ad idē pūctū illius circuli extrā: fiet [per 21 p 1] angulus minor angulo a t b: & probabitur esse æqualis. Quoniā [per 22 p 3] cū angulo a g b ualebit duos rectos, & anguli a g b & a g d ualent duos rectos: [per 13 p 1] & angulus a t b est æqualis angulo a g d ex hypothesi: ergo angulus a t b cum angulo a g b ualeat duos rectos. Et ita impossibile [cōtra 21 p 1.] Similiter si circulus citrat ceciderit, eadē erit improbatio. Restat ergo, ut transeat per pūctum t. Cum igitur [per 12 n 4] angulus a t g sit æqualis angulo b t g: erit [per 26 p 3] arcus a g æqualis arcui b g: & ita [per 29 p 3] a g erit æqualis b g: & positum est esse eas inæquales. Et ita est propositum.

80. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est cōmunis sectio superficiērum, reflexionis & speculi sphericis caui) à centro inæquabiliter distantia inter se reflectantur à duobus pūctis peripheria, cōprehensæ inter semidiametros, in quibus ipsa sunt: nō erit uterq; angulus cōpositus ex angulo incidētia & reflexionis, minor angulo exteriorē à dictis diametris factō. 34 p 3.

Amplius: sumptis in duabus diametris e g h, z g d, duobus pūctis a, b, ut b g sit maior a g. Dico, quōd si pūctū a reflectatur ad b à duobus pūctis arcus e z: nō erit uterq; angulus constans ex angulo incidētia & reflexiōis, minor angulo a g d. Sumatur enim duo pūctā t, q in arcu e z, à quib. a reflectatur ad b: & ducatur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q: & si angulus a t b minor est angulo a g d: dico, quōd angulus a q b nō erit minor a g d. Sit enim minor: & ducatur linea g n, diuidēs angulū diametrorū per æqualia: [per 9 p 1] & ducatur linea a b, quā diuidat g n per pūctū f. Palām [per 3 p 6] quōd proportio b g ad g a, sicut b f ad f a: sed cū b g maior sit g a: [ex thesi] erit b f maior f a. Diuidatur a b per mediū in pūctō k: [per 10 p 1] & fiat [per 5 p 4] circulus transiens per tria pūctā a, b, t: qui quidē circulus nō transibit per g: quoniā anguli a g b, b t a essent æquales duobus rectis [per 22 p 3] & palām, quōd sunt minores: cū [per thesin] angulus b t a sit minor angulo a g d [qui cū angulo a g b æquatur duobus rectis per 13 p 1.] Igitur trāsibit supra g. Similiter nō trāsibit per q: quoniā sumpto pūctō circuli, in quo linea g q secat ipsū, scilicet m: esset arcus a m æqualis arcui b m [per 26 p 3] cū respiciāt æquales angulos super q: [per thesin & 12 n 4: quia q est reflexiōis pūctū] quōd manet impossibile. Quoniam sumpto pūctō o, in quo linea g t secat hūc circulū: erit arcus a o æqualis arcui o b: [per 26 p 3] quia respiciūt æquales angulos sup t [per thesin & 12 n 4: & sic peripheria b o maior esset peripheria b m, pars suo toto cōtra 9 axi.] Restat, ut hic circulus transeat supra q: si enim infra: eadē erit improbatio. Ducatur autē linea à pūctō o ad pūctū k: quæ quidē cum diuidat chordā a b per æqualia: [per fabricationē] & similiter arcū a b: [quia peripheria a o æqualis ostensa est ipsi b o] erit perpendicularis super a b. [rectæ enim lineæ subtendentes peripherias a o, b o, æquales sunt per 29 p 3, & b k æquatur ipsi k a, & cōmunē latus est k o. Quare per 8 p. 10 d 1, o k perpendicularis est ipsi a b.] Verūm angulus b a g maior angulo a b g: [per 18 p 1] cū b g sit maior g a: [ex thesi] & angulus b f g ualeat duos angulos f a g, f o a [per 11 p 1] & angulus a f g ualeat duos angulos f b g, f g b: sed a g f æqualis est f g b: [per fabricationē] & f a g maior f b g. Igitur angulus b f g maior est angulo a f g: igitur b f g maior est recto: [per 13 p 1] quare nō b minor est recto. [per 13 p 1.] Sed o k super f b facit angulū rectū: ergo producta cōcurrēt cū g n [per 11 axi:] supra b f, & inferius nunq̄. [secus per 3 p 6 b k fieret maior k a, cui est æquata.] Facto autem circulo trāsente per tria pūctā a, q, b: trāsibit supra g. [Quia si trāsiret per pūctū g: essent anguli a q b, a g b æquales duob. rectis per 22 p 3: & anguli a g b, a g d æquantur duob. rectis per 13 p 1. Quare per 3 ax. a q b æquatur a g d: cōtra præcedentē numerū] & g q diuidet arcū eius a b per æqualia [quia enim q ex thesi est reflexiōis pūctū: æquatur anguli g q a, g q b per 12 n 4 & per 26 p 3 peripheria a b bifariā secabitur à recta g q] sed k o diuidit chordā a b per æqualia [per fabricationē.] Ergo k o cōcurrēt cū g n infra b f, & supra pūctū g. Igitur k o cōcurrēt cū b a, prius cōcurrēt cum g n infra b f: & iam improbatū est. Restat ergo, ut angulus a q b nō sit minor angulo a g d: aut quōd a nō reflectetur ad b à pūctō q [cōtra thesin.] Similis erit improbatio, sumpto quolibet pūctō arcus e n. Sumpto autē pūctō in arcu n z: qui sit p: fiat reflexio pūcti a ad b à pūctō p, ut angulus cōstans ex angulo incidētia & reflexiōis supra p, sit minor angulo a g d, sicut angulus cōstans ex angulo incidētia & reflexionis supra t, minor est eodē. Improbabitur autē hoc modo. Ducatur a p, b p, g p: oportet ergo necessariō

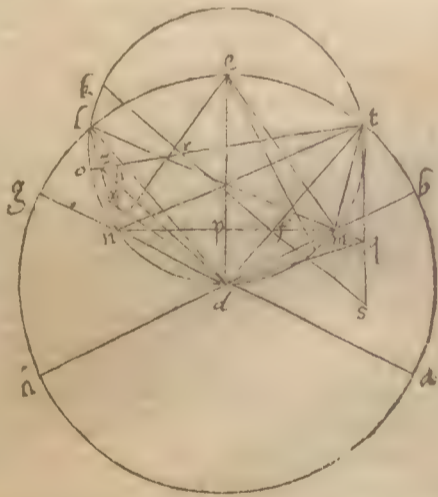


Sumpto autē pūctō in arcu n z: qui sit p: fiat reflexio pūcti a ad b à pūctō p, ut angulus cōstans ex angulo incidētia & reflexiōis supra p, sit minor angulo a g d, sicut angulus cōstans ex angulo incidētia & reflexionis supra t, minor est eodē. Improbabitur autē hoc modo. Ducatur a p, b p, g p: oportet ergo necessariō

cessario, ut gp diuidat ko propter arcum ab , quæ diuidit ex circulo abt lineæ gt per æqualia: [peripheria enim bo æquatur peripheriæ ca ex concluso:] & similiter lineæ ko . Sit ergo punctum concursus lineæ gp cum ko , punctum l : & ducatur lineæ tp . Cum igitur duæ lineæ gp , gt sint æquales: [per 15 d 1] erunt [per 5 p 1] duo anguli gpt , gtp æquales: & [per 32 p 1] uterq; acutus. Ducta igitur perpendiculari super gt à puncto t : [per 11 p 1] cõtinget circulum speculi [per consecrarium 16 p 3] & producta, cadet super terminum diametri minoris circuli: cum angulus, quem efficit cum gt , respiciat arcum semicirculi minoris circuli: [per 31 p 3] & cù t o cadat supra ko , & ko producta transeat per cẽtrum minoris circuli: [per consecrarium 1 p 3, quia recta lineæ ok bifariam, & ad angulos rectos secat rectam ab] necessario illa perpendicularis cadet super terminum ko producta: [per 31 p 3] & pt est inferior illa perpendiculari, habito respectu ad n . Igitur quæcunq; lineæ ducatur à puncto g ad lineam tp , secans diametrum illius circuli, quæ est ok : cadet in punctum aliquod lineæ tp , citra illam perpendicularem. Cum igitur gp cadat in p , & secet ok : erit p citra perpendicularem, & infra arcum illius perpendicularis. Facto igitur circulo transeunte per tria puncta a , b , p : transibit quidem per l , & secabit circulum abt in duobus punctis a , b : & cum exeat à puncto b , & iterum redeat in punctum p , inferior puncto t , cum p sit citra illum circulum: necessario secabit illum in tertio puncto: quod est impossibile [& contra 10 p 3.] Restat ergo, ut punctum a non reflectatur ad b à duobus punctis arcus, interiacentis eorum diametros, id est arcus e , z , ut uterq; angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis sit minor angulo agd .

81. Duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est cõmunis sectio superficierum, reflexionis, & speculi spherici caui) à centro in æquabiliter distantia, à duobus punctis peripheriæ comprehensa inter semidiametros, in quibus ipsa sunt, inter se mutuo reflecti possunt. 35 p 8.

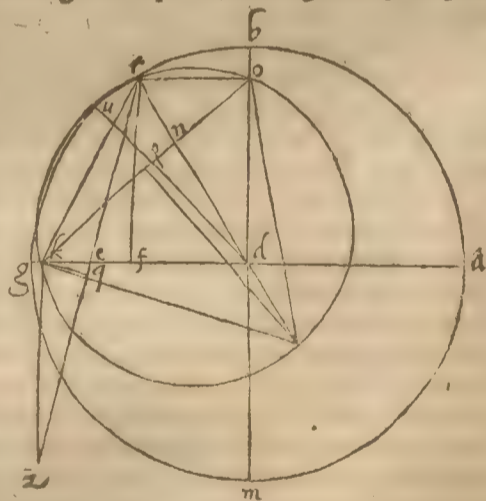
Amplius: dico quod possunt reflecti duo puncta ad se, in æqualis longitudinis à centro, à duobus punctis arcus ipsa respicientis, id est diametros, in quibus sunt puncta illa, interiacentis. Verbi gratia: sumptis duabus semidiametris in circulo spheræ, scilicet bd , gd : diuidatur angulus earum per æqualia, per semidiametrum ed : [per 9 p 1] & in bd sumatur punctum m , supra punctum, in quod cadet perpendicularis ducta à puncto e super bd : & sumatur [per 3 p 1] nd æqualis md : & [per 5 p 4] fiat circulus transiens per tria puncta d , m , n : necessario circulus ille transibit extra e . Si enim per e fieret quadrangulum à quatuor punctis d , n , e , m : & duo anguli illius quadranguli sibi oppositi sunt æquales duobus rectis: [per 22 p 3] quod quidem non esset: cum lineæ em sit supra perpendicularem: & ideo angulus em acutus: [per 16 p 12 d 1] & similiter ei oppositus super n , acutus: quia en supra perpendicularem est. [Quare in quadrilatero circulo inscripto oppositi anguli essent minores duobus rectis contra 22 p 3.] Similis erit improbatio: si transeat circulus citra e . Transibit ergo extra, & [per 10 p 3] secabit circulum spheræ in duobus punctis, sicut t , l : & ducantur lineæ mt , dt , nt , ml , nl : & ducatur lineæ mn secans td in puncto f , lineam ed in puncto p . Palam, cum md sit æqualis nd [per fabricationem] & pd cõmunis, & angulus ndp æqualis angulo mdp : [per fabricationem] erit [per 4 p 1] triangulum æquale triangulo: & erit angulus fpd rectus: [per 10 d 1] igitur angulus pdf acutus [per 32 p 1]. Ducatur [per 11 p 1] à puncto f perpendicularis super td : quæ sit kf . Palam, quod aliquod punctum lineæ nl , erit inferior puncto k , sumpta inferioritate respectu n : sit illud punctum z : & ducatur tz lineæ usq; ad circulum, cadens in punctum circuli: quod sit o . Arcus no aut minor est arcu tl : aut nõ. Si nõ fuerit minor: sumatur ex eo arcus minor: & ad terminum illius arcus ducatur lineæ à puncto t : & erit idẽ, ac si arcus no esset minor arcu tl . Sit igitur no minor tl . Palam [per 33 p 6] angulus tnl erit maior angulo otn , quia respicit maiorem arcum. Secetur ex eo æqualis: & sit inz : & super punctum t lineæ tm , fiat angulus, æqualis angulo otn [per 23 p 1] qui sit qtm . Cum igitur angulus tml sit maior angulo mtq : [per 33 p 6: quia peripheria tl subtensa angulo tml , maior est ex thesi, peripheria no , subtensa angulo nto , cui æquatus est angulus mtq] cõcurrat lineæ tq cù lineæ lm : cõcurrat in puncto q . Cum igitur angulus lmt sit æqualis duobus angulis mtq , mtq [per 32 p 1] & angulus lnt sit æqualis lmt [per 27 p 3] quæ sunt super eundẽ arcu: [per 1] & angulus int sit æqualis mtq : [per fabricationem] erit angulus int æqualis angulo mtq : & ita triangulum mtq simile triangulo int [est enim angulus mtq æquatus angulo otn : itaq; per 32 p 1 triagula mtq , int sunt æquiangula: & per 4 p 1 d 6 similia.] Et similiter triangulum int est simile triangulo tnz : [cõmunis enim est angulus ntz : & zn æquatus est ipsi otn : ergo per 32 p 1 d 6 triagula sunt similia] & ita proportio nt ad tq , sicut ni ad mq : & similiter proportio tn ad tz , sicut in ad nz . Sed tz maior tq : quod sic patet. Sit r punctum, in quo tz secat kf . Angulus trf est rectus: [nam kf perpendicularis ducta est super td] quare [per 32 p 1] angulus trt acutus. Igitur angulus trt æqualis. [Quia enim ex thesi recta dm æquatur ipsi dn : æquatur peripheria dm peripheriæ dn per 28 p 3: & angulus dmt angulo dnt : & mtq æquatus est otn .



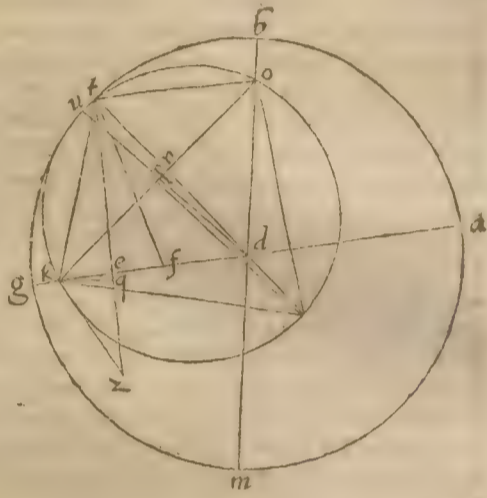
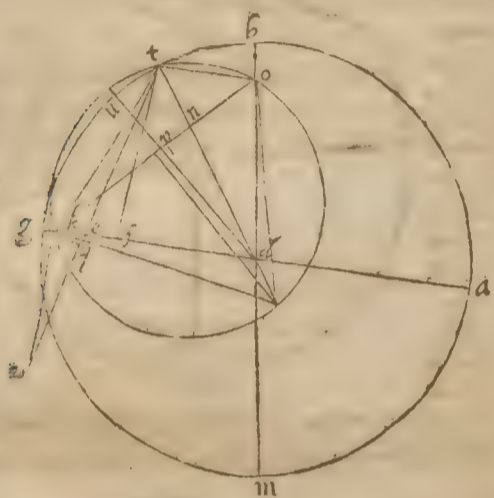
Totus igitur $ft r$ æquatur toti $ft q$ est acutus: & $k f$ perpendicularis super $t d$. Quare [per 11 ax.] $k f$ producta concurret cum $t q$: sit concursus s : & lineæ $t s$ ducta à puncto t ad punctum concursus, cuius lineæ pars est $t q$: erit æqualis lineæ ft : [quia anguli ad f sunt recti, & $ft r$, $ft s$ æquantur, latusq; $t f$ commune: æquabitur $r t$ ipsi $t s$ per 26 p 1] & ita $t q$ minor $t z$ [quia minor est ipsa $t r$, quæ pars est ipsius $t z$.] Quare [per 8 p 5] maior est proportio $n t$ ad $t q$, quam $n t$ ad $t z$. Igitur maior est proportio $l n$ ad $m q$, quam $l n$ ad $n z$. Quare [per 10 p 5] $m q$ minor est $n z$. Secetur igitur ex $n z$ æqualis ei [per 3 p 1] quæ sit $n x$. Quoniam [per 22 p 3] angulus $l n d$ cum angulo $l m d$ ualet duos rectos: erit [per 13 p 1. 3 ax] angulus $l n d$ æqualis $q m d$: & $x n$, $n d$, æqualia $q m$, $m d$. Igitur [per 4 p 1] $q d$ æqualis $x d$. Sed $z d$ maior $x d$: quoniam angulus $l n d$ cum angulo $l m d$ ualet duos rectos: [per 22 p 3] sed angulus $l m d$ acutus: cum angulus $e m d$ sit acutus [per 16 p. 12 d 1.] Igitur angulus $l n d$ maior est recto: igitur $z d$ maior $x d$ [quia enim angulus $l n d$ est obtusus: erit per 32 p 1 $n x d$ acutus, & per 13. 22 p 1 $x d$ obtusus, $x z d$ acutus: quare per 19 p 1 $z d$ maior est $x d$.] Quare $z d$ maior $q d$. Igitur q reflectitur ad z à duobus punctis t, l : & q & z sunt inæqualis longitudinis à centro, & in diuersis diametris. Et quod non sint in eadem diametro, palàm: quoniam angulus $x d n$ æqualis est angulo $q d m$: addito ergo communi angulo $x d m$, erit angulus $n d m$ æqualis angulo $x d q$: & minor duobus rectis. Quare magis angulus $z d q$ [pars anguli $x d q$] minor duobus rectis. Quare q & z non sunt in eadem diametro, sed in diuersis.

82. Si duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici caui) à centro inæqualiter distantia, à duobus punctis peripheriæ comprehensa inter semidiametros, in quibus ipsa sunt, inter se mutuò reflectantur: à nullo alio eiusdem peripheriæ puncto reflecti possunt. 36 p 8.

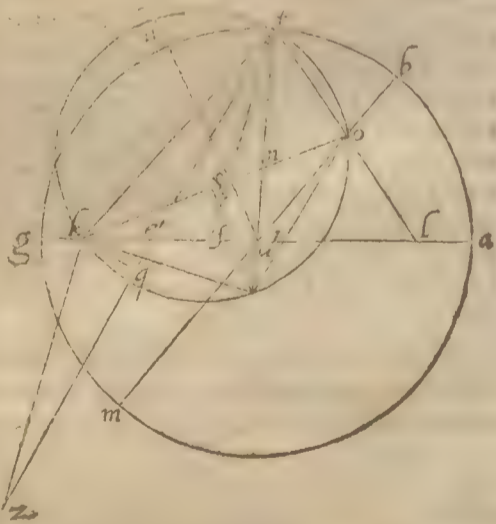
Amplius: sumptis duobus punctis, quæ sint o, k , & inæqualiter distantibus à cetro: reflectetur quidè unum ad aliud à duob. punctis arcus, respiciētis semidiametros, in quib. sunt: sed nō ab alio puncto illius arcus, quàm ab illis duob. Verbi gratia: d sit cetrus: k remotius à d quàm o à d : g, b, d semidiametri: t punctū unū reflexionis. Palàm ex superioribus, quod uterq; angulus constans ex angulo incidētis & reflexionis, nō erit minor angulo $o d a$: [p 80 n] nec equalis [per 79 n] alter ergo erit maior. Sit angulus constans ex angulo incidētis & reflexionis, qui est sup t , maior angulo $o d a$: & ducatur lineæ $o t, d t, k t$: & ex angulo illo secetur angulus æqualis angulo $o d a$: [p 23 p 1] qui sit $o t f$: & diuidatur angulus $ft k$ per æqualia per lineā $t e$ [per 9 p 1] & à puncto k ducatur æquidistās $t f$: [per 31 p 1] quæ quidè concurret cū $t e$: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurret in puncto z : & ducatur lineæ $o k$: & diuidatur angulus $o d k$ per æqualia, per lineā $d u$, secantē lineā $o k$ in puncto p : & est $k d$ maior $o d$ [ex thesi.] Cū igitur [per 3 p 6] sit proportio $k d$ ad $d o$, sicut $k p$ ad $p o$: erit $k p$ maior $p o$. Itē lineæ $d t$ secet lineā $o k$ in puncto n . Dico, quod p cadit inter n & k , nō inter n & o , quod sic patebit. Angulus $k p d$ ualet duos angulos $p d o, p o d$: & angulus $o p d$ ualet duos angulos $p k d$ & $p d k$ [per 32 p 1.] Sed angulus $p d o$ æqualis est angulo $p d k$: [per fabricationem] & [per thesim & 18 p 1] angulus $k o d$ maior angulo $o k d$: igitur angulus $k p d$ maior angulo $o p d$: igitur [p 13 p 1] angulus $k p d$ maior recto: & angulus $k n d$ acutus: quod sic constabit: si fiat circulus per tria puncta o, t, k : [per 5 p 4] transibit infra d . Quoniam si transeat per d : cū angulus $o t k$ sit maior angulo $o d a$: [p thesim] erūt duo anguli $o t k, o d k$ maiores duobus rectis [cōtra 22 p 3.] Si transeat supra d : eadē est demonstratio. Et lineæ $n d$ diuidet arcū illius circuli, qui est $o k$, per æqualia infra d . [Quia cum t sit reflexionis punctū ex thesi: æquābuntur anguli $k t d, d t o$ per 12 n 4, & peripheriæ illis subtensæ per 26 p 3.] Si autē à puncto diuisionis ducatur lineæ ad mediū punctū lineæ $o k$: quæ est chorda illius arcus: erit lineæ illa perpendicularis super $o k$: [recte enim lineæ à puncto medio peripheriæ $k o$, ductæ ad puncta k & o , æquantur per 29 p 3: & recta, quæ ab eodem puncto connectit in medium rectæ $k o$, æquatur sibi ipsi. Quare per 8 p. 10 d 1 ipsa perpendicularis est ad $k o$] & cadet inter p & k : cū $p k$ sit maior $p o$: [ex cōcluso] & angulus super n à parte illius perpendicularis & ex parte p erit acutus: [per 32 p 1] & angulus super p ex parte o est acutus [per 13 p 1: ostensum enim est angulum $k p d$ esse obtusum.] Si ergo p cadit inter n & o : impossibile erit perpendicularē illam cadere inter n & p : quia secaret $d p$, & fieret triangulū, cuius unus angulus rectus, alius obtusus [cōtra 32 p 1.] Cadet ergo inter n & k : & erit angulus n ex parte perpendicularis acutus: igitur ex parte o obtusus [per 13 p 1:] ergo p nō cadit inter n & o : quia ita erit triangulū, cuius duo anguli obtusi [est enim angulus $k p d$ obtusus conclusus.] Palàm, quod angulus $k t d$ est medietas anguli $k t o$: [per thesim & 12 n 4: quia t est punctū reflexionis: & $d t$ perpendicularis est plano speculū in puncto t tangenti per 25 n 4] sed $k t e$ est medietas anguli $k t f$ [per fabricationem.] Restat $e t d$ medietas anguli $f t o$: sed $f t o$ æqualis



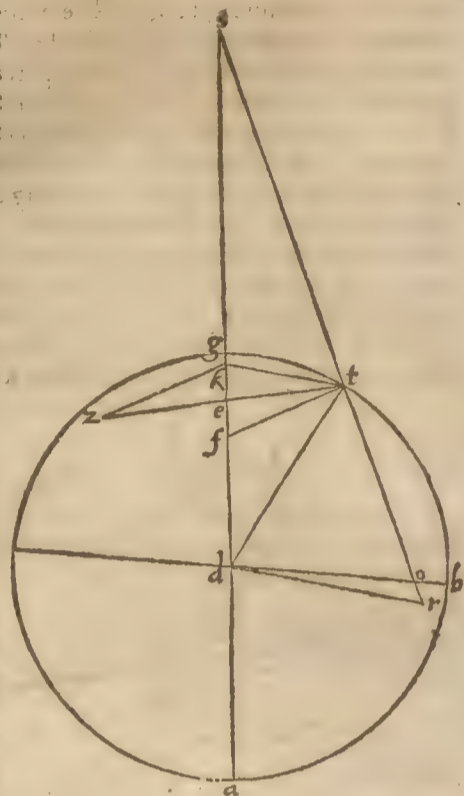
æqualis est angulo o d a [per fabricationem:] igitur e t d medietas anguli o d a: sed angulus o d a cū angulo o d f ualet duos rectos [per 13 p 1] & [per 32 p 1] tres anguli trianguli e t d duos rectos: ablatō e d t cōmuni: restat angulus t e d æqualis medietati anguli o d a, & angulo o d n [nam post subductionem communis anguli t e d, relinquūtur anguli d t e, t e d æquales angulis o d t, o d a: sed d t e æquatur dimidiato angulo o d a, ut patuit: reliquus igitur t e d æquatur dimidiato angulo o d a & angulo o d n simul utriq;.] Sed angulus o d p cū medietate anguli o d a est rectus: [q̄a enim anguli o d k, o d a æquātur duobus rectis per 13 p 1: & angulus o d u est dimidius anguli o d k per fabricationē: duo igitur dimidiati anguli duorū rectorū æquātur uni recto] igitur angulus t e d est acutus: [quā enim angulus o d p cum dimidiato angulo o d a æquatur uni recto ex conclusio: & maior est angulo o d n: quia, ut patuit, n cadit inter p & o: ergo angulus t e d æqualis angulo o d n, & dimidiato o d a, erit minor recto: idēq; acutus.] quare ei contrapositus est acutus [per 15 p 1] Igitur si à puncto k ducatur perpendicularis ad t z: [per 12 p 1] cadet inter e & z. Si enim supra e ceciderit, cum angulus t e k sit obtusus: [per 13 p 1: acutus enim conclusus est t e d] acciderit triangulū habere duos angulos rectum & obtusum [contra 32 p 1.] Sit ergo perpendicularis k q. Dico, quōd k t se habet ad t f, sicut k d ad d o, t o enim aut est æquidistans k d: aut concurrit cum ea. Sit æquidistans: erit ergo [per 29



p 1] angulus o d a æqualis angulo t o d: & itā t o d æqualis angulo o t f [æquatus enim est o t f ipsi o d a.] Et o d, t f aut sunt æquidistantes: aut cōcurrunt. Si æquidistantes, cū cadant inter æquidistantes [k d, t o] erūt [per 34 p 1] æquales. Si uerō cōcurrunt: faciēt triangulū, cuius latera æqualia [per 6 p 1] quia respiciunt æquales angulos: [t o, & d o t] & f d secat illa latera æquidistanter basi. Erit ergo [per 2 p 6. 18 p 5] proportio unius laterum ad d o, sicut alterius ad f t: & ita t f æqualis d o [per 9 p 5.] Et hoc dico, si lineæ illæ concurrant sub k d. Et si cōcurrant sub t o: eadem erit probatio: quia fiet triangulum, cuius unū latus est t o, & alia duo latera æqualia: [per 6 p 1] & erit [per 2 p 6. 18 p 5] proportio unius laterum ad d o, sicut alterius ad t f: & ita [per 9 p 5] t f æqualis d o. Item angulus t d k est æqualis angulo d t o [per 29 p 1] quia d t inter æquidistantes: [ex thesi: nempe k d, t o] igitur est æqualis angulo d t k: [qui ex thesi & 12 n 4 æquatur angulo d t o] quare [per 6 p 1] d k æqualis est t k. Igitur [per 7 p 5] proportio t k ad t f, sicut k d ad d o. Si uerō t o concurrat cum k d: concurrat ex parte a in puncto l. Scimus [è demonstratis à Theone ad 5 d 6] quōd proportio k t ad t f compacta est ex proportione k t ad t l, & t l ad t f: sed [per 3 p 6] k t ad t l est, sicut k d ad d l: quoniam d t dividit angulum k t o per æqualia: & proportio t l ad t f, sicut d l ad d o: quoniā angulus o d l est æqualis angulo l t f [per fabricationem] & angulus super l communis: [triangulis l t f, o d l] erit partiale triangulum simile totali [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio k t ad t f cōstat ex proportione k d ad d l, & proportione d l ad d o: sed proportio k d ad d o constat ex iisdem [assumpta d l media inter k d & d o.] Quare proportio k t ad t f, sicut k d ad d o. Si uerō t o concurrat cum k d ex parte g: sit concursus s. Et à puncto d ducatur æquidistans lineæ k t: [per 31 p 1] quæ sit d r, cōcurrans cum t o in puncto r: igitur [per 29 p 1] angulus k t d est æqualis angulo t d r: sed idē est æqualis angulo d t o [per thesin & 12 n 4.] Quare [per 6 p 1] d r est æqualis t r. Sed quia triangulū s t k simile est triangulo s r d: [per 29. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] erit proportio d r ad s r, sicut k t ad t s: & ita r t ad r s, sicut k t ad t s: [per 7 p 5: æqualis enim cōclusa est t r ipsi d r] sed r t ad r s, sicut

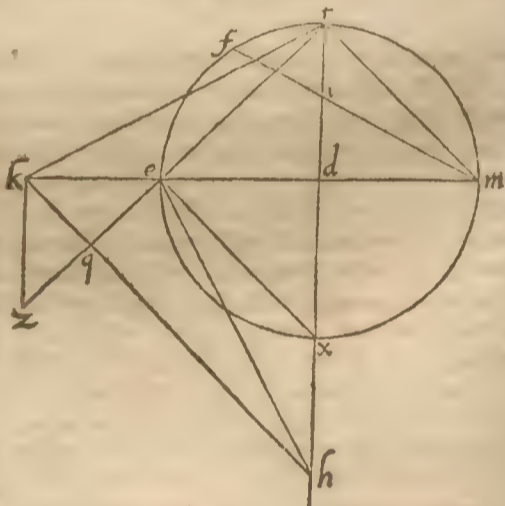


sicut dk ad ds [est enim per 2 p 6, ut st ad tr , sic sk ad kd : & per 18 p 5, ut sr ad rt , sic s ad d k , & per confectarium 4 p 5, ut rt ad rs , sic d ad ds .] Igitur [per 11 p 5] kt ad ts , sicut dk ad ds . Sed quoniam angulus fto æqualis est angulo oda : [per fabricationem] erit [per 13 p 1] angulus ods æqualis angulo fts [& angulus ads æquatur sibi ipsi: itaque per 32 p 1 triangula stf , ds sunt æquiangula.] Igitur [p 4 p 6] st ad tf , sicut ds ad do : & est kt ad ts , sicut dk ad ds : & ts ad tf , sicut ds ad do : quare [p 22 p 5] kt ad tf , sicut kd ad do . Quod est propositum. Sed quoniam kz æquidistat tf : [per fabricationem] erit [per 29 p 1] angulus kze æqualis angulo etf : & ita triangulum kze simile triangulo etf . [Nam anguli ade æquatur per 15 p 1: itaque per 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triangula kze , etf sunt similia.] Quare proportio ke ad ef , sicut kz ad tf : sed [per 3 p 6] ke ad ef , sicut kt ad tf , propter angulum super t diuisum per æqualia. Igitur [p 9 p 5] kz æqualis est kt . Verum quoniam kq est perpendicularis super ez : [per fabricationem] erunt omnes eius anguli recti: sed angulus etd est acutus: quoniam est medietas anguli [fto , ut patuit.] Igitur kq concurret cum td [p 11 ax.]. Sit concursus h : & ducatur linea eh : & [per 31 p 1] à puncto e ducatur æquidistans hk , producta usque ad dh : quæ sit ex : & mutetur figura propter intricacionem linearum: & [per 5 p 4] fiat circulus, transiens per tria puncta x , t , e : & producat kd usque in circulum, cadens in punctum m : & educatur mt : erit [per 27 p 3] angulus tme æqualis angulo txe : quia cadunt in eundem arcum: [etf] & [p 29 p 1] angulus txe æqualis angulo thk : erit tme æqualis angulo thk . Secetur ab angulo tme , æqualis angulo dhe : [id uero fieri potest: quia angulus thk maior est angulo dhe per 9 ax: itaque tme eodem maior est] q sit fm : & punctum, in quo fm secat tx , sit i . Palam quod triangulum im simile est triangulo dhe [quia enim angulus fm d æquatur est angulo dhe , & anguli ad d æquatur per 15 p 1: ergo per 32 p 1 triangula sunt æquiangula, & p 4 p. 1 d 6 similia.] Quare proportio hd ad dm , sicut eh ad im . Et similiter triangulum tmd simile triangulo thk : [Nam angulus tmd æqualis conclusus est angulo thk : & anguli ad d æquatur per 15 p 1. Quare ut prius triangula sunt similia] & proportio kd ad dt , sicut hd ad dm : & ita [p 11 p 5] kd ad dt , sicut eh ad im . Sed proportio kd ad dt nota: quoniam semper una & eadem permanet, quocumque punctum reflexionis sit t in arcu bg : quia semper linea td est una: [quia est semidiameter circuli, qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi] & kd similiter [quia est distantia puncti reflexi à centro speculi.] Linea etiam eh unam in quacunque reflexione permanet, & non mutatur eius quantitas [quia angulus oda idem semper permanet: eiusque dimidius est angulus etd : quia, ut patuit, dimidius est anguli fto , æquati angulo oda .] Quare linea im semper erit una: quare punctum f notum & determinatum [quia per lineam im longitudine semper eandem, continuatam in peripheriam ostenditur.] Si ergo à tribus punctis arcus bg fieri posset reflexio: esset ducere à puncto f ad circulum x t tres lineas æquales: quarum cuiuslibet pars interior ad diametrum tx & circumferentiam circuli esset æqualis lineæ im : quia semper erit proportio kd ad dt , sicut eh ad quamlibet illarum. Et patet ex superioribus [34 n] quod non, nisi duæ æquales possunt. Quare à duobus tantum punctis fiet reflexio. Quod est propositum.

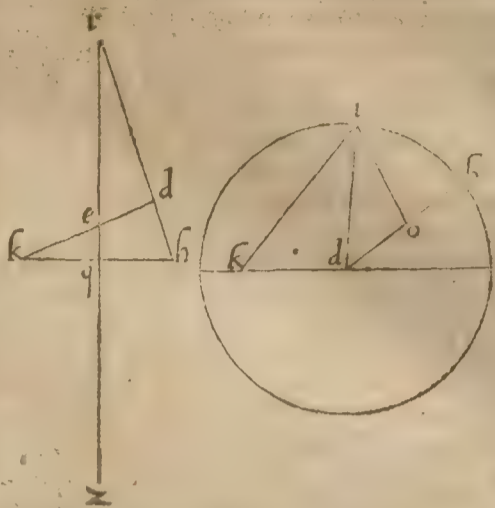


83. *Datis duobus punctis in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi spherici caui) à centro inæqualiter distantibus: inuenire in peripheria comprehensa inter semidiametros, in quibus ipsa sunt, duo reflexionis puncta.* 37 p 8.

Amplius: datis duobus punctis k , o in diuersis diametris, inæqualiter distantibus à centro: est inuenire punctum reflexionis. Verbi gratia: sumatur linea zt : & [per 10 p 6] diuidatur in puncto e , ut sit proportio ze ad et , sicut kd ad do [in primo diagrammate præcedentis numeri.] Quoniam kd maior do [ex thesi præcedentis numeri] erit ze maior et : diuidatur zt per æqualia in puncto q : [per 10 p 1] & à puncto q ducatur perpendicularis super zt : [per 11 p 1] & fiat angulus

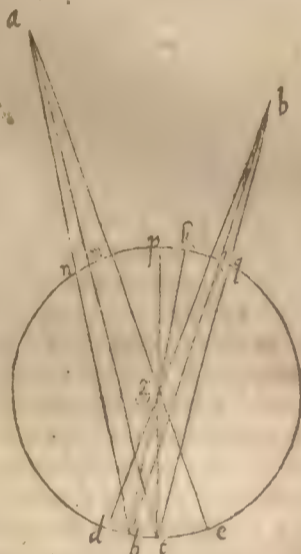


angulus e t d æqualis medietati anguli o d a: erit quidem acutus: [quia æquatur angulo rectilineo dimidiato, ut ostensum est 36 n] igitur t d concurreret cum perpendiculari [per 11 ax.] Sit concursus in puncto h: & [per 38 n] ducatur linea d e k, ut sit proportio k d ad d t, sicut k d ad semidiametrum sphaeræ [erit igitur semidiameter sphaeræ æqualis d t per 9 p 5.] Et angulo, quem habemus k d t fiat [per 23 p 1] in speculo angulus æqualis, scilicet k d t. Dico, quod t est punctum reflexionis. Et si prædictam probationem replicaueris, manifestè uidebis.



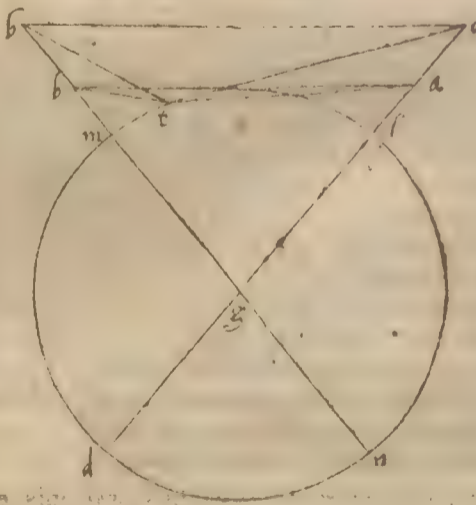
84. Si duo puncta extra circulum (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici caui) uel alterum intra; reliquum extra, in diuersis diametris, à centro inaequaliter distantia, reflectantur à peripheria comprehensa inter semidiametros, extra quas ipsa sunt: ab uno puncto tantum reflectentur. 38 p 8.

Amplius: sumptis duobus punctis in diuersis diametris, quæ puncta inæqualis sint longitudo à centro: si fuerint extra circulum, & reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi diametris: non reflectentur ab alio eiusdem arcus. Verbi gratia: sint a, b puncta in diuersis diametris, extra circulum: g centrum: t punctum reflexionis: & ducantur b t, a t, t g: b t secabit arcum circuli: sit punctum sectionis q: a t secabit similiter arcum circuli: sit punctum sectionis m. Quoniam angulus b t g æqualis est angulo a t g: [per 12 n 4: quia t est reflexionis punctum ex thesi] cadent in arcus circuli æquales: [per 26 p 3] quod patet producta semidiametro t g in p. Erit ergo arcus q p æqualis arcui m p. Si igitur b reflectitur ab alio puncto: sit illud h: & ducantur lineæ b h, a h, g h. Secet b h circulum in puncto l: a h in puncto n: & producat h g in k. Secundum igitur prædictam probationem erit l k æqualis n k: sed iam habemus, quod q p æqualis p m: quod est impossibile [& contra 9 ax.] Restat ut b non reflectatur ad a, à puncto h; uel ab alio puncto arcus oppositi diametris, præterquam à t. Similiter si fuerit alterum punctorum in circulo, alterum extra: ab uno tantum puncto arcus poterit reflecti ad aliud.



85. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici caui) à centro inaequaliter distantia, tangat peripheriam dicti circuli, uel sit extra ipsam: ab uno tantum puncto reflexio fiet. 39 p 8.

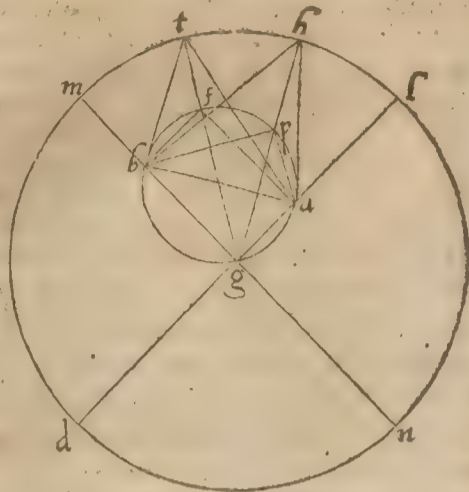
Amplius: si linea ducta ab uno duorum punctorum, cõtingat circulum, aut tota sit extra: sumpto quocumque puncto in arcu opposito diametris: [in quibus sunt data puncta] altera linearum à punctorum duorum altero, ad illud punctum ducta, tota erit extra circulum: & sic neutrum punctorum ad aliud reflectetur ab aliquo puncto illius arcus: [m l] & ab uno solo puncto speculi [in peripheria d n sumpto per 73 & præcedentem numeros.]



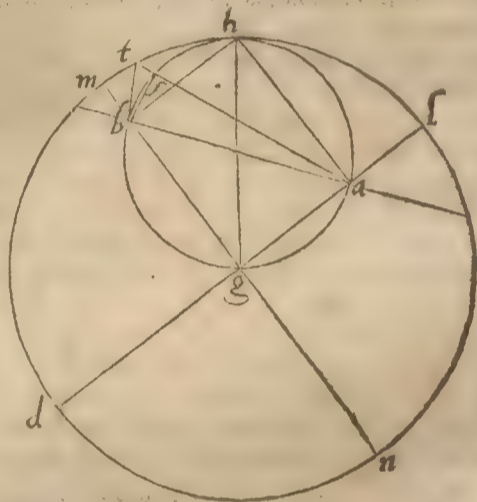
86. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphaerici caui) à centro inaequaliter distantia, continuata eundem secet: possunt dicta puncta ab uno, duobus, tribus, aut quatuor punctis speculi inter se reflecti. 40 p 8.

Si uero linea ducta ab uno puncto ad aliud, secet circulum: fiat circulus p centrũ speculi & illa duo puncta [p 5 p 4.] circulus ille aut totus erit intra circulum: aut cõtinget ipsum intrinsecus: aut secabit. Sit totus intra: & ducatur duæ lineæ à duob. punctis ad aliquod punctum arcus oppositi: angulus quem

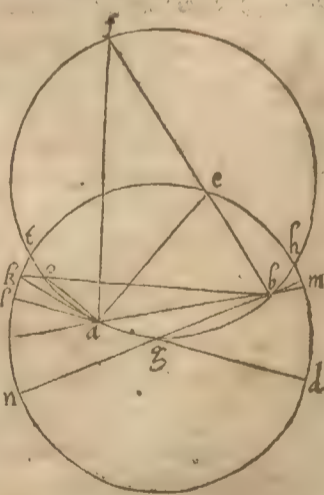
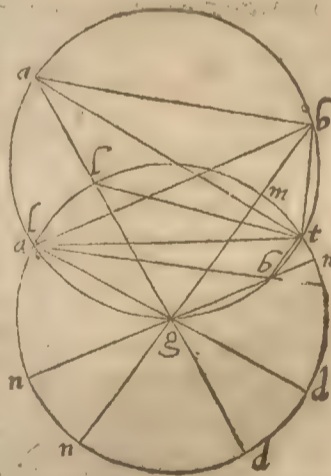
quem facient [qui sit a t b] erit minor angulo [b g d] quem una diameter facit cum alia, ex parte cē-
 tri: [Nam si à puncto f, in quo g t secat peripheriam
 circuli a b g, ducantur rectæ fa, fb: æquabuntur angu-
 li ad f & g duobus rectis per 22 p 3: quibus etiam æ-
 quantur anguli ad g deinceps per 13 p 1: quare per 3
 ax. b g d æquatur a f b: qui per 21 p 1 maior est angulo
 a t b. Angulus igitur a t b minor est angulo b g d.] Et
 quilibet angulus sic factus super arcum oppositum
 [m] minor erit illo angulo. Quoniam angulus fa-
 ctus in interiore circulo, per lineas à punctis ad ar-
 cum eius interiorem ductas, erit æqualis illi an-
 gulo: quoniam cum angulo diametrorum super cen-
 trū ualet duos angulos rectos [per 22 p 3.] Sed [per
 21 p 1] angulus arcus minoris circuli [angulus nempe
 in ipsius peripheria] maior est angulo arcus specu-
 li [eo nempe, qui fit in peripheria circuli: qui est
 communis sectio superficieum, reflexionis & spe-
 culi.] Igitur in arcu speculi nō fiet reflexio, nisi ab u-
 no puncto: cum iam dictum sit [80 n] quod non est
 possibile reflexionem à duobus punctis fieri, ut sit uterque angulus, constans ex angulo incidentiæ
 & reflexionis, minor angulo diametrorum ex alia parte centri. Si uerò circulus ille contingat intra



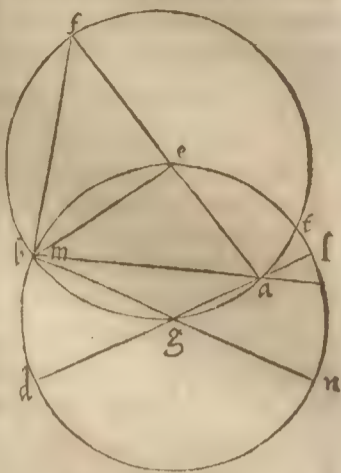
secus circulum speculi: angulus factus à lineis, ab il-
 lis punctis ad punctum contactus ductis, erit æqua-
 lis angulo diametrorum ex alia parte centri [angu-
 li enim ad h & g æquantur duobus rectis per 22 p 3:
 quibus etiam æquantur anguli ad g deinceps per 13
 p 1: angulus igitur a h d æquatur angulo b g d per 3
 ax.] Quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio
 [per 79 n.] Et angulus factus super quocunq;
 punctum aliud maioris circuli, erit minor illo [ut si
 angulus fiat super punctum t: erit a f b maior a t b per
 21 p 1: sed a f b æquatur a h b per 21 p 3: quare a h b ma-
 ior est a t b: eodemq; modo de quocunq; angulo de-
 monstrabitur.] Quare à duobus punctis arcus non
 fiet reflexio secundum prædicta [80 n.] Si uerò cir-
 culus interior secet circulum speculi: duo puncta
 [peripheria enim peripheriam in duobus punctis
 tantum secat per 10 p 3] aut erunt extra circulū: aut
 intra: aut unum intra, aliud extra: aut unum in cir-
 cumferentia, aliud extra, uel intra. Si fuerint extra: circulus secans, non secabit arcum circuli specu-
 li, interiorem diametros. Et iam probatum est in præcedente figura [præcedentis numeri] quod
 hæc puncta ab uno solo puncto arcus



interiacentis diametros poterunt re-
 flecti [quod est punctum peripheriæ
 inter semidiametros, extra quas sunt
 reflexa puncta, ut patuit præcedēte nu-
 mero.] Si uerò unum fuerit in circū-
 ferentia, aliud extra: circulus secans
 secabit arcum circuli speculi, diame-
 tros interiacentem in unico puncto.
 Et quilibet angulus factus super arcū
 illum: erit maior angulo diametrorū
 ex alia parte centri: & sic [per 80 n] ab
 uno puncto, uel à duobus potest fieri
 reflexio. Si uerò duo pūcta fuerint in-
 tra: secabit circulus interior arcū in-
 teriacentem in duobus punctis: & re-
 stabunt ex eo duo arcus ex diuersis
 partibus. Et omnes anguli facti super
 arcum, interiacentem duo puncta sectionis, erunt maiores angulo diametrorum ex alia parte cen-
 tri: [ut patet in angulo a e b per 22 p 3, 13, 21 p 1.] Et ab hoc arcu posset fieri reflexio forsitan ab u-
 no puncto tantum: forsitan à duobus [per 80 n.] Et si à duobus arcubus fiat reflexio, qui restant
 ex arcu totali, & ex diuersis partibus: omnes anguli erunt minores angulo diametrorum: [per
 22 p 3, 13, 21 p 1] & tantum ab uno eorum puncto fiet reflexio [per 80 n.] Et in hoc situ poterit
 fieri



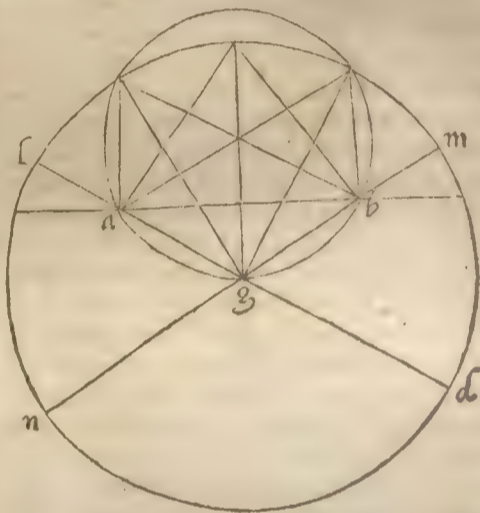
fieri reflexio à duobus punctis arcus interiacentis diametros, aut à tribus. Palàm etiam [per 73. 75 n] quòd ab uno tantùm puncto arcus oppositi [n d] fiet reflexio. Et ita in hoc situ, aliquando à tribus, aliquando à quatuor punctis fiet reflexio. Si uerò unum punctorum fuerit intra circulũ, aliud in circumferentia, uel extra: secabit circulus arcum interiacentem in unico puncto: & restabit unus arcus tantùm. Et omnes anguli facti in parte illius arcus, inclusa à secante circulo: erũt maiores angulo diametrorũ [per 22 p 3. 23. 21 p 1.] Et poterit fieri reflexio à duobus punctis illius partis, uel ab uno [per 80 n.] Omnes uerò anguli alterius partis interiacentis [quæ est t l] erunt minores angulo diametrorum [ut ostensum est.] Et ab uno tantùm puncto illius partis fiet reflexio [per 80 n.] Et ita, cũ ab uno puncto arcus oppositi [n d] semper fiat reflexio in hoc situ: [per 73. 75 n] aliquando à tribus, aliquando à quatuor: & nõ à pluribus poterit esse reflexio. Palàm ergo, quòd puncta inæqualis longitudinis à centro, aliquando ab uno puncto tantùm: aliquando à duobus: aliquando à tribus: aliquando à quatuor: nunquam à pluribus reflectuntur.



87. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici caui) à centro æqualiter distantia, cõtinuata eundẽ secet: possunt dicta puncta ab uno, duobus uel quatuor punctis speculi inter se reflecti: nunquam uerò à tribus tantùm. 41 p 8.

Cum autem puncta eiusdẽ longitudinis fuerint: poterit fieri reflexio aut ab uno tantùm puncto: [ut ostensum est 70 n] aut à duobus: [ut 71 n] aut à quatuor: [ut 72 n] nunquam uerò à tribus. [Quia si reflexio fiat à tribus punctis, fiet etiam à quatuor. Nam cum è tribus istis

reflexionum punctis duo in eandẽ peripheriam cadant, ut in præcedentibus numeris patuit: periphæria igitur inter duo illa reflexionũ puncta interiecta, per 30 p 3 bifariam secta, ductisq; rectis à centro, & datis punctis, in diuersis diametris æqualiter à centro distantibus, ad sectionis punctum: erunt anguli ad ipsum facti æquales per 27 p 3. 4 p 1. Quare ipsum est reflexionis punctum per 12 n 4: atqui in periphæria priori i m opposita, scilicet n d, est etiam unũ reflexionis punctũ per 73. 75 n. A quatuor igitur punctis, nõ à tribus tantùm fit reflexio.] Vbi ab uno puncto fit reflexio, una apparet imago: ibi à duobus, duæ: ubi à tribus, tres: ibi à quatuor, quatuor. Si uerò punctum uisum & cẽtrum uisus fuerint in eadem diametro: fiet reflexio à circulo toto: & locus imaginis erit cẽtrum uisus [ut ostensum est 65 n.] Verũm si cẽtrum uisus fuerit in centro speculi: nihil uidet [præter se ipsum, ut patuit 44 n 4. 62 n.] Si uerò punctum uisum fuerit in centro speculi: non uidebitur:



quoniam forma eius accedet ad speculum super perpendicularem, nec reflecti poterit, nisi super perpendicularem [per 11 n 4.] Cum autem cẽtrum uisus & punctum uisum fuerint in diuersis lineis extra cẽtrum: lineæ illæ ad cẽtrum productæ, secabunt in diuersis partibus ex circulo spheræ duos arcus: ab uno puncto unius tantùm fiet reflexio: ab alio forsitan à quatuor. Quòd si cẽtrum spheræ fuerit ex una parte: cẽtrum uisus & punctum uisum ex unã: arcus, quem secant diametri, propter oppositionem capitis abscondetur. Vnde tunc à tribus tantùm punctis fiet reflexio. Et si dirigatur in hoc situ uisus ad arcum unius reflexionis tantùm: abscondetur alius trium reflexionũ, & unica apparebit imago. Item: Si integrum fuerit speculum: nõ erit ibi perceptio: oportet igitur, ut in eo sit abscissio. Et accidet nonnunquam arcum interiacentem diametros abscissum esse: & tunc nihil in eo uideri. Quare rarò eueniet quatuor imagines in hoc speculo comprehendi. Vnde si quis hanc pluralitatem imaginum uoluerit uidere: disponat uisum intra speculum circa ipsum, ut modi cam partem eius abscondat mole capitis, & totam speculi superficiem uisu discurrat.

88. In speculo spherico cauo imago eiusdem uisibilis utroq; uisu aliàs una, aliàs gemina uideatur. 59 p 8.

Cum autem aliquid in hoc speculo percipietur duplici uisu: si linea reflexionis fuerit æquidistans perpendiculari: [incidentiæ] erit locus imaginis punctum reflexionis [per 60 n.] Et cum distant à se puncta reflexionis respectu duorum uisuum: apparebũt duobus uisibus duæ imagines eiusdem puncti: & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uerò linea reflexionis non sit æquidistans perpendiculari: [incidentiæ] & punctum uisum tantùm distet ab

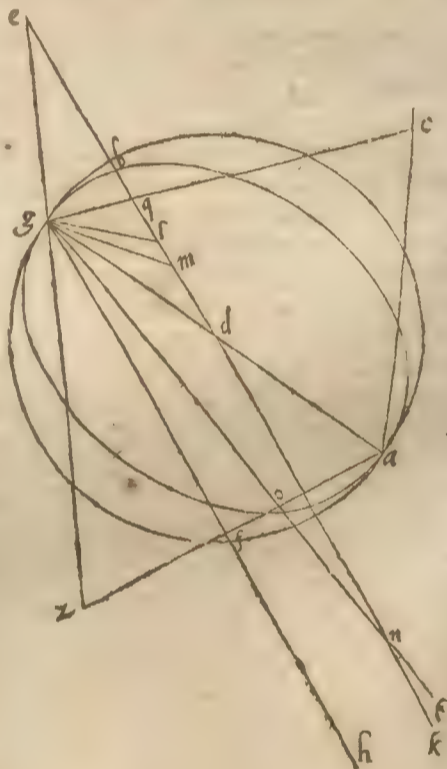
uno uisu, quantum ab alio, uel modica sit differentia: erit locus imaginis respectu utriusque uisus idem, aut diuersus, sed modicum distans. Vnde aut una apparebit imago, aut ferè una: sicut probatum est in speculis sphaericis exterioribus.

89. *Communis sectio superficieum, reflexionis & speculi cylindracei caui aliàs est latus cylindri: aliàs circulus: aliàs ellipsis.* 1 p 9.

IN speculis columnaribus concavis aliquando linea communis est linea recta: cum superficie reflexionis transit per axem: [per 21 d 11] aliquando linea communis erit circulus, cum superficie illa est æquidistans basibus: [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] aliquando linea communis est sectio columnaris. Quando fuerit linea recta: erit locus imaginis & modus reflexionis, sicut in speculis planis. Quando fuerit circulus: erit idem modus, qui in sphaericis concavis.

90. *Si communis sectio superficieum, reflexionis & speculi cylindracei caui fuerit ellipsis: imago uidebitur, aliàs ultra speculum: aliàs in superficie: aliàs citra uisum: aliàs in uisu: aliàs inter uisum & speculum.* 10 p 9.

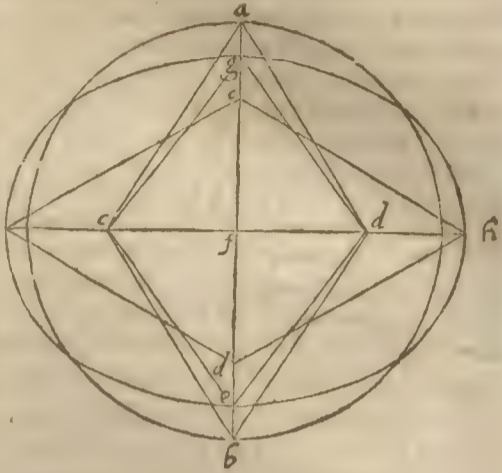
Cum uerò linea communis fuerit columnaris sectio: aut erit locus imaginis ultra speculum: aut citra uisum: aut in centro uisus: aut inter speculum & uisum: aut in ipso speculo: quod sic patebit. Sit a b g sectio: ducatur perpendicularis in hac sectione: [super planum tangens speculum in reflexionis puncto] quæ sit d g: quam secundum prædicta patet esse diametrum circuli. [Quia enim planum tangens cylindrum, tangit in latere per 26 n 4: ergo per 3 d 11 linea recta, perpendicularis plano tangenti, erit perpendicularis lateri, quod est parallelum axi per 21 d 11. Quare per 29 p 1 perpendicularis plano tangenti, perpendicularis est axi. Planum uerò basi parallelum & per dictam perpendicularem ductum est circulus, cætrum habens in axe per 5 th Sereni de sectione cylindri. Recta igitur linea perpendicularis plano, cylindrum in reflexionis puncto tangenti, est diameter circuli per reflexionis punctum ducti] & unicam posse esse: cum ab alio puncto sectionis nõ possit duci perpendicularis super superficiem contingentem. [Nam cum communis sectio circuli & ellipsis per reflexionis punctum se secantium, sit perpendicularis, tum ad planum in eodem reflexionis puncto cylindrum tangens, tum ad axem, ut iam patuit: rectæ igitur lineæ ab alijs sectionis punctis ad axem ductæ, ad ipsum obliquæ erunt: secus per 4 p 11 axis esset perpendicularis plano ellipsis: contra 9 th Sereni de sectione cylindri.] Sumatur aliud punctum, & sit b: & ducatur ab eo in sectione linea perpendicularis super lineam, contingentem sectionem in puncto b: quæ quidem linea secundum prædicta necessariò concurret cum perpendiculari g d. Concurrat in puncto d: & sumptum sit b circa punctum g, ut angulus b d g sit acutus. Deinde [per 31 p 1] à puncto g ducatur in sectione linea æquidistans b d: quæ sit g h: quæ quidem cadet intra columnarem sectionem: quia angulus h g d erit acutus, cum sit æqualis g d b: [per 29 p 1] & à puncto g inter d & h ducatur linea: quæ necessariò concurret cum b d: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto n: & inter n & g sumatur punctum quodcumque: quod sit o: ultra punctum n sumatur punctum t. Item à puncto g ducatur supra g h, alia linea g z, tamen intra sectionem: quæ necessariò concurret cū b d ex alia parte: [per lemma Procli ad 29 p 1] sit concursus e. Ducatur g q linea, ut angulus q g d sit æqualis z g d [per 23 p 1] & fiat angulus l g d æqualis angulo h g d: & angulus m g d æqualis angulo n g d. Palam, [per 12 n 4] quòd si fuerit uisus in puncto z: reflectetur punctum q ad ipsum, à puncto g: & punctum imaginis est e: [per 6 n] & si uisus fuerit in puncto h: reflectetur ad ipsum l à puncto g: & erit locus imaginis g: si uerò fuerit uisus in puncto o: reflectetur ad ipsum, punctum m: & locus imaginis erit n: si autem fuerit in n: erit locus imaginis puncti m in centro uisus, id est in n: si autem fuerit in t: erit locus imaginis tunc inter uisum & speculum: quia in n. Et ita patet propositum.



91. *Si uisus & uisibile fuerint in eadẽ recta linea, perpendiculari plano speculum cylindraceum cauum tangenti: aliàs ab uno: aliàs à duobus speculi punctis reflexio fiet: & imago uidebitur in centro uisus.* 11 p 9.

Hæc quidem iam dicta intelligenda sunt, cum punctum uisum nõ fuerit super perpendicularem cum ipso uisu. Tunc enim cum infinitæ superficies possint intelligi, quarum quælibet orthogonalis sit super superficiem, contingentem speculum [per 18 p 11: quia superficies illæ ducuntur per rectam plano speculum tangenti perpendicularem] & omnes secant se super illam perpen-

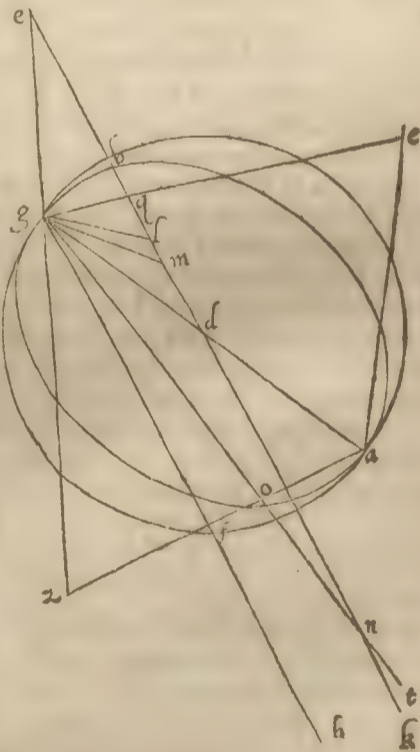
perpendicularem: quædam illarum superficiem efficit lineam cõmunem, lineam rectam: & non fiet reflexio, nisi super illam perpendicularem: [per 11 n 4] & locus imaginis erit centrum uisus: & non uidebitur punctum, nisi quod fuerit in superficie uisus [per 13 n.] Quædam autẽ illarũ superficiem efficit lineam communem, circulum: & tunc puncta, inter quæ & uisum fuerit centrum circuli: poterunt reflecti ad uisum, singula à duobus punctis circuli: cum à singulis ducantur lineæ facientes angulũ cum superficie contingente, quem per æqualia. diuidit perpendicularis ducta ad centrum. [Nam cum a b sit diameter circuli, & f g axis cylindri: erit per 3 d n e f perpendicularis f g: itaq; anguli ad f erunt recti: at ex thesi c e æquatur ipsi e d: & communis est e f: ergo per 4 p 1 trianguła d f e, c f e sunt æquiangula. Quare perpendicularis f e bifariam secatur angulum c e d: eodemq; modo ostendetur perpendicularem g f bifariam secare angulũ d g c.] Et hæc quidem dico de punctis, quæ sunt in illa perpendiculari: & loca imaginũ erunt in centro circuli: alia puncta illius perpendicularis nõ reflectentur ad uisum, præter punctum, quod est in superficie uisus: & illud per illam perpendicularem [per 11 n 4.] Cum autem fuerit linea cõmunis, sectio columnaris: non poterunt puncta perpendicularis reflecti ab aliquibus alijs punctis sectionis: cum forma accedens super perpendicularem, reflectatur super perpendicularem: & in sectione una sit perpendicularis [ut proximo numero ostensum est.] Quare per hanc solam perpendicularem fiet reflexio: & solũ punctum superficie uisus uidebitur: & locus imaginis erit centrum uisus.



92. Si uisus fuerit in centro circuli speculi cylindracei caui: reflectetur ab eiusdẽ circuli periphæria, simili periphæria circuli per centrũ uisus ducti: & imago uidebitur in cẽtro uisus. 12 p 9. Si uerò fuerit uisus in cẽtro circuli: reflectetur portio uisus, quam secant perpendiculares, ductæ à centrũ uisus ad circulum, [per centrũ uisus ductum] à portione simili circulo, [speculi] quam secant similiter eadẽm perpendiculares. Quia cum quælibet linea ducta à centrũ uisus ad circulum, sit perpendicularis: [super superficies uisus & speculi per 25 n 4: quia transit per centrũ uisus & speculi] fiet reflexio super perpendicularem: [per 11 n 4] & locus imaginis erit centrũ uisus: quod est centrum circuli.

93. Si communis sectio superficiem, reflexionis & speculi cylindracei caui fuerit e'liphsis: à pluribus punctis idem uisibile ad eundẽm uisum reflecti potest. 9 p 9.

Amplius: super punctum a fiat angulus acutus quoquo modo: qui sit fa g. Palàm, quòd cõcurreret fa cũ g z: [quia g z cadens intra ellipsin ex thesi 90 n efficit angulum z g d acutum: itaq; cũ anguli z g d, fa g duobus rectis sint minores: rectæ a f, g z concurrent ad partes z' per 11 a x] sit concursus in puncto z: & [per 23 p 1] fiat angulus c a g æqualis angulo fa g: concurrent equidẽ a c cum g q: [per 11 a x. Nam quia angulus q g d æquatur est angulo z g a acuto, ut patuit 90 n: & modo angulus c a g æquatur z a g: anguli q g d, c a g sunt minores duobus rectis] sit cõcursus in puncto c. Palàm [per 12 n 4] quòd c reflectetur ad z à puncto g: & ita reflectetur à puncto a ad z, & non ab alio puncto sectionis. Quia non poterit reflecti, nisi à termino perpendicularis: & una est in sectione illa perpendicularis [ut ostensum est 90 n] scilicet ga.



94. Si duo puncta sumantur in axe speculi cylindracei caui: possunt à tota circuli periphæria inter se mutuo reflecti: & imago uidebitur in periphæria circuli extra speculi superficiem descripti. 13 p 9.

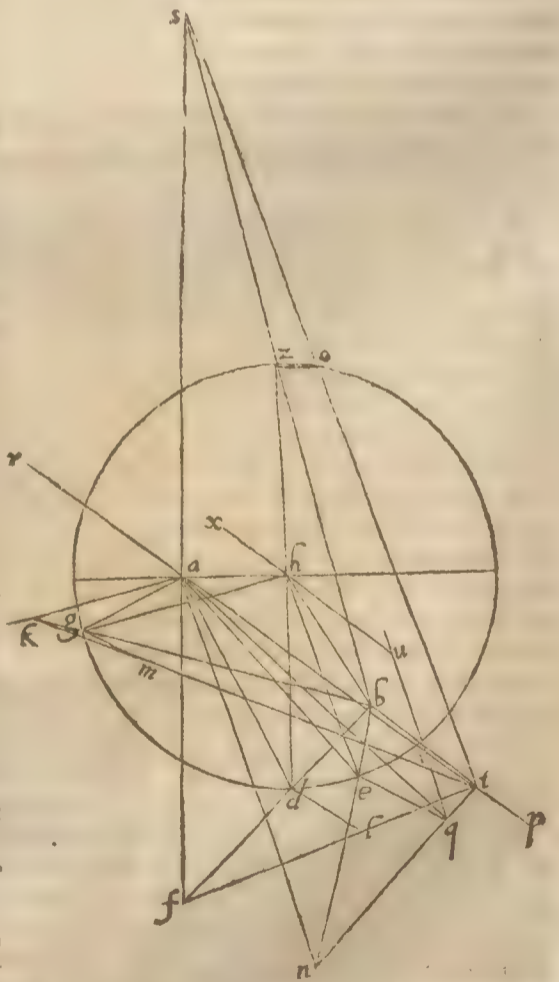
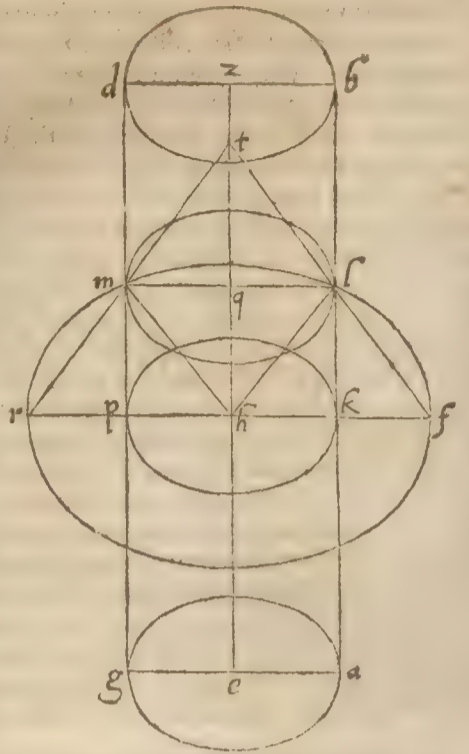
Amplius: sumptis duobus punctis in axe columnæ: poterit unum reflecti ad aliud ab uno circulo columnæ toto: & locus imaginis erit circulus quidam extra columnam. Verbi gratia: sit o z axis: t, h puncta sumpta in axe: a g, b d bases. Diuidatur t h per æqualia in puncto q [per 10 p 1] & fiat circulus, cuius q centrum: eius diameter l m: qui erit æquidistans basibus: [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] latera columnæ b l a, d m g. Fiat etiam circulus k p, cuius h centrum, p k diameter: & ducantur lineæ

q z t l, m,

t i, t m, h l, h m. Palam, quod quatuor angulorum super q quilibet est rectus [per 3 d n: quia axis per; perpendicularis est circulo l m per 21 d n] & t q æqualis q h [per fabricationem] & q l æqualis q m: [per 15 d 1] erunt illa triangula similia [per 4 p 1. 4 p. 1 d 6] & anguli t l q, q l h æquales: similiter anguli t m q, q m h æquales. Si ergo fuerit t centrum uisus: reflectetur quidem h ad punctum t à puncto l: & similiter à puncto m [per 12 n 4.] Si ergo moueatur triangulū t l h, immoto axe t h: describet punctum l circulū: & semper duo anguli t l q, q l h manebunt æquales: & semper in hoc motu reflectetur h ad t. Producat autem linea p h k, donec cōcurrat cum linea t l: [concurrat autē per lemma Procli ad 29 p 1: quia m l, c k sunt parallelæ per 29 p 1] & sit cōcursus f. Palam [per 7 n] quod ferit locus imaginis. Et motu trianguli t l h, mouebitur triangulum t f h: & hoc motu punctum f describet circulum extra columnam: & totus ille circulus erit locus imaginis. Et hoc est propositum. Idē erit probandi modus, sumptis quibuslibet duobus punctis in axe.

95. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindracei canis fuerit circulus, uel ellipsis: reflexio fiet aliās ab uno: aliās à duobus: aliās à tribus: aliās à quatuor speculi pūctis: totidemq; uidebuntur imagines. 14. 15 p 9.

Amplius: punctorum extra perpendicularē uisus sumptorum quædam unicam habent imaginem: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor: & non plures. Verbi gratia: sit a punctum uisus extra perpendicularē uisus: & fiat superficies transiens per a æquidistans basibus speculi: [ut est sum est 47 n] faciet quidem [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] circulum in columna. Sit centrum illius circuli h: & sumatur in superficie circuli aliud punctum, quod sit b: & ducatur diametri a h, b h. Palam ex eis, quæ dicta sunt in speculis sphericis concavis [86 n] quod ab uno puncto arcus, quæ intercipiunt hæ duæ diametri, potest a reflecti ad b: forsitan à duobus punctis, aut tribus, sed non à pluribus: ab arcu autem opposito, nō nisi ab uno puncto. Sit ergo, quod a reflectatur ad b à tribus punctis intercisi arcus: & sint puncta illa g, d, e: & ducatur lineæ a g, h g, b g, h d, b d, a d, a e, h e, b e: & à puncto a ducantur in eadē superficie tres lineæ æquidistantes tribus diametris h g, h d, h e: quæ sint a k, a f, a n. Cum igitur a k sit æquidistans h g: cōcurrat b g cum a k: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto k. Similiter b d concurrat cū a f: sit cōcursus in puncto f. Similiter b e cum a n: sit concursus in puncto n. Deinde à puncto h erigatur axis: qui sit h x: & à puncto b perpendicularis super superficiem circuli: [per 12 p 11] quæ erit æquidistans axi [per 6 p 11] quæ sit b t: & sumatur in ea punctum quodecunq;: quod sit t: & ducantur tres lineæ t k, t f, t n: & [per 12 p 11] à tribus punctis g, d, e erigantur tres perpendicularæ super superficiem circuli: g m, d l, e q: erunt quidē [per 6 p 11] æquidistantes t b, e q: igitur erunt in superficie trianguli t b n: [per 35 d 1. 1 p 11] igitur e q secabit t n: [per lemma Procli ad 29 p 1] secet in puncto q: d l secet t f in puncto l: g m secet t k in puncto m. Et erunt hæ tres perpendicularæ, lineæ longitudinis columnæ [ut patet è 21 d n.] A puncto q ducatur æquidistans lineæ n a: [per 31 p 1] quæ quidē concurrat cum axe x h: [per lemma Procli ad 29 p 1] quoniam erit æquidistans e h: [per 30 p 1] sit concursus in puncto u: & ducatur linea t a: quam secabit q u: quoniam q u ducitur à latere trianguli [t b n] & linea e q æquidistatē basi [t b.] Sit punctum sectionis



sectionis i: & ducatur linea q a. Palam, quod angulus b e h æqualis est angulo e n a [per 29 p 1: quia a n, h e sunt parallelæ per fabricationem] & angulus h e a æqualis angulo e a n: & [per 12 n 4] angulus b e h æqualis angulo h e a: erit angulus e a n æqualis angulo e n a: quare [per 6 p 1] e n æqualis e a, & e q perpendicularis: [duabus rectis e a, e n per 3 d 11: quia perpendicularis est per fabricationem triangulo a e n] erit [per 4 p 1] triangulū q e a æquale triangulo q e n: & erit q n æqualis q a: & erit [per 5 p 1] q n a æqualis angulo q a n: sed angulus t q i æqualis angulo q n a, & angulus i q a æqualis angulo q a n: [per 29 p 1: quia q i, a n sunt parallelæ per fabricationem] erit angulus i q t æqualis angulo i q a. Quare a reflectetur ad t à puncto columnæ, quod est q [per 12 n 4.] Eodem modo probabitur, quod reflectetur a ad t à punctis l, m: Et ita à tribus punctis columnæ ex eadem parte: nec potest à pluribus. Detur enim aliud: ducto latere [cylindri, ut ostensum est 47 n] ab illo puncto: cadet in circulum, quem habemus: & probabitur, quod à puncto casus, qui est in circulo, poterit reflecti à ad t, repetita probatione: quod est impossibile [ut ostensum est 86 n.] Ex arcu uero circuli opposito [arui g d e] poterit reflecti a ad b ab uno puncto: [per 73 n] sit illud z: & ducatur diameter h z: & [per 31 p 1] ei æquidistans a s: & ducatur b z: quæ concurrat cum a s in puncto s: [cōcurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1] & erigatur perpendicularis: [super circulū, cuius centrū est h] quæ sit o z: quæ erit latus [per 21 d 11] & [per 6 p 11] æquidistans t b: & ducatur t s: quæ secabitur à linea o z: [per lemma Procli ad 29 p 1.] Sit sectio in puncto o. Probabitur modo predicto, quod a reflectetur ad t à puncto o. Et si somatur ex illa parte punctum aliud columnæ, à quo possit reflecti: per replicationem probationis probabitur, quod ab alio puncto circuli, quam z, potest reflecti ex parte illa: quod est impossibile [ut demonstratū est 75 n.] Si ergo a ab uno puncto circuli reflectitur ad b ex aliqua parte: reflectetur ab uno columnæ ex eadem ad t: si à duobus, à duobus: si à tribus, à tribus: nec potest amplius ab illa parte: ab opposita uero parte non nisi ab uno puncto circuli tantum, & ab uno columnæ tantum. Item t b æquidistat u h: [ut ab initio demonstratum est: itaq; per 35 d 1 sunt in eadem superficie, quæ est t b u h] nec potest sumi superficies æqualis, in qua sit t cum u h, præter superficiem t b u h. Similiter non potest superficies sumi, in qua sit a cum u h, præter superficiem a u h, quæ est perpendicularis [circulo, cuius centrum h, per 18 p 11.] Igitur t non est in eadem superficie perpendiculari cum a, nec in eodem circulo, nec est in axe, quia est in linea ei æquidistante. Superficies igitur, in qua a reflectitur ad t, est sectio columnaris [per 9 th. Sereni de sectione cylindri.] Verum producta sit t a ultra t, & a ex utraq; parte: & sit r p. Cum quatuor sint superficies reflexionis: quia à quatuor punctis [q, l, m, o] sit reflexio, & in qualibet harum sint duo puncta t, a: erit r p communis quatuor superficialibus reflexionis: [per 1 p 11: quia uisus & uisibile, quæ sunt in linea r p, sunt in qualibet reflexionis superficie per 23 n 4.] & quælibet harū superficialium secat superficiem, contingentem speculum in puncto s aæ reflexionis, super suam lineam communem, nō super eandem [quia cum puncta reflexionis sint diuersa, etiam communes sectiones illarum superficialium (quæ sunt rectæ lineæ per 3 d 11) diuersæ erunt.] Linea ergo r p perpendicularis est super unam linearum quatuor comunium, non super duas: esset enim perpendicularis super superficiem contingentem: [per 3 d 11] & ita perueniret ad axem. [Quia enim per 21 d 11 latus cylindraceum æquidistat axi: & r p perpendicularis plano tangenti ex cōcluso, simul perpendicularis est lateri per 3 d 11: ergo per lemma Procli ad 29 p 1 r p (quæ paulo antè ostēsa est extra axē esse) cōtinuata secabit axē: quod est absurdum.] Sunt ergo diuersæ perpendiculares à puncto t ad has quatuor lineas communes: nec est nisi una perpendicularis tantum, quæ transit per a. Et perpendicularis aut est æquidistans lineæ reflexionis: aut concurrat cum ea ultra speculum, uel intra. Si fuerit æquidistans: erit locus imaginis punctum reflexionis, ut probatum est [91 n.] Et cum quatuor sint reflexionis puncta: erunt quatuor imagines. Si concurrat, cum quatuor sunt perpendiculares: erunt concursus quatuor, & quatuor imagines.

96. *Visu & uisibili datis, in speculo cylindraco cauo punctum reflexionis inuenire. 16 p 9.*

Amplius: datis puncto uiso, & puncto uisus: erit inuenire punctum reflexionis. Verbi gratia: sit a punctum uisum: b centrum uisus. Fia: superficies secans columnam æquidistans basi [ut ostensum est 47 n] transiens per a: & [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] faciet circulum. b aut est in superficie huius circuli: aut nō. Si fuerit: inueniemus punctū reflexionis in illo circulo, sicut dictum est in sphærico concauo [73 n.] Si nō fuerit: ducatur [per 11 p 11] à puncto b perpendicularis super superficiem huius circuli: & replicetur supra dicta probatio: & inuenietur punctum reflexionis. Duplici autem uisu adhibito, una imago in ueritate, efficiuntur duæ, sed contiguæ uel admixtæ: unde uidebitur una.

97. *Comunis sectio superficialium, reflexionis & speculi conici caui est latus conici, aut ellipsis. 2 p 9.*

In speculis pyramidalibus concauis linea, communis superficiali reflexionis & superficiali speculi, aut erit linea longitudinis speculi: aut erit sectio pyramidalis. Si fuerit linea longitudinis: erunt loca imaginum in ipso speculo. Si fuerit sectio pyramidalis: erunt loca imaginum aliquando citra uisum: aliquando in uisu: aliquando inter uisum & speculum: & aliquando ultra speculum, sicut ostensum est in speculo columnari concauo.

98. *Si uisus sit in communi sectione axis & rectæ lineæ perpendicularis plano, speculum conicum cauum tangenti: reflectetur à tota peripheria circuli (cuius centrum est dicta communis sectio) per lineas perpendiculares: & imago uidebitur in centro uisus. 17 p 9.*

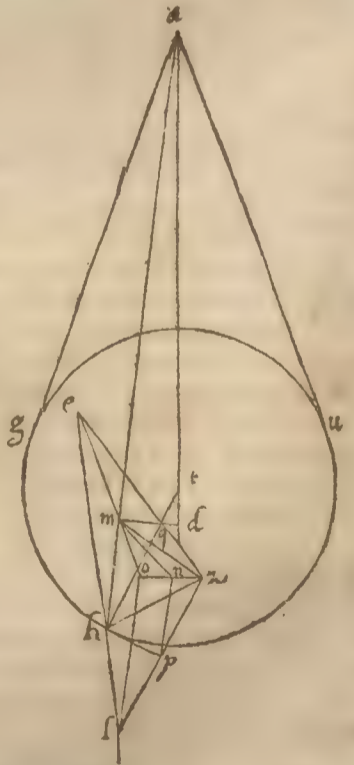
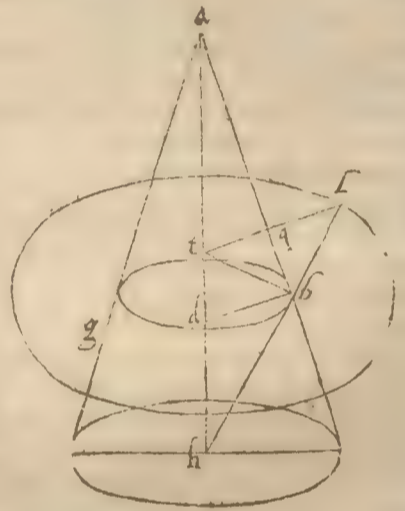
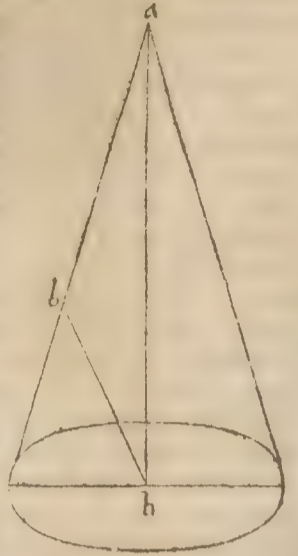
Amplius: si in perpendiculari ducta à centro uisus ad superficiem contingentem pyramidem, sumatur punctum corporeum inter uisum & speculum: non reflectetur forma eius ad uisum per perpendicularem: quoniam punctum illud occultabit terminum perpendicularis illius, & ob hoc non reflectetur ab eo. Si autem nullum fuerit punctum in perpendiculari illa: reflectetur quidem ad uisum per hanc perpendicularem punctum uisus, quod secat perpendicularis ex eo: & illud solum. Verum uisu existente in hac perpendiculari & in axe: efficietur circulus, ad cuius quodlibet punctum linea ducta à uisu, erit perpendicularis super superficiem contingentem. Unde à quolibet puncto illius circuli fieri poterit reflexio ad uisum, secundum perpendicularares. Et fiet reflexio partis uisus, quam secant perpendicularares duæ, maiorem angulum in eo continentis. Si uero inter uisum & speculum fuerit axis: non fiet ad ipsum reflexio per perpendicularem, nisi puncti eius, quod secant perpendicularares.

99. *Si uisus & uisibile fuerint in axe speculi conici caui: possunt à tota alicuius circuli peripheria inter se reflecti: & imago uidetur in peripheria circuli, extra speculi superficiem descripti. 18 p 9.*

Amplius: existente uisu & puncto uiso in axe: poterit reflecti unum ad aliud. Verbi gratia: sit h centrum uisus: t punctum uisum. Fiat superficies secans pyramidem, trāsiens super axis longitudinem: quæ sit $abgh$: a h axis: a b , a g latera pyramidis: à puncto t ducatur perpendicularis super lineam ab [per 12 p 1] quæ sit tq : & producat quousq; q l sit æqualis qt : & à puncto h ducatur linea ad punctum l : quæ secabit lineam longitudinis, quæ est ab : secet in puncto b : & à puncto b ducatur æquidistans lineæ tq [per 31 p 1] quæ necessario perueniet ad axem: [ut ostensum est 54 n] perueniat in puncto d : & ducatur linea tb . Palam, cum tq sit perpendicularis super ab , & tq æqualis ql : erit [per 4 p 1] b t q triangulum æquale triangulo b q l : & erit angulus qlb æqualis angulo qtb : sed [per 29 p 1] angulus qtb æqualis est angulo tbd : & angulus $d bh$ æqualis est angulo $q l b$: igitur angulus tbd æqualis est angulo $d bh$. Et ita [per 12 n 4] t reflectitur ad h à puncto b : & locus imaginis est l [per 7 n.] Igitur moto triangulo $t l h$: describet punctum l circulum in pyramide: & à quolibet puncto illius circuli reflectetur t ad h : uero extra speculum describet circulum, qui totus erit locus imaginis puncti t .

100. *Si cõmunis sectio superficieum, reflexionis & speculi conici caui fuerit ellipsis: uisus & uisibile extra axem in basi, aut plano ipsi parallelo, reflectentur inter se: aliàs ab uno: aliàs à duobus: aliàs à tribus: aliàs à quatuor speculi punctis: totq; erunt imagines, quot reflexionum puncta. 19 p 9.*

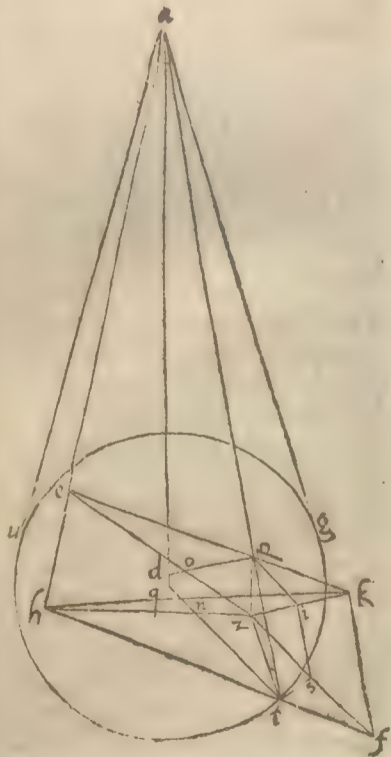
Amplius: sumptis duobus punctis & extra axem in hoc speculo: scilicet z , e . Fiat superficies æquidistans basi super z : [ut ostensum est 52 n] faciet circulum in speculo [per 4 th. 1 con. Apoll.] e aut erit in hoc circulo, aut in alia superficie ipsi æquidistante. Sit in superficie illius circuli: & ducatur linea $e z$. Palam [per demonstrata in speculis sphaericis cauis 86 n] quod z reflectetur ad e à circulo illo ex una parte, aut ab uno puncto: aut à duobus: aut à tribus: ex alia uero ab uno. Sumatur igitur punctum circuli, à quo reflectitur ad ipsum: & sit h : centrum circuli t : & ducantur lineæ zh , eh : & diameter th diuidet quidem angulum illum per æqualia: [per 13 n 4] & secabit lineam $e z$: [quia secat angulum ipsi $e z$ subtensum] secet in puncto q : & sit a uertex pyramidis: ah linea longitudinis. À puncto q ducatur linea perpendicularis super lineam ah : [per 12 p 1] quæ sit qm : quæ quidem perueniet ad axem: [ut ostensum est 54 n] qui est $a d$: & cadat in ipsum in puncto d : & ducantur lineæ zm , em : à puncto z ducatur in superficie circuli linea æquidistans lineæ qh : [per 31 p 1] quæ sit zl : concurrent quidem [per lemma Procli ad 29 p 1] e h cū illa: sit cõcursus in puncto l : & à puncto h ducatur perpendicularis super lz : quæ sit hp . Deinde in superficie $e m z$ ducatur linea æquidistans lineæ qm : quæ sit zo : & cõcurrat $e m$ cum ea in puncto o : [cõcurrat aut per lemma Procli ad 29 p 1] & ducatur lineæ



linea $l o$: & à puncto p ducatur æquidistans $l o$: quæ sit $p n$: & ducatur linea $m n$. Palàm [per thesin & 12 n 4] quòd angulus $e h q$ æqualis est angulo $q h z$: & [per 29 p 1] angulo $h l z$: & angulus $q h z$ æqualis est angulo coalterno $h z l$ [ideoq; angulus $h l z$ æquatur angulo $h z l$.] Erit igitur [per 6 p 1] $h l$ æqualis $h z$: & $h p$ perpendicularis est super $l z$: [per fabricationem] erit triangulū $l p h$ æquale triangulo $p h z$, & erit $l p$ æqualis $p z$: [per 26 p 1] quia anguli ad l & z æquantur, & ad p recti sunt per fabricationem, & $h z$ æquatur $h l$] & $p n$ æquidistans est $o l$: erit [per 2 p 6] proportio $l p$ ad $p z$, sicut $o n$ ad $n z$. Quare $o n$ æqualis $n z$. Item cum $o z$ sit æquidistans $q m$ [per fabricationem] & $h q$ æquidistans $l z$: erit [per 15 p 11] superficies $z o l$ æquidistans superficiē $q m h$: & superficies $e o l$ secat illas duas, super lineas cōmunes, [per 3 p 11] quæ quidē [per 16 p 11] erunt æquidistantes, scilicet $m h, l o$: quare [per 30 p 1] $h m, p n$ sunt æquidistantes. Et quoniā $h p$ cadit inter $l z, h q$ æquidistantes: & est perpendicularis super $l z$: [angulus igitur $p h t$ rectus est: quia per 29 p 1 æquatur alterno $h p l$] quare [per cōsectariū 16 p 3] $p h$ continget circulū: quare superficies $a h p$ est superficies contingens pyramidē. In hac superficie est $p n$ & $m n$: [Nam cū $h m$ sit in plano $a h p$ conū tangēte, & illi parallela sit $n p$, ut patuit: erit igitur $n p$ in eodē plano per 35 d 1: $m n$ uerò, quia utranq; $h m$ & $n p$ connectit, in eodē est cū ipsis plano per 7 p 11] & super hanc superficiē est perpendicularis linea $d m$ [per demonstrata 54 n.] Igitur [per 3 d 11] perpendicularis est super lineam $m n$: quare [per 29 p 1] $m n$ est perpendicularis super $o z$, & $o n$ æqualis $n z$: [ex cōcluso] erit [per 4 p 1] $m o$ æqualis $m z$: & [per 7 p 5] $e m$ ad $m o$, sicut $e m$ ad $m z$: sed [per 2 p 6] $e m$ ad $m o$, sicut $e h$ ad $h l$: [nā $h m$ ex cōcluso parallela est ipsi $o l$] & [per 7 p 5] $e h$ ad $h l$, sicut $e h$ ad $h z$: [æquales enim demonstratæ sunt $h l, h z$] & [per 3 p 6] $e h$ ad $h z$, sicut $e q$ ad $q z$ [angulus enim $e h z$ bifariā sectus est à linea $h q$.] Igitur [per 11 p 5] $e m$ ad $m z$, sicut $e q$ ad $q z$. Quare [per 3 p 6] angulus $e m q$ æqualis angulo $q m z$. Quare [per 12 n 4] z reflectitur ad e à puncto m . Si igitur z reflectitur ad e à puncto circuli h : reflectetur ad ipsum à puncto pyramidis m : & si à duobus circuli, à duobus pyramidis: si à tribus, à tribus: si à pluribus, à pluribus. Eodem modo ex alia parte circuli fiet probatio: quòd ab uno puncto pyramidis, sicut ab uno circuli, reflexio fiat.

101. Si cōmunis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici caui fuerit ellipsis: uisus & uisibile intra speculum, extra tum axem tum basim uel planum ipsi parallelum: reflectentur inter se: aliās ab uno: aliās à duobus: aliās à tribus: aliās à quatuor speculi punctis: totq; erunt imagines, quot reflexionum puncta. 20 p 9.

Si uerò e nō fuerit in circulo æquidistate basi, trāseūte super z : erit quidē supra uel infra. Sit supra: quia utrobique eadē est probatio. Ducatur linea à uertice a per punctū e , donec secet superficiē illius circuli: & sit punctū sectionis h : q centrū circuli. Palàm [per demonstrata in speculis sphericis cauis 66 n.] quòd h potest reflecti ad z ab aliquo puncto circuli: sit illud t : & ducatur diameter $q t$: & linea $h z$ secabit hanc diametrū in puncto: quod sit n : [Nam quia per thesin t est reflexiōis punctū: ergo per 12 n 4 semidiameter $q t$ bifariā secat angulū $h r z$: ideoq; & basim $h z$ angulo subtēsam] & ducatur $e z$: & linea longitudinis $a t$. Palàm, cū punctū z sit ex una parte diametri $q t$, & ex alia e : linea $e z$ secabit superficiē $a q t$: secet in puncto o : & à puncto o ducatur perpendicularis super lineā $a t$: [per 12 p 1] quæ sit p : quæ necessariō cadet super axem: [ut ostensum est 54 n.] cadat in puncto d : & ducatur lineæ $e p, z p$. Dico, quòd z reflectetur ad e à puncto p . Ducatur à puncto z linea æquidistans $q t$ [per 31 p 1] quæ sit $z f$: & producatur linea $h t$, donec cōcurrat cū illa: [cōcurrat aut per lemma Procli ad 29 p 1] sit cōcursus in puncto f . Similiter à puncto z ducatur æquidistans lineæ $o p$: quæ sit $z k$: & producatur linea $e p$, donec cōcurrat cū illa: sit cōcursus in puncto k : & ducantur lineæ $k f, k h$. Palàm [per 15 p 11] cū linea $z f$ sit æquidistans $q t$, & $z k$ æquidistans $o p$: [& $z f, z k$ cōcurrant in puncto z : & $p o, t q$ cōtinuatæ concurrat per 11 ax: quia angulus $o p t$ rectus est à fabricationē, & $q t p$ acutus p 18 d 11] quòd erit superficies $z k f$ æquidistans $o p t$: quæ est superficies $a q t$: [quia enim $p o$ cadit in axem, ut patuit: est igitur in $a q t$ plano per 1 p 11: in quo etiā est linea $q t$: planū igitur $o p q t$ est pars plani $a q t$] & superficies $h k f$ secat has duas superficies, super lineas $p t, k f$. Igitur [per 16 p 11] $p t, k f$ sunt æquidistantes. Ducatur à puncto t perpendicularis super lineā $z f$ [per 12 p 1] quæ sit s . Palàm, cū cadat inter duas æquidistantes [$q t, z f$] erit angulus $q t s$ rectus [per 29 p 1] & ita [per cōsectariū 16 p 3] cōtinget circulū: [cuius cētrū est q .] Igitur superficies $a t s$ contingit pyramidē super lineā $a t$: [per 35 n 4] & linea $o p$ est perpendicularis super hanc superficiē [ut demonstratū est 54 n.] Superficies igitur $a t q$ erit orthogonalis super superficiem $a t s$: [per 18 p 11] & superficies $a t s$ secat duas superficies $a t q, z k f$: quæ sunt æquidistantes: igitur [per 16 p 11] lineæ cōmunes sectionū sunt æquidistantes. Vna harū linearū est $p t$: alia sit $s i$. Sed iam patuit, quòd $p t$ æquidistans est $k f$: igitur [per 30 p 1] $s i$ est æquidistans $k f$. Sed planū est, quòd angulus $n t z$ æqualis est angulo $t z f$, & angulus $h t n$ æqualis angulo $t f z$: [per 29 p 1] quia $q t$ & $z f$ sunt parallelæ per fabricationē] & $t s$ perpendicularis [super $z f$ per fabricationem] erit $f s$ æqualis $s z$. [Quia



enim anguli $t z f$, $t f z$ æquantur angulis $z t n$ & $h t n$ per 12 n 4 æqualibus, cum t ex thesi sit reflexionis punctum: ipsi igitur inter se æquantur: & anguli ad s recti sunt: & $t s$ commune latus est. Quare per 26 p 1 $f s$ æquatur $s z$. Sed [per 2 p 6] proportio $f s$ ad $s z$, sicut $k i$ ad $i z$: erit ergo $k i$ æqualis $i z$. Ducta autem linea $p i$: cum superficies $a t f$ sit orthogonalis super superficiem $z k f$: erit [per 4 d 11] $p i$ orthogonalis super $z k$: & erit [per 4 p 1] angulus $p k z$ æqualis angulo $k z p$: sed [p 29 p 1] angulus $e p o$ æqualis angulo $p k z$, & angulus $o p z$ æqualis angulo $p z k$. Quare angulus $e p o$ æqualis est angulo $o p z$. Et ita z reflectitur ad e à puncto p [per 12 n 4.] Quod est propositum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, à quo z reflectatur ad h : probabitur, quod ab alio puncto pyramidis, quam p , reflectetur ad e . Et si reflectatur z ad h à tribus punctis circuli: reflectetur z ad e à tribus punctis pyramidis: si à quatuor, à quatuor. Si uero dicatur, quod à pluribus punctis pyramidis, quæ quatuor, possit punctum z reflecti ad e : per conversionem prædictæ probationis poterit ostendi, quod punctum z reflectitur ad h à pluribus punctis circuli quam quatuor [contra 86 n.] Et ubi accidet punctum z reflecti ad h ab aliquot punctis circuli, uel ab uno tantum: accidet punctum z reflecti ad e à totidem punctis pyramidis, aut ab uno tantum, aut è contrario. Quod si dicatur contrarium: poterit improbari prædicto modo. Palam ergo, quod punctorum quædam unicam habent imaginem: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor: sed non possibile plures. Verum duplici uisu adhibito, speculo: eiusdem imaginis diuersa erunt loca: quæ diuersitas propter suam imperceptibilitatem non inducit errorem.

102. *Visu & uisibili datis, in speculo conico cauo punctum reflexionis inuenire. 21 p 9.*

Punctum autem reflexionis, à quo z reflectitur ad e , facile est inuenire: inuenito puncto circuli, à quo punctum z reflectitur ad h . Et erit inuentio modo prædicto.

ALHAZEN FILII

ALHAYZEN OPTICAE

LIBER SEXTVS.

Liber sextus in noue partes diuiditur. Pars prima est titulus libri. Secunda, quod error accidat uisui propter reflexionem. Tertia de errore eueniente in speculis planis. Quarta de errore, qui oritur in speculis sphericis exterioribus. Quinta de errore in speculis columnaribus exterioribus. Sexta de errore in pyramidalibus exterioribus. Septima de errore in sphericis concavis. Octaua de errore in columnaribus concavis. Nona de errore in pyramidalibus concavis.

PROOEMIUM LIBRI. CAP. I.

Proterit ex superioribus libris modus acquisitionis formarum in speculis per uisum, situs linearum reflexionis & accessus, situs imaginum: & loca ipsarum. Verum per reflexionem non semper comprehenditur formæ ueritas. In speculis enim concavis apparet imago faciei distorta, & occultatur uisui dispositio eius uera. Vnde planum est, errorem incidere in comprehensione formarum propter reflexionem. Huius erroris modum, & modi causam, propositum est in libro præsentis explanare, & secundum diuersitates speculorum discurre re uarietates errorum.

QUOD ERROR ACCIDAT VISUI PROPTER REFLEXIONEM. Cap. II.

1. *Visus reflexus similiter allucinatur, ut directus: sed uehementius & frequentius. 7 p 5.*

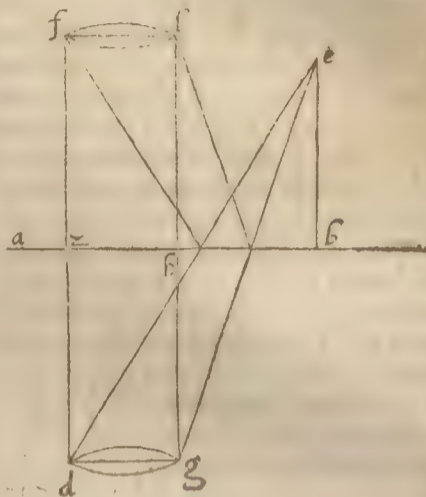
Comprehensionem formarum in uisu directo liber secundus docuit: & singula, quæ propter egressum à temperantia in uisu illo errorem inducunt, liber tertius diligenter exposuit. Fit autem comprehensio formarum per reflexionem, sicut & directam: & quorum fit acquisitio in directione, fit etiam in reflexione, utpote lucis, coloris, figure, magnitudinis, distantiae, & similia. Et quemadmodum in directione rerum præfixarum & cognitarum ad alias fit collatio, & inde oritur coniecturatio, & sumitur iudicium in anima: similiter accidit in reflexione. Vnde quæcunq; temperamentum egressa, in uisu directo errorem efficiunt, in reflexione similiter inducunt. Et secundum singula maior accidit error in reflexione, propter lucem debilem, quæ debilitat ipsa reflexio. Vt autem generaliter loquamur, non potest in reflexione comprehendere ueritas formæ, sicut in directione, propter triplex impedimentum reflexioni speciale. Primum est, quod in reflexione apparet rei forma præ oculis uisui opposita, cum non sit reuera. Secundum, quod lux & color corporis uisui miscentur cum colore speculi, quæ mixturam uisus percipit, non uerum rei uisum colorum uel lucem. Tertium, quod ipsa reflexio, ut in superioribus [4 n 4] est assignatum, lucem & colorum debilitat. Quare in reflexione latebit uisum ueritas lucis & coloris plus, quam in directione. Amplius: superiora docuerunt, quod quantitas temperamentum eorum, quæ in uisu directo errorem inducunt, fortitudinem lucis & coloris respicit: fortiore enim luce uel colore erit maior, debiliore minor. Cum autem per reflexionem debilitentur lux & color: erit latitudo temperamentum singularum errorem inducentium minor in reflexione, quam in directione: & temperantiam diminuta latitudo pluralitatem errorum inducit. Præterea quædam minutiarum corporum comprehendere poterunt per directionem,

tionem, quæ nullatenus sunt comprehensibiles per reflexionem. Palàm ergo, quòd directionem su-
perat reflexio in maioritate errorum & numero.

DE ERRORE, QUI ACCIDIT IN SPECVLIS
planis. Cap. III.

2. In speculo plano imago æquatur uisibili. 52 p 5.

IN singulis speculis erronea formarum accidit comprehensio, sed iuxta uarietatem speculorù fit
uarietas errorum. In speculis planis minor accidit error, quàm in alijs. In his etenim comprehen-
ditur ueritas figuræ, & quantitatis, sicut & in directione, quod per probationē patebit. Propona-
tur speculù planum: & sit a b linea in superficie illius spe-
culi, còmunis superficiēi speculi & superficiēi orthogona-
li saper superficiēi speculi, [id est superficiēi reflexionis,
quæ per 13 n 4 perpendicularis est plano speculo, uel pla-
no speculù obliquù in reflexionis puncto tangenti.] Sint
l, f duo puncta in superficie illa orthogonali: e centrum ui-
sus: & à puncto l ducatur perpendicularis super superficiēi
speculi [per 11 p 11] quæ sit l h: & producat, ut h g sit
æqualis l h. Similiter producat perpendicularis f z, ut d
f sit æqualis z f. Palàm ex superioribus [2.3 n 4] quòd l re-
flectitur ad e ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis
est g [per 2 n 5] tantùm distans à superficie speculi, quan-
tùm l [per 11 n 5.] Similiter f reflectitur ad e: & locus ima-
ginis est d [per 2 n 5.] Ducta autē linea f l: & similiter g d:
quodcunq; punctum lineæ f l reflectetur ad e: locus ima-
ginis eius est tantùm distans à superficie speculi, quantùm
ipsùm punctum. Et ita quodlibet punctum lineæ f l tantùm
uidetur distare, quantum distat. Vnde si linea f l fuerit re-
cta: erit linea d g recta: si fuerit arcus: erit d g arcus & eiusdem curuitatis. Quare linea l f apparebit e-
iusdem quantitatis, eiusdem figuræ, cuius fuerit. Quod est propositum.



3. Visus in reflexione præcipuè allucinatur propter lucis immoderationē: situs diuersitatem
uisus & uisibilis à speculo distantiam. 7 p 5.

VERùm si in punctis lineæ f l fuerit uarietas colorum minutim uariata: forsitan nō discernetur
uariatio, sed una prætendetur uisui coloris confusio. Vnde error erit in luce & colore. Et hoc
in numero, propter reflexionē. Illa etenim colorum & lucium uarietas forsitan comprehen-
di posset directè, sed egressus est color à téperantia respectu reflexionis, nō respectu directionis. Si-
militer particule minutæ occultantur, aut confunduntur in reflexione, quæ discerni possent in dire-
ctione. Et propter debilitatē lucis uel coloris ex reflexione, accidit error in longitudine, qui quidē
nō accideret directè. In situ manifestè accidit error ex reflexione sola. In imagine enim, sinistra com-
prehendimus ea, quæ in corpore uiso (si esset in loco imaginis, dextra uideremus. Cū enim aliquid
alij opponitur, contrarius eis situs est ad inuicem: quod enim uni fuerit dextrum, alij erit sinistrum.
Igitur quod rei uisæ dextrum, est imagini sinistrum: & sinistrum in imagine, dextrum est uidenti. Et
generaliter in modo lucis, uel coloris, uel situs semper error accidit ex sola reflexione. Et in alijs,
quæ errore in inducunt directè: inducunt similiter in reflexione: & facilius: quoniam temperamen-
tum singulorum minus est in uisu reflexo, quàm in directo. Horum omniū unum proponatur exem-
plum, & idem in cæteris intelligatur. In uisu directo cum fuerit corpus uisum, remotum ab axibus
uisualibus, accidit ipsum uideri duo: [ut demonstratum est 11 n 3] idem euenit in speculis, re uisa ab
axibus elongata. In speculis ab aliqua lōgitudine uidebitur corpus minus, quàm sit, quod forsitan di-
rectè à tanta longitudine uideretur etiā minus, quàm esset in ueritate, sed non adeo minus. Et hoc
minoritatis additamentum in speculis, prouenit propter minus in longitudine temperamentū. In
figura nonnunquam accidit error in speculis propter causas, propter quas in uisu directo: sed ma-
ior & frequentior propter situm. Si aliquid ab aliqua longitudine opponatur speculo, & eius capita
non percipiuntur à uisu, ut funis, uel aliquid tale: uidebitur forsitan continuū speculo. Idem accidit
in uisu directo, si opponatur funis aliquis foraminis, & non uideantur capita funis: non apparebit di-
stantia inter funem & foramen, licet magna sit. Et est propter situm. Si autem alterum capitum ui-
deatur, alterum uerò non: uidebitur fortassis illud caput continuum. Et in singulis ubi directè er-
ror accidit: similiter in reflexione.

DE ERRORE, QUI ACCIDIT IN SPECVLIS SPHÆ-
ricis conuexis. Cap. IIII.

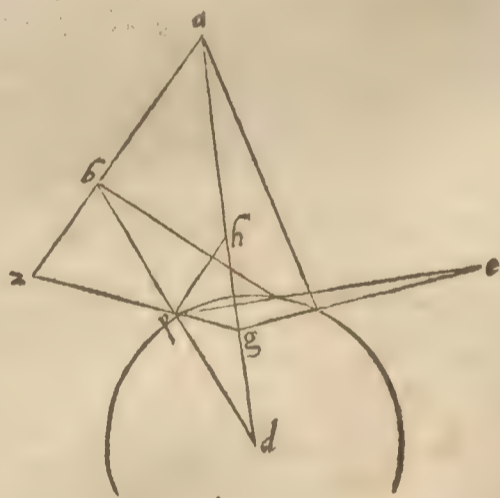
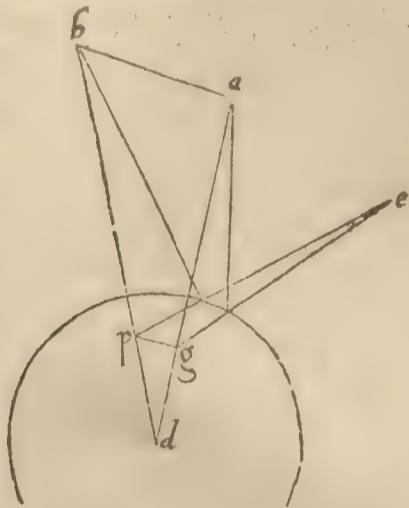
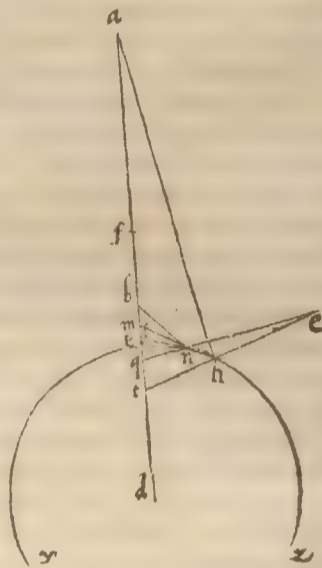
4. In speculo spherico cōuexo idē est situs, eademq; dispositio partiū imaginis & uisibilis. 35 p 6.

VNiuerfitas errorū in speculis planis accidentiū, euenit similiter in sphericis exterioribus. Et
præter hoc res uisa uidetur minor quàm sit. Et generaliter in his speculis nihil ex re uisa compre-
henditur

henditur in ueritate, præter ordinatione partiu, quæ talis apparet in speculo, qualis est in imagine.

5. In speculo spherico conuexo, imago uisibilis, cuius uera magnitudo uisione directa percipi potest, minor est uisibili. 39 p 6.

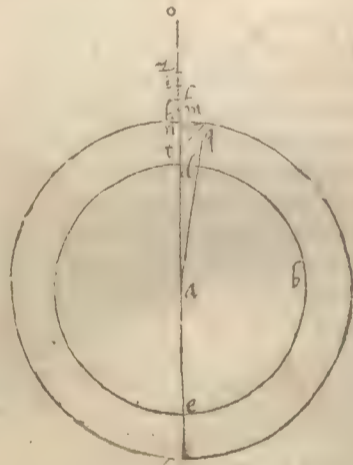
Quod autem res semper uideatur minor, quam sit: probatur. Sit a b linea uisa: z x speculum: d centrum: e punctum uisus. a reflectatur ad e à puncto h: b à puncto n. a b producta aut transibit per centrum speculi, aut non. Transeat: & ducatur à puncto n linea contingens circulum [per 17 p 3] quæ sit n l: à puncto h contingens circulum, h m: & ducantur lineæ accessus & reflexionis b n, e n, a h, e h: & producatur lineæ e h, e n, donec cadant in perpendicularæ, quæ est a d: & puncta ca sus sint, t, q. Palam [p 3 n 5] quod t est locus imaginis a: q est locus imaginis b. Dico, quod a b maior est q t. Palam ex superioribus [18 n 5] quod proportio a d ad d t, sicut a m ad m t. Similiter, proportio b d ad d q, sicut proportio b l ad l q: sed [per 9 ax:] a d maior d b, & d t minor d q: ergo maior est proportio a m ad m t: quam b l ad l q. [Quia enim è quatuor lineis a d prima maior est b d tertia, & d t secunda minor d q quarta: erit ratio a d ad d t maior quam b d ad d q, ut patet ex 8 p 5: & per 11 p 5 ratio a m ad m t maior quam b l ad l q.] Secetur [per 12 p 6] a m in puncto f, ut proportio f m ad m t sit, sicut b l ad l q: erit ergo minor proportio b m ad m t, quam b l ad l q. [Nam cum m t sit maior l q: erit p 14 p 5 f m maior b l: quare per 8 p 5 ratio f m ad m t maior est, quam b l ad eandem m t: ratio igitur b l ad m t minor est, quam b l ad l q: ergo ratio b m ad m t multo minor erit, q̄ b l ad l q.] Secetur [per 12 p 6] m t in puncto k, ut proportio b m ad m k sit, sicut b l ad l q. k cadet necessario inter m & q: quia l q minor m q, & b l maior b m. Cū igitur f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k: erit [per 19 p 5] proportio f b ad k t, sicut b l ad l q: sed b l, maior l q: [conclusum enim est ut b d ad d q, sic b l ad l q: itaq; cum b d sit maior d q, erit b l maior l q] ergo f b maior k t. Quare a b maior q t. [quia a b maior est f b, quæ maior ostensa est k t, & k t maior est q t. Quare a b multo maior est q t.] Quod est propositum. Si uero linea a b producta non perueniat ad centrum: ducatur à puncto a linea ad centrum: quæ sit a d: & sit d centrum: & à puncto b ducatur linea b d: & locus imaginis a sit punctum g: locus imaginis b sit p: & ducatur linea gp: quæ quidem est imago lineæ a b. Dico quod a b maior est gp: quoniam gp aut est æquidistans a b, aut nō. Si fuerit æquidistans, planum: quod est minor. [Nam per 29. 32 p 1 triangula a d b, & g d p sunt æquiangula: ideoq; per 4 p 6, ut a d ad d g, sic a b ad



gp: sed per 9 ax. a d maior est d g: ergo a b maior est gp.] Si non fuerit æquidistans, producat, quousque concurrat cum ea: sit concursus z: & [per 31 p 1] à puncto p producat æquidistans a b: quæ sit p h. Angulus p g h aut est acutus: aut rectus: aut maior. Sit rectus uel maior: erit [per 19 p 1] latus p h maius p g: sed [per 29. 32 p 1. 4 p 6] p h minus a b: [ideoq; recta p g multo minor est a b.] Et ita est propositum. Si fuerit acutus: potest accidere ut forma sit maior ipsa re, cuius est forma: [quando nimirum angulus p g h minor est angulo p h g] quam licet, excedat: raro accidet. Et si acciderit, forsitan comprehendetur forma à longitudine tali, quod minor uidebitur quam sit: quoniam ipsum corpus ab hac longitudine forsitan uidebitur minus.

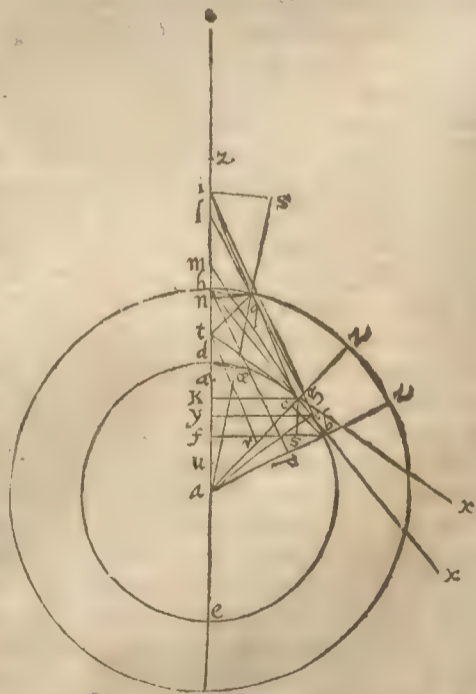
6. In speculo spherico conuexo, imago uisibilis, cuius uera magnitudo uisione directa propter immoderatam distantiam percipi non potest, aliàs est æquabilis uisibili: aliàs maior. 38 p 6.

Quod autem forma in his speculis aliquando uideatur maior re uisa: scilicet cum comprehenditur à tali longitudine, à qua eius certa quantitas nõ possit discerni: declarabitur. Sit a centrum speculi: & superficies sumatur reflexionis: quæ secabit speculum super circulum: [per 1 th. 1 spher.] sit circulus ille e d b: e d diameter illius circuli: & producatu diameter e d usq; ad z, ut multiplicatio e z in z d sit æqualis quadrato a d: quod planũ est, cum sit possibile diametro e d talem addi lineam, ut ductus totalis in partem additam, sit æqualis quadrato a d: [id uerò quomodo expeditè fiat, ostensum est 32 n 5] & diuidatur linea z d in partes æquales, in puncto h [per 10 p 1.] Erigatur a h mediæ e z. [Nam si a d, a e per 15 d i æquales, addantur æqualibus h d, h z: æquabitur a h ipsis z h & a e. Tota igitur e z dupla est ipsius a h.] Ductus ergo a h in h d erit æqualis quartæ parti quadrati a d. [Quia enim oblongum comprehensum sub e z & z d æquatur quadrato a d per fabricationem: ergo quod comprehenditur sub a h dimidiata basi & z d altitudine eadem, æquatur dimidiato quadrato a d per 1 p 6: rursusq; oblongũ comprehensum sub a h basi eadem & h d altitudine dimidiata, æquatur dimidiato oblongo sub a h & z d. Quare æquatur quadranti quadrati a d.] Et quoniam ductus a h in h d maior est quadrato h d: [quia per 3 p 2 æquatur quadrato h d, & oblongo comprehenso sub a d, & d h] sit ductus a h in h t, æqualis quadrato h d [fiet autem æqualis, si ipsis a h & h d tertiam proportionalem per 11 p 6 inuenieris: tum enim per 17 p 6 oblongum extremarum æquabitur quadrato mediæ h d. Itaq; si de h d detraxeris æqualem inuentæ proportionali, mandatum executus fueris.] Fiat circulus secundum quantitatem a h: & à puncto h producatu chorda, æqualis medietati lineæ h d: [per 1 p 4] quæ sit h q: & producantur lineæ q a, q t: & [per 23 p 1] super punctũ q fiat angulus, æqualis angulo q a h: qui sit h q n. Cum ergo in his duobus triangulis hi duo anguli sint æquales, & unus cõmunis, scilicet q h a: erit [per 32 p 1] tertius tertio æqualis, scilicet a q h angulo h n q: & erit triangula similia: [per 4 p. 1 d 6] & erit proportio a h ad h q, si cut h q ad h n. Igitur [per 17 p 6] q d sit ex ductu a h in h n, æquale est quadrato h q: sed, [per consecutariũ 4 p 2] quadratum h q est quarta pars quadrati h d: eũ h q sit mediæ h d [per fabricationẽ.] Igitur multiplicatio a h in h n, æqualis est quartæ parti multiplicationis a h in h t. Quare h n est quarta pars h t [per 1 p 6.] Igitur n cadit inter h & t: restat, ut ductus h t in t n sint tres quartæ quadrati h t. [Quia enim h n est quadrans ipsius h t: reliqua igitur n t est dodrans, seu tres quartæ h t. Et quoniam rectangula comprehensa sub tota h t & segmento n t & n h æquantur quadrato h t per 2 p 2: rectangulum igitur comprehensum sub tota h t & segmento n t (quod est dodrans totius h t) æquatur dodranti quadrati h t.] Verũ angulus q h a acutus est: [ut ostensum est 60 n 5] & [per 5 p 1] æqualis angulo h q a quia respiciunt æqualia latera in triangulo maiori. Igitur angulus q h n æqualis angulo h n q: [æqualis enim conclusus est angulus a q h angulo h n q] & ita [per 6 p 1] h q æqualis q n, & angulus h n q acutus: quare [per 13 p 1] angulus q n t obtusus. Quadratum igitur t q superat quadratum q n & quadratum t n, ductu lineæ t n in h n. Quoniam, ut dicit Euclides [12 p 2] quadratum lateris oppositi obtuso superat quadrata duõrũ laterũ, quantum est, quod sit ex ductu unius lateris bis in partẽ ei adiunctam, procedentẽ u q; ad locũ casus perpendicularis à capite alterius lateris ductæ. Nam si à puncto q ducatur perpendicularis super lineam h t: cadet in punctũ medium lineæ h n: [non enim cadit extra puncta h & n: secus per 16 p 1 angulus acutus maior esset recto contra 12 d 1: cadit igitur in medium rectæ h n per 26 p 1] & [per 1 p 2] ductus t n in mediæ h n bis, æquipollet ductui t n in h n. Igitur quadratum t q superat quadrata q n, t n, ductu t n in h n. Sed [per 3 p 2] ductus t n in h n, cum quadrato t n, æqualis est ductui h t in t n. Igitur [subducto quadrato t n] ductus h t in t n est excessus quadrati t q supra quadratum h q. [nam quadratum q h æquatur quadrato q n: quia rectæ q h, q n æquales ostensæ sunt.] Amplius: sic proportio a i ad a h, sicut q t ad q h: [per 12 p 6] erit [per 22 p 6] quadratum [a i] ad quadratum [a h] sicut quadratum [q t] ad quadratum [q h] & erit [per 17 p 5] proportio excessus quadrati a i supra quadratum a h, ad quadratum a h, sicut ductus h t in t n, ad quadratum q h. [Nam a i maior est a h: quia q t maior est q h: cum quadratum q t sit maius quadrato q h: & oblongũ comprehensum sub h t, t n est exuperantia quadrati q t supra quadratum q h.] Et quoniã quadratum q h quater sumptũ, efficit quadratum h d: [per consecutarium 4 p 2] quia q h dimidia est ipsius h d per fabricationẽ] & ductus h t in t n quater sumptus, efficit triplũ quadrati h t: [ostensum est enim rectangulũ cõprehensum sub h t & t n, esse dodrantẽ quadrati h t: itaq; quater sumptũ, erit triplũ quadrati h t] erit [per 15 p 5] ductus h t in t n ad quadratũ h q, sicut triplum quadrati h t ad quadratum h d. Sit autem h o tripla ad h t: erit ductus h o in h t triplus ad quadratum h t [per 1 p 6.] Sed quoniã proportio a h ad h d est, sicut h d ad h t: [Nam per thesin rectangulum comprehensum sub a h & h t æquatur quadrato h d: ergo per 17 p 6, ut a h ad h d, sic h d ad h t] erit [per consecutaria 20 p 6. 4 p 5] h t ad a h, sicut quadratũ h t ad quadratum h d. Verũ proportio o h ad a h, si cut ductus o h in h t ad ductum a h in h t [per 1 p 6] & [per 11 p 5] proportio o h ad a h, sicut proportio tripli quadrati h t ad quadratũ h d. Sed hæc erat proportio excessus quadrati a i supra quadratũ a h ad quadratũ a h. Igitur o h ad a h, sicut excessus quadrati a i supra quadratũ a h ad quadratum a h.



Igitur

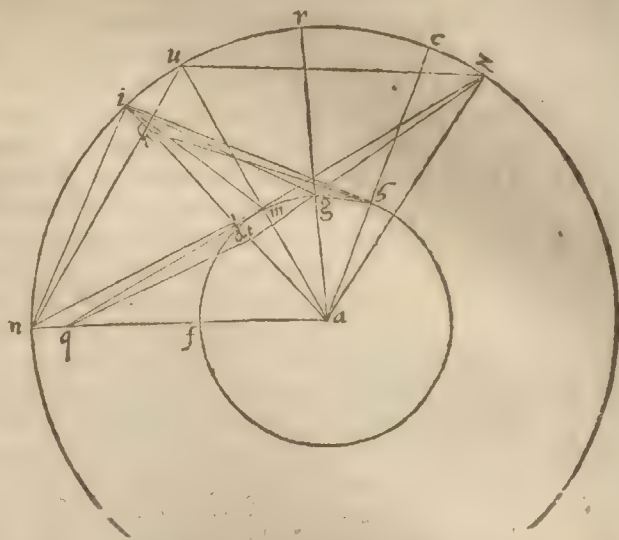
Igitur coniunctim [per 18 p 5] proportio o a ad a h, sicut quadrati a i ad quadratū a h: excessus enim quadrati a i supra quadratū a h, cum quadrato a h efficit quadratum a i: igitur [per conuersionē cōsecrarij ad 20 p 6] i a erit media in proportione inter o a & a h. Igitur proportio o a ad i a, sicut i a ad h a: & [per 19 p 5] eadem erit proportio residui ad residuum: id est o i ad i h. Amplius: ductus a d in h d minor est quarta parte quadrati a d: [demonstratum enim est rectangulum comprehensum sub a h & h d, æquari quadranti quadrati a d: & a d minor est quàm a h per 9 ax:] igitur h d est minor quarta parte lineæ a d. [nam si æqualis esset: rectangulū comprehensum sub a d & h d, æquaretur quadranti parte lineæ a d. [nam si æqualis esset: rectangulū comprehensum sub a d & h d, æquaretur quadranti parte lineæ a d per 1 p 6.] Igitur h d est minor quinta parte a h. Cū ergo a h sit maior quàm quintupla ad h d, & ductus eius in h t efficiat quadratū h d: [per thesin] erit h t minor quinta parte h d: [nam per thesin & 17 p 6 est, ut a h ad h d, sic h d ad h t: sed per proximā conclusionē a h maior est, quàm quintupla ipsius h d: ergo h d maior est quàm quintupla ipsius h t: ideoq; h t minor quinta parte ipsius h d] & ita h t minor uicesima quinta parte h a. [Quia enim ratio h a ad h d, & h d ad h t maior est quàm quintupla, ut patuit: erit per 10 d 5 ratio a h ad h t maior, quàm uicecupla quintupla: ideoq; h t minor uicesima quinta parte ipsius a h.] Sed proportio o i ad i h, sicut i a ad a h, ut dictū est. Igitur coniunctim [per 18 p 5] o h ad i h, sicut i a cū a h ad a h. Igitur [per 15 p 5] tertia primæ ad secundā, sicut tertia tertiæ ad quartā: sed h t est tertia pars lineæ o h [nam per thesin h o tripla est ipsius h t.] Igitur t h ad i h est, sicut tertia pars lineæ i a, cū tertia parte a h, ad lineā a h. Igitur t h ad i a, sicut duæ tertiæ lineæ a h, cum tertia lineæ i h, ad lineā a h. Sed quoniā lineā o i est maior i h: [ostensum enim est, ut o a ad i a, sic o i ad i h: at per 9 ax: o a maior est i a: ergo o i maior est i h] erit i h minor medietate o h: & erit tertia i h minor sexta parte o h: & ita tertia i h erit minor medietate t h. Igitur duæ tertiæ a h, cum minore parte, quàm sit medietas h t, se habebunt ad a h, sicut t h ad i h. Igitur [per consecrariū 4 p 5] i h ad h t, sicut a h ad duas sui tertias cum minore, quàm sit medietas h t: sed h t minor uicesima quinta a h: & eius medietas minor quàm medietas uicesimæ quintæ partis. Sed lineā a h in uigintiquinque partes diuisa: duæ tertiæ cum medietate uicesimæ quintæ partis non efficiunt octodecim eius partes. [Nam ex arithmetice regulis intelliges $\frac{2}{3}$ de 25 esse 16 integra, & superesse $\frac{2}{3}$, quæ additæ cum eo, quod minus est $\frac{1}{2}$ uel etiā cum $\frac{1}{2}$, efficiunt $1\frac{1}{2}$. Itaq; $\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{2}$ de 25, sunt $17\frac{1}{6}$.] Igitur proportio i h ad h t maior est, quàm sit proportio 25 ad 18. Item cum h t sit minor uicesima quinta parte a h: erit a t maior uiginti quatuor partibus, quarum a h est uiginti quinque. Sed lineā i h minor est medietate o h: & ita minor medietate h t: [quia h t & eius semisis efficiunt semissem ipsius o h: quo i h minor conclusa est] & ita minor una & dimidia uiginti quinque partium a h: & i a ita minor $26\frac{1}{2}$, sumptis partibus secundum diuisionem a h. Ergo proportio i a ad a t, sicut minoris lineæ $26\frac{1}{2}$ ad maiorem 24. Igitur proportio i a ad a t minor est, quàm $26\frac{1}{2}$ ad 24. Sed proportio i h ad h t maior est, quàm 25 ad 18: igitur proportio i h ad h t maior est, quàm i a ad a t [ratio enim 25 ad 18 maior est, quàm $26\frac{1}{2}$ ad 24, ut patet ex arithmetica.] Sit proportio i m ad m t, sicut i a ad a t: [id autem efficitur: si rectæ ex i a & a t compositæ segmenta sumas i a, a t: it uerò insectam similiter feces per 10 p 6] cadet quidem m inter i & h. [Quia enim ratio lineæ i h ad h t maior est, quàm i m ad m t: erit i m minor i h: itaq; punctum m cadit inter i & h: eritq; per 9 ax: m t maior m h.] Item maior erit proportio i m ad m h, quàm i a ad a t: [Quia enim lineā m t maior est m h è proxima conclusione: erit per 8 p 5 ratio i m ad m h maior, quàm ad m t: at ratio i m ad m t, est ratio i a ad a t per fabricationē. Quare per 11 p 5 ratio i m ad m h maior est, quàm i a ad a t] & ita maior, quàm i a ad a h. [Quoniam enim ratio i m ad m h maior est, quàm i a ad a t è superiore conclusione: ratio uerò i a ad a t maior est, quàm ad a h per 8 p 5: cum a t sit maior ipsa a h per 9 ax. Ratio igitur i m ad m h multò maior est, quàm ratio i a ad a h.] Sit igitur proportio i l ad l h, sicut i a ad a h: [per 10 p 6] cadet quidem l inter m & i. Amplius à punctis l, m ducantur contingentes l b, m g [per 17 p 3] & ducantur lineæ i b, h b, i g, t g, a b, a g: quæ duæ ultimæ producantur usque ad exteriorē circulum: & habebitur ex quarto libro, quòd angulus i b z sit æqualis angulo h b a [continuata enim h b in x: æquabuntur anguli i b z & x b z per 12 n 4: item x b z & h b a per 15 p 1: itaq; per 1 ax. anguli i b z, h b a æquantur.] Cum igitur sit proportio i l ad l h, sicut i a ad a h [per superiorem fabricationem] erit [per 18 n 5] h locus imaginis i, dum reflectitur à puncto b. Et si dicatur cōtrarium, & sumatur alius locus imaginis i: probabis per impossibile, sumpta impossibilitate à proportione, quā non est uerum esse i a ad lineam à puncto imaginis ductam ad punctum a, sicut i l ad lineam à puncto l ad locum imaginis. Cum igitur h sit locus imaginis: & l b contingat circulum in b: producta a b faciet angulum l b z æqualem suo collaterali [a b l: quia uterq; per 18 p 3 rectus est.] Et quoniā l b perpendicularis super a b z [per 18 p 3] restabit angulus i b l æqualis angulo l b h. [Nam recti



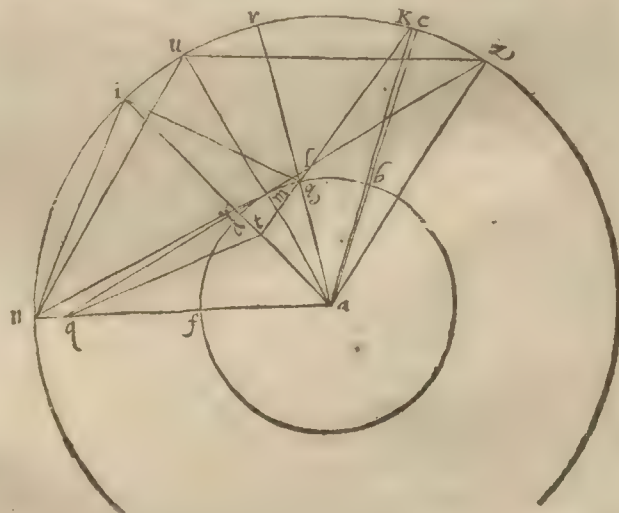
recti $l b z, a b l$ æquantur per 10 ax: & $i b z$ æqualis cõclusus est ipsi $h b a$: reliquus igitur $i b l$ æquatur
 reliquo $l b h$.] Eodẽ modo erit angulus $i g z$ æqualis angulo $t g a$. [Quia enim $m g$ tangit, & per fabri-
 cationẽ est, ut $i m$ ad $m t$, sic $i a$ ad $a t$ erit per 18 n 5 t locus imaginis pũcti i , reflexi à puncto speculi g .
 Quare cõtinuata $t g$ in x : æquabũtur per 12 n 4 anguli $i g z, x g z$: & per 15 p 1 $x g z, t g a$: quare $i g z, t g a$
 æquatur.] Et cũ $m g$ sit perpendicularis super $a g z$: [per 18 p 3] erit angulus $i g m$ æqualis angulo $m g$
 t [quia enim anguli $m g z, m g a$ per 18 p 3 recti æquatur per 10 ax: & $i g z t g a$ æquales cõclusi sunt: reli-
 qui igitur $i g m, t g m$ æquabũtur.] Amplius: ducatur à pũcto h ad lineã $a b$ lineã æquidistãs $i b$ [p 31 p 1]
 quẽ sit $h p$: & à pũcto t æquidistãs $i g$ ad lineã $a g$: quẽ sit $t r$: erit [p 29 p 1] angulus $i b z$ æqualis angulo
 $h p b$: Sed angulus $i b z$ æqualis angulo $h b a$, ut dictũ est: & ita duo anguli $h b a, h p b$ sũt æquales. Qua-
 re [p 6 p 1] duo latera $h b, h p$ sunt æqualia: similiter $t r$ æqualis $t g$. Verũ angulus $h p b$ est acutus: cũ sit
 æqualis angulo $i b z$: [qui minor est recto $l b z$] erit igitur angulus $h p a$ obtusus: [p 13 p 1] & erit [p 19
 p 1] $a h$ maior $h p$. Similiter erit $t a$ maior $t g$. Amplius: quoniã $h p$ æquidistat $i b$: erit [per 29 p 1. 4 p 6]
 $i a$ ad $a h$, sicut $a b$ ad $a p$: erit similiter proportio $i a$ ad $a t$, sicut $a g$ ad $a r$: & erit [per cõsectariũ 4 p 5]
 proportio $a h$ ad $i a$, sicut $a p$ ad $a b$: sed $i a$ ad $a t$, sicut $a b$ ad $a r$ (cum $a b$ sit æqualis $a g$) [per 15 d 1].
 Igitur [per 22 p 5] erit proportio $a h$ ad $a t$, sicut $a p$ ad $a r$. Verũ cum angulus $h p a$ sit obtusus [ut
 patuit] quadratum $h a$ excedet quadratum $h p$ & quadratum $a p$, multiplicatione $a p$ in lineã du-
 ctã à puncto p usq; ad locum perpendicularis, ductã à puncto h , bis [per 12 p 2.] Sed perpendicu-
 laris ducta à puncto h , cadet in medium lineã $p b$: [non enim cadit extra puncta p, b : secus angulus
 acutus esset maior recto per 16 p 1: cadit igitur inter puncta p, b , & in medium lineã $p b$ per 26 p 1]
 cum $h b, h p$ sint æquales: & ita [per 1 p 2] quadratum $h a$ excedet quadratum $h p$, & quadratum $a p$,
 in multiplicatione $a p$ in $p b$: & ita quadratum $a h$ excedit quadratum $h p$ in multiplicatione $a b$ in
 $a p$: quoniã [per 3 p 2] ductus $a p$ in $p b$ cum quadrato $a p$, ualet ductum $a b$ in $a p$. Similiter qua-
 dratum $a t$ excedit quadratum $t r$, in ductu $a g$ in $a r$, siue $a b$ in $a r$: quod idem est. [æquales enim
 sunt $a g, a b$ per 15 d 1.] Ducatur igitur lineã $a b$ in duas lineas $a p$ & $a r$, & prouenient duo excessus.
 Igitur proportio excessus ad excessum, sicut $a p$ ad $a r$. [nam eadem altitudo à b multiplicans bases
 $a p$ & $a r$, facit duo rectangula æquantia duos excessus, proportionalia basibus per 1 p 6.] Erit ergo
 proportio excessus quadrati $a h$ supra quadratum $h p$, ad excessum quadrati $a t$ supra quadratum $t r$,
 sicut $a h$ ad $a t$ [patuit enim $a p$ & $a r$ proportionales esse ipsis $a h$ & $a t$.] Et cum $h p$ sit æqualis $h b$,
 & $t r, t g$: erit [per 7 p 5] proportio excessus quadrati $a h$ supra quadratum $h b$, ad excessum quadrati
 $a t$ supra quadratum $t g$, sicut $a h$ ad $a t$. Sed multiplicatio $e h$ in $h d$ est æqualis quadrato lineã, à
 puncto h ad circulum $d b e$ contingenter ductã: [per 36 p 3] & erit [tangens] minor $h b$. [Quia enim
 $h b$ continuata secat peripheriam $d b e$: æquabitur oblongum comprehensum sub totã secante &
 exteriore segmento, quadrato rectã ab eodem puncto h peripheriam tangentis per 36 p 3. Itaque
 per 17 p 6 ut exteriũs segmentum ad tangentem, sic tangens ad totam secantem: at per 8 p 3 exte-
 rius segmentum minus est tangente: quare tangens minor est secante] & ita multiplicatio $e h$ in $h d$
 minor est quadrato $h b$. Et fiat ductus $a h$ in $h u$ æqualis quadrato $h b$ [ut ostensum est 32 n 5.] Er-
 go $h u$ minor est $h a$. [Quia enim oblongum comprehensum sub $h a$ & $h u$ æquatum est quadrato
 $h b$: erit per 17 p 6, ut $h a$ ad $h b$, sic $h b$ ad $h u$: at $h a$ maior est $h b$, ut patuit: ergo $h b$ maior est $h u$: qua-
 re $h a$ multo maior est $h u$] & quadratum $a h$ est æquale multiplicationi $a h$ in $a u$ & $h u$: [per 2 p 2.] Igi-
 tur multiplicatio $a h$ in $a u$ erit excessus quadrati $a h$, supra quadratum $h b$. Igitur proportio $a h$ ad a
 t , sicut proportio multiplicationis $a h$ in $a u$, ad excessum quadrati $a t$, supra quadratum $t g$. Et si duã
 lineã $a h, a t$ ducantur in $a u$: erit proportio $a h$ ad $a t$, sicut proportio multiplicationis $a h$ in $a u$, ad
 multiplicationem $a t$ in $a u$ [per 1 p 6: quia eadem altitudo $a u$ multiplicat bases $a h$ & $a t$.] Igitur mul-
 tiplicatio $a t$ in $a u$, est excessus quadrati $a t$ supra quadratum $t g$: erit ergo multiplicatio $a h$ in $h u$, æ-
 qualis quadrato $h b$: & multiplicatio $a t$ in $t u$ æqualis quadrato $t g$. [Quia enim per 2 p 2 quadra-
 tum $a t$ æquatur oblongis comprehensis sub $a t$ & $t u$, item sub $a t$ & $a u$: & oblongũ comprehensum
 sub $a t$ & $a u$, æquatur exuperantiã quadrati $a t$ supra quadratum $t g$ per proximam cõclusionẽ: re-
 liquum igitur oblongum comprehensum sub $a t$ & $t u$ æquatur quadrato $t g$.] Amplius: arcus $b g$ di-
 uidatur per æqualia in puncto o [per 30 p 3] & ducatur $a o$: & [per 12 p 1] ducantur tres perpendiculã
 res super lineã $h a$: scilicet $b f, o y, g k$: & [per 31 p 1] à puncto g ducatur æquidistans $h a$: quẽ sit $g s$: &
 [per 11 p 1] à puncto b ducatur perpendicularis super $a g$: quã sit $b c$: hæc quidem $b c$, si produceretur
 usq; ad circulum [id est peripheriam circuli $d b e$] diuideret lineã $a g$ ipsam per æqualia [per 3 p 3] &
 arcum, cuius esset chorda: & ita secaretur alius arcus, æqualis arcui $b g$: quoniã illum arcum respi-
 ceret angulus $c b g$: & ita angulus $c b g$ est medietas anguli super centrũ respicientis eundẽ arcũ, se-
 cundũ Euclidẽ [20 p 3].] Igitur angulus $c b g$ est medietas anguli $g a b$, [æquatur enim angulo subtẽn-
 denti peripheriã æqualem ipsi $b g$ per 27 p 3] quẽ diuidit lineã $a b$ per æqualia. Igitur angulus $c b g$ est
 æqualis angulo $o a g$: Duo autem anguli $b s g, b c g$ recti sunt. Si igitur intelligatur circulus super $b g$
 transfens per s , transibit per c [per cõuersionẽ 31 p 3 demonstratã à Theone in cõmentarijs in 3 li-
 brum magnẽ cõstructionis Ptolẽmẽ] & fiet arcus $s c$, super quẽ cadent duo anguli $c b s, c g s$: igitur
 [per 27 p 3] hi duo anguli sunt æquales. Sed angulus $g a y$ æqualis est angulo $c g s$ [per 29 p 1] propter
 æquidistantiã linearũ: [$g s$ & $y a$] & ita angulus $g a y$ æqualis angulo $c b s$. Et, ut dictũ est, angulus $c b$
 c æqualis angulo $o a g$: erit angulus $o a y$ æqualis angulo $g b s$: & erit triangulũ $o a y$ simile triangulo
 $g b s$. Igitur proportio $g b$ ad $b s$, sicut $o a$ ad $a y$, & proportio $g b$ ad $g s$, sicut $o a$ ad $o y$. Amplius: cum
 angulus $a h b$ sit acutus [ut ostensum est 60 n 5] quadratũ $a b$ minus est quadratis $a h, h b$, quantũ est
 r illud,

Illud, quod fit ex ductu a h in h f bis, secundū quod dicit Euclides [13 p 2.] Igitur quadratū a h cū quadrato h b, superat quadratum a d (quæ est æqualis a b) in ductu a h in h f bis: & ita [per 1 p 2] in ductu a h in h d bis, & a h in d f bis: Sed [per 7 p 2] multiplicatio a h in h d bis, cum quadrato a d, est æqualis quadrato a h cum quadrato h d: & ita ablato cōmuni quadrato a d, cū ductu a h in h d bis: restabit quadratū h d cū ductu a h in f d bis, æquale quadrato h b. Sed [per fabricationē] multiplicatio a h in h t æqualis est quadrato h d: & multiplicatio a h in h u, æqualis quadrato h b: erit ergo multiplicatio a h in h u, æqualis multiplicationi a h in h t, & multiplicationi a h in d f bis, subtracto q; ductu a h in h t (quæ communē ponimus utriq; multiplicationi.) [Quia enim oblonga cōprehensa sub a h t & sub a h & t u, æquatur oblongo cōprehensō sub a h u per 1 p 2: ergo æquatur oblongis cōprehensīs sub a h t & sub a h & d f bis: cōmune igitur est oblongū cōprehensum sub a h t.] restabit multiplicatio a h in t u æqualis multiplicationi a h in d f bis. Igitur t u est dupla d f: [Quia enim oblongū cōprehensum sub altitudine a h & basi t u, æquatur duplici oblongo, cōprehensō sub eadem altitudine & basi d f: erit per 1 p 6 basi t u dupla basis d f.] Amplius: cū angulus a t g sit acutus [ut ostensū est 60 n 5] erit secundū prædictū modū, quadratū a t cum quadrato t g, æquale quadrato a d, cū ductu a t in t k bis: & ita [per 1 p 2] cū ductu a t in t d bis, & in d k bis. Et probabitur modo prædicto, quod quadratū t g æquale est quadrato t d, cū ductu a t in d k bis: sed ductus a t in t u, æqualis est quadrato t g [ex cōclusō] & ita æqualis quadrato t d, cū ductu a t in d k bis. Sit aut ductus a t in t æqualis quadrato t d [ut ostensū est in principio huius numeri] restat ergo, ut ductus a t in æ u, sit æqualis ductui a t in d k bis, per ablationē cōmunis, qui est ductus a t in t æ [nam oblonga cōprehensa sub a t æ, itē sub a t & æ u, æquatur oblongo cōprehensō sub a t u per 1 p 2: ergo æquatur oblongis cōprehensīs sub a t æ semel, & sub a t & d k bis. Cōmune igitur est a t æ, quo sublato: reliquū oblongū cōprehensum sub a t & æ u æquatur oblongo sub a t & d k bis cōprehensō.] Igitur æ u est dupla k d [per 1 p 6] sed iam dictū est, quod t u est dupla d f: restat ergo t æ dupla k f. Amplius: proportio a h ad h t est, sicut a h ad h d duplicata [per 10 d 5] h d enim media est in proportione inter illas: cū eius quadratū sit æquale ductui a h in h t [per fabricationē.] Et similiter proportio a t ad t æ, sicut a t ad t d duplicata [est enim ex fabricationē & 17 p 6 a t ad t d, sicut t d ad t æ.] Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d. [Quia enim h t minor est quinta parte h d, ut patuit: itaq; si a t, uerbi gratia, ipsam t d quater contineat: a h eandem t d quater continebit, & h d semel. Quare a h nō continebit h d quater. Ratio igitur a t ad t d maior est, quàm a h ad h d.] Et cum a h sit maior a t: [per 9 ax:] erit h t maior t æ [quia enim a h maior est a t: erit p 8 p 5 ratio a h ad t æ maior, quàm a t ad t æ: sed ratio a t ad t æ maior est, quàm a h ad h t. Ergo per 11 p 5 ratio a h ad t æ maior est, quàm a h ad h t. Quare p 10 p 5 h t maior est t æ.] Sed t æ dupla ad k f: ergo h t maior est, quàm dupla ad k f. Item. Vt dictū est, proportio b g ad g s, sicut o a ad o y, erit [per 16 p 5] b g ad o a, sicut g s ad o y: sed o a æqualis b a [per 15 d 1] & g s æqualis f k [per 34 p 1] propter æquidistantia: erit [per 7 p 5] proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Amplius: quia i h minor est medietate o h [ut patuit] & o h tripla t h: erit i h minor h t, & medietate ipsius: sed h t minor quinta parte h d. Igitur i h minor est t d: quare i h multò minor n d: quare m i multò minor n d [quia m i minor est i h, quæ minor est n d.] Et palàm per hoc, quod i cadit inter h & z. Amplius: quod fit ex ductu e z in z d, est æquale quadrato a d: [per thesin] igitur quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d. Sed quoniam m g circulum d b e cōtingit, quod fit ex ductu e m in m d, est æquale quadrato m g, secundū quod dicit Euclides [36 p 3.] Igitur m g est minor a d: igitur minor est a g. Amplius: triangula a g m, m g k habent unum angulū cōmune[m] [a d m] & utrunq; eorum habet unū angulū rectū [ad g & k.] Igitur [per 32 p 1. 4 p 1 d 6] sunt similia. Quare proportio m k ad k g, sicut m g ad g a: & ita m k minor est k g [est enim m g minor g a ex conclusō.] Et cum [per 15 p 3] o y sit maior g k: erit h d minor o y [quia h d minor est m k, & m k minor k g, & k g minor o y.] Amplius: quia a h ad h d, sicut h d ad h t: [per thesin & 17 p 6] erit sic [per 15 p 5] medietas h d ad medietatem h t: & ita a h ad h d, sicut q h ad medietatem h t: cum q h sit medietas h d: [per fabricationem] & ita a h ad q h, sicut h d ad medietatem h t: & ita [per cōsecrarium 4 p 5] q h ad a h, sicut medietas h t ad h d. Sed medietas h t maior est f k [demonstratū enim est ipsam h t maiore esse, quàm duplam ipsius k f] & h d minor o y. Erit igitur proportio medietatis h t ad h d maior, quàm f k ad o y [ut constat ex 8 p 5.] Quare [per 11 p 5] erit proportio q h ad a h maior, quàm f k ad o y. Amplius: linea a q secat circulum e b d: sit punctū sectiōis c: & ducatur linea d c: quæ erit æquidistās q h: [Quia enim tota a h æquatur toti a q, & pars a d parti a c per 15 d 1: reliqua igitur d h æquatur reliquæ c q: quare per 7 p 5, ut a d ad d h, sic a c ad c q. Itaq; per 2 p 6 c d parallela est ipsi q h] erit q; per 29 p 1. 4 p 6 proportio q h ad h a, sicut c e ad d a: & ita proportio c e ad d a maior, quàm f k ad o y. Sed f k ad o y, sicut g b ad b a [ex conclusō.] Erit igitur maior proportio c e ad d a, quàm g b ad b a [id est ad d a: æquales enim sunt d a & b a per 15 d 1] & ita c e maior b g: [per 10 p 5] & arcus c e maior arcu g b [per 28 p 3.] Amplius: producat a q usq; ad punctū s, ut sit a s æqualis a i: [per 3 p 1] & ducatur linea s i: quæ erit æquidistās q h: [eodē argumēto, quo c e d parallela cōclusa est ipsi q h] & erit [per 29 p 1. 4 p 6] s i ad q h, sicut i a ad h a. Sed suprā positū est, quod i a ad a h, sicut t q ad q h: erit igitur [per 9 p 5] s i æqualis t q. Amplius: mutetur figura ad euitandam linearū intricatiōem multiplicē, & propter defectū literarū ad distinctiōem linearū. Cum ergo i a sit æqualis lineæ, quā diximus a s: fiat circulus secundū quantitātē ipsarū, & loco s ponatur l i tera n: & producantur a g i ab usq; ad circulū hunc: & sint a b e, a g r: & loco literæ c ponamus f. Dictum est, quod arcus d f maior est arcu b g: sit arcus b m æqualis arcui d f: [siet uerò æqualis, si ad rectam a b eiusq; punctū a cōstituat per 23 p 1 angulus b a m æqualis angulo d a f: sic enim per 33 p 6 periphe-

peripheriæ b m & d f æquabuntur] & ducatur linea a m u: & lineæ i b, i g, i m, n m: & linea q m: quæ pro-
ducatur usq; ad exteriorē circulū: & cadat in punctū z: & ducantur lineæ z a, z g. Cum aut arcus b m
sit æqualis arcui d f: addito cōmuni: [m d] erit arcus m f æqualis arcui d b: eritq; [per 27 p 3] angulus
n a m æqualis angulo i a b, & latera lateribus æqualia [per 15 d 1] erit [per 4 p 1] m n æqualis i b: & an-
gulus n m a æqualis angulo i b a: & [per 13
p 1] angulus n m u angulo i b c. Et cū posi-
ta sit suprā [in secunda figura] a q æqualis
a h: erunt a q, a m latera æqualia a h, a b: &
angulus [q a m] angulo [h a b per proxi-
mam cōclusionē] erit [per 4 p 1] q m æqua-
lis h b: & erit angulus q m a æqualis h b a,
& q m n æqualis angulo h b i: [per 8 p 1]
quoniā duō eius latera duobus illius æ-
qualia: [nam m n æqualis cōclusa est ipsi
i b, & q m ipsi h b] & basis, quæ est q n, est
æqualis basi h i: [nam a n, a i æquatur per
15 d 1: itē a q, a h per thesin: reliqua igitur
q n æquatur reliquæ h i] & angulus n m u
æqualis angulo i b c, & i b c æqualis angu-
lo h b a: [ut ostensum est in secūda figura:
ubi angulus i b z est hic i b c] & angulus h
b a æqualis angulo q m a: ergo n m u æqua-
lis q m a. Et quoniā, ut posuimus, q m z
est linea recta: erit angulus q m a æqualis angulo u m z [p 15 p 1: ideoq; anguli n m u, z m u æquatur.].

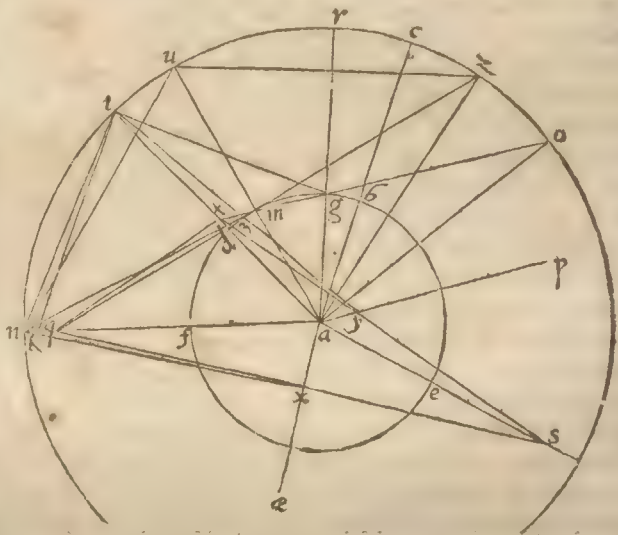


Quare punctū n reflectitur ad z à puncto m: [per 12 n 4] & locus imaginis ipsius q [per 3 n 5]. Hoc rā-
men deest probationi, ut pateat m z totā esse extra circulū: quod sic patebit. Palām, quod contingēs
ducta à pūcto b cadat inter i & h: [demonstratū enim est in prima figura punctū l alterū terminū rectæ
tangētis peripheriā d b e in puncto b, cadere inter puncta i & h] & tanta est remotio puncti b à pun-
cto h, quāta est puncti m à pūcto q [æquales enim cōclusæ sunt h b, q m] & i h æqualis n q: igitur con-
tingēs, ducta à puncto m cadet inter n & q. Igitur q m secat circulū [quia tangēte inferior est.]. Qua-
re tota m z est extra circulū. Amplius: quoniā angulus n m u æqualis est angulo u m z: erit arcus n u
æqualis arcui u z. [Quia enim m n æquatur ipsi m z: cōnexæ igitur n u & u z æquatur per 4 p 1. Quare
per 28 p 3 peripheriæ n u, u z æquatur] & erit angulus n a u æqualis angulo u a z [per 27 p 3]. Sed iam
patuit, quod angulus n a u æqualis est angulo i a c: igitur angulus i a c erit æqualis angulo u a z. An-
gulus uerò b a g aut erit æqualis angulo g a m: aut minor: aut maior. Sit æqualis. Si igitur ab angulo
i a c subtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus m a g: remanebit angulus i a g æqualis an-
gulo z a g: & erit [per 4 p 1] i g æqualis z g, & triangulū triangulo: & erit angulus i g a æqualis angulo
z a g: restabit igitur [per 13 p 1] angulus i g r æqualis angulo z g r. Fiat igitur angulo i g r æqualis angulo
t g a: [per 23 p 1] erit angulus t g a æqualis angulo z g r. Si igitur t g producatur: ueniet ad z [p cōn-
uersionē 15 p 1 à Proclo ibidē demonstratā.]. Quare t g z linea recta [per 14 p 1.]. Igitur i à puncto g re-
flectitur ad z: & locus imaginis eius est punctū t. Si ergo z sit uisus: reflectetur ad ipsum duo pūcta i,
n à duobus punctis m, g: & loca imaginū puncta t, q. Igitur linea t q erit imago lineæ i n. Probatū aut
est suprā, quod t q æqualis est i n. Et ita potest accidere in his speculis imaginē esse æquale rei uisæ. Si
uerò angulus b a g fuerit maior angulo
g a m: erit angulus z a g maior angulo i
a g [mutua angulorum subductione, ut
prius facta.]. Sit angulus k a g æqualis
angulo i a g. Quoniā pūctū k demissius
puncto z, & punctū m demissius pūcto
g: lineā k g secabit lineā z m: secet in pū-
cto l. Igitur existēte uisu in puncto l, re-
flectetur n ad ipsum à pūcto m: & locus
imaginis q. Similiter i reflectetur ad ip-
sum: & locus imaginis est t secundum
priorē probationē. Et ita t q imago est i
n. Quod est propositū. Si uerò angulus
b a g fuerit minor angulo g a m: erit an-
gulus z a g minor angulo i a g. Sit angu-
lus o a g æqualis angulo i a g: & ducatur
linea o g. Palām, quod i reflectitur
ad o à puncto g. Linea o g aut secabit li-
neam z m q extra circulū speculi: aut nō. Si secet extra, & uisus fuerit in puncto sectionis: reflectetur
ad ipsum duo puncta n, i: & loca imaginū erunt t q. Et ita redit propositū [quod erat imaginē æquari
uisibili.]. Si forsan lineā o g secet lineā z m q intra circulū: nō poterit applicari prædicta probatio. Sed
dico,



dico, quod extra hanc totalē superficiem licebit inuenire punctū, ad quod reflectatur duō pūcta i, n à duobus speculi punctis: & imago erit t q. Verbi gratia. Palàm, quod angulus n a z duplus est ad angulū c a b: [ostensum enim est peripherias n u & u z equari: itaq; n z dupla est ipsius u z, & per 33 p 6 angulus n a z duplus ad angulū n a u, ideoq; duplus ad æqualē i a b] & angulus i a o duplus ad angulū i a g, secundū prædicta: [æquatus enim est o a ipsi i a g: itaq; totus i a o duplus est ad i a g] & angulus n a z nō excedit angulū i a o in angulo maiore angulo n a i. [Quia enim angulū n a z & i a o dupli sunt angulorū i a b & i a g: & i a b exuperat angulū i a g, angulo g a b (qui per thesin minor est angulo g a m) ergo angulus g a b minor est dimidiato angulo b a m, qui per 33 p 6 equatur angulo n a i, ob peripherias f d & m b æquales) angulus igitur g a b minor est dimidiato angulo n a i. Quare angulus n a z exuperans angulū i a o, duplo angulo g a b, nō exuperat maiore angulo q̄ sit n a i] & duo anguli i a o, i a n maiores tertio, qui est n a z: & duo z a n, n a i maiores tertio i a o: & duo n a z, i a o maiores tertio n a i. Habemus ergo tres angulos [n a i, n a z, i a o] quorū quilibet duo maiores sunt tertio, & oēs simul quatuor rectis minores: [quia non totū circa centrum a locum replent.] Igitur [per 23 p 11] ex illis licet facere angulū corporalē. Fiat angulus ille super a: & sit linea s a erecta super a: & angulus i a s sit equalis angulo i a o: & angulus n a s equalis angulo n a z: angulus n a i manebit immotus: & fiat linea a s equalis lineæ a n uel a i: quæ oēs sunt æquales: & pducatur lineæ t s, q s. Palàm, quoniam angulus t a s est equalis angulo t a o [est enim t a pars lineæ i a] & duo latera [t a, & a o] lateribus duob. [t a & a s] erit [per 4 p 1] basis t s equalis basi t o, & triangulū tri angulo: & ita angulus g t a æqua-

lis angulo s t a [q a g t pars est lineæ o t.] Similiter angulus q a s equalis angulo q a z, & latera [q a, a s] lateribus: [q a, a z] & [per 4 p 1] triangulū æquale triangulo: & angulus m q a equalis angulo s q a [est enim m q pars lineæ z q.] Diuidatur angulus t a s per æqualia per lineam a y [per 9 p 1.] Sit y punctū, in quo linea illa secabit lineā t s. Palàm, cū angulus i a g sit medietas anguli i a o: erit angulus t a g equalis angulo t a y, & angulus g t a equalis y t a: & unū latus cōmune, scilicet t a: erit [per 26 p 1] t g equalis t y, & triangulū [y t a] triangulo: [g t a] & erit a y equalis a g: & ita y in superficie speculi: [cū enim puncta g & y à centro a æquabiliter distent per conclusionē proximam: sitq; g ex thesi in speculi superficie: erit y in eadē.] Erit etiā angulus i a g equalis angulo i a y, & latera [i a, a g] lateribus [i a, a y] & [per 4 p 1] triangulum i a g triangulo [i a y] æquale: & erit angulus a g i equalis angulo a y i: & linea i y, pducta, æqualis i g. Et producat a y extra spherā usq; ad punctū p: restabit angulus i g r equalis angulo i y p [p 13 p 1.] Verū cum t s sit equalis t o, & t y equalis t g: [per cōclusionē] restat g o equalis y s. Igitur a y, y s æqualia, a g, g o: & basis a s equalis basi a o: erit [per 8 p 1] triangulū [a y s] æquale triangulo: [a g o] & erit angulus a y s equalis angulo a g o: restat [per 13 p 1] angulus s y p equalis angulo o g r. Igitur duo anguli i g r, o g r æquales sunt duobus angulis i y p, s y p. Verū linea a s secabit spherā: sit punctum sectionis e. Igitur tria pūcta e, y, d sunt in superficie spheræ. Quare linea e y d est pars circuli spheræ: & est linea cōmunis superficiei spheræ & superficiei reflexionis t s p. Quare punctū i reflectitur ad punctū s à puncto y: & locus imaginis est t. Similiter diuiso angulo n a s per æqualia per a x: probabitur modo prædicto, quod q x equalis est q m, & x a equalis a m, & x s equalis m z: & duo anguli n x æ & s x æquales duobus angulis n m u, z m u. Et ita n reflectetur ad s à puncto x: & locus imaginis q: & ita t q imago i n: [sic imago, ut prius, erit equalis uisibili: cum t q equalis conclusa sit ipsi i n.] Quod est propositū. Amplius: si à puncto i ducatur perpendicularis super n a: cadet inter n & q, non extra n: cū angulus i n a sit acutus: quoniam æqualis angulo n i a [ducta enim recta i n, equabuntur anguli ad basim i n per 5 p 1] & si caderet perpendicularis illa extra n: esset acutus maior recto [per 16 p 1.] Faciet ergo perpendicularis illa angulū rectū super n q, quē angulū respicit linea i n. Quare [p 19 p 1] linea i n maior est illa perpendiculari. Quare perpendicularis illa minor t q [equali ipsi i n per cōclusionē.] Punctū igitur lineæ n q, in quod cadit perpendicularis, reflectitur ad punctū s: imago uerò eius cadet in lineā n a [per 3 n 5] supra punctū q. Quia quanto remotiora sunt puncta, quæ reflectuntur, tanto loca imaginū magis accedunt ad centrū circuli [per 30 n 5.] Et quæcunq; linea ducetur à puncto t [quod est imago puncti i, reflexi à puncto speculi y] ad aliquod punctū n q supra q: erit maior t q [per 19 p 1.] Igitur imago perpendicularis erit maior ipsa perpendiculari. [Quia enim t q æquatur ipsi i n, quæ maior cōclusa est perpendiculari: ergo t q imago perpendicularis eadē maior est.] Eodē modo quæcunq; linea ducetur à puncto i ad n q, inter hanc perpendicularē & i n: erit imago ipsius maior ipsa. Verū determinentur hæc certius. Punctū n quia reflectitur ad z à puncto m: & locus imaginis est q: linea z m q secat circulū in puncto, quod est z: cōtingens ergo ducta à pūcto z ad circulū: cadet super punctū aliquod arcus m z [si enim z m tangeret: angulus z m a esset rectus per 18 p 3: quare per

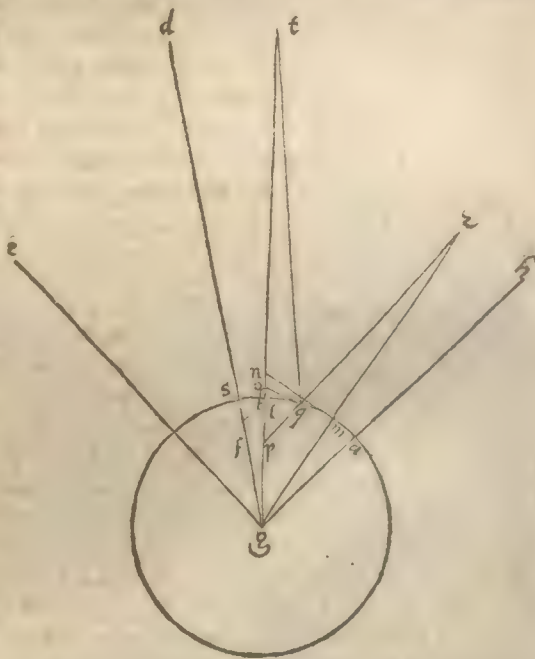


40 n

40 n 5 nulla fieret à pūcto m reflexio: multò igitur minus tangēs à pūcto z, tanget citra punctū m] si uerò caderet in punctū z, secaret peripheriā, nō tangeret: cadit igitur in peripheriā m z, & contingēs illa cadet supra q: quoniā punctū, in quod cadit, erit finis contingentiæ, & finis imaginū: per 17 n 5] & puncta sub puncto illo, quod est finis cōtingentiæ, nō poterūt reflecti: superiora uerò poterūt. Igitur perpendicularis ducta à puncto i super n q, si ceciderit supra punctū, quod est finis cōtingentiæ: reflectetur punctū, in quod cadit: & erit imago perpendicularis maior perpendiculari. Si uerò perpendicularis cadat in punctū contingentiæ, aut infra: non reflectetur punctū, in quod cadit. Quare nulla erit imago perpendicularis. Veruntamen quoniā finis cōtingentiæ est infra n: erunt inter finē cōtingentiæ & n infinita pūcta: quorū quodlibet reflectetur: & erit imago cuiuslibet super n q: & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i ad quodlibet illorū punctorū, erit imago maior linea, cuius fuerit imago. Igitur accidit in his speculis imaginem aliquando æqualem rei uisæ: aliquando maiorem esse. Quod erat explanandum. Huius autem rei explanationem nec scriptam legimus, nec aliquem, qui dixisset, aut intellexisset, audiuiimus.

7. Si duo uisibiles pūcta à centro speculi spherici cōuexi æquabiliter, à uisu uerò inæquabiliter distēt: imago & finis cōtingentiæ pūcti lōginquioris à uisu, erūt lōginquiores à cētro speculi. 4 p 6.

Amplius: in his speculis lineæ rectæ uidentur curuæ, & in pluribus curuitate quidē speculū nō respiciente, sed ei aduersa. Similiter curuæ apparebūt in his speculis curuæ: & si curuitas speculum respexerit, cōtrario situ apparebit. Et hoc quidē intelligendū nō in omnibus, sed in pluribus. Ad cuius rei explanationē necesse est quædam antecedentia præmittere: quorū unum est. Si fuerint duo puncta eiusdē longitudinis à centro speculi, & inæqualis lōgitudinis à centro uisus: imago puncti remotioris à centro uisus erit remotior à centro speculi, q̄ propinquioris: & finis cōtingentiæ remotioris erit remotior à centro speculi, q̄ finis cōtingentiæ propinquioris: siue puncta illa sint in eadem superficie cum centro uisus, siue in diuersis. Sint t, d duo puncta æqualiter à g cētro speculi remota: e centrū uisus: & d propinquius uisui q̄ t. Superficies cōm anis sectionis d t g secabit speculū super circulū per 1 th. 1 sphæ.] qui sit a b: & sit angulus e g d æqualis angulo t g z: angulus e g t æqualis angulo t g h: & sumatur in circulo punctū, à quo t reflectatur ad z: [per 31. uel 39 n 5] quod sit q. Di co, quòd t non reflectitur ad h ab aliquo puncto b q. Palàm, quòd non à puncto b [quia cū ea sit perpendicularis speculo, reflectetur in seipsam, nō ad h per 11 n 4.] Si autē sumatur punctū quodcumq; in b q: linea ducta à puncto h ad illud punctū, secabit lineā q z. Igitur ad illud punctū sectionis reflectitur ab aliquo puncto, sumpto in b q: & ad idē sectionis punctū reflectitur à puncto q. Igitur t reflectitur ad idem punctum à duobus punctis illius circuli: quod impossibile in his speculis, ut in libro quinto [29 n] patuit. Restat ergo, ut t reflectatur ad h ab aliquo puncto q a: sit illud m: & [per 17 p 3] à puncto m ducatur contingens circulum usq; ad lineam g t: quæ sit m n. Erit n finis contingentiæ t, respectu h: [per 17 n 5] & à puncto q ducatur cōtingens: quæ sit q o: quæ quidē necessariò cadet sub m n: [quòd enim non cadat in punctū n, inde perspicuum est: quia ductis semidiamentris g q, g m: anguli n q g, n m g per 18 p 3 recti, essent inæquales per 21 p 1 contra 10 ax: Si uerò cadat ultra n: erit per 21 p 1 angulus rectus obtusus maior cōtra 11 p 1] & producatu r z q usq; dum cadat super g t in puncto p. [cadet autē per 3 uel 16 n 5.] Erit p locus imaginis z. Erit ergo [per 18 n 5] proportio g t ad p g, sicut t o ad o p: igitur maior erit proportio g t ad t n, quam g t ad t o [per 8 p 5: quia t o maior est t n.] Ergo multò maior g t ad t n, quam g p ad p n. [Quia enim ratio g t ad t n maior est, q̄ ad t o ex conclusio: est q; g t ad t o, sicut p g ad p o per 16 p 5. Ratio igitur t g ad t n maior est, quam p g ad p o: sed ratio p g ad p o maior est, quam ad p n per 8 p 5. Ratio igitur g t ad t n multò maior est, quam p g ad p n.] Sit ergo [per 10 p 6] g t ad t n, sicut g l ad l n. Erit g l maior g p. Et erit l locus imaginis h [per 18 n 5: est enim per 16 p 5 g t ad g l, sicut t n ad n l.] Sint ergo h g, e, z lineæ æquales: g f æqualis g p: g s æqualis g o. Cū igitur angulus e g d sit æqualis angulo t g z [per fabricationē] & remotio d à puncto e, sicut z à puncto t: [Quia enim rectæ e g, d g, z g, t g: itē anguli e g d, z g t æquantur per fabricationē: bases e d, z t æquabuntur per 4 p 1: ideoq; puncta d, z æqualiter distabūt à punctis e & t] erit imago d respectu e, sicut z à puncto t: [Quia enim remotio d à puncto e, sicut z à puncto t: itē angulus e g d sit æqualis angulo t g z] erit imago t respectu z in linea g t: erit igitur imago d in puncto f: & similiter finis cōtingentiæ d, respectu e erit altitudinis eiusdē, cuius est finis cōtingentiæ pūcti t, respectu z. Quare erit finis cōtingentiæ d in pūcto s. Verum quoniā angulus e g t æqualis est angulo t g h, & h g æqualis e g: [per fabricationē] erit l imago t, respectu e, sicut est respectu puncti h: & n finis cōtingentiæ respectu e, sicut est respectu pūcti h.



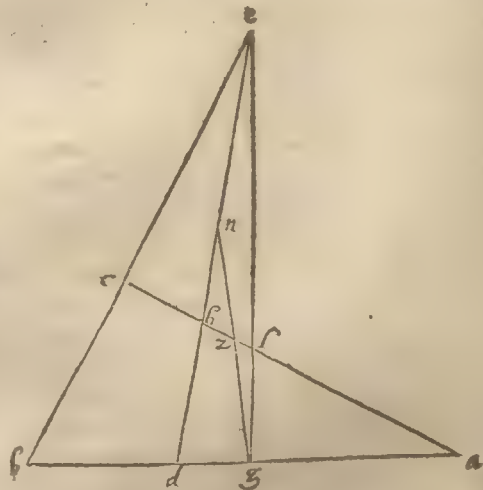
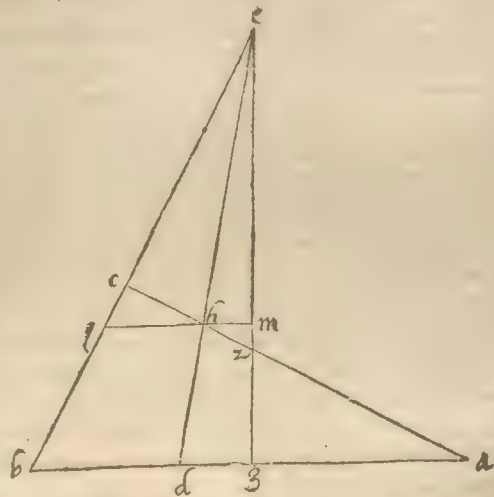
Quare imago puncti remotioris ab e remotior est à centro, imagine propinquioris: & finis contin-
gentiæ remotioris remotior à centro, sine propinquioris. Quod erat propositum.

8. Si data recta in duobus punctis secta, sit ad alterum extremorum segmentorum, ut reliquum ex-
tremum ad intermediu. & ab altero ipsius termino, sectionumq, punctis tres recta in eodem pun-
cto concurrant: recta à reliquo termino secans concurrentes, secabitur proportionaliter data. 123 p 1.

Amplius: proposita linea a b, & diuisa in punctis g, d, ut sit proportio a b ad b d, sicut a g ad g d:
si à punctis sectionu ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, scilicet g e, d e, b e:
& à puncto a ducatur linea secans illas tres lineas: Dico, quod linea illa diuisa erit secundum
prædictam proportionem. Ducatur linea a c secans tria latera g e, d e, b e in tribus punctis z, h, c. Dico
quod proportio a c ad c h, sicut a z ad z h. Ducatur [per 31 p 1] à puncto h æquidistans a b: quæ sit h q.
Palam [è demonstratis à Theone ad 5 d 6] quod proportio a b ad b d, constat ex proportionibus a b
ad h q, & h q ad b d. Sed quoniã q h æquidistat a b: erit triangulũ c q h simile triangulo c a b: [per 29 p
1.4 p. 1 d 6] & erit proportio a b ad q h, sicut a c ad c h. Similiter triangulũ q e h simile triangulo b e d:
igitur erit proportio q h ad b d, sicut h e ad e d. Ergo
proportio a b ad b d, constat ex proportionibus a c ad
c h & h e ad e d. Producatũ q h, usq, dum cadat super
e g in puncto m. [cadet aut per lemma Procli ad 29 p
1] Proportio igitur a g ad g d, constat ex proportioni-
bus a g ad h m, & h m ad g d. Sed cum [per 29 p 1]
angulus e m h sit æqualis angulo z g d: erit [per 13 p 1]
angulus h m z æqualis angulo z g a: & erit triangulũ
a z g simile triangulo h m z [quia enim anguli aduer-
ticem z æquantur per 15 p 1: æquabitur per 32 p 1 ter-
tius m h z tertio g a z. Quare per 4 p. 1 d 6] triangula h
m z, a g z sunt similia. Et erit proportio a z ad z h si-
cut a g ad h m. Sed [per 29 p 1.4 p. 1 d 6] triangulum h
e m simile est triangulo g e d: erit igitur proportio h
m ad g d, sicut h e ad e d. Igitur proportio a g ad g d,
constat ex proportione a z ad z h, & h e ad e d: & eadẽ
est a g ad g d, quæ a b ad b d [per thesin.] Igitur illa ea-
dem constat ex proportionibus a z ad z h & h e ad e d.
Igitur [subducta utrinq; ratione h e ad e d] eadẽ erit
proportio a c ad c h, quæ est a z ad z h. Et ita est propositũ. Eadem erit probatio, quæcunq; linea duca-
tur à puncto a, secans lineas illas tres concurrentes. Et si ducantur aliæ tres lineæ à tribus punctis g,
d, b, ad aliud punctũ quàm e concurrentes, & à puncto a ducatur linea quæcũq; secans eas: diuidetur
secundum prædictã proportionem. Et ita quocunq; modo concurrat tres lineæ. Et si tres lineæ e, g, e, d,
e b producantur ultra tria puncta b, d, g ex alia parte: & à puncto a ducantur lineæ, secantes eas ex il-
la alia parte: nunquam illæ lineæ diuidentur secundum prædictã proportionem.

9. Si due recta facientes angulum, similiterq, in duobus punctis ita secta (ut tota sit ad alterũ
extremorum segmentorum, sicut reliquum extremum ad intermedium) basi infinita conectantur:
recta per puncta sectionu utriusq, cũ basi & inter se concurrentes, in eodem puncto concurrẽt. 124 p 1.

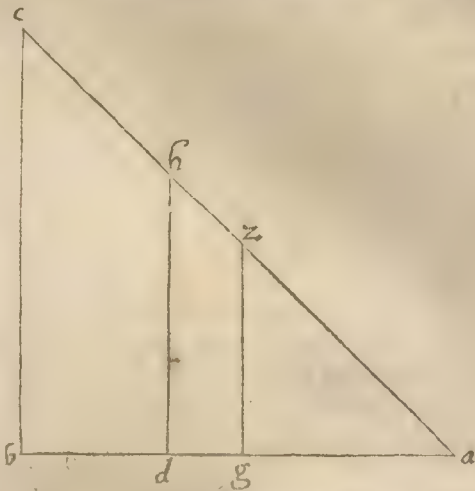
Amplius: data linea a b prædicto modo diuisa: si à puncto a ducatur alia linea, uelut a c, quæ di-
uidatur iuxta eandem proportionem: & à punctis diuisionu a b ducantur lineæ ad puncta diui-
sionu a c, quæ quidẽ nõ sint æquidistates: Dico quod
illæ tres concurrent in uno & eodem puncto. Sit pro-
portio a c ad c h, sicut a z ad z h. Et quia b c, d h non
sunt æquidistantes [ex thesi] igitur concurrent in ali-
quo puncto: quod sit e. Linea g z aut concurrent ad
idem punctũ: aut non. Si ad idem: habemus proposi-
tum. Si nõ, ducatur linea e g: secabit quidem lineã a
c in alio puncto quàm z: sit illud punctũ l. Erit ergo
proportio a c ad c h, sicut a l ad l h iuxta priorẽ pro-
bationem [præcedentis numeri] sed positum est a
c ad c h, sicut a z ad z h. Et ita impossibile [nempe to-
tum æquari suæ parti. Quia enim per præcedentem
numerum est, ut a l ad l h, sic a c ad c h, & ex thesi, ut
a c ad c h, sic a z ad z h: erit per 11 p 5, ut a l ad l h, sic a z
ad z h & per 18 p 5, ut a h ad h l, sic a h ad h z. Quare
cum a h ad duas rectas h l, h z eandem habeat ratio-
nem, æquabuntur ipsæ inter se per 9 p 5: & sic tota h
l erit æqualis parti h z.] Similiter, si ponatur, quod li-
nea g z concurrat cum d h ad punctum e: probabitur hoc modo, quod linea b c concurrat ad idem
Similiter,



Similiter si ponatur, quod gz , bc concurrant ad punctum e : probabitur, quod d h concurret ad idem.

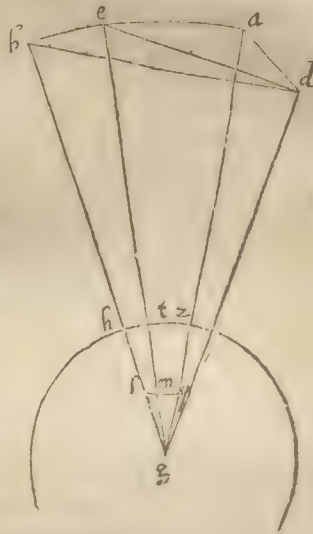
10. Si data recta in duobus punctis secta, sit ad alterum extremorum segmentorum, sicut reliquum extremum ad intermedium: & ab altero ipsius termino, sectionumque punctis tres recta linea sint parallela: recta a reliquo termino secans parallelas, secabitur proportionaliter data. 122 p 1.

Amplius: diuisa ab secundum hanc proportionem: si fuerint lineæ gz , dh , bc æquidistantes: & ducatur ac diuidens illas: erit ac diuisa secundum hanc proportionem. Cum dh sit æquidistans gz : erit [per 2 p 6] proportio az ad zh , sicut ag ad gd : & cum bc sit æquidistans dh : erit [per 2 p 6. 18 p 5] ab ad bd , sicut ac ad ch : sed [ex thesi] ab ad bd , sicut ag ad gd : erit [per 11 p 5] ac ad ch , sicut az ad zh . Et ita patet propositum. His præmissis, accedamus ad propositum.



11. Si recta linea a uisu sit perpendicularis superficie incidentia: imago periphæria concentrica periphæriae circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi spherici cõuexi) uidebitur curua, & parallela ipsi periphæria concentrica. 46 p 6.

Primum de arcu declaremus, quomodo in his speculis imago eius sit curua, curuitate quidem speculum non respiciente, sed centrũ. Verbi gratia: sit ab arcus oppositus speculo: & sit g centrum illius arcus, & similiter centrum speculi: d cẽtrum uisus: & ducantur lineæ d g , a g , b g : & sumatur e in arcu a b quocunq; modo: & ducatur linea e g . Linea uerò d g non sit in superficie a b g . Linea igitur d g aut erit orthogonalis super superficiẽ a b g : aut declinata. Sit orthogonalis: erunt anguli d g a , d g e , d g b æquales [quia per 3 d 11 recti sunt] & [per 15 d 1] latera lateribus. Quare [per 4 p 1] bases basibus. Igitur omnia puncta arcus a b eiusdem longitudinis erũt a centro uisus. Quare imagines omnium punctorum, eiusdem longitudinis sunt a cẽtro: sintq; q , m , l imagines ipsorum a , e , b . Erit igitur g q equalis g m , g l . Quare q m l erit arcus: [per 9 p 3] & cõuexitas ipsius respectu centri, non respectu speculi, siue loci reflexionis. Quod est propositum.

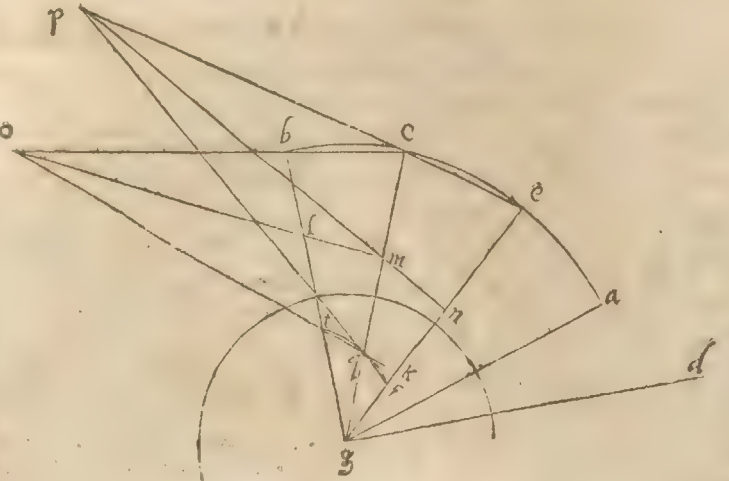


12. Si recta linea a uisu sit obliqua superficie incidentia: imago periphæria concentrica periphæriae circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici cõuexi) uidebitur curua, non parallela periphæria concentrica. 47 p 6.

Si uerò linea d g non fuerit perpendicularis super superficiẽ a b g : ducta perpendiculari a puncto d super hanc superficiẽ: [per 11 p 11], cum [per 5 n 5] illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis a puncto d ad hanc superficiẽ: erit angulus, quem continet hæc perpendicularis uersus g , minor quolibet angulo uersus punctũ g intellecto, quem continet alia linea a puncto d ad hanc superficiẽ ducta [per 16 p 1]. Et linea ducta a puncto d ad hanc superficiẽ, quanto remotior erit a perpendiculari, tanto maior erit, & continebit maiorem angulum uersus g [per 21 p 1]. Si ergo hæc perpendicularis non cadat in arcum a b , sed ex parte una: erunt omnes lineæ ductæ a puncto d ad hunc arcum, declinatæ ad partem unam: & remotiores maiores, & maiorem angulum continentes uersus g . Sit ergo: & sumantur tria puncta in arcu, scilicet e , c , b : finis contingentie puncti b sit l : finis contingentie puncti c , sit m . Quoniam igitur c propinquius d , quam b : erit m propinquius g quam l [per 7 n] & ita c m maior b l [quia gc , gb æquantur per 15 d 1] q sit imago c : imago b : & ducatur t q : & ducantur lineæ c b , m l : quæ quidem productæ concurrent. Si enim a puncto m duceretur æquidistans cb , secaret ex g b lineam æqualem c m [esset enim per 2 p 6. 18 p 5, ut gc ad c m , sic gb ad rectam, quam secat parallelam a puncto m ducta ex g b : itaq; cum gc , gb æquantur per 15 d 1: æquatur c m , sectæ per parallelam ex g b : sed c m , ut patuit, maior est b l : quare cb , m l productæ concurrent.] Concurrant in puncto o . Et quoniam proportio gc ad c m , sicut g q ad q m [est enim per 18 n 5, ut cg ad g q , sic c m ad m q : ergo per 16 p 5, ut cg ad c m , sic g q ad q m .] Similiter gb ad b l , sicut g t ad t l : ergo linea q t concurret cum lineis cb , m l [per 9 n.] Sit concursus in puncto o . Finis contingentie puncti e sit n . Quoniam punctum n demissius est puncto m : [per 7 n] erit e n maior c m : ductis ergo lineis e c , m n , concurrent [ut antea.] Sit concursus in

puncto p: & ducatur linea q p: & procedat, donec cadat super e g in puncto f: & ducatur linea t q usq;

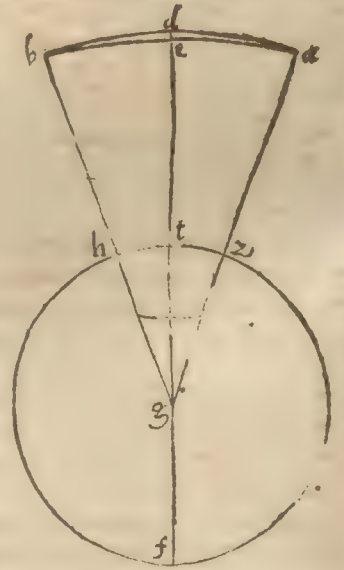
ad e g: & cadat in punctum k. Palàm, quòd k erit supra f [qa punctum n humilius est puncto m.] Verùm cū proportio g e ad c m, sicut g q ad q m [ut patuit] & à punctis diuisionū ducantur tres lineæ concurrētes, in aliam partem productæ secabunt lineam e g secundum prædictā proportionē [per 8 n.] Quare proportio g e ad e n, sicut g f ad f n: sed n est finis cōtingentiæ. Quare locus est imaginis [per 18 n 5.] Igitur linea f q t erit imago arcus e c b: & erit linea curua, non recta: quoniam t q k est recta: & curuitas lineæ non est ex parte speculi. Similiter si perpendicularis à



puncto d cadat ex alia parte arcus: similis erit probatio. Si uerò cadat perpendicularis in medium arcus a b: lineæ à puncto d ex diuersis partibus ad arcum ductæ, æqualiter distantes à perpendiculari: erunt æquales, & æquales angulos continebunt uersus g: & imagines à g æqualiter distabunt: & fines contingentia similiter. Et licebit probare prædicto modo de utraq; parte arcus per se, secundum quod diuiditur à perpendiculari: quòd eius imago sit linea curua modo prædicto. Quod est propositum.

13. Si uisus sit extra superficiem incidentia: imago periphæria eccentrica periphæria circuli (qui est communis sectio superficiem, reflexionis & speculi spherici conuexi) uidebitur magis curua, quàm imago periphæria concentrica. 48 p 6.

Ampius: sumatur circulus, cuius centrum non sit centrum speculi, ueruntamen sit in eadem superficie cum centro speculi. Dico, quòd si in hoc circulo exteriore sumatur arcus ex parte cètri speculi, propinquior ei secundum medium eius punctum, erit imago eius curua. Dato enim hoc arcu: ducatur linea à centro speculi ad centrum exterioris circuli: & producat hęc linea usq; ad arcum datum: linea ducta à centro speculi ad hunc arcum, quæ est pars diametri maioris circuli, erit breuior omnibus lineis ductis ab eodem centro speculi ad illum arcum [per 7 p 3.] Et à centro speculi possunt duci ad arcum datū duæ lineæ æquales à diuersis partibus huius breuis [per 7 p 3] quæ quidem maiores erūt illa breui. Et si secundum alteram illarum fiat circulus, cuius centrum sit speculi centrum: transibit per capita harum duarum linearum arcus excedens arcum datum. Et palàm, quòd imago huius arcus excedentis, erit linea curua secundum prædicta [11.12 n.] Et imagines punctorum huic arcui & arcui dato communium eadem: & medium punctum arcus excedentis est remotius à centro speculi, quam punctū arcus dati, quòd ipsum respicit. Quare eius imago propinquior est centro, quàm imago puncti arcus dati illum respicientis. Et ita cuiuslibet puncti arcus exterioris imago propinquior est cètro, imagine puncti arcus dati, quòd ipsum respicit. Quare imago arcus dati curuior, quàm imago arcus exterioris. Quare imago arcus dati curua est. Quod est propositum.



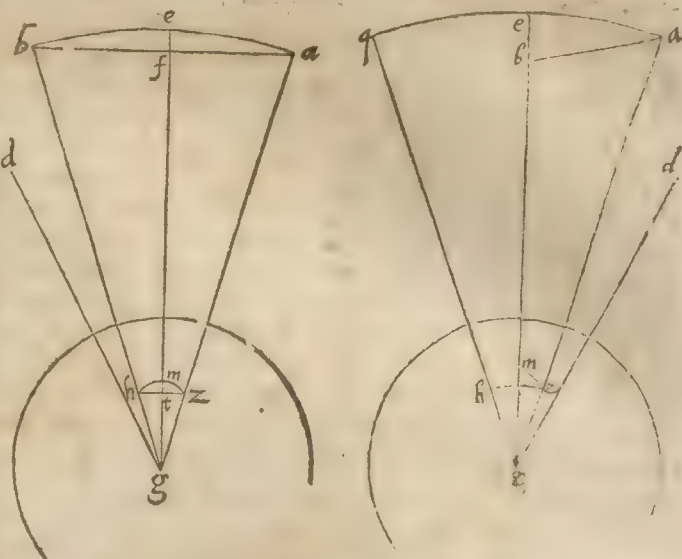
14. Si uisus sit extra superficiem incidentia: imago linea rectæ, parallela rectæ tangenti periphæriam circuli (qui est communis sectio superficiem, reflexionis & speculi spherici conuexi) uidebitur curua. 49 p 6.

Ampius: quòd lineæ rectæ imago in his speculis sit curua, probatur sic. Sit a b linea uisa: g centrum speculi: ducantur lineæ a g, b g. Hæ aut sunt æquales: aut non. Si æquales: fiat circulus, cuius g centrum, secundum quantitatem illarum: qui sit a e b: cadet quidem lineæ a b intra circulum. Palàm ex prædictis [11.12 n.] quòd imago arcus a e b erit curua. Sit igitur imago eius z t h: imago a sit z: imago b sit h: imago e sit t: & ducatur g e secans a b in puncto f. Palàm, quòd e est in eadem lineæ cum f, remotior à centro g. Erīt ergo eius imago propinquior centro, quàm imago [per 30 n 5.] Sit ergo m. Palàm ergo, quòd linea z m h est imago lineæ a b: [imagines enim punctorum a & b communium eadem permanent] & est linea curua. Quod est propositum.

15. Si

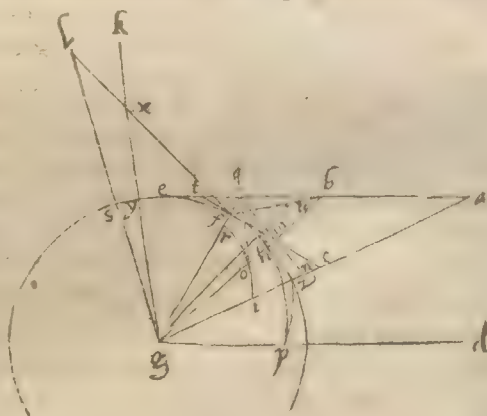
15. Si uisus sit extra superficiem incidentia: imago linea recta infinita, nec parallela, nec tangens, nec secantis peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphaerici conuexi) uidebitur curua. 50 p 6.

SI uero lineae a g, b g fuerint inaequales: linea a b protrahatur aut secabit speculum: aut non. Sit quod non secet: & sit a g maior g b: & fiat circulus super g ad quantitatem a g: qui sit a e q: & producat a b, quousque cadat in circulum ex parte b: cadat in punctum e. Patet ex superioribus [11 uel 12 n] quod imago arcus a e est curua. Punctum imaginis a sit z: punctum imaginis e sit m: erit z m imago arcus a e. Et quoniam imago puncti b remotior est a centro, quam imago puncti e: erit imago lineae a b curua: quod etiam per puncta media arcus a e & lineae a b facilliter poterit probari. Quod est propositum.



16. Si uisus sit extra superficiem incidentia: imago linea recta infinita, tangens peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphaerici conuexi) uidebitur curua. 51 p 8.

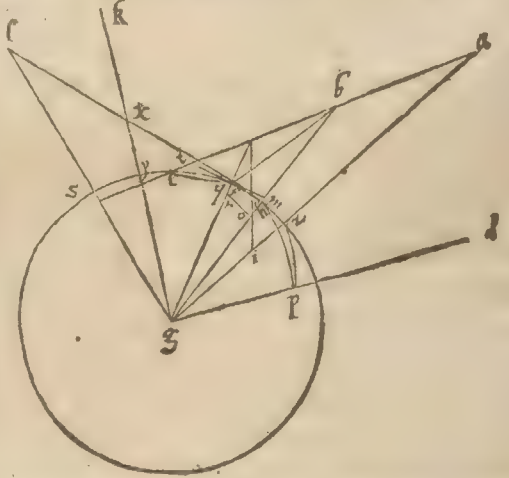
SI uero linea a b tangit speculum: aut secabit: aut continget. Tangat primo: & g sit centrum speculi: & ducantur lineae a g, b g. Superficies a b g secabit speculum super circulum communem [per 1 th. 1 sphaer.] qui sit e h z. Palam, quod linea a b continget speculum in hoc circulo [sunt enim peripheria e h z, & recta a b in eodem incidentiae plano: & a b continuata tangit speculum ex thesi. Quare tangit in peripheria e h z.] Contingat in puncto e. Protrahatur ergo a b usque ad e: d sit centrum uisus. Superficies, in qua sunt lineae d g, a g secabit speculum super circulum, communem superficierum reflexionis & speculi [per 1 th. 1 sphaer.] Sit arcus illius circuli z p: similiter linea communis superficierum reflexionis & speculi, in qua sunt d g, b g: & arcus illius circuli sit h p. Palam [e 29 n 5] quod b reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus h p. Si a puncto illo ducatur contingens: secabit lineam b g, & punctum sectionis erit finis contingentiae [per 17 n 5.] Sit punctum illud m. Palam etiam, quod si a puncto m ducatur contingens arcum circuli e h: cadet contingens illa citra e: quoniam a b contingit in puncto e, & punctum b est altius puncto m. Cadat igitur in punctum f: quae contingens producta secabit lineam a e: secet in puncto t: ex alia parte secabit lineam a g: [per 11 ax] secet in puncto c. Fiat [per 23 p 1] angulus b g s aequalis angulo b g d: & producat g s usque ad punctum l ad aequalitatem lineae d g: erit ergo [per 26 p 3] arcus h s aequalis arcui h p. Et sicut reflectitur b ad d, ab aliquo puncto arcus h p: sic reflectetur ad l, ab aliquo puncto arcus h s. Et erit reflexio a puncto f, sicut in arcu h p est reflexio a puncto, a quo ducitur contingens ad punctum m. Et illa duo puncta sunt eiusdem longitudinis a puncto m. [Si enim duae rectae ab eodem puncto peripheriam tangentes, duabus semidiametris connectantur: recta a centro ad idem punctum ducta bifariam secabit angulum in centro per z consectorium 36 p 3, 15 d. 8 p 1: & peripheriae angulis in centro aequalibus subtensae, & rectae eisdem peripherias subtendentes aequabuntur per 26. 29 p 3: quare praedicta duo reflexionum puncta a puncto m aequaliter distabunt.] Ducantur ergo lineae b f, l f. Item a reflectatur ad d ab aliquo puncto arcus z p [per 29 n 5.] Verum in triangulo h z p duo arcus h z, h p maiores sunt tertio z p: [p 5 th. 1 sphaericorum Menelai] sed h p est aequalis h s [ex conclusio.] Igitur z p est minor z s. Rescindatur z s ad aequalitatem in puncto y [id uero prompte praestiteris, si latus anguli ad terminum g rectae g z, aequati angulo z g p, in peripheria continuaueris: sic enim peripheria angulo aequali subtensa aequabitur peripheriae z p per 33 p 6] & ducatur linea g y, quae producta ad aequalitatem g d, necessario secabit lineam f l [quia secat angulum z g l.] Secet in puncto x: & sit g x k aequalis g d. Palam, quod sicut a reflectitur ad d, ab aliquo puncto arcus z p: similiter reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y. Dico, quod non reflectetur ad ipsum, nisi a puncto, quod est citra f, ex parte z. Si enim dicatur, quod possit a puncto f, uel alio puncto arcus f y: linea ducta a puncto a ad punctum reflexionis, secabit lineam b f: & ad idem punctum sectionis reflectetur punctum k, & ad idem punctum reflectetur punctum



punctum b. Et ita duo puncta in his speculis reflectentur ad idem punctum ex eadem parte: quod est impossibile [& contra 29 n 5.] Restat, ut punctum a reflectatur ad k, ab aliquo puncto arcus z f. Si ab illo puncto ducatur contingens: secabit lineam a z, & cadet inter z & c: quoniam punctum f demissius est quolibet puncto arcus z f: & ita contingens à puncto saltior alijs, à punctis arcus z f ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n: & ducatur linea m n: quæ quidem linea cum transeat per acumen trianguli b m t, & producta diuidat angulum, necessario secabit b t. Secet in puncto q: & ducatur linea g q. Sit autem i imago puncti a: o sit imago puncti b: r sit imago puncti q. Pallam, cum b sit propinquius puncto g, quam a: erit o remotior à puncto g, quam c [per 7 n.] Ducatur ergo linea i o. Pallam etiam [per 18 n 5. 16 p 5] quod proportio a g ad a n, sicut g i ad i n: & proportio b' g ad b m, sicut g o ad o m. Cum ergo lineæ a g, b g diuidantur secundum hanc proportionem, utraq; in duobus punctis, & à punctis diuisionum ducantur lineæ, quarum duæ, scilicet a b, n m concurrant ad idem punctum, scilicet q: tertia necessario concurret ad idem punctum [per 9 n.] Igitur i o producta cadet super q. Quare i o q est recta linea. Igitur i o r nõ erit recta: sed i o r est imago lineæ a q. Quare imago lineæ a q erit curua. Posito autem puncto b loco puncti q, & aliquo puncto lineæ a b posito loco puncti b: erit eodẽ penitus modo probare, quod imago lineæ a b est curua. Et hoc est propositum.

17. Si uisus sit extra superficiem incidentia: imago lineæ rectæ infinitæ secantis inaequaliter per peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphericæ conuexi) uidebitur curua. 52 p 6.

SI uero a b secet circulum: secet in puncto e: in finis contingentia lineæ contingentis circulum e h z, à puncto f productæ ad lineam b g: b igitur reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus h p. Arcus ab illo puncto reflexionis usq; ad h, aut est æqualis arcui h e: aut maior: aut minor. Si æqualis: pallam quod arcus ille est æqualis arcui h f [ut patuit præcedente numero.] Sit q punctum circuli, in quod cadit contingens ducta à puncto m ex parte e. Igitur a e transit per punctum q: & ita m q secat a e per punctum e [quia in hoc casu q & e coniunguntur, unumq; punctum sunt.] Si uero arcus ille minor est arcui h e: secabit quidem linea m q lineam a e ultra punctum q: secet in t, ut efficiatur triangulum e q t. Si uero arcus ille fuerit maior arcui h e: secabit quidem linea m q lineam a e citra punctum q. Siue hoc, siue illud fuerit: iteretur probatio, & eodem penitus modo probabitur, quod imago lineæ a b est curua. Quod est propositum.

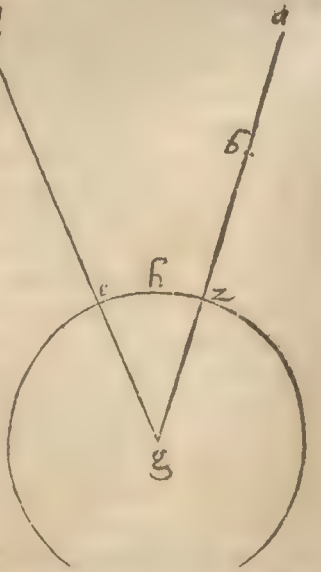


18. Si uisus sit in superficie incidentia, extra rectam lineam infinitam per centrum circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphericæ conuexi) trãscantis: imago illius lineæ uidebitur recta. 53 p 6.

AMPLIUS: si in superficie, in qua sunt linea uisa, & cẽtrum sphericæ, fuerit uisus: (superiora enim dicta sunt, non existente uisu in illa superficie) linea uisa recta, aut concurret cum circulo communi illi superficie & speculo: aut non concurret. Si concurret: angulus illarum linearum [quem nimirum efficiunt diameter optica g d & data recta a b continuata per centrum g] cadet super centrum speculi: quæ quidem linea uidebitur recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ apparet in ipsa linea [per 6 n 5.] Et ita imago illius lineæ est recta.

19. Si uisus sit in superficie incidentia: imago lineæ rectæ, infinitæ per peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphericæ conuexi) tangentis, & ad partem uisui oppositam obliquatæ, uidebitur punctum. 54 p 6.

SI uero linea pposita declinata fuerit: aut erit declinatio ex parte uisus: aut ex alia parte. Si ex alia parte: sumatur punctum circuli, à quo reflectatur aliquid uisum: [per 39 n 5] & sumatur linea reflexionis aliqua. Aliqua linearum declinarum cadet forsitan super hanc lineam reflexionis: quod si fuerit: non uidebitur quidem hæc linea declinata, nisi secutum unum punctum [ducta enim a g secante peripheriam circuli in puncto z: peripheria inter punctum, à quo b reflectitur, & punctum z, continebit puncta reflexionis totius lineæ a b, ut patuit 16 n.] Protracta igitur à centro uisus ad centrum speculi linea: sumatur in arcu circuli citra hanc lineam punctum, à quo reflectatur ad uisum aliquod punctum lineæ declinatæ: sed illud punctum reflectitur à puncto prius assignato, quod est terminus lineæ reflexionis, cum linea declinata sit supra lineam reflexionis. Et ita illud punctum lineæ declinatæ reflectitur ad uisum



uisum à duobus punctis arcus: quod est impossibile [& contra 29 n 5.] Licet autè reflectatur punctum illud à puncto primùm sumpto: non tamen uidetur, cum sit in linea reflexionis, quæ occultatur per præcedentia puncta. Et ita linea adiacens lineæ reflexionis non uidetur.

20. Si uisus sit in superficie incidentia: imago lineæ rectæ infinitæ, peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi spherici conuexi) sine tangenti, sine non, & ad uisus partem obliquata, nulla uidebitur. 55 p 6.

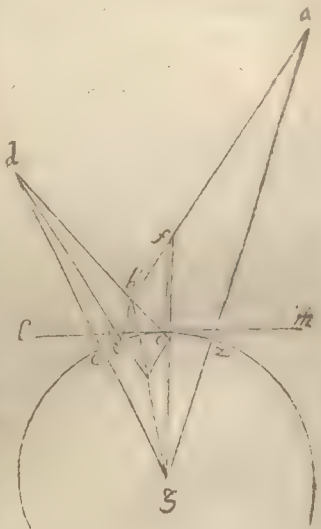
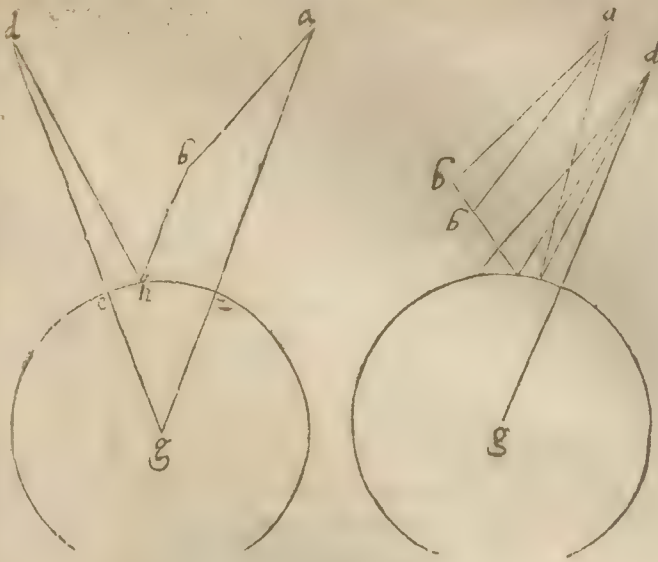
SI uerò sumatur linea declinata, cuius declinatio sit ex parte uisus, iacēs sub linea reflexionis, & secans ipsam in puncto circuli. Dico, quòd nullū punctum illius lineæ uidebitur. Sumpto enim puncto: si dicatur, quòd punctum illud possit reflecti ab aliquo puncto arcus, interiaccētis lineam reflexionis, & lineam à centro uisus ad centrum speculi ductam: & ducatur linea ab illo puncto ad punctū arcus sumptum: hæc secabit lineam reflexionis: & punctum sectionis reflectetur ad uisum, à duobus punctis arcus speculi: quod est impossibile [& contra 29 n 5.] Si uerò dicatur, quòd punctum sumptum in linea, reflectatur à puncto arcus circuli, qui est sub ipsa linea: erit impossibile: quia ille totus arcus occultatur à linea.

21. Si uisus sit in superficie incidentia: imago lineæ rectæ infinitæ, peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici conuexi) nec tangenti nec per centrum secantis, & ad partem uisus oppositam obliquata, uidebitur curua. 56 p 6.

SI uerò linea sumpta nō attingat circulum: poterit quidem uideri: sed modicum est. Si uerò sumatur linea declinata prædicta inter lineam reflexionis, & lineam per punctū reflexionis primò sumptum transeuntem ad centrum: poterit quidem uideri hæc linea: & imminuetur curuitas imaginis huius lineæ, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum, per punctum reflexionis. Si uerò sumantur lineæ inter lineam ad centrū transeuntem per punctum reflexionis: uidebuntur quidem, sine declinatio earum sit ex parte uisus, siue non: & modus uisus earū, similis modo uisus linearum inter lineam reflexionis & lineam ad centrum transeuntem. Et hæc quidem intelligenda sunt de lineis concurrentibus in arcu circuli, qui apparet uisui, id est, in arcu, qui interiaccēt duas contingentes, ductas à centro uisus ad circulum. Linearū autem concurrentium cum circulo in parte circuli occulta uisui: aliqua erit æquidistans lineæ reflexionis: & illa quidem non uidebitur. Similiter conterminalis æquidistanti, quæ est sub æquidistante, occultabitur: sed conterminalis æquidistanti, supra ipsam existens, poterit uideri. Si uerò sumatur linea inter æquidistantes, nō conterminalis alicui earum: si fuerit eius declinatio ex parte uisus, uidebitur si ex alia parte, aliquando uidebitur, aliquando non. Quoniam si à termino eius ducatur æquidistans lineæ reflexionis: si fuerit linea sub æquidistante: non uidebitur: si supra eā, uideri poterit. Si uerò lineæ non concurrant cum circulo, aut secabunt lineam ductam à centro uisus ad centrū speculi: aut æquidistabunt ei. Si secet aliqua earum: linea illa aut secabit illam ex parte uisus, id est, inter uisum & speculum: aut ultra speculū. Si ultra: occultabitur linea illa, sed forsitan apparebunt eius capita. Si uerò secet lineam uisualem ex parte uisus, apparebit quidem similiter. Si fuerit æquidistans lineæ uisuali: poterit uideri. Omnium autem harum linearum imagines curuæ. Visu autem existente in eadem superficie cum centro speculi & lineis uisus, diminuta est apparētia: & quæ sit, quæ manifestius apparet, est illa, quæ declinata est maxima declinatione, & illa uisum respiciente. Pari modo arcuum in his speculis apparentium, & in eadem superficie cum cetro speculi, & uisū existētium, imagines quidē curuæ sunt curuitate speculū respiciente. Hæc autē intelligēda sunt duplici uisū existēte in eadē superficie cū cetro speculi, & re uisa. Si enim alter uisus modicum declinetur, quòd ad ipsum, alio modo res uisa comprehendetur. Et uisū existente extra superficiem rei uisæ & centrum speculi, certior erit ipsius rei comprehensio, quàm existente in ea.

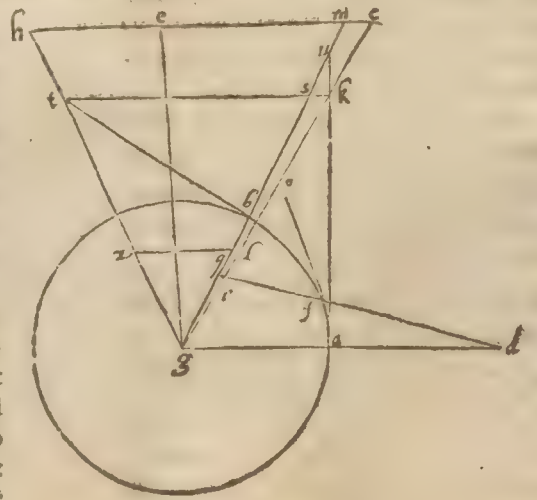
22. Si uisus sit in superficie incidentia: imago lineæ rectæ infinitæ, qua uel non concurrrens

cum

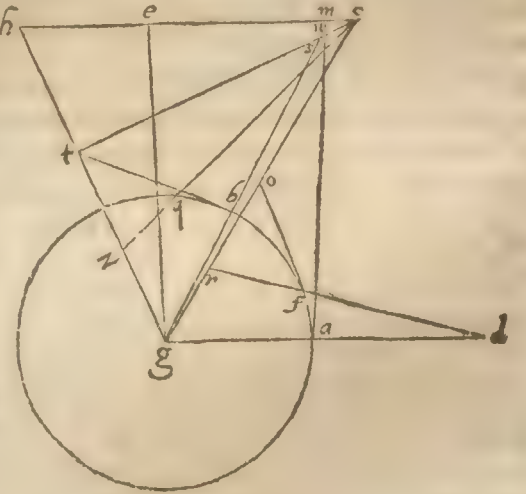


cum superficie speculi sphericæ convexi, parallela est recta connectenti centra speculi & visus, uel quæ cum eadem connectente extra speculum, uersus uisum concurrat: uidebitur curua. 57 p 6.

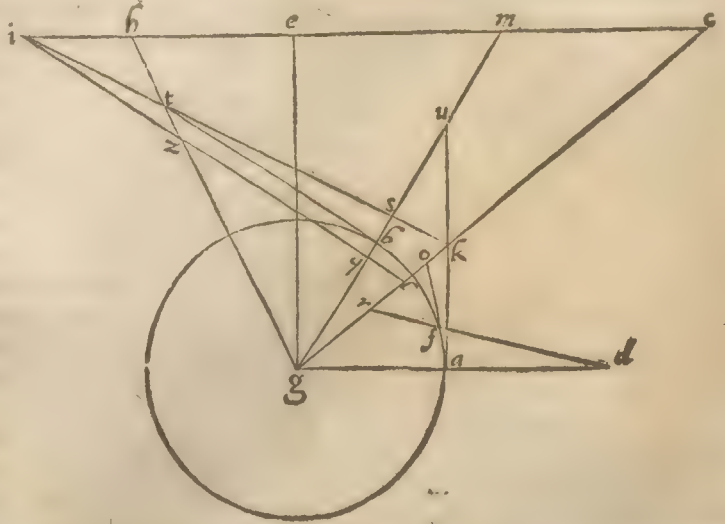
Quod autem imago rei uisæ sit curua, uisu existente in superficie cætri speculi & rei uisæ, probabitur. Sit d centrû uisus: g centrû speculi: h e sit linea uisæ: quæ quidem h e non cõcurrat cû circulo speculi, sed sit æquidistans lineæ d g: uel secet eâ ex parte d. Superficies incidentiæ sit, in qua sint lineæ d g, h e. Circulus cõmunis huic superficiæ & speculo sit a b. Producatûr linea h g, & punctum in ipsa sit imago h: punctû circuli à quo reflectitur h ad d, sit b. Et [per 17 p 3] à puncto b ducatur linea cõtingens, quæ secet lineam h g super punctû r: erit t finis contingentiæ [p 17 n 5]. Ducatur linea b g: quæ producta necessariò concurreret cû h e. Si enim h e fuerit æquidistans d g: cõcurreret quidem: p lemma Procli ad 29 p 1] si uerò d g cõcurrat cû h e: multò fortius g b cû eadẽ cõcurreret. Cõkursus ille aut erit in linea h e: aut ultra hâc lineam. Sit ultra: cõcurrat in puncto m: imago puncti m sit q: finis contingentiæ sit s: & ducatur linea z q, & similiter linea t s: & d g secet circulû in a: & [per 17 p 3] ducatur à puncto a cõtingens a u. Palâm [è 24 n 4] quòd a b est minor quarta circuli: cum d uideat ex circulo minus medietate.



Quare angulus a g b est acutus: [p 33 p 6] & [per 18 p 3] angulus u a g est rectus. Igitur a u cõcurreret cum b g [per 11 ax.] cõcurrat in puncto u. Dico, quòd punctum u cadet supra punctû s. Cû enim m reflectatur à puncto aliquo arcus a b [per 29 n 5] & a sit demissus illo puncto: erit finis contingentiæ a, altior sine contingentiæ illius puncti: & ita s demissus puncto u. Procedat ergo t s, donec concurrat cum linea a u: [cõcurrat aut per 11 ax.] & sit cõkursus in puncto k: & ducatur linea g k: quæ producta concurrat cû h m in puncto c: [cõcurrat aut per lemma Procli ad 29 p 1] Punctû c reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus a b [per 29 n 5]. Sit illud punctû f: à quo ducatur linea contingens usq; ad g e, quæ quidem erit demissior linea a k: & erit punctû o demissius puncto k. Sit o finis cõtingentiæ. Ducatur linea d f, quousq; cadat super g c: cadat in punctû r: & producatûr z q usq; ad lineam g c: & cadat in punctum l. Dico quòd l est supra r. Lineæ enim h e, t k, z l aut sunt æquidistantes: aut cõcurrunt. Sint æquidistantes. Cû ergo hæ æquidistantes



secent lineam g c super tria puncta c, k, l, & secent utramq; lineam m g, h g: & [per 18 n 5. 16 p 5] pportio h g a d h t, sicut g z a d z t: similiter m g a d m s, sicut g q a d q s: erit [p 10 n] pportio eadẽ g c a d c k, sicut l g a d l k. Sed palâm [per 3 n 5] quòd r est imago c: linea enim d f, linea reflexionis, concurrat cum c g in puncto r: & o finis contingentiæ. Quare [per 18 n 5. 16 p 5] pportio g c a d c o, sicut g r a d r o: sed [per 8 p 5] maior est pportio g c a d c k, quàm g c a d c o: & ita maior est pportio o r a d r g, quàm l k a d l g: [quia per 26 p Capani in quintû librum elementorum, ratio l k a d g l minor est, quàm ratio o r a d r g] & ita [per 18 p 5] maior est pportio o g a d r g, quàm k g a d l g. Sed [per 9 ax. k g maior est o g.] Quare [per 14 p 5] l g maior est r g. Igitur r demissus est puncto l. Sed z q l est linea recta: igitur z q r est linea curua. Et ita imago lineæ h e est curua. Posito ergo aliquo puncto lineæ h e loco puncti m, & puncto e loco puncti c: erit probare, quòd imago h e est curua. Si uerò lineæ h e, t s, z q concurrant: aut erit concursus ex parte d:



te d: aut ex parte h g. Sit ex parte d: & sit concursus in puncto c: erit z q t linea recta: quare z q r erit curua. Et ita imago lineæ h e curua. Quod est propositum.

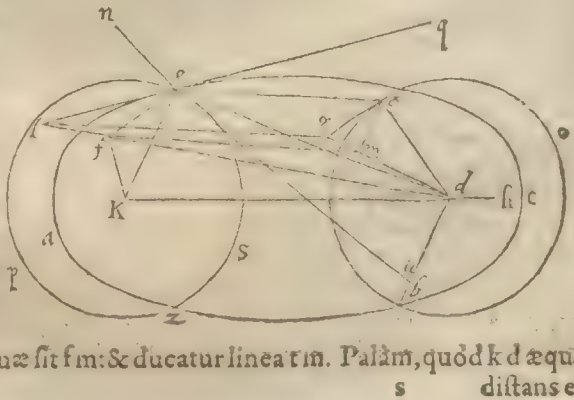
23. Imago peripheriæ cum uisu in eodem plano sita, intra speculum sphericum conuexum sensiliter uisa, curua uidetur. § 8. 62 p 6.

SI uerò proponatur arcus extra speculum: erit probare de eo, quòd imago sit curua, sicut probatum est, uisu non existente in eadè superficie cū arcu & centro speculi. Et hoc est propositum. Igitur in his speculis lineæ rectæ apparent curuæ, & similiter curuæ apparēt similiter curuæ. Si autem proponatur uisui in his speculis corpus curuū, sed longū, modicam habens latitudinem: apparebit quidem corporis illius curuitas manifestè, cū ipsa discerni possit per ea, quæ supra corpus sunt, aut infra. Non enim planè discernitur curuitas, nisi magna, ubi occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis. Vnde proposito uisui corpore conuexitatis modicæ & quantitatis magnæ, nō planè discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit cōuexa, cū non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine. Amplius: errores in speculis planis accidentes, omnes accidunt & in his: & præter illos, accidit imagines linearum rectarum esse curuas: quod à speculis planis est remotum.

DE ERRORIBVS, QUI ACCIDVNT IN SPECVLIS COLUMNARIBVS CONUEXIS. Cap. V.

24. Si à duobus ellipsis cylindræa punctis sint due perpendiculares: prima axi, continens cum recta à secundo puncto, ad idem axis punctum ducta acutum angulum: secunda recta ellipsin in secundo puncto tangenti: ultra axem & dictum acutum angulum concurrent. 114 p 1. 44 p 7.

Amplius: in speculis columnaribus exterioribus errores accidunt iisdem, qui in speculis sphericis exterioribus. Lineæ enim rectæ uidentur curuæ, & diminuta apparet rei quantitas: sed longè fortius in his, quàm in eis. Quoniam in sphericis res magna apparebit quidem minor, sed non multò minor: sed in his res etiam maxima uidebitur minima. Similiter linea recta apparebit curua in speculis sphericis, sed modicæ curuitatis: in columnaribus maximæ curuitatis. Vnde multiplicantur errores columnaris speculi super errores sphericis. Verùm in columnaribus aliquando fit reflexio à linea recta, scilicet à longitudine speculi: aliquando à circulo: aliquando à sectione. Quando linea uisa fuerit æquidistans longitudini speculi, fiet reflexio à linea longitudinis: & linea uisa apparebit recta, modicæ curuitatis. Et hæc quidem probabuntur: ad quorum probationē necesse quiddam præmitti: quod huiusmodi est. Sumpta columnari sectione, & sumpto in ea puncto, quod non sit punctum reflexionis: si ab illo puncto ducatur linea ad perpendicularē, quæ est à puncto reflexionis ad axem, & linea illa faciat angulum acutum cum perpendiculari: si ducatur à puncto sumpto linea, quæ sit orthogonalis super contingentem illud punctum: hæc linea concurret cū perpendiculari sub axe, & sub concursu prioris lineæ cum perpendiculari. Verbi gratia: sit a b sectio: e punctum datum: n punctum uisum: b punctum reflexionis: b d perpendicularis: e d b angulus acutus: q e l contingens. Super b fiat circulus æquidistans basi columnæ [ut ostensum est 47 n 5] scilicet b t o: & ducatur à puncto e linea longitudinis columnæ [ut eodem numego demonstratū est] scilicet e t: ducatur axis d h: & [per 11 p 1] ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d, in superficie circuli. Palàm, quod superficies h d g est orthogonalis super superficiem circuli [per 18 p 11: quia ducitur per axem perpendicularem circulo per 21 d 11.] Superficies uerò contingens columnā in puncto b, erit æquidistans huic superfici: quoniam linea longitudinis ducta à puncto b est æquidistans axi [per 21 d 11.] Et contingens circulum super b est æquidistans d g [per 28 p 1: recti enim sunt anguli g d b per fabricationem, & comprehensus sub tangente in puncto b & semidiametro circuli d b per 18 p 3.] Igitur superficies, in qua sunt lineæ l e, e t non est æquidistans superfici h d g [quia non est parallela superfici tangenti ellipsin in puncto b: cum angulus e d b sit acutus ex thesi.] Concurrat igitur cum ea. Concurrat in linea l g: & ducatur linea t g: quæ quidem erit contingens: cum superficies l e t sit contingens. Ducta autem linea t d: erit angulus g t d rectus: [per 18 p 3] quoniam t d diameter, [& t g tangit peripheriam in ipsius termino t.] Fiat autem super e circulus æquidistans basi columnæ [ut demonstratum est 47 n 5] scilicet e s p: punctum axis in hoc circulo sit k: & ducatur linea k e. Ducatur etiam linea d l: quæ quidem secabit superficiem circuli e s p: fecerit in puncto f: ubicunque sit punctum extra circumferentiam uel intra: & ducantur lineæ k f, e f: & [per 11 p 11] à puncto f ducatur perpendicularis super superficiem circuli b t o: quæ sit f m: & ducatur linea t m. Palàm, quòd k d æquidistans est



distans est & æqualis fm: [Nam cum axis kd & recta fm sint perpendiculares circulo bto: ille per 21 d ii, hæc per fabricationem: erunt ipsæ inter se parallelæ per 6 p ii: & æquales per 34 p i: quia circuli bto, esp sunt paralleli] & ita [per 33 p i] kf æquidistans & æqualis dm. Similiter fm æquidistans & æqualis et: [per 30 p i: quia et latus cylindraceum parallelum est axi kd per 21 d ii] & ke æqualis & æquidistans dt: & ita e ferit æquidistans & æqualis tm [per 33 p i]. Verùm superficies kd l est orthogonalis super superficiem sectionis bet: [quia per axem ducitur, & angulus g db in ellipsis plano rectus est ex thesi] & est orthogonalis super superficiem circuli esp [per 18 p ii: quia transit per axem, perpendicularem circulo per 21 d ii.] Ergo est perpendicularis super lineam, communem sectioni & circulo [per 19 p ii] quæ est ef. Igitur [per 3 d ii] angulus efk rectus. Similiter angulus tmd rectus [per 10 p ii: sunt enim ef, fk parallelæ ipsis tm, md, ut patuit, & in circulis parallelis.] Cû igitur angulus dmt sit rectus: & gtd rectus: [per 18 p 3] multiplicatio dm in mg erit, sicut tm in se. [Nam quia ab angulo gtd recto ducta est tm, perpendicularis basi gd: erit per 8 p 6, ut dm ad mt, sic mt ad mg. Itaque per 17 p 6 rectangulum comprehensum sub extremis dm, gm æquatur quadrato mediæ tm.] Sed quoniam fm æquidistat gl: [Nam cum gl sit communis sectio duorum planorum, quorum alterum letg speculum tangit, reliquum hdgl per axem secat: utrûque uerò perpendiculare est circulo bto per 21 d. 18 p ii: erit ipsa gl eidem circulo perpendicularis per 19 p ii. Quare per 6 p ii erit parallela axi: ideoque per 30 p i ipsi fm] erit [per 2 p 6] proportio d f ad f l, sicut dm ad mg. Sed d f maior dm [per 19 p i: quia angulus adm rectus est per fabricationem.] Igitur fl maior mg [per 14 p 5.] Igitur maior est multiplicatio d f in fl, quàm dm in mg: ergo maior $\frac{d f}{d m}$ tm in se. Quare cum tm sit æqualis ef [ex concluso] erit multiplicatio d f in fl maior ductu lineæ e fin se. Quare angulus led maior recto. Si enim rectus esset, cum linea ef sit perpendicularis super ld [rectus enim demonstratus est angulus efk] esset ductus d fin fl æqualis quadrato e f [per 8. 17 p 6.] Restat ergo [per 13 p i] ut angulus deq sit acutus. Igitur orthogonalis ducta à puncto e, orthogonalis, inquam, super contingentem ql, cadet sub linea e d, & concurret cum perpendiculari b d sub puncto d. [Quòd enim perpendicularis illa & b d concurrant, patet per 11 ax: quia anguli, e d b & comprehensus ab e d & ducta perpendiculari, sunt acuti: ille per thesin, hic, quia pars est recti, comprehensi à tangente e q & ducta perpendiculari.] Quod est propositum. His præmissis accedendum est ad propositum.

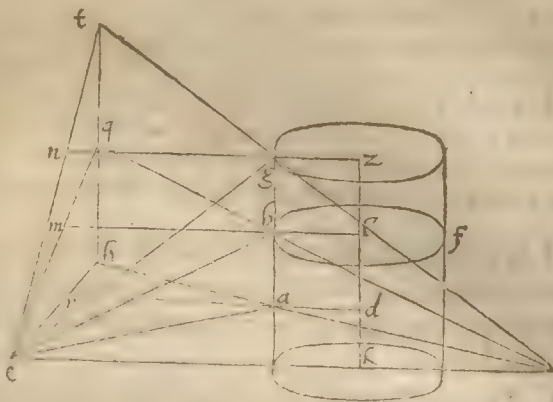
25. Si uisus, & linea recta, axi speculi cylindracei conuexi parallela fuerint in eodem plano: à toto cylindri latere ad uisum reflecti potest: & imago uideatur linea recta, æqualis parallela. 50 p 7.

Proponatur columna: [ut in sequente numero] linea æquidistans axi sit th. erit quidem æquidistans lineæ longitudinalis columnæ [per 21 d ii, 30 p i.] Si ergo uisus fuerit in eadem superficie cum axe & linea th: poterit quidem reflecti linea, & erit reflexio à linea longitudinalis columnæ, quæ est linea communis superficie, in qua sunt uisus & axis, & superficie columnæ, sicut ostensum est in libro quinto [43, 89 n.] Sic igitur uidebitur linea th linea recta. Quoniam qualibet perpendicularis ducta à puncto lineæ th, erit in eadem superficie cum uisu & axe. Et probabitur imaginem lineæ th esse rectam, sicut probatum est in speculis planis de rectis lineis [2 n.]

26. Si uisus sit extra planum lineæ rectæ, axi speculi cylindracei conuexi parallela: à latere cylindri sit reflexio. 30 p 7.

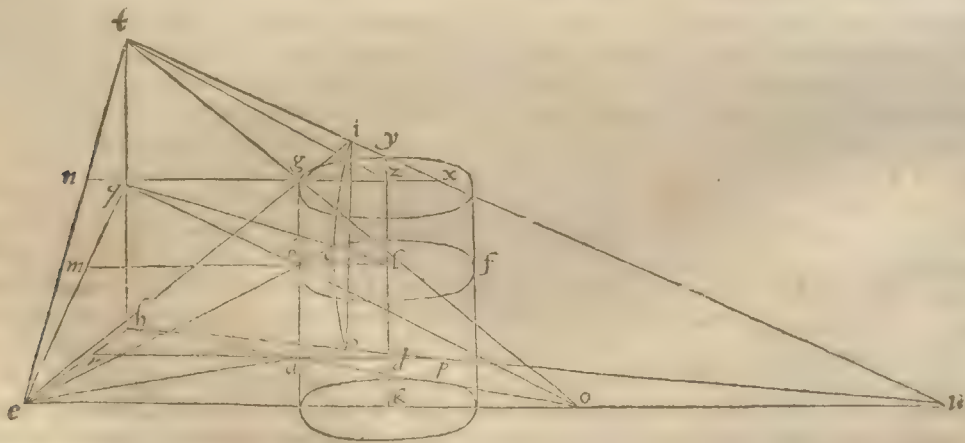
SI autem uisus sit extra superficiem lineæ th, & axis: & th æquidistet axi: qui axis sit zk: fiat superficies per uisum transiens, secans superficiem columnæ æquidistanter basi: [ut ostensum est 47 n 5] secabit quidem secundum circumulum [per 5 th. Sereni de sectione cylindri.] Sit circulus ille bf. Aliquod igitur punctum lineæ h t reflectitur ad uisum, ab aliquo puncto huius circuli: sit punctum b: & uisus sit e: punctum illud lineæ th, sit q: & ducantur lineæ e b, q b, q e. Et ducatur à puncto b linea longitudinalis [ut monstratum est 47 n 5] quæ sit abg: & ducatur à puncto b perpendicularis, cadens super axem in puncto l [cadet uerò per lemma Procli ad 29 p i: quia latus cylindraceum & axis sunt paralleli per 21 d ii] quæ sit ml: & ducatur à puncto e linea æquidistans lm: quæ sit eo: & ducatur qb, quousque concurrat [concurrat autem per allegatum Procli lemma] sit concursus in puncto o. Palàm, quòd angulus qb m est æqualis angulo e b m: [anguli enim mbg, mba recti per fabricationem & 29 p i, æquantur per 10 ax. item que qb g, e b a per 12 n 4: quare reliqui qb m, e b m æquantur.] Sed [per 29 p i] angulus qb m æqualis est angulo boe: quia lm æquidistans oe. Similiter [per eandem 29] angulus m b e æqualis angulo boe: quia coalternus. Igitur angulus boe æqualis est angulo boe. Quare [per 6 p i] latera bo, be æqualia. Sumatur autem aliud punctum in linea th: quod sit t: & ducatur linea to. Palàm, quòd linea th æquidistat lineæ longitudinalis, quæ est ag [per 30 p i: quia th ex thesi parallela est axi, cui latus cylindraceum parallelum est per 21 d ii.] Ergo sunt in eadem superficie: [per 35 d i] & in illa superficie est linea qbo [per 7 p ii: quia connectit th & ag.] Quare in eadem erit linea tq [per 1 p ii.] Secabit igitur lineam ag. Secet in puncto g. Ducatur linea eg. Palàm etiam [per 8 p ii] quòd linea ag est perpendicularis super superficiem circuli bf, sicut axis, cui æquidistat, [per 21 d ii.] Et superficies illius circuli, est pars superficie, o b f, secans scilicet columnam æquidistanter basi. Igitur [per 3 d ii] angulus gbo est rectus, & angulus

gulus $g b e$ est rectus. Ergo [per 47 p 1] quadratum lineæ $g o$ ualet quadratum lineæ $b g$ & quadratum lineæ $b o$. Similiter quadratum $g e$ ualet quadrata $g b$ & $b e$. Et quoniam $b e$ & $b o$ sunt æquales: [per conclusionem] & $g b$ communis: erit $g o$ æqualis $g e$ [quia ipsarum quadrata æqualia.] Igitur [per 5 p 1] angulus $g o e$ æqualis angulo $g e o$. Ducta autem perpendiculari super axem $z g n$: æquidistans erit $e o$: [per 30 p 1] cum sit æquidistans $m b l$. Igitur [per 29 p 1] angulus $t g n$ æqualis angulo $g o e$: & angulus $n g e$ æqualis angulo $g e o$: quare angulus $t g n$ æqualis $n g e$. Cum autem $t g o$, $n g z$ sint in eadem superficie, in qua g . Ergo puncta o, g, t erunt in eadē superficie: & ita in eadē superficie sunt lineæ $e g, o g, t g$ [p 1 p 11.] Igitur t reflectitur ad e à puncto g . Sumpto autem in linea $t h$ puncto h eiusdem longitudinis à puncto q , cuius est punctum t , & linea ducta $h o$: transibit quidē per punctum lineæ $a g$: transeat per punctum a : ducta q ; à puncto a super axē perpendiculari $d a$; & linea $e a$ erit, sicut prius, probare: quod duo anguli $a b o, a b e$ recti: & duo latera $a o, a b$ æqualia: & duo anguli $h a r, e a r$ æquales: & ita h reflectetur ad e à puncto a . Similiter sumpto quocumque puncto lineæ $t h$: erit probare, quod reflectatur ab aliquo puncto lineæ $a g$. Quare linea $t h$ reflectetur à linea longitudinis, quæ est $a g$.



27. Si uisus sit extra planum lineæ rectæ, axi speculi cylindræ conuexi parallela: imago uidebitur parum curua, & minor ipsa parallela. 51 p 7.

Restat probare imaginem lineæ $t h$ esse curuam. Palam ex prædictis, quod q reflectitur ad e à puncto b , quod est punctum circuli. Sed cum sic reflectatur à circulo: si ducatur linea à puncto q , ad centrum illius circuli: concurret cum perpendiculari ducta à puncto b : [quia perpendicularis illa transit per eiusdem circuli centrum, ut ostensum est 16 n 5] & erit cōcursus in puncto axis. Ducatur ergo $q l$, concurrans cum $m l$ in puncto axis: quod est l : & est centrum circuli $f b$: & producat $e b$, quousque concurrat cum $q l$. Sit concursus in puncto c . Erit c imago q : & est c in superficie, in qua sunt lineæ $q h$, & axis, & linea longitudinis $a g$ [per 1 p 11.] Palam etiam [e 3 n 4] quod t reflectitur ad e , à puncto sectionis columnaris, scilicet à puncto g . Est autem à puncto t unam ducere perpendicularem, super lineam contingentem in aliquo puncto sectionem: quæ quidem concurret cum perpendiculari ducta à puncto g : quæ est $n g z$, sub axe, id est, sub puncto z : quod est concursus perpendicularis $n z$ & axis [per 24 n.] Quoniam ducta linea $t z$: erit angulus $t z n$ acutus: [quia continuato axe $k z$ ultra z in y : erit angulus $n z y$ rectus per fabricationē & 29 p 1.] Producat $n z$ ultra z in x . Ducatur ergo $t x$, concurrans cum $n z$ in puncto x : & producat $e g$, donec concurrat cum $t x$ in puncto i . Erit i imago puncti t [per 4 n 5.] Similiter ducta à puncto h linea, quæ sit orthogonalis super lineam, contingentem speculum in puncto aliquo sectionis, à quo h reflectitur ad e : concurret cum perpendiculari $d a r$, sub puncto d , quod est punctum axis [per 24 n.] Concurrat in puncto p : & producat $e a$, donec concurrat cum $h p$ in puncto s . Erit imago puncti h punctum s [per 4 n 5.]



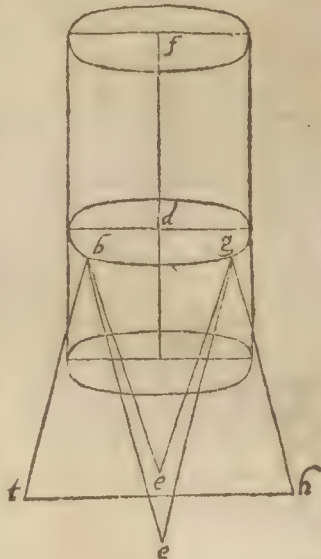
Ducatur autem linea $s t$. Palam, cum linea $t i$ concurrat cum perpendiculari $n z$, quæ est æquidistans lineæ $e o$: concurret cum linea $e o$ [per lemma Procli ad 29 p 1.] Sit concursus in u . Similiter linea $h s$, quoniam concurrat cum perpendiculari $d a r$, quæ est æquidistans $e o$: cōcurret cum $e o$. Sed quoniam situs t , respectu puncti e , idem est cum situ h & eadem longitudo: [quia $t h$ parallela est axi ex thesi.] Similiter situs puncti t & puncti h ad punctum q idem [ut præcedente numero patuit] & punctorum i, s , respectu o , etiam est idem: erit idem situs linearum $t i, h s$, respectu lineæ $e o$. Igitur li-

neæ t i, h s cōcurrent super idem punctū lineæ e o. Concurrant in puncto u. Erit ergo t u h triangulum, & in superficie huius trianguli erit lineæ i s. Axis autem non est in eadem superficie: uerūm t h est in eadem superficie cum axe. [ex thesi.] Igitur superficies illa secat superficiem trianguli, super lineam comunem: quæ est t h, non super aliam. Cum ergo punctum c sit in superficie lineæ t h & axis, & non sit in lineæ t h: non est in superficie trianguli t u h: & duo puncta i, s sunt in superficie illius trianguli. Quare lineæ i c s est lineæ curua: & imago lineæ t h erit curua. Quod est propositum. Sed eius curuitas est modica: quia perpendicularis ducta à puncto c ad punctum sectionis lineæ i s & superficiem circuli, est ualde parua. Et quantò maior fuerit lineæ uisa, æquidistans lineæ longitudinis speculi: tantò imago eius erit minus curua: & quantò minor, tantò magis.

28. Si uisus sit in communi sectione planorum, lineæ rectæ & axis speculi cylindracei conuexi, inter se perpendicularium: fiet reflexio à peripheria circuli, qui est communis sectio plani lineæ & superficiem speculi: & imago uidebitur curua. 52 p 7.

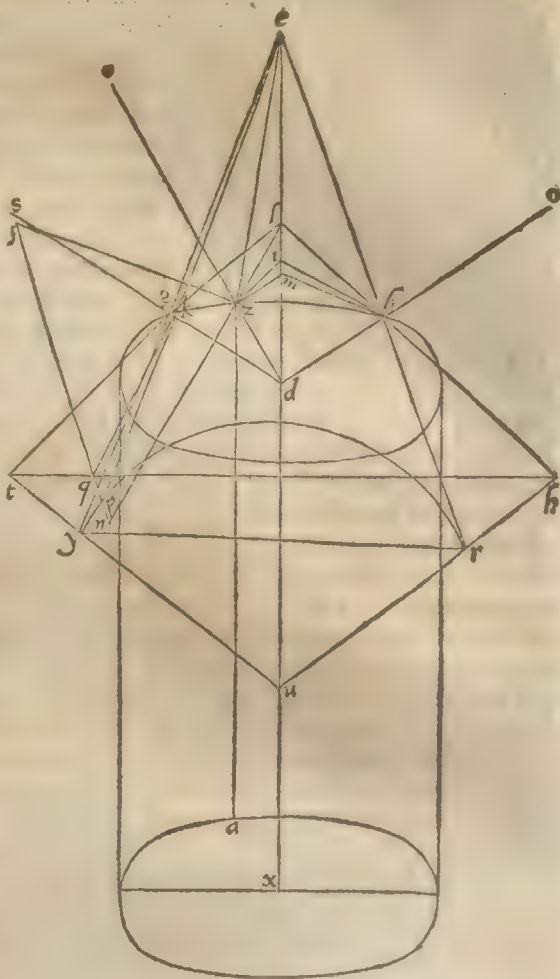
Amplius: si lineæ t h secet superficiem, in qua sunt centrum uisus & axis, & sit orthogonalis super eam. Visus aut erit in illa superficie lineæ t h, secante orthogonaliter superficiem axis & uisus: aut extra. Si fuerit in superficie illa: aut supra lineam t h: aut infra. Si supra, cum illa lineæ sit corporalis, occultabit uisui speculū: & ita non reflectetur, sed forsan capita eius apparebunt & reflectentur à circulo columnæ, qui communis est superficiem lineæ t h, secanti columnam, & columnæ. Et erit horum capitum imago, sicut in sphericis exterioribus [21 n.] Similiter si uisus fuerit sub lineæ t h: occultabitur pars eius propter caput, in quo est uisus. Pars aut lineæ uisæ reflectitur à circulo, eodē penitus modo, quo in exteriorib. sphericis.

29. Si uisus æquabiliter distans à terminis lineæ rectæ, sit extra eiusdem planum, perpendiculare plano axis speculi cylindracei conuexi: imago maximè curua uidebitur. 53 p 7.



Suero uisus fuerit extra superficiem lineæ t h, orthogonaliter secantem superficiem uisus & axis: sit e uisus: & b g x columna: reflectetur h ad e ab aliquo puncto columnæ: sit à puncto b: & sit t eiusdem longitudinis à puncto e, cuius est h. Dico, quòd t reflectetur ad e ab aliquo puncto columnæ. Et cum puncta h, t sint eiusdem situs & eiusdem longitudinis à puncto e: erunt similiter puncta reflexionem, scilicet b, g eiusdem longitudinis & eiusdem situs à puncto e. Igitur duo puncta b, g erunt in circulo. Sit circulus b z g: eius centrum d: & ducantur lineæ h b, b e, t g, g e: & à centro ducantur perpendiculares, super contingentes circulum in punctis b, g, scilicet d b o, d g s: & ducatur lineæ e d. Cum puncta h, e sint eiusdem situs & longitudinis, respectu e, & respectu d: & similiter puncta b, g, eiusdem situs, respectu e & respectu d: habebunt lineæ h b, t g eundem situm, respectu lineæ e d. Et ita concurrent in idem punctum illius lineæ. Sit concursus in puncto l. Fiat lineæ longitudinis columnæ, [ut ostensum est 47 n 5] in qua punctum z: & sit hæc lineæ in superficie uisus & axis: quæ sit a z: & ducantur lineæ l z n, d z c: q sit punctum lineæ t h, punctum scilicet, quod est in superficie uisus & axis: & à puncto q ducatur lineæ æquidistans lineæ d z c [per 31 p 1] cadet quidem hæc lineæ super axem: [per lemma Procli ad 29 p 1] & l z n cadet in hanc lineam supra punctum q. Cadat in punctum n. Palam ex prædictis [12 n 4] quòd angulus h b o æqualis est o b e: sed [per 15 p 1] angulus h b o æqualis est angulo l b d, per contrapositionem: & [per 32 p 1] angulus o b e æqualis est duobus angulis b e d, b d e: quia extrinsecus. Ergo angulus l b d æqualis est duobus angulis b e d, b d e. Fiat ergo angulus m b d æqualis angulo b d e [per 23 p 1] remanet angulus m b l æqualis angulo b e l. Quare ductus e m in m l æqualis quadrato b m [triangula enim m e b, m b l sunt equiangula: quia angulus m b l æqualis conclusus est angulo m e b, & communis utriusque trianguli est b m e: reliquus igitur m l b æquatur reliquo l b e per 32 p 1. Quare per 4 p 6 erit, ut e m ad m b, sic m b ad m l. Ergo per 17 p 6 rectangulum comprehensum sub extremis e m & m l, æquatur quadrato mediæ m b.] Ducatur lineæ m z. Quoniam igitur angulus b d m maior est angulo z d m: [Nam propter similem situm punctorum reflexionis b & g, æquatur angulus s d e angulo o d e: sed angulus s d e maior est angulo z d m per 9 ax. Quare angulus o d e, id est, b d m maior est angulo z d m] & duo latera z d, d m equalia duobus lateribus b d, d m: [æquantur enim z d, b d per 15 d 1: & d m est communis] erit [per 24 p 1] m b maior m z: quare ductus e m in m l maior est quadrato z m. Sit ductus e m in m i æqualis quadrato m z: [per 11 p 6, ut demonstratum est 6 n] & ducantur lineæ i b, i z. Erit ergo angulus m z i æqualis angulo z e i, [est enim per proximam fabricationem & 17 p 6, ut e m ad m z, sic m z ad m i. Sunt igitur duo triangula e m z, i m z lateribus circa communem angulum i m z proportionalia: itaque per 6 p 6 sunt equiangula, & angulus m z i æquatur angulo z e i.] Quare m z l maior angulo z e d. Sed quoniam angulus m b d positus est æqualis angulo b d m: erit [per 6 p 1] lineæ m b æqualis lineæ m d: sed m b maior m z, [ut patuit.] Quare m d maior m z. Igitur [per

[per 18 p 1] angulus $m z d$ maior angulo $m d z$. Igitur $d z l$ maior duobus angulis $x d e$, $z e d$. [constat enim e duobus angulis $m z l$ & $m z d$, quorum ille angulo $z e d$, hic angulo $z d e$ maior est conclusus.] Sed angulus $d z l$ equalis est angulo $n z c$ [per 15 p 1] & angulus $e z c$ equalis duobus angulis $z d e$, $z e d$ [per 32 p 1.] Quare angulus $n z c$ maior est angulo $e z c$: secetur ad equalitatem per lineam $f z$: quæ quidem concurreret cum linea $n q$: [per lemma Procli ad 29 p 1: quia $n q$, $c d$ sunt parallelæ per fabricationem.] Concurrat super punctum f . Cum ergo angulus $f z c$ sit equalis angulo $c z e$: reflectetur $f a d e$ à puncto z . [per 12 n 4] q uerò reflectetur ad e à puncto lineæ longitudinis, quæ transit per z à puncto, quod est ultra z . Si enim à puncto citra z , id est propinquiore e : linea ducta à puncto q ad punctum illud reflexionis, secabit lineam $f z$: & ita punctum sectionis reflectetur ad e à duobus punctis: quod est impossibile [& contra 46 n 5.] Sumatur ergo ultra punctum z punctum k , à quo reflectatur q ad e : & ducatur linea $e k$, donec concurrat cum linea $n q$, in puncto p [concurreret autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Erit p imago q [per 4 n 5.] Sed h reflectitur ad e à puncto sectionis columnæ [sunt enim h & e in diuersis planis.] Si ergo à puncto h ducatur perpendicularis super lineam, contingentem sectionem in aliquo puncto: perpendicularis illa concurreret cum perpendiculari $c z d$ sub axe [per 24 n.] Concurrat in puncto u . Similiter à puncto l est ducere unam perpendicularem super sectionem, à cuius puncto reflectatur t ad e . Et quoniam [ex thesi] puncta h , t sunt eiusdem situs, respectu lineæ $e d$, & puncta sectionis similiter, per quæ transeunt perpendiculares ab ipsis ductæ. Igitur illæ duæ perpendiculares concurrent in idem punctum lineæ $e d$. Concurrant ergo in puncto u . Et quia linea $e b$ concurrat cum $h u$: sit concursus in puncto r . Similiter $e g$ concurrat cum $t u$ in puncto y : & ducatur linea y . Palàm [per 4 n 5] quod r est imago h : & y est imago t : & habemus triangulum $e r y$: extra superficiem huius trianguli est punctum z : & in superficie huius trianguli altior est linea $e p$: & ita p est extra. Quare linea $r p y$ erit curua: & illa est imago lineæ $t h$. Et est quidem hæc imago curuitatis non modicæ. Quod est propositum. Palàm ergo, quod in his speculis, si linea recta uisa equidistans fuerit lineæ longitudinis columnæ: erit imago eius recta, aut accedens ad rectitudinem. Si uerò linea recta uisa equidistans fuerit columnæ: erit imago eius curua, curuitate non modica. Lineæ autem inter has duas sitæ, quæ magis accedunt ad situm lineæ equidistantis, respectu columnæ, habebunt imagines suas rectitudini magis uicinas: & imagines earum, quæ propinquiores sunt situi equidistantium latitudini, erunt magis curuæ: & minuetur, uel augmentabitur curuitas imaginum secundum accessum uel elongationem linearum ad alterum horum situum. Et hoc est propositum.

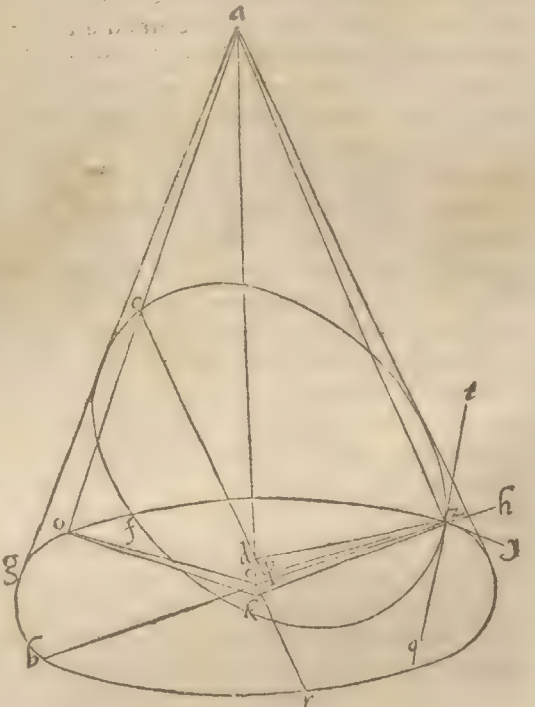


DE ERRORIBVS, QUI ACCIDVNT IN SPECVLIS
pyramidalibus conuexis. Cap. VI.

30. Si due recte à duobus punctis ellipsis conice, inaquabiliter à uertice distantibus, sint perpendiculares duabus rectis, ellipsin in dictis punctis tangentibus: ultra axem concurrent. Oportet autem ut perpendicularis à puncto propinquiore, & recta à longinquiore ad axem ducta, acutum angulum comprehendant. 113 p 1. 45 p 7.

Amplius: in speculis pyramidalibus exterioribus ijdem errores accidunt, qui in sphaericis exterioribus eueniunt. Lineæ enim uisæ equidistantes, reflectæ pyramidalibus aut rectæ uidentur, aut fortè equidistantes latitudini curuæ: & intermediæ augmentant uel diminuunt curuitatem secundum propinquitatem earum uel remotionem. Et hoc probabitur. Quiddam tamen præmittendum præponamus: & est. Si sumatur in superficie pyramidis, punctum reflexionis: & fiat sectio transiens per punctum illud: & in sectione sumatur punctum remotius à uertice pyramidis, puncto reflexionis: & à puncto sumpto ducatur perpendicularis super contingentem sectionem:

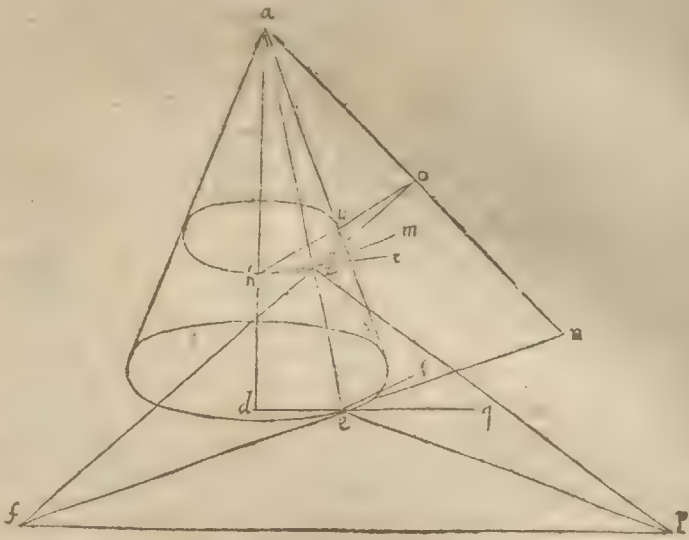
hæc perpendicularis concurret cum perpendiculari super contingentem sectionem ducta à puncto reflexionis, sub axe. Verbi gratia: sit a b g z pyramis erecta super basin suam: a uertex pyramidis: b f z sectio: e punctum reflexionis: z punctum sectionis remotius à puncto a quàm e. Super punctum z fiat superficies secans pyramidem æquidistans basi [ut ostensum est 52 n 5.] Secabit quidem super circumulum communem [per 4 th. 1 conic. Apol.] Sit circumulus ille g b r z: & ducantur lineæ a z, a e: & producat a e, donec sit æqualis a z: ueniet quidem ad circumulum [per 18 d n: quia est latus conicum.] Cadat ergo in punctum eius o: & c sit centrum circumuli: & ducatur axis a c: & à puncto e ducatur perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem [per 12 p 11.] Concurrat quidem [per 11 ax.] cum axe citrà cœtrum circumuli, quod est c: sit in puncto d: & ducatur linea d z, continens angulum acutum cum perpendiculari e d: & à puncto o ducatur perpendicularis super lineam a o, concurrens cum axe in puncto k: & ducatur linea k z: & super punctum z ducatur contingens sectionem, quæ sit t q: & alia contingens circumulum b g z: [per 17 p 3] quæ sit z y: & ducatur linea b c z: & à puncto c ducatur perpendicularis super lineam b c z: [per 11 p 1] quæ sit c r. Erit quidem perpendicularis super axem: [per 3 d 11] cum axis sit perpendicularis super superficiem circumuli: [per 18 d 11.] Quare [per 4 p 11] c r est perpendicularis super superficiem a c z: & erit æquidistans z y cõtinenti [per 28 p 1: quia anguli interiores ad c & z sunt recti: ille per fabricationem, hic per 18 p 3] Quare z y est perpendicularis super superficiem a c z [per 8 p 11.] Quare t q non est perpendicularis super eandem superficiem. Verùm quoniam k est polus circumuli b r z: [quia est in axe conico per fabricationem] palàm, cum lineæ k o, k z sint æquales [per 5 defin. 1 sphaericorum Theodosij,] & axis a k communis, & a o æqualis a z [per 18 d 11: quia utraque est latus conicum] quod erit angulus a o k æqualis angulo a z k [per 8 p 1] & ita angulus a z k rectus: [quia a o k illi æqualis, rectus est: cum k o sit perpendicularis a o per fabricationem.] Cum ergo linea k z sit perpendicularis super a z, quæ est linea longitudinalis: erit perpendicularis super superficiem, contingentem pyramidem, super hanc lineam longitudinalis [ut demonstratum est 54 n 5.] Sed t q est in superficie contingente: quia est cõmunis sectio superficiem contingenti & sectioni. Igitur k z est perpendicularis super t q [per 3 d 11.] Ducatur autem h z in superficie sectionis perpendicularis super lineam t q [per 11 p 1.] Cum autem linea k z sit extra superficiem sectionis: secabit lineam h z, nec erit una linea [per 1 p 11.] Quare illa superficies k z h secat superficiem sectionis, super lineam h z communem: & secat lineam t q super punctum z: & superficies h z k secat superficiem d z k, super lineam communem k z: uerùm d z est in superficie sectionis, & secatur à linea k z in puncto z: & punctum t est supra superficiem k z h, punctum q infra: & ita superficies k z h secabit superficiem d z q super lineam communem: & illa linea cõmunis est perpendicularis super lineam t q: quia linea illa est in superficie h z k, super quam est perpendicularis t q [ut ostensum est.] Et quoniam superficies h z k secat superficiem d z q: & declinatio superficiem h z k à superficie sectionis fit ex parte z c: erit linea cõmunis sectioni illarum superficiem inter lineas q z, d z. Et ita concurret cum perpendiculari sub axe. Et quod necessariò concurrat, probatum est in libro quinto [quia anguli e d z, d z p sunt acuti: ille per thesin, hic, quia pars est recti t z p.] Et ita est propositum.



31. *Linea recta tota ab uno speculi conici conuexi latere ad uisum reflecti potest. 41 p 7.*

Sit ergo pyramis: cuius uertex a: axis a h: linea longitudinalis a z. Et à puncto z ducatur perpendicularis super superficiem, contingentem pyramidem in linea a z [per 12 p 11] quæ necessariò concurret cum axe [per 11 ax. quia angulus h a z est acutus per 17 p 1: cum a d z sit rectus per 18 d 11.] Sit linea t z h. Ducatur à puncto a linea extra pyramidem, ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, faciens angulum acutum cum axe & cum linea longitudinalis a z: quæ sit a n. Et in superficie a h n à puncto h ducatur linea, cum axe faciens angulum æqualem angulo a h z: quæ linea necessariò concurret cum linea a n: [per 11 ax. quia anguli n a h & a h z ex thesi acuti, sunt minores duobus rectis] quæ sit h o. Et factò super punctum z circumulo æquidistante basi: [ut ostensum est 52 n 5] transibit h o per circumulum, sicut h z transit per ipsum. Ducatur linea o z: & producat ad punctum f. Quoniam linea o z secat superficiem, contingentem pyramidem in linea a z: cum linea h z sit perpendicularis super illam superficiem: [per fabricationem] erit angulus o z h maior recto: quia a z h rectus est [per fabricationem.] Igitur [per 13 p 1] angulus f z h acutus. A puncto z ducatur

catum contingens circulum [per 17 p 3] quæ sit m z : & à puncto f ducatur perpendicularis super a z , [per 12 p 1] cadens in punctu eius e : quæ producta cõcurrat cù a o [per 11 ax.] quoniã angulus o a z est acutus [ex thesi.] Concurrat igitur in puncto n . Et [per 31 p 1] à puncto e ducatur æquidistans lineæ i h : & sit q e : & à puncto e ducatur æquidistans m z : quæ sit e l . Palá [p Lemma ad 37 th. opticorum Eucii dis : uel per 42 th 6 libri *συναγωγῶν μαθηματικῶν* Pappi] quod m z est perpendicularis super a e : quoniã a h est perpendicularis super circulum , per z transeuntem , [per 18 d 11] & m z super diametrum illius circuli [per 18 p 3] quia contingit . Igitur l e est perpendicularis super a e [per 29 p 1] & producat q e ultra e : hæc concurreret quidem cum axe : [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in d . Fiat auté superficies l e ,

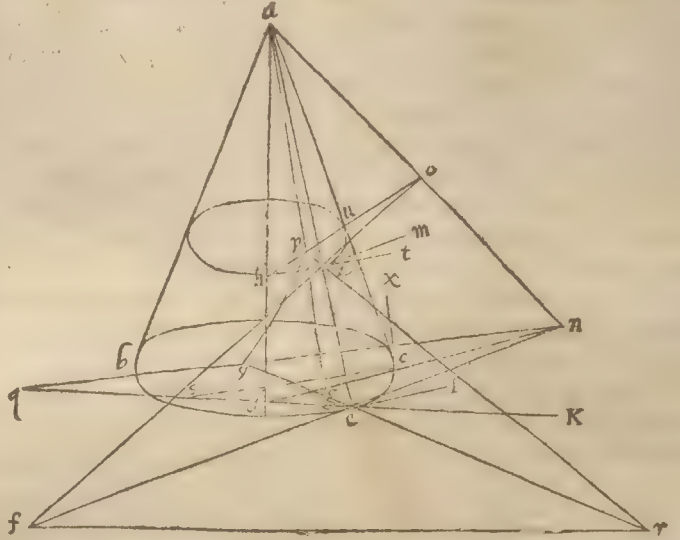


d q secans pyramidem : erit quidem sectio pyramidalis : [per 5 th. 1 con. Apoll. quia l d q planum obliquum est ad axem.] Cum ergo a e sit perpendicularis super f n , & super q d , & super l e : erit f n in superficie illa secante pyramidem [per 5 p 11.] Fiat ergo in illa superficie p f æquidistans q e : erit æquidistans t z [per 9 p 11] uerùm cum angulus f z h sit acutus : [per conclusionē] erit angulus t z f obtusus [per 13 p 1.] Ducatur à puncto z linea , faciens cum t z angulum , æqualem angulo o z t : quæ quidem linea necessariò secabit f p [per lemma Procli ad 29 p 1 : quia z t , f p sunt parallelæ.] Secet in puncto p : & ducatur linea p e . Cum ergo p z , o z sint in eadem superficie , & angulus o z t æqualis angulo t z p [per fabricationem] reflectetur o ad p à puncto speculi z [per 12 n 4.] Et quia angulus o z t æqualis est angulo z f p : [per 29 p 1 , & t z p æqualis z p f per eandem : quare z f p , & z p f æquantur] erunt latera z p , z f æqualia [per 6 p 1.] Et quia angulus f e z rectus [quia a e perpendicularis est ipsi f e n] quadratum f z ualeat quadrata e z , e f : & quadratum p z ualeat quadrata e z , e p [per 47 p 1.] Igitur p e , f e æqualia : [Quia enim z p , z f æquales iam conclusæ sunt : erunt ipsarum quadrata æqualia : sub ducto igitur communi quadrato z e : relinquentur quadrata e p , e f æqualia : ideòq ; ipsorum latera e p , e f] & ita [per 5 p 1] e p f , e f p anguli erunt æquales . Quare anguli n e q , q e p æquales . [nam per 29 p 1 anguli n e q , e f p : item p e q , e p f æquantur : itaq ; per 1 ax. n e q , p e q æquantur.] Et cum in eadem superficie sint , quæ est p e n : reflectetur n ad p à puncto e [per 12 n 4.] Similiter si ducatur quæcunq ; linea à puncto f ad aliquod punctum z e , & producat usque ad o n : probabitur de puncto lineæ o n , in quod cadit , quod reflectetur ad p à puncto lineæ z e , quod secat illa linea . Simili modo & omnium huiusmodi linearum probatio sumet initium à perpendiculari , quæ est f e , & à parte lineæ e z : quæ erit communis omnibus illis triangulis . Et ita quodlibet punctum lineæ o n reflectetur ad p ab aliquo puncto lineæ e z .

32. Si linea recta obliquè inciderit uertici speculi conici conuexi : reflectetur à latere conico ad uisum inter dictam lineam & speculi superficiem situm : eiusq ; imago parum curua uidebitur. 55 p 7.

Hoc declarato dicamus . Cum uisus comprehenderit lineas rectas , transeuntes per uerticem speculi pyramidalis conuexi recti , obliquas super axem speculi : tunc formæ earum erunt parum conuexæ . Sit ergo speculum pyramidale erectum a b c : cuius uertex sit a : & cuius axis sit a d : & extrahamus in superficie eius lineam a z [ut ostensum est 52 n 5] quocunq ; modo sit : in qua signetur punctum z , quocunq ; modo sit . Et transeat per z superficies æquidistans basi pyramidis : & faciat circulum z u [faciet autem per 4 th 1 con. Apol.] Et extrahamus ex z perpendicularem z h super a z [per 11 p 1.] Hæc ergo linea concurreret cum axe pyramidis [per 11 ax. ut patuit præcedente numero.] Concurrat ergo in h . Et extrahamus ex z lineam contingentem circulum : [per 17 p 3] & sit z m : & extrahamus ex a lineam continentem cum utraque linea a z , h a angulum acutum : & sit extra superficiem , contingentem pyramidem , transeuntem per lineam a z . Et hoc est possibile : [quia angulus h a z est acutus per 18 d 11. 32 p 1.] Sit ergo a n : & extrahamus ex puncto h lineam in superficie , in qua sunt a n , a h , continentem cum a h angulum æqualem angulo a h z . Hæc ergo linea concurreret cum a o : [per 11 ax.] nam duo anguli a d a , h sunt acuti . Concurrant ergo in o . Linea ergo h o concurreret cum circumferentia circuli z u . Nam angulus a h o est æqualis angulo a h z . Concurrat ergo in u : & extrahamus a u rectè : & extrahamus perpendicularem h z ad t : & continuemus o z , & extrahamus rectè ad f : & extrahatur a z ad e . Angulus igitur f z h erit acutus : quia

linea $o z$ secat superficiem, contingentem pyramidem, trāseuntem per $a z$: linea ergo $a z$ est sub differentia communi inter superficiem $o z h$ & superficiem contingentem. Et hęc differentia continet cum linea $h z$ angulum rectum, [per fabricationem.] Angulus ergo $e z h$ obtusus: ergo angulus $f z h$ acutus [per 13 p 1.] Ponatur ergo in z punctum f : a quo extrahatur perpendicularis $f e$ super $a e$: & extrahatur rectē. Concurrat ergo cum linea $a o$: [per 11 ax.] nam angulus $o a e$ est acutus [per thesin, & ad e rectus est.] Concurrat ergo in n . Et extrahatur ex e linea $e d$ æquidistans $z h$ lineæ [per 17 p 3.] Erit ergo [per 8 p 11] $e d$ perpendicularis super superficiem, contingentem pyramidem, transeuntem per $a e$: & extrahatur ex e linea æquidistans lineæ $z m$: & sit $e l$. Et extrahatur superficies, in qua sunt lineæ $l e$, $e d$. Secabit ergo superficiem pyramidis, & faciet sectionem [per 5 th. 1. con. Apoll.] Nam hęc superficies est obliqua super axem $a d$. Sit ergo sectio $d e c$: & $m z$ est perpendicularis super superficiem $a z h$: & hoc declaratū est in prædictis. [præcedente numero, per lemma ad 37 theor. opticor. Euclidis.] Ergo linea $l e$ est perpendicularis super superficiē $a e d$ [per 8 p 11.] Ergo angulus $a e l$ est rectus. Et similiter angulus $a e d$ rectus est [per 29 p 1] & $a e n$ similiter rectus. Ergo [per 5 p 11] lineæ $l e$, $n e$, $d e$ sunt in eadem superficie. Ergo linea $f e n$ est in superficie sectionis. Et extrahatur ex f linea æquidistans lineæ $d e$: [per 31 p 1] & sit $f r$. Hęc ergo linea æquidistat lineæ $h z$ [per 30 p 1.] Et extrahatur ex z in superficie $o z h$, linea continens cum $z t$ angulum, æqualem angulo $o z t$. [per 23 p 1.]



Hęc ergo linea concurrat cum $f r$ [per lemma Procli ad 29 p 1] quia secat $z h$ æquidistantem $f r$ & est in superficie eius: quia $z f$ est in superficie eius [per 35 d 1.] Concurrat ergo in r . Ergo duo anguli, qui sunt apud r , f , sunt æquales: sunt enim æquales duobus angulis, qui sunt apud z [nam per 29 p 1] $o z t$, $z f r$: item $t z r$, $z r f$ æquantur.] Duæ ergo lineæ $r z$, $f z$ sunt æquales [per 6 p 1.] Et declaratum est, quod linea $f e n$ est in superficie sectionis: & linea $f r$ est æquidistans $e d$: est ergo in superficie sectionis [per 35 d 1.] Et continuemus $r e$: erit ergo [per 7 p 11] in superficie sectionis: & extrahatur $d e$ ad k . Et declaratum est, quod $e a$ est perpendicularis super superficiem sectionis: uterque ergo angulorum $a e r$, $a e f$ rectus est: [per 3 d 11] & duæ lineæ $f z$, $r z$ sunt æquales [per conclusionem.] Ergo duæ lineæ $r e$, $f e$ sunt æquales. [Quia enim anguli $a e r$, $a e f$ sunt recti: quadrata $z e$, $e f$ æquantur quadrato $z f$ per 47 p 1: item que quadrata $z e$, $e r$ quadrato $z r$: at quadrata laterum $z f$, $z r$ æqualium æquantur: quare ablato communi quadrato $z e$: quadrata $e f$, $e r$, ideoque latera $e f$, $e r$ æquabuntur.] Ergo [per 5 p 1] duo anguli $e r f$, $e f r$ sunt æquales. Ergo forma n reflectetur ad r ex e : [per 12 n 4: quia anguli $n e k$, $r e k$ æquantur, cum per 29 p 1 æquantur æqualibus ad f & r] & forma o reflectetur ad r ex z . Et omnis linea extracta ex f ad aliquod punctum lineæ $o n$, secabit $a e$. Et patet, quod linea illa erit æqualis lineæ extractæ ex r ad idem punctum. Nam $a e$ est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ $r e$, $f e$: nam hęc superficies est superficies sectionis: & duæ lineæ $r e$, $f e$ sunt æquales. Ergo omnes duæ lineæ extractæ ex r , f ad unum aliquod punctum lineæ $a e$, sunt æquales. Patet ergo, quod forma puncti, quod est in $o n$, reflectetur ad r ex illo puncto, quod secatur in $z e$. Et similiter de omni puncto posito in $a n$ ultra n , si copulatum fuerit cum f per lineam rectam, illa linea secabit $a e$ ultra e . Patet ergo ex hoc, quod forma lineæ $a n$, & quicquid continuatur cum ipsa, reflectetur ad r a superficie pyramidis $a b g$ ex linea recta. Et similiter omnis linea extracta ex a , obliqua super axem. Et continuemus $n d$: secabit ergo circumferentiam sectionis: nam duo puncta d , n sunt in superficie sectionis, & n est extra circumferentiam sectionis: & d est intra sectionem. Secet ergo circumferentiā sectionis in c . Et quia triangulū $a o h$ est in eadē superficie [per 2 p 11] erit [per 1 p 11] $n d$ in superficie trianguli $a o h$: c ergo est in superficie trianguli $a o h$: & duo puncta a , u sunt in superficie trianguli huius $a o h$: sed puncta a , u , c sunt in superficie pyramidis. Ergo puncta a , u , c sunt in differentia communi superficiē pyramidis, & superficiē $a u d$: sed hęc differentia est linea recta [per 18 d 11.] Ergo puncta a , u , c sunt in linea recta. Extrahatur ergo $a u$ rectē ad c : & extrahatur $r z$ rectē: secabit ergo $o h$ [quia secat angulum $z h$ o basi $h o$ subtensum, & utraque $z r$ & $h o$ sunt in uno plano.] Secet ergo in puncto p . Est ergo p in superficie trianguli $a o h$. Continuetur ergo $a p$, & transeat rectē. Secabit ergo $n d$ in g [quia secat angulum $d a n$.] Et quia $f n$ non est in superficie pyramidē contingente, trāseunte per lineā $a z$: [ex concluso] erit angulus $f e d$ acutus. [Nam quia per conclusionem punctū f est in plano sectionis seu ellipsis, obliquo ad $a d$ e planū axis, per 5 th. 1. con. Apol. & angulus $a e f$ rectus est conclusus: erit angulus $f e d$ acutus: & angulus $d e n$ est obtusus]

sus [per 13 p 1.] Igitur angulus $e n d$ est acutus [per 32 p 1.] Et sit linea $c x$ contingens sectionem in puncto c . Patet ergo, ut in prædicta figura [30 n.] quod angulus $d c x$ est obtusus: & quod perpendicularis extracta ex c super $c x$, secabit angulum $d c x$: & concurret cum d sub d . Ergo hæc perpendicularis secet $e d$ in s . Perpendicularis ergo extracta ex n super lineam contingentem sectionem, secabit sectionem ultra s : sed remotius à d quàm s : nam istæ perpendiculares concurrent ultra circumferentiam sectionis. Perpendicularis ergo extracta ex puncto n super lineam contingentem sectionem, non secabit angulum $d c x$: erit ergo remotior ab $n e$, quàm sit $n d$. Ergo hæc perpendicularis secat $a d$ supra d . Sit ergo perpendicularis extracta ex n super lineam contingentem sectionem, linea $n q$. Et $r e$ secat $e n$, & secat circumferentiam sectionis: & est in superficie eius: & $n q$ est in superficie sectionis. Si ergo $r e$ extrahatur recte, secabit $n q$ [quia continuata secat angulum $n e q$.] Secet ergo in y : & superficies $a n d$ secabit superficiem sectionis. Itè quia punctum e est extra superficiem $a n d$: (nam superficies $a n d$ non est superficies sectionis [in qua est punctum e]) quia punctum a est extra superficiem sectionis: & quia $a e$ est perpendicularis super superficiem sectionis, & e est in circumferentia illius) ergo $n c d$ est differentia communis superficiei $a n d$ & superficiei sectionis: & $n q$ concurret cum sectione ultra c [ut patuit.] Ergo $n q$ est ultra superficiem in $a n d$: ergo est ultra lineam $a p g$ [quæ non est in superficie $a n d$.] Si ergo uisus fuerit in r , & forma alicuius uisibilis reflectatur à linea longitudinis: tunc perit imago o : [per 4 n 5] & y erit imago n : & a uidebitur in suo loco: quia est in uertice pyramidis. Et erit imago lineæ $a o n$ linea transiens per puncta a, p, y : sed hæc linea est cõuexa: quia est ultra lineam $a p g$. Sit ergo linea $a p y$. Et patuit iam, quod formæ omnium punctorum, quæ sunt in $a n$, reflectantur ad $r e x a e$. Lineæ ergo radiales, per quas reflectuntur illæ formæ, sunt in superficie trianguli $r a e$. Omnes ergo imagines lineæ $a n$ sunt in hac superficie. Ergo linea $a p y$ conuexa est in hac superficie: & p est propinquius r quàm y . Ererit conuexitas imaginis huius ex parte uisus: & erit conuexitas parua: & diameter huius imaginis erit minor ipsa linea, modica quantitate. Imagines ergo linearum rectarum, quæ extrahuntur ex uertice pyramidis oblique super axem: comprehenduntur à uisu in tali speculo conuexo. Et formæ harum linearum reflectuntur à lineis rectis extensis in longitudine pyramidis. Et hoc est, quod uolumus declarare.

33. Si recta linea sit parallela latitudini speculi conici conuexi: & uisus sit extra planum diæta lineæ basi parallelum: reflectetur ab ellipsi: & imago uidebitur maximè curua. 56 p 7.

Formæ uerò linearum æquidistantium latitudini speculi pyramidalis cõuexi, reflectuntur à lineis conuexis in superficie speculi: & conuexitas harum linearum patet, ut in speculo columnari conuexo [29 n.] Et per illam eandem uiam etiam similiter patebit, quod imagines harum linearum erunt nimium cõuexæ & manifestæ sensui. Et erit centrum uisus extra superficies, in quibus est cõuexitas formarum harum linearum. Et erunt diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis.

34. Si recta linea nec uertici speculi conici conuexi oblique incidat, nec latitudini eius sit parallela: imaginem uariæ obliquitatis pro uario situ uisui offeret. 57 p 7.

De lineis uerò obliquis existentibus inter hos duos modos, quæ appropinquant in suo motu lineis extensis in longitudine pyramidis, habent formas parum conuexas: quæ uerò appropinquant lineis æquidistantibus latitudini pyramidis, habent formas manifestè conuexas.

35. In speculo conico conuexo imago conica uidetur. 58 p 7. 40 p 6.

Sed tamen lineæ tortuosæ, quæ appropinquant uertici pyramidis, habent formas minores, & strictiores & conuexiores. Quæ uerò appropinquant basi pyramidis, habent formas ampliores, propter illud, quod declaratum fuit in speculis sphericis conuexis: scilicet quod quanto minus fuerit speculum, tanto minores erunt circuli, qui cadunt in superficiem eius: & sic imagines erunt propinquiores centro: idcirco erunt minores. Et similiter sectiones, quæ cadunt in speculum pyramidale, quæ sunt ex parte uerticis pyramidis, sunt strictiores & minores: & sic imago erit propinquior puncto, in quo concurrunt perpendiculares, exeuntes à linea uisibili perpendiculariter super lineas contingentes sectiones, quæ sunt differentiarum communes: & ideo istæ imagines erunt minores. Sectiones uerò, quæ sunt ex parte basis pyramidis, è contrario. Vnde accidit, ut forma comprehensa in speculo pyramidali conuexo sit pyramidata: quod scilicet fuerit ex parte uerticis speculi, erit strictius, & quod ex parte basis, erit amplius: & conuexitas latitudinis formæ erit manifesta.

36. Imago uisibilis propinqua speculo conico conuexo, maior: longinqua, minor uidetur. 59 p 7.

Et accidit etiam in his speculis, quod quanto magis res uisa appropinquauerit speculo, tanto uidebitur maior: & quanto magis erit remota, tanto uidebitur minor. Fallaciæ ergo, quæ accidunt in his speculis, sunt similes in omnibus dispositionibus, illis, quæ accidunt in speculis columnaribus conuexis, præterquam in pyramidatione formæ.

37. Imago

37. Imago figuratur quodammodo à suo speculo. 38 p 5.

ET omnino forma rei uisæ, quæ comprehenditur per reflexionē, semper assimilabitur formæ superficiæ speculi, à qua reflectitur forma. Et huius causa est, quod semper locus imaginis est ex forma superficiæ speculi & ex loco concursus perpendicularium. Ideo semper superficies speculi habet aliquam dignitatem in forma rei uisæ, quæ comprehenditur in speculo. Fallaciæ uerò compositæ in hoc speculo, similes sunt fallacijs in prædictis speculis.

DE ERRORIBVS, QUI ACCIDVNT IN SPECVLIS
sphæricis concavis: Cap. VII.

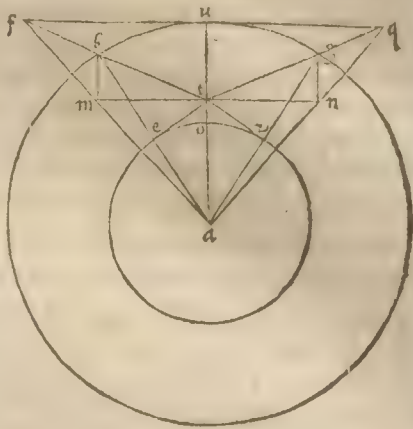
38. In speculo cauo allucinationes frequentiores & maiores accidunt, quàm in plano & conuexo. Vitell. in præmio 8 libri.

IN his uerò plures errores accidunt, quæ in omnibus speculis cõuexis & superficialibus. Accidunt enim in ijs, quæ in illis accidunt, scilicet debilitas lucis & coloris: & diuersitas situs & remotiõis. Nã causa huius est tãtũ reflexio, nõ forma speculi. Accidit etiã in his speculis ex diuersitate quantitatis, plus erroris, quã in speculis cõuexis. Nã in cõuexis in maiore parte res cõprehenditur minor: in cõcauis uerò quãdoq; cõprehenditur maior: quãdoq; minor: quãdoq; secũdũ qd̄ est: & hoc secũdũ diuersitatẽ positionũ ex speculo & ex uisu, put nos declarabimus in hoc capitulo. Accidit etiã in his speculis, qd̄ unũ uisibile uidetur duo, & tria, & quatuor: & nõ est ita in speculis superficialib. & cõuexis. Unũ enim uisibile nõ cõprehenditur in illis, nisi unũ: in cõcauis uerò nõ. Itẽ ordinatio partiũ rei uisæ cõprehenditur in speculis cõuexis & superficialibus, secũdũ qd̄ est: in speculis uerò cõcauis in pluribus sitib. alio modo. Et hæc duo: scilicet cõprehensio unius ut unũ: & cõprehensio ordinationis partiũ, secũdũ qd̄ est, nõ habet aliquã deceptionẽ in speculis sphæricis cõuexis. Et cũ in his speculis sphæricis cõcauis accidit deceptio: patet, qd̄ nihil cõprehenditur in huiusmodi speculis, nisi cũ fallacia, aut semper, aut aliqua hora secũdũ diuersitatẽ positionis. Debilitas uerò lucis & coloris, & diuersitas positionis, & distãtia accidunt in his speculis, sicut in alijs semper, & in omni positione, Quãtitas uerò, & forma, & numerus habet deceptionẽ in his speculis in aliquib. sitibus, put declarabimus. De numero uerò declaratũ est in capitulo de imagine [66. 67. 69. 70. 71. 72 n 5] quod unũ uisum in speculis cõcauis habet unã imaginẽ, & duas, & tres, & quatuor: & quod forma rei uisæ semper cõprehenditur in loco imaginis. Verũ unũ uisum cõprehensum in speculis sphæricis concavis etiã fortẽ cõprehenditur unũ, & fortẽ duo, & fortẽ tria, & fortẽ quatuor: quod nõ accidit in speculis sphæricis cõuexis & superficialibus. De ordinatione uerò partiũ rei uisæ dictũ est in capitulo de imagine [65 n 5] quod forma unius puncti reflectitur ex circũferentia unius circuli: & quod uisibilia, quorũ imagines retrò post uisum, & antè, & in cẽtro uisus, apparèt dubia nõ certificata: & qd̄ est huiusmodi, nõ habet ordinationẽ partiũ, sicut ipsa res uisa habet. Et hoc etiã est in his speculis aliter, quã sit in speculis cõuexis & superficialibus. Causæ aut huius rei declaratæ sunt in capitulo de imagine. Restat ergo declarare, quod illud, quod cõprehenditur in his speculis, fortẽ cõprehenditur maius: & fortẽ minus: & fortẽ equale: & quod in quibusdã positionibus cõprehenditur conuersum, & in quibusdã erectũ: & quod erectũ in huiusmodi speculis cõprehenditur concauum, & conuexum, & rectum: & quod conuexũ & concauũ cõprehenduntur etiam aliter quàm sint. Et hæc etiã sunt ex diuersitate ordinationis partiũ rei uisæ. Et nos declarabimus hæc hoc modo.

39. Si uisus & uisibile fuerint intra speculũ sphæricum cauũ, in recta linea extremis suis à centro æquabiliter distante: imago uidebitur ultra speculũ, maior uisibili. 46 p 8.

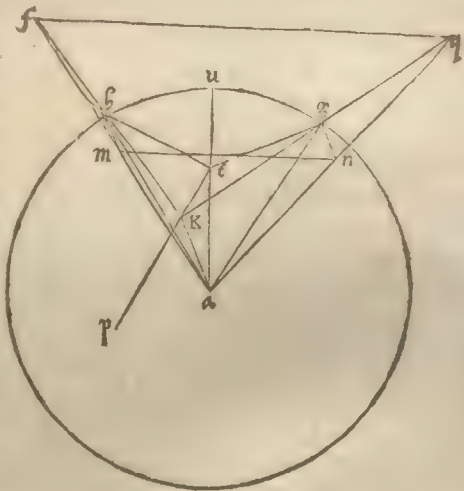
SIT speculũ sphæricum concauũ, cuius centrũ a: & secetur superficie plana, transeunte per centrũ: & faciat circulũ b g [faciet aut per i th i sphær.] Extrahatur ab ipsius cẽtro linea quocũq; modo sit: & diuidatur in duo æqualia: [per 10 p 1] & ponatur a centrũ, & in distantia a o faciamus circulũ: & sit e z: & ponatur in linea o u punctũ t casualiter, quocũq; modo sit: & ext extrahantur lineæ t n, t m, rectę super lineã a u: [per 11 p 1] & extrahantur ex t lineæ t e, t z tangentẽs circulũ e z: [per 17 p 1] & continuemus a e, a z, & transeant ad b, g: & continuemus t b, b g: & [per 31 p 1] protrahamus b m æquidistantẽ ad a u, & g n etiam æquidistantẽ a u: & cõtinuemus a n, a m, & extrahantur rectę. Quia ergo a o est, sicut o u: erit a e, sicut e b, & a z, sicut z g. [diametri enim circuli b g bifariam sectæ sunt in punctis e, o, z, per peripheriam e o z.] Et quia t e tangit circulũ e z: erit [per 18 p 3] t e perpendicularis super a b: & similiter t z perpendicularis super a g. Linea ergo b t est, sicut t a, & t g, sicut t a: & angulus t b a, sicut angulus t a b, & angulus t g a, sicut angulus t a g. [per 4 p 1: quia duo latera a e, e b equantur ex cõcluso, & cõmune est e t, anguliq; ad e deinceps recti sũt p 18 p 3: itẽq; duo latera a z, z g, & cõmune t z, anguliq; ad z recti.] Et quia b m est æquidistans a u: [ẽ fabricationẽ] erit [per 29 p 1] m b a, sicut angulus b a t. Ergo angulus m b a est, sicut angulus a b t: & similiter angulus t g a, sicut angulus a g n. Cum ergo uisus fuerit in t: & m b fuerit aliquod uisibile: tunc forma m extendetur per lineam m b, & reflectetur ad uisum per lineam b t: & forma n extendetur per lineam n g, & reflectetur per g t. Uisus ergo t comprehendet puncta m, n ex punctis b, g, & lineã m n ex arcu b g [per 66 n 5.] Et quia m t est perpendicularis super a t: [per fabricationẽ] erit angulus m t b acutus: [per 32 p 1] & quia angulus b m t est, sicut angulus m t u. [per 29 p 1: ideoq; angulus b m t rectus est, cũ m t u sit rectus per fabricationẽ.] Ergo [per 19 p 1] t b est maior b m, & lineã t b est æqualis lineã a t: [per conclusionẽ.] ergo lineã a t est maior lineã b m, & sunt æquidistãtes. Er-
go t b

go t b concurreret cum a m. [si enim ex trapezio a m b t fiat parallelogrammū (æquato nēpe latere b m ipsi t a, cumque eodem connexo) patebit per lemma Procli ad 29 p 1, a m concurrere cum t b: quia concurrat cum ipsius parallela.] Concurrant ergo in f: fergo est imago m. [per 6 n 5.] Et sic declarabitur, quod t g concurreret cum a n. Concurrat in q: q ergo erit imago n. Et continuemus f q: quæ est diameter imaginis m b. Et quia t e, t z sunt æquales: [per constructariū Campani ad 36 p 3] erunt anguli t a e, t a z æquales [per 8 p 1: quia a e, a z æquantur per 15 d 1, & a t est cōmune latus] & erunt lineæ t b, t g æquales [per 4 p 1: quia a b, a g æquantur per 15 d 1] & lineæ b m, g n æquales. [Quia enim b a, g a æquantur per 15 d 1, & a t est cōmunis, angulusq; b a t æqualis conclusus est angulo g a t: æquabitur per 4 p 1 angulus b t a angulo g t a, ideoq; per 13 p 1 angulus u t b angulo u t g. Quare cum anguli ad t deinceps recti sint per fabricationē: æquabitur per 3 ax. angulus b t m angulo g t n, & anguli ad m & n recti per 29 p 1, æquantur per 10 ax. Itaq; per 26 p 1 b m æquatur g n: & m t ipsi n t] & lineæ a m, a n æquales [per 4 p 1: quia latera m t, n t æqualia conclusa sunt, & commune est a t, angulusq; ad t deinceps recti] & proportio a f ad f m, sicut proportio a t ad m b [per 4 p 6: quia triangula a t f, m b f sunt æquiangula per 29. 32 p 1.] Et proportio a q ad q n est, sicut proportio a t ad n g. Ergo proportio a f ad f m est, sicut proportio a q ad q n [per 7 p 5: quia ratio a t ad b m & ad g n eadem est, cum b m æqualis ostensa sit ipsi g n] & a m est sicut a n [per conclusionem.] Ergo a f est sicut a q. [Quia enim per conclusionem est, ut a f ad f m, sic a q ad q n: erit per 16 p 5, ut f a ad a q, sic f m ad q n: ergo per 19 p 5 ut a m ad a n, sic a f ad a q: sed a m æqualis ostensa est ipsi a n. Quare a f æqualis est a q.] Ergo f q æquidistat n m [per proximam conclusionem & 2 p 6.] Ergo f q est maior m n [per 4 p 6: quia a f ad a m, sicut f q ad m n: sed a f maior est a m p 9 ax: ergo f q maior est m n: sed f q est diameter imaginis n m. Ergo si uisus fuerit in t, & linea m n fuerit in aliquo uisibili: tunc uisus comprehendet formam maiorem, quam sit.]



40. Si uisus fuerit sublimior uisibili intra speculum sphericum cauum extremis suis à centro æqualiter distante: imago uidebitur ultra speculum, maior uisibili. 47 p 8.

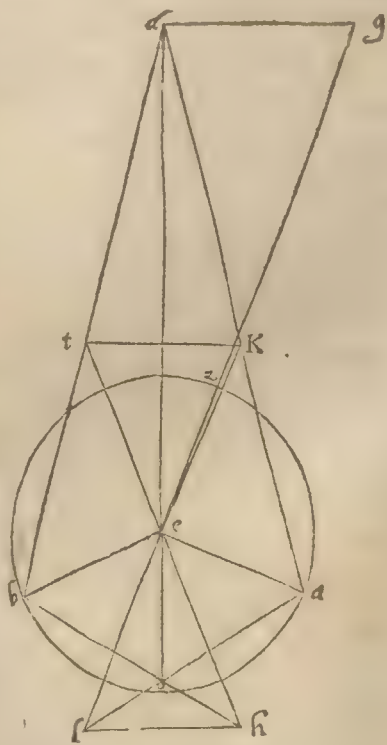
Item: iteremus circulum b g: & lineam a u: & lineas a b, a g, t b, t g: & super punctum t sit perpendicularis super superficiem circuli b g [per 12 p 11] & sit t k: continuemus k a, k b, k g. Superficies ergo k b a, k g a secant sphaeram super centrum suum perpendiculariter, & superficies tangentes ipsam [per 18 p 11.] Ex ipsis ergo reflectitur forma: & duæ differentiæ cōmunes inter has duas superficies & sphaerā, sunt circuli magni [per 1 t h i sphaer.] à quorū circūferentia reflectūtur formæ. Et extrahamus b m in superficie b k a æquidistantē a k: & sit minor, quā a k: & cōtinuemus a m, & extrahatur rectē: & extrahatur k b, donec cōcurrat cum a m in f [cōcurrat autē, ut proximo numero ostēsum est: quia b m minor est a k per fabricationē.] Et extrahatur n g in superficie k g a: & sit æquidistās a k: & ponatur æqualis b m: & cōtinuemus a n, & extrahatur rectē, donec cōcurrat in q: & cōtinuemus m n, f q. Quia ergo b t est sicut t a [ut superiore numero demonstratū est] erit b k, sicut k a [per 4 p 1: nā t k commune latus est utriusq; trianguli b t k, a t k, & anguli ad t recti per 3 d 11] & g k, sicut k a: ergo b k est, sicut g k: & [per 5 p 1] angulus k a b est, sicut angulus k b a: & similiter angulus k g a est, sicut angulus k a g. Ergo angulus a b m est, sicut angulus a b k [quia per 29 p 1 angulus a b m æquatur angulo k a b, cui æqualis cōclusus est a b k] & angulus a g n est, sicut angulus a g k. [Nā per 29 p 1 angulus a g n æquatur angulo k a g, cui æqualis ostēsus est angulus a g k.] Ergo erit angulus a b m, sicut angulus a g n. [Quia enim g k æqualis conclusa est ipsi b k: & a g, a b æquantur per 15 d 1: & cōmunis est a k: æquabūtur anguli a b k, a g k per 8 p 1: & his æquātur per proximā cōclusionē a b m, a g n. Quare a b m, a g n æquātur] & linea b m, sicut linea g n: [ex fabricationē] tūc linea a m erit, sicut linea a n: [per 4 p 1: quia a b, b m æquātur ipsi a g, g n, & angulus a b m angulo a g n] tūc duæ lineæ f q, m n erūt æquidistātes: [per 2 p 6, ut proximo numero demonstratū est] tūc f q erit maior linea m n. Tunc quando uisus fuerit super punctum k, & fuerit linea m n in aliquo uisibili inferiore: tunc forma m extendetur super lineam m b, & reflectetur per lineam b k in superficie circuli, transeuntis per puncta b, a, k: & forma puncti n extendetur super lineam n g, & reflectetur super lineam g k in superficie circuli, transeuntis per tria puncta g, a, k. Et erit imago puncti f punctum m: [per 6 n 5] & punctum q erit imago puncti n: & erit linea f q diameter imaginis n m. Et iam declarauimus



rauimus [superiore numero] quod linea $f q$ est maior linea $m n$. Tunc quando uisus fuerit super punctum k , & fuerit linea $m n$ in aliquo uisibili: tunc uisus apprehendet formam maiorem re uisa. Et sic, si reuoluerimus totam figuram in circuitu lineæ $a u$, ipsa immobilis: tunc punctum k faciet circum perpendicularem super lineam $a u$. Et sic omne punctum illius circuli habebit situm, respectu lineæ comparis $m n$, sicut est situs k respectu $m n$. Si ergo uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ $m n$, fuerit in superficie alicuius rei uisæ: tunc uisus comprehendet formam illius lineæ maiorem. Et similiter si extrahamus $t k$ rectè, & posuerimus in ipsa aliquod punctum præter k , & extraxerimus lineas semper ab illo puncto, quod est quasi punctum k : erit modus eius sicut modus puncti k . Ex his ergo duabus figuris patet, quod in sphericis speculis concauis & multa & ex multis sitibus comprehenduntur maiora.

41. *In speculo spherico cauo imago interdum æquatur uisibili: & quæ inter uisum & speculum, euerfa, quæ pone uisum, erecta est.* 48 p 8.

Item: sit speculum sphericum $a b$ circa centrum e : & extrahamus superficiem transeuntem per e : & faciat circulum $a b$: & extrahamus ex e lineam z , quocunq; modo fuerit, usq; ad g : & ex g extrahamus $g d$ perpendicularem super superficiem circuli $a b$: [per 12 p 11] & in ipsa signemus punctum d , quocunq; modo fuerit: & continuemus $d e$: & extrahamus ipsam usq; ad o : & extrahamus $e b$ ita, ut contineat cum $e d$ angulum obtusum: & extrahamus $e a$ ita, ut contineat cum $e d$ angulum, æqualem angulo $d b e$: & continuemus $d a$, $d b$. Sic ergo superficies duorum triangulorum $d a e$, $d b e$ secant se super lineam $d e$: & duo anguli acuti $d b e$, $d a e$ erunt æquales. [per 4 p 1: nam semidiametri $e a$, $e b$ æquantur per 15 d 1, & $d e$ communis est: anguliq; $d e a$, $d e b$ æquantur per fabricationem.] Extrahamus ergo ex b lineam in superficie trianguli $d b e$, continentem cum $e b$ angulum, æqualem angulo $d b e$. Hæc ergo linea cõcurrat cum linea $d e$: quia angulus $b e d$ est obtusus, & angulus, qui est apud b , est acutus. [quia enim angulus $d b e$ est obtusus per fabricationem, reliquus $b e o$ est acutus per 13 p 1, & $b e o$ acutus, quia æquatus est $d b e$ acuto. Quare $d e$, $b e o$ cõcurrunt per 11 ax.] Concurrant in o : & extrahamus etiam ex a lineam in superficie trianguli $d a e$, cõtinente cū $a e$ angulum, æqualem angulo $d a e$. Cõcurrat ergo cū $d e$ in o : quia duo anguli $a e o$, $b e o$ sunt æquales [per fabricationem & 13 p 1] & anguli, qui sunt apud a , b , sunt æquales [itaq; per 26 p 1 b o, $a o$ æquantur: ideoq; concurrunt in eodem puncto cõtinuatæ lineæ $d e$.] Et extrahamus $e t$ ita, ut cõtinuat cum $e b$ angulum rectum: & extrahamus $t e$ ex parte e , & $b o$ ex parte o : & concurrant in h . [concurrant autè per 11 ax: quia angulus $h e b$ rectus est per fabricationem, & $b e o$ acutus per conclusionem] & erit $t æ$ qualis $e h$ [per 26 p 1: anguli enim $a d e$ deinceps recti æquantur: itemq; $a d b$ per fabricationem: & $b e$ commune latus est utriusq; trianguli $b e t$, $b e h$] & $b t$ æqualis $b h$. Et similiter extrahamus $e k$ ita, ut contineat cum $e a$ angulum rectum: & extrahamus illam ex parte e : & extrahamus $a o$, & concurrant in l [concurrent autem per 11 ax. ut proximè ostensum est.] Sic ergo $k e$ erit æqualis $e l$, & $k a$ æqualis $a l$, & $t e$ æqualis $e h$ [per 26 p 1, ut patuit.] Et continuemus $t k$, $l h$. Erunt ergo æquales [duo enim latera $e l$, $e h$ æqualia conclusa sunt duobus lateribus $e k$, $e t$, & angulus $l e h$ æquatur angulo $k e t$ per 15 p 1. Quare per 4 p 1 $l h$, $k t$ æquantur.] Si ergo uisus fuerit in d , & $l h$ fuerit in aliquo uisibili: tunc d comprehendet $l h$ in speculo $a b$: & erit t imago h : & k imago l [per 6 n 5.] Sic igitur $t k$ erit diameter imaginis $l h$: & est ei æqualis. Si ergo reuoluerimus totam figuram, $l h$ immobilis: tunc d faciet circulum. Et si uisus fuerit in aliquo puncto illius circumferentiæ, poterit comprehendere aliquod uisibile, compar lineæ $l h$: & erit imago eius æqualis ei. Et similiter si uisus fuerit in o , & res uisa fuerit $t k$: erit imago æqualis rei uisæ.

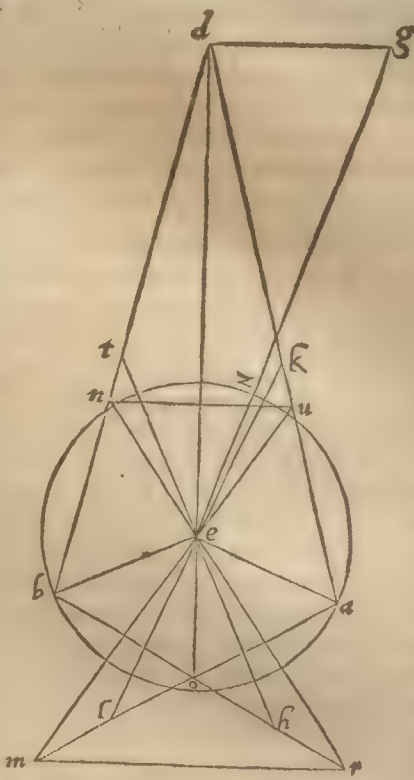


Sed tamen cum res uisa fuerit $l h$, & uisus fuerit d , fueritq; imago $t k$: erit imago conuersa: si h fuerit in dextra, erit t in sinistra: & si h fuerit in sinistra, erit t in dextra: & si h fuerit supra lineam, erit t infra lineam: & similiter l . Et si res uisa fuerit $t k$, & uisus fuerit o , & imago fuerit $l h$: forma est recta. Nam imago $l h$ erit retro uisum, & comprehendetur ante rem uisam, sicut declarauimus in capitulo imaginis quinti tractatus [60 n.] Et uisus comprehendet h , quod est imago t in linea $h o$, & l , quod est imago k , in $l o$. Patet ergo, quod in speculis concauis cõprehendatur res uisa quãdoq; æqualis sibi.

42. *In speculo spherico cauo imago inter uisum & speculum aliquando minor est uisibili & euerfa: pone uisum aliquando maior est, & erecta.* 49 p 8.

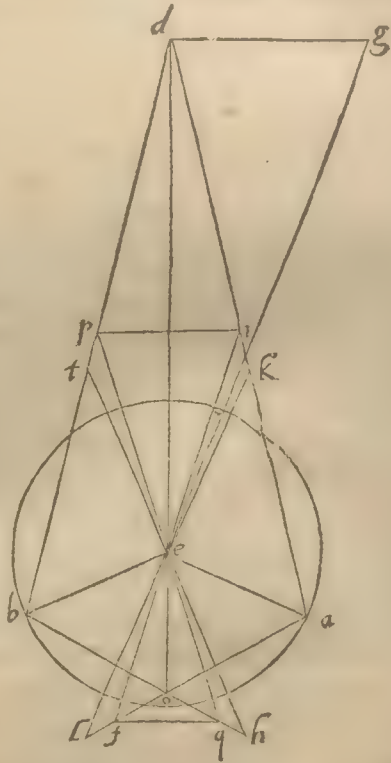
Item: extrahamus $b h$ rectè: & in ipsa signemus r , & cõtinemus $r e$. Sic ergo angulus $r e b$ erit obtusus: [quia $h e b$ rectus est per fabricationem] & extrahamus $r e$ ad n . Sic ergo $t b$ erit maior $b n$: [quia enim angulus $b e r$ obtusus est: ergo $r e$ continuata ultra e faciet cum $e b$ angulum acutum per

per 13 p 1, minoré recto b e t, & terminabitur in linea b d inter púcta b & t. Quare b t erit maior, b n] er go linea r b est maior b n. [superiore enim numero t b æqualis cōclusa est ipsi b h, & r b maior est b h p 9 ax: ergo r b maior est t b. Quare eadē multò maior est b n] & [per 3 p 6] proportio r b ad b n est, si- cut proportio r e ad e n. [angulus enim n b r bifariā secatur p lineā b e, ut patuit p ximo numero.] Quare linea r e est maior quàm linea e n. Et extrahamus a l rectè in m: & sit a m æqua- lis b r: & continuemus m e, & transeat usq; ad u. Erit ergo m e maior quàm e u [Quia enim latera e a, m a æquantur duobus lateribus e b, r b per 15 d 1, & proximam fabricationem, & angulus e a m æqualis conclusus est superiore numero angu- lo e b r: erit per 4 p 1 basis m e æqualis basi r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, per conclusionem obtuso: ergo m e a est obtusus, & a e u acutus per 13 p 1. Quare cū angulus a e u sit minor angulo m e a, & u a e æqualis e a m per cōclusionē: reliquus a u e maior erit reliquo a m e per 32 p 1: ideoq; per 19 p 1 in triangulo a u m latus m a maius latere a u: sed ut m a ad a u, sic m e ad e u per 3 p 6: quia angulus m a u bifariam sectus est per rectam a e, ut patuit proximo numero. Quare m e ma- ior est e u.] Et continuemus m r, n u: erit ergo m r maior quā n u [Nam quia anguli e a u, e b n æquales conclusi sunt, & an- gulus a e u æquatur angulo b e n per 13 p 1: quia anguli m e a, r e b æquales demonstrati sunt, & a e ipsi e b: æquabitur e u ipsi e n per 26 p 1: & m e æquatur ipsi r e per conclusionem, & an- gulus u e n angulo m e r per 13 p 1: erit per 7 p 5 m e ad r e, si- cut u e ad n e. Quare cum triangula m e r, u e n sint per 6 p 6 æquiangula: erit per 4 p 6, ut m e ad e u, sic m r ad u n. Itaque cum m e maior sit per conclusionem ipsa e u, erit m r maior u n.] Si ergo m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in d: erit n u diameter imaginis m r: & n u est minor quàm m r. Et si uisus fuerit in o, & u n fuerit in aliquo uisibili: erit m r ima- go n u: & est maior quàm n u. Sed cū m r fuerit uisibile, & n u fuerit imago, & d uisus: erit imago cō- uersa. Et si res uisa fuerit n u, & uisus o: imago m r erit recta. Nam imago si fuerit ultra uisum, uide- bitur ante. Et omne punctum imaginis uidebitur in linea, in qua est de lineis radialibus.



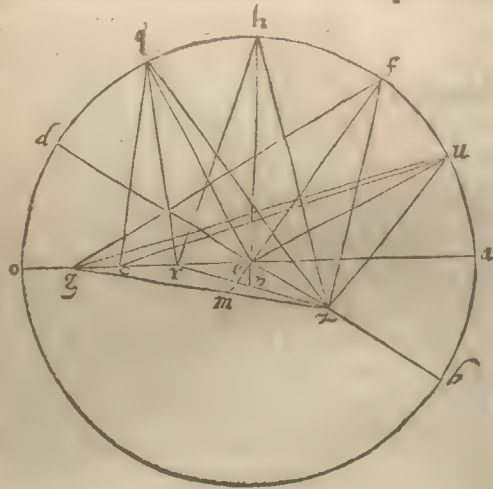
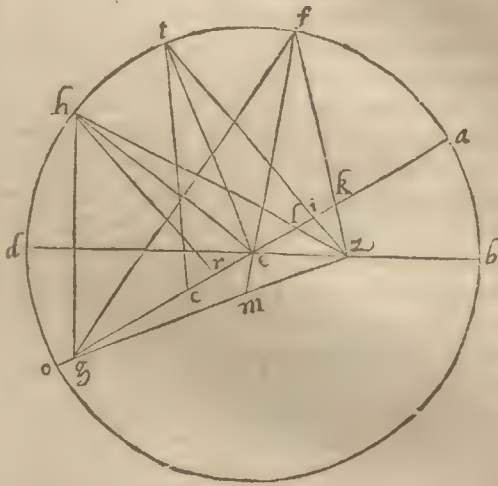
43. In speculo spherico cauo imago inter uisum & speculum aliquando maior est uisibili, & euerfa: pone uisum aliquando minor est, & erecta. 50 p 8.

I Tē: signemus in linea o h punctum q: & cōtinuemus q e: & trāseat ad p: & sit o f æqualis o q: [per 3 p 1] & continuemus e f, & transeat ad i. Erunt ergo duę li- neæ p e, e i maiores duabus lineis e f, e q: [Quia enim angu- lus a e l rectus est, ut patuit 4 n: erit a e factus. Itaq; f e con- tinuata ultra e, faciet cū a e angulū obtusum per 13 p 1, & cadet ultra e k. Erit igitur a i maior a k: sed a k æqualis conclusa est ci- tato numero ipsi a l: ergo a i maior est a l, ideoq; multò maior ipsa a f. Et quia angulus i a f bifariā sectus est per rectā a e: erit per 3 p 6 ut i a ad a f, sic i e ad e f: sed cum i a maior sit a f: erit i e maior e f. Eodē argumento p e maior demonstrabitur ipsa e q] & erit linea p i maior quàm linea f q [cum enim duobus supe- rioribus numeris æqualitas tum rectarum e h, e l, tum angulo- rum e h q, e l f demonstrata sit: & l f æquetur h q: quia tota a l æ- qualis est toti b h è conclusio duorū numerorū præcedētium, & pars o f parti o h per thesin: æquabitur reliqua l f reliquę h q per 19 p 5: & erit per 4 p 1 e f æqualis e q, & angulus l e f angulo h e q. Et quia anguli recti a e l, b e h: itē a e o, b e o æquantur: re- liquus l e o æquabitur reliquo h e o, & l e f æqualis ostensus est ipsi h e q: ergo f e o æquatur q e o, & p 15 p 1, 1 ax. d e i ipsi d e p, & d e a æquatus est d e b, 41 n: reliquus igitur i e a æquatur reli- quo p e b, & i a e æqualis conclusus est ipsi p b e, & a e æqualis ipsi b e per 15 d 1. Quare per 26 p 1 i e æquatur ipsi p e, & angu- lus i e p angulo f e q per 15 p 1. Ergo p 7 p 5. 6 p 6 triangula i e p, f e q sunt æquiangula, & per 4 p 6, ut i e ad e f, sic p i ad f q: sed i e maior est e f è cōclusio: ergo p i maior est f q.] Si ergo uisus fue- rit in o, & p i in aliquo uisibili: erit f q imago p i: & f q est minor quā p i: & f q uidebitur super duas lineas a o, b o. Erit ergo for- ma retro uisum, & minor q̄ res uisa: & erit recta. Et si uisus fue- rit in d, & f q fuerit in aliquo uisibili: erit p i imago f q: & est maior q̄ f q: & erit forma ante uisum con- uersa. Patet ergo, quòd in speculis cōcauis cōprehēditur forma rei uisæ minor, & maior, & æqualis.



rum, reflexionis & speculi sphaerici caui) puncta dicta recta intermedia à punctis dicta periphæria intermedijs reflectentur. 54.42 p 8.

Sit ergo speculum sphaericum concavum a b: & extrahamus in ipso speculo superficiem planam transeuntem per centrū: & faciat circulū a b circa centrū e [faciet autem per i th. i sphaer.] & extrahamus in hoc circulo duas diametros se secantes a e o, b e d: & speculum nō excedat arcū b a d o: & ponamus in b e punctum z, quocunq; modo sit: & ponamus in linea a e punctum k: & sit a k maior quā k e: & continuemus z k: & transeat ad f: & continuemus e f: & sit angulus g f e æqualis angulo z f e. [per 23 p 1.] Quia igitur [per 7 p 3] f k est maior k a, & k a est maior quā k e: [ex thesi] erit f k maior quā k e: angulus ergo f e k maior est angulo e f k: [per 18 p 1] ergo est maior angulo e f g. Linea ergo f g concurrat cū linea k e. [si enim non concurrat: erit ad ipsam parallela: itaq; per 29 p 1 angulus e f g æquabitur angulo f e k, quo minor est conclusus.] Concurrant ergo in g. Duæ ergo lineæ z f, f g reflectuntur propter angulos æquales z f e, g f e: [per 12 n 4] k ergo est imago g, si uisus fuerit in z [per 6 n 5.] Et extrahamus lineam z l h quocunq; modo sit: & cōtinuemus e h, h g, z g: & extrahamus f e usq; ad m. Proportio ergo z m ad m g est, sicut proportio z f ad f g [per 3 p 6: quia angulus g f z bifariam sectus est per rectā e f] & [per 7 p 3] z h est maior quā z f, & g h est minor quā g f. Ergo proportio z h ad g h est maior, quā proportio z f ad f g: [ut constat ex 8 p 5] est ergo maior quā proportio z m ad m g. Ergo [per 3 p 6] linea, quæ diuidit angulū z h g in duo æqualia, secat lineam m g: secat ergo lineam e g. Secet ergo lineam e g in r: ergo angulus g h e maior est angulo z h e: & h z secet a e in l. Ergo duæ lineæ z h, h r reflectuntur propter angulos æquales: [r h e, z h e per 12 n 4] & erit l imago r. Dico ergo, quod forma cuiuslibet puncti lineæ g r reflectitur ad uisum z ex puncto aliquo arcus f h, & non ex alio. Huius rei demonstratio est, quoniam in capitulo de imagine, quinto tractatu in duabus figuris [66 n] dictum est, quod duo arcus a b, d o non possunt esse tales, quod ex illis reflectatur aliquid de lineā e o ad z: & arcus e o non est de speculo: [nam ex thesi ab arcu speculi b a d o fit reflexio, cū ille tantum sub uisum in diametro d b positum cadat] nō ergo remanet nisi arcus a d. Sed in tricesima quinta figura [66 n 5] dictum est, quod forma cuiuslibet puncti diametri e o reflectitur ab aliquo puncto arcus a d. Et in tricesima sexta, capitulo de imagine [73 n 5] patuit, quod nunquā reflectitur forma puncti lineæ g r ad z ex arcu a d, nisi ex solo puncto. Forma ergo cuiuslibet puncti lineæ g r reflectitur ad z ex uno solo puncto arcus a d. Et ponamus in linea g r punctum c. Dico ergo, quod illud punctū non erit, nisi in arcu f h. Sin autem reflectatur forma c ad z ex u, quod est in arcu a f: & continuemus lineas z u, e u, g u, c u. Linea ergo g u erit maior g f [per 7 p 3] & z u est minor quā z f. Ergo [ut constat ex 8 p 5] proportio g u ad z u est maior proportione g f ad f z: ergo maior proportione g m ad m z [quia enim angulus g f z bifariam sectus est per rectam f m: erit per 3 p 6 g f ad f z, sicut g m ad m z.] Linea ergo, quæ diuidit angulū g u z per æqualia, secat lineam z m: secat ergo z e: angulus ergo g u e est minor angulo e u z: ergo angulus c u e multo minor est angulo e u z. [Itaq; cum anguli incidentiæ & reflexionis sint inæquales: nulla à puncto u ad uisum z fiet reflexio, ut patet per 12 n 4.] Et similiter de quolibet puncto arcus a u. Forma ergo c non reflectitur ad z, nisi ex arcu h f. Et dico, quod non potest reflecti ex arcu h d. Quod si fuerit possibile: reflectatur ex q, quod est in arcu h d: & continuemus lineas z q, c q, r q, e q, z r: & extrahamus e h ad n. Linea ergo z q est maior quā z h [per 7 p 3], & linea q r est minor quā h r: ergo proportio z q ad q r est maior proportione z h ad h r: [ut patet per 8 p 5] quæ est, sicut proportio z n ad n r [per 3 p 6: quia angulus r h z bifariam sectus est per rectam h n.] Linea ergo, quæ diuidit angulū z q r in duo æqualia, secat lineam n r: secat ergo lineam e r: angulus ergo r q e est maior angulo e q z: angulus ergo c q e est multo maior angulo e q z. Hoc idem sequitur in omni puncto arcus h d. Forma ergo c non reflectitur ad z ex arcu h d: neque ex arcu a f. Sed iam patuit, quod omnino debet reflecti ex arcu a d. Forma ergo c non reflectitur ad z, nisi ex aliquo puncto arcus f h [nam quod à punctis h & f reflexio nulla fiat, patet per 74. 75 n 5.] Reflectatur ergo ex t: & continuemus lineas c t, & z t. Quia

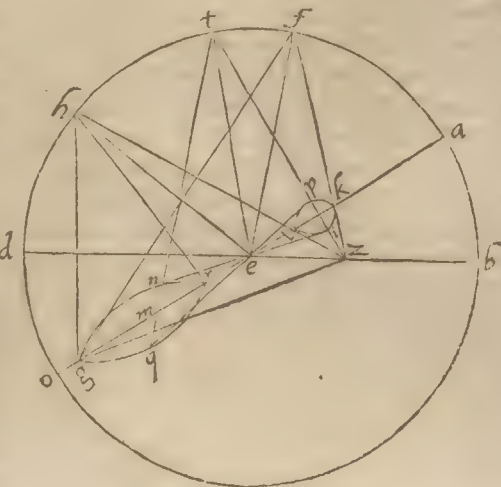


t 2 ergo

ergo t est inter duo p[un]c[t]a f, h: erit linea z t inter duas lineas z f, z h. linea ergo z t secat lineam k l: secet ergo lineam i p[un]ctam in i: igitur est imago t [per 6 n 5] & t nullam habet imaginem nisi i. [quia ab uno tantum p[un]cto peripheriæ f h fit reflexio per 73 n 5.] Et sic declarabitur, quod imago cuiuslibet p[un]cti lineæ g r est p[un]ctum lineæ k l: k l ergo est imago g r: & k l est linea recta: quia est pars semidiametri circuli, a e: & g r est linea recta, quia est pars semidiametri circuli, o e. Ergo comprehendit formam g r rectè in speculo spherico a b. Et hoc est quod uolumus.

46. In speculo spherico cauo imagines linearum: conuexa, caua, aliquando uidentur cõuexa, caua: eademq[ue] obliquitate uisum, qua ipsa linea speculum, respiciunt. 55 p 8.

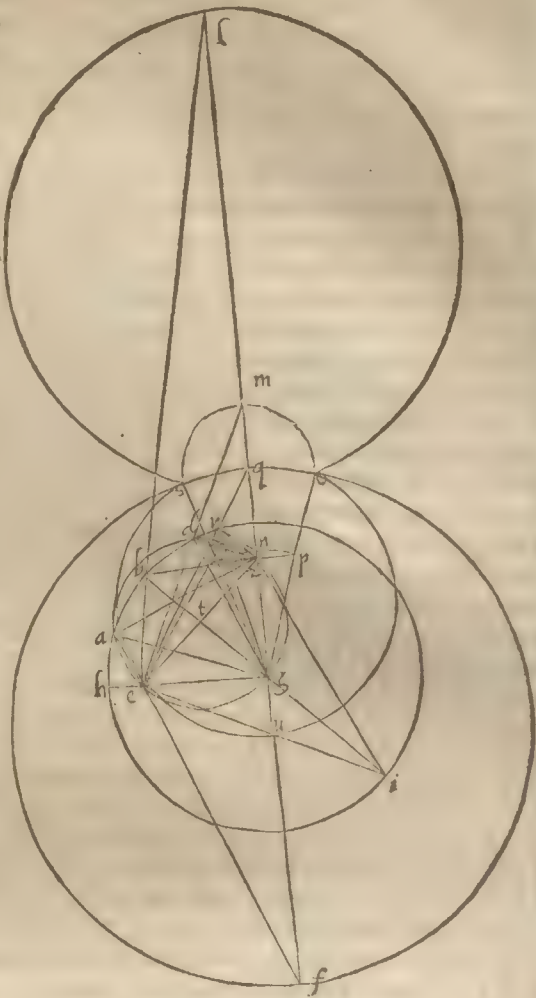
ET iteremus figurã, & constituamus super lineam g r a duobus lateribus duos arcus, quomodo-
docunq; sint, scilicet g n r, g q r: & sit arcus g n r non secans lineam g h: & ponamus in linea g r p[un]ctum m, quomodo-
docunq; sit. Forma ergo m reflectitur ad z ex p[un]cto aliquo arcus f h [per proximum numerum.] reflectatur ergo ex t: & con-
tinuemus lineas z t, & m t. Duo ergo anguli z t e,
e t m sunt æquales [per thesin & 12 n 4.] Linea ergo m t secabit arcu[m] g n r: secet ergo in n: & extrahamus
lineã t m in parte m: secabit ergo g q r: secet ergo in p[un]cto q: & cõtinuemus n e: & extrahatur rectè: secabit ergo z t sub linea k l: secet ergo illã in i: & cõtinue-
mus q e: & extrahamus ipsam rectè: secabit ergo z t supra k l: secet ergo ipsam in p. Quia ergo duo anguli ad t sunt æquales: [per thesin & 12 n 4] erit i imago n: [per 6 n 5] & duo p[un]c[t]a k, l imagines duorum p[un]ctorum g, r. Imago ergo arcus g n r, est linea transiens per p[un]c[t]a k, i, l, ut linea k i l. Sed linea k i l est conuexa ex parte uisus z: & arcus g n r est conuexus ex parte speculi. Ergo uisus z comprehendet formam lineæ g n r conuexæ, lineam conuexam. Et quia duo anguli apud t sunt æquales [nimiru[m] p t e, q t e per thesin & 12 n 4] erit p etiam imago q [per 6 n 5] & erit linea l p k ex parte uisus cõcaua: & est imago arcus g q r, cõcaui ex parte superficiiei speculi. Ergo uisus z comprehendet formam arcus g q r cõcaui, lineam cõcauam. In speculis ergo cõcauis ex quibusdam sitibus comprehenditur linea conuexa, conuexa: & cõcaua, cõcaua.



47. In speculo spherico cauo linea: recta, & curua conuexa parte speculum respiciens, habent aliquando imagines curuas: recta quatuor: curua unam: omnesq[ue] caua parte uisum respiciunt. 56 p 8.

Item: sit speculum cõcauum: in quo sit circulus a b d maximus: & centrum g: & extrahamus lineam b g, quomodo-
docunq; sit: & diuidamus ex ipsa lineam g t maiorem medietate: & extrahamus ex t lineam e t z perpendicularẽ super b g: & sit utraq; e t, t z æqualis t g [per 3 p 1.] Et cõtinuemus e g, g z: & describamus circa triangulu[m] e g z circulu[m]: [per 5 p 4] secabit ergo circulu[m] a b d in duobus p[un]ctis: [per 10 p 3] nam p[un]ctũ t est centru[m] huius circuli [per 9 p 3] æquatæ enim sunt rectæ e t, t z, t g] & t g est maior t b. Secet ergo circulus iste circulum a b d in p[un]ctis a, d: & cõtinuemus lineas g a, g d; e a, e b, e d, z a, z b, z d. Quia ergo duæ lineæ e t, t z sunt æquales: erunt duæ lineæ e g, g z æquales: [per 4 p 1: quia t g communis est, & anguli ad t per fabricationem recti sunt] & similiter e b, b z æquales. Et quia duo arcus e g, g z sunt æquales: [per 28 p 3: quia subtenduntur ab æqualibus rectis e g, g z] duæ lineæ e a, a z reflectentur inter se propter angulos æquales [nam anguli e a g, z a g per 27 p 3 æquantur] & duæ lineæ e b, b z reflectentur inter se propter angulos [e b g, z b g] æquales [per 27 p 3.] Et quia g t est maior quàm t b: [ex thesi] erit g e maior quàm e b. [Quia enim anguli ad t sunt recti per fabricationem, æquabitur per 47 p 1 quadratum e g quadratis g t, e t: item quadratum e b quadratis b t, e t: itaque cum quadratum g t sit maius quadrato t b: quia g t maior est t b ex thesi: subducto communi e t: erit per 5 ax. quadratum e g maius quadrato e b: ideoq[ue] latus e g maius latere e b.] Angulus ergo e b g est maior angulo e g b [per 18 p 1] & angulus e g b est semirectus. [Quia enim angulus ad t rectus est per fabricationem, & t e g, t g æquales per 5 p 1: quia e t, g t æquales positæ sunt: erit eorum quilibet dimidius unius recti per 32 p 1.] Igitur duo anguli e g b, e b g simul sunt maiores recto: ergo angulus b e g est recto minor: [p 32 p 1] & angulus e g z est rectus [p 31 p 3.] Ergo duæ lineæ e b, g z cõcurrerunt extra circulu[m] in parte b z [p 11 ax.] Cõcurrant ergo in l. Et quia e d est intra triangulu[m] l e g: cõcurrerit cũ lineã g m: cõcurrat ergo in m. Et quia g b trãsit per centru[m] z e g circuli: erit portio a g minor semicirculo: ergo [p 31 p 3] angulus a e g est obtusus, & angulus e g z est rectus. Ergo illæ duæ lineæ a e, z g cõcurrerunt in parte e g [erunt enim anguli ad e & g dictis angulis deinceps, minores duobus rectis per 13 p 1. Quare cõcurrent ex parte e g per 11 ax.] Cõcurrant ergo in f. Si ergo uisus fuerit in e, & z in aliquo uisibili: tunc p[un]c[t]a m, l, f

m, l, f erunt imagines puncti z . Sic ergo z comprehendetur in tribus locis [quia à tribus punctis a, b, d reflectitur ad uisum e .] Item extrahamus ex e lineam ad arcum $d z$, quomocunque sit: & sit $e k$: & continuemus $g k$: & secet arcum $d z$ in k : & continuemus lineam $k z$. Quia ergo arcus $e g, g z$ sunt æquales: [ex concluso] erunt [per 27 p 3] duo anguli $e k g, g k z$ æquales. Et continuemus $g k$ in r : & extrahamus $e r, z r$. Ergo angulus $e r g$ est maior angulo $g r z$. [Quia enim anguli $e k g, z k g$ æquales sunt conclusi: æquabuntur anguli $e k r, z k r$ per 13 p 1. Positis igitur angulis ad r æqualibus: erunt triangula $e k r, z k r$ æquiangula per 32 p 1: & per 4 p 6 $r k a$ ad duas rectas $k e, k z$ eandem habebit rationem. Quare ipsæ erunt æquales per 9 p 5: ideoq; & peripheriæ $e a d k$ & $k z$ ipsi subtenfæ per 28 p 3: quod fieri non potest. Nam quia rectæ $a g, d g$ æquantur per 15 d 1: æquabuntur peripheriæ $a g, d g$ ipsi subtenfæ per 28 p 3: & $e g$ æqualis conclusa est ipsi $z g$, reliqua igitur $a e$ æquatur reliquæ $d z$: ergo $e a$ maior est $k z$ per 9 a x: ergo $e a d k$ multò maior est $k z$. Quare angulus $e r g$ non est æqualis angulo $g r z$: nec est eo minor: quod eodem argumento ostendetur. Angulus igitur $e r g$ maior est angulo $g r z$.] Sit ergo angulus $g r n$ æqualis angulo $e r g$ [per 23 p 1.] Duæ ergo lineæ $e r, r n$ reflectentur inter se, propter angulos æquales [per 12 n 4] & extrahamus $e r$ ad q : erit ergo q imago n respectu e . Et imaginemur superficiem exeuntem à linea $m g f$, perpendiculariter super circumulum $a b d$: & extrahamus ex z lineam in hac superficie, perpendicularem super $g z$, & transeat in utranque partem. Sit ergo $c z p$: & ponamus g centrum: & in longitudine $g n$ faciamus arcum circuli $c n p$: secabit ergo lineam $c z p$ in duobus punctis: & sint c, p : & continuemus lineas $g c, g p$. Erunt ergo in superficie perpendiculari super superficiem $a b d$: & extrahamus $g c, g p$ rectè: & super g , & in longitudine $g q$ faciamus arcum circuli: secabit ergo duas lineas $g c, g p$: secet in s, o . Quia ergo superficies

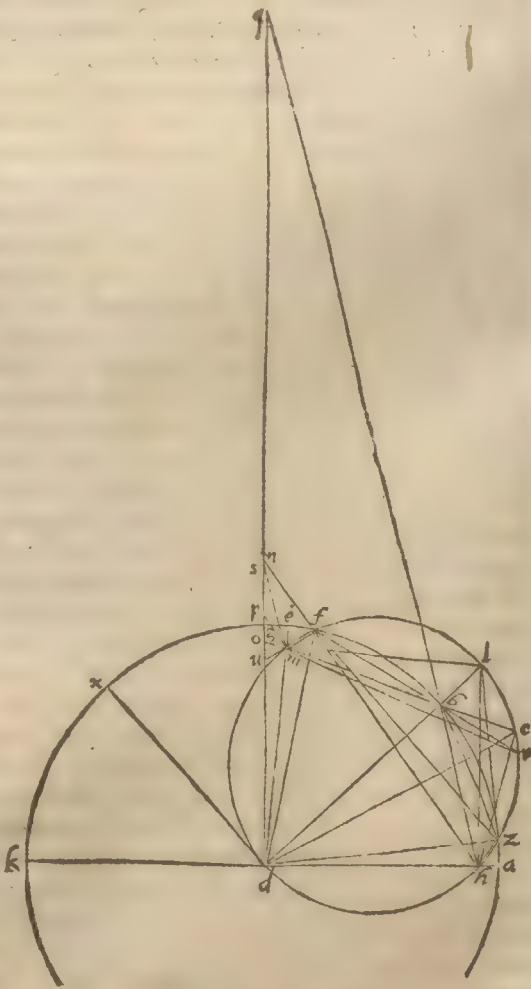


$a b d$ circuli est perpendicularis super superficiem duarum linearum $g c, g p$: erunt duo anguli $e g s, e g o$ recti [per 4 d 11] & $e g$ perpendicularis super superficiem $g c p$: erit ergo [per 18 p 11] utraque superficies $e g s, e g o$ perpendicularis super superficiem $s g o$: & utraque istarum duarum superficierum facit in speculo circumulum magnum, [per 1 th. i sphaer.] comparem circulo $a b d$. Punctum ergo circuli compar puncto r , est, quod facit superficies $e g s$. Ergo concurrunt ex ipso secundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e, c : & similiter inter duo puncta e, p : & lineæ $g c, g p$ sunt æquales [per 15 d 1] & lineæ $g s, g q, g o$ sunt æquales: & q est imago n : & s imago c : & o imago p . Imago ergo arcus $c n p$ conuexi ex parte speculi, est arcus $s q o$ concauus ex parte uisus: & l est imago z : & duo puncta s, o sunt imagines c, p . Imago ergo lineæ $c z p$ est linea tranfrens per puncta s, l, o : & talis est concaua ex parte uisus. Et signemus lineam tranfeuntem per puncta s, l, o : & extrahamus lineam $e g a d h$. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b, h , sed alter suorum terminorum fuerit inter duo puncta b, h , & reliquus fuerit infra h , & uisus fuerit in e : & duæ lineæ $p z c, p n c$ fuerint in aliquo uisibili: tunc forma lineæ $p z c$ rectæ, erit concaua, scilicet $l o$: & forma arcus $p n c$ conuexi erit etiam linea concaua, scilicet $s q o$. Et $p z c$ recta habebit unam imaginem: & arcus $p n c$ habebit unam imaginem. Item extrahamus $b g a d i$: & continuemus lineas $e i, i z$: istæ ergo duæ lineæ reflectuntur secundum angulos æquales: [Quia enim $e b, z b$ æquales sunt conclusæ, & communis est $b i$: anguliq; $e b i, z b i$ æquales per 27 p 3, ut patuit: æquabuntur per 4 p 1 anguli $e i b, z i b$] & $e i$ secabit $f g$: secet ergo in u : u ergo erit imago z [per 6 n 5.] Puncta ergo m, l, u, f sunt imagines z . Et si speculum excesserit duo puncta a, d , & uisus fuerit in e , & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus $a i$, & comprehenderit totum arcum $i d a$: tunc z uidebitur in quatuor locis, scilicet l, m, u, f : & uidebit duo puncta p, c in duobus punctis s, o : & sic linea recta $p z c$ habebit quatuor imagines concauas: una tranfrens per puncta s, m, o , scilicet linea $s m o$: secunda tranfrens per puncta s, l, o , scilicet linea $s l o$: tertia tranfrens per puncta s, u, o , scilicet linea $s u o$: quarta tranfrens per puncta s, f, o , linea scilicet $e f o$. Pa-

tet ergo ex hac figura, quòd linea recta in speculis concavis comprehendatur concava: & convexa comprehendatur concava: & quòd recta habet plures formas concavas.

48. Si duo visibiles puncta à duobus speculi spherici caui punctis ad unum visum reflexa, in eadem speculi diametro imagines suas habeant: recta inter centrum speculi & imaginem longinquiorem, ad rectam inter idem centrum & punctum visibile à speculi centro longinquius, maiorem rationem habet: quàm recta inter speculi centrum & imaginem propinquiorem, ad rectam inter idem centrum & punctum visibile centro speculi propinquius. 43 p 8.

Item: sit speculum concavum, per cuius centrum transeat plana superficies: & faciat circulum a b g [faciet autem per 1 th. 1 sphær.] & sit centrum d: & extrahamus ex d lineam, quocunque modo sit: & sit d g: & transeat extra circulum: & extrahamus ex d in superficie huius circuli lineam perpendicularem super lineam d g [per 11 p 1] & sit d a: & abscindamus de angulo a d g recto particulam parvam, quomodocunque sit: & sit angulus g d e, ita ut inter angulum rectum & angulum a d e sit multiplex anguli e d g: [id quod fieri potest continua anguli recti bisectione, donec angulus a d e sit multiplex ad angulum e d g] & dividamus angulum a d e in duo æqualia, per lineam d b [per 9 p 1] & abscindamus de angulo b d a æqualem angulo e d g, per lineam z d: & extrahamus ex d lineam continentem cum b d angulum rectum: & sit d x: & extrahamus a d in parte d: & sit d k: & extrahamus ex z lineam continentem cum z d angulum, æqualem angulo k d x: & sit z h. Hæc ergo linea concurret cum d a: [per 11 ax.] Nam duo anguli k d x, a d z sunt minores duobus rectis [ideoque a d z, h z d iisdem sunt minores: quia h z d æquatus est angulo k d x.] Concurrent ergo in h. Angulus ergo z h d est æqualis angulo z d x. [Quia enim tres anguli z d h, z d x, k d x æquantur duobus rectis per 13 p 1: quibus irem æquantur tres anguli trianguli z d h per 32 p 1: tres igitur illi tribus his æquantur. Itaque cum z d h communis æquetur sibi ipsi, & d z h æquatus sit ipsi k d x: reliquus z h d æquabitur reliquo z d x.] Et extrahamus ex z lineam continentem cum z h angulum, æqualem angulo b d k obtuso: & sit z l. Duo ergo anguli l z d, b d z sunt minores duobus rectis. [Quia enim anguli b d k, b d a æquantur duobus rectis per 13 p 1: erunt anguli, b d k, id est, per fabricationem, l z h, & b d z minores duobus rectis: ideoque l z d, b d z iisdem multò minores erunt.] Linea ergo z l concurret cum d b [per 11 ax.] Concurrent ergo in l: & continuemus l h: & [per 5 p 4] circa triangulum h l d faciamus circulum d h l: transibit ergo per z [per conversionem 22 p 3] quia duo anguli l z h, l d h sunt æquales duobus rectis [quia æquantur duobus angulis b d k, l d h æqualibus duobus rectis per 13 p 1.] Anguli ergo l h z, l d z sunt æquales [per 27 p 3] quia basis eorum est idem arcus: [l z] sed angulus z h d est æqualis angulo z d x: [per conclusionem] remanet ergo angulus l h d æqualis angulo l d x: & angulus l d x est rectus: [per fabricationem] ergo angulus l h d est rectus. Et abscindamus ex lineâ d e lineam d m, æqualem d h [per 3 p 1] & continuemus l m. Angulus ergo l m d est rectus. [quia per 4 p 1 æquatur angulo l h d recto concluso: duo enim latera h d, l d æquantur duobus lateribus m d, l d, & angulus h d l angulo m d l per fabricationem.] Circulus ergo l h d transit per m [per conversionem 31 p 3 demonstratam à Theone in commentarijs in 3 librum magnæ constructionis Ptolemæi] & secat arcum b e in compari puncto z. Secet ergo in f: & continuemus d f. Angulus ergo l d f erit æqualis angulo l d z: [per 27 p 3: quia arcus l m est æqualis arcui l h.] Quia enim triangulo l m d circulus circumscriptus est, & angulus ad m rectus ex concluso: erit l d diameter circuli per coniectarium 5 p 4, seu 31 p 3. Quare

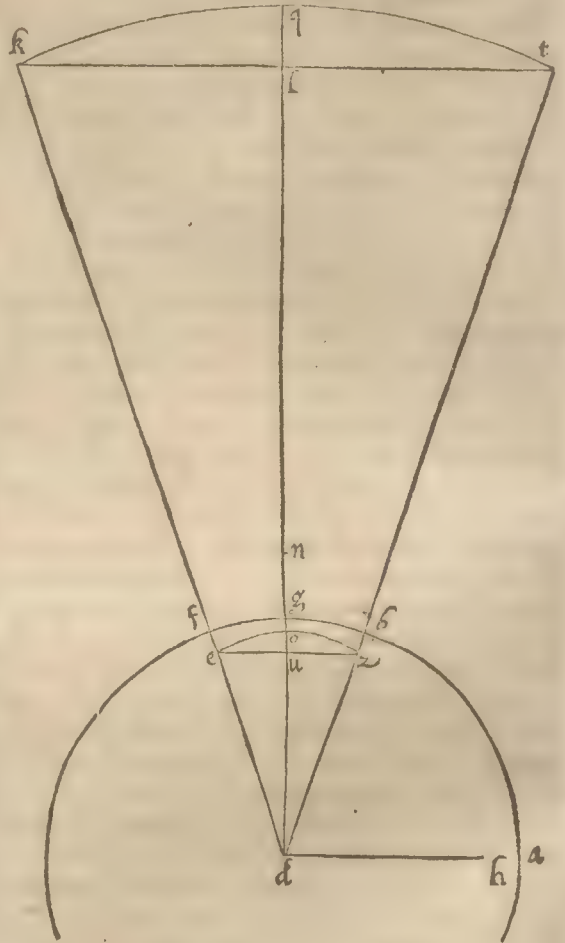


31 p 3. Quare semiperipheria $l f d$ æquatur semiperipheriæ $l z d$: & peripheria $d m$ æquatur peripheriæ $d h$ per 28 p 3, quia $d m$, $d h$ æquatæ sunt: reliqua igitur $l f m$ æquatur reliquæ $l z h$ & arcus $m f e s t$ æqualis arcui $z h$. [Nam propter æqualitatem semidiametrorum $d f$, & $d z$, æquantur peripheriæ $d m f$, $d h z$ per 28 p 3: & per eandem peripheriæ $d m$ & $d h$ æquales conclusæ sunt: reliqua igitur $m f$ æquatur reliquæ $z h$.] Ergo arcus $l f e s t$ æqualis arcui $l z$ [per 3 ax: quare per 27 p 3 anguli $l d f$, $l d z$ æquabuntur.] Et continuemus lineas $h b$, $h f$, $f m$, $b m$, $f z$, $f b$. Angulus ergo $b h d$ est acutus [quia $l h d$ rectus est conclusus] & angulus $g d h$ rectus [per fabricationem.] Ergo linea $h b$ concurrent cū linea $d g$ extra circulum [per 11 ax.] Concurrent ergo in q : $h f$ ergo concurrent etiam cum $d g$ extra circulum [eadem de causa.] Concurrent ergo in n . Et extrahamus $f b$, quousque secet arcum $l z$: secet ergo in r : & continuemus $r m$: angulus ergo $f r m$, qui est in circumferentia, respicit arcum $f m$: & [per 16 p 1] angulus $f b m$ est maior angulo $f r m$: & angulus $f b m$ est in circumferentia $a b g$. Ergo si $b m$ linea extrahatur ex parte m : abscindet de circulo $a b g$ arcum maiorem simili arcui $f m$ circuli $l h d$ [per 33 p 6] & arcus $f m$ est similis duplo arcus $f e$: [angulus enim duplus anguli $f d e$ in peripheria circuli $a b g$ constituti, insistit in peripheriam duplam peripheriæ $f e$ per 33 p 6] & arcus $f e$ est æqualis arcui $a z$: [quia enim anguli $a d b$, $e d b$ æquantur propter angulum $a d e$ per rectam $b d$ bifariam sectum: & $z d b$, $f d b$ per conclusionem: æquabitur reliquis $a d z$ reliquo $f d e$: ideoque peripheriæ $a z$ peripheriæ $f e$ per 26 p 3] & arcus $a z$ est æqualis arcui $e g$ [per 26 p 3: quia angulus $a d z$ æquatus est angulo $e d g$.] Ergo arcus $f e$ est æqualis arcui $e g$: ergo arcus $g f e s t$ duplus arcus $g e$: ergo arcus $g f e s t$ similis arcui $f m$. Si ergo $b m$ extrahatur rectè in partem m : abscindet de circulo $a b g$ arcum ultra punctum g , maiorem arcu $f g$. Linea ergo $b m$ secabit lineam $d g$ inter duo puncta g , d . Secet ergo in o : & extrahamus lineam $f m$: & secet $d o$ in u : [secabit autem: quia secat angulum $d m o$ à basi $d o$ subtensum] & extrahamus $b m$ in parte b : & secet arcum $l r$ in c : & continuemus $c d$. Quia ergo angulus $b f z$ est in circumferentia $a b g$: erit [per 20 p 3] angulus $b f z$ dimidius anguli $b d z$: sed angulus $b d z$ est multiplex anguli $z d a$: [è fabricatione] ergo angulus $b f z$ est multiplex anguli $z d h$: ergo [per 33 p 6] arcus $r z$ est multiplex arcus $z h$: & arcus $c z$ est maior arcu $r z$ [per 9 axiom.] ergo arcus $c z$ est multiplex arcus $z h$. Et continuemus $c h$: angulus ergo $c h d$ cum angulo $c m d$, est æqualis duobus rectis: [per 22 p 3] ergo angulus $c h d$ est æqualis angulo $b m e$. [Nam per 13 p 1 anguli $c m d$, $c m e$ æquantur duobus rectis, quibus etiam æquantur per proximam conclusionem $c h d$, $c m d$: communi igitur $c m d$ subducto, reliquus $c h d$ æquabitur reliquo $c m e$ seu $b m e$.] Sed angulus $z h d$ addit super angulum $c h d$, angulum $c h z$, qui est æqualis angulo $c d z$: [per 27 p 3: quia uterque insistit in eandem peripheriam $c z$] & angulus $c d z$ est multiplex anguli $z d a$, [per 33 p 6: quia peripheria $c z$ multiplex ostensa est peripheriæ $z h$.] Ergo angulus $c h z$ est multiplex anguli $e d g$: [quia multiplex est ad angulum $z d h$, æqualem ipsi $e d g$.] Ergo angulus $z h d$ excedit angulum $c h d$ multiplo anguli $e d g$. Angulus ergo $z h d$ est æqualis angulo $f m d$: quia arcus $f m d$ est æqualis arcui $z h d$ [per conclusionem. Itaque per 2 ax. peripheria $z f d$, in quam insistit angulus $z h d$, æquabitur peripheriæ $f z d$, in quam insistit angulus $f m d$: & idcirco $z h d$ æquabitur $f m d$ per 27 p 3] & angulus $c h d$, ut declarauimus, est æqualis angulo $b m e$. Ergo angulus $f m d$ excedit angulum $b m e$ multiplo anguli $e d g$: ergo angulus $f m d$ excedit angulum $o m d$ multiplo anguli $e d g$: [quia angulus $o m d$ æquatur angulo $b m e$ per 15 p 1] & angulus $m o g$ excedit angulum $o m d$ angulo $e d g$ [nam angulus $m o g$ æquatur angulis $o m d$ & $e d g$ per 32 p 1.] Ergo angulus $f m d$ excedit angulum $m o g$, multiplo anguli $e d g$: & angulus $f m d$ excedit angulum $m u d$, angulo $e d g$ solo: [quia per 32 p 1 æquatur angulis $m d u$ seu $e d g$ & $m u d$] ergo angulus $m u d$ est maior angulo $m o g$: ergo angulus $m o u$ est maior angulo $m u o$: [Nam quia anguli $a d u$ deinceps æquantur angulis $a d o$ deinceps per 13 p 1: & $m u d$ maior conclusus $m o g$: reliquus igitur $m o u$ maior est reliquo $m u o$] ergo [per 19 p 1] linea $m u$ est maior linea $m o$. Et quia arcus $z h d$ est æqualis arcui $f m d$: erunt duo anguli $h f d$, $m f d$ æquales [per 27 p 3: quia peripheriæ $h d$, $m d$ æquales sunt conclusæ.] Duæ ergo lineæ $h f$, $f u$ reflectentur æqualiter: & similiter $h b$, $b o$ reflectentur æqualiter [propter conclusam æqualitatem angulorum $h b d$, $o b d$] q ergo est imago o : & n imago u [per 6 n 5.] Et extrahamus ex m lineam æquidistantem lineæ $h n$: & sit $m p$. Quia ergo [per 16 p 1] angulus $h n d$ est maior angulo $h q d$: erit angulus $m p o$ maior angulo $m s o$. [nam per 29 p 1 angulus $m s o$ æquatur angulo $ad q$, & angulus $m p o$ æquatur angulo $ad n$] p ergo erit inter duo puncta s , u . Et quia angulus $h d n$ est rectus [ex thes.] erit angulus $h n d$ acutus [per 32 p 1] ergo angulus $m p d$ est acutus: ergo [per 13 p 1] angulus $m p s$ est obtusus: ergo [per 19 p 1] linea $m s$ est maior, quàm $m p$: sed $m u$ est maior, quàm $m o$, ut diximus: ergo proportio $s m$ ad $m o$ est maior, quàm proportio $p m$ ad $m u$: [ut patet per 8 p 5] & [per 29 p 1. 4 p 6] proportio $s m$ ad $m o$ est, sicut proportio $q b$ ad $b o$: quia $m s$ est æquidistans $b q$: & similiter proportio $p m$ ad $m u$ est, sicut proportio $n f$ ad $f u$: ergo [per 11 p 5] proportio $q b$ ad $b o$ est maior, quàm proportio $n f$ ad $f u$: & proportio $q b$ ad $b o$ est, sicut proportio $q d$ ad $d o$: & proportio $n f$ ad $f u$ est, sicut proportio $n d$ ad $d u$, ut declarauimus in capitulo de imagine [64 n 5.] Ergo proportio $q d$ ad $d o$ est maior, quàm proportio $n d$ ad $d u$. [Est autem q , imago puncti o , à centro speculi d longinquior: & o punctum uisibilis ab eodem centro est longinquius. u uerò, imago puncti u centro speculi d est propinquior: & u alterum uisibilis punctum eodem centro d est propinquius.]

Quare patet propositum.

49. In speculo spherico cauo imago linea recta aliquando uidetur conuexa. 57 p 8.

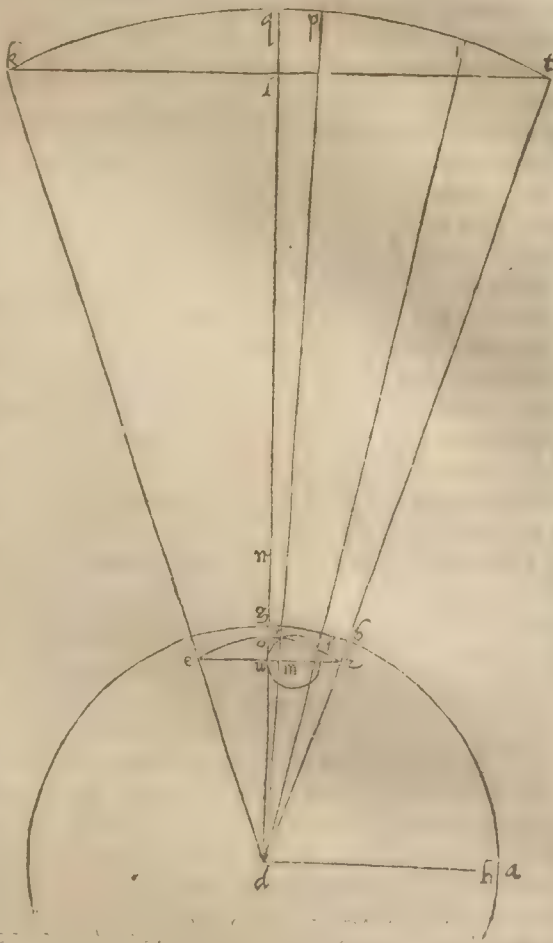
His praestentis, iteremus circulum, & perficiamus demonstrationem, ne multiplicentur & lineae, & dubitentur literae. Sit ergo circulus in secunda figura a b g: & centrum d: & extrahamus lineam d q: & sit d b aequalis d b in prima figura: & d o aequalis d o in prima figura: & d q sit compar sibi in prima figura: & similiter d u: & extrahamus super d q perpendicularem super superficiem circuli [per 12 p 11] & sit d h aequalis sibi in prima figura. Angulus ergo h d q erit rectus: [per 3 d 11] & circulus, quem facit h d q in speculo, erit ex circulis, ex quibus forma punctorum o, u reflectitur: & erit arcus, quem mensurant lineae h d, d q: aequalis arcui a g in primo circulo: [per 33 p 6: quia uterque subtendit angulum rectum] & ex duobus punctis istius arcus, comparibus duobus punctis b, f, reflectentur duo puncta lineae u p ad duo puncta n, q aequaliter. Erit ergo q imago o, & n imago u. Et extrahamus ex u perpendicularem lineam in superficie circuli a b g, super lineam d u [per 11 p 1] & sit z u e: & sit d centrum: & in longitudine d o faciamus arcum circuli: secabit ergo lineam z u e in duobus punctis: [quia punctum o altius est puncto u, ex prima thesi] secet ergo in z, e: & sit arcus z o e: & continuemus d z, d e: & extrahamus extra circulum: & a d & in longitudine d q faciamus arcum t q: secabit ergo duas lineas d z, d e in t, k: & continuemus t k: secabit ergo lineam d q in l. Quia ergo h d est perpendicularis super superficiem circuli: uterque angulus h d t, h d k erit rectus: [per 3 d 11] & utraque superficies h d t, h d k faciet in superficie speculi circulum [per 1 th. 1 sphaer.] & arcus, qui est inter duas lineas h d, d t erit aequalis arcui, qui est inter duas lineas h d, d k: & similiter arcus, qui est inter duas lineas h d, d k: & utraque linea d z, d e est aequalis lineae d o [per 15 d 1.] Ergo hi duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis reflectentur secundum angulos aequales duo puncta z, e: [ut demonstratum est 66 n 5] & duae lineae d t, d k sunt aequales lineae d q [per 15 d 1.] Ergo punctum t est imago z, & k est imago e. Et quia lineae d t, d q, d k sunt aequales: & lineae d z, d o, d e sunt aequales: erit [per 7 p 5] proportio d t ad d z, sicut proportio q d ad d o, & sicut proportio k d ad d e. Sed proportio q d ad d o, ut in prima figura [praecedentis numeri] praestendimus, est maior proportione n d ad d u. Ergo proportio d t ad d z est maior proportione n d ad d u: & similiter k d ad d e. Et quia duae lineae z d, d e sunt aequales, & duae lineae d t, d k sunt aequales: erit linea t k aequidistans z e [per 2 p 6: est enim per 7 p 5 d t ad d z, sicut d k ad d e: & per 17 p 5, ut t z ad z d, sic e a d e d.] Ergo [per 2 p 6. 18 p 5] utraque proportio d t ad d z, & k d ad d e erit, sicut proportio l d ad d u. Ergo proportio l d ad d u est maior proportione n d ad d u: ergo linea l d est maior linea n d [per 10 p 5.] Ergo n est inter l, u. Sed n est imago u: & duo puncta t, k sunt imagines z, e. Ergo imago lineae z u e rectae, est linea transiens per puncta t n k: & linea, quae transiit per haec puncta, est conuexa. Ex quibus patet, quod linea in speculis concavis quandoque uidetur conuexa in quibusdam sitibus.



50. In speculo spherico cauo imagines linearum: caua, conuexa, aliquando uidentur caua. 58 p 8.

Item: ponamus in linea z u punctum m, quocunque modo sit: & circa centrum m, & in longitudine m u faciamus arcum r u f. Iste ergo arcus secabit arcum u o e in duobus punctis: [per 10 p 3] secet in r, f: & continuemus lineas d r, d f: & transeant rectae, quousque concurrant in arcu t q k, in p, i. Superficies ergo duarum linearum h d, d p faciet in speculo circulum, a cuius circumferentia reflectentur lineae ad r: & similiter superficies duarum linearum h d, d i faciet in speculo circulum, a cuius circumferentia reflectentur lineae ad f. p ergo est imago r, & i est imago f: & n est imago u. Imago ergo arcus r u f, est linea transiens per i, p, n. Sed haec linea erit concaua ex parte uisus, & arcus r u f est concauus ex parte superficiei speculi. Cum ergo uisus fuerit in h, & unaquaeque linearum z u e, z o e, r u f fuerit in aliquo uisibili: tunc linea z u e recta comprehendetur conuexa: & linea

linea zoe conuexa, comprehendetur concaua: & ruf concaua: conuexa. Si ergo unaquęque linea
 rum zue, zoe, ruf habuerit unam imaginem:
 tunc forma illarum linearum erit eodem modo,
 quo declarauimus: & si habuerit alias imagines:
 fortē erunt similes alijs imaginibus, & fortē di-
 uersæ. Patet ergo ex istis figuris, quod lineę re-
 ctæ in speculis concauis quandoque compre-
 henduntur rectæ: quandoque conuexæ: quan-
 doque concauæ: & lineæ conuexæ quandoque
 comprehenduntur conuexæ: quandoque con-
 cauę: & concauę quandoque comprehendun-
 tur conuexę: quandoque concauę. Formę ergo
 superficialium uisibilium comprehenduntur a-
 liter, quàm sunt, in huiusmodi speculis. Nam li-
 neę rectę non sunt, nisi in superficiebus rectis: &
 cum linea recta, quę existit in superficie plana,
 comprehenditur conuexa aut concaua: tunc su-
 perfacies, in qua ipsa linea est, comprehendetur
 conuexa aut concaua. Cum ergo uisus compre-
 hendat lineas conuexas & concauas, & rectas
 aliter, quàm sint: comprehendet superficies, in
 quibus sunt, aliter, quàm sint. Patet ergo ex præ-
 dictis, quod in omnibus, quę in speculis con-
 cauis comprehenduntur, accidit fallacia: sed in
 quibusdam accidit semper, & in omni positio-
 ne, in quibusdam accidit in aliqua positione. Fal-
 lacię autem compositę accidunt in his speculis
 eo modo, quo incompositę. Et hoc uolumus
 declarare.



DE ERRORIBVS, QUI ACCI-
 dunt in speculis columnaribus
 concauis. Cap. VIII.

In his autem accidunt similes eis, qui accidunt in sphericis concauis. Accidunt enim fallacię, quę
 proueniunt ex reflexione, scilicet debilitas lucis & coloris: & diuersitas situs, & remotionis, quę
 accidunt omnibus speculis. Accidit autem eis ex diuersitate quantitatis simile illi, quod accidit
 in speculis sphericis concauis. Et uidetur etiã unum uisibile, unum: & duo: & tria: & quatuor: &
 rectum & conuexum secundum diuersos situs: & planum uidetur concauum & conuexum. Osten-
 demus ergo qualiter in his speculis diuersatur quantitas & numerus rei uisę: & qualiter apparet re-
 ctum & conuersum eo modo, quo in speculis sphericis concauis declarauimus.

51. Si uisus sit extra planũ lineę rectę, parallele axi speculi cylindraceuti concaui: imago aliã ui-
 debitur recta & maior ipsa lineã: aliã concaua: aliã conuexa: aliã simplex: aliã multiplex. 25 p 9.

Teremus ergo primam figuram ex duabus figuris præmissis in fallacijs speculorum columnariũ
 conuexorum, & ipsidem literis. In illa autem figura [quę est 26 n] patuit, quod lineę $e, g, t, e, b, q, b,$
 e, a, h reflectuntur secundum angulos æquales: & quod lineę e, k, h, a, q, b, t, g coniunguntur in o :
 & quod linea a, b, g est linea recta extensa in longitudine speculi: & quod lineę g, z, b, l, a, d sunt perpẽ-
 diculares super superficiẽ, contingẽtes superficiẽ, quę trãsit per lineã a, b, g : & quod linea a, b, g est
 perpẽdicularis sup superficiẽ, in qua est triãguluẽ e, b, o : & quod linea t, q est æqualis q, h , & a, b æqualis
 b, g : & quod s, c, i sunt imagines h, q, t : & quod c est propinquius puncto e , quàm linea s, i : & quod li-
 nea s, i est in superficie triãguli u, h, t : & quod duę lineę u, h, u, t sunt æquales: & quod u, s & u, i sunt
 æquales: & quod duę lineę e, s, e, i sunt æquales. Et continuemus c, u : & secet s, i in $æ$: diuidet ergo i -
 psam in duo æqualia: nam h, t est diuisa in duo æqualia in q : [& linea i, s parallela est ipsi th : quia cũ
 tota t, u æqualis conclusa sit toti h, u , & pars i, u partis u : erit reliqua t, i æqualis reliquę h, s : est igitur
 per 7 p 5, ut u, i ad t, s sic u, a ad s, h ergo per 2 p 6 h i & s i sunt parallele. Itaque triãgula t, u, q, i & $æ, i, u$:
 æquales sunt per 29 p 1: & per 4 p 6, ut t, q ad q, u , sic $i, æ$ ad $æ, u$: & ut q, u ad q, h , sic $æ, u$
 ad $æ, s$: ergo per 22 p 5 ut t, q ad q, h sic $i, æ$ ad $æ, s$. Quare cũ 26.27 n, t, q equata sit ipsi q, h : equabitur $i, æ$
 ipsi $æ, s$ & erit c, u in superficie triãguli q, u, e , quę est superficies circuli b, f , equidistantis basi specu-
 li: ergo c erit in superficie triãguli c, u, e : & est in superficie triãguli c, e, i : ergo c est in linea, quę est
 differentia cõmunis his duabus superficiebus. sed hæc differentia est linea e, b : [p 3 p 11] ergo c est in recti-
 tudine e, b : & duę lineę h, u, t, u sunt sub duob. pũctis d, z : nã duę lineę h, u, t, u sunt perpẽd-
 iculares exe-
 untes ex h, t super duas lineas, contingẽtes duas portiones, in quarũ circumferẽtia sunt puncta a, g . Su-
 perfacies ergo triãguli u, h, t est sub axe u, z . Sed uiliũ punctũ h in us axis, quãuis exeat in infiniũ, erit
 in superficie triãguli u, h, t . Nam si esset: tunc si continuaretur cũ aliquo puncto lineę h, t linea re-
 ctã: tunc

Et a: tunc illa superficies, in qua esset illa linea recta & linea h t esset superficies trianguli u h t: & illa superficies esset illa, in qua sunt duæ lineæ æquidistantes h t, d z: & sic superficies, in qua sunt duæ lineæ h t, d z, esset superficies trianguli h u t: & sic axis esset in superficie trianguli h u t: sed axis est æquidistans lineæ h t positione. Et axis secat duas lineas h u, t u: & linea t h est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis: & linea communis huic superficiei & superficiei columnæ, est aliqua sectio columnaris. Superficies ergo e u h secat axem columnæ in uno puncto, scilicet in d, ut præosten-

dimus [27 n.]

Et si axis se-

cat lineam h u:

punctum se-

ctionis cum

linea h u erit

in superficie

trianguli u e

h: sed in hac

superficie nõ

est punctum,

per quod a-

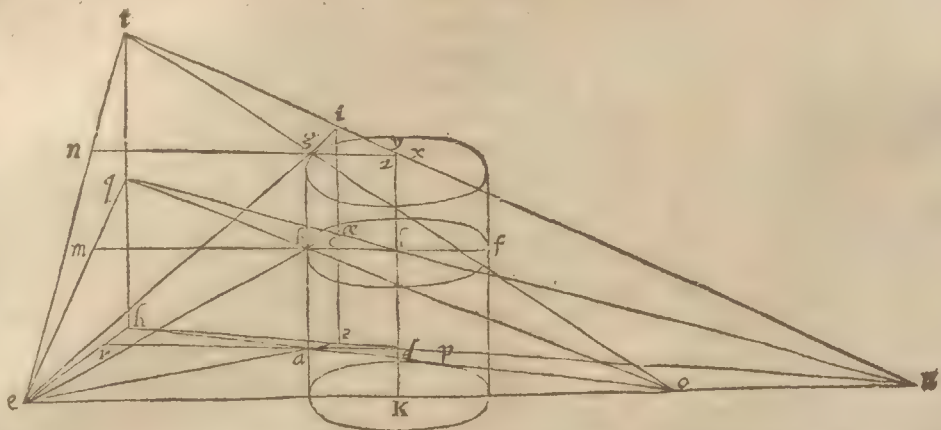
xis transeat,

præter d: er-

go linea h u

secat axem in d: & iam ostendimus [24 n.] quod h u secat eum in puncto sub d: quod est impossibile.

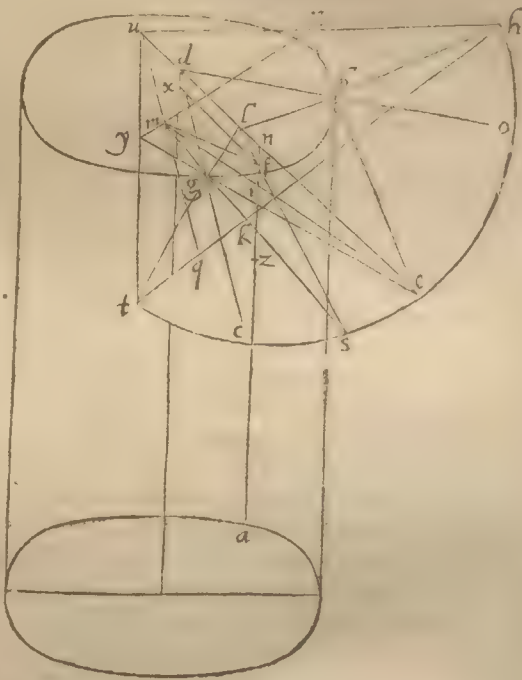
Ergo axis d z est extra superficiem u h t, & propinquior puncto e, quàm superficies h u t. Superficies ergo, in qua sunt lineæ h t, d z, est propinquior puncto e, quàm superficies u h t: & c est in superficiei, in qua sunt h t, d z: quia est in linea q l: & q l est in superficie, in qua sunt h t, d z: [per 7 p II] ergo c est propinquius e, quàm s i: sed c est in rectitudine e b [ut patuit.] Si ergo e b exiuerit in parte b: perueniet ad c: perueniet ergo ad c. His præostensis, dico quod linea s i, quæ est æquidistans axi speculi, cum fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in o ex parte concauitatis columnæ, & superficies specularata fuerit superficies concaua: tunc s i comprehendetur ex o m speculo concauo a b g à linea a b g: & diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatem distantie ab axe, cuius demonstratio est. Quia angulus e b m est acutus [quia m b a est rectus ex thesi 26 n.] ergo [per 15 p I] l b c est acutus: & linea e b c est in superficie circuli b f. & l b est diameter huius circuli [per 34 n 4.] Ergo e b c secat circulum: ergo c b est intra concauitatem speculi: & similiter o b erit intra concauitatem speculi: quia angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l, c b l sunt æquales duobus angulis e b m, q b m: [quia per 15 p I æquantur angulis e b m, q b m, equalibus conclusis 27 n.] & l b est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam, quæ transit per b. Forma ergo c extenditur per c b, & peruenit ad b, & reflectitur per b o, & comprehenditur à uisu in o [per 7 n 5.] Item in quinto capitulo [27 n.] cum facimus locuti de speculis columnaribus conuexis, declarauimus, quod superficies contingens columnam m g, erit sub e: ergo e g secat superficiem contingentem: secat ergo lineam contingentem circumferentiam sectionis in g: secat ergo sectionem, & cadit intra ipsam: cadet ergo intra concauitatem speculi: ergo duæ lineæ o g, g i sunt intra concauitatem speculi: & z g est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam in g [quia ex thesi perpendicularis est a g lateri cylindraceo: & duo anguli o g z, i g z sunt æquales: quia per 15 p I æquantur angulis e g n, t g n, æqualibus per 4 p I.] Ergo forma i extenditur per i g, & peruenit ad g, & reflectitur per g o, & comprehenditur in o per lineam g o. Et similiter s extenditur per s a, & peruenit ad a, & reflectitur per a o, & comprehenditur in o. Et iam declarauimus, cum tractauimus de fallacijs speculorum columnarum conuexorum [27 n.] quod duæ lineæ h u, t u sunt perpendiculares super superficies, contingentes sectiones, transeuntes per duo puncta a, g. Imago ergo s est in linea h u, & a o linea radialis, quæ extenditur ex uisu ad punctum reflexionis: ergo imago s est in a o: h ergo est imago s: [per 7 n 5] & sic patet, quod t est imago i. Et continuemus c l. Quia ergo c reflectitur ad o ex circumferentiæ puncto b: erit imago c in linea c l: & o b est linea radialis, quæ extenditur inter uisum & punctum reflexionis. Ergo imago c est in puncto communi c l & o b [per 7 n 5] nempe in puncto q. Sed in capitulo de imagine, cum tractauimus de imaginibus speculorum sphericorum concauorum [60 n 5] patuit, quod imago puncti, cuius forma reflectitur à concauitate circuli, fortè concurreret cum radiali linea, quæ est inter uisum & punctum reflexionis, ultra speculum: & fortè inter uisum & speculum: & fortè in centro uisus: & fortè ultra centrum uisus: & fortè c l æquidistans erit o b. Et in illo capitulo [86 n 5] patuit, quod fortè imago erit unum punctum: aut duo: aut tria: aut quatuor. Imago ergo fortè erit in b q: fortè ultra o q: & fortè in b o: & fortè in o: & fortè ultra: & fortè imago t q erit unum punctum: aut duo: aut tria: aut quatuor. Si ergo imago c fuerit q: tunc h q t erit diameter imaginis s i. Si ergo omnes imagines s i fuerint in linea h q t: tunc forma eius erit linea recta: nã mediū eius est in rectitudine duarū extremitatū h t. Si aut imago c fuerit ultra q: tunc imago s i erit ferè concaua ex parte uisus. Et si imago c fuerint plura puncta: tunc imago c erunt plures lineæ, quarum omnium extremitates cōiungentur in duobus pun-



bus punctis *h*, *t*: & media earum erunt distincta & separata: & *h* *t* est diameter imaginis *s* *i*, quocumque modo fuerit imago: & diameter est communis omnibus imaginibus eius, si plures habuerit imagines: & linea *h* *t* est maior, quam *s* *i*, modica quantitate. Patet ergo, quod cum lineæ rectæ, æquidistantes axi columnaris speculi concaui fuerint in aliquo uisibili: imago earum fortè erit recta aut concaua, & fortè una, aut plures.

52. Si uisus à terminis lineæ rectæ æquabiliter distans, sit extra ipsius planum, perpendicularare plano axis speculi cylindracei concaui: imago uidebitur maximè concaua. 27 p 9.

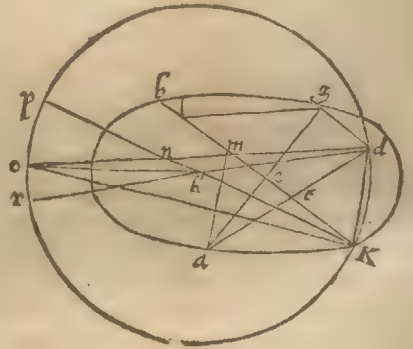
Item iteremus secundam figuram de fallacijs speculorum columnarium convexorum [29 n.] In hac autem figura dictum est: quod duæ lineæ *e* *b*, *h* *b* reflectuntur secundum angulos æquales: & quod duæ lineæ *e* *g*, *t* *g* reflectuntur secundum angulos æquales: & quod *h* *b*, *t* *g* perueniunt ad *l*: & *h* *b* continet cum *b* *o* angulum acutum. Ergo *h* *b* secat superficiem, contingentem columnam in *b*: *b* *l* ergo est sub concauitate columnæ: & similiter *g* *l*: & similiter duæ lineæ *b* *r*, *g* *y*: & duo anguli *l* *b* *d*, *d* *b* *r* sunt æquales [quia per 15 p 1 æquantur angulis *e* *b* *o*, *h* *b* *o* æqualibus] & similiter *l* *g* *d*, *g* *d* *y* sunt æquales. Si ergo *r* *y* fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in *l*, & superficies concaua columnæ fuerit tercia: tunc forma *r* extenditur per *r* *b*, & peruenit ad *b*, & reflectitur per *b* *l*: & peruenit ad *l*, & comprehenditur in *l*. Et linea *h* *u* est perpendicularis super lineam, contingentem sectionem, ex cuius circumferentia reflectentur duæ lineæ *b* *r*, *b* *l*: *h* ergo est imago *r* [per 7 n 5.] Similiter declarabitur, quod forma *y* extenditur per *y* *g*, & reflectitur per *g* *l*: & imago eius est *t*. Et continuemus *q* *u*: secabit ergo *r* *y* in *m*: *m* ergo est in superficie transeunte per axem & per *l*: *t* *am* *l* & *q* sunt in hac superficie, [ut demonstratum est 29 n.] Ergo *q* *u* est in hac superficie [nam 29 n ostensum est, quod planum ductum per uisum & axem speculi, in quo est linea *e* *l* *d*, secat lineam *h* *t* in puncto *q*: estque punctum *u* in linea *e* *l* *d*: linea igitur *q* *u* est in plano per uisum & axem speculi ducto per *l* *p* *r*: ideoque & punctum *m*.] Et quia duo puncta *m*, *l* sunt in superficie transeunte per axem columnæ: ideo forma *m* reflectetur ad *l* in hac superficie. Et quia *a* *z* est differentia communis inter columnæ superficiem, & superficiem, transeuntem per suam axem, & per *l*: forma ergo *m* reflectetur à linea *a* *z*. Et continuemus *e* *m*, quæ est in hac superficie: & *e* *l* est in hac superficie: & punctum *e* est elongatum à superficie contingente superficiem columnæ in linea *a* *z* [ut patuit 29 n.] Ergo si *a* *z* extrahatur rectè in parte *z*: concurret cum duabus lineis *e* *m*, *e* *l*. Concurret ergo cum *e* *m* in *i*, & cum *e* *l* in *n*: ergo *n* est inter duo puncta *e*, *l*: quia *l* est intra concauitatem columnæ, & *n* est in superficie columnæ: & *e* est elongatum à columna: & in demonstratione huius figuræ [29 n] patuit, quod circulus *b* *g* est medius inter lineam *h* *t*, & superficiem exeuntem ex *e*, æquidistantem basibus columnæ: & perpendicularis, quæ exit ex *e* super *a* *z*, est in superficie exeunte ex *e*, æquidistante columnæ. Ergo perpendicularis, quæ exit ex *e* super lineam *a* *z* *n*, cadit extra triangulum *e* *i* *n*, & in parte *n*: angulus ergo *e* *i* *n* est acutus: [per 32 p 1] ergo [per 15 p 1] angulus *m* *i* *a* est acutus: ergo *m* *i* *n* obtusus [per 13 p 1.] Extrahamus ergo *e* *m* perpendiculararem super *a* *i* [per 12 p 1] & sit *m* *k*: *k* ergo erit ultra *i*, respectu *n*. [si enim caderet inter *i* & *n*: essent trianguli tres anguli maiores duobus rectis contra 32 p 1: quia angulus *m* *i* *n* obtusus est conclusus.] Et extrahamus *m* *k* ex parte *k*, in *s*: & diuidamus *k* *s* ad æqualitatem *k* *m*: ergo *s* erit extra superficiem speculi, & ultra concauitatem eius, & *l* erit sub concauitate eius. Et continuemus *l* *s*: secabit ergo *n* *k* in *f*: & ex *f* extrahamus *f* *x* ad æquidistantiam *m* *k*. Cum ergo [per 29 p 1] *f* *x* sit perpendicularis super *a* *n*, & in superficie transeunte per axem & per *l*: ergo est diameter circuli exeuntis ex *f* & æquidistantis basi columnæ [per 34 n 4.] Linea ergo *f* *x* est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam, transeuntem per *a* *z* [sicut ostensum est 54 n 5.] Et continuemus *m* *f*: erit ergo æqualis *f* *s*: [per 4 p 1: quia *k* *s*, *k* *m* æquantur per fabricationem, & communis est *k* *f*, angulique ad *k* recti] & duo anguli qui sunt, apud *m*, *s* erunt æquales: [per 5 p 1.] Et quia *x* *f* est æquidistans *m* *g*: erunt [per 29 p 1] duo anguli apud *f* æquales duobus angulis, qui sunt apud *s*, *m* [ideoque anguli *x* *f* *m* & *x* *f* *l* æquabuntur.] Duæ ergo lineæ *m* *f*, *f* *l* reflectuntur secundum angulos æquales: & *x* *f* est perpendicularis super superficiem, contingentem speculum in *f*. Forma ergo *m* extenditur per *m* *f*, & reflectitur per *f* *l*: & imago eius erit *s* [per 7 n 5.] Et quia duæ lineæ *r* *y*, *h* *t* sunt æquidistantes, & perpendiculares super superficiem transeuntem per axem, & per *l*: quia *h* *t* fuit posita talis: [29 n] ideo duæ superficies exeuntes à duabus li-



neis h, t, r, y , erunt æquidistantes & perpendiculares [per 18 p 11.] Et quia y est perpendicularis super superficiem transeuntem per axem & per l : ideo [per 18 p 11.] superficies duarum linearum r, m , m, s erit perpendicularis super superficiem, transeuntem per axem & per l : & erit m, s differentia communis his duabus superficiebus. Et quia a, k est in superficie transeunte per axem: [per 21 d 11: quia pars est lateris cylindracei] & est perpendicularis super m, s [per fabricationem] quæ est differentia communis inter superficiem, transeuntem per axem, & inter superficiem duarum linearum r, m , m, s : erit a, k, n perpendicularis super superficiem duarum linearum r, m , m, s : & linea a, n est æquidistans axi columnæ [per 21 d 11:]: ergo [per 8 p 11.] axis columnæ est perpendicularis super superficiem, in qua sunt r, m, m, s . Superficies ergo ista est perpendicularis super axem columnæ: s ergo est in superficie exeunte ex linea r, y , perpendiculari super axem columnæ: sed linea h, t est in superficie perpendiculari super axem, æquidistante superficiei ex linea r, y : s ergo est extra h, t , & propinquius l , quam sint h & t : & duo puncta h, t sunt imagines r, y : & punctum s est imago m : imago ergo lineæ r, m, y est linea transiens per h, s, t : sed talis est linea arcualis: quia s est extra h, t . Et transeat per puncta h, s, t linea h, s, t arcualis. Et quia h, t secundum positionem [29 n] fuit elongata à conuexo columnæ: erit h, t ultra superficiem speculi, respectu l : & iam declarauimus, quod s est ultra concauitatem speculi, respectu l . Ergo tota linea h, s, t erit ultra concauitatem superficiei speculi: & l est sub concauitate speculi: ergo l est extra superficiei, in qua est linea h, s, t : arcualitas igitur lineæ h, s, t apparebit uisui manifestè. Et quia f est in superficie columnæ, & t, h ultra columnam, est in superficie trianguli l, h, t : erit linea l, f, s altior quam superficies trianguli l, h, t . Linea ergo l, s erit altior duabus lineis l, h, t , respectu uisus. Ergo s est altius, quam duo puncta h, t . Linea ergo h, s, t apparebit uisui *concaua*.

53. Si uisus sit in plano linea recta, obliquo ad planum axis speculi cylindracei caui: imago uidebitur caua & euerfa. 28 p 9.

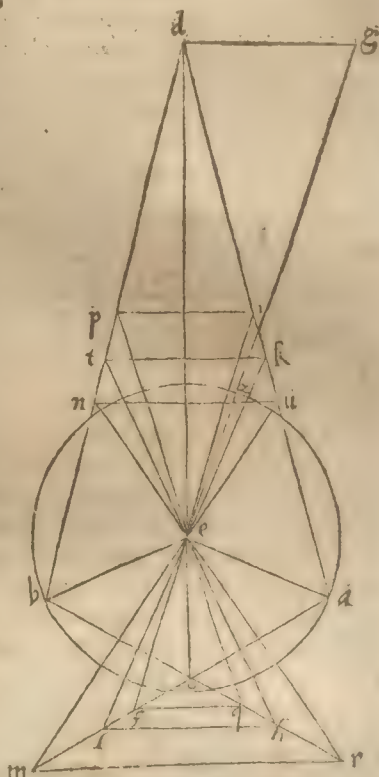
Item: secemus columnam per superficiem decliuem super axem eius: faciet ergo sectionem columnarem [per 9 th. cylindricorum Sereni.] Sit ergo a, b, g . Sed in prima figura de columnis concauis [91 n 5] declaratum est, quod in superficie cuiuslibet sectionis columnæ exit à puncto reflexionis perpendicularis super superficiem contingentem, ex cuius extremitatibus reflectuntur formæ. Sit ergo perpendicularis g, a : & sit b, e, k perpendicularis super lineam, contingentem circumferentiam sectionis in b : & sit b prope g . b, k ergo secabit perpendicularem g, a sub axe, & continebit cum ipsa angulum acutum. [per 24 n: punctum enim b tam propinquum ipsi g sumitur, ut recta à puncto b , & perpendicularis à reflexionis puncto in axe angulum acutum cõprehendant.] Secet ergo in e . Angulus ergo b, e, g erit acutus [per 32 p 1.] Et extrahamus ex g lineam ad æquidistantiam lineæ b, k : & sit g, d . Angulus ergo d, g, e erit acutus: [quia per proximam fabricationem & 29 p 1 æquatur angulo b, e, g acuto] ergo g, d, e erit intra concauitatem columnæ. Et ponamus angulum e, g, l æqualem angulo e, g, d : [per 23 p 1] g, l ergo concurret cum b, e in l : [per 11 ax. quia anguli ad, g & e, c acuti, minores sunt duobus rectis] & signemus punctum m in lineæ l, e : erit ergo m, a, g acutus: [quia per 16 p 1 minor est angulo g, e, m acuto] ergo a, m est intra sectionem. Et ponamus angulum g, a, d æqualem angulo g, a, m : ergo a, d concurret cū g, d : [per 11 ax.] nam duo anguli, qui sunt apud a, g , sunt acuti. Concurrant ergo in d . a, d igitur secabit b, k [per lemma Procli ad 29 p 1.] Secet ergo in t . Cum ergo l, k fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in d : tunc forma l uidebitur in g : [ut ostèsum est 90 n 5] quia forma l reflectetur ad d ex g , & quia d, g est æquidistans perpendiculari b, l, k : Et forma m uidebitur in t : quia forma m reflectitur ad d ex a : & t imago est m . Et transeat per d superficies æquidistans basi columnæ: [ut ostensum est 47 n 5] secabit ergo sectionem a, b, g , & faciet in superficie columnæ circulum p, o, r [per 5 theor. cylindricorum Sereni.] Superficies ergo huius circuli secabit b, k : secat enim g, d , quæ est ei æquidistans. Ergo secet b, k in k : & sit centrum circuli p, o, r , punctum h : & continuemus d, h , & transeat ad r : & cõtinuemus k, h , & transeat ad p . Forma ergo k reflectitur ad d ex circumferentia arcus r, p , ut patuit de imaginibus speculorum [73 n 5.] Reflectatur ergo ex o : & cõtinuemus k, o, d, o, h, o . Anguli ergo, qui sunt apud o , sunt æquales: [per 12 n 4] & d, o secabit h, p in n . n ergo est imago k . Et cõtinuemus k, d, k, d ergo erit differentia communis inter circulum r, p & sectionem a, b, g . Nam duo puncta k, d sunt in utraque superficie, & nihil de superficie sectionis a, b, g est in superficie circuli r, p , nisi linea k, d : g ergo est extra circulum: & similiter b : & sunt in superficie sectionis: & n est in superficie circuli r, p : & forma l, m, k transit per puncta g, t, n : & linea, quæ transit per hæc puncta, est arcualis: sed superficies sectionis est decliuis super superficiem columnæ: [per 9 th. cylindricorum Sereni] axis ergo sectionis non transit per totum axem columnæ, neque est æquidistans basi columnæ. Patet ergo ex hac figura & duabus præmissis, quod lineæ rectæ æquidistantes axi columnæ, & æquidistantes basi eius: & etiam illæ lineæ, quæ obliquantur super superficiem eius: fortè uidebuntur arcuales, fortè rectæ, fortè conuersæ. Et quia t est imago m , & n imago k : erit forma m, k conuersa. Et si linea etiam fuerit in superficie circuli, æquidistante basibus columnæ, cuius superficies transit per centrū uisus, ut di-



ut dictum est de imaginibus speculorum concauorum in septimo capitulo huius tractatus: forma fortè erit æqualis recta: fortè conuersa. Patet ergo, quòd forma eorum, quæ comprehenduntur in speculis columnaribus concauis, fortè erit recta, fortè conuersa.

54. Si uisus sit in plano linea recta, perpendiculari plano axis speculi cylindracei caui: imago uidebitur recta & euerfa: aliàs maior: aliàs minor: aliàs æqualis ipsi lineæ: aliàs simplex: aliàs multiplex. 29 p. 9.

Item iteremus formam tertiam figuræ de fallacijs speculorù cõcauorù iisdem literis existentibus: [41. 42. 43 n.] & sit circulus bza in superficie speculi columnaris cõcaui: & sit uisus in d. Erit ergo extra superficiem circuli: & erunt duæ lineæ e a, e b perpendiculares super superficies, cõtinentes in superficie colunæ: & erit superficies trianguli dge perpendicularis sup superficiem circuli [p. 18 p. 11] quæ g d est perpendicularis super superficiem circuli [ut ostensum est 41 n.] Superficies ergo trianguli dge trãsit per totum axem: & in neutra superficie d b o, d a o est aliquid de axem colunæ, nisi e, qd est centrum circuli: Et utraq; superficies d b o, d a o facit in superficie colunæ sectionem: [per 9 th. cylindricorum Sereni] & formæ reflectuntur ex his sectionibus à duobus punctis a, b [ut patuit 41 n.] Forma ergo r reflectitur ad d ex b: & forma m reflectitur ex a: & n u erit diameter imaginis m r: [sunt enim puncta n & u imagines punctorum r & m per 7 n 5] & est minor quam m r: [ut demonstratum est 42 n.] Et similiter duo puncta h, l reflectentur ad d ex duobus punctis a, b: & erit t k diameter imaginis l h: & erit e i æqualis [ut patuit 41 n.] & erit p i diameter imaginis f q: & est maior illa. Et omnes istæ imagines erunt conuersæ [ut ostensum est 43 n.] Et si uisus fuerit in o, & lineæ p i, t k, n u fuerint uisibiles: erunt e contrario: tunc enim diameter imaginis p i erit minor ipsa: & diameter imaginis n u erit maior ipsa: & diameter t k erit ei æqualis. Et oës imagines erunt rectæ. Et omnia ista ostensa sunt in prædicto capitulo. Item cum utraq; extremitas alicuius harum habuerit unam imaginem, & aliquod punctum in medio habuerit plures imagines: tunc illa linea habebit tot imagines, quot punctum medium habet. Et si utraq; extremitas, uel altera habuerit plures imagines, & punctum medium habuerit unam: tunc linea tot habebit imagines, quot habet punctum extremum. Et si utraq; extremitas uel altera habuerit multas imagines, & punctum medium habuerit multas imagines: tunc linea tot habebit imagines secundum maiorem numerum. Et hoc patebit, ut de imaginibus patuit speculorum sphericorum concauorum. In speculis ergo columnaribus concauis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, sicut accidit in speculis sphericis concauis: scilicet de formis specierum uisibilium, & de quantitibus: & de numero suarum imaginum: & de rectitudine, & de conuersione, cum fallacijs, quæ appropriantur reflexioni. Et fallaciæ erunt in his, ut in speculis prædictis. Et hoc est, quod uolumus declarare in hoc capitulo.



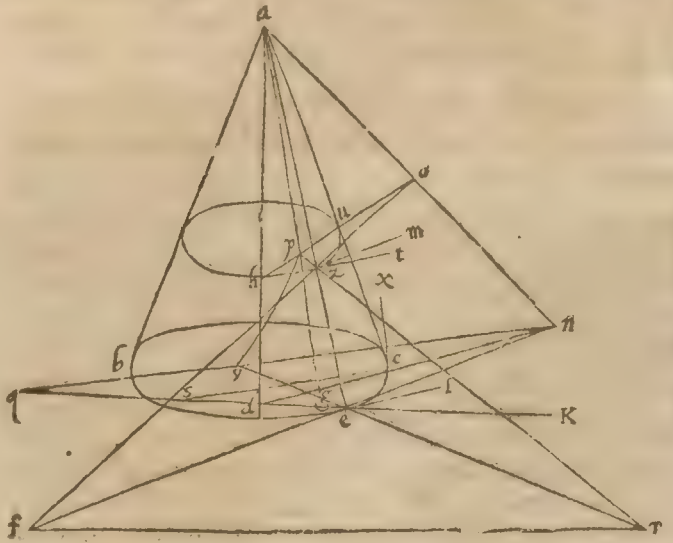
DE ERRORIBVS, QUI ACCIDVNT IN SPECVLIS
pyramidalibus concauis. Cap. IX.

In his autem accidunt illæ fallaciæ, quæ accidunt in speculis columnaribus concauis. Debilitas uerò coloris & lucis: & diuersitas positionis, & remotiois accidunt in his, sicut in omnibus speculis: nam causa huius est reflexio. Accidit etiã in his speculis multitudo imaginum; sicut in speculis columnaribus & sphericis concauis dictum in capitulo [secundo libri quinti] de imaginibus.

55. Si lineæ recta uel curua oblique incidant uertici speculi conici caui: reflectentur à latere conico ad uisum inter ipsas & speculi superficiem positum: & imago recta uidebitur parum curua: curua, recta. 31 p. 9.

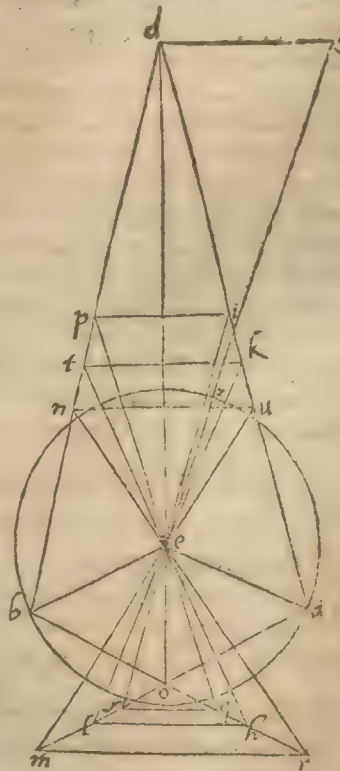
Accidit etiã in eis, quod in columnaribus concauis, scilicet ut rectum uideatur cõtinuum & concauum. Huius autem demonstratio est: quòd rectæ lineæ, quæ extenduntur in longitudine speculi, quæ transeunt per uerticem pyramidis, & quæ sunt prope illas, uidentur conuexæ, & fortè rectæ. Et demonstratio super hoc est, ut demonstratio in speculis columnaribus concauis. Nam si iterauerimus secundam figuram de fallacijs speculorum pyramidalium conuexorum [quæ est 32 n.] inueniemus diametrum imaginis lineæ rectæ positæ in illo speculo, quæ est illic linea a n, intra concauitatem speculi pyramidalis: & inueniemus punctum, quod est sub superficie contingente pyramidem, transeuntem per lineam longitudinis, à qua reflectitur forma lineæ rectæ ad uisum: quod illic punctum f. Si igitur fuerit punctum illud centrum uisus: erunt omnia puncta, quæ sunt in diame-

tro imaginis reflexa ad punctū f: & imagines duarum extremitatum a p y erunt extremitates lineæ rectæ a n: & loca imaginis puncti p, quod est in medio a y, diuersabuntur. Et hoc declarabitur eadē uia, qua processimus in demonstratione primæ figuræ speculorum columnarium concauorum: Patet ergo ex hoc, quod si a p y fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit fit tunc imago fortē uidebitur conuexa, & fortē cōcaua. Et patet etiam in figura secūda de fallacijs speculorum columnarium concuorum [52 n] quod lineæ positæ in latitudine speculi apparebunt concuæ concauitate mirabili: & quod imagines linearū, quæ sunt in superficiebus transeuntibus per axem & per centrum uisus, erunt rectæ.



56. Si uisus sit in communi sectione planorum: lineæ rectæ & axis speculi conici caui, inter se perpendicularium: imago uidebitur recta & euerfa: aliàs maior: aliàs equalis: aliàs minor ipsa lineæ: aliàs simplex: aliàs multiplex. 34 p 9.

Item: iteremus tertiam figuram de fallacijs speculorum sphericorum concuorum iisdem literis, quæ fuit 41 n. Si ergo aliquod punctum fuerit in axe pyramidis: & duæ lineæ e a, e b fuerint perpendiculares super superficies, contingentes pyramidem: & hoc est possibile: quia sunt æquales: possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales. Cum ergo h e duæ lineæ fuerint perpendiculares, & fuerit uisus d: tunc superficies, in qua sunt g e, e d, transibit per totū axem, & per centrū uisus: & utraq; superficies d a o, d b o erit decliuis super axem pyramidis: & erunt differentiæ earū duæ sectiones pyramidis [per 5 th. 1 conicorum Apollonij] & erunt formæ punctorum h, r, q reflexæ ad d ex b: & formæ punctorum l, m, f reflectetur ad d ex a. Cum ergo lineæ m l f, r h q fuerint in aliqua superficie uisibili, & uisus fuerit in d: tunc n u erit imago m r: & t k erit imago l h: & p i erit imago f q [ut ostensum est 54 n.] Sic ergo imago m r erit minor se ipsa: & imago f q maior se ipsa: & imago l h æqualis sibi ipsi. Et omnes imagines erunt conuersæ. Et si uisus fuerit in o, & n u, t k, p i fuerint in superficiebus uisibilium: tunc imagines earum erunt m r, l h, f q. Sic ergo erit imago f q se ipsa minor: & imago n u maior: & imago t k æqualis. Et istæ imagines erunt rectæ. Nam istæ imagines erunt ultra centrū uisus, & comprehenduntur ante uisum super lineas radiales. Puncta ergo m, l, f comprehenduntur in linea a o: & puncta r, h, q comprehenduntur in o b: & sic forma reflectetur recta. Patet ergo ex his, quæ diximus in hoc capitulo: quod lineæ rectæ quandoq; uidentur in his speculis cōuexæ: quandoq; concuæ: quandoq; rectæ: & quandoq; maiores: & minores: & æquales: & quandoq; rectæ, conuersæ. Et in capitulo [secundo libri quinti] de imagine declarauimus, quod omne punctum uisibile in huiusmodi speculis quandoque habet unam imaginem: quandoque duas: & tres: & quatuor. In omnibus ergo, quæ comprehenduntur in his speculis, accidit fallacia, ut in columnaribus concuis: acciduntq; etiam in eis fallaciæ compositæ, sicut in cæteris speculis: & exempla, & declaratio eorum sunt, sicut in speculis planis. Et hoc intendimus declarare in hoc capitulo: nunc autem finiamus sextum tractatum.



ALHAZEN FILII

ALHAZEN OPTICAE

LIBER SEPTIMVS.

Septimi tractatus sunt septem partes. Prima pars est proœmium. Secunda, quòd lux transeat diaphana corpora secundum uerticationes linearum reëtarum, & refringatur, cum occurrit corpori, cuius diaphanitas fuerit diuersa à diaphanitate corporis, in quo existit. Tertia de qualitate refractionis luminum in diaphanis corporibus. Quarta, quòd quicquid comprehenditur à uisu ultra diaphana corpora, quorù diaphanitas differt à diaphanitate corporis, in quo uisus existit, cum fuerit decliue à perpendicularibus, exeuntibus super superficiem eorum, comprehenditur secundum refractionem. Quinta de phantasmatis. Sexta, quomodo uisus comprehendat uisibilia secundum refractionem. Septima de fallacijs uisus, quæ accidunt ex refractione.

PROOEMIUM LIBRI. CAP. I.

1. Visio fit trifariam: rectè, reflexè & refractè. In præfat. 1. 10 libr. Idem 1 n 4.



Rædictum est in proœmio quarti tractatus huius libri [1 n] quòd uisus tribus modis comprehendat uisibilia, uidelicet secundum reëtitudinem: secundum reflexionem à terlis corporibus: & secundum refractionem ultra diaphana corpora, quæ differunt in diaphanitate à diaphanitate aeris: & quòd uisus nihil cõprehendit ex uisibilibus, nisi aliquo istorù triù modorù: & quòd quolibet istorù modorum cõprehendit uisus uisibilia & omnes res, quæ sunt in uisibilibus, & omnibus modis uisionis, quorù distinctio declarata est in ultima differentia secundi tractatus. In præcedentibus autem tractatibus declaratum est, qualiter uisus comprehendat uisibilia secundum reëtitudinem, & secundum reflexionem: & ostendimus diuersitatem comprehensionis uisus ad uisibilia secundum utrumq; istorum modorum. Remanet ergo declarare, quomodo uisus comprehendat uisibilia secundum refractionem ultra corpora diaphana. Nos autem in isto tractatu solummodo de refractione tractabimus: & manifestabimus formam refractionis: & distinguemus eius modos: & diuidemus proprietates eius: & declarabimus, quomodo accidat uisui in huiusmodi uisione. Et primo proponemus fundamenta, quæ certificant, quicquid dependet ab hac re.

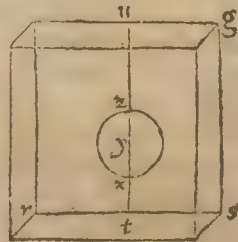
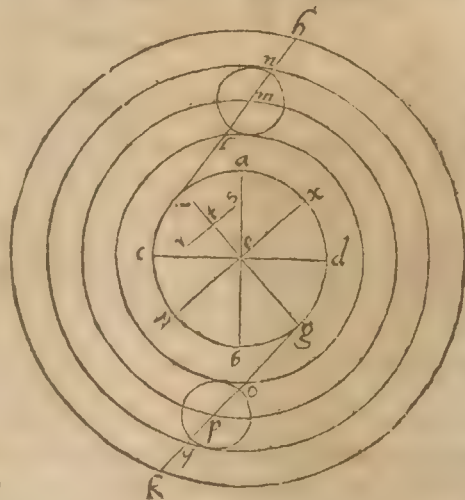
QUOD LUX PERTRANSEAT PER DIAPHANA CORPORA SECUNDUM UERTICATIONES LINEARUM REËTARUM, & REFRINGATUR, CUM OCCURRIT CORPORI, CUIUS DIAPHANITAS FUERIT DIUERSA À DIAPHANITATE CORPORIS, IN QUO EXISTIT. Cap. II.

2. Constructio organi refractionis. 1 p 2.

Quòd lumen quidem transeat in aerem, & extendatur secundum lineas rectas, declaratum est in tractatu primo huius operis: [14. 17. 28 n] aer autem est unum de corporibus diaphanis: per aquam autem, uitrù, & diaphanos lapides lumen transit, & extenditur secundum lineas rectas: hoc autem comprehenditur per experientiam. Si quis ergo experiri uoluerit: accipiat laminam ex ære rotundam, cuius diameter nõ sit minor uno cubito: & sit ipsitudo eius aliquantulum fortis: & habeat oras rotundas, perpendiculares super superficiem eius: & sit altitudo orarum eius nõn minor latitudine duorum digitorù. In medio autem dorli laminæ sit aliquod corpus paruum, columnare, rotundum, cuius longitudo non minor latitudine trium digitorum: & sit perpendiculare super superficiem laminæ. Et ponamus hoc instrumentum in tornatorio, in quo tornant tornarij instrumenta cupri, & ponamus alterum dentem tornatorij in medio laminæ, & reliquum in medio extremitatis corporis, quod est in dorso laminæ: & radamus reuoluendo hoc instrumentum abrasione uera, quousq; uerificetur rotunditas orarum suarum intus & extrà, & adæquetur superficies interior & exterior, & fiant duæ superficies æquidistantes: & abrademus etiam corpus, quod est in dorso, donec fiat rotundum. Cum ergo hoc instrumentum fuerit perfectum per abrasionem: signemus in superficie eius interiore duas diametros secantes se perpendiculariter: & sunt transeutes per centrum eius: deinde signemus punctum in basi oræ instrumenti, cuius distantia ab extremitate alterius duarum diametrorum secantium se, est latitudo unius digiti: deinde extrahamus ex isto puncto tertiam diametrum transeuntem per centrum laminæ: quæ quidem diameter extendatur in tota superficie eius: deinde extrahamus à duobus extremis huius diametri duas lineas in superficie oræ

u. 2 instru-

instrumenti, perpendiculares super superficiem laminæ. Deinde diuidemus ex altera istarum duarum linearum tres lineas paruas, æquales, quarum prima sequitur superficiem laminæ: & longitudo cuiuslibet harum sit in quantitate medietatis grani hordeacei: fient ergo super lineam perpendicularem tria puncta, quæ sunt fines illarum linearum. Deinde reducamus hoc instrumentum ad tornatorium, & signemus in ipso tres circulos æquidistantes, transeuntes per tria puncta, quæ sunt super lineam perpendicularem super extremitatem diametri: secabitur ergo alia perpendicularis, quæ est perpendicularis super aliam extremitatem huius diametri, per istos tres circulos, & fient in ipsa tria puncta, & fient in unoquoque trium circularum duo puncta opposita, quæ sunt extrema alicuius diametri ex ipsorum diametris. Deinde diuidamus medium circulum ex istis tribus circulis in 360 partes, & si possibile fuerit, in minuta: deinde perforemus in ora instrumenti foramen rotundum, cuius centrum sit medium punctum trium punctorum, quæ sunt super alteram duarum linearum, perpendicularem super extremitatem diametri laminæ: & sit medietas diametri eius in quantitate distantie, quæ est inter circulos: perueniet ergo circumferentia foraminis inter duos circulos æquidistantes, qui sunt in extremitatibus. Postea accipiamus laminam subtilem quadratam, aliquantulæ spissitudinis: cuius longitudo sit in quantitate altitudinis oræ instrumenti: & cuius latitudo sit prope hoc: & adæquetur superficies eius, quantum potest: & adæquetur spissitudo eius etiam, quæ sequitur alteram extremitatem eius, quousque differentia communis inter superficiem faciei eius, & inter superficiem spissitudinis eius, sit linea recta: quæ lineam diuidemus in duo æqualia: à cuius medio extrahamus lineam rectam in superficie faciei eius perpendicularem super lineam rectam, quæ est communis differentia. Deinde diuidamus ex hac linea perpendiculari ex parte extremitatis, quæ est super communem differentiam, tres lineas, æquales inter se, & æquales unicuique paruarum linearum, quæ distinctæ sunt super perpendicularem lineam in ora laminæ: fient igitur super lineam perpendicularem in facie laminæ parua tria puncta. Deinde perforabimus hanc parua laminam foramine rotundo, cuius centrum sit medium punctum trium punctorum, quæ distinguunt lineas, quæ sunt in ea: & sit medietas diametri eius æqualis alicui uni linearum paruarum: erit ergo hoc foramen æquale foramini, quod est in ora instrumenti. Deinde signabimus super diametrum laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares: punctum in medio lineæ, quæ est inter centrum laminæ & extremitatem diametri, quæ est in parte foraminis: & faciamus transire super hoc punctum lineam perpendicularem super diametrum: deinde ponamus basim laminæ parue super hanc lineam, quousque differentia communis, quæ est in parua laminæ, superponatur huic lineæ perpendiculari super diametrum: & erit punctum, quod diuidit differentiam communem, quæ est in parua laminæ, in duo æqualia, positum super punctum signatum in diametro laminæ. Hoc autem facto, applicetur parua lamina cum maiore, completa applicatione & consolidatione: tunc ergo foramen, quod est in parua laminæ, erit oppositum foramini, quod est in ora instrumenti. Et erit linea intellecta, quæ copulat centra duorum foraminum, in superficie circuli medij trium circularum, qui sunt in interiore ora instrumenti: & erit æquidistans diametro laminæ: & erit lamina parua, quæ applicabitur puncto, quasi ora astrolabij. Hoc autem completo, secetur de ora instrumenti quarta, quæ sequitur quartam, in qua est foramen ex quatuor quartis distinctis per duas primas diametros, perpendiculariter se secantes, & adæquetur locus sectionis, donec fiat unus cum superficie laminæ. Deinde accipiamus regulam æris, cuius longitudo non sit minor, sed maior uno cubito, & quadratæ figure, quam circundent quatuor superficies æquales in latitudine duorum digitorum: & adæquentur superficies eius, in quantum potest, donec fiant æquales & habentes angulos rectos. Deinde perforetur in medio alicuius superficiem eius foramen rotundum, cuius amplitudo sit tanta, ut possit recipere corpus, quod est in dorso instrumenti, ut reuoluatur in ipso non leui reuolutione, sed difficili: & sit foramen perpendiculare super superficiem regulæ, & transiens ad aliam partem regulæ: deinde ponamus instrumentum super regulam, & mittamus corpus, quod est in instrumenti dorso, in foramen, quod est in medio regulæ, donec superponatur superficies instrumenti superficiem regulæ. Hoc autem facto, secetur illud, quod superfluit ex extremitatibus regulæ super diametrum laminæ: nam regula longior est, quam diameter laminæ, quia sic posuimus eam. Cum ergo secuerimus duas superfuitates ex duabus extremitatibus regulæ, reduce-



mus



mus has duas superfluitates, & ponemus illas super duas extremitates regulę, ita ut ponamus duas extremitates superfluitatum super duas extremitates illius, quod remansit de regula, & applicabimus superficiem extremitatum cum superficie dorfi instrumenti: & erit illud, quod ponetur ex utraque duarum superfluitatum super residuum regulę æquale latitudini unius digiti. Hac autem positione considerata eminebunt duę superfluitates super duas extremitates regulę. Et si perforatum fuerit illud, quod superfluit de corpore in dorso instrumenti, & immisus fuerit in foramen eius stilius ferreus, qui ipsum prohibeat exire, erit melius. Hoc autem perfecto, perfectum erit instrumentum. Deinde accipiat experimentator regulam cupream parvę latitudinis, cuius latitudo sit dupla diametri foraminis, quod est in ora instrumenti: & cuius spissitudo sit æqualis diametro foraminis, & cuius longitudo non sit minor medietate cubiti: & verificabitur regula ista, donec fiat valde recta & vera: & fiant superficies eius æquales & æquidistantes. Deinde obliquę secabimus altera parte latitudinem eius, quousque finis longitudinis eius contineat cum fine latitudinis eius angulum acutum, ut possit sic facilius declinare & movere eam quocumque quis voluerit: & ponet latitudinem eius ex alia extremitate perpendicularem super finem longitudinis eius. Deinde dividemus hanc latitudinem in duo æqualia, & extrahemus ex loco divisionis lineam in superficie faciei regulę, quę extendatur in longitudine eius, & erit perpendicularis super latitudinem eius. Cum ergo hæc regula fuerit superposita superficiem laminę, erit superficies eius superior in superficie circuli medij trium circulorum figuratorum in interiore ora instrumenti. Nam spissitudo huius regulę est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis est æqualis perpendiculari exeunti e centro foraminis, quod est in ora instrumenti ad superficiem laminę: quia diameter foraminis est æqualis duabus lineis trium linearum parvarum, quę distinctę sunt de linea perpendiculari in interiore ora instrumenti. Cum ergo hæc regula fuerit erecta super oram ipsius, & fuerit superficies latitudinis eius super superficiem laminę: tunc linea descripta in medio eius, erit in superficie medij circuli prædicti: quia perpendicularis, quę egreditur a quolibet puncto huius lineę ad finem longitudinis regulę, est æqualis perpendiculari, quę egreditur a centro foraminis ad superficiem laminę: nam utraq; istarum perpendicularium est æqualis diametro foraminis.

3. *Radius medio densiori perpendicularis, irrefractus penetrat. 42. p. 2. Idem 17 n. 1.*

Cum ergo experimentator voluerit experiri transitum luminis in aqua per hoc instrumentum: accipiet uas rectarum orarum, ut cadum cupreum, aut ollam figulinam, aut consimile: & sit altitudo orarum eius non minor medietate cubiti: & sit diameter circumferentię eius non minor diametro instrumenti: & adæquantur orę eius, donec superficies, quę transit per oras eius, sit superficies æqualis: & ponamus in fundo eius corpus diversarum partium aut diversorum colorum, ut annulum, aut argentum depictum, aut depingatur in fundo eius pictura manifesta: deinde infundatur aqua clara in uas, donec impleatur: & expectetur donec motus eius quiescat. Cum ergo motus eius quieverit, erigatur aspiciens, aut sedeat erectus, & aspiciat ad uas, & apponat visum suum corpori, quod est in fundo aquę, aut picturę, quę est in fundo aquę, donec linea inter visum & medium illius corporis aut picturę illius, sit perpendicularis super superficiem aquę quod ad sensum, & aspiciat corpus, quod est in fundo, aut picturam: tunc inueniet illam eo modo, quo est, & inueniet ordinationem suarum partium inter se eo modo, quo ordinarentur, si aspiceret illad, cum uas esset uacuum. Hoc autem declarato, certificatur, quod illud, quod comprehenditur in fundo aquę, cum aspexerit illud eadem positione, qua aspexit corpus, quod est in fundo aquę, aut picturam: comprehenditur secundum ordinationem suarum partium. Hoc autem certificato, si quis voluerit experiri transitum lucis: eligat locum, super quem oritur lux solis, in quo ponat uas, & obseruet, ut superficies circumferentię uasis sit æquidistans horizonti: hoc autem potest obseruari hoc modo: ut sit circumferentia superficiem aquę æquidistans circumferentię uasis: & si intus in uase prope circumferentiam eius fuerit signatus circulus, æquidistans circumferentię uasis, erit melius ad hoc, ut circumferentia superficiem aquę comparatur ad circumferentiam circuli. Deinde experimentator debet imponere instrumentum rotundum intra hoc uas, ita ut duę regulę parvę possint super duo extrema regulę maioris, superponantur orę uasis ex utraque parte: tunc medietas instrumenti, & regula extensa in longitudine instrumenti erunt intra uas: deinde addatur aqua, aut diminuatur de ea, donec fiat superficies aquę una cum centro instrumenti: & sit aqua clara: deinde reuoluatur instrumentum in circuitu uasis, donec obumbretur illud, quod est intra aquam ex oris eius: tunc teneatur regula altera manu, & reuoluatur reliqua manu instrumentum super se in circuitu centri eius, donec foramen, quod est in ora instrumenti, sit oppositum corpori solis, & transeat lumen solis per foramen orę instrumenti, & perueniat ad alterum foramen tabulę parvę, & transeat per illud. Cum ergo pertransierit forma lucis per duo foramina, perueniet ad fundum aquę: tunc experimentator obseruabit, ut situs lucis in regula de secundo foramine, sit situs æqualis: hoc autem situ præseruato, & luce perueniente ad superficiem aquę, auferat experimentator manus suas ab instrumento, & stet uel sedeat erectus, & inspiciat ad fundum aquę, ex quarta, cuius orę sunt abscissę, & seruet positionem, quam seruauerat, cum aspexerat corpus, quod erat in fundo aquę, ut sit certus, quod illud, quod uidet, est, secundum quod est: tunc ergo cum intuebitur illud, quod est intra aquam de ora instrumenti: inueniet lumen pertransiens ex duobus fo-

foraminibus super superficiem oræ instrumenti, quæ est intra aquam: & intueniet lumen inter duos circulos æquidistantes extremos de tribus circulis signatis in interiore parte instrumenti oræ: aut addetur super distantiam, quæ est inter circulos, modicum: & erit additio eius ex duobus lateribus circulorum æqualis. Sequitur ergo ex positione, quod punctum, quod est in medio luminis apparentis intra aquam, quod est super interiore partem oræ instrumenti, sit per medium circulum trium circulorum æquidistantium, qui sunt in interiore parte oræ instrumenti. Et hoc lumen, quod est intra aquam, erit manifestum, quod ora superior instrumenti, quæ circumdat superius foramen, obumbrat interiore partem oræ instrumenti, quæ circumdat lumen, quod est in interiore parte oræ instrumenti. Et sic in illo loco non erit ex interiore parte oræ instrumenti aliquid de lumine solis, nisi lumen, quod exit ex duobus foraminibus. Deinde experimentator accipiat lignum minutum, siue acum, & applicet eam in exteriori parte superioris foraminis, quod est in ora instrumenti, & obseruet, ut acus transeat per medium foraminis: Deinde aspiciat supra uas, & seruet positionem, quam mensurauit prius: tunc uidebit umbram acus in medio lucis: deinde incuruet acum attrahendo ipsam, donec extremitas eius sit in medio foraminis, & intueatur lumen, quod est intra aquam, & quod est in superficie aquæ: tunc inueniet umbram extremitatis acus in medio lucis, quæ est intra aquam, & in medio lucis, quæ est in superficie aquæ. Deinde mutet positionem acus, & ponat extremitatem eius etiam apud medium foraminis, & intueatur umbram: tunc inueniet umbram extremitatis acus apud medium lucis: deinde leuet acum: & inueniet lucem redeuntem ad suum statum intra aquam, & in superficie aquæ. Deinde applicet acum in latere foraminis, & ponat eam chordam in foramine, non diametrum, & intueatur lumen, quod est intra aquam, & in superficie aquæ: tunc inueniet in utroque illorum umbram, quæ est chorda: deinde leuet acum: tunc inueniet lumen rediens ad locum suum: & si mutauerit situm acus in lateribus foraminis: inueniet umbram semper in latere luminis. Declarabitur ergo ex hac experientia, quod ad punctum, quod est in medio lucis, quæ est intra aquam, in circumferentia medij circuli, non exiit lux, nisi ex puncto, quod est in superficie aquæ, quæ est in superficie aquæ: & quod ad punctum, quod est in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, non exiit lux, nisi ex puncto, quod est centrum foraminis superioris, & transiit per centrum foraminis inferioris, quod est in oris alij. Nam si non transisset per centrum foraminis inferioris, non manifestaretur medium lucis, quæ est in superficie aquæ, cum acus esset in medio foraminis inferioris, sed non manifestaretur de luce, quæ est in superficie aquæ, nisi locus alius à centro eius. Lux ergo, quæ peruenit ad punctum, quod est centrum lucis, quæ est in superficie aquæ, & lux, quæ extenditur in aere, non extenditur nisi secundum lineas rectas. Lux ergo, quæ transit per centra duorum foraminum, extenditur secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum: hæc autem lux est illa, quæ peruenit ad medium lucis, quæ est in superficie aquæ. Punctum ergo, quod est in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, est in linea recta transeunte per centra duorum foraminum. Et hæc linea est in superficie medij circuli de tribus circulis signatis in interiore parte oræ instrumenti: & est illius diameter, quia hæc linea est æquidistans diametro circuli, qui est in superficie laminæ. Cum ergo punctum, quod est in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, fuerit super hanc lineam: tunc illud punctum est in superficie circuli medij prædicti: punctum autem, quod est in medio lucis, quæ est intra aquam, est in circumferentia medij circuli: ergo hæc duo puncta sunt in superficie medij circuli. Si ergo lux, quæ est in superficie aquæ, laterit, & non fuerit bene manifesta: tunc experimentator mittet illam minorem regulam in aquam, & applicet oram eius in superficie laminæ, & ponat superficiem, in qua signata est linea, sequentem superficiem aquæ, & moueat eam, donec superficies eius fiat cum superficie aquæ. Cum ergo superficies regulæ fuerit cum superficie aquæ, & fuerit regula erecta super oram eius: tunc linea, quæ est in superficie ipsius, erit in superficie circuli medij, qui transit per centra duorum foraminum: hac autem positione præseruata: apparebit lux, quæ est in superficie aquæ, super superficiem regulæ, & inueniet medium lucis super lineam, quæ est in medio regulæ. Et si acus sit posita super medium superioris foraminis: tunc linea, quæ est in medio regulæ, obumbrabitur: & si extremitas acus fuerit posita super centrum foraminis, apparebit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ est super regulam: & si acus fuerit ablata, redibit lux, sicut erat. Cum hac ergo regula apparebit lux, quæ est in superficie aquæ, apparitione manifesta, & manifestabitur, quod est supra lineam transeuntem per centra duorum foraminum: & iam posueramus superficiem aquæ apud centrum laminæ. Cum ergo superficies regulæ fuerit cum superficie aquæ: transibit superficies regulæ per centrum laminæ: & tunc erit remotio centri lucis à centro laminæ æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiem laminæ: & sic erit centrum lucis, quæ est in superficie regulæ, centrum circuli medij. Deinde oportet experimentatorem auferre regulam subtilem, & mittere eam iterum in aquam, & applicare superficiem latitudinis eius cum superficie laminæ, & ponere angulum eius acutum apud centrum lucis, quæ est intra aquam, scilicet angulum, qui est in superficie eius superiore: deinde moueat regulam, donec acuitas eius inferior transeat per centrum laminæ, & sic acuitas eius superior transibit per centrum circuli medij. Punctum ergo ex linea superiore regulæ, quod est in superficie aquæ, est centrum circuli medij: est ergo centrum lucis, quæ est in superficie aquæ: & erit longitudo eius diametri ex diametris medij circuli. Hæc autem ratione præseruata, accipiat experimentator acum longam: & mittat eam in aquam: & ponat

& ponat caput suum in punctum ultimatis regulæ: & intueatur lucem, quæ est intra aquam: tunc inueniet umbram acis secantem lucem: & inueniet umbram capitis acis apud cornu regulæ, quod est apud medium lucis. Deinde mutet positionem acis, & caput eius sit in loco eius ex fine regulæ: tunc mutabitur situs umbræ ex lucæ, quæ est intra aquam: & erit umbra capitis acis inseparabilis à medio lucis: deinde auferat acum & redibit lux ad locum suum. Deinde mittat acum in aquam iterum, & ponat caput eius in alio puncto finis regulæ, & intueatur umbram, donec inueniat secantem lucem, quæ est intra aquam: & inueniet umbram capitis acis in medio lucis. Deinde mutet positionem acis super multitudinem punctorum ex acuitate regulæ: & inueniet umbram capitis eius semper in medio lucis. Declarabitur ergo ex hac experientia declaratione manifesta, quod lux, quæ est in puncto mediante lucem, quæ est intra aquam, quæ est super circumferentiam medij circuli: peruenit ad illud punctum à puncto, quod est mediū lucis, quæ est in superficie aquæ. Et declarabitur cum hoc, quod hæc lux extenditur super lineam rectam, quæ est finis regulæ. Nam experientia eius per extremitatem acis ex diuersis locis in fine regulæ ostendit illā transeuntem per omne punctum finis regulæ. Hac ergo uia experimentabitur transitus lucis per corpus aquæ: ex quo declarabitur, quod extensio lucis per corpus aquæ est secundum uerticationes rectorum linearum.

4. *Radius medio densiori obliquus, refringitur ad perpendicularem à refractionis puncto excitatam.* 43 p 2. Idem 17 n 1.

DEinde oportebit experimentatorem ponere super centrum lucis signum fixum cū sculptione: deinde quando experimentator intuebitur punctum, quod est in medio lucis, quæ est intra aquam: inueniet ipsum nõ æquidistans duabus extremitatibus diametri laminæ, sed extra duas lineas perpendiculares, quæ sunt super extremitatē diametri laminæ, quæ est intra aquam: & inueniet declinationem eius ab ista linea ad partē, in qua est sol: & inueniet inter punctum, quod est centrum medię lucis, & punctum, quod est communis differentia lineæ perpendiculari super extremitatem diametri laminæ, & puncto medio, quod est extremitas diametri medij circuli, transeuntis per centrum foraminis: inueniet dico, distantiam sensibilem. Hoc declarato, oportet mittere regulam subtilem in aquam, & applicare eam cum superficie laminæ, & ponere terminum regulæ super centrum laminæ, & mouere regulam, quousq; acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ, quod ad sensum: tunc igitur inueniet centrū lucis, quæ est intra aquam, inter acuitatem regulæ & lineam perpendicularem super diametram laminæ. Declarabitur ergo ex hoc, quod hæc refractionis est ad partem perpendicularem, exeuntis à loco refractionis perpendicularem super superficiem aquæ. Cum ergo certus fuerit experimentator de hoc: oportebit eum signare apud extremitatem regulæ, quæ est super circumferentiam medij circuli, quæ est extremitas perpendicularem, exeuntis à centro medij circuli perpendicularem super superficiem aquæ, signum fixum, ut prius, quod signatum est apud centrum lucis. Et iam declaratum est, quod lux, quæ peruenit ad punctum, quod est centrum lucis, quæ est intra aquam; est lux extensa secundum rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum: & hæc linea peruenit ad cętrum medij circuli æquidistantis superficiem laminæ: & est illius diameter. Si hæc linea fuerit extensa in imaginatione secundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram laminæ: tunc igitur erit æquidistans diametro laminæ, & perueniet ad lineam perpendicularem in interiore parte oræ laminæ. Et cum centrum lucis, quæ est intra aquam, non est super perpendicularem lineam oræ laminæ: tunc lux, quæ extenditur à medio lucis, quæ est in superficie aquæ, ad medium lucis, quæ est intra aquam, non extenditur secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, sed refringitur. Declaratum est autem, quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quæ est in superficie aquæ, ad medium lucis, quæ est intra aquam. Ergo refractionis huius lucis est apud superficiem aquæ.

5. *Radij incidentia & refractionis sunt in uno plano.* 46 p 2.

ET iam declaratum est, quod hæc lux transit per centra duorum foraminum, & per medium lucis, quæ est in superficie aquæ, quod est centrum circuli medij, æquidistantis superficiem laminæ, & per medium lucis, quæ est intra aquam, quod est in circumferentia medij circuli. Ex quo patet, quod lumen perueniens ad centrum lucis, quæ est intra aquam, dum extenditur in aere, & postquam refringitur intra aquam, est in eadem superficie æquali, scilicet in superficie circuli medij trium circulorū, qui sunt in interiore parte oræ instrumenti. Et refractionis hæc inuenitur, quando linea transiens per centra foraminum fuerit decliuis super superficiem aquæ, non perpendicularis. Et nunquam erit hæc linea perpendicularis super superficiem aquæ in hora transitus lucis solis, nisi quando fuerit sol in uertice capitis: & hoc erit in aliquibus locis, & non in omnibus: & in quibusdam temporibus, non in omnibus: neq; transit sol per uerticem capitis habitantium in pluribus locis habitationis: & in quibus transit: in istis locis distinguetur hæc experimentatio in omni tempore: illi autem super quorum zenit h transit sol, si uoluerint hoc experiri, cauebūt tempus, in quo sol transit per capita eorum.

6. *Radius medio rariori perpendicularis, irrefractus penetrat.* 44 p 2.

ITē accipiat expimētator frustra uitri clari, quorū figuræ sint cubicæ: & sit lōgitudō uniuscuiusq;
u 4 eorum

eorum dupla diametri foraminis, quod est in ora instrumenti: & adæquetur superficies eorum uehementer per cōfricationem, quousq; sint æquales & æquidistantes, & latera sint recta: deinde poliantur. Hoc autem completo, signetur in medio laminæ linea recta transiens per cētrum eius: & sit perpendicularis super diametrum eius, super cuius extrema sunt lineæ duæ perpendiculares in inferiore parte oræ instrumenti, & transeat in utramq; partē: & signetur hæc linea ferro, ut descendat in corpus laminæ, & remaneat ibi. Deinde ponat unum uitrorum cubicorum super superficiem laminæ, & applicet unum latus suorum laterum cum hac perpendiculari, & ponat mediū lateris uitri uerè super centrum laminæ, & ponat corpus uitri ex parte foraminum. Transibit ergo diameter laminæ, super cuius extrema sunt duæ lineæ perpendiculares, per mediū superficiē uitri superpositæ laminæ. Hac positione præseruata, applicetur uitrum applicatione fixa per glutinū tali modo, ut possit euelli: deinde accipiat alterū uitrum, & ponatur ultra primum, scilicet ex parte foraminum, & applicetur aliqua superficiē eius superficiē primi uitri: hoc præseruato, applicetur secundum uitrum laminæ applicatione fixa: deinde accipiat tertium uitrum, & applicetur secundo uitro, & adæquetur superficies eius cum duabus superficiēbus laterum secūdi uitri, & applicetur laminæ: & sic fiat de pluribus uitris, quousq; perueniāt uita ad oram perpendicularem super superficiē instrumenti, aut prope. Cum ergo uita fuerint applicata superficiē laminæ secūdu positionem prædictam: transibit diameter laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in extremitate instrumenti, per mediā superficiem uitrorum superpositorum laminæ: altitudo autem istorum uitrorū in latitudine est dupla diametri foraminis: sed diameter foraminis est æqualis perpendiculari exeunti à cētro foraminis super superficiē laminæ & super diametrum eius: ergo unaquæq; perpendiculariū exeuntium à centris superficiērum uitrorū, scilicet superficiērum perpendicularem super superficiē laminæ, secūtiū diametrum oppositam duobus foraminibus, est æqualis perpendiculari exeunti à cētro foraminis super superficiē laminæ, & super diametrum laminæ: & cadēt perpendiculares exeuntes à cētris superficiērum uitrorū ad superficiē laminæ, super diametrum laminæ, super cuius extremitates est perpendiculis, egrediens à cētro foraminis. Linea ergo transiens per cētra duorū foraminum, si extendatur in imaginatione secūdu rectitudinem, transibit per cētra superficiērum uitrorū, scilicet superficiērum perpendiculariū super superficiē laminæ oppositæ duobus foraminibus. Deinde experimētator accipiat regulā subtile prædictā: & erigat eam super oram ipsius in superficie laminæ: & ponat faciē eius, in qua signata est linea ex parte primi uitri, quod est super cētrum laminæ, & ponat regulam prope uitrum, & ponat finem longitudinis regulæ secantem diametrum laminæ perpendiculariter. Hoc autem præseruato, applicet regulam laminæ applicatione fixa, ita ut possit euelli: hac autē positione præseruata in regula: tunc linea, quæ est in superficie regulæ, erit in superficie mediū circuli ex tribus circulis, signatis in inferiore parte oræ instrumenti: & transibit linea recta per cētra duorum foraminum, & per media superficiērum uitrorum, secans lineam, quæ est in regula. Hoc toto completo, ponatur instrumentum in uas prædictum: sit autem uas uacuum aqua: & ponatur uas in sole, & moueatur instrumentum, quousq; lux solis transeat per duo foramina: & sit lux apud secundum foramen æqualis: tunc igitur intueatur experimētator superficiē regulæ oppositam uitro: & inueniet lucem exeuntem à duobus foraminibus super superficiē regulæ: & inueniet illud, quod circumdat lucem ex superficie regulæ, obumbratum umbra oræ instrumenti: & inueniet centrum uisus super lineam, quæ est in superficie regulæ. Hoc autem declarato, accipiat festucam subtilem, uel acum, & ponat illam super superius foramen, & ponat extremitatem perpendiculariter super centrum foraminis, & intueatur lucem, quæ est super regulam: tunc inueniet umbram extremitatis festucæ super centrum lucis, & inueniet illam super lineam, quæ est in superficie regulæ. Tunc ergo accipiat experimētator pennam intinctam incausto, & signet super extremitatē umbræ, quæ est in medio lucis, quæ est super regulam, punctum: ergo erit istud punctum super lineam, quæ est in superficie regulæ: deinde auferat acum à superiore foramine: & ponat ipsam super inferius foramen, scilicet quod est in ora: & ponat extremitatem acus super centrum foraminis: & intueatur lucem, quæ est super regulam: tunc inueniet umbram extremitatis acus super punctum, quod est in superficie regulæ: deinde auferat acum, & redibit umbra ad suum locum. Declarabitur ergo ex hac experimentatione, quod lux, quæ est super punctum, quod est in superficie regulæ, est lux, quæ transit per cētra duorū foraminum. Deinde accipiat experimētator calamū tinctum incausto, & signet punctū in uero medio superficiē uitri ex parte regulæ: si uerò nō comprehendat mediū uitri, quod ad sensum: signet in ipso duas diametros secantes se, & locus sectionis est mediū superficiē uitri. Hoc autem factō, intueatur lucem, quæ est super regulam: & inueniet umbram puncti, quod est in medio uitri super punctum, quod est in superficie regulæ. Declarabitur ergo ex hoc, quod lux, quæ transit per duo cētra duorū foraminum, transibit per punctum, quod est in medio uitri. Hoc autem declarato oportet experimētatorem uitrum primum euellere, & signare in superficiē secūdi uitri punctum medium, ut prius, & componere instrumentum secundo, & moueat ipsum, quousq; lux transeat per duo foramina: deinde intueatur: & inueniet lucem peruenientē ad cētrum lucis, quæ est in superficie regulæ: & est lux, quæ trāsit per cētra duorū foraminū. Declarabitur igitur ex hoc, quod lux, quæ trāsit per cētra duorū foraminū, trāsit etiā p punctū, quod est in medio superficiē secūdi uitri: & situs eius est situs lucis trāsseuntis p cētra duorū foraminū de superficiebus uitrorū in prima experimētatione: & cū hoc quādo lux trāsit per punctū, quod est in medio uitri secūdi: tūc lux, quæ trāsit per cētra duorū foraminū in prima

prima experimentatione, transit etiam per punctum, quod est in medio uitri secūdi. Deinde oportet experimentatorem euellere secundū uitrum, & experiri tertium, & sic de ceteris usq; ad ultimū. Patebit ergo experimētatione hac, quod lux quæ transit per centra duorum foraminū, perueniens ad superficiē regulæ, transit per centra superficialiū uitrorum omnium positorum super superficiē laminæ. Manifestū est ergo, quod sit in rectitudine lineæ transeuntis per centra duorū foraminum: & lux, quæ transit per centra duorū foraminum in experimentatione omnium uitrorum, extenditur in rectitudine lineæ continuantis centra duorū foraminum. Manifestū est ergo, quod lux, quæ transit per lineā rectam, transeuntē per cētra duorū foraminū, transit etiā per centra superficialiū uitrorū. Ex quo patet, quod lux transit in corpus uitri, in quo extenditur, postquā transit, secundū lineas rectas: & quod lux, quæ transit per centra duorū foraminum, extenditur etiā in corpus uitri secundum rectitudinem lineæ, per quam extendebatur in aere, antequam pertransiret uitrum: & illa linea, per quam extenditur lux in aere, est perpendicularis super superficiē uitri oppositā foramini [per 8 p 11.] Nam linea, quæ transit per centra duorū foraminum, est æquidistans diametro laminæ, quæ est perpendicularis super primam superficiem superficialium uitrorum: quia est perpendicularis super differentiam communem inter superficiem uitri, & superficiem laminæ. Item accipiat experimētator medietatem spheræ uitreæ mundæ claræ, ut crystallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia inter tabulam & centrum laminæ, & inueniat centrum basis eius, super quod signet lineam subtilem cum incausto: postea separet ex hac linea ex parte centri basis, quod est centrū spheræ, lineā æqualem diametro foraminis, quod est in ora instrumēti: erit ergo hæc linea æqualis lineæ, quæ est inter centrū foraminis, quod est in ora instrumēti, quæ est perpendicularis super superficiem laminæ. Deinde statuamus super extremitatē lineæ separatæ à diametro lineā perpendicularem, & extrahamus illam in utramq; partē: deinde secemus uitrum super hanc lineam in confriētorio uel in tornatorio, donec locus sectionis fiat superficies æqualis, & perpendicularis super superficiē basis semicirculi, & mēsuremus angulū, qui est inter duas superficies, per angulū rectum factū ex cupro, donec uerificetur superficies ista: & tunc differentia communis huic superficiēi & superficiēi basis spheræ erit linea recta: & linea copulans centrū spheræ cum hac linea, erit perpendicularis super superficiem factā: postea sumatur in medio huius lineæ, quæ est cōmunis differentia, particula parua, quæ est signū mediij eius. Hoc completo, poliatur uitrū uehementissimè, & ponatur super superficiē laminæ, & gibbositas eius sit ex parte foraminū, & sit pars facta in uitro super superficiē laminæ, & superponatur linea recta, quæ est cōmunis differentia duabus superficiēibus æqualibus, quæ sunt in uitro, super lineā scilicet signatā in lamina, secantē diametrū perpendicularitèr, & ponatur medium lineæ super centrū laminæ. Hac ergo positione præseruata, applicetur uitrum laminæ applicationē fixa: deinde ponamus regulā subtilem super superficiē instrumēti, sicut ponebamus in experimētatione uitrorū cubicorū, & ponamus superficiē regulæ, in qua est linea recta latitudinis, sit ex parte uitri, & prope illud: deinde ponatur instrumentū in prædictū uas: & ponatur uas in sole, uacuum sine aqua: & moueatur instrumentū, donec lux solis trāseat per duo foramina: & sit situs lucis de secundo foramine situs mediocris, & intueatur experimētator regulā: & inueniet lucē transeuntē p duo foramina, sup superficiē regulæ: deinde applicet stilū superiori foramini, & ponat extremitatē stili sup centrū foraminis, & intueatur lucē, quæ est in regula: tūc inueniet umbrā extremitatis stili apud centrū lucis: deinde auferat stilū, & redibit lux ad suū locum. Postea applicet stilū ad secundū foramen, & ponat extremitatē eius apud centrū secundū, & intueatur lucē, quæ est in regula: tūc inueniet umbrā extremitatis stili apud centrū lucis. Postea ponat extremitatē stili apud centrū basis uitri (quod est centrū spheræ) & intueatur lucē, quæ est sup regulā: inueniet umbrā extremitatis stili super centrū lucis. Deinde ponat stilū in medio lucis, quæ est sup conuexū uitri oppositi foramini secūdo, quod est prope illud, & intueatur lucē, quæ est super regulā: & inueniet umbrā extremitatis stili apud centrū lucis. Ex quo patet, quod lux, quæ transit per centra duorū foraminū, trāsit etiā per centrū basis uitri, & per mediū superficiēi lucis, quæ est in cōuexo uitri. Manifestū est igitur quod lux, quæ trāsit in corpus uitri, extēditur secundū rectitudinē lineæ trāseuntis per cētra duorū foraminū: hæc autē linea est diameter spheræ uitreæ. Nā perpendicularis exiens à cētro basis uitri ad laminā, est æqualis diametro foraminis: diameter autē foraminis est æqualis perpendiculari exeunti à cētro foraminis ad superficiē laminæ: ergo perpendicularis à cētro foraminis basis uitri sup superficiē laminæ, est æqualis perpendiculari exeūti à cētro foraminis ad superficiē laminæ: & hæc duæ perpendiculares cadūt super diametrū laminæ. Linea ergo, quæ trāsit per cētra duorū foraminū, si fuerit extēda in rectitudine, perueniet ad centrū spheræ uitreæ: erit ergo diameter huius spheræ: est ergo perpendicularis sup superficiē huius spheræ [ut demonstratū est 25 n 4.] Experimētatione autē uitrorū cubicorū patuit, quod lux, quæ extēditur in corpus uitri, est in rectitudine lineæ, p quā extēdebat in aere: & linea, p quā extēdebat in aere, erat illic perpendicularis sup superficiē uitri. Et oportet experimētatorē auferre regulā subtilem, applicatā ad superficiē laminæ: & cōponat instrumentū secūdo, & moueat ipsum, quousq; lux trāseat p duo foramina, & intueatur orā instrumēti, quæ est intra uas: & inueniet lucē super orā instrumēti, & inueniet centrū lucis in pūcto, quod est differentia communis inter circumferentiā circuli mediij & lineā perpendicularem in ora instrumēti, quod est extremitas diametri circuli mediij, trāseuntis per cētra duorū foraminū: & lux, quæ extēditur p hanc lineā, erit differentia cōmunis perueniens ad centrum spheræ uitreæ. Centrum ergo lucis, quæ est in ora



instrumenti, & centrum sphaerae vitreae, & centrum duorum foraminum sunt in eadem linea recta. Ex quo patet, quod lux, quae transit in corpus vitri, perueniens ad centrum sphaerae eius, cum extrahitur in aerem, extenditur in rectitudine lineae, per quam extendebatur in corpore vitri. Haec autem linea est perpendicularis super superficiem basis vitri, quae est aequidistans diametro laminae, quae est perpendicularis super superficiem basis vitri: quia est perpendicularis super lineam rectam, quae est differentia communis duabus superficiebus vitri aequalibus, quarum altera est superposita superficiei laminae, & reliqua erecta super superficiem laminae. Linea igitur transiens per centra duorum foraminum & per centrum sphaerae vitreae est perpendicularis super superficiem vitri: est ergo perpendicularis super superficiem aeris, qui tangit hanc superficiem. Et si experimentator infuderit aquam in uas, remanente vitro in sua positione, & posuerit aquam supra centrum vitri, & inspexerit lucem, quae est in ora instrumenti: inueniet centrum lucis super extremitatem diametri medij circuli. Et si euulserit vitrum, & posuerit illud in laminae contrario huic ordinationi, scilicet, ut superficies aequalis sit ex parte foraminum, & conuexitas vitri sit ex parte interiore uasis: & superposuerit lineam rectam, quae est in vitro, quae est differentia communis duabus suis superficiebus aequalibus, super lineam rectam, quae est in laminae, secantem perpendiculariter diametrum laminae, & posuerit medium huius lineae, scilicet, quae est in vitro, super centrum laminae, & inspexerit lucem, sicut fecit in prima positione: inueniet lucem cadentem super oram instrumenti, & inueniet centrum lucis super punctum, quod est differentia communis medij circuli, & lineae stanti in ora instrumenti. Ex quibus declarabitur, quod lux solis, quae transit per centra duorum foraminum, transit etiam in corpore vitri secundum rectitudinem lineae, per quam extendebatur in aere: & postquam egreditur corpus vitri, extenditur etiam in aere secundum rectitudinem lineae, per quam extendebatur in vitro: lineaque, quae transit per centra duorum foraminum, est in hac positione etiam perpendicularis super superficiem vitri, oppositam foramini, scilicet superficiei, quae est basis hemisphaerij. Et haec linea est etiam perpendicularis super superficiem conuexam: nam in hac positione etiam est diameter sphaerae: est ergo perpendicularis super superficiem aeris contingentis superficiem sphaerae. Et si experimentator infuderit aquam in uas, & reliquerit vitrum in sua positione, & posuerit aquam infra centrum vitri, & aspexerit lucem, quae est in ora instrumenti: inueniet centrum lucis in extremitate diametri medij circuli. Ex his ergo experimentationibus, quae fiunt per cubicum & sphaericum vitrum, patet, quod si lux occurrerit corpori diaphano diuersa diaphanitatis a corpore, in quo est, & linea, per quam extenditur, fuerit perpendicularis super superficiem secundi corporis: tunc lux extenditur in secundo corpore in rectitudine lineae, per quam extendebatur in corpore primo: nec differt, si secundum corpus fuerit grossius primo aut subtilius.

7. *Radius medio variori obliquus, refringitur a perpendiculari a refractionis puncto excitat a. 45 p. 2.*

Item oportet experimentatorem euellere vitrum, & referre illud ad laminae, & ponere medium lineae rectae, quae est in eo, super centrum laminae, & ponere superficiem aequalem ex parte duorum foraminum, & lineam, quae est in vitro, quae est differentia communis duabus suis superficiebus, obliquam super diametrum laminae qualibet obliquatione, & ponere obliquationem diametri laminae super hanc lineam ad illam partem, ad quam declinabat apud experimentationem aquae. Necessesse est igitur, ut perpendicularis, quae egreditur a centro vitri, quae est super superficiem vitri perpendicularis, quae extenditur in corpore vitri, obliqua sit a linea transeunte per centra duorum foraminum ad partem, in qua sunt duo foramina. Et applicet experimentator vitrum secundum hunc situm applicatione fixa, & ponat instrumentum in uas, & uas in sole, & moueat instrumentum, donec lux transeat per duo foramina, & intueatur lucem, quae est intra uas: tunc inueniet illam in interiore ora instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli: sed extra punctum, quod est differentia communis circumferentiae circuli medij, & lineae stanti in ora instrumenti: & declinatio eius erit ad partem, in qua est sol: erit ergo ad partem perpendicularis, exeuntis a loco refractionis. Et haec lux extenditur in aere in rectitudine lineae, transeuntis per centra duorum foraminum: & haec linea in hoc situ perueniet ad centrum sphaerae vitreae, & erit obliqua super superficiem aequalem. Huius autem lucis terminatio extensionis in vitro est a centro vitri: extenditur igitur in corpore vitri secundum lineam rectam, exeuntem a centro sphaerae: ergo illius est diameter: haec igitur lux extenditur in corpore vitri secundum uerticalem diametrum alicuius eius. Cum ergo peruenerit ad sphaericam superficiem, erit perpendicularis super illam: & cum extrahetur in aerem, erit perpendicularis super aerem contingentem superficiem sphaericam. Non ergo refringitur in aere, neque extenditur recte: ergo refringitur, sed non in corpore vitri, neque in conuexo eius, neque in primo aere, neque in secundo: ergo refringitur apud centrum vitri: & haec lux est obliqua super superficiem aequalem, in qua est centrum vitri. Ex quibus patet, quod, cum lux extenditur in aere & transit in vitrum, & fuerit obliqua super superficiem vitri: refringetur, & non transibit recte: & refractionis eius erit ad partem, in qua est perpendicularis, exiens a loco refractionis: & corpus vitri grossius est corpore aeris. Manifestum est igitur ex hac experimentatione, & prima de refractione lucis ab aere ad aquam (luce existente obliqua super superficiem aquae) quod, cum lux fuerit extenta in corpore subtiliore, & occurrerit illi grossius corpus: refringetur ab ipso: & erit refractionis eius ad partem, in qua est linea exiens a loco refractionis, quae est perpendicularis super superficiem corporis grossioris. Item oportet experimentatorem euellere vitrum, & ponere medium differentiae communis, quae est in vitro super centrum laminae, & ponat differentiam communem obliquam super diametrum laminae, & applicet

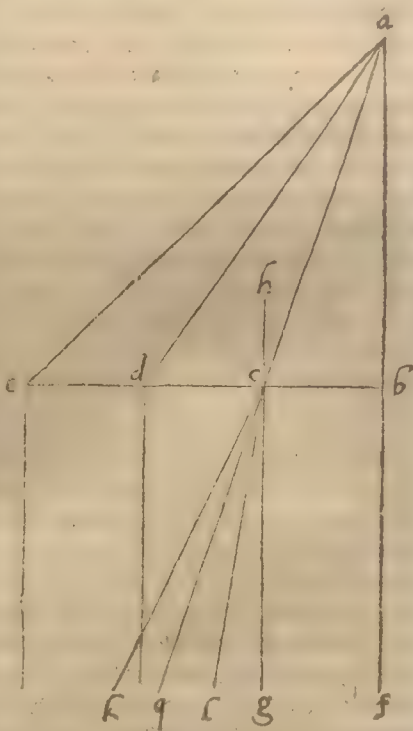
applicet uitrum applicatione fixa, & extrahat à centro laminæ lineam in superficie perpendicularem super differentiam comunem, quæ est in uitro: erit hæc linea perpendicularis super superficiem uitri. Nam superficies uitri æqualis, est perpendicularis super superficiem laminæ. Deinde experimentator ponat instrumentum in uase existente line aqua, & moueat instrumentum, quousque lux traseat per duo foramina, & intueatur lucem, quæ est intra uas: tunc inueniet illam in interiore ora instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli, & extra punctum, quod est differentia communis circumferentiæ medij circuli, & lineæ perpendiculari, in ora instrumenti: quod punctum est extremitas diametri medij circuli: & inueniet declinationem eius ad contrariam partem illi, in qua est perpendicularis. Hæc autem lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum: quia hæc linea est diameter uitri in hac etiam positione, quia transit per centrum uitri. In hac ergo positione refractionis lucis etiam est apud centrum uitri: & hæc lux est obliqua super superficiem uitri æqualem, & superficiem aeris contingentem uitrum. Ex quibus patet, quod, cum lux extenditur in uitro, & egreditur ad aerem, & fuerit obliqua super superficiem aeris: refringetur: & refractionis eius erit in superficie circuli medij, & ad partem contrariam illi, in qua est linea exiens à loco refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem aeris. Et si experimentator infuderit aquam in uas (existente uitro in sua positione) & posuerit aquam super centrum uitri, & aspexerit lucem, quæ est intra uas: inueniet lucem in interiore parte oræ instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli, & inueniet illud extra extremitatem diametri medij circuli, obliquum ad partem contrariam illi, super quam cadit perpendicularis: & inueniet distantiam centri lucis ab extremitate diametri medij circuli minorem distantia centri lucis ab hoc puncto, in experientia egressus lucis à centro ad aerem: quia aer est subtilior aqua, aqua autem est subtilior uitro. Ex hac autem experimentatione, & prædicta, patet, quod quando lux extenditur in corpore grossiore, & occurrerit corpori subtiliori, & fuerit obliqua super superficiem corporis subtilioris: refringetur, & non transibit rectè: & refractionis eius erit ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem corporis subtilioris: & tanto magis declinabit à perpendiculari, quanto corpus erit subtilius. Item oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere etiam ipsum in superficie laminæ, & superponat lineam rectam, quæ est in eo, super lineam rectam, quæ est in lamina, & ponat superficiem eius conuexam ex parte duorum foraminum, & lineam rectam, quæ est in uitro, extra centrum laminæ, & coniungat uitrum bene, & ponat regulam subtilem super superficiem laminæ, & erigat eam super oram eius, & ponat superficiem eius, in qua signatur linea, ex parte uitri, & terminus eius secet diametrum laminæ perpendiculariter, & applicetur hoc modo. Sis ergo linea, quæ transit per centra duorum foraminum, non transit per centrum spheræ, sed per aliud punctum superficiem uitri æqualis: & erit obliqua super sphericam superficiem. Deinde oportet experimentatorem ponere instrumentum in uase, & uas in sole: & moueat instrumentum, quousque lux transeat per duo foramina, & intueatur superficiem regulæ: tunc inueniet lucem super superficiem regulæ, & centrum eius super lineam, quæ est in superficie regulæ, & centrum lucis extra rectitudinem lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum: & inueniet declinationem eius ad partem, in qua est centrum uitri: & inueniet lineam, quæ transit per centra duorum foraminum, perpendicularè super superficiem uitri æqualem [per spu] est enim æquidistans diametro, & diameter laminæ est perpendicularis super superficiem uitri æqualem. Et si lux transisset per centra duorum foraminum, & extenderetur secundum rectitudinem ad superficiem æqualem: tunc extenderetur in rectitudine in aere: sed cum centrum lucis, quæ est in regula, non sit in rectitudine huius lineæ: ergo lux non extenditur in rectitudine ipsius ad superficiem æqualem: & lux in corpore uitri extenditur rectè: ergo lux, quæ extenditur in corpore uitri, non est in rectitudine lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum: ergo est refracta: sed non in aere, neque in corpore uitri: ergo refringitur apud sphericam superficiem uitri. Et linea, quæ transit per centra duorum foraminum, non transit per centrum uitri: & hæc lux, cum egreditur à superficie uitri æquali, refringitur. Sed cum regula subtilis fuerit ualde propinqua superficiem uitri: tunc declinatio centri lucis, quæ est in regula, à rectitudine lineæ, quæ extenditur in corpore uitri, non latebit in tantum, ut possit occultare refractionem lucis in corpore uitri aut partem eius. Et hæc refractionis erit ad partem, in qua est centrum uitri: ergo est ad perpendicularem exeuntem à loco refractionis, perpendicularem super superficiem uitri sphericam: quia linea exiens à centro uitri ad punctum refractionis, est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem sphericam. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere e contrario huic positioni: scilicet ut ponat superficiem uitri æqualem ex parte duorum foraminum, & ponat differentiam communem duabus superficiebus æqualibus uitri, super lineam secantem diametrum laminæ perpendiculariter, & ponat medium differentiarum comunis extra centrum laminæ. Vitro autem coniuncto hoc modo: linea, quæ transit per centra duorum foraminum, non transit per centrum uitri, sed perueniet ad punctum de superficie eius æquali, in qua est centrum eius, extra punctum centri: & erit perpendicularis super superficiem æqualem, sicut supradictum est. Et cum linea, quæ transit per centra duorum foraminum, extensa fuerit rectè in imaginatione: perueniet ad punctum, quod est extremitas diametri circuli medij. Et cum experimentator posuerit uitrum hoc modo, ponet instrumentum in uase, & uas in sole, & moueat instrumentum, donec lux transeat per duo foramina, & intueatur oram instrumenti: & inueniet lucem in interiore parte oræ instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia circuli medij,

medij, & extra punctum, quod est extremitas diametri circuli medij: & declinans ad partem, in qua est centrum sphaerae uitreae. Et linea, quae egreditur à centro huius sphaerae in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiem huius sphaerae: est ergo perpendicularis super superficiem aeris, qui contingit superficiem sphaerae. Haec ergo refractionis est ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis, exiens à loco refractionis super superficiem aeris contingens superficiem sphaerae. Lux autem, quae transit per centra duorum foraminum, transit in corpus uitri recte: quia est perpendicularis super superficiem uitri aequalem, oppositam duobus foraminibus: & peruenit ad convexitatem sphaerae uitreae: & cum peruenit ad illam superficiem, non erit perpendicularis super illam: cum non sit diameter in sphaera. Et omnis perpendicularis super sphaerae superficiem, est diameter illius, aut secundum rectitudinem diametri illius [ut constat è 4 th 1 sphae.] Sed lux, quae extenditur in corpore uitri hoc modo, non est perpendicularis super superficiem aeris contingens convexum uitri: & haec lux inuenitur refracta: ergo refringitur apud convexum sphaerae. Et si experimentator infuderit aquam intra uas, (uitro remanente in suo situ) & posuerit aquam infra centrum laminae, & aspexerit lucem, quae est in ora instrumenti: inueniet lucem refractam ad partem, in qua est centrum uitri: ergo ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis, exiens à loco refractionis, quae extenditur à corpore uitri in corpore aeris perpendicularis super concavitatem aeris, contingens convexum uitri. Ex omnibus ergo his experimentationibus patet, quod lux solis transit in omne corpus diaphanum secundum uerticationes linearum rectarum: & cum occurrit corpori diaphano diuersae diaphanitatis à diaphanitate corporis, in quo est, lineaeque, per quas extenditur in primo corpore, fuerint declinatae super superficiem secundi corporis: tunc lux refringitur in corpore secundo in uerticatione linearum rectarum aliarum à primis, per quas extendebatur in primo corpore. Et si lineae rectae, per quas extendebatur in primo corpore, fuerint perpendiculares super superficiem secundi corporis: tunc lux extenditur in rectitudine eius, & non refringitur. Et cum lux obliqua fuerit, & exierit à corpore subtiliore ad grossius, refringetur ad partem perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpendicularis super superficiem secundi corporis. Cum uero lux obliqua, fuerit extensa à grossiore ad subtilius: refringetur ad partem contrariam perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiem secundi corporis. Cum ergo lux transeat per omnia diaphana secundum lineas rectas: ergo omnes lucēs extendentur in omnibus corporibus diaphanis: quia declaratum est in primo tractatu huius libri [14. 17. 28 n] quod primum lucis est extendi semper secundum lineas rectas, siue lux fuerit essentialis, siue accidentalis; siue fortis, siue debilis. Praeterea potest experimentator experiri lucēs accidentales in illo praedicto instrumento, & illis uis praedictis: si in aliqua domo, in quam intret lux diei per aliquod foramen alicuius quantitatis, clauerit ianuam, & posuerit instrumentum in oppositione foraminis, & inspexerit lucem, quae est intra aquam, & ultra uitrum in ora instrumenti, & processerit per uias praestensas in experimentatione lucis solis. Cum ergo experimentator expertus fuerit lucem accidentalem his praedictis uis: inueniet lucem accidentalem transeuntem per corpus aquae & per corpus uitri, & inueniet extensionem eius in uitro secundum uerticationes linearum rectarum: & refractam, si fuerit obliqua super superficiem secundi corporis: & rectam, si fuerit perpendicularis super superficiem corporis secundi. In primo autem tractatu declaratum est, quod lux omnis siue essentialis, siue accidentalis, siue fortis, siue debilis, semper extenditur à quolibet puncto cuiuslibet corporis secundum lineam rectam. Ex istis ergo omnibus, quae declarauimus experientia & ratione: patet, quod omnis lux in corpore lucido essentialiter aut accidentaliter, fortiter aut debiliter extenditur à quolibet puncto illius per corpus diaphanum, contingens illud corpus, per omnem lineam rectam, per quam poterit extendi, siue illud corpus contingens sit aer, aut aqua, aut lapis diaphanus. Et si lucēs extensae per corpus contingens lucem, quae est principium eius, occurrerint corpori diuersae diaphanitatis à diaphanitate corporis, in quo existit, & fuerint in lineis perpendicularibus super superficiem secundi corporis: extendentur recte in secundo corpore: & si fuerint in obliquis lineis super superficiem secundi corporis, refringentur in secundo corpore: tum in secundo corpore extendentur in uerticatione linearum rectarum aliarum à primis. Et si lux fuerit refracta: tunc linea, per quam extendebatur lux in primo corpore, & linea per quam refringebatur in secundo: erunt in eadem aequali superficie [ut ostensum est 5 n] & refractionis eius, cum egressa fuerit à corpore subtiliore ad grossius: erit ad partem perpendicularis, exeuntis à loco refractionis super superficiem grossioris corporis: & cum egressa fuerit à grossiore corpore ad subtilius: tunc refractionis eius erit ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem subtilioris corporis.

8. *Radius medio perpendicularis, irrefractus penetrat, obliquus refringitur: in densiore quidem ad perpendiculararem: in rariore uero à perpendiculari à refractionis puncto excitata. 47 p 2.*

Quare autem refringatur lux, quando occurrit corpori diaphano diuersae diaphanitatis, causa haec est: quia transitus lucis per corpora diaphana fit per motum uelocissimum, ut declarauimus in tractatu secundo. Lucēs ergo, quae extenduntur per corpora diaphana, extenduntur motu ueloci, qui non patet sensui propter suam uelocitatem. Praeterea motus earum in subtilibus corporibus, scilicet in illis, quae ualde sunt diaphana, uelocior est motu earum in ijs, quae sunt grossiora illis, scilicet quae minus sunt diaphana. Omne enim corpus diaphanum, cum lux transit in ipsum, resistit luci aliquantulum, secundum quod habet de grossitie. Nam in omni corpore naturali
necesse

neceſſe eſt, ut ſit aliqua groſſities: nam corpus paruæ diaphanitatís nō habet finem in imaginatio-
ne, quæ eſt imaginatio lucidæ diaphanitatís: & omnia corpora naturalia perueniūt ad finem, quem
non poſſunt tranſire. Corpora ergo naturalia diaphana non poſſunt euadere aliquam groſſitiem.
Luces ergo cum tranſeunt per corpora diaphana, tranſeunt ſecundū diaphanitatē, quæ eſt in eis,
& ſic impediunt lucem ſecundum groſſitiem, quæ eſt in eis. Cum ergo lux tranſiuerit per corpus
diaphanum, & occurrit alij corpori groſſiori primo: tunc corpus groſſius reſiſtit luci uehemētius,
quā primum reſiſtebat: & omne motum cum mouetur ad aliquā partē eſſentialiter aut acci-
dentaliter, ſi occurrerit reſiſtenti, neceſſe eſt, ut motus eius tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit for-
tis: tunc motus ille refringetur ad contrariam partē: ſi uerō debilis, nō refringetur ad contrariam
partē, nec poterit per illā procedere, per quam incōperat: ſed motus eius mutabitur. Omnium
autem motorum naturaliter, quæ rectē mouentur per aliquod corpus paſſibile: tranſitus ſuper per-
pendicularē, quæ eſt in ſuperficie corporis, in quo eſt tranſitus, erit facilior. Et hoc uidetur in cor-
poribus naturalibus. Si enim aliquis acceperit tabulā ſubtilem, & paxillauerit illam ſuper aliquod
foramen amplum, & ſteterit in oppoſitione tabulæ, & acceperit pilam ferream; & eiecerit eā ſuper
tabulam fortiter, & obſeruauerit, ut motus pilæ ſit ſuper perpendicularē ſuper ſuperficiē tabu-
læ: tunc tabula cedit pilæ aut frangetur, ſi tabula ſubtilis fuerit, & uis, qua ſphæra mouetur, fuerit
fortis. Et ſi ſteterit in parte obliqua ab oppoſitione tabulæ, & in illa eadē diſtantiā, in qua prius erat,
& eiecerit pilam ſuper tabulam illam eandem, in quam prius eiecerat: tunc ſphæra labetur de tabu-
la, ſi tabula non fuerit ualde ſubtilis, nec mouebitur ad illam partē, ad quam primō mouebatur,
ſed declinat ad aliquā partē aliam. Et ſimiliter, ſi acceperit enſem, & poſuerit corā ſe lignum,
& percuſſerit cum enſe, ita ut enſis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiē ligni: tunc lignum ſecabi-
tur magis: & ſi fuerit obliquus, & percuſſerit obliquē lignum: tunc lignum non ſecabitur omnino,
ſed fortē ſecabitur in partē, aut fortē enſis errabit deuiando: & quanto magis fuerit enſis obliquus,
tanto minus ager in lignum: & alia multa ſunt ſimilia: ex quibus patet, quōd motus ſuper perpen-
dicularē eſt fortior & facilior: & quōd de obliquis motibus ille, qui uicinior eſt perpendiculari,
eſt facilior remotiore. Lux ergo, ſi occurrit corpori diaphano groſſiori illo corpore, in quo exiſtit:
tunc impieditur ab eo, ita quōd non tranſibit in partē, in quam mouebatur, ſed quia non fortiter
reſiſtit, non redibit in partē, ad quam mouebatur. Si ergo motus lucis tranſiuerit ſuper perpen-
dicularē, tranſibit rectē propter fortitudinem motus ſuper perpendicularē: & ſi motus eius fue-
rit ſuper lineam obliquam: tunc nō poterit tranſire propter debilitatem motus: accidit ergo, ut de-
clinetur ad partē motus, in quam facilius mouebitur, quā in partē, in quam mouebatur: ſed
facilior motuum eſt ſuper perpendicularē: & quōd uicinior eſt perpendiculari, eſt facilius remo-
tiore. Et motus in corpore, in quōd tranſit, ſi fuerit obliquus ſuper ſuperficiē illius corporis, com-
ponitur ex motu in parte perpendiculari tranſeuntis in corpus, in quo eſt motus, & ex motu in par-
te lineæ, quæ eſt perpendicularis ſuper perpendicularē, quæ tranſit in ipſam. Cum ergo lux fue-
rit mota in corpore diaphano groſſo ſuper lineā obliquam:
tunc tranſitus eius in illo corpore diaphano erit per motum
compoſitum ex duobus prædictis motibus. Et quia groſſi-
ties corporis reſiſtit ei ad uerticationem, quam ſequebatur,
& reſiſtentia eius non eſt ualde fortis: ex quo ſequeretur,
quōd declinaret ad partē, ad quam facilius tranſiret: & mo-
tus ſuper perpendicularē eſt faciliſimus motuum: neceſſe
eſt ergo, ut lux, quæ extenditur ſuper lineam obliquam, mo-
ueatur ſuper perpendicularē, exeuntem à puncto, in quō
lux occurrit ſuperficie corporis diaphani groſſi. Et quia
motus eius eſt compoſitus ex duobus motibus, quorū al-
ter eſt ſuper lineam perpendicularē ſuper ſuperficie cor-
poris groſſi, & reliquus ſuper lineam perpendicularē ſu-
per perpendicularē hanc: & motus compoſitus, qui eſt in
ipſo, nō omnino dimittitur, ſed ſolummodo impeditur: ne-
ceſſe eſt, ut lux declinet ad partē faciliorem parte; ad quam
prius mouebatur, remanente in ipſo motu compoſito: ſed
pars facilior parte, ad quam mouebatur remanente motu
in ipſo, eſt illa pars, quæ eſt uicinior perpendiculari. Unde lux,
quæ extenditur in corpore diaphano, ſi occurrit corpori dia-
phano groſſiori corpore, in quo exiſtit: refringetur per li-
neam propinquiorem perpendiculari, exeuntem à puncto, in
quo occurrit corpori groſſiori, quæ extenditur in corpore
groſſiore per aliam lineam quā ſit linea, per quam moue-
batur. Hęc ergo cauſa eſt reſractionis ſplendoris in corpo-
ribus diaphanis, quæ ſunt groſſiora corporibus diaphanis,
in quibus exiſtunt: & ideo reſractione proprie eſt inuenta in lucibus obliquis. Cum ergo lux extendi-
tur in corpore diaphano, & occurrerit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatís à corpore, in quo
exiſtit, & groſſiori, & fuerit obliqua ſuper ſuperficiē corporis diaphani cui occurrit: refringetur
x ad par.

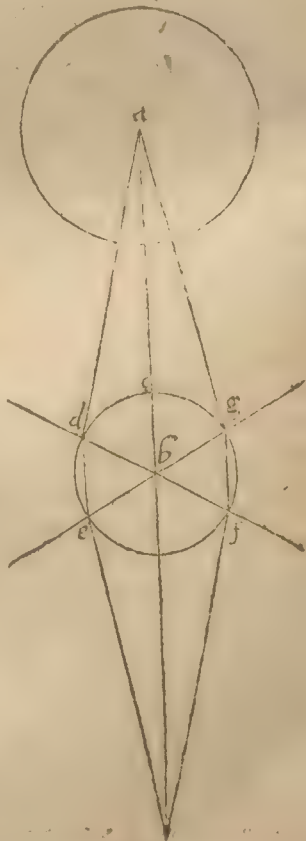


ad partē perpendicularis super superficiem corporis diaphani extēse in corpore grossiore. *Causa* autem, quæ facit refractionem lucis à corpore grossiore ad corpus subtilius ad partem contrariam parti perpendicularis, est: quia cum lux mota fuerit in corpore diaphano, repellat eam aliqua repulsiōne, & corpus grossius repellat eam maiore repulsiōne, sicut lapis, cū mouetur in aere, mouetur facilius & uelocius, quàm si moueretur in aqua: eò quòd aqua repellit ipsum maiore repulsiōne, quàm aer. Cum ergo lux exierit à corpore grossiore in subtilius: tunc motus eius erit uelocior. Et cum lux fuerit obliqua super duas superficies corporis diaphani, quod est differentia cōmunis ambobus corporibus: tunc motus eius erit super lineam existētem inter perpendicularem, exeuntem à principio motus eius, & inter perpendicularem super lineam perpendicularem, exeuntem etiam à principio motus. Resistentia ergo corporis grossioris erit à parte, ad quam exit secunda perpendicularis. Cum ergo lux exiuerit à corpore grossiore, & peruenerit ad corpus subtilius: tunc resistentia corporis subtilioris facta luci, quæ est in parte, ad quam secunda exit perpendicularis, erit minor prima resistentia: & fit motus lucis ad partem, à qua resistebatur, maior. Et sic est de luce in corpore subtiliore ad partem contrariam parti perpendicularis.

DE QUALITATE REFRACTIONIS LVCIS IN
corporibus diaphanis. Cap. III.

9. Superficies refractionis est perpendicularis superficiei refractiui. 2 p 10.

IN prædicto capitulo [5 n] declaratum est, quòd omnis lux, quæ refringitur à corpore diaphano ad aliud corpus diaphanum, semper erit in una superficie æquali. Linea ergo recta, per quā extenditur lux in aere, & linea recta, per quam refringitur in aqua, semper erunt in eadem superficie æquali. Hæc autem superficies apud inspectionem instrumenti prædicti, est medius circulus ille ex tribus signatis in interiore parte oræ instrumenti & ille circulus est æquidistans superficiei interioris laminæ: sed superficies interioris laminæ est æquidistans superficiei dorso, cui superponitur superficies regulæ quadratæ: ergo superficies circuli medij est æquidistans superficiei regulæ quadratæ: & superficies regulæ quadratæ, quæ est superposita dorso laminæ, est perpendicularis super alteram superficiem, secantem superficiem superpositam: & hæc superficies regulæ superponitur superficiei duarum differentiarum sibi applicatarum in duabus extremitatibus regulæ: sed superficies duarum differentiarum superponitur oræ instrumenti. Ergo superficies medij circuli est perpendicularis super superficiem transeuntem super oram instrumenti. Et hæc superficies transiens per oram instrumenti, est æquidistans horizonti apud experimentationem. Superficies ergo medij circuli est perpendicularis super superficiem horizontis. Cum ergo declaratum sit [4. 7. 8 n] quòd lux, quæ est in aere, & refringitur in aqua, est apud experimentationem in circumferētia medij circuli: in manifestum, quòd lux, quæ extenditur in aere, & refringitur in aqua, est semper in eadem superficie æquali super superficiem horizontis. Et etiam imaginemur lineam à centro medij circuli ad centrum mundi: sic ergo linea hæc erit perpendicularis super superficiem aquæ [ut ostensum est 25 n 4.] quia est diameter mundi: sed hæc linea est in superficie medij circuli: ergo est in superficie refractionis. Ergo superficies refractionis est perpendicularis super superficiem aquæ. Et iam declaratum est, quòd cū lux refringitur ex aere ad aquam: erit inter primam lineam, per quā extenditur in aere, quæ est inter diametrum medij circuli, & inter perpendicularem, exeuntem à cetro medij circuli super superficiem aquæ. Et iam declaratum est etiā, quòd lux, quæ est in puncto, quod est centrum lucis, quæ est intra aquam, non peruenit ad ipsum, nisi ex luce, quæ extenditur à cetro medij circuli. Lux ergo, quæ refringitur ex aere ad aquam, refringitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ. Et refractionis eius erit ad partē perpendicularis exeuntem à loco refractionis super superficiem aquæ, & nō perueniet ad perpendicularem. Refractio autē lucis ab aere ad uitrum hoc modo fit. Declaratum est enim in experimentatione uitri, quòd cū linea, quæ transit per centra duorum foraminū, fuerit obliqua super superficiem uitri æqualē, & transierit per centrum uitri, & superficies uitri æqualis fuerit ex parte foraminum: tunc refringetur apud centrum uitri: & refractionis eius erit in superficie circuli medij ad partē, in qua est perpendicularis, exiens à cetro uitri super superficiem uitri æqualē. Et declaratum est etiā, quòd cū linea, quæ transit per cetra duorum foraminū, fuerit obliqua super superficiem uitri sphericam: & superficies spherica fuerit ex parte foraminū: tunc lux refringetur in corpore uitri, & apud superficiem uitri sphericam: & erit refractionis eius in superficie medij circuli, & ad partē perpendicularis, exeuntem à loco refractionis super superficiem uitri sphericam. Et superficies uitri æqualis, in qua est centrum uitri circuli, est perpendicularis super superficiem laminæ. Est ergo perpendicularis super superficiem medij circuli. Superficies ergo medij circuli est perpendicularis super superficiem uitri æqualē.



æqualem. Et superficies circuli medij transit etiã per centrũ spheræ uitreæ in omnibus experimentationibus uitri. Ergo est perpẽdicularis super superficiẽ uitri sphericã. Lux ergo, quę extẽditur in aere, & refringitur in corpore uitri apud extensionẽ eius in aere, postquã iterũ refringitur in uitro, semper est in superficie perpẽdiculari super superficiẽ uitri. Et semper refractionis eius erit ad partem perpẽdicularis, exeũtis à loco refractionis super superficiẽ uitri, siue superficies uitri fuerit æqualis, siue spherica. Itẽ declaratũ est etiã, quod linea, quę tráfit per duo cẽtra foraminũ, cũ fuerit perpẽdicularis sup superficiẽ uitri, & extẽsa fuerit in corpus uitri secundũ rectitudinẽ, & superficies spherica fuerit ex parte foraminũ, & fuerit hæc linea, scilicet quę tráfit per centra duorũ foraminũ, declinãs super superficiẽ uitri æqualẽ, & tráfiuerit per centrũ uitri, & refracta fuerit in corpore aeris cõtingẽtis superficiẽ uitri æqualẽ, & apud centrũ uitri: tũc refractionis eius erit in superficie circuli medij, & ad contrariã partẽ illi, in qua est perpẽdicularis, exiẽs à cẽtro uitri super superficiẽ uitri æqualem. Et declaratũ est etiã, quod linea, quę tráfit per cẽtra duorũ foraminũ, cũ fuerit perpẽdicularis super superficiẽ uitri æqualẽ, & si fuerit extensa in corpore uitri secundũ rectitudinẽ, & superficies æqualis fuerit ex parte foraminũ, & hæc linea, scilicet quę tráfit per cẽtra duorũ foraminũ, fuerit obliqua super superficiẽ uitri sphericã, & nõ tráfiens per centrũ eius, & fuerit refracta apud superficiẽ uitri sphericã in corpore aeris cõtingẽtis superficiẽ sphericã: tũc refractionis eius erit in superficie medij circuli, & ad partẽ contrariã illi, in qua est perpẽdicularis, exiẽs à loco refractionis super superficiẽ secũdi corporis. Et in his duobus sitibus superficies etiã medij circuli est perpẽdicularis super superficiẽ uitri æqualẽ & sphericã. Lux ergo, quę extẽditur in corpore uitri, & refringitur in aere, dũ extẽditur in uitro, & refringitur in aere, semper est in superficie perpẽdiculari super superficiẽ aeris: & semper refractionis erit ad partẽ contrariã illi, in qua est perpẽdicularis exiẽs à loco refractionis sup superficiẽ aeris. Ex omnibus ergo istis prædeclaratis patet, quod omnis lux refracta à corpore diaphano ad aliud corpus, semper refringitur in superficie perpẽdiculari super superficiẽ secũdi corporis. Et si secundũ corpus fuerit grossius primo: tũc refractionis eius erit ad partem perpẽdicularis, exeũtis à loco refractionis super superficiẽ secũdi corporis, & nõ peruenit ad perpẽdicularẽ. Et si secundũ corpus fuerit subtilius primo: refractionis erit ad partẽ contrariã illi, in qua est perpẽdicularis, exiẽs à loco refractionis super superficiẽ secũdi corporis, secundũ diuersitatem figurarũ superficialium corporũ diaphanorũ. Et ex his etiã patet, quod cum lux refringitur à corpore diaphano ad secundũ corpus diaphanũ, & de secũdo ad tertium: refringetur etiã in superficie tertij, si diaphanitas tertij differt à diaphanitate secũdi: si uerò tertium fuerit grossius secũdo: tũc refractionis lucis erit ad partẽ perpẽdicularis exeũtis à loco refractionis super superficiẽ tertij: si autẽ tertium fuerit subtilius secũdo: tũc refractionis lucis erit ad partẽ cõtariã illi, in qua est perpẽdicularis. Similiter si lux refracta fuerit ad quartũ corpus, & ad quintum, aut ad plura. Hoc autẽ declarauimus quidẽ in hoc capitulo, qualiter omnes luces refringãtur in corporibus diaphanis diuersæ diaphanitatis. Quare autẽ fiat refractionis in superficie perpẽdiculari super superficiẽ corporis diaphani, hæc est: quia linea, per quã extẽditur lux in primo diaphano corpore, refringitur ad partẽ perpẽdicularis in hac superficie, scilicet, in qua est perpẽdicularis & prima linea: pars enim perpẽdicularis est in hac superficie: ideo refractionis fit in superficie perpẽdiculari super superficiẽ corporis diaphani.

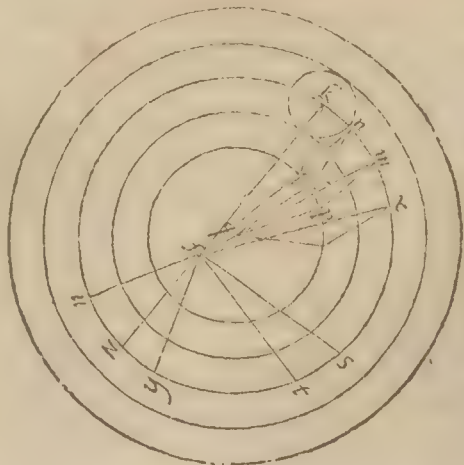
10. *Magnitudines angulorũ refractionis ab aere ad aquã organo refractionis explorare. s p 10.*

Quantitates autẽ angulorũ refractionis differũt secundũ quantitates angulorũ, quos continent prima linea, per quã extenditur lux in primo corpore, & perpẽdicularis exiẽs à loco refractionis super superficiẽ secũdi corporis, secundũ diaphanitatem secũdi corporis. Nam quantò magis crescit angulus, quẽ cõtinent prima linea & perpẽdicularis, tantò crescit angulus refractionis: & quantò magis decrescit ille angulus, quẽ continet perpẽdicularis & prima linea, tantò decrescit angulus refractionis. Sed anguli refractionis nõ obseruãt eandẽ proportionẽ ad angulos, quos cõtinet prima linea cũ perpẽdiculari, sed differũt hæc pportiones in eodẽ corpore diaphano. Cũ ergo prima linea, per quã lux extẽditur in primo corpore, cõtinerit cũ perpẽdiculari duos angulos inæquales, in duobus diuersis tẽporibus, aut in duobus locis diuersis: tũc pportio anguli refractionis, quæ est ab angulo minore ad angulũ minorẽ, minor erit pportione anguli refractionis anguli maioris ad angulũ maiorẽ. Cũ ergo experimẽtator uoluerit experiri illos angulos, diuidat à circulo medio, qui est in circũferentia instrumẽti, ex parte cẽtri foraminis, quod est in circũferentia instrumẽti, arcum decẽ partium ex illis partibus, quibus medius circulus diuiditur 360: deinde extrahamus à loco differẽtiæ lineã rectã, perpẽdicularẽ super superficiẽ laminæ, & copulemus extremitatẽ eius, quæ est in lamina, cũ centro laminæ per lineã rectã, & protrahamus ipsã in aliã partem: deinde diuidamus in circũferentia medij circuli etiã arcum sequentẽ primum, cuius quãtitas sit 90 partiũ: & signemus in extremitate huius arcus signũ. Linea ergo, quæ exit à centro medij circuli ad hoc signũ, erit perpẽdicularis super lineã exeuntem à centro medij circuli ad primum signũ, quod est in circũferentia medij circuli [per 33 p 6: quia hæc duæ lineæ quadrantẽ totius peripheriæ comprehendunt] & erit arcus residuus, qui est inter signũ & extremitatẽ diametri medij circuli, quę transit per centra duorũ foraminũ, 80 partiũ. Signemus in extremitate huius diametri etiã signum: deinde ponamus instrumentũ in uase, & obseruemus ut circũferentia uasis sit æquidistans horizonti, & incipiamus experiri ab hora ortus solis, & infundamus in uas aquam clarã, quousq; perueniat ad centrum laminæ, & moueamus instrumẽtum, donec prima linea signata in superficie laminæ, contingat superficiẽ aquæ: in hoc ergo situ linea, quę transit per centrũ circuli medij, æqui-

distans est primæ lineæ signatæ in superficie laminæ, cuius extremitas peruenit ad primû signum; signatum in circumferentia medijs circuli, & tanget etiam superficiem aquæ: locus enim harum duarum linearû non differt in respectu superficiæ aquæ, quò ad sensum. Et hæc linea continet cum linea exeunte à centro medijs circuli ad signum, quod est in circumferentia medijs circuli, perpendiculari super superficiem aquæ, angulum rectum: & diameter medijs circuli, quæ transit per cætra duorum foraminum, continet cum hac perpendiculari exeunte à centro medijs circuli super superficiem aquæ, angulum, cuius quantitas erit 80 partium. Hunc enim angulû chordat arcus medijs circuli, qui est inter secundû & tertium signum: arcus autem, qui est inter centrum foraminis & primum signum, qui est 10 partium, chordat angulum declinationis. Deinde oportet experimentatorem considerare solé, & mutare instrumentum, donec lux transeat per duo foramina: & tunc aspiciat lucem, quæ est in ora instrumenti, quæ est intra aquam, & signet super centrû lucis signum: hoc ergo signum erit in circumferentia medijs circuli: deinde auferat instrumentum, & aspiciat tertium signum, quod est inter extremitatem medijs circuli, & inter secundum signum, quod est extremitas perpendicularis, exeuntis à cætro medijs circuli super superficiem aquæ. Ex hac ergo experimentatione patebit, quòd angulus refractionis est ille, quem chordat arcus, qui est inter centrû lucis & tertium signum, quod est extremitas lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, per quam extendebatur lux: & ex numero partium huius arcus patebit quantitas anguli refractionis, & quantitas proportionis anguli refractionis ad 80 partes, quæ est angulus, què continet linea, per quam extendebatur lux, cum perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem aquæ. Deinde oportet experimentatorem delere signum & lineam signatam in lamina, & distinguere inter circumferentiam medijs circuli ex parte centri foraminis, quod est in ora instrumenti arcum, cuius quantitas sit 20 partium: & signet in extremitate eius signum, & extrahat ab hoc signo perpendicularem super superficiem laminæ, & extrahat ab eius extremitate lineam ad centrû laminæ: & protrahamus illam in utramq; partem: & diuidamus arcum sequentem illum (cuius quantitas 20) in partes 90: & signemus in ipso signum: & erit arcus, qui est inter signum secundum & extremitatem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, 70 partium: & signemus in extremitate huius lineæ signum. Deinde ponamus instrumentû in uas, & reuoluamus illud, quousq; linea signata in lamina tangat superficiem aquæ. Linea ergo, quæ exit à centro circuli medijs ad secundû signum, erit perpendicularis super superficiem aquæ, ut prædictum est: & linea, quæ transit per centra duorum foraminum, continet cum hac perpendiculari angulum 70 partium. Deinde experimentator consideret solem, & moueat instrumentum, quousq; lux transeat per duo foramina, & signet super centrû lucis signum, & auferat instrumentum, & aspiciat signa, quæ sunt in circumferentia medijs circuli: ex qua experimentatione habebit quâtitatem anguli refractionis, & proportionem eius ad angulum, quem continet linea, per quam extenditur lux, cum perpendiculari exeunte à loco refractionis, qui est in hoc statu 70 partiû. Deinde experimentator auferat instrumentû, & deleat signa, & lineam, quæ est in lamina, & diuidat arcum ex parte foraminis, cuius quantitas sit 30 partium, & procedat, ut in primis ablationibus: & sic habebit quâtitatem anguli refractionis & proportionem eius ad angulum, quem continet linea, per quam extendebatur lux cum perpendiculari exeunte à loco refractionis, qui est in hoc situ 60 partium. Deinde diuidamus arcum, cuius quantitas sit 40 partium: deinde arcum, cuius quantitas sit 50 partium: deinde 60: deinde 70: deinde 80: & consideret unumquemq; istorum arcuum: & sic habebit quâtitates angulorum refractionis, & angulorum declinationis, quos chordant primi arcus distincti ex parte centri foraminis: & habebit proportionem angulorum refractionis ad angulos, quos continent primæ lineæ, per quas extendebatur lux, cum perpendiculari, quæ est in superficie aquæ, qui crescunt per decé. Et si experimentator uoluerit, ut anguli crescant per quinq; , bene poterit facere: & si uoluerit per minus, quàm per quinq;, bene poterit facere prædicto ordine.

11. Magnitudines angulorum refractionis ab aere uel aqua ad uitra planum uel conuexum, & contra, organo refractionis inuenire. 6 p 10.

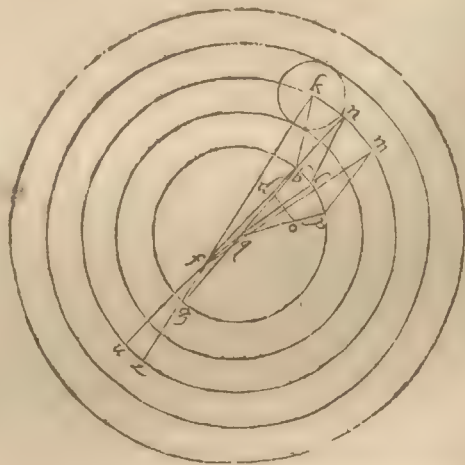
ET cum experimentator uoluerit experiri per uitrum: diuidat arcum, & signet prædicta signa, & superponat uitrum prædictum superficiem laminæ, & superponat differentiam eius comunem lineæ signatæ in lamina, & ponat superficiem uetri æqualem ex parte foraminum, & applicet uitrum bene, & ponat instrumentum in uase, & moueat ipsum, quousq; lux transeat per duo foramina, & signet super centrû lucis signum, & auferat instrumentum, & intueatur arcus, & deinde deleat signa, & diuidat alios arcus, & signet alia signa, & inspiciat arcus, per quos lux exit per aqua: & sic habebit quâtitates angulorum refractionis in transitu lucis de aere ad uitrum. Et si uoluerit experiri



refractio de aere ad uitrum est ad partem perpendicularis: refractio uero de uitro ad aerem est ad partem contrariam perpendiculari. Et si quis uoluerit experiri uitrum & aquam, & a conuexo uitri & a superficie eius æquali, habebit quantitates angulorum refractionis de uitro ad aquam: aqua enim ponitur in loco aeris.

12. Magnitudines angulorum refractionis ab aere uel aqua ad uitrum conuexum, & contra, organo refractionis inuestigare. 7. 8 p 10.

ET si quis uoluerit experiri quantitates angulorum refractionis apud conuexum uitri: accipiat uitrum conuexum conuexitate columnari in quantitate semicolumnæ: & sit figura uniuersi uitri æquidistantium superficialium: & longitudo eius sit maior diametro uitri spherici uno grano hordei: & latitudo eius sit similiter: & spissitudo eius sit dupla diametri foraminis, quod est in ora instrumenti: & conuexitas sit in uno suorum laterum: columnaris scilicet in superficie una quadrata: & longitudo columnæ sit in longitudine uitri: & semidiameter basis columnæ sit in quantitate semidiametri uitri spherici: & sint fines uitri lineæ rectæ uerissimæ. Hoc autem instrumentum sic bene potest fieri super formam: ita ut forma fiat eadē doctrina prædicta, & dissoluatur uitrum, & infundatur super formam prædictam. Si ergo experimentator uoluerit experiri refractionem hoc instrumento: diuidat de circumferentia medij circuli arcum, cuius quantitas sit illa, quam uult experiri, & extrahat ab extremitate arcus perpendiculari super superficiem laminæ, ut prædictum est, & copulet extremitatem perpendicularis cum centro laminæ lineam rectam, quam protrahat in alteram partem, & diuidat ex hac linea in altera parte, scilicet in qua sunt duo foramina, lineam æqualem semidiametro basis columnæ, & extrahat ab extremitate eius perpendiculari super diametrum laminæ, & protrahat illam in utramque partem. Deinde superponat uitrum laminæ, & ponat dorsum conuexitatis ex parte duorum foraminum, & superponat duas superfluitates, quæ superfluant super diametrum columnæ, hinc perpendiculari, obseruetque, ut sint distantia duarum extremitatum diametri basis conuexitatis a puncto, a quo exiit perpendicularis, distantia æquales. Erit ergo centrum basis conuexitatis columnaris super punctum, a quo exiit perpendicularis, superque punctum, cuius distantia a centro laminæ, est in quantitate semidiametri basis conuexitatis. Hoc situ obseruato, applicet uitrum fixa applicatione: & erit superficies medij circuli secans foramen columnæ & æquidistans basi eius: nam basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ. Superficies ergo circuli medij facit in superficie columnari conuexa semicirculum [per 5 th. cylindricorum Sereni] & est diameter huius semicirculi æquidistans diametro basis conuexitatis. Erit ergo linea, quæ egreditur a centro huius semicirculi ad centrum basis conuexitatis, quæ est perpendicularis super superficiem laminæ, æqualis perpendiculari exeunti a centro circuli medij perpendiculari super superficiem laminæ: & perpendicularis, quæ exit a centro circuli medij ad centrum laminæ, est æqualis semidiametro basis columnæ. Ergo linea, quæ exit a centro circuli medij ad centrum semicirculi, qui sit in superficie columnæ, est æqualis semidiametro huius semicirculi [per 33 p 1]. Centrum ergo circuli medij est in circumferentia semicirculi facti: est ergo in conuexo columnæ. Et quia terminus uitri superponitur lineæ perpendiculari super punctum laminæ: erit diameter laminæ perpendicularis super superficiem uitri æqualem. Nam superficies uitri æquales, sunt perpendicularares inter se. Erit ergo linea, quæ transit per centra duorum foraminum perpendicularis super superficiem uitri æqualem, quæ est in parte conuexa uitri [per 8 p 11] quia est æquidistans diametro laminæ: & hæc superficies uitri æqualis, est ex parte foraminum. In hoc ergo situ lux, quæ extenditur super lineam, quæ transit per centra duorum foraminum, extenditur in corpore uitri recte, donec perueniat ad conuexum uitri: & tunc refringitur apud conuexum uitri: cum non transeat per centrum circuli, qui est in conuexo uitri: neque est perpendicularis super conuexum uitri: ergo refringitur in conuexo uitri: ergo differentia communis huius lineæ & conuexo uitri est centrum circuli medij. Ergo lux, quæ extenditur super lineam, quæ transit per centra duorum foraminum, refringitur apud centrum medij circuli: ergo arcus, qui est inter centrum lucis & extremitatem lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum, chordat angulum refractionis. Hac igitur uia posset quis experiri quantitates angulorum refractionis, qui fiunt in conuexo uitri, addendo in arcibus parum. Et hæc refractio est a uitro conuexo ad aerem: & erunt anguli acquisiti hac refractione eisdem illis, qui fiunt ex aere ad uitrum in conuexo uitri. Declaratum est autem paulo antè, quod angulus refractionis a uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum, est idem cum angulo, quem continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis exiens a loco refractionis. Hac ergo uia posset quis habere quantitates angulorum refractionis de aere ad aquam, & de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem, & de uitro ad aquam a superficie æquali, & conuexa & conuexa. His ergo angulis experimentatis & proportionibus eorum notis, experimentator inueniet duos angulos, quorum utrumque continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis,



ularis, exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani: inueniet dico in eisdem corporibus diaphanis: & erunt duo anguli diuersi. Nam angulus refractionis ab angulo maiore ex illis, erit maior duobus angulis refractionis ab angulo minore: & excessus anguli refractionis super angulum refractionis, erit minor excessu anguli maioris, quem continet prima linea cum perpendiculari super angulum minorem, quem continet prima linea cum perpendiculari. Et proportio anguli refractionis ab angulo maiore ad angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo minore ad angulum minorem: Et illud, quod restat post angulum refractionis de angulo maiore, est maius illo, quod remanet post angulum refractionis de angulo minore. Et remotio anguli refractionis, cum lux exiuerit de corpore subtiliore ad grossius, semper erit minor angulo, quem continet linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis cum perpendiculari ex eunte à loco refractionis. Et si lux exiuerit à corpore grossiore ad subtilius: tunc angulus refractionis erit medietas duorum angulorum coniunctorum. Et si comparaueris angulos refractionis, qui sunt inter aliquod istorum corporum diaphanorum, & aliud corpus grossius illis, ad angulos refractionis, qui sunt inter illud idem corpus diaphanum subtilius & aliud corpus grossius primo grosso: inuenies proportiones maiores angulorum refractionis ad angulos, quos continet prima linea & perpendicularis, qui sunt inter corpus subtilius & grossius, quod magis grossum est, proportionibus angulorum refractionis, quos continet prima linea & perpendicularis, qui sunt inter idem corpus subtilius & corpus grossius, quod minus est grossum. Quoniam si fuerint duo anguli æquales, quorum utrumlibet continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis, quæ exit à loco refractionis: quorum alter est inter corpus subtilius & corpus grossius illo, & alter inter illud idem corpus subtilius & corpus grossius primo grosso: tunc angulus refractionis, qui est in corpore grossiore, erit maior angulo refractionis, qui est in corpore grossiore, quod est minus grossum. Et similiter si refractionis fuerit à corpore grossiore ad subtilius, quod est magis subtile: maior erit angulo refractionis, qui est ab illo eodè corpore grossiore ad corpus subtilius, quod est minus subtile. Hæc ergo sunt omnia, quæ pertinent ad qualitatem refractionis lucis à corporibus diaphanis.

QVOD QVICQVID COMPREHENDITVR VLTRA CORPORA diaphana, quæ differunt in diaphanitate à corpore, in quo est uisus, cum fuerit obliquum à lineis perpendicularibus super superficiem eorum, comprehenditur secundum refractionem. Cap. III.

13. Visibile medio diuerso perpendicularare, recte obliquum refractè uidetur. 3 p 10.

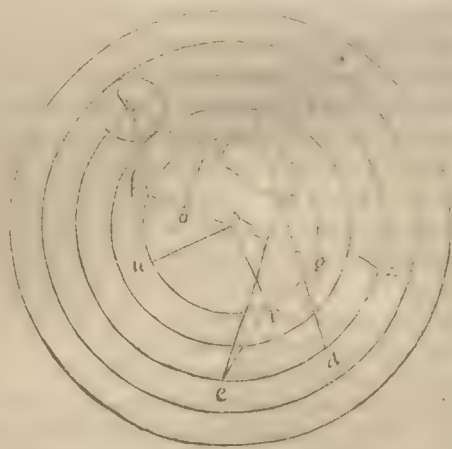
IN prædicto autem capitulo patuit, quod lux transit de uitro ad aerem, & de aere ad uitrum, & de aere ad aquam. Et cum transit de uitro ad aerem & ad aquam: constat quod transibit de aqua ad aerem: aqua enim est subtilior uitro, cum fuerit clara: & cum transit de aere ad uitrum, transibit de aqua ad uitrum, cum aqua sit grossior aere. Præterea patuit, quod luces omnes accidentales & essentielles, fortes & debiles transeunt per hæc corpora diaphana. His ergo modis omne corpus lucidum quacumq; luce, mittit lucem suam in omne corpus diaphanum: & si occurrerit aliud corpus diaphanum: transibit in alio corpore aut refractè aut rectè. Et in primo libro [14. 18. 19 n.] declaratum est, quod à quolibet puncto cuiuslibet corporis lucidi oritur lux per quamcumq; lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto. Ex quibus patet, quod à quolibet puncto cuiuslibet corporis diaphani contingens aliquod corpus lucidum quacumq; luce, oritur lux per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto, & transit in corpore diaphano tangente illud punctum. Et si occurrerit aliud corpus diaphanum diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis tangentis illud, transibit etiam in ipsum aut refractè aut rectè, siue primum corpus sit subtilius secundo, siue secundum sit subtilius primo. Et etiã primo libro [14. 18. 19. 28 n.] declaratum est, quod ab omni corpore colorato lucido color oritur cum luce, qui est mixtus cum luce: & quod uisus cum comprehendit lucem, comprehendit formam coloris mixtam sibi. Ex quibus patet, quod corpora colorata, quæ sunt in aqua & ultra corpora diaphana, quæ differunt in diaphanitate à diaphanitate aeris, cum in eis fuerit lux essentialis, aut accidentalis fortis aut debilis: tunc lux, quæ est in eis, oritur à quolibet puncto cum forma coloris, qui est in illo puncto, & transit lux mixta cum colore in corpore aquæ, & in omni corpore diaphano contingente ipsum: & extenditur lux in corpore aquæ & in omni corpore diaphano cum forma coloris per lineas rectas, donec perueniat ad superficiem aquæ, aut illius corporis diaphani. Et cum fuerit aer aut aliud corpus diaphanum tangens aquam: tunc in illud corpus diaphanum transibit lux cum forma mixta sibi in aere aut in alio corpore diaphano per lineas rectas. Et hæc lineæ secundæ in maiore parte secabunt primas lineas, per quas extendebatur: & quædam earum erunt in rectitudine primarum linearum. Et omnia corpora, quæ sunt in aqua & ultra diaphana corpora, quæ differunt à diaphanitate aeris; cum fuerint in loco lucido, scilicet cum lux orta fuerit super aquam, in qua sunt: tunc lux perueniet ad ipsa. Manifestum est enim, quod omnis lux transit in omne corpus in aqua existens aut in alio corpore diaphano, cum super aquam illam aut corpus illud diaphanum ceciderit: & à quolibet puncto ipsius corporis orietur forma lucis, quæ est in ipso cum forma coloris, & extendetur in uniuerso illius aquæ aut illius corporis diaphani per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab ipso puncto, donec perueniat

niat lux cum forma coloris, qui est in illo puncto ad superficiem aquæ aut ad superficiem illius corporis diaphani. Sed non potest extrahi ab eodem puncto alicuius superficiem ad eandem superficiem linea perpendicularis nisi una [per 11 p 11.] Ergo à quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati existentis in corpore diaphano oritur forma lucis cum forma coloris in uniuerso corporis diaphani, in quo existit, secundum lineas rectas: & peruenit forma ad uniuersum oppositum de superficie corporis diaphani: & una illarum linearum erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani uel superficiem continuam cum superficie corporis diaphani, reliquæ autem lineæ erunt obliquæ super superficiem corporis diaphani. Sed in præcedente capitulo [3. 6. 8. 4. 7 n] declaratum est, quod lux, cum extenditur in corpore diaphano, & occurrerit alij corpori diaphano diuerso à diaphanitate primi corporis, & linea, per quam extensa est lux in primo corpore, fuerit perpendicularis super superficiem secundi corporis: tunc lux extendetur in rectitudine eius in secundo corpore: & si linea, per quam extenditur lux, fuerit obliqua super superficiem secundi corporis: tunc lux refringetur. Et cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis colorati, & lucidi existentis in corpore diaphano forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diaphano, & peruenit ad oppositam superficiem corporis diaphani. Et si fuerit aliud corpus oppositum contingens diaphanum, & fuerit alterius diaphanitatis: tunc forma, quæ peruenit ad superficiem illius corporis diaphani, transit in corpus ipsam contingens: & omnes erunt refractæ, præterquam forma, quæ est in perpendiculari: extenditur enim secundum rectitudinem in corpore contingente. Et si fortè perpendicularis ceciderit super punctum superficiem continuam cum superficie corporis, quod non est in ipso corpore diaphano: tunc illa forma delebitur, & tunc omnes formæ, quæ transeunt in corpus contingens, erunt refractæ. Ergo formæ omnium uisibilium, quæ sunt in aqua, & in cælo, & in omnibus corporibus diaphanis contingentibus aerem, quæ differunt à diaphanitate aeris, extenduntur in uniuerso aere opposito secundum lineas rectas: & illæ lineæ, quæ fuerint ex istis lineis declinata, per quas extenduntur formæ super superficiem aeris contingentis superficiem corporis diaphani, habebunt formas refractas: & quæ fuerint ex illis perpendiculares super superficiem aeris, contingentis superficiem corporis diaphani, habebunt formas extensas secundum rectitudinem ipsarum. Et cum iam declaratum sit, quod à quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati & lucidi extenditur forma lucis, & coloris in uniuerso corpore diaphano, & peruenit ad superficiem eius, & refringitur à superficie eius: ergo forma, quæ extenditur ab uno puncto ad superficiem corporis diaphani, erit continua & coniuncta. Et cum forma fuerit continua, & superficies corporis diaphani fuerit continua coniuncta, & forma fuerit refracta in alio corpore diaphano: tunc refringetur continua. Et cum forma refracta fuerit continua: & occurrerit corpus densum: tunc forma perueniet ad illud corpus diaphanum: & sic locus corporis diaphani, per quem extenditur forma puncti, quod est in primo corpore, quæ refringitur à superficie primi corporis, ad illum locum, cum fuerit lucidus coloratus, mittet formam lucis & coloris à quolibet puncto ipsius per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto. Accidit ergo ex hoc, quod sint lineæ refractæ ad illum locum ex lineis, per quas extenditur forma illius loci: & iam extendebatur forma cuiuslibet puncti illius loci per unam illarum linearum refractarum. Forma ergo illius loci ex corpore denso colorato lucido erit in loco ex superficie corporis diaphani, apud quem refringitur forma unius puncti extensi ad illum locum superficiem corporis diaphani, quæ refringitur ad eundem locum corporis densi. Ex quo sequitur, quod forma loci corporis densi, quæ extenditur ad illum locum corporis diaphani, refringitur ad easdem lineas extensas ab uno puncto ad illum locum corporis diaphani. Et cum forma loci corporis diaphani fuerit refracta super illas easdem lineas: tunc perueniet ad illud idem punctum. Ex quo declaratur, quod si imaginatus fuerit aliquis pyramidem extensam à quolibet puncto aeris secundum lineas rectas, & pyramis fuerit coniuncta continua, & peruenerit illa pyramis ad superficiem corporis diaphani diuersæ diaphanitatis ab aere, & imaginatus fuerit omnem lineam rectam, quæ possit extendi ex illa pyramide, refringi apud superficiem corporis diaphani in loco, quem exigit eius declinatio: & si aliqua fuerit perpendicularis, extendetur rectè: tunc efficitur & hoc corpus continuum refractum in corpore diaphano, quod differt à diaphanitate aeris. Et cum hoc corpus refractum peruenerit ad corpus densum: tunc illud corpus densum, si fuerit coloratum & lucidum, mittet formam lucis & coloris, quæ sunt in ipso, in hoc corpore refracto imaginato per quamlibet lineam rectam, quæ poterit extendi in hoc corpore refracto à linea extensa in corpore pyramidis à puncto, quod est in aere. Nam omne corpus coloratum lucidum propriè mittit formam suam à quolibet puncto ipsius per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab illo puncto. Erit ergo forma puncti illius loci corporis densi extensa per quamlibet linearum refractarum ad illum locum corporis densi. Perueniet ergo illius forma à corpore denso, colorato, lucido ad locum superficiem corporis diaphani, in quem refringuntur illæ lineæ. Et cum peruenerit forma ad illum locum superficiem corporis diaphani, necessariò refringetur per easdem lineas extensas ad illum locum ab uno puncto, quod est in aere: forma autem, quæ est forma loci colorati corporis densi, quod est in corpore diaphano, quod differt à diaphanitate aeris (Se est super lineam, quæ est de numero illarum linearum, per quas extenditur forma ad centrum uisus) forma, dico, quæ extenditur per illam lineam: peruenit ad centrum uisus rectè. Formæ autem, quæ extenduntur per omnes alias lineas, quæ constituunt pyramidem extensam à centro uisus, erunt refractæ, non directæ. Et in primo tractatu [14. 17. 28 n] declaratum est, quod aer recipit

cipit formam uisibilem, & reddit eam omni corpori opposito: & quod aer deferens formam cum tetigerit uisum: transibit forma, quæ est in ipso, in corpus uisus: & sic uisus comprehendit uisibilia, quæ aer reddit uisui. Ex omnibus ergo istis patet, quod forma omnis corporis colorati, lucidi, existens in corpore diaphano diuersæ diaphanitatis à diaphanitate aeris, extenditur in corpore diaphano, in quo existit, & refringitur in aere, & extenditur in aere secundum lineas rectas: & quod quædam linearum rectarum, per quas forma refringitur in aere, coniunguntur apud idem punctum aeris. Et cum centrum uisus fuerit apud illud punctum: tunc uisus comprehendit illud uisum secundum refractionem: & si aliquid ipsius comprehenditur rectè: non erit nisi unum punctum tantum. Hoc ergo modo comprehendit uisus res, quæ sunt in aqua, & in cœlo, & omnia uisibilia, quæ sunt ultra corpora diaphana, quæ differunt à diaphanitate aeris.

14. *Imago refracti uisibilis à medio quidem densiore, inclinatur ad perpendicularem à refractionis puncto excitatam: à rariore uero ab eadem declinat. 4 p 10.*

Quod autem hoc uerum sit, sic poterit experimentari. Accipiat ergo experimentator prædictum instrumentum, & ponat in uase, & ponat uas in loco lucido quacunque luce, ita ut lux perueniat ad interioris uasis, & infundat in uas aquam, quousque perueniat ad centrum laminæ: deinde dimiuat foramina cum cera, ita ut non remaneat de foraminibus, nisi modicum in medio eorum, & mittat in duobus foraminibus unum calamum, ita ut spatium, quod est inter duo foramina, sit determinatum: deinde moueat instrumentum, donec diameter laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Deinde accipiat stilum subtilem album, & mittat eum in uas, & eius extremitatem ponat in puncto medij circuli, quod est differentia communis circumferentiæ medij circuli & lineæ perpendiculari in ora instrumenti, quod est extremitas diametri circuli, quæ transit per centra duorum foraminum. Deinde ponat experimentator alterum uisum super superius foramen, & claudat reliquum, & intueatur oram instrumenti, quæ est intra aquam: tunc enim uidebit extremitatem stili. Declarabitur ergo ex hac experimentatione, quod comprehensio eius ad extremitatem stili est secundum rectitudinem perpendicularis, egredientis ab extremitate stili super superficiem aquæ. Nam linea, quæ transit per centra duorum foraminum, in qua est centrum uisus, & extremitas stili, ex cuius uerticatione comprehendit uisus extremitatem stili, sunt perpendiculares super superficiem aquæ. In primo autem libro [18. 19 n] patuit, quod uisus nihil comprehendit, nisi secundum rectitudinem linearum, quæ extenduntur per centrum uisus. Uisus ergo comprehendit extremitatem stili à uerticatione lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum. Et hæc linea extenditur ad extremitatem stili rectè: & est perpendicularis super superficiem aquæ. Deinde oportet experimentatorem declinare instrumentum, donec linea, quæ transit per centra duorum foraminum, sit obliqua super superficiem aquæ, & mittat stilum in aquam, & ponat extremitatem eius super primum punctum, scilicet super extremitatem diametri circuli medij, quæ transit per centra duorum foraminum, & ponat uisum suum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti, quæ est intra aquam: tunc enim non uidebit extremitatem stili: deinde moueat stilum ad partem contrariam illi, in qua est uisus: & moueat extremitatem stili per circumferentiam circuli medij suauiter, & molliter, & intueatur oram instrumenti: tunc enim uidebit extremitatem stili: tunc figat extremitatem stili in suo loco. Deinde præcipiat alij, ut mittat in uas lignum aliquod uel acum perpendicularem, neque grossam, neque gracilem, & ponat illam apud superficiem aquæ in oppositione secundi foraminis, ut sit apud centrum circuli medij, & intueatur experimentator interioris uasis: tunc non uidebit extremitatem stili: deinde præcipiat auferre lignum: & tunc uidebit extremitatem stili: deinde figat extremitatem stili in suo loco, & leuet uisum suum à foramine, & auferat instrumentum suum à uase, existente extremitate stili in suo loco, & intueatur locum, in quo est extremitas stili: tunc enim uidebit inter ipsum & diametrum circuli medij distantiam sensibilem. Et si miserit regulam subtilem in aquam in hora experimentationis, & acumen eius fecerit transire per centrum laminæ, & signauerit locum circuli medij, qui est apud extremitatem regulæ, signo, & abstulerit instrumentum, & asperit locum extremitatis stili: uidebit locum extremitatis stili etiam medium inter locum extremitatis regulæ & diametrum circuli medij. Deinde oportet eum auferre instrumentum, & infundere aquam in uas, & applicare uitrum laminæ, & ponere superficiem uitri æqualem ex parte foraminum, & ponere differentiam communem, quæ est in ipso, super lineam secantem diametrum laminæ perpendiculariter. Sic ergo linea, quæ transit per centra duorum foraminum, erit perpendicularis super superficiem uitri æqualem & super superficiem eius conuexam. Deinde ponat experimentator instrumentum in aqua, & mittat stilum in uas, & ponat extremitatem



tem stili super extremitatem diametri circuli medij, & ponat uisum suum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti: tunc uidebit extremitatem stili. Et si mouerit extremitatem stili, & extraxerit illam à puncto, quod est extremitas diametri medij circuli, non uidebit extremitatem stili. Ex quo patet, quod extremitatem stili comprehendit rectè. Nam duo centra foraminum, & extremitas diametri circuli medij sunt in eadem linea recta: & experimentator non comprehendit extremitatem stili in hoc situ, cum extremitas stili non fuerit super extremitatem diametri. Et si euulserit uitrum, & posuerit ipsum è contrario, scilicet ut ponat conuexum uitri ex parte duorum foraminum, & differentiam eius communem super primum locum, & expertus fuerit extremitatem stili: etiam uidebit illam, cum fuerit in extremitate diametri circuli medij: ideo in hoc situ etiam linea, quæ transit per centra duorum foraminum, ex cuius uerticatione comprehendit uisus extremitatem stili: erit perpendicularis super superficiem uitri æqualem, & superficiem eius conuexam. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & extrahere à centro laminæ lineam rectam in superficie laminæ, quæ contineat cum diametro laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti, angulum obtusum: & extrahat illam, donec perueniat ad oram instrumenti: deinde extrahat à centro laminæ lineam in superficie laminæ, quæ contineat cum prima linea angulum rectum: & protrahat illam in utramque partem: tunc hæc linea continebit cum diametro laminæ angulum acutum: & diameter laminæ erit obliqua super hanc lineam. Deinde superponat uitrum laminæ, & ponat differentiam eius communem super lineam, quam ultimò signauit in superficie laminæ, & ponat superficiem uitri æqualem ex parte duorum foraminum, & ponat medium differentiæ communis super centrum laminæ. Sic ergo erit centrum uitri super centrum circuli medij, ut prius declaratum est: & linea, quæ transit per centra duorum foraminum, transibit per centrum uitri. Et hæc linea erit obliqua super superficiem uitri æqualem: nam diameter laminæ illi æquidistans, est obliqua super differentiam communem, quæ est in uitro. Et hæc linea erit perpendicularis super superficiem uitri conuexam, [ut ostensum est 25 n 4] quia transit per centrum eius. Deinde extrahat experimentator ab extremitate lineæ, quam primò signauit in lamina, lineam perpendicularem in ora instrumenti: & ducat illam ad circumferentiam circuli medij: & sint hæc lineæ nigra. Erit ergo linea cum ab illo puncto extracta fuerit ad centrum circuli medij, quod est centrum uitri, perpendicularis super superficiem uitri æqualem, & super superficiem uitri sphericam. Super superficiem autem uitri æqualem est perpendicularis, [per 8 p 11] quia est æquidistans primæ lineæ signatæ in lamina super differentiam communem, quæ est in uitro: super sphericam uerò [per 25 n 4] quia transit per centrum eius. Punctum ergo, ad quod peruenit linea extracta in ora instrumenti, quod est super circumferentiam circuli medij, est casus, in quem cadit perpendicularis, exiens à centro uitri super superficiem uitri planam. Deinde oportet experimentatorem ponere instrumentum in uas, & ponere extremitatem stili in puncto, quod est extremitas diametri circuli medij, & ponat experimentator suum uisum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti: tunc non uidebit extremitatem stili: deinde moueat stilum ad partem contrariam illi, in qua est casus perpendicularis: & tunc etiam non uidebit extremitatem stili: deinde moueat stilum ad partem illam, in qua est casus perpendicularis, & per circumferentiam circuli medij: tunc enim, si motus fuerit suauis, uidebit extremitatem stili in suo loco, in quo apparuit. Deinde præcipiat alicui cooperire centrum uitri tenui & subtili ligno: & tunc non uidebit extremitatem stili: & si abtulerit coopertorium, uidebit ipsum. Ex hac ergo experimentatione patet, quod cum uisus comprehendit extremitatem stili, est secundum refractionem: & quod refractionis est à centro uitri: & quod forma refracta est in superficie circuli medij, quæ est perpendicularis super superficiem uitri æqualem, apud quam sit refractionis ad perpendicularem, ut prius declaratum est [5 n.] Et si experimentator aspexerit locum extremitatis stili: inueniet ipsum inter casum perpendicularis & extremitatem diametri circuli medij, quæ transit per centra duorum foraminum. Linea ergo, quæ exit ab extremitate stili ad centrum uitri, cum extensa fuerit rectè in aere: perpendicularis exiens à centro uitri super superficiem uitri æqualem, erit media inter perpendicularem & lineam, quæ transit per centra duorum foraminum. Et forma extremitatis stili, quæ extensa est ab extremitate stili ad centrum uitri, extensa est super hanc lineam, & extensa est in rectitudine eius ad centrum uitri. Hæc enim linea est perpendicularis super superficiem uitri sphericam, quæ est ex parte extremitatis. Deinde cum hæc forma fuerit refracta super lineam, quæ transit per centra duorum foraminum: lineæ radiales, quæ exeunt in hoc situ à uisu, non perueniunt ad uitrum, præter lineam, quæ transit per centra duorum foraminum: calamus enim, qui extenditur inter duo foramina, secat omnem in eam à uisu exeuntem ad uitrum, præterquam lineam, quæ transit per centra duorum foraminum. Uisus autem non comprehendit formas, nisi ex uerticationibus harum linearum tantum: ergo formæ non extenduntur nisi rectè: ergo uisus non comprehendit hanc formam, nisi ex uerticatione huius lineæ perpendicularis. Ergo quæ extenditur rectè in aere, est perpendicularis super superficiem aeris contingentis superficiem uitri æqualem. Ergo hæc refractionis erit ad partem contrariam parti perpendicularis, exeuntis à loco refractionis super superficiem aeris. Nam linea, quæ transit per centra duorum foraminum, magis distat à perpendiculari, quæ extenditur in aere, quam linea, quæ exit ab extremitate stili ad centrum uitri, quæ extenditur in aere. Et hæc forma exit à uitro, & refringitur in aere: & aer est subtilior uitro. Et hoc modo fiet refractionis formæ de aqua ad aerem. Uisus enim comprehendit

hendit extremitatem stili in aqua ab isto loco, scilicet quia comprehendit extremitatem stili, quando fuit inter casum perpendicularis & extremitatem diametri circuli medij, quæ transit per centra duorum foraminum. Et illa forma etiam exiit ab aqua, & refracta est in aere: & aer est subtilior aqua. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere ipsum supra laminam differentiam eius communem super lineam æqualem in superficie laminæ, in qua posuerat illam in prædicto situ, & ponat medium differentiæ communis super centrum laminæ: & sic linea, quæ transit per centra duorum foraminum, erit obliqua super superficiem uitri æqualem, & perpendicularis super superficiem eius conuexam: & applicet uitrum in hoc situ, & ponat instrumentum in uas, & ponat extremitatem stili super extremitatem diametri circuli medij, ut prius fecerat, & ponat uisum suum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti: non enim uidebit tunc extremitatem stili: deinde moueat stili ad partem casus perpendicularis: & tunc non uidebit extremitatem stili: deinde moueat eundem ad partem contrariam illi, in qua est casus perpendicularis per circumferentiam medij circuli, & suauiter: tunc enim uidebit extremitatem stili. Sic ergo linea recta, quæ exit ab extremitate stili ad centrum uitri, cum fuerit extensa recte in corpore uitri, & extensa fuerit cum ipsa perpendicularis exiens à centro uitri: erit linea, quæ transit per centra duorum foraminum, media inter duas lineas. Et forma extremitatis stili, quæ extenditur super hanc lineam, cum fuerit extensa ad centrum uitri: refringetur super lineam, quæ transit per centra duorum foraminum. Erit ergo refractione ista ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiem uitri. Et hæc forma exit ab aere, & refringitur in uitro: & uitrum est grossius aere. Ex omnibus ergo istis experimentationibus patet, quod uisus comprehendit uisibilia, quæ sunt in aqua, & ultra corpora diaphana, quæ differunt à diaphanitate aeris, secundum refractionem, præterquam illa, quæ sunt super lineas perpendiculares super superficiem corporis diaphani, in quo existit: & quod refractione formarum ipsorum est in superficiebus perpendiculis super superficies corporum diaphanorum. Omne enim quod experimentatum est per prædictum instrumentum, inuenitur refringi in superficie medij circuli, de quo patuit, [5n] quod est perpendicularis super superficies corporum diaphanorum, & super superficies corporum contingentium superficies eorum. Ex hac ergo experimentatione declarabitur etiam, quod forma, quæ comprehenduntur à uisu secundum refractionem, quæ exeunt à grossiore corpore diaphano ad subtilius, refringuntur ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani: & quæ exeunt à subtiliore ad grossius, refringuntur ad partem, in qua est perpendicularis prædicta.

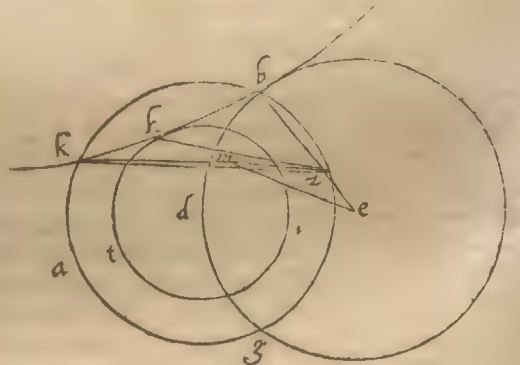
15. *Stella uidetur refractè. 49 p 10.*

STellæ autem comprehenduntur etiam secundum refractionem: nam corpus cæli est subtilius corpore aeris, id est maioris diaphanitatis. Hoc autem potest experimentari experimentatione, quæ ostendet, quod stellæ comprehenduntur secundum refractionem: ex quo patebit etiam, quod corpus cæli est magis diaphanum corpore aeris. Et cum quis hoc uoluerit experiri, accipiat instrumentum de armillis, & ponat illud in loco eminente, in quo poterit apparere horizon orientalis, & ponat instrumentum armillarum suo modo proprio: scilicet ut ponat armillam, quæ est in loco circuli meridionalis, in superficie circuli meridiei, & polus eius sit exaltatus à terra secundum altitudinem poli mundi supra horizontem loci, in quo ponitur instrumentum: & in nocte obseruet aliquam stellarum fixarum magnarum, quæ transit per uerticem capitis illius loci, aut prope, & obseruet illam ab ortu suo in oriente: stella autem orta, reuoluat armillam, quæ reuoluitur in circuitu poli æquinoctialis, donec fiat æquidistans stellæ, & certificetur locus stellæ ex armilla: & sic habebit longitudinem stellæ à polo mundi. Deinde obseruet stellam, quousque peruenierit ad circulum meridiei, & reuoluat armillam, quam prius mouerat, donec fiat æquidistans stellæ: & sic habebit longitudinem stellæ à polo mundi, cum stella fuerit in uertice capitis. Hoc autem factis, inueniet remotionem stellæ à polo mundi in ascensione, minorem remotione eius à polo mundi in hora existentis eius in uertice capitis. Ex quo patet, quod uisus comprehendit stellam refractè, non rectè: Stella enim fixa semper mouetur per eundem circulum de circulis æquidistantibus æquatori, & nunquam exit ab ipso, ita ut appareat, nisi in longissimo tempore. Et si stella comprehenderetur rectè: tunc lineæ radiales extenderentur à uisu rectè ad stellam, & extenderentur formæ stellarum per lineas radiales rectè, quousque peruenirent ad uisum. Et si forma extenderetur à stella rectè ad uisum: tunc uisus comprehenderet eam in suo loco: & sic inueniret distantiam stellæ fixæ à polo mundi in eadem nocte eandem: Sed distantia stellæ mutatur eadem nocte à polo mundi: ergo uisus non rectè comprehendit stellam. In cælo autem non est corpus densum tersum, nec in aere, à quo possint formæ reflecti. Et cum uisus non comprehendat stellam rectè, nec secundum reflexionem: ergo secundum refractionem, cum his solis tribus modis comprehendantur res à uisu [per 1 n 4. 1 n.] Ex diuersitate ergo distantis eiusdem stellæ in eadem nocte à polo mundi, patet procul dubio, quod uisus comprehendat stellam refractè: Ergo corpus, in quo sunt stellæ fixæ, differt in diaphanitate ab aere. Præterea potest experimentari diaphanitas corporis cæli per experimentationem lunæ. Nam cum æquaueris locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & post in nocte nota, & in loco noto uerificaueris locum eius à polo mundi, deinde

deinde posueris instrumentum horarum in illa nocte ante ortum lunæ, & sciueris altitudinem lunæ, & obseruaueris lunam usq; ad ortum eius, & perueniat tempus in instrumento ad minutum idem eiusdem horæ, quod habet luna, & obseruaueris altitudinem lunæ, quam habet in illa hora à uertice capitis, & obseruaueris, ut instrumentum eleuationis sit diuisam per minuta, & per minora minutis, si possibile est: tunc inuenies distantiam lunæ à uertice capitis in illa hora per instrumentum, minorem spatio remotionis à uertice capitis in illa hora per computationem. Ergo lux lunæ non extenditur per duo foramina instrumenti, per quæ sumpta est eleuatio rectè: tunc enim distantia eius à uertice capitis esset eadem cum illa, quæ est inuenta per computationem. Sed distantia inuenta per computationem, differt à distantia per instrumentum. Ergo lux lunæ non extenditur à cælo ad aerem per lineas rectas: ergo secundum refractionem. Ex his ergo experimentationibus patet, quòd uisus comprehendit omnes stellas, quæ sunt in cælo refractè. Ergo uniuersum cælum differt à diaphanitate aeris. Restat ergo declarare, quòd corpus cæli differt in subtilitate ab aere: & hoc declarabitur per experimentationem prædictam.

16. Cælum rariius est aere & igne. 50 p 10.

Sit ergo circulus meridiei in loco experimentationis circulus a b g: & zenith capitis b: & polus mundi d: & centrum mundi e: & continuemus b cum e: & sit locus uisus z: & circulus æquidistantis æquinoctiali (cuius distantia à poli mundi est illa, in qua inuenitur stella in hora certificationis distantie primæ) circulus h t: & sit locus stellæ in illa hora h: & sit circulus æquidistantis æquinoctiali (cuius distantia à polo est illa, in qua inuenitur stella in secunda hora) circulus k b: iste ergo circulus erit ille, in quo requiescet stella secundum uerticationem. Nam cum stella fuerit in uertice capitis, aut ualde prope: tunc uisus comprehendet illam rectè: [per 13 n] quia linea recta, quæ transit per uisum & per uerticem capitis, est perpendicularis super concuum sphaeræ cæli & perpendicularis super conuexum aeris: & cum sit perpendicularis super utrumq; corpus: ergo uisus comprehendit stellam, quæ est super lineam hanc rectè, siue hæc duo corpora cæli & aeris fuerint diuersæ diaphanitatis, siue consimilis. Cum ergo stella fuerit in uertice capitis, aut prope: uisus comprehendit illam in suo uero circulo æquidistante æquinoctiali, super quæ mouebatur ab initio noctis, quo usq; peruenit ad circulum meridiei. Circulus ergo k b g est ille, in quo erat stella in experimentatione prima: & sit circulus uerticationis, qui tranlit per stellam in hora experimentationis primæ circulus b h k: & secet ille circulus circulum k b g in puncto k, & circulum h t in puncto h. Et quia distantia stellæ à polo mundi fuit in prima experimentatione minor, quàm in secunda: erit circulus h t propinquior polo, circulo k b g: ergo punctum h est propinquius zenith capitis, quàm punctum k: & continuemus duas lineas h z, k z. Quia ergo stella comprehenditur à uisu in hora experimentationis primæ in puncto h: & tunc erat in superficie circuli b h k uerticis: & stella erat in illa hora in circumferentia k b g: ergo stella erat in illa hora in puncto k: & comprehenditur à uisu in puncto h, & per rectitudinem lineæ h z: uisus enim nihil comprehendit, nisi per uerticationes linearum radialium, per quas forma perueniunt ad uisum. Uisus ergo comprehendit stellam in puncto h: quia forma peruenit ad illud in rectitudine lineæ h z. Et cum uisus cõprehendat illam in rectitudine h z: & linea recta, quæ est inter stellam & uisum, sit lineæ k z: manifestum est ergo, quòd uisus non comprehendit stellam, quæ est in puncto k rectè: ergo refractè. Sit ergo locus refractionis m: & continuemus k m: & protrahamus ab m rectam usq; ad z. Forma ergo stellæ, quæ peruenit ad z, ex qua uisus comprehendit stellam: extenditur à stella per lineam k m, & refringitur per lineam m z: & non refringuntur formæ, nisi cum occurrat corpus diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis, in quo exiit. Ergo corpus, in quo est stella, scilicet cælum, est diaphanum differens in diaphanitate ab aere. Et quia locus refractionis est apud superficiem, quæ transit in duo corpora, quæ differunt in diaphanitate: punctum ergo m est punctum in concuitate cæli. Et continuemus lineam inter e, m: & sit diameter sphaeræ cæli: erit ergo linea e m perpendicularis super superficiem cæli concuam contingentem aerem, & super superficiem aeris conuexam: [ut demonstratum est 25 n 4.] Et cum forma stellæ, quæ est in puncto k, extendatur per lineam m k, & refringatur in aere per lineam m z: patet, quòd hæc refractione est ad lineam, in qua est perpendicularis e m, quæ transit per punctum refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem aeris. Et cum refractione in aere sit ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis: ergo corpus aeris est grossius corpore cæli. Patet ergo, quòd hoc, quòd inuenimus per experimentationem stellarum, significat demonstratiuè, quòd uisus nõ comprehendit stellas, nisi refractè: & quòd corpus aeris est grossius corpore cæli: & quòd corpus cæli est subtilius corpore aeris. Ex his ergo omnibus patet, quòd omnia, quæ cõprehenduntur à uisu ultra corpora diaphana, quorum diaphanitas differt à diaphanitate aeris (si uisus fuerit obliquus à perpendicularibus egredientibus ex ipsis super superficiem diaphanorum corporum, in quibus consistunt) comprehenduntur refractè.



17. *Imago (quæ est forma refracti uisibilis à medio diuerso) extra uisibilis locum uidetur. in defn. 11 p 10.*

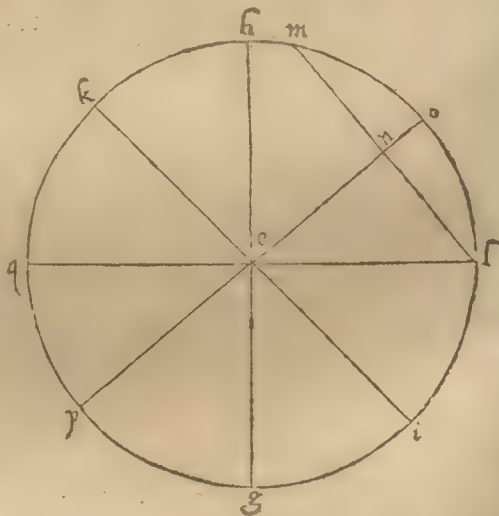
IMago est forma rei uisibilis, quam uisus comprehendit ultra diaphanum corpus, quod differt in sua diaphanitate à diaphanitate aeris, cum uisus fuerit obliquus à perpendicularibus exeuntibus ab illo uisibili ad superficiem illius corporis diaphani. Nam forma, quam comprehendit uisus in corpore diaphano de re uisa, quæ est ultra ipsum corpus, non est ipsa res uisa: quoniam uisus tunc non comprehendit rem uisam in suo loco, neque in sua forma, sed in alio loco & in alio modo, scilicet refractè: & cum hoc comprehendit illam rem in sua oppositione: hæc autem forma dicitur imago. Hoc autem comprehenditur ratione & experientia. Ratione, quoniam ex prædicto capitulo patet, quòd uisum, quod est in diaphano corpore diuersè diaphanitatis ab aere, comprehenditur à uisu refractè, cum uisus fuerit decliuus à perpendicularibus, exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diaphani. Et cum uisus comprehendit huiusmodi uisum refractè, nec est in oppositione eius, non comprehendit ipsum rectè, nec lentit se comprehendere ipsum refractè: patet, quòd comprehendit ipsum extra suum locum. Per experientiam uerò sic potest cognosci. Nam si aliquis acceperit uas habens oras erectas perpendiculares, in cuius medio posuerit aliquod uisum manifestum, ut obolum aut denarium, & steterit à longè, quousque uiderit rem uisam in profundo uasis: deinde elongauerit se à re uisa, quousque non uideat rem paulatim: tunc in initio occultationis stet in suo loco, & præcipiat alteri infundere aquam in uas ipso existente in suo loco, nec moueat uisum, nec mutet situm: tunc enim cum aspexerit aquam, quæ est in uase: uidebit rem uisam, postquam non uiderat eam, & uidebit eam in eius oppositione. Ex quo patet, quòd forma, quam uidet in aqua, nõ est in loco uisi. Nam si forma esset in loco uisi: tunc uisus comprehenderet rem uisam non existente aqua in uase: uisus enim in secundo statu comprehendit rem uisam in sua oppositione, ipsa non existente in sua oppositione. Hoc ergo modo declarabitur utroque modo, ratione uidelicet & experientia, quòd imago rei uisæ, quã uisus comprehendit refractè, non est in loco rei uisæ.

18. *Imago uidetur in concursu linearum refractionis, & perpendicularis incidentiæ. 15 p 10.*

DEinde dico, quòd imago cuiuslibet puncti, quod uisus comprehendit refractè, est in puncto, quod est differentia communis linearum, per quam forma peruenit ad uisum, & perpendiculari, exeunti ab illo puncto uiso super superficiem diaphani corporis. Hoc autem declarabitur per experientiam hoc modo. Accipiat aliquis circulum ligneum, cuius diameter non sit minor uno cubito, altitudo duorum uel trium digitorum, & adæquet superficies eius quantumcunque poterit: & inueniat centrum eius, & extrahat in ipso diametros sese interfecantes quomodocunque uoluerit, & signentur ferro, ut appareant, & impleat lineas illas corpore albo, ut cerusa mixta lacte: & punctum centri sit nigrum. Hoc autem perfectò, accipiat uas amplum, ut peluim habens oras eleuatas, & ponat uas in loco luminoso, & infundat in uas aquam claram, & sit altitudo aquæ minor diametro circuli, & maior semidiametro eius, & mensuretur hoc ipso circulo, quousque aqua transeat centrum circuli aliquot digitis, duabus scilicet diametris aut pluribus signatis in ipso uase, scilicet, ut sit aqua cooperiens aliquam partem utriusque diametri, & remaneat altera pars extra aquam, & expectet, donec aqua quiescat in uase, & tunc mittat circulum ligneum in uas, & erigat circulum super oram ipsius, & ponat superficiem ipsius, in qua sunt lineæ signatæ, ex parte uisus: deinde moueat circulum, donec aliqua suarum diametrorum sit perpendicularis super superficiem aquæ: deinde dimittat uisum suum, & erigat uas, quousque uisus simul appropinquet æquidistantiæ superfici ei aquæ, & extra oram uasis, & supra superficiem aquæ in tantum, ut possit uidere centrum circuli: experientia enim secundum hunc modum erit manifestior. Hoc ergo factò, intueatur centrũ circuli & diametrum circuli perpendicularem super superficiem aquæ: tunc enim inueniet centrum circuli in rectitudine diametri perpendicularis. Deinde intueatur diametrum circuli decliuem, cuius pars emittet supra aquam: tunc enim inueniet ipsam incuruatam: cuius incuruatio erit apud superficiem aquæ: & illa pars, quæ est intra aquam, continet cum illa, quæ est extra aquam, angulum obtusum: & inueniet angulum ex parte diametri perpendicularis: & inueniet illud, quod est intra aquam, rectum & continuum. Ex quo patet, quòd forma puncti, quod est centrum circuli, scilicet forma, quam uisus comprehendit, non est apud centrum circuli. Nam si esset apud centrum circuli: tunc esset in rectitudine diametri decliuis: nam in rei ueritate talem habet situm. Cum ergo uisus comprehendit hoc punctum extra rectitudinem diametri decliuis, & anguli, quem continent partes diametri decliuis, sequuntur diametrum perpendicularem: tunc punctum, quod est forma centri, est eleuatum à centro. Et quia uisus comprehendit hoc punctum in rectitudine diametri, perpendicularis super superficiem aquæ: erit hoc punctum, quod est forma puncti, quod est forma centri, eleuatum à centro: & cum hoc, est in rectitudine perpendicularis, exeuntis à centro super superficiem aquæ. Et declarabitur ex incuruatione diametri decliuis apud superficiem aquæ, & rectitudine eius, quod est intra aquam ex diametro, & continuatione eius: quòd omne punctum partis, quæ est intra aquam ex diametro decliuo, est eleuatum à suo loco. Deinde oportet experimētatorem reuoluere circulum ligneum, quousque diameter decliuus fiat perpendicularis super superficiem

y aquæ, &

aquæ, & diameter, quæ erat perpendicularis, fiat decliuis: deinde dimittat uisum suum, & intueatur centrum: & tunc inueniet formam centri in rectitudine diametri, quæ nunc est perpendicularis super superficiem aquæ, extra cuius rectitudinem erat forma centri, quando erat decliuis: & inueniet formam extra rectitudinem diametri, quæ est nunc decliuis, quæ prius erat perpendicularis super superficiem aquæ: & inueniet diametrum decliuem incuruatam apud superficiem aquæ: & angulus incuruationis erit ex parte diametri decliuis. Et si fuerint in circulo plures diametri, & reuoluerit experimentator circulum, quousque unaquæque earum fuerit perpendicularis super superficiem aquæ successiuè, & fuerit diameter, quæ sequitur illam diametrum, decliuis, & aliqua pars eius fuerit extra aquam: tunc inueniet formam puncti, quod est centrum circuli, semper in rectitudine diametri perpendicularis, & eleuatam à rectitudine diametri decliuis, & semper inueniet illud, quod est intra aquam, rectum. Ex omnibus ergo istis patet, quod forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in corpore diaphano grossiore corpore aeris: comprehenditur extra suum locum & eleuatam à suo loco, & in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo puncto super superficiem corporis diaphani: cum linea, quæ continuat centrum uisus cum illo puncto, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: omne autem punctum comprehenditur à uisu in eius oppositione, & in rectitudine lineæ rectæ, per quam extenditur forma ad uisum, [per 19. 21. 38 n. 1. 13 n.] Puncta ergo, quæ comprehendit uisus refractè, comprehenduntur in eius oppositione, & in rectitudine lineæ rectæ, per quam forma peruenit ad uisum. Hoc autem declarabitur per experimentationem comprehensionis rerum uisibilium secundum refractionem per illud instrumentum prædictum. Nam si experimentator clauerit secundum foramen, quod est in instrumento: tunc non comprehendet rem uisam, quam comprehendebat secundum refractionem: & cum clauerit secundum foramen, nihil aliud facit, nisi secare lineam rectam imaginabilem, quæ exit à centro uisus ad locum refractionis. Ex quo patet, quod forma, quæ extenditur à uisu in corpore diaphano, in quo res uisa est, & refringitur in corpore diaphano, in quo est uisus: extenditur per lineam rectam, quæ exit à centro uisus ad locum refractionis: & quod omne punctum, quod comprehenditur à uisu in corpore diaphano magis grosso, quàm sit corpus aeris (si centrum uisus fuerit extra perpendicularem, exeuntem ab illo puncto super corpus diaphanum) comprehenditur in puncto, quod est differentia communis lineæ, super quam peruenit forma ad uisum, & perpendiculari, exeunti à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Si autem experimentator uoluerit experiri imaginem rei uisæ, cuius forma refringitur à corpore subtiliore ad corpus grossius: accipiat frustum uitri, cuius superficies sint æquatæ & æquidistantes, habens in longitudine octo digitos, & in altitudine quatuor, & in spissitudine quatuor: & accipiat circulum ligneum prædictum, & signet in dorso eius chordam in longitudine decem digitorum, & diuidat illam in duo æqualia, & continuet locum diuisionis cum cetro circuli linea recta, quæ transeat in utramque partem: hæc ergo linea erit perpendicularis super lineam primam [per 3 p 3.] Deinde continuet alteram extremitatem chordæ cum centro circuli linea recta, quæ etiam transeat in utramque partem. Et hæc duæ diametri sint signatæ ferro, quarum alteram impleat corpore albo, & aliam alterius modi colore. Deinde ponat uitrum longum super dorsum instrumenti circuli lignei, & superponat alteram extremitatem longitudinis eius medietati chordæ: & distinguat de uitro tres digitos, ex quibus duo erunt ex parte diametri decliuis extra circulum, & remanebit de longitudine uitri unus digitus: qui erit ultra diametrum perpendicularem super chordam: & sit corpus uitri ex parte centri: & applicet uitrum secundum hunc situm circulo ligneo applicatione fixa. Sic ergo diameter perpendicularis super chordam, erit perpendicularis super extremitates uitri equidistantes, & altera diameter erit decliuis super has duas superficies. Deinde oportet, ut experimentator ponat oram circuli, in qua est extremitas uitri eminens ex parte sui uisus, & ponat alterum uisum in differentia communi circumferentiæ & extremitati uitri, quæ est extremitas diametri decliuis, & appropinquet uisum suum uitro, quantum poterit, ita, ut non possit per illum uidere ex superficie aliquid, præter extremitatem diametri decliuis: reliquus autem uisus sit in parte, in qua est uitrum & circulus: deinde cooperiat illud, quod opponitur alteri uisui ex superficie uitri cum bombace: quam applicet super aliquam partem uitri, ita ut comprehendat diametrum decliuem, quæ est ultima linea per unum uisum, qui contingit uitrum: & non uideat ultra hanc lineam, & uideat lineam albam perpendicularem utroque uisu. Ipso autem existente in hoc situ, intueatur centrum circuli, & inueniet illud in rectitudine lineæ albæ, quæ est perpendicularis super superficiem uitri: & intueatur diametrum decliuem, apud cuius extremitatem tenet uisum suum: & tunc uidebit eam incuruatam apud superficiem uitri, quæ est ex parte centri, & inueniet angulum incuruationis ex parte circumferentiæ: uisus autem com-



tem comprehendet partem huius diametri decliuis, quæ est sub vitro in rectitudine. Et quia uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis una pars est sub vitro, alia extra uitrum ex parte centri, altera extra uitrum ex parte extremitatis diametri: pars igitur, quæ sub vitro est, comprehenditur à uisu extra uitrum secundum refractionem: & pars, quæ est parte extremitatis diametri, comprehenditur à uisu extra uitrum: qui uisus est extra uitrum rectè & sine refractione: pars autem quæ est ex parte centri, comprehenditur ab utroque uisu secundum refractionem. Nam lineæ, quæ exeunt à centro uisus contingentis uitrum, & extenduntur in corpore uitri, quando perueniunt ad superficiem uitri, quæ est ex parte extremitatis centri, omnes erunt decliues super superficiem uitri. Pars ergo, quæ est ex parte centri ex diametro perpendicularis, comprehenditur à uisu contingente uitrum secundum refractionem. Lineæ uerò, quæ exeunt à reliquo uisu ad superiorem superficiem uitri, erunt decliues super superficiem uitri superiorem: & cum extenduntur super superficiem aliam uitri, quæ est ex parte centri, erunt etiã decliues: reliquus ergo uisus comprehendit partem diametri perpendicularis, quæ est ex parte centri, duabus refractionibus: partem autem, quæ est sub vitro, una sola refractione: & cum hoc toto, uisus comprehendit hanc diametrum rectam. Et si experimentator cooperuerit alterum uisum, & aspexerit per uisum, qui ex parte uitri: comprehendet perpendicularem rectam. Et si eleuauerit uisum suum à vitro, & intus fuerit diametrum perpendicularem ultra uitrum: comprehendet ipsam rectam, cum hoc, quòd comprehendit ipsam secundum refractionem. Causa autem huius est, quòd omne punctum diametri perpendicularis, quando comprehenditur à uisu secundum refractionem, comprehenditur non in suo loco, sed tamen comprehenditur in loco, qui est in rectitudine perpendicularis, quæ exit ab illo super superficiem uitri: & ista diameter est perpendicularis, quæ exit à quolibet puncto eius ad superficiem uitri: & nullum punctum comprehenditur refractè, nisi super ipsam. Cum ergo uisus comprehendit hanc diametrum rectam, & comprehendit formam centri in rectitudine huius diametri: forma centri, quam uisus comprehendit ultra uitrum, quando uisus tangit uitrum, est in rectitudine perpendicularis exeuntis à centro super superficiem uitri. Et cum cõprehenderit diametrum decliuem incuruatam: cõprehendet partem eius, quæ exit à centro, quæ est ex parte centri, non in suo loco: & punctum centri non comprehenditur à uisu, nisi præter suum locum. Et cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ: tunc punctum, quòd est forma centri, est sub centro. Ex quo patet, quòd imago cuiuslibet puncti comprehensi à uisu ultra corpus diaphanum, subtilius corpore diaphano, quòd est in parte uisus, est in rectitudine lineæ, quæ exit ab illo puncto, perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quòd est in parte uisus: & est remotior à superficie corporis diaphani, quòd est in parte uisus, quàm ipsum punctum. Et omne punctum comprehensum à uisu, est in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Et imago cuiuslibet puncti comprehensi à uisu ultra corpus diaphanum, subtilius corpore diaphano, quòd est ex parte uisus, est in differentia communi lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & perpendiculari, quæ exit ab illo puncto super superficiem corporis diaphani, quòd est ex parte uisus. Ex omnibus ergo istis declaratis in hoc capitulo patet, quòd imago cuiuslibet puncti uisi, comprehensi à uisu ultra corpus diaphanum diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis, quòd est in parte uisus (cum uisus fuerit decliuus à perpendicularibus exeuntibus ab illà re super superficiem corporis diaphani, quòd est in parte uisus) est in differentia communi lineæ, per quam forma illius puncti peruenit ad uisum, & perpendiculari, quæ exit ab illo puncto super superficiem corporis diaphani, quòd est in parte uisus: siue corpus diaphanum, quòd est in parte uisus, sit subtilius corpore diaphano, quòd est in parte rei uisæ: siue grossius. Quare autem uisus comprehendat rem uisam in loco imaginis, & quare imago sit in loco sectionis inter lineam, per quam forma peruenit ad uisum, & inter perpendicularem, quæ exit à puncto uiso ad superficiem corporis diaphani, postea dicetur.

19. *Imago uidetur tum in linea refractionis, tum in perpendiculari incidentiæ. 12.*

13. 18 p. 10.

Q uòd autem uisus comprehendat formam puncti uisi, quam comprehendit refractè, etiã in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, manifestum est: & causa eius declarata est in prædictis tractatibus: & est: quoniam uisus nihil comprehendit, nisi in rectitudine linearum radialium: non enim patitur, nisi in uerticationibus istarum linearum. Quare autem comprehendat formam per perpendiculares, exeuntes à re uisa super superficiem corporis diaphani: est: quia, ut in secundo libro declarauimus: quando lux extenditur in corpore diaphano, extenditur per motum uelocissimum: & in quarto capitulo huius tractatus [8n] declarauimus, quòd motus lucis in corpore diaphano super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super perpendicularem, exeuntem à puncto, in quo extenditur lux, super superficiem illius corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Forma autem, quæ extenditur à puncto uiso refractè ad locum refractionis (quæ est forma lucis existens in puncto uiso mixta cum forma coloris) semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diaphani. Hæc igitur forma extenditur ad locum refractionis motu composito ex motu super perpendicularem, quæ exit à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Est ergo

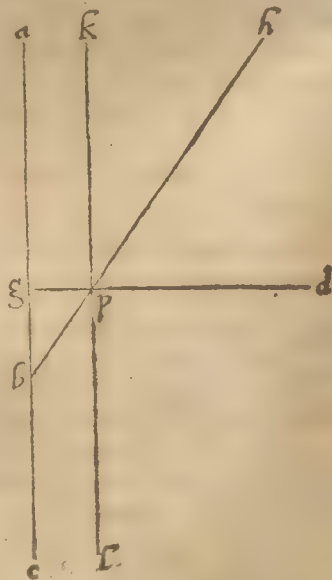
motus formæ, quæ mouetur, aut super perpendiculararem, quæ est super superficiem corporis diaphani, & deinde translata est ab hac perpendiculari alio motu: aut super perpendiculararem, quæ existit super primam perpendiculararem, & translata est post motum ipsius super primam perpendiculararem motu composito ex prædictis duobus motibus. Hoc autem punctum comprehenditur à visu in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma ergo existens in loco refractionis peruenit ad ipsum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendiculararem super superficiem corporis diaphani: deinde translata est ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma autem, quæ est super perpendiculararem existentem super superficiem corporis diaphani: & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum: est forma, quæ extenditur à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, donec perueniat ad punctum sectionis inter hanc perpendiculararem, & lineam, per quam forma extenditur ad uisum. Forma igitur puncti, quam uisus comprehendit refractè ultra corpus diaphanum, est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis. Visus autem comprehendit hanc formam ex loco imaginis: quia est per motum formæ, quam uisus comprehendit rectè, & sine refractione: & est locus, qui distat tantum à uisu, quantum punctum imaginis: cuius situs, in respectu uisus, est situs formæ, quæ est in loco imaginis: unde uisus comprehendit illud punctum secundum refractionem in loco imaginis. Hæc autem est causa, propter quam uisus comprehendit rem uisam ultra corpus diaphanum in loco imaginis, & propter quam imago cuiuslibet puncti rei uisæ comprehendit secundum refractionem, est in loco, in quo linea, per quam forma peruenit ad uisum, secat perpendiculararem, exeuntem à puncto illo super superficiem corporis diaphani.

20. *Visibile refractum à medio (quod sectum plano, facit communem sectionem lineam rectam aut peripheriam) unam habet imaginem. 29. 30 p 10.*

Hoc autem declarato: dicamus quod omne uisum comprehensum à uisu ultra aliquod corpus diaphanum, quod differt in diaphanitate à corpore, quod est in parte uisus (si corpus fuerit ex corporibus communibus) non habet, nisi unam imaginem. Corpora autem diaphana assueta sunt cælum, & aer, & aqua, & uitrum, & lapides diaphani: & superficies cæli, quæ est ex parte uisus, est spherica & concava. Unde omnis superficies plana, quæ secat eam, facit in ea lineam circulem, cuius concauitas est ex parte uisus. Superficies autem aeris, quæ tangit illam, est spherica conuexa. Unde si secetur à superficie æquali: fiet in ipsa linea circularis, [per 11 th 1 spher.] cuius conuexum est ex parte cæli. Superficies uerò aquæ, quæ est ex parte uisus, est spherica conuexa: & si secetur à superficie æquali, fiet in ipsa linea circularis: cuius conuexum est ex parte uisus. Vitrorum autem & lapidum diaphanorum figuræ assuetæ sunt rotundæ, aut planæ. Unde si secantur à planis superficiebus, fient in illis aut circuli, aut lineæ rectæ. Et uniuersaliter dicimus, quod omne punctum comprehensum à uisu ultra quodcunque corpus diaphanum, (cuius superficies, quæ opponitur uisui, est unica superficies, & si secetur à superficie æquali, fiat in superficie eius linea recta, aut circularis) non habet, nisi unam imaginem: nec comprehenditur à uisu, nisi unum punctum tantum.

21. *Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta: uisibile in perpendiculari super refractiuum à uisu ducta: rectè, & unum uidebitur. 19 p 10.*

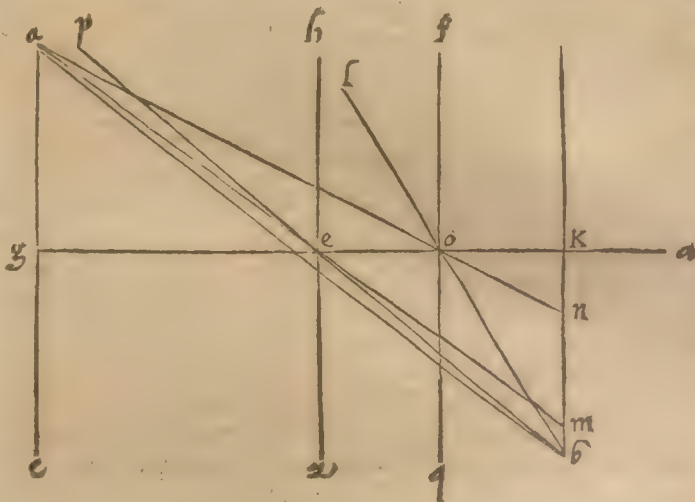
Sit ergo uisus a: & punctum uisibile b: & corpus diaphanum ultra, quod est b sit in uisum, in cuius superficie est g: & sit diaphanitas huius corporis grossior diaphanitate corporis, quod est ex parte uisus: & sit superficies eius, quæ est ex parte uisus, æqualis: & [per 11 p 11] extrahamus super ipsam à puncto a perpendiculararem a g c. Punctum ergo b aut erit super lineam a g c: aut extra ipsam. Si ergo punctum b fuerit in linea g c: tunc uisus a comprehendet b rectè & sine refractione [per 13 n.] Nam forma b, quando extenditur per b g, exit ad corpus, quod est in parte a in rectitudine b g: nam b g est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus [per thesin.] Visus ergo a comprehendit b in suo loco, & in rectitudine a g b. Dicimus ergo, quod punctum b extra hanc lineam nunquam refringetur ad a. Quod si sit possibile: refringatur forma b ad a ex puncto p: & extrahamus superficiem, in qua est perpendicularis a g b & punctum p: faciet ergo [per 3 p 11] in superficie corporis diaphani lineam rectam: sit ergo g p d: & [per 11 p 1] extrahamus à puncto p perpendiculararem super lineam d p g: & sit k p l: erit ergo k p l perpendicularis super superficiem corporis diaphani: [per conuersionem 4 d 11. Nam a g p refractionis planum est ad perpendicularum plano refractiuum per g n:] & continuemus b p, & extrahamus ad h: erit ergo angulus k p h ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis, exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani. Quia ergo corpus, quod est ex parte a, est subtilius illo, quod est ex parte b: cum b peruenerit ad p, refringetur ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis p k, [per 14 n:] nõ ergo perueniet forma refracta ad lineam a b: sed [ex hypothesi] est refracta ad punctum a: quod est impossibile. Non ergo refringetur forma b ad a ex p.



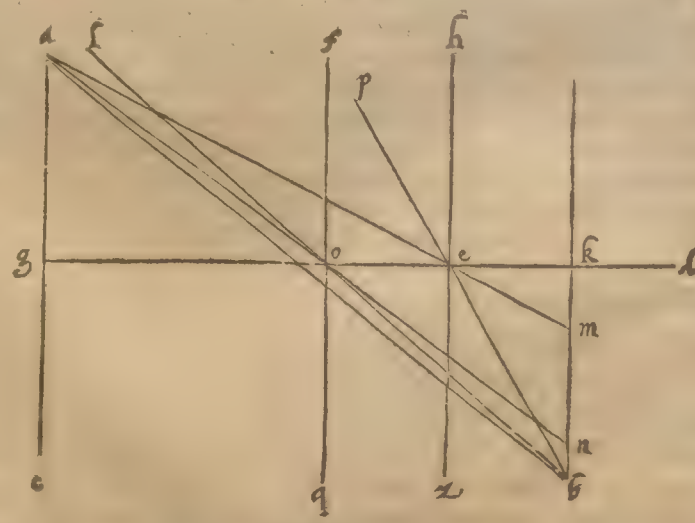
a exp, neque ex alio puncto: a ergo non comprehendit b, nisi in rectitudine lineæ a g b: non ergo cōprehendit ipsum, nisi puncto uno tantum.

22. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractivi densioris fuerit linea recta: visibile extra perpendicularem à visu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, & unam habebit imaginem. 20 p 10.

Si uero b fuerit extra a g c: extrahamus superficiem, in qua est a g c linea, & punctum b: ergo [per 18 p 11] erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: & fiat in superficie huius corporis linea g d sectio communis: ergo [per 3 p 11] g d est recta: non ergo refringetur forma b ad a, nisi in superficie, in qua est g d [per 5.9 n:] non enim transit per duo puncta a, b superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi superficies transiens per perpendicularem a c: & per punctum b & per perpendicularem a c non transit superficies æqualis, nisi una sola tantum. Forma ergo b non refringitur ad a, nisi ex linea g d. Refringatur ergo forma b ad a à puncto e: & continuemus duas lineas b e, e a: & [per 11 p 1] extrahamus ex e perpendicularem super lineam g d: sit ergo h e z: erit ergo h e z perpendicularis super duas superficies duorum corporum diaphanorum: [per 9 n & conuersionem 4 d 11] & extrahamus b e rectè ad p: erit ergo e p inter duas lineas e h, e a: nam corpus diaphanum, quod est ex parte a, est subtilius illo, quod est ex parte b, [ex thesi.] Forma ergo b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenerit ad e, refringetur ad partem contrariam parti perpendicularis z e h [per 14 n] ideo erit linea e p inter duas lineas e h e a: & [per 12 p 1] extrahamus ex b perpendicularem super lineam g d: scilicet b k: erit ergo b k perpendicularis super superficiem diaphani corporis, quod est ex parte b: [per 9 n & conuersionem 4 d 11:] & extrahamus a e rectè, ut secet angulū b e k: & secet lineam b k in m: m ergo erit imago puncti b [per 18 n]: & angulus p e a erit angulus refractionis. Dico ergo, quod b nō habebit aliā imaginem, præter m. Quoniā enim demonstratum est [19 n] quod b nō comprehenditur à visu, nisi super perpendicularem b k: Si ergo b



aliā habuerit imaginem: erit in linea b k, & inter duo puncta b, k: corpus enim, quod est ex parte b, est grossius illo, quod est ex parte a. Sit ergo illa alia imago, si possibile est, punctum n: erit ergo aut inter duo puncta m, k: aut inter duo puncta m, b: sit inter m, k: & cōtinuemus a n: secabit ergo lineam g d in puncto o: & continuemus b o: & trāseat usq; ad l: erit ergo o punctū refractionis: quia linea b o l est illa, per quā extenditur forma, quæ est apud b: & erit angulus l o a angulus refractionis: & [per 11 p 1] extrahamus ex o perpendicularem sup lineam g d: & sit f o q: erit ergo linea f o q perpendicularis super superficiem corporis diaphani [per 9 n & conuersionem 4 d 11] & erit angulus l o f sicut angulus, quæ continet perpendicularis, & linea, p quā extenditur forma ad locū refractionis [per 15 p 1.] Si igitur n fuerit inter duo puncta m, k: tūc o erit inter duo puncta e, k: angulus ergo e b k est maior angulo o b k [per 9 ax.] angulus ergo p e h est maior angulo l o f: [Quia, n. h e z, k b & f o q sunt ppēdicularēs ipsi g d p



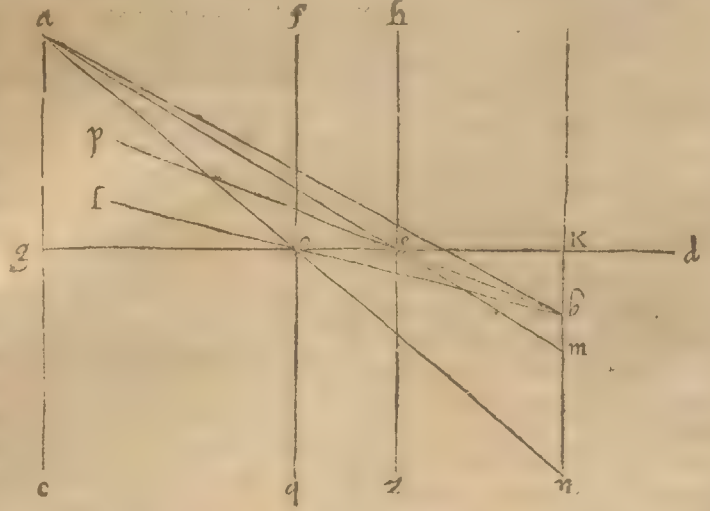
fabricatione: erūt per 28 p 1 parallelæ: & per 29 p 1 angulus p e h æquabitur angulo e b k: eadēq; de causa l o f æquabitur o b k. Quare sumptis p e b k, o b k: æqualib. p e h, l o f: erit angulus p e h maior angulo l o f] & angulus p e a est angulus refractionis ex angulo p e h: & angulus l o a est angulus refractionis ex angulo l o f: angulus ergo p e a est maior angulo l o a, ut declaratum est in tertio capite huius tractatus [12 n:] angulus ergo a e h est maior angulo a o f: qd' est impossibile. [Quia, n. anguli h e g, f o g æquantur per 10 ax: & per 16 p 1 angulus a e g maior est angulo a o g: reliquus igitur a e h minor est reliquo a o f.] Si aut n fuerit inter duo puncta m, b: tunc punctū e erit inter duo puncta o, k: & erit angulus e b k

y 3

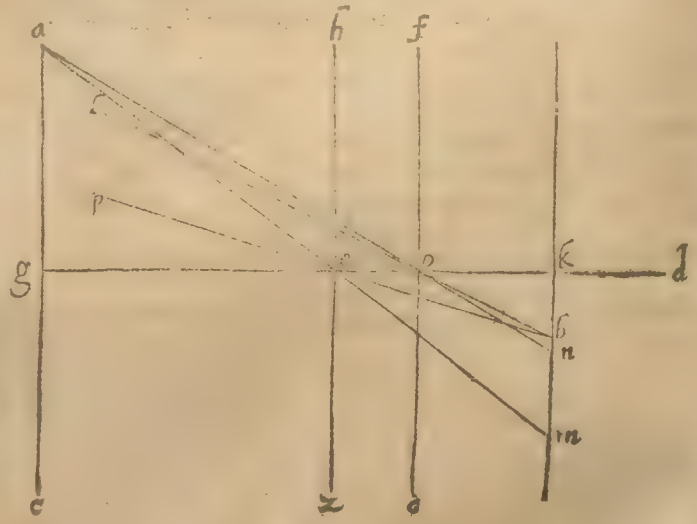
angulus e b k minor angulo o b k [per 9 axio.] erit ergo angulus p e h minor angulo l o f: erit ergo angulus p e a, qui est angulus refractionis, minor angulo l o a, qui est angulus refractionis: angulus ergo a e h est maior angulo a o f: quod est impossibile, [ut proxime ostensum est.] Ergo impossibile est, ut punctum n sit imago puncti b: neque aliud punctum est praeter m. Ergo punctum b, respectu uisus a, nullam habet imaginem, praeterquam punctum m: & hoc declarare uolumus.

23. Si comunis sectio superficierum refractionis & refractiui rarioris fuerit linea recta: uisibile extra perpendiculararem, a uisu super refractiuum ducta: ab uno puncto refringetur: & unam habebit imaginem. 21 p 10.

ET iterum: sit corpus grossius ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisae: & sit differentia comunis inter hac superficie & superficie corporis diaphani linea g d: & [p 12 p 1] extrahamus ex b lineam perpendiculararem super lineam g d: & sit b k: erit ergo b k perpendicularis super superficiem corporis diaphani: [per 9 n & conuersionem 4 d n] & refringatur forma b ad a ex e: & cotinuemus lineas b e, e a: & extrahamus perpendiculararem h e: & extrahamus b e rectam ad p: erit ergo a e linea media inter duas lineas e p, e h. Nam prima linea, per quam extenditur forma ad locum refractionis, est linea b e p: refractionis, est ad partem perpendiculararem e h: [p 14 n] nam corpus, quod est ex parte a, est grossius illo, quod est ex parte b [ex thesi.] Linea ergo a e est media inter duas lineas e p, e h: & extrahamus a e, directam ad partem e, quousque occurrat lineae b k: secat. n. h e z. [Itaque secabit k b ipsi h e z per 6 p 11 parallelam, per lemma Procli ad 29 p 1] occurrat ergo illi in puncto m: m ergo erit imago puncti b: [per 18 n] nam corpus, quod est ex parte b, est subtilius illo, quod est ex parte a. Dico igitur, quod b non habet imaginem, nisi m. Habeat enim n: si possibile est n ergo erit in perpendiculari b k, [per 19 n] & infra punctum b: quia corpus, quod est in parte b, est subtilius illo, quod est ex parte a. Est ergo aut inter duo puncta m, b: aut infra m: & cotinuemus a n: secabit ergo lineam d g in o: o ergo est punctum refractionis. Et cotinuemus b o: & traseat usque ad l: & [p 11 p 1] extrahamus ex o perpendiculararem f o q. Linea ergo b o est linea, per quam extenditur forma ad locum refractionis: ergo linea o a erit inter duas lineas o l, o f: refractionis enim est ad partem perpendiculararem [p thesin & 14 n.] Si ergo fuerit n inter duo puncta m, b: tunc punctum o erit inter duo puncta e, k: erit ergo angulus o b k minor angulo e b k: [p 9 ax.] ergo angulus l o f est minor angulo p e h, [ut demonstratum est superiore numero] ergo [p 12 n] angulus l o a [qui est angulus refractionis] est minor angulo p e a, qui est angulus refractionis: & angulus a o f, qui remanet post angulum refractionis, est minor angulo a e h, qui remanet post angulum refractionis [per 12 n] sed [per 29 p 1] angulus a o f est aequalis angulo a n k, & angulus a e h est aequalis angulo a m k: ergo angulus a n k est minor angulo a m k: quod est impossibile [et contra 16 p 1.] Si autem n fuerit infra m: tunc erit e inter duo puncta o, k: & erit angulus o b k maior angulo e b k: angulus ergo l o f erit maior angulo p e h: [ut patuit proximo numero] ergo angulus l o a est maior angulo p e a: & angulus a o f est maior angulo a e h: [p 12 n] ergo angulus a n k est maior angulo a m k: quod est impossibile: [et contra 16 p 1] n ergo non est imago b: nec aliud punctum, praeterquam m: b ergo non habet imaginem, nisi m. Et hoc est, quod uolumus declarare.



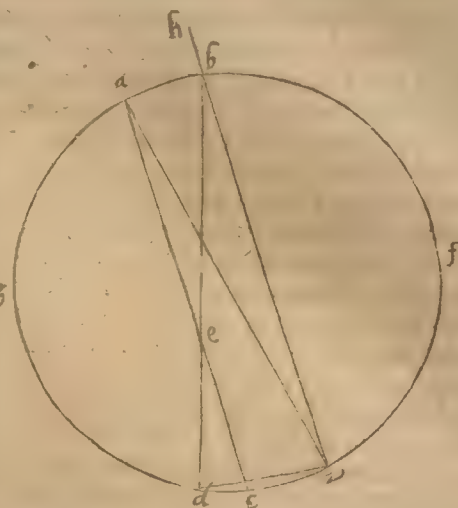
24. Si due recta linea circulo inscripta intersecantur: angulus sectionis quilibet aequatur angulo in peripharia, insisteri in periphariam aequalē duabus peripharijs eidem angulo, & ad uerticem opposito subtensis 54 p 1.



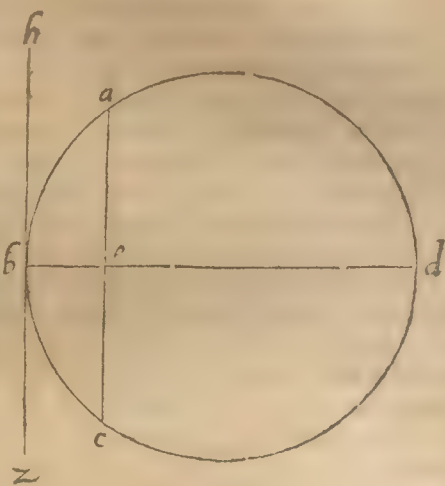
AD duas autem lineas circulares conuexam & concavam premittemus haec. Cum duae chordae sese secuerint in circulo...

AD duas autem lineas circulares conuexam & concavam premittemus haec. Cum duae chordae sese secuerint in circulo...

in circulo: angulus sectionis erit æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quam chordant duo arcus, quos distinguunt illæ duæ chordæ. Et si duæ lineæ secuerint circulum, & secuerint se extra circulum: angulus sectionis erit æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quæ chordat excessus maioris illorum duorum arcuum, quos distinguunt illæ duæ lineæ, supra reliquum. Verbi gratia: in circulo a b c d secent se duæ chordæ a c, b d in e. Dico igitur, quod angulus a e b est æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quam respiciunt duo arcus a b, c d: & quod angulus b e c est æqualis angulo in circumferentiâ, quam respiciunt duo arcus d g a, b z c. Extrahamus enim ex b lineam b z æquidistantem lineæ a c [p 31 p 1] arcus ergo c z est æqualis arcui a b [Ducta enim recta a z: æquabitur angulus c a z angulo a z b p 29 p 1: ideoq; peripheria c z peripheriæ a b p 26 p 3] & arcus c d est communis: ergo arcus d z est æqualis duobus arcibus, a b, c d: sed arcus d z respicit angulum d b z [p 8 d 3] ergo d z respicit arcus æquales duob. arcibus a b, c d: & [p 29 p 1] angulus d b z est æqualis angulo a e b: ergo angulus a e b est æqualis angulo, qui est in circumferentiâ, quæ respiciunt duo arcus a b, c d. Et hoc est quod uolumus. Itē

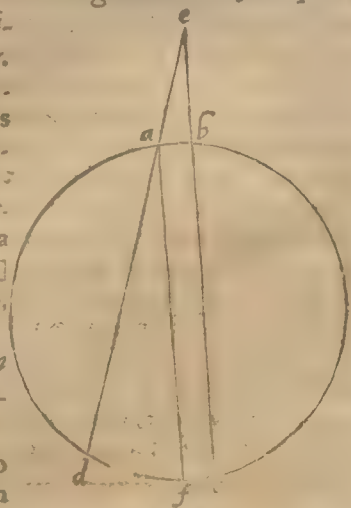


Continuemus d z: & producamus z b in h: e: angulus h b d æqualis duob. angulis b d z, b z d, & [per 8 d 3] duo anguli b z d, b d z respiciuntur à duobus arcibus b g d, b f z: angulus ergo h b d est æqualis angulo, quem respicit arcus d b z: & arcus a b est æqualis arcui z c, [ex cōcluso:] ergo arcus d b z est æqualis duobus arcibus d g a, b z c: ergo angulus h b e est æqualis angulo, quæ respiciunt duo arcus d g a, b z c: & [per 29 p 1] angulus h b e est æqualis angulo b e c. Ergo angulus b e c est æqualis angulo, qui est in circumferentiâ, quæ respiciunt duo arcus d g a, b z c. Et hoc est, quod uolumus declarare. Et si linea h b z contingat circulum: tunc [per 32 p 3] angulus e b z erit æqualis angulo cadenti in portione b a d: & sic arcus b c d respicit angulum apud circumferentiâ, æqualem angulo e b z: & [per 29 p 1] angulus e b z est æqualis angulo b e a: ergo angulus b e a est æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quæ respicit arcus b c d: & arcus b c est æqualis arcui b a: quia diameter, quæ exit ex b, est perpendicularis super lineâ a c: [Nam diameter per punctum beducta, est perpendicularis tangenti per 18 p 3: itaq; per 29 p 1 est perpendicularis ipsi a c ad tangentem parallelam] quare [per 3 p 3] diuidit ipsam in duo æqualia: ergo arcus a b æqualis erit arcui b c: [ductis enim rectis a b, b c: erunt ipsæ p 4 p 1 æquales: ideoq; peripheriæ a b, b c ipsi subtensæ, per 28 p 3:] arcus ergo b c d est æqualis duobus arcibus a b, c d: ergo angulus b e a est æqualis angulo, quæ est apud circumferentiâ, quæ respiciunt duo arcus a b, c d. Et similiter declarabitur, quod angulus b e c est æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quem respiciunt duo arcus b c, a d. Et hoc est quod uolumus.



25. Si dua recta linea circulo inscripta, extra à cōtinuata cōcurrant: angulus concursus æquatur angulo in peripheria, insistenti in peripheriâ, qua maior peripheriarum inter inscriptas cōprehensarum exuperat minorē. 55 p 1.

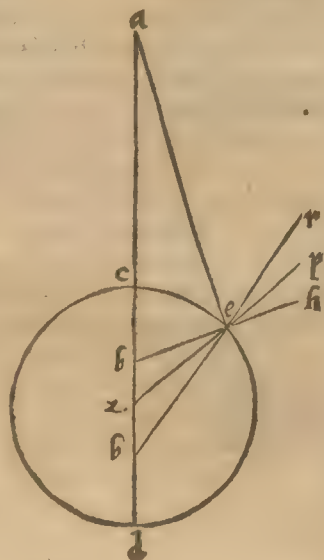
Item: sit e extra circulum a b c d: & extrahamus ex e duas lineas secantes circulum a b c d: & sint e a d, e b c. Dico ergo, quod angulus c e d est æqualis angulo, quæ est apud circumferentiâ circuli, quæ respicit arcus excessus d c supra arcum a b. Extrahamus enim lineam æquidistantem lineæ b e [per 31 p 1] erit ergo [ut paulo antè ostensum est] arcus f c æqualis arcui a b: erit ergo arcus d f excessus arcus d c supra arcum a b: sed [per 8 d 3] arcus d f respicit angulum d a f: & [per 29 p 1] angulus d a f est æqualis angulo c e d: ergo c e d est æqualis angulo, qui est apud circumferentiam d f. Et hoc est quod uolumus.



26. Si cōmunis sectio superficierum refractionis & refractioni conuexi fuerit: peripheria: uisibile in perpendiculari à uisu super refractionum ducta: recte, & unum uidebitur. 22 p 10.

Hic ergo declaratis, sit uisus punctum a: & sit punctum b in aliquo uiso: & sit ultra corpus diaphanum grossius corpore, quod est in

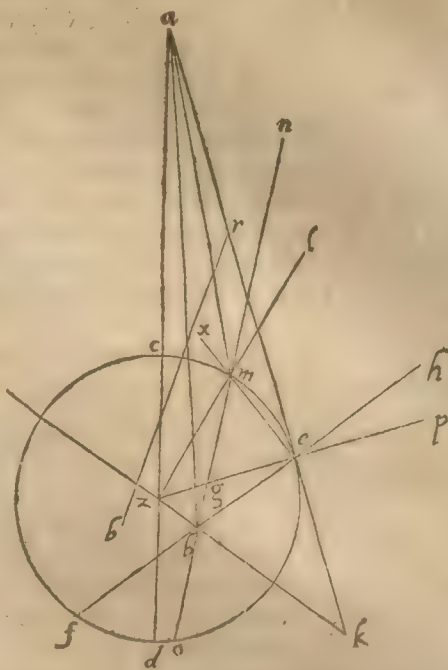
parte uisus: & sit superficies corporis diaphani, quod est ex parte b, superficies circularis cōuexa ex parte uisus. Ergo p duo pūcta, a, b transit superficies perpendicularis super superficiē corporis diaphani, [per 9 n: quia superficies per a & b educta, est superficies refractionis:] & non transit per illa, superficies perpendicularis super superficiē corporis, in qua refringitur forma b ad a, nisi una tantum. Hęc ergo superficiē corporis diaphani signet circulus c e d: cuius centrum sit z: & continuemus a c z d: linea ergo c z d erit perpendiculis super superficiē corporis diaphani [per 4 th 1 sphericorum: quia perpendicularis est plano tangenti.] Punctum autē b aut erit extra lineam c d: aut in ipsa. Si igitur b fuerit in linea c d: tunc uisus a comprehendet b rectē, & sine refractione [per 13 n.] Nam forma, quę extenditur per lineam c d, extenditur rectē in corpore diaphano, quod est ex parte uisus: quia linea c d est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Visus ergo a comprehendit b in suo loco, & rectē. Dico ergo, quod forma puncti b, quod est in c d linea, nunquam refringetur ad a. Quoniam punctum b aut erit in centro: aut extra centrum. Si ergo fuerit in centro: tunc omnis linea, per quam extenditur forma b ad circumferētiā c e d, extenditur in rectitudine eius in corpore diaphano, quod est ex parte uisus. Nam omnis linea exiens a centro circuli c e d est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, [ut ostensum est 25 n 4:] & non exit a centro circuli c e d ad uisum a linea recta, nisi linea z a. Ergo forma puncti b, quod est in centro, non refringitur ad a ex circumferētiā c e d. Ergo forma b nunquam refringetur ad a, si b fuerit in centro. Si uerō fuerit extra centrum: aut erit in linea z c, aut in z d: sit ergo primò in linea z c. Dico, quod forma b non refringatur ad a. Quod si fuerit possibile: refringatur ex ipso e: & continuemus b e: & extrahamus illud ad h: & continuemus z e: & extrahamus ipsam ad p: erit ergo linea z e p perpendicularis super superficiem corporis diaphani [per 25 n 4,] quod est ex parte uisus. Forma ergo b, quando extenditur ad lineam b e, & refringitur in puncto e: transit a perpendiculari p e ad partem h contrariam illi, in qua est perpendicularis [per 14 n:] forma ergo b non perueniet ad a secundum refractionem, si b fuerit in linea z c. Item sit b in linea d z. Dico ergo, quod forma b non refringetur ad a. Quod si est possibile: refringatur ex e: & continuemus b e: & extrahamus b e lineam ad r: & continuemus z e, & extrahamus lineam usque ad p: & refringatur forma b ad a per lineam e a: Sic ergo angulus r e a erit angulus refractionis: angulus autem r e p erit angulus, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens a loco refractionis: angulus ergo r e a est minor angulo r e p [per 12 n] & linea b z aut est minor linea z e, aut æqualis ei: nam b aut est inter duo puncta d, z: aut in puncto d: ergo angulus e b z aut est maior angulo e b z [per 18 p 1] aut æqualis ei: [per 5 p 1] sed [per 16 p 1] angulus a e r est maior angulo e b z: ergo angulus a e r est maior angulo r e p. [Nam quia a e r maior est e b z, qui maior est, uel æqualis ipsi b e z: erit etiam maior ipso b e z: at ipsi b e z æquatur r e p per 15 p 1: quare a e r maior est r e p] quo prius erat minor: quod est impossibile. Ergo forma b non refringetur ad a ex e: nec ex alio puncto circumferētiæ c e d: neque ex alia circumferētia circularum, qui sunt in superficie corporis diaphani, in quo est b. Igitur b existente in linea c d: non comprehendetur ipsum a uisu per refractionem. Quare non comprehenditur, nisi unum solum punctum.



27. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui conuexi densioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem a uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè, pro uaria uisus uel uisibilis positione, sitam.
23 p 10.

Item: sit b extra lineam c d: & extrahamus superficiem, in qua est perpendicularis, & punctum b. Hęc ergo superficies erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: [per 9 n: quia planum ductum per perpendicularē a c d & uisibile b, est planum refractionis] & punctum b non refringetur ad a, nisi in hac superficie: non enim transit per duo puncta a, b superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quę transit per lineam a d: & non exit ex linea a d superficies, quę transit per b, nisi una tantum. Hęc ergo superficies signet in superficie corporis diaphani circulum c e d: forma ergo b non refringetur ad a, nisi ex circumferētiā c e d: refringatur ergo ex e. Dico ergo, quod nō refringetur ex alio puncto quàm e. Refringatur enim (si possibile est) ex alio puncto: quod, ut dictū est, erit in circumferētiā c e d: Sit ergo m: & cōtinuemus lineas b e, e a, b m, m a, z e, z m: & secēt se lineas b m, z e in pūcto g: & extrahamus b e usq; ad h: & b m ad n: & e z ad p: & z m ad l. Erit ergo angulus h e p ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens a loco refractionis: & angulus h e a erit angulus refractionis: & n m l angulus ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens a loco refractionis: & angulus n m a erit angulus refractionis. Angulus igitur h e p aut erit æqualis angulo n m l: aut erit minor: aut maior. Si æqualis: angulus h e a, qui est angulus refractionis: erit

erit æqualis angulo $n m a$, qui est angulus refractionis [per 12 n.] angulus ergo $a m b$ erit æqualis angulo $a e b$ [per 13 p. 1. 3 ax.] quod est impossibile. [Ducta enim recta linea $a b$: erit angulus $a m b$ maior angulo $a e b$ per 21 p. 1.] Si minor: erit [per 12 n.] angulus $h e a$ minor angulo $n m a$: angulus ergo $a m b$ erit minor angulo $a e b$ [per 13 p. 1.] quod est impossibile [& contra 21 p. 1.] Si maior: extrahamus lineam $e b$ in partem b ad f : & extrahamus $m b$ usque ad o : angulus ergo $e m b$ erit æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quem respiciunt duo arcus $e m$, $f o$ [per 24 n.] Et cum [ex hypothesi] angulus $h e p$ sit maior angulo $n m l$: erit [per 15 p. 1.] angulus $z e b$ maior angulo $n m l$: & cum angulus $z e b$ sit maior angulo $n m l$: angulus $m z p$ erit maior angulo $m b e$. [Nam quia in triangulis $e b g$, $m z g$, angulus $b e g$ maior est angulo $z m g$ per thesin & 15 p. 1: & anguli ad g æquantur per eandem: erit reliquus $m z p$ maior reliquo $m b e$ per 32 p. 1:] & excessus anguli $m z e$ supra angulum $m b e$, erit æqualis excessui anguli $z e b$ supra angulum $z m b$: nam duo anguli apud g sunt æquales [per 15 p. 1. Itaq; cum per 32 p. 1 anguli trianguli $z m g$ æquantur angulis trianguli $b e g$: erunt exuperantia angulorum $m z e$, $z e b$ supra angulos $m b e$, $z m b$ æquales.] Arcus uero, qui respicit angulum $m z e$, cū fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum $m e$. [Quia enim angulus $m z e$ duplus est anguli in peripheria, in eandem peripheriam $m e$ insistentis per 20 p. 3: ergo angulus $m z e$ in peripheria constitutus, insistet in duplam peripheriam $m e$ per 33 p. 6.] Si ergo angulus $m z e$ fuerit maior angulo $m b e$: tunc arcus $m e$ duplicatus erit maior duobus arcibus $m e$, $f o$: & erit excessus arcus $m e$ duplicati supra duos arcus $m e$, $f o$, æqualis excessui arcus $m e$ supra arcum $f o$ [subducta enim communi peripheria $m e$, superest eadem exuperantia.] Excessus ergo anguli $m z e$ supra angulum $m b e$ est iste, quem respicit apud circumferentiam excessus arcus $m e$ supra arcum $f o$: sed excessus arcus $m e$ supra arcum $f o$ est minor duobus arcibus $m e$, $f o$ [per 9 ax.] Ergo excessus anguli $m z e$ supra angulum $m b e$, est minor angulo $m b e$ [per 33 p. 6.] Excessus igitur anguli $z e b$ supra angulum $z m b$ est minor angulo $m b e$: ergo [per 15 p. 1.] excessus anguli $h e a$, qui est angulus refractionis, supra angulum $n m a$, qui est angulus refractionis, est multo minor angulo $m b e$. Sed excessus anguli $h e a$ supra angulum $n m a$, est excessus anguli $a m b$ supra angulum $a e b$ [per 13 p. 1.] Ergo excessus anguli $a m b$ supra angulum $a e b$ est minor angulo $m b e$. Sed excessus anguli $a m b$ supra angulum $a e b$, sunt duo anguli $m a e$, $m b e$. [Nam connexa recta $a b$ & continuata $e m$ ultra m in x : æquabitur per 32 p. 1 angulus $a m x$ duobus interioribus ad a & e : item que $b m x$ duobus interioribus ad b & e . Totus igitur $a m b$ exuperat totum $a e b$ duobus angulis $m a e$, $m b e$.] Ergo duo anguli $m a e$, $m b e$ sunt minores angulo $m b e$: quod est impossibile [& cōtra 9 ax.] Forma ergo b non refringetur ad a ex alio puncto, præterquam ex e . Et hoc est quod uolumus. Cum ergo b non refringatur ad a , nisi ex uno puncto: nec habebit, nisi unam imaginem. Sed locus imaginis diuersatur secundum diuersitatem loci, in quo est b . Continuemus enim $b z$: linea ergo $b z$ aut concurret cum linea $e a$: aut erit ei æquidistans: & concursus aut erit in parte $e b$, ut in k : aut in parte a , ut in r . Et cum $b z$ fuerit æquidistans lineæ $e a$: erit ut linea $b z$ sit media inter duas lineas $k b z$, $b z r$. Si uero concursus harum duarum linearum fuerit in k : erit imago ante uisum, & erit forma manifesta & comprehensa à uisu in k [per 18 n.] Si uero concursus fuerit in r : erit imago punctum r : & tunc forma comprehendetur à uisu in eius oppositione: sed non tam manifestè, quia comprehenditur à uisu extra suum locum. Hoc autem declaratum est in loco, in quo locuti sumus de reflexione [61 n. 5.] Si linea $b z$ fuerit æquidistans lineæ $e a$: tunc imago erit indeterminata, & forma comprehendetur in loco refractionis. Huius autem causa similis est illi, quam diximus in loco reflexionis [61 n. 5.] cum fuerit reflexio per lineam æquidistantem perpendiculari. Ex prædictis ergo patet, quod res, quæ comprehenditur à uisu ultra corpus diaphanum grossius corpore, quod est ex parte uisus: nō habet, nisi unam imaginem, neq; comprehenditur, nisi unum tantum. Hæc uero refractionis est à concavitate corporis diaphani ex parte uisus contingenti conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ. Et hoc est quod uolumus.



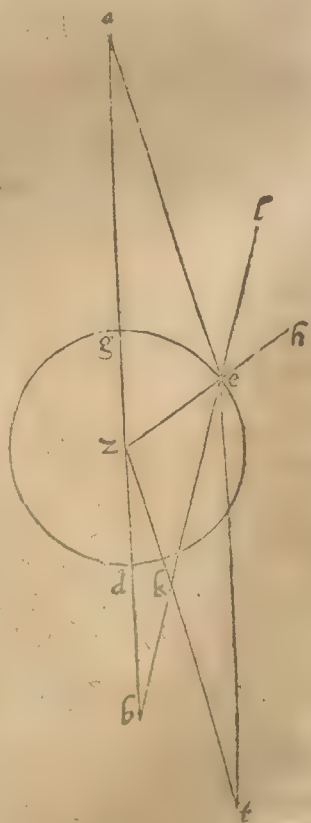
28. Si communis sectio superficierum refractionis & refractiui conuexi rarioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuam ductam: ad uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè pro uaria uisus uel uisibilis positione sit am. 24 p. 10.

ET si corpus diaphanum fuerit grossius ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisæ: tunc uisus

uisus non uidebit nisi unam solam imaginem. Nam tunc uisus erit ut b: & res uisa ut a. Et cum forma refringatur ad b: refractio erit in superficie perpendiculari super superficiem corporis diaphani [per 9 n] & erit differentia communis inter illam superficiem & superficiem corporis diaphani circulus [per 1th 1 sphaericorum], ut circulus e e d: & erit punctum refractionis, ut e: & erit linea refracta, ut a e k. Sequitur ergo, ut forma, quæ extenditur per lineam a e, & refringatur per b e: extendatur ex b per lineam b e, & refringatur per lineam a e. Si ergo forma a retingitur ad b ex alio puncto quam ex e: sequetur quod forma b refringetur ad a ex illo puncto. [Quia linearum incidentia & refractionis eadem permanent, nominibus tantum mutatis.] Sed iam declaratum est [superiore numero] quod cum forma extensa fuerit per lineam b e, & refracta per lineam a e: nunquam refringetur, nisi ex puncto uno, nec habebit nisi unam imaginem. Et si a fuerit in perpendiculari exeunte ex b ad centrum sphaerae: tunc b comprehendet a in rectitudine perpendicularis [per 13 n] & patet, quod forma a non refringetur ad b. Ex quo patuit, quod forma b, cum fuerit in perpendiculari, non refringetur ad a. Cum ergo grossius corpus fuerit ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisæ: tunc res uisa non habebit, nisi unam imaginem & unam formam tantum.

29. Si uisus sit extra circulum (qui est communis sectio superficiem, refractionis & refractui sphaerici conuexi densioris) linea recta in definito situ potest à segmento peripheriae non magna refringi: & aliquod eius punctum recte: è reliquis plura refracte uideri: & locus totius imaginis est in ipso uisu. 25 p 10.

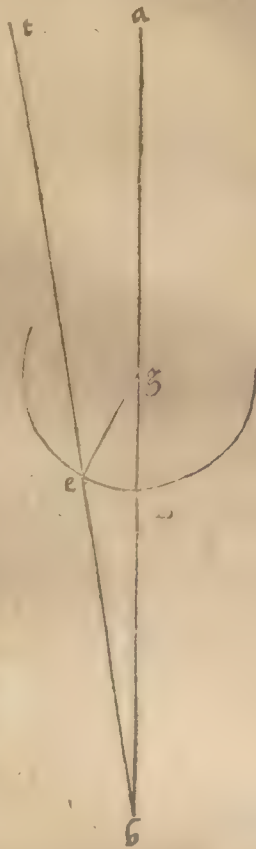
Item: iteremus figuram ponentes in circumferentia g e d, punctum ex parte g: & sit e: ex quo extrahamus lineam æquidistantem lineæ a b [per 31 p 1] & sit linea e t: & continuemus z e, & extrahamus illam usque ad h: & sit proportio anguli z e k ad angulum k e t duplicatum maxima proportio, quam angulus, quem continet linea, per quam extenditur forma cum perpendiculari, possit habere ad angulum refractionis, quem exigit ille angulus, quod ad sensum. [Id autem per 10. 11. 12 n præstari potest, quibus anguli refractionum à medio crassiore ad subtilius & contra, inuenti sunt.] Anguli enim refractionis, qui fuerint inter duo corpora diuersa in diaphanitate, à luce transeunte per illa diuersantur: quorum diuersitas, quod ad sensum, habet finem: quem si excefferit: sensus non comprehendet quantitatem refractionis: comprehendet enim centrum lucis in rectitudine lineæ, per quam lux extenditur, cum uidelicet experimentatus fuerit hoc per instrumentum. Et ponamus angulum d z t æqualem angulo k e t [per 23 p 1] erit ergo angulus z k e duplus ad angulum k e t. [Quia enim e t, z b sunt parallelæ per fabricationem: æquatur angulus k b z angulo k e t per 29 p 1: cui iam æquatus est k z b: anguli igitur k b z, k z b sunt æquales: quibus cum æquetur z k e per 32 p 1: erit duplus ad utrumlibet: itaque duplus ad æquale k e t] & sic proportio anguli z e k ad angulum z k e erit maxima proportio inter angulum, quem continet prima linea & perpendicularis, exiens à puncto refractionis, & inter angulum refractionis. Sed linea e k concurreret cum linea a d: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrant ergo in b: & extrahamus ex e lineam æquidistantem t z: concurreret ergo [ut antè] cum z g extra circulum ex parte g: sit concursus in a: & extrahamus b e usque ad l: erit ergo [per 29 p 1] angulus l e a æqualis angulo z k e: & [per 15 p 1] angulus l e h æqualis angulo z e k. Erat ergo angulus l e a angulus refractionis, quæ exigit angulus l e h [angulus enim z e k, qui p 15 p 1 æquatur angulo l e h, talis est ex thesi.] Si ergo b fuerit in aliquo uiso: & corpus diaphanum, cuius conuexum est ex parte a, fuerit continuatum ex e usque ad b, & non fuerit distinctum apud circumferentiam g e d ex parte b: tunc forma b extendetur per lineam b e, & refringetur per lineam e a, & comprehendetur à uisu a per uerticacionem a e. Et quia angulus a e h potest diuidi pluribus proportionibus earum, quæ fuerint inter angulos refractionis, & angulos, quos continent perpendiculares cum primis lineis, quæ fuerint inter duo corpora diaphana: sic ergo in linea d b erunt plura puncta, quorum formæ extenduntur ad arcum e g, & refringuntur ad a: & forma totius lineæ, in qua sunt illa puncta, refringetur ad a ex arcu g e. Cum ergo uisus fuerit in corpore diaphano, & res uisa fuerit in alio diaphano grossiore, & fuerit superficies diaphani grossioris, quæ est ex parte uisus, sphaerica conuexa, & uisus fuerit extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, & fuerit ille circulus remotior à uisu, quam punctum remotius ex duobus punctis, sectionis factæ inter perpendicularem & circumferentiam, & corpus diaphanum grossum, quod est ex parte uisus, fuerit continuum usque ad locum, in quo est res uisa, & non fuerit decisum apud circulum, qui est ex parte rei uisæ: tunc uisus poterit comprehendere illam rem uisam: & refracte



fractè & rectè: & huius rei uisæ imago erit centrum uisus [per 13 n.] Item si fixerimus lineam a g b, & reuoluerimus figuram a e b in circuitu a b, & pars superficiei corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ, fuerit phœtica tunc punctum e signabit circumferentiam in superficie circulari conuexa, quæ est ex parte uisus, ex qua circumferentia refringetur b ad a: sed imago in tota circumferentia refractionis erit una, scilicet centrum uisus. Imago ergo rei uisæ etiam erit una. Sed ex hac positione accidit, ut uisus comprehendat formam rei uisæ apud locum refractionis ea de causa, quam diximus in reflexione ex speculis, [61 n 5] cum fuerit reflexio à circumferentia in aliqua sphaera, & fuerit imago centrum uisus. Ergo huius rei uisæ forma à visu circulari comprehenditur apud circulum refractionis: & punctum eius superius circa uidetur in rectitudine perpendicularis, transeuntis per uisum & rem uisam simul. Et hoc est quod uolumus.

30. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui caui, densioris fuerit peripheria: uisibile in perpendiculari à visu super refractiuum ducta, rectè: & unum uidebitur. 26 p 10.

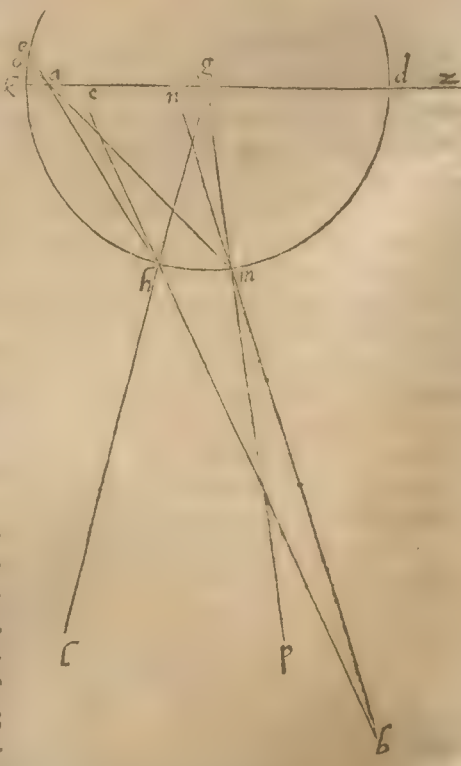
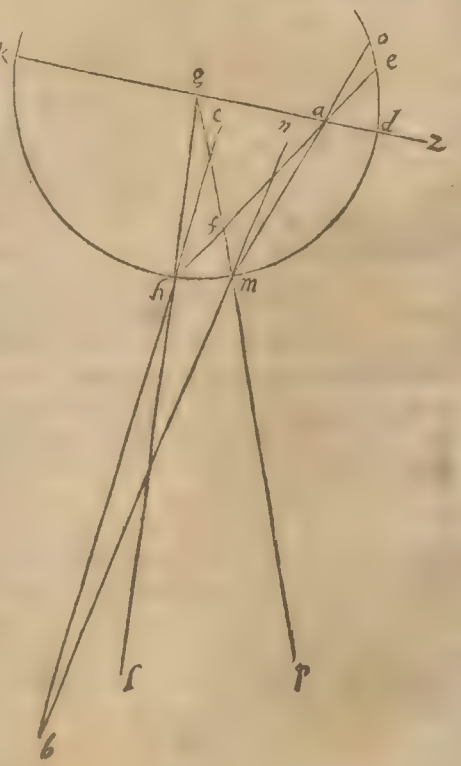
Item: sit a uisus: & sit b in aliquo uiso, & ultra corpus diaphanum grossius illo, in quo est uisus: & sit superficies corporis, quod est ex parte uisus, circularis concaua: cuius concauitas sit ex parte uisus. Dico ergo, quod b unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud a. Et sit centrum concauitatis g: & continuemus a g: & extrahamus ipsam rectè usque ad z. Erit ergo a z perpendicularis super superficiem concauam: [ut ostensum est 25 n 4:] & b aut erit in a z, aut extra. Sit ergo primò in linea a z. A ergo comprehendet b in rectitudine a b, cum a b sit perpendicularis super superficiem concauam, & nunquam refractè [per 13 n.] Quod si est possibile, refringatur forma b ad a ex e, & continuemus b e, g e, & extrahamus b e usque ad t: angulus ergo t e g est ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis. Et quia corpus, quod est ex parte a, subtilius est illo, quod est ex parte b: erit [per 14 n] refractionis ad partem contrariam illi, in qua est e g. Linea ergo e t, quando refringitur, remouetur à linea e g, & non concurret cum linea b a aliquo modo. Forma ergo b non refringetur ad a: non ergo comprehendetur refractè, sed rectè: ergo non habebit apud uisum, nisi unam formam tantum. Et hoc est quod uolumus.



31. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui caui, densioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à visu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè pro uaria uisus uel uisibilis positione sitam. 27 p 10.

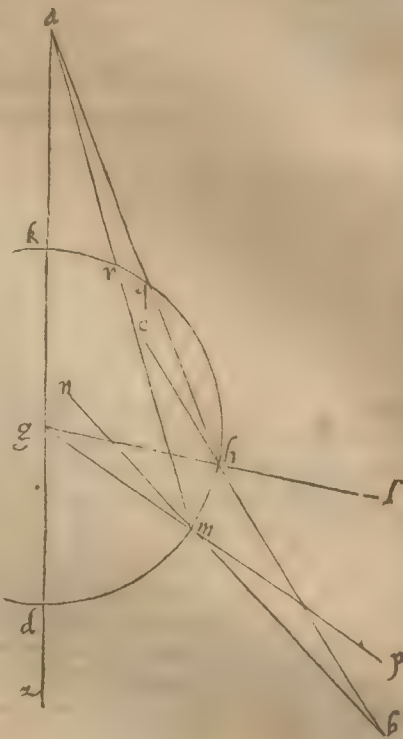
Item: iteremus figuram, & sit b extra lineam a z, & extrahamus superficiem, in qua est a z b: Hæc ergo superficies erit perpendicularis super superficiem concauam [per 9 n] & non refringetur forma b ad a, nisi in hac superficie. Non enim erigitur perpendicularis super superficiem concauam alia superficies æqualis, quæ transit per a, nisi illa, quæ transit per a z: sed per a z & per b non transit, nisi una sola tantum. Forma ergo b non refringetur ad a, nisi in superficie transeunte per lineam a z, & per b. Et sit differentia communis inter hanc superficiem & superficiem concauam arcus b d e, & refringatur forma b ad a ex h. Dico ergo, quod non refringetur ex alio puncto. Quod si possibile fuerit, refringatur ex m, & continuemus lineas a h, b h, g h, a m, b m, g m, & extrahamus h b rectè usque ad c, & b m rectè usque ad n, & g h rectè usque ad l, & g m rectè usque ad p, & perficiamus circumferentiam h e d, & secet lineam a g in k. A ergo aut erit in linea k d: aut extra in parte k, [quia ea pars obiecta est cauæ refractiui superficiei, à qua refractionis fit ad uisum a.] si ergo a fuerit in k d, aut erit in g, aut in altera duarum linearum g d, g k. Si ergo fuerit a in g: tunc forma b non refringetur ad a [per præcedentem numerum:] lineæ enim, quæ continuant corpus circulare cum g, sunt perpendiculares super superficiem corporis, [per 25 n 4,] quod est ex parte a: Refractionis autem non fit per ipsam perpendicularem, sed extra ipsam. Forma ergo b non refringetur ad a, si a fuerit in g. Et si a fuerit in g d: tunc linea h c erit inter duas lineas h a, h g: & ideo linea n m erit inter duas lineas m a, m g. Nam refractionis est ad partem contrariam parti perpendicularis, [per 14 n] nam corpus diaphanum, quod est ex parte uisus, est subtilius illo, quod est ex parte rei uisæ. Et si linea h c fuerit inter duas lineas h a, h g, & a fuerit in linea g d: tunc angulus b h a erit ex parte d: & similiter angulus b m a erit ex parte d: & erit b ultra lineam g h l, uidelicet ex parte k, à linea h g l. Et erit angulus c h g ille, quem continet linea, per quam extenditur forma cum perpendi-

perpendiculari exeunte à loco refractionis: & similiter angulus n m g: & erit angulus c h a angulus refractionis: & similiter angulus n m a. Angulus autem n m g aut erit æqualis angulo c h g, aut maior, aut minor. Si æqualis: erit [per 12 n] n m a æqualis angulo a h c: ergo [per 13 p 1. 3 ax.] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod est impossibile. [Ducta enim k recta b a: erit angulus b m a maior angulo b h a per 21 p 1.] Si maior: tunc [per 12 n] angulus n m a erit maior angulo a h c: & sic [per 13 p 1. 3 ax.] angulus b m a erit minor angulo b h a: quod est impossibile [& contra 21 p 1.] Si minor: tunc [per 12 n] angulus n m a erit minor angulo a h c: & sic totus angulus a m g erit minor toto angulo a h g: & erit [per 12 n] diminutio anguli n m a, ab angulo a h c minor, quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g: Sed diminutio anguli a m g ab angulo a h g, est æqualis diminutioni anguli h g m ab angulo h a m: duo enim anguli, qui sunt in sectione linearum a h, m g sunt æquales [per 15 p 1: & per 32 p 1 reliquis simul uterque trianguli h g f æquatúr reliquo simul utrique trianguli m a f. Itaque quantò minor est angulus a m g angulo a h g: tãtò minor erit angulus h g m angulo h a m per 32 p 1.] Ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c minor est, quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Et extrahamus duas a h, m a ad duo puncta e, o: erit ergo [per 24 n] angulus h a m ille, quem respiciunt in circumferentia duo arcus h m, e o: & angulú h g m respicit in circumferentia arcus h m duplicatus [angulus enim h g m duplus est anguli in peripheria constituti, & in eandé peripheriã h m insistentis per 20 p 3. Si igitur angulus, æqualis angulo h g m in peripheria constituitur: insistet in peripheriam duplã peripheriã h m per 33 p 6.] Et cum angulus h g m sit minor angulo h a m: [angulus enim a h g maior est conclusus angulo a m g: & ad uerticem f æquantur per 15 p 1: reliquis igitur h g m minor est reliquo h a m per 32 p 1] erit arcus h m duplicatus minor duobus arcibus h m, e o [per 33 p 6:] & erit diminutio arcus h m duplicati à duobus arcibus h m, e o, sicut diminutio arcus h m ab arcu e o [quia h m communis est.] Ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c erit minor angulo, quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o. Sed angulus, quẽ respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m. Est ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c minor angulo h a m. Excessus ergo anguli b m a supra angulú b h a est minor, quàm angulus h a m. [Nam per 13 p 1 exuperantia anguli b m a supra angulum b h a est exuperantia anguli a h c supra angulum n m a, quæ minor est conclusa angulo h a m.] Sed excessus anguli b m a supra angulum b h a sunt duo anguli h a m, h b m, [ut ostensum est 27 n.] Ergo isti duo anguli simul sunt minores angulo h a m: quod est impossibile. Et si a fuerit in linea g k: tunc linea h c erit inter duas lineas h g, h a: & similiter linea m n erit inter duas lineas m g, m a: Erit ergo angulus b h a ex parte k: & similiter angulus b m a erit ex parte k: & erit b infra lineam g m p, scilicet ex parte d, à linea g m p: & uterque angulus c h g, n m g est ille, quem continet linea, per quam extèditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & uterque angulus c h a, n m a erit angulus refractionis. Si ergo c h g fuerit æqualis n m g: tunc [per 12 n] angulus c h a erit æqualis angulo n m a: & sic [per 13 p 1] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod est impossibile [& contra 21 p 1, connexa recta b a.] Et si fuerit maior: tunc [per 12 n] angulus c h a erit maior angulo n m a: & sic [per 13 p 1] angulus b h a erit minor angulo b m a: quod est impossibile. Et si fuerit minor: tunc [per 12 n] angulus c h a erit minor angulo n m a: & sic totus angulus g h a erit minor toto angulo g m a: Ergo [ut suprã ostensum est] erit angulus h g m minor angulo h a m. Et erit diminutio anguli h g m ab angulo h a m minor, quàm angulus g m a, ut prius declarauimus. Et diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor,



minor, quàm angulus g m a, ut prius declarauimus. Et diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor,

minor, quàm diminutio anguli gha ab angulo gma : est ergo minor, quàm diminutio anguli hgm ab angulo hgm : ergo diminutio anguli cha ab angulo nma est minor, quàm angulus gma : Sed diminutio anguli cha ab angulo nma , est excessus anguli bha super angulum bma [per 13 p 1.] qui sunt duo anguli ham , hbm [ut patuit 27 n.] Ergo isti duo anguli simul sunt minores angulo ham : quod est impossibile. Si uerò a fuerit extra lineam kd ad partem k : & corpus, in quo est a , fuerit còtinuū usq; ad a : còtinuabimus duas lineas ah , am : & secabūt circumferentiā in q & in r . Et si angulus chg fuerit æqualis angulo nmg : tunc [per 12 n.] angulus bha erit æqualis angulo bma : quod est impossibile [ut supra.] Et si fuerit maior: tunc angulus cha erit maior angulo nma : & sic [per 13 p 1.] angulus bha erit minor angulo bma : quod est impossibile. Si uerò fuerit minor: tunc angulus cha erit minor angulo nma : & totus angulus gha erit minor toto angulo gma . Ergo angulus hgm erit minor angulo ham [ut supra:] sed angulus hgm est ille, quem respicit apud circumferentiā arcus hm duplicatus: & angulus ham est ille, quem respicit in circumferentiā excessus arcus hm supra arcum rq [per 25 n.] Ergo arcus hm duplicatus est minor excessu arcus hm , supra arcum rq : quod est impossibile [& contra 9 ax.] Ergo si punctum b fuerit extra lineam akg : tunc forma eius non refringetur ad a , nisi ex uno puncto tantum. Quapropter non habebit, nisi unam imaginem: quæ imago aut erit ante uisum, aut retro, aut in loco refractionis, ut in præcedentibus declarauimus. Et hoc est quod uoluimus declarare.



32. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui cavi rarioris, fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè pro uaria uisus uel uisibilis positione sitam. 28 p 10.

SI uerò corpus diaphanum grossius fuerit ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisæ, iisdem manentibus figuris: tunc etiam res uisa non habebit nisi unam imaginem solam: & hoc declarabitur, ut in conuersa septimæ figuræ [quæ fuit 27.28 n.] Et omnia, quæ declarauimus in refractionibus à conuexo & concauo circuli: sequuntur in superficiebus sphæricis & columnaribus: præter refractionem circularem, à circumferentiâ circuli, quæ non fit, nisi in superficiebus sphæricis tantum.

33. Visibile refractum à refractiuo uaria uel figura uel perspicuitatis, uel simul utriusq; uarias & monstrificas uarijs in locis imagines habet. 29.30 p 10.

HÆc autem, quæ diximus, sunt imagines uisibilium, quæ comprehenduntur à uisu ultra corpora diaphana simplicia, quæ sunt unius substantiæ, & quorum figura, quæ est ex parte uisus, est una figura. Si uerò corpus diaphanum fuerit diuersum, aut non consimilis diaphanitatis: tunc imagines rei uisæ diuersantur. Et si superficies corporis diaphani, quæ est ex parte uisus, fuerit diuersa: tunc loca etiam imaginum rei uisæ diuersantur, cum formæ refractionum ex superficie corporis diaphani diuersentur etiam. Et si aliquis respexerit ad paruum sphæram, aut ali quod corpus rotundum paruum, aut columnare uitri aut crystalli, ultra quod corpus fuerit aliquod uisibile: inueniet imaginem illius alio modo, quàm sit res uisa in se: & fortè inueniet rei uisæ imaginem aliam: & sic dubitabitur super ea. Sed huiusmodi refractionis non est una, sed duæ: forma enim rei uisæ extenditur à re uisa ad sphæram, aut ad aliud corpus rotundum columnare, & refringitur à conuexo sphære aut columnæ ad interius corporis, & extenditur intra corpus, quousque perueniat ad superficiem eius: & deinde refringitur à sphæra aut columna apud concauitatem aeris contingentis sphæram aut columnam. Et sic comprehensio huiusmodi rerum erit duabus diuersis refractionibus. Quapropter imago eius erit diuersa ab imagine eius, quod comprehenditur una refractione. Nos autem loquemur de hoc parum, quando tractabimus de deceptionibus uisus, quæ fiunt per refractionem.

QUOMODO VISVS COMPREHENDAT VISIBILIA SE-
cundum refractionem. Cap. VI.

34. Si uisus & uisibile in diuersis medijs sua loca inter se permutent: nomina linearum incidentiæ & refractionis mutantur. 9 p 10.

IN præcedentibus iam declarauimus, quòd, cum forma refringitur ab aliquo corpore diaphano, ad aliud corpus diuersæ diaphanitatis: extenditur per lineam rectam, donec perueniat ad superficiem corporis diaphani, in quo est: deinde refringitur in illo alio corpore diaphano per lineam aliam rectam, quæ continet cum prima linea angulum. Et cum forma extenditur per hanc aliam lineam, super quam refringitur forma in secundo corpore, alia quæcunque forma sit in secundo corpore usque ad punctum sectionis, inter duas lineas rectas, refringetur per primam lineam rectam. Et est manifestum per experientiam, quòd si aliquis inspexerit aliquod corpus diaphanum, quod differt in sua diaphanitate à diaphanitate aeris: comprehendet omnia, quæ sunt ultra de illis, quæ opponuntur uisui. Et si cooperuerit alterum uisum, & aspexerit reliquo: comprehendet etiam, quæcunque sunt ultra, siue illud corpus sit aer, siue aqua, siue uitrum. Et similiter si homo posuerit uisum in aliquo corpore grossiore aere, ut uitro aut crystallo: uidebit omnia, quæ sunt ultra de illis, quæ sunt in aere. Et si aspiciens mouerit uisum suum dextrorsum aut sinistrorsum, & in omnem partem, & non remouerit ipsum multum à suo primo loco: tunc comprehendet etiam omnia, quæ prius comprehendebat, siue motus uisus fuerit in aere, siue in uitro. Sed iam declarauimus experientia & demonstratione, quòd uisus nihil comprehendit de illis, quæ sunt ultra corpora diaphana, quæ differunt in diaphanitate ab aere, nisi secundum refractionem, præterquam unum punctum, quod est in perpendiculari exeunte à centro uisus super superficiem corporis diaphani. Ergo omne punctum comprehensum à uisu ultra corpus diaphanum, præter illud punctum prædictum, comprehenditur ex forma, quæ extenditur ex illo puncto ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringitur à superficie illius corporis ad uisum. Et cum unus uisus comprehendat omnia, quæ sunt ultra corpus diaphanum: forma omnis puncti existentis ultra corpus illud diaphanum, extenditur per lineam rectam ad superficiem illius corporis diaphani, & refringitur ad illum uisum unum, præterquam illud punctum prædictum. Et cum formæ omnium punctorum, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus ultra corpus diaphanum, refringantur in eodem tempore ad centrum uisus unius: forma puncti, quod existit apud centrum uisus illius, cum fuerit in aliquo uisibili, refringetur ad omnia puncta, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus ultra corpus diaphanum, oppositum uisui in eodem tempore & eodem modo. Et similiter est de omni puncto propinquo puncto, quod est apud centrum uisus. Nam si uisus motus fuerit ad omnem partem, & non fuerit remotus à suo situ: comprehendet uisibilia. Ergo forma cuiuslibet puncti cuiuslibet uisi, cum fuerit ultra aliquod corpus diaphanum, extendetur ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringetur ad uniuersum eius, quod opponitur ei ex corpore aeris. Et non est aliquod tempus magis appropriatum huic, quam aliud: sed hoc est proprium naturæ lucis & coloris, quæ sunt in uisibilibus: scilicet, ut semper extendatur à quolibet puncto cuiuslibet corporis lucidi, per lineam rectam, quæ extenditur ab illo puncto, & refringantur in omni corpore diaphano diuerso, præterquam punctum, quod est in perpendiculari. Et omnis forma cuiuslibet puncti uisibilis existentis in aliquo corpore diuerso ab aere: extendetur in illo corpore, in quo existit, & refringetur in uniuerso corpore aeris sibi opposito, & illa forma exit ad quodlibet punctum aeris. Quapropter forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris: & forma totius cuiuslibet uisi existentis in aliquo corpore diuerso ab aere, existit apud unum quodlibet punctum aeris oppositi illi rei uisæ: & forma illa extenditur à quolibet puncto rei uisæ in corpore, in quo est, & refringitur apud superficiem illius corporis, & peruenit ad illud punctum aeris. Et ideo si uisus aspexerit aliquod corpus diaphanum diuersum ab aere, ultra quod fuerit aliqua res uisibilis: uisus comprehendit illam rem. Nam forma illius existit apud punctum, apud quod existit centrum uisus. Propter hoc, quòd & si uisus comprehenderit aliquam rem uisibilem ultra aliquod corpus diaphanum diuersum ab aere: deinde motus fuerit à loco suo dextrorsum, aut sinistrorsum: dum in suo motu fuerit oppositus corpori diaphano, & rei uisæ, quæ est ultra: semper comprehendet illam rem. Vnde etiam plures aspicientes comprehendunt unam rem in cælo, & in aqua, & in uno & eodem tempore. Et hoc etiam est in eodem corpore diaphano: scilicet, quòd forma uisi congregatur apud quodlibet punctum corporis, in quo est: nam forma puncti cuiuslibet eius extenditur per lineam rectam: & inter quodlibet punctum corporis, in quo est uisus, & quodlibet punctum rei uisæ, est linea recta. Forma ergo cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphani, in quo est res uisæ: & forma cuiuslibet rei lucidæ congregatur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis, in quo existit, & congregatur apud quodlibet punctum corporis cuiuslibet diaphani diuersi à corpore, in quo existit, quando inter rem uisam, & illud corpus diaphanum diuersum non interfuerit aliquod impedimentum. Et forma rei uisæ, quæ est apud quodlibet punctum corporis diaphani, in quo extenditur, extenditur ad illud punctum recte: & forma illius apud quodlibet punctum corporis diaphani diuersi, extenditur ad illud punctum refractè: quia inter quodlibet punctum aeris & quamlibet rem uisibilem existentem

stentem in aliquo corpore diaphano diuerso ab aere: fit pyramis refracta, cuius caput est punctum in aere, & basis est illa res uisa: & erit refractio eius apud superficiem corporis ab aere diuersi. Omnis ergo res uisa in corpore diaphano diuerso ab aere, quando comprehenditur à uisu: comprehenditur à forma extensa in pyramide refracta, adunata apud punctum existens in cetro uisus. Hoc ergo modo comprehendit uisus ea, quæ refractè comprehendit.

35. *Imago uisibilis refracti assimilatur figuræ refractiui. 46 p 10.*

IN capitulo autem imaginis declarauimus, quòd omne uisum comprehenditur à uisu ultra imaginem: & locus imaginis est punctum, in quo secant se linea radialis, per quam extenditur forma ad uisum, & perpendicularis exiens à puncto uiso. Si ergo imaginati fuerimus, quòd ab unoquoque puncto rei uisæ exit perpendicularis ad superficiem corporis diaphani, in quo est res uisa: tunc habebimus quoddam corpus, exiens à uisu ad superficiem corporis diaphani: unde sequitur quòd illud corpus secet pyramidem refractam, & illa superficies, in qua secat se, est imago illius rei uisæ. Si ergo superficies corporis diaphani, in quo est res uisa, fuerit æqualis: tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares, erit æqualis superficiei. Quare imago addit parum super rem uisam. Et si corpus fuerit sphericum, & conuexum eius ex parte uisus, & centrum eius fuerit super illam rem uisam: tunc corpus imaginatum erit pyramidale, cuius caput est centrum spheræ: & quantò magis extenditur à superficie corporis spherici, tantò magis amplificabitur: & si sectio fuerit inter rem uisam & superficiem sphericam: tunc imago erit amplior illa re uisa: Si autè sectio fuerit ultra rem uisam: tunc imago erit strictior re uisa. Si uerò res uisa fuerit ultra superficiem sphericam: tunc corpus imaginatum, erunt duæ pyramides oppositæ, quarum caput centrum spheræ. Quare cum loca sectionis inter corpus imaginatum & pyramidem possint esse diuersa: fortè locus sectionis, in quo est imago, erit maior uiso, fortè minor, fortè æqualis. Si uerò corpus diaphanum fuerit sphericum, & concauitas eius fuerit ex parte uisus: tunc corpus imaginatum erit pyramis, cuius caput est centrum spheræ. Quantò ergo magis extenditur hoc corpus in partem superficiei spheræ, tantò magis adunatur & constringitur, & quantò magis extenditur in aliam partem, tantò magis amplificatur: superficies enim continua parua, erit media inter centrum eius, & spheram. Si uerò locus sectionis huius corporis cum pyramidem refracta fuerit propinquior centro concauitatis spheræ, quàm res uisa: erit imago minor ipsa re uisa. Si autè fuerit remotior à centro cõcauitatis, quàm res uisa: erit imago maior, quàm res uisa. Et cum una res uisa comprehenditur à pluribus uisibus in uno momento: omnes imagines, quas illi uisus comprehendunt, erunt in illo tempore in uno imaginato, quod est perpendiculare super superficiem corporis diaphani.

36. *Utroque uisu una refracti uisibilis imago uidetur. 47 p 10.*

ET una res uisibilis comprehenditur ab uno homine in uno tempore, ultra corpus diaphanum diuersum à diaphanitate corporis, in quo est uisus, utroque uisu: & tamen comprehendit rem illam unam. Si enim homo comprehenderit aliquid de eis, quæ sunt in cælo, aut in aqua, aut ultra uitrum, & cooperuerit alterum uisum: nihilominus cõprehendet illud reliquo. Ex quo patet, quòd una res uisa existens ultra corpus diaphanum, diuersum ab aere, comprehenditur utroque uisu, & altero uisu. Causa autem huius est, ut in tertio libro [9.14 n] diximus: quoniã in omni puncto cuiuslibet uisi comprehensibilis rectè & utroque uisu, in quo cõiuncti fuerint duo radij utriusque uisus consimilis positionis, quantum ad duos axes uisuum: comprehenditur unum: & si in ipso aggregati fuerint radij diuersæ positionis, quantum ad duos axes uisuum: comprehenduntur duo: & in maiore parte, eorum quæ comprehenduntur, positio est consimilis. Hæc autem, quæ sunt diuersæ positionis, respectu utriusque uisus, sunt ualde rara, ut in tertio diximus tractatu. Et illud, quod comprehenditur refractè, comprehenditur in loco imaginis: forma autem, quæ est in loco imaginis, comprehenditur à uisu rectè, positio autem huius formæ, quæ est imago respectu uisus: est, sicut positio alterius rei uisæ earum, quæ uidentur rectè. Vnde positio harum imaginum, respectu uisus, est in maiore parte consimilis: & in omni puncto imaginis congregantur duo radij duorum uisuum consimilis positionis. Quare una res uisa uidetur una utroque uisu. Et ut hoc euidentius declaretur: dicamus, quod iam diximus: quòd omne punctum eius, quod comprehenditur refractè: comprehenditur in loco imaginis, qui est inter punctum sectionis ex perpendiculari, exeunte ab illo puncto super superficiem corporis diaphani, in quo est res uisa, & inter lineam radialem, per quã extenditur forma ad uisum. Cum ergo aspiciens comprehenderit punctum alicuius rei utroque uisu: imago illius puncti respectu utriusque uisus est in perpendiculari, exeunte ex illo puncto, quæ est eadem linea. Et cum forma illius puncti peruenerit ad duo puncta superficierum uisuum, quorum situs respectu axis uisus est consimilis: tunc duæ lineæ, per quas formæ extenduntur ad utrumque uisum: perueniunt ad duo centra duorum uisuum. Sunt ergo axes, aut habentes ex axibus positionem consimilem: & duo axes uisuum semper sunt in eadem superficie: & omnes lineæ exeuntes à cetro duorum uisuum habentes positionem consimilem ab axe communi, erunt in eadem superficie: axis enim communis semper est in eadem superficie. Nam si aliquid comprehenditur utroque uisu in eodem tempore uera comprehensione: tunc axes concurrunt in uno puncto illius rei [per 10. 15 n 3.] Quare sunt in eadem superficie. Item positio uisuum naturalis est consimilis, & non exit à naturali positione, nisi per accidens, aut per uolentiam: quare axes eorum sunt in eadem superficie. Principium enim

axium est unum punctum, quod est in medio concavitatis communis nerui, à quo exit communis axis. Existentibus ergo duobus uisibus in sua naturali positione, semper axes erūt in eadem superficie, siue sint moti, siue quiescentes. Si autem positio alterius uisū mutata fuerit, respectu reliqui propter aliquod impedimentum: tunc res uisa uidebitur duplex, ut in primo libro declarauimus. Duo ergo axes in maiore parte sunt in eadem superficie. Quare omnes duo radij habentes positionem similem ex duobus axibus, erunt in eadem superficie. Duæ ergo lineæ, per quas extenduntur formæ unius puncti ad duo loca cōsimilis positionis, sunt in eadem superficie. Sed imagines illius, respectu duorum uisū, sunt in illis duabus lineis. Ergo sunt in eadem superficie. Sed imagines illius puncti sunt in perpendiculari exeunte ex illo puncto. Ergo sunt in loco sectionis inter superficiem, in qua sunt lineæ radiales, quæ est una superficies, & inter perpendicularem, quæ est una linea. Sectio autem unius superficie cum una linea est unum punctum. Ergo imagines unius puncti, respectu duorum uisuum, quando perueniunt ad duo loca cōsimilis positionis, sunt punctum unū. Ex quo patet, quod imago totius rei uisæ, respectu duorum uisū, erit una: si positio imaginis fuerit cōsimilis. Quare res comprehenditur una utroq; uisu. Si uerò positio fuerit parum diuersa: uidebitur res una: sed non uerè, sed cauillosè. Si autem diuersitas positionis fuerit multa: tunc forma rei uidebuntur duæ: sed hoc fit rarissimè. Hæc est ergo qualitas comprehensionis uisus de uisibilibus secundum refractionem.

37. *Visio distincta fit rectis lineis à uisibili ad uisum perpendicularibus. Et uisio omnis fit refractè. 17. 18 p 3.*

Hoc autem declarato: dicamus uniuersaliter, quod omnia, quæ comprehenduntur à uisu, comprehenduntur refractè, siue uisus & uisum fuerint in eodem diaphano, siue in diuersis, siue uisum sit in oppositione uisus, siue comprehendatur ab ipso reflexè. Nihil enim comprehenditur sine refractione facta apud superficiem uisus. Nam tunica uisus, quæ sunt cornea, albuginea, glacialis, sunt etiam diaphanæ & spissiores aere. Et iam declaratum est, quod formæ eorū, quæ sunt in aere & in alijs corporibus diaphanis, extenduntur in illis corporibus: & si occurrerint corporibus diuersæ diaphanitatis ab eo, in quo sunt: refringuntur in illo corpore diaphano: forma ergo eius, quæ est in aere, semper extenditur in aere. Cum ergo aer tangit superficiem alicuius uisus: tunc illa forma, quæ est in aere, refringitur in superficie uisus: & tunc refringitur omni modo in corpore corneæ & albugineæ. Refractio enim propriè est de numero formarum: recipere autem formas & refractiones est proprium corporibus diaphanis. Formæ ergo eorum, quæ opponuntur uisui, semper refringuntur in tunicis uisus. Et iam patuit, quod cum formæ extenduntur super lineas perpendiculares super secundum corpus: pertranseunt rectè in secundo corpore. Formæ ergo eorum, quæ opponuntur superficie uisus, refringuntur omnes in tunicis uisus: & quæ fuerint ex eis in extremitatibus linearum radialium, perpendicularem super superficiem uisus, pertranseunt rectè, cum refractione formarum earum in tunicis uisus. Parti enim superficie uisus, quæ opponitur foramini uueæ, multa opponuntur uisibilia, quorum alia sunt apud extremitates linearum radialium, & alia extra. Omnes enim lineæ radiales, quæ sunt perpendiculares super superficies tunicarum uisus, continentur in pyramide, cuius caput est centrum uisus, & cuius basis est circumferentia uueæ foraminis. Et quantò magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tantò magis amplificatur: & omnes formæ eorum, quæ sunt intra pyramidem, extenduntur in rectitudine linearum radialiū, & pertranseunt in tunicis uisus rectè. Et hæc pyramis dicitur pyramis radialis. Lineæ autem, quæ extenduntur in hac pyramide, quarum extremitates sunt apud centrum uisus, dicuntur lineæ radiales. Formæ uerò eorum, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunquam extenduntur per aliquam linearum radialium: tamen extenduntur per lineas rectas, quæ sunt inter ipsam superficiem uisus, quæ opponuntur foramini uueæ: & formæ, quæ extenduntur per has lineas, refringuntur à diaphanitate tunicarum uisus. Et forma cuiuslibet puncti eorum, quæ sunt intra pyramidem radiale, extenditur ad superficiem uisus, quæ opponitur foramini uueæ in pyramide, cuius caput est illud punctum, & cuius basis est superficies, quæ opponitur foramini uueæ: & una linea earum, quæ imaginatur in hac pyramide, est linea radialis: cæteræ autem omnes, quæ non sunt in hac pyramide, non sunt radiales: & nulla earum est perpendicularis super superficies tunicarum uisus. Et forma cuiuslibet puncti eorum, quæ sunt intra pyramidem radialem, extenditur super lineam omnem, quæ potest cadere in illam pyramidem, cuius caput est illud punctum, & cuius basis est superficies rei uisæ, quæ opponitur foramini uueæ: & per unam istarum linearum transit forma, quæ extenditur per illam in tunicis uisus secundum rectitudinem: & omnes formæ aliæ extensæ in residuo pyramidis, refringuntur in tunicis uisus, & non pertranseunt rectè. Omnia ergo, quæ opponuntur parti superficie uisus, quæ opponitur foramini uueæ, ex illis quæ sunt in aere, aut in cælo, aut in aqua, aut in cōsimilibus, & ex illis, quæ reflectuntur à tēsis corporibus, quæ perueniunt ad hanc partem superficie uisus, refringuntur in tunicis uisus. Et formæ eorum, quæ sunt intra pyramidem, pertranseunt rectè in tunicis uisus, cum refractione formarum earum, quæ extenduntur super pyramidem, quæ remanent in uniuerso huius partis superficie uisus. Restat ergo declarare, quod formæ, quæ refringuntur in tunicis uisus, comprehenduntur à uisu, & sentiuntur à uirtute sensibili. In primo autem tractatu [15. 18. 19 25 n] declarauimus, quod si membrum sensibile sentiret ex quolibet puncto sue superficie omnem formam ad se uenientem: tunc sentiret rerum formas mixtas. Vnde membrum sensibile non

le non sentit formas, nisi ex rectitudine linearum perpendicularium super superficiem ipsius tantum. Quare transeunt formæ uisibilium, nec admiscuntur apud ipsum. In hoc uerò tractatu mōstrauimus, quòd formæ refractæ nunquam comprehenduntur, nisi in perpendicularibus exeuntibus à uisibilibus super superficies corporum diaphanorū. Ergo formæ refractæ in tunicis uisus nō comprehenduntur à uisu, nisi in perpendicularibus exeuntibus à uisibilibus super superficies tunicarū uisus: & hæ perpendicularæ lineæ sunt exeuntes à centro uisus. Formæ ergo omnes refractæ in tunicis uisus comprehenduntur à uisu in rectitudine linearum exeuntium à centro uisus. Formæ ergo omnium uisibilium, quæ opponuntur parti superficiæ uisus, quæ opponitur foramini uueæ, & existunt in hac parte superficiæ uisus: refringuntur in diaphanitate tunicarū uisus, & perueniunt ad membrū sensibile, quod est humor glacialis, & cōprehenduntur à uirtute sensibili per lineas rectas, quæ cōtinuāt centrū uisus cū ipsis uisibilibus, scilicet quòd forma cuiuslibet pūcti cuiuslibet uisi, oppositi superficiæ uisus, quæ opponitur foramini uueæ, existit in uniuerso superficiæ huius partis, & refringitur à tota superficie, & peruenit ad humorem glaciale: & tūc ille humor sentit formam ad se uenientem: & uirtus sensibilis comprehendit omnia, quæ perueniunt ad glaciale ex forma uisus pūcti super unam lineam continuantem centrū uisus cū illo puncto. Hoc ergo modo comprehendit uisus omnia uisibilia. In hoc autem capitulo diximus, quòd eorū, quæ opponuntur superficiæ uisus, alia sunt intra pyramidem, & alia extra: & cū dico superficiem uisus: intelligere oportet nunc & ammodo partem oppositam superficiæ uueæ. Visibilia ergo, quæ sunt intra pyramidem radiale, comprehenduntur à uisu ex rectitudine linearū radialiū rectè, ex formis eorū, quæ extenduntur ad uisum in rectitudine harū linearū. Et hæ lineæ sunt perpendicularæ, quæ exeunt à pūctis uisibilibus, quæ sunt intra pyramidem super superficies tunicarū uisus: illa autem, quæ sunt extra pyramidem radiale, cōprehenduntur à uisu ex formis refractis, & in rectitudine linearū exeuntium à centro uisus, existentium extra pyramidem radiale. Et hæ lineæ, quæ sunt extra pyramidem radiale, possunt etiam dici lineæ radiales transumptiue: asimilantur enim lineis radialibus in eo, quòd exeunt à cetro uisus. Restat ergo declarare per experientiam, quòd uisus comprehendit ea, quæ sunt extra pyramidem radiale. Dicimus ergo, quòd manifestū est, quòd lachrymalia, & ea, quæ continēt circulum, sunt extra pyramidem, cuius caput centrū uisus est, & cuius basis est circūferētia foraminis uueæ, quod est paruū foramē in medio nigredinis oculi. Et si aliquis sumpserit acū subtilem gracilem, & posuerit extremitatē eius in postremo oculi, & inter palpebras, & quieuerit uisus: tūc uidebit extremitatem eius: & similiter si posuerit extremitatē acus in lachrymali, & si miserit illā in oculo, & applicauerit extremitatem in latere nigredinis oculi aut prope, uidebit extremitatem acus. Item omnia, quæ æquidistant superficiæ rei uisæ, ex locis continentibus uisum, sunt extra pyramidem radiale. Et cum dico loca continētia uisum: intelligo illa, à quibus lineæ exeuntes ad mediū superficiæ uisus, secant axem pyramidis radialis. Et si homo erexerit indicem suum ex parte suæ faciei & prope palpebram: uidebit indicem. Et similiter si applicauerit indicem cum inferiore palpebra, ita ut superior superficies eius indicis sit æquidistans superficiæ uisus, quantum ad sensum: uidebit superficiem indicis. Sed omnia ista loca sunt extra pyramidem radiale: & hoc patebit. Nam pyramidis radialis, quam continet foramē uueæ, est ualde subtilis, & extenditur rectè, & pyramidalitas eius non est ampla: unde nihil ex ipsa peruenit ad loca, quæ circundant oculum, & appropinquant corpori oculi, et æquidistant superficiæ oculi: & inter omnia loca continentia oculum, & æquidistantia superficiæ uisus, & inter superficiem uisus, sunt lineæ rectæ, propter refractionē earū à corporibus densis, cum aer, qui est inter ipsa & superficiem uisus, fuerit continuus: tunc forma horum uisibilium peruenit ad superficiem uisus super has lineas, quæ sunt extra pyramidem. Et cum hæc forma perueniat ad uisum non per lineas radiales, & tamen comprehendatur à uisu: patet, quòd uisus comprehendat illam refractè. Ex hac ergo experientia patet, quòd uisus comprehendit multa eorum, quæ sunt extra pyramidem radiale, refractè. Inductione autem possumus ostendere, quòd uisus comprehendit illa, quæ sunt intra pyramidem radiale, refractè, cum hoc, quod comprehendit illa rectè, hoc modo. Accipias acū subtilem, & sedeas in loco opposito albo parieti, & cooperias alterum oculorum, & ponas acū in oppositione alterius oculi, & facias acū appropinquare, ita ut applicetur palpebræ, & ponas acū in oppositione medij uisus, & aspicias parietem oppositum: tunc enim uidebis acū, quasi corpus diaphanum, in quo est aliquantula densitas: & uidebis quicquid est ultra acū ex pariete, & apud acū quasi corpus latum, cuius latitudo est multiplex ad latitudinem acus. Causa autem huius in secundo tractatu declarata est: scilicet quòd si res uisibilis fuerit multum propinqua uisui: uidebitur maior, quam sit: & quanto magis fuerit propinqua, tanto magis uidebitur maior. Diaphanitas autem eius est, quia uisus comprehendit quicquid est ultrà: acū autem est corpus densum cooperiens, quod est ultrà: & quia acū est ualde propinqua uisui: ideo cooperiuit de pariete multiplex ad suam latitudinē. Basis enim pyramidis (cuius caput est centrum uisus, & basis est altitudo acus) erit multiplex ad latitudinem acus: & cum hoc, uisus comprehendit quicquid est ultra acū, nec cooperitur à uisu aliquid de pariete, sed comprehendit quod est ultrà, quasi ultra corpus diaphanum. Et cum acū fuerit opposita medio uisui: tunc nō cooperiet totam superficiem uisus, propter subtilitatem eius, sed aliquam partem, quanta est latitudo eius: & remanet ex superficie uisus aliquid à lateribus acus: & exit forma eius ad illud, quod est à lateribus acus de superficie uisus. Forma autem exiens ad acū, nūquam perueniet ad uisum, nec comprehendetur ab ipso: forma autem, quæ peruenit ad latera superficiæ uisus, refringitur ad

uisum, cum non rectè perueniat ad centrum uisus. Si ergo uisus non comprehenderet illud, quod opponitur ex pariete acui, nisi rectè: tunc illud, quod opponitur acui ex pariete, esset coopertum à uisu. Cū ergo comprehendatur, & non rectè: patet ipsum comprehendi refractè per fornam, quæ refringitur à lateribus acus ex superficie uisus. Et hoc iam manifestatur etiam, quòd si experimētator posuerit loco acus aliquod corpus latū, cuius latitudo sit maior latitudine foraminis uueæ: tūc enim nihil uidebit omnino de pariete, nec uidebit illud corpus diaphanū, sed dēsum. Ex hoc ergo, quòd paries comprehenditur ultra acum ex gracilitate eius, & non comprehenditur ultra corpus latū: scimus quòd illa comprehēsiō est ex forma, quæ peruenit ad acū ex superficie uisus, & refringitur in tunicis uisus. Et quia quicquid à uisu comprehenditur refractè, comprehenditur in rectitudine perpendicularium: ideo illud, quod comprehenditur, comprehenditur refractè ex forma eius, quod opponitur acui per rectitudinem linearū, exeuntiū à cētro uisus, cū eo, quod opponitur acui ex pariete: & hæ lineæ secantur acu, & uisus comprehendit illud, quod est ultra acū etiam in rectitudine harū linearū, & comprehendit acū etiam in rectitudine illarū. Quare totam formam quasi comprehendit ultra corpus diaphanū, in quo est aliquātula densitas. Et si experimētator scripserit in bombace subtiliter, & applicauerit ipsum parieti, & remotus fuerit à pariete, in quantū possit legere scripturam, & posuerit acū in oppositione medij uisus, ut primò fecit, & aspexerit bombacem: tūc poterit legere scripturam, sed tamen uidebit eam quasi ultra uitrū aut ultra corpus diaphanū, in quo est aliqua dēstas. Si ergo uisus non comprehendit illud, quod opponitur acui de bombace secundum refractionem: tūc aliquid lateret de scriptura: acus enim debet cooperire de scriptura multò magis se in quantitate latitudinis diaphanitatis, quàm tūc comprehendit, propter remotionem bombacis à uisu. Sed quia uisui non patet aliquid de scriptura: patet ipsum comprehendere illud, quod opponitur acui: sed hoc non potest fieri rectè: restat ergo, ut fiat refractè. Et si experimētator abstulerit acū, non destruetur refractione, quæ prius erat: non enim propter acū erat refractione, sed crescit refractione, eò quòd refringitur ex loco acus. Et cū experimētator abstulerit acū: comprehendit illud, quod opponitur uisui, manifestius. Nam comprehendit illud rectè, quod cooperiebatur acui: cū hoc, quod comprehendit illud refractè, sicut comprehendebat cum cooperiebatur: & propter hanc additionem comprehendit illud manifestius, quàm antequàm auferret acū. Ex qua experientia patet, quòd illud quod opponitur uisui de illis, quæ sunt intra pyramidem radialem, comprehenditur refractè & rectè. Ex his ergo omnibus declaratur, quòd omnia, quæ comprehenduntur à uisu, quorum formæ perueniunt ad uisum rectè, aut reflexè, aut refractè: comprehenduntur secundum refractionem factam apud superficiem uisus: & quòd illorū quæ comprehenduntur secundum refractionem factam à superficie uisus: quædam comprehenduntur refractè & rectè simul: & ideo illud, quod opponitur medio uisus, est manifestius illo, quod est in circuiitu medij. Et cum uisus comprehendit aliquid latum, comprehendit illud, quod est in medio, manifestius illo, quod est in lateribus. Hoc aut declaratū est in secūdo tractatu, in quo declarauimus, quomodo hoc posset experimētari: & diximus, quòd causa huius est propter lineas radiales: & hoc est in illis, quæ sunt intra pyramidem radialem. In alijs aut, quæ sunt extra, est causa refractione. Causa aut uniuersalis in hoc, quòd illud, quod opponitur medio uisus, est manifestius, quàm illud, quod est in circuiitu: est: quoniam illud quòd opponitur medio uisus, comprehenditur rectè & refractè simul. Hoc aut, quòd quicquid comprehenditur à uisu, comprehendatur refractè, à nullo antiquorum dictum est.

DE FALLACIIS VISVS, QUAE ACCIDVNT
ex refractione. Cap. VII.

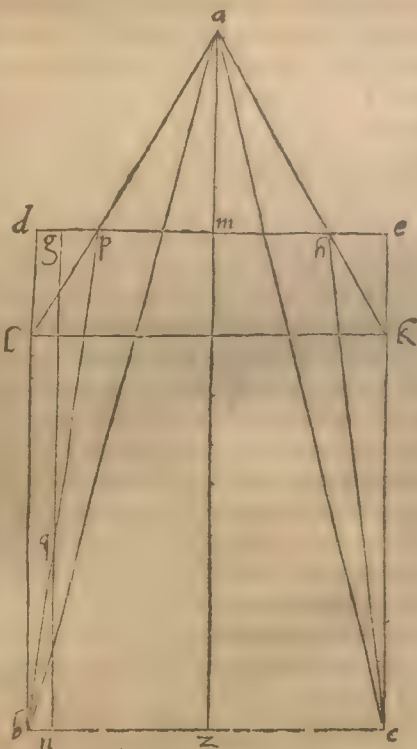
38. *Refractione debilitat lucem & colorem uisibilis: itaq, totam imaginem confusam uisui offert. 10 p 10.*

Fallacia, quæ accidunt secundum refractionem: similes sunt ijs, quæ accidunt per reflexionem. Quod enim comprehenditur refractè, comprehenditur non in suo loco, cū comprehendatur in loco imaginis: quapropter positio formæ comprehensæ erit alia à positione rei uisæ. Item refractione debilitat formam refractam, scilicet, formam lucis & coloris, quæ sunt in re uisæ. Et hoc potest intelligi: quoniam si aspexeris aliquid existens in aqua, & tu sis obliquus à perpendicularibus, exeuntibus à re uisæ super superficiem aque multa obliquatione, & intuearis illud uerè, deinde mouearis, & moueas uisum, donec ponas ipsum in aliqua perpendiculari, exeunte à re uisæ super superficiem aquæ, & aspexeris: tunc uidebis illud manifestius, quàm cum eras obliquus: & nulla est differentia inter duos situs, nisi quia in primo, forma, quæ exit ad uisum, est refracta & multum obliqua: in secundo autem forma exit rectè, aut quædam pars ipsius exit rectè, & quædam modicum obliquè aut ferè rectè. Ex hac ergo experimentatione declaratur, quòd refractione debilitat formas refractas. Item ea, quæ sunt in aqua, & ultra uitrum & consimilia, quando refringuntur ad uisum, deferunt secum colorem corporis, in quo existunt. In illis ergo, quæ comprehenduntur refractè ultra corpora diaphana, accidunt propter refractionem fallaciæ, quæ non accidunt in eis, quæ uidentur rectè, scilicet diuersitas positionis & distantiae, & debilitas lucis & coloris. Præterea accidunt eis ista, quæ accidunt illis, quæ rectè uidentur. Formæ enim eorum, quæ comprehenduntur refractè, comprehenduntur in oppositione uisus & in rectitudine linearū radialiū. Quicquid ergo accidit eis, quæ uidentur in rectitudine linearū radialiū, accidit istis. Et in tertio libro declarauimus oēs illas fallacias &

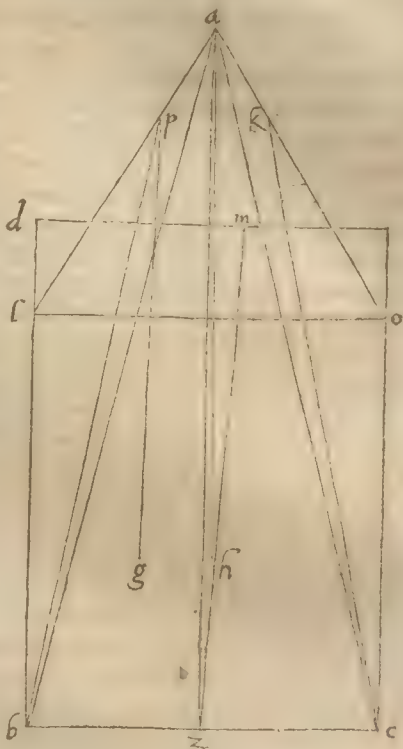
cias & causas earum: & quæ sunt etiam causæ istarum: sed in his accidit magis, & citius propter debilitatem harum formarum. Particulares autem deceptiones, quæ accidunt propter figuras superficialium corporum diaphanorum, sunt multimodæ, sed accidunt rarò uisui. Ea enim, quæ comprehenduntur ultra corpora diaphana, diuersa ab aere, sunt stellæ, & ea, quæ sunt in aqua: illa autem, quæ sunt ultra uitrum, & lapides diaphanos diuersarum figurarum rarò comprehenduntur à uisu: & non est ita de istis corporibus diaphanis, ut de speculis: specula enim sæpius aspiciuntur ab hominibus, ut uideant in eis suas formas, & habentur in domibus. Et similiter quando homo inspexerit in quodlibet corpus tersum: etiam uidebit formam eorum, quæ sunt in oppositione. Et similiter si aspexerit aquam: uidebit formam suam in ea, & uidebit, quæ sunt in oppositione. Et non est ita illud, quod uidebit ultra uitrum, & lapides diaphanos: quia homines rarò aspiciunt ad illud, quod est ultra uitrum, & lapides diaphanos. Et quia ita est, dicamus de deceptionibus refractionis particularibus, quæ semper accidunt & sine difficultate, scilicet quæ accidunt in eis, quæ uidentur in cælo, & in aqua: & dicemus parum de his, quæ uidentur ultra uitrum, & lapides. Dicamus ergo, quòd semper uisus fallitur in eis, quæ comprehenduntur ultra corpus diaphanum, diuersum ab aere, præsertim in positione & remotione, in coloribus & lucibus eorum, & in magnitudine eorum & figuris quorundam. Ea enim, quæ uidentur in aqua, & ultra uitrum, & lapides diaphanos, uidentur maiora: stellæ autem, & distantia inter stellas, quandoque uidentur maiores, quandoque minores.

39. Si communis sectio superficialium, refractionis & refractiui fuerit linea recta, & uisus sit in perpendiculari ducta à medio uisibilis paralleli communi sectioni: imago maior uidebitur uisibili. 31 p 10.

Sit ergo uisus a: & sit b c ultra corpus diaphanum, grossius aere: Dico, quòd b c uidebitur maior, quàm sit. Sit ergo primò superficies corporis diaphani plana. A aut est in perpendiculari, exeunte à medio b c super superficiem corporis: aut extra. Sit ergo in primis, in ipsa: & [per 12 p 1] sit illa perpendicularis a m z: & extrahamus superficiem, in qua sunt lineæ a z, b c: & faciet in superficie corporis diaphani lineam d m e [per 3 p 11:] & [per 9 n] superficies, in qua sunt duæ lineæ a z, b c, erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani. Et non transit per a & per aliquod punctum lineæ b c superficies, quæ sit perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, in qua sunt lineæ a z, b c. Non enim transit per a superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per a z: quæ linea est perpendicularis super superficiem corporis: [per 9 n & conuersionem 4 d 11] nec exit ex a perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per a z. Non ergo per a transit superficies, quæ sit perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a z: & non transit per aliquod punctum lineæ b c & per lineam a z, nisi illa superficies, in qua sunt duæ lineæ a z, b c. Non ergo transit per a & per aliquod punctum lineæ b c superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, in qua sunt lineæ a z, b c. Non ergo refringetur forma alicuius puncti eorum, quæ sunt in b c, nisi ex linea d e. Et [per 11 p 1] extrahamus ex b & c duas perpendiculares: cadent ergo in lineam d e in duobus punctis d e, [per lemma Procli ad 29 p 1: quia b c, d e sunt parallelæ ex thesi] scilicet b d, c e. Et sit b c in primis æquidistans lineæ d e: & refringatur forma b a d a e p: & forma c a d a e h: & cõtinuemus lineas b p, p a, c h, h a: item a b, a c: & extrahamus a p ad l, & a h ad k. [Nam quòd a p, a h concurrant cum b d, c e patet per lemma Procli ad 29 p 1.] Quia ergo z positum fuit in medio lineæ b c, positio b e x a erit equalis positioni c e x a: & sic distantia p e x a erit sicut distantia h e x a. [Quia enim a z bifariam secans b c, est ad eandem perpendicularis per thesin, ipsaq; a z communis, æquatur sibi ipsi: erit per 4 p 1 a b æqualis a c. Itaque cum b c, d e sint parallelæ ex thesi, & puncta b & c à uisu a æquabiliter distent: ab eodem æquabiliter distabunt refractionum puncta p & h, propter æquabilem in eodem & æquabili medio punctorum omnium diffusionem. Quare a p æquatur ipsi h a:] & sic [per 5. 15 p 1] angulus d p l erit æqualis angulo e h k, sed [per 29 p 1] duo anguli d, e sunt recti: & linea d p est æqualis lineæ e h: quia p m est equalis m h. [Nam quia per thesin, fabricationem & 34 p 1 tota m d æquatur toti m e: & anguli ad m deinceps recti per 29 p 1, & ad p & h æquales per conclusionem, latusq; a m commune: æquabitur per 26 p 1 m p ipsi m h. Quare reliqua d p æquabitur reliquæ e h per 19 p 5] ergo [per 26 p 1] d l est æqualis e k: & cõtinuemus l k: erit ergo [per 33 p 1] æqualis lineæ b c: angulus ergo c a b erit minor angulo k a l. [Nam recta l k secans latera a b, a c, facit duos angulos exteriores, maiores interioribus oppo-

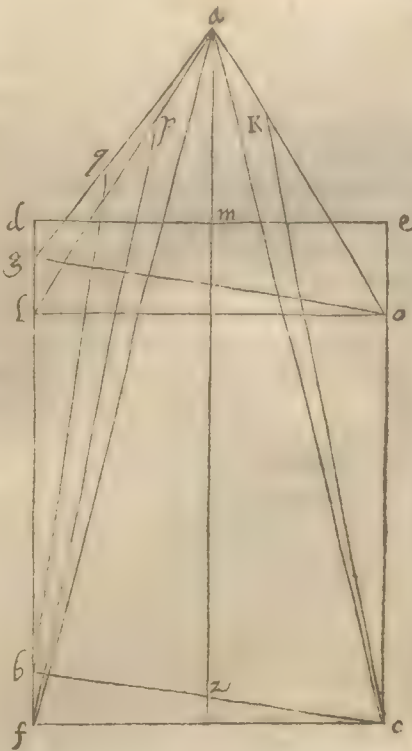


ciem b c d e: & cōtinuemus a z: & sit a z posita perpendiculariter super b z c. Positio ergo b respectu a est similis positioni c, respectu a: & distantia b ex a est æqualis distantia c ex a, [ut 39 n ostēsum est.] Et refringatur b ad a ex p: & c ad a ex k. Positio ergo p, respectu a, est similis positioni k, respectu a: & distantia p ex a, sicut distantia k ex a: & continuemus lineas b p, p a, c k, k a. Est ergo [per 9 n] superficies, in qua sunt duę lineę, a p, b p perpendicularis super superficiem corporis diaphani: quia est superficies refractionis: perpendicularis ergo b d erit in hac superficie: & perpendicularis, quę exit ex p, erit in illa superficie: linea ergo a p secabit b d [per lemma Procli ad 29 p 1:] extrahatur ergo a p, & secet b d in l: & extrahatur a k, & secet c e in o: erit ergo a l, sicut a o: [ppter similem positionem punctorum l & o ad punctum a:] & erit b l, sicut c o: & continuemus l o, quę est diameter imaginis b c: & [per 33 p 1] erit l o æqualis b c: & continuemus a b, a c. Vtraque ergo superficies a l b, a o c est perpendicularis super superficiem corporis diaphani [per 9 n:] & tres superficies perpendiculares super superficiem corporis diaphani, quę transeunt per puncta b, z, c, [nempe a l b: a m z: a o c] secant se in perpendiculari exeunte ex a super superficiē corporis diaphani [per 19 p 11:] & erit angulus b p l angulus refractionis: & linea b l d perpendicularis est super superficiem corporis: ergo [per 13 p 11] linea a l est obliqua super ipsam. Linea ergo a p continet cum perpendiculari exeunte ex p super superficiem corporis angulum acutum ex parte l: & extrahamus perpendicularem: & sit p g: ergo [per 6 p 11] erit æquidistans l d: angulus ergo p l d est acutus [per 29 p 1:] ergo [per 13 p 1] angulus a l b est obtusus. Linea ergo a l est minor, quàm linea a b [per 19 p 1.] Et similiter declaratur, quod a o erit minor a c: sed lineę a l, a o sunt æquales, & a b, a c sunt æquales, & linea l o est æqualis lineę c b: ergo angulus o a l est maior angulo c a b: [ut paruit 39 n] & positio l o est consimilis positioni b c: quia linea, quę exit ex a ad medium l o, est perpendicularis super lineam l o, quia [per 29 p 1] l o est æquidistans b c, & b c est perpendicularis super superficiem, in qua sunt a z, d b: ergo [per 8 p 11] l o est perpendicularis super eandem superficiem. Linea ergo l o est perpendicularis super superficiem, quę continuat a cum medio l o. Positio ergo l o respectu a est, sicut positio b c respectu a: Sed l o comprehenditur remotior, propter debilitatem formę: ergo l o uidebitur maior quàm b c: sed l o est imago b c. Ergo b c uidebitur maior, quàm sit.



42. Si communis sectio superficierum, refractionis et refractivi fuerit linea recta: & visus sit extraplanum perpendicularium à terminis visibilis obliqui ad communem sectionem, super refractivum ductarum: imago maior uidebitur visibili. 34 p 10.

Item iteremus figuram: & sit b c non æquidistans d e: & extrahamus c f æquidistantem lineę d e: & continuemus a f: & sit p punctum, ex quo refringatur f ad a: b autem refringatur ad a ex q: & continuemus a q: & extrahamus illam ad g. Sic ergo erit g altius quàm l: nam b est ultra lineam a f: unde linea a g est ultra lineam a l: ergo g est altius, quàm l: & continuemus g o: erit ergo g o diameter imaginis b g: & erit [per 19 p 1] g o maior l o [angulus enim g l o est rectus per fabricationem & 29 p 1:] & a g minor a l [per 19 p 1: quia angulus a g l est obtusus, ut ostēsum est 40 n] & duę lineę a g, a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b, a o c: & differentia communis inter duas has superficies transit per z: & duę lineę, quę exeunt ex a perpendiculariter super illam superficiem corporis diaphani, sunt extra hęc communem differentiam in his duabus superficiebus, & sunt altiores duabus lineis a g, a o: ergo angulus g a o est maior angulo b a c: [ut ostēsum est 39 n] & remotiones g o, b c ex a non differūt multū: quia linea g o aut erit æquidistans b c,



aut non

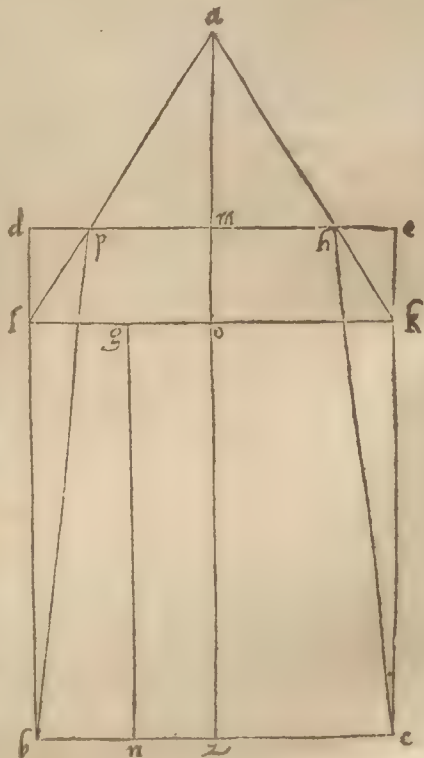
aut non erit ibi differentia sensibilis in positione. Positio ergo $g o$, respectu a est, sicut positio $b c$, respectu a : & inter distantias $g o, b c$ respectu a , non est diuersitas sensibilis. Quapropter $g o$ uidebitur maior quam $b c$: sed $g o$ est imago $b c$. Ergo $b c$ uidebitur maior quam sit. Et hoc est quod uolumus.

43. Si tota imago refracti uisibilis à refractiuo plano, uideatur maior uisibili: uidebitur & pars imaginis maior parte uisibilis proportionali. 35 p 10.

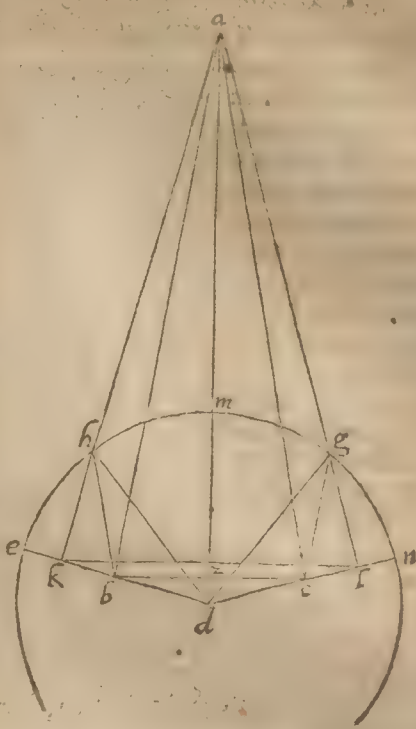
Item iteremus figuram primam huius capituli: [39 n] & sit perpendicularis, secans lineam $l k$, a m $o z$: erit ergo $l o$ medietas $l k$: & punctum z uidebitur in o : quia uidebitur in perpendiculari $z m$: ergo $b c$ uidebitur in linea $l k$: & $b z$ est medietas $b c$: & $l o$ est medietas $l k$: & $l k$ uidebitur maior quam $b c$, ergo $l o$ uidebitur maior quam $b z$. Causa autem magnitudinis $b c$ est refractione: ergo causa magnitudinis $b z$ est refractione. a autem est in perpendiculari $a z$, quæ exit ab extremitate $b z$ super superficiem corporis diaphani. Et hoc idem sequitur in tribus figuris sequentibus primam, scilicet in secunda, in tertia, & quarta huius capituli: scilicet quod uisus comprehendit medietates uisibilium maiores, quam sint: & uisus est in perpendiculari exeunte ab extremitate medietatis super superficiem corporis diaphani, aut super superficiem transeuntem per extremitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis. Nam punctum, quod est medium imaginis, est in perpendiculari exeunte à medio rei uisæ, siue res uisa sit æquidistans superficiem corporis diaphani, siue non. Item $b n$ sit quædam pars lineæ $b z$: & extrahamus perpendicularem $n g$: imago ergo n erit in linea $n g$: [per 19 n] sit ergo imago n : ergo aut erit in linea $l g$, aut prope illam. Quapropter $l g$ aut erit æqualis lineæ $b n$, aut ferè. Sed in prima figura huius capituli [39 n] declarauimus, quod $b c$ comprehenditur maior, quam sit. Et causa huius est refractione: & refractiones formarum, quæ remotiores sunt à perpendiculari, cadente à centro uisus super superficiem corporis diaphani, sunt maiores refractionibus formarum, quæ sunt propinquiores perpendiculari: refractione ergo formæ $b n$ ad a est maior quam refractione formæ $z n$ ad a . Causa ergo, quæ facit imaginem $b z$ uideri maiorem, facit, ut $b n$ habeat maiorem proportionem ad ipsam, quam illa, quam habet $b z$ ad $b n$: ergo $l g$ (quæ est imago $b n$) comprehenditur maior, quam $b n$. Item si a non comprehenderit imaginem $b n$ maiorem, quam ipsam $b n$: non comprehendet imagines cæterarum partium lineæ $b n$, quæ sunt propinquiores ad z , maiores ipsis partibus. Nam formæ cæterarum partium sunt minoris refractionis, quam forma $b z$: sed refractione est causa magnitudinis imaginis: ergo a non comprehendet $l o$ maiorem, quam $b z$: a ergo comprehendet maiorem $b n$, quam sit. Et idem accidit, si a extra perpendicularem est exeuntem ex $b z$ super superficiem corporis diaphani, & lineæ, quæ exit ex a ad mediū $b z$, non est perpendicularis super $b z$. Et hoc idem sequitur in tribus figuris, in secunda scilicet, tertia & quarta huius capituli: [40. 41. 42 numeris.] Omne ergo, quod comprehenditur à uisu ultra corpus diaphanum grossius aere, cuius superficies fuerit plana, comprehenditur maius, quam sit, siue sit uisus in aliqua perpendiculari exeunte ex illo uisu super superficiem corporis, siue sit extra: & indifferenter, siue diameter rei uisæ fuerit æquidistans superficiem corporis, siue non æquidistans.

44. Si uisus sit in continuata diametro circuli (qui est communis sectio superficierum, refractionis & refractiuo conuexi densioris) uisibile uerò inter ipsius centrum & uisum, ab eodem centro æquabiliter distet: imago uidebitur maior uisibili. 36 p 10.

Item: sit superficies corporis spherica, cuius conuexum sit ex parte uisus, & grossius aere: & sit uisus a : & res uisa $b c$: & sit centrum spheræ ultra $b c$, in respectu uisus: & sit centrum d : z medium $b c$: & continuemus $d b, d z, d c$: & extrahamus has lineas, quousq; concurrant cū superficie spheræ ad e, m, n : & extrahamus $z m$ in parte m : & primò sit uisus in linea $z m$: erit ergo $a m z$ linea recta: & primò sit $b d$ æqualis $c d$: Sic ergo [per 8 p 1. 10 d 1] erit $a z$ perpendicularis super $b c$: Positio ergo b , respectu a , erit similis positioni c respectu a . Et extrahamus superficiem, in qua sunt $d e, d n, d m$: faciet ergo [per 1 th. 1 sphericorum] in superficie spherica arcū circuli magni: sit ergo arcus $e m n$: & hæc superficies est perpendicularis sup superficiem sphericā [per 9 n: quia est superficies refractionis

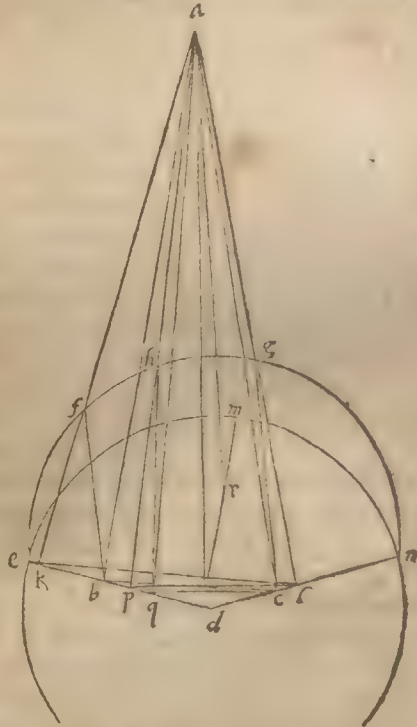
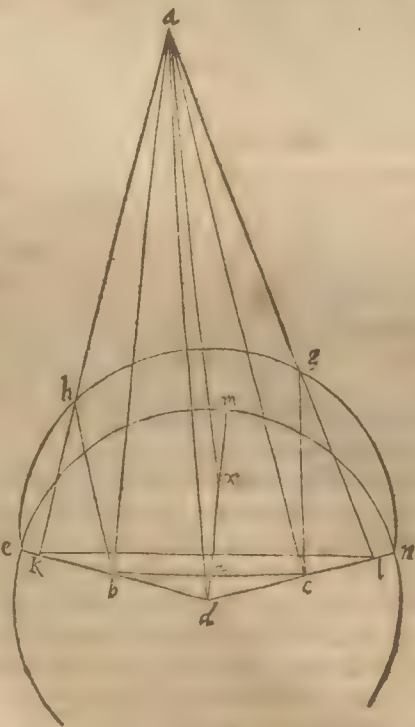


fractiōis] nec sit refractio extra hanc superficiē: nā a z est ppendicularis sup superficiē sphaericā corporis. Nō ergo refringetur forma alicuius partis b c ad a, nisi ex circūferētia e m n. Refringatur ergo b ad ad a ex h: & c ad a ex g. Positio ergo h respectu a, & distantia eius est equalis positiōi & distātiē g. Et cōtinuemus b h, h a, c g, g a: & extra hamus a h ad k, & a g ad l: & cōtinuemus k l: erit ergo a k equalis a l. [Quia enim anguli ad z recti sunt ē cōclusione, & b z equalis c z, & z d communis: erunt anguli b d z, c d z aequales per 4 p 1. Et cum puncta h & g à puncto a equabiliter distent, propter aequabilem punctorum b & c, à puncto a distantiam: aequabiliter etiam à puncto m distabūt, quia m est in periphēria e m n, in recta linea a m z: itaq; periphēria h m aequabitur periphēriē g m: & connexis rectis d h, d g: aequabitur angulus h d m angulo g d m per 27 p 3: & per 15 d. 4 p 1 angulus d a h angulo d a g. Quare cum triangula d a k, d a l habeāt duos angulos duobus angulis aequales ad cōmune latus d a: erunt ipsa aequilatera per 26 p 1: itaque latus a k aequabitur lateri a l, & d k ipsi d l:] & erit l k imago b c: & erit equidistans b c: [Nā quia d k aequalis conclusa est ipsi d l, & d b aequalis d c ex thesi: erit b k equalis c l: & per 7 p 5 ut d b ad b k, sic d c ad c l: I: itaq; per 2 p 6 l k parallela est c b:] erit ergo maior quā b c: [Nam propter triangulorum l d k, c d b similitudinem ē 29. 32 p 1 manifestā: est, ut l d ad c d, sic l k ad c b: sed per 9 ax. l d maior est c d: ergo l k maior est c b:] & cōtinuemus a b, a c: erit ergo [ut patuit 39 n] angulus k a l maior angulo b a c: & erit positiō k l similis positiōi b c: & inter l k & c b non est differentia in distantia, ut in praecedentib. diximus: ergo k l uidebitur maior quā b c: sed k l est imago b c: ergo b c uidebitur maior, quam sit: quia imago eius est maior se: & hoc est, quia forma eius est debilior, quā uera forma. Et hoc est quod uolumus.



45. Si uisus sit in continuata diametro circuli (qui est cōmunis sectio superficierum refractio- nis et refractiui cōuexi dē sioris) uisibile uerò inter ipsius centrū & uisum ab eodē cētro in aequa- biliter distet: imago uidebi- tur maior uisibili. 37 p 10.

Si uerò b d, b c fuerit inē- quales: tūc a k a l erūt inēqua- les: & sic b c, k l erunt oblique sup lineā a d: erit ergo k l, ut in secūda figu- ra huius capi- tis [40 n] dixi- mus, maior q̄ b c in uisu.



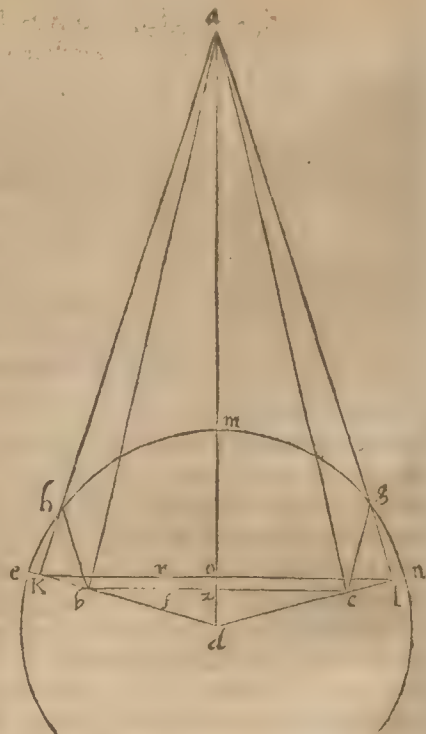
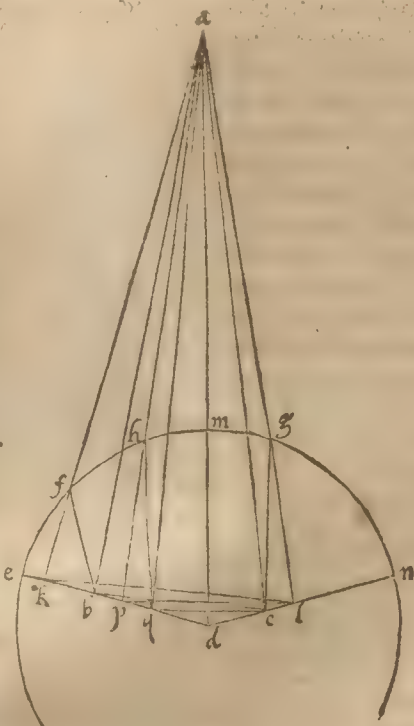
46. Si cōmu- nis sectio sup- ficierū refra- ctionis & re- fractiui cōue- xi dē sioris fue- rit piphēria: et uisus sit extra planum perpendicularium duct arū à terminis uisibilis inter cen- trū refractiui & uisum, ab eodem centro siue aequabiliter siue in aequabiliter distantis: imago ui- debitur maior uisibili. 38. 39 p 10.

Item: si a fuerit ex tra sup erficiem b z c: & b d, c d fuerint aequales aut inaequales, declarabitur, ut in tertia

in tertia figura & quarta huius capituli [41.42 n] quòd k l uidebitur maior quàm b c.

47. Si tota imago refracti uisibilis à refractiuo conuexo, uideatur maior uisibili: uidebitur & pars imaginis maior parte uisibilis proportionali. 41 p 10.

Sed secet linea d m lineá k l in o: erit ergo k o imago b z: & erit angulus k a o maior angulo b a z [p 9 ax.] & positio k o est similis positiói b z: & distantię k o, b z respectu a nõ differunt multú. Quapropter k o uidebitur maior quàm b z: Et a est in perpendiculari z m exeúte ab extremitate b z super superficié corporis: sit ergo b f pars b z: & sit k r imago b f: Ergo, ut in quinta figura huius capituli [43 n] diximus: patet quòd k r uidebitur maior quàm b f. Si aut a est extra superfi-



cié, in qua sunt oés perpendiculares exeuntes ex b c super superficiem corporis diaphani (ná linea, quæ exit ex a ad medium b c perpendiculariter, non est idcirco perpendicularis super superficié lineæ b c) idem patebit. Nam quia b c, k l sunt erectæ super lineam a z d, aut super superficié, quæ tráfit per lineam m d: & k o est imago b z: & l o est imago c, & angulus, quem respicit k o apud centrum uisus, est maior angulo, què respicit b z apud centrum uisus: & similiter angulus, què respicit o l, est maior angulo, què respicit z c: ergo k o uidebitur maior quàm c z: & similiter k r uidebitur maior quàm b f. Et omnia hæc declarantur in quinta figura huius capituli [43 n.] Sed in hac positione est quedam additio, scilicet quòd k l, quæ est imago b c, est maior in ueritate quàm b c, & k r est maior b f. In prima aut positione, scilicet in plana superficié [refractiu: qualis fuit 29. 40. 41. 42. 43 n] duæ imagines sunt æquales, duobus uisibilib, apparent aut uisui esse maiores. Imago uero k l, & imago k o, in superficie spherica, à qua fit refractione, sunt maiores in uisu ipsis rebus: & sic sunt in ueritate. Et patet, quòd angulus, quem respicit k l apud centrum uisus, est maior angulo, quem respicit b c apud centrum uisus: & angulus, quem respicit k o apud centrú uisus, est maior angulo, quem respicit b z, cù uisus fuerit extra superficiem, in qua sunt d e, d z, ut in quarta figura huius capituli [42 n] diximus. Ergo si uisus comprehenderit aliquid ultra corpus grossius aere, cuius superficies fuerit spherica, & cuius conuexum fuerit ex parte uisus, & cuius centrum fuerit ultra rem uisam, quátum ad uisum: comprehendet illud maius, quàm sit secundum ueritatem, & etiam secundum apparétiem in uisu: siue fuerit uisus in perpendiculari, exeunte à re uisa super superficiem sphericam, siue extra, siue linea, quæ exit à centro uisus ad mediú rei uisæ, fuerit perpendicularis super rem uisam, siue obliqua. Et hoc est quod uoluimus declarare.

48. Imago refracti uisibilis ab aqua ad aerem, uidetur maior uisibili. 42 p 10.

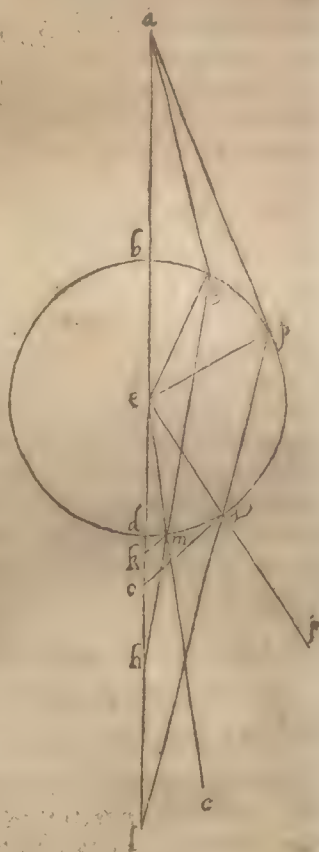
E hoc accidit in eis, quæ uidentur in aqua: nam conuexum superficié aquæ sphericum est ex parte uisus, & centrum superficié aquæ est ultra illa, quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere: Sed illud, quod uidetur in aqua, si aqua fuerit clara & pauca, fortè non comprehenditur à uisu esse maius in aqua, quàm si esset in aere. Non enim differt quantitas eius tunc, quátum ad sensum, scilicet quantitas eius in aqua & aere: tunc enim illa additio in aqua erit parua, & ideo sensus non distinguet tunc illam additionem: tamen experientia potest comprehendí hoc modo. Accipe corpus columnáre, cuius longitudo non sit minor uno cubito: & sit aliquantæ grossicie: album: nam albedo in aqua manifestius distinguitur: & sit superficies basis eius plana, ita ut per se stet æqualiter super superficiem terræ. Hoc obseruato, accipe uas amplum, & sit superficies eius plana, & infunde in uas aquam claram in altitudine minore longitudine corporis columnaris: deinde mitte illud corpus columnáre in aquam, & pone ipsum super suam basim in medio uasis: erit ergo aliqua pars huius corporis extra aquam: nam altitudo aquæ est minor

nor longitudine huius corporis. Tunc enim, cum quietum aqua, uidebis partem corporis, quae est intra aqua grossiorem illa, quae est extra aquam. Patet ergo ex hac experientia, quod omne uisum comprehensum in aqua, comprehenditur maius, quam sit in ueritate. Item sit corpus sphaericum, cuius conuexum sit ex parte uisus, & res uisa sit ultra centrum superficiei sphaericae, & sit illud corpus grossius aere: Sed in assuetis uisibilibus non est tale aliquid, quod uideatur ultra corpus diaphanum sphaericum grossius aere, ultra centrum sphaerae, & res uisa cum hoc sit intra corpus sphaericum: hoc enim non fit, nisi corpus sphaericum fuerit uitreum aut lapideum, & fuerit totum corpus sphaericum solidum, & res uisa fuerit intra ipsum, aut ut corpus sphaericum sit portio sphaerae maior semisphaera, & res uisa sit applicata cum basi eius: sed hi duo situs raro accidunt: huiusmodi ergo res non sunt de assuetis uisibilibus: non ergo debemus occupari circa ea, quae accidunt huiusmodi uisibilibus. Sed sunt quaedam assuetata, quae uidentur ultra corpus diaphanum sphaericum grossius aere, cuius conuexum erit ex parte uisus, cum res uisa fuerit ultra sphaeram crystallinam, aut uitream in aere, non intra sphaeram. Positiones autem huiusmodi uisibiliu sunt multimodae: Sed haec raro comprehenduntur: & si comprehendantur, raro uidentur. Non est ergo conueniens distinguere oes illas positiones: Simus ergo contenti una sola positione, scilicet ut uisus & res uisa sint in eadem perpendiculari super superficiem corporis sphaerici.

49. Si uisus, centrum refractum conuexi densioris & uisibile ultra refractiuum positum, fuerint in eadem recta linea: imago uidebitur corona seu armilla: & maior uisibili. 43 p. 10.

It ergo uisus a: & corpus sphaericum b g z d: & centrum eius sit e: & continuemus a e, & extrahamus eam rectam: & secet superficiem sphaerae in duobus punctis b, d: & extrahamus ipsam in parte d usque ad h: & extrahamus ex linea h b a superficiem aequalem secantem sphaeram: faciet ergo [per i th i sphaericorum] in superficie sphaerae circulum b g z d. Octaua autem figura in capitulo de imagine [29 n] diximus, quod in linea b d sunt plura puncta, quorum formae refringuntur ad a ex circumferentia b g z d: & quod forma totius illius lineae refringitur ad a, si b g z d fuerit continuum & non fractum, in parte b. Refringatur ergo h l ad a ex circumferentia b g z d, & refringatur h ad a ex g: & l ad a ex p: forma ergo h l refringetur ad a ex arcu g p: & continuemus lineas g m h, g a, l z p, p a: h ergo extenditur per g h, & refringitur per g a: & l extenditur per l p, & refringitur per p a: & continuemus lineas e g, e m, e z: & extrahamus e m ad c: & e z ad f. forma ergo, quae extenditur per a g, refringitur per g h, & peruenit ad h: & forma, quae extenditur per a p, refringitur per p l, & peruenit ad l: hoc est, si corpus diaphanum fuerit continuum usque ad g: Si uero corpus sphaericum fuerit signatum apud superficiem sphaericam: tunc forma, quae extenditur per a g: refringitur per g m in partem perpendicularis, quae est e h: & cum forma peruenit ad m: refringetur secundo in partem contrariam perpendicularis, quae est e m c: refringatur ergo ad k. Et ideo etiam forma, quae extenditur per a p, refringitur per p z: & cum fuerit refracta ad z, refringetur secundo ad contrariam partem perpendicularis, quae est e z f: sit ergo refractio formae, quae peruenit ad z, per lineam z o. Forma ergo k extenditur per k m, & refringitur per m g: deinde refringitur secundo per g a. Et similiter forma o extenditur per o z, & refringitur per z p: deinde secundo refringitur per p a. Forma ergo totius k o refringitur ad a ex arcu g p. Et si linea a k o fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram a g p k circulo uolui circa a k o: tunc arcus g p faciet figuram circulaem, ut armillam, a cuius uniuerso refringetur forma k o ad a: & erit imago k o apud centrum uisus, quod est a. Forma ergo k o uidebitur in tota superficie circulari, quae est locus refractionis, quae est in rectitudine linearum radialium, quae est figura armillae. Forma ergo k o uidebitur maior seipsa: & erit figura formae diuersae a figura k o. Hoc autem potest experimentari sic. Accipe sphaeram crystallinam aut uitream rotundissimam, & accipe corpus paruum: ut granum ciceris uel ceram paruum: nam experientia per corpus paruum erit manifestior, & tingas ipsam colore nigro, & sit figura cerae sphaerica: deinde ponas ipsam in capite acus, & ponas sphaeram crystallinam in oppositione alterius oculorum, & claudes alterum oculum, & eleua acumen ultra sphaeram, & aspice ad medium sphaerae, & pone ceram in oppositione medij formae, ita ut sit opposita medio sphaerae in una linea recta, quod ad sensum, & respice ad superficiem sphaerae: tunc enim uidebis in illa superficie sphaerae nigredinem rotundam in figura armillae. Si uero non uideas eam: moue ceram ante & post, donec uideas nigredinem rotundam, tunc aufer ceram, & abscondetur nigredo: deinde redeat cera ad suum locum, & iterum uidebis illam nigredinem rotundam. Ex hac ergo experientia patet, quod si res uisa fuerit ultra corpus diaphanum sphaericum grossius aere, & uisus, & res uisa, & centrum corporis sphaerici fuerint in eadem linea recta: tunc uisus comprehendit illam rem uisam in figura armillae.

50. Si uisus, centrum circuli in refractiuo cylindraco conuexo densiore, & uisibile ultra refractiuum



fractiuum positum fuerint in eadem recta linea: imago uidebitur duplicata. 44 p 10.

Sluerò b g z d fuerit in corpore columnari, & corpus fuerit grossius aere: tunc forma k o uidebitur apud arcum g p & apud arcum sibi æqualem, & sibi respondentem ex arcu b d: Sed hæc forma non erit circularis: quia figura a h p g cum fuerit circumuoluta circa a k: nõ transibit per lineam illam arcus g p per totam superficiem columnarem: Sed refringetur fortè forma ex aliquibus portionibus columnaribus, & erit continua in una parte & similiter in alia. Nam superficies ex l k, quæ etiam transit per axem columnæ, facit in superficie columnæ, quæ est ex parte a, lineam rectam, quæ transit per b, & extenditur in longitudine columnæ: & non refringitur forma k o ex illa linea recta: nam k b erit perpendicularis super illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda, si fuerit corpus columnare: sed erunt duæ formæ, quarum altera refringitur super alteram. Videbitur ergo k o esse duo, quorum utrumq; erit maius k o: & forma utriusque erit diuersa à forma k o: & tamen illæ duæ formæ erunt apud idem punctum, scilicet centrum uisus. In uisibilibus autem assuetis nihil est, quod comprehendatur à uisa ultra diaphanum corpus, sphericum, grossius aere, cuius concuum sit ex parte uisus. Nam si fuerit ex uitro aut aliquo lapide: oportet, ut sit portio spheræ concua, & ut res uisa sit intra illam spheram, aut ut superficies eius, quæ est ultra concauitatem, sit plana, & res uisa adhæreat illi. Et illi duo situs non inueniuntur, aut raro: non ergo sollicitemur circa huiusmodi.

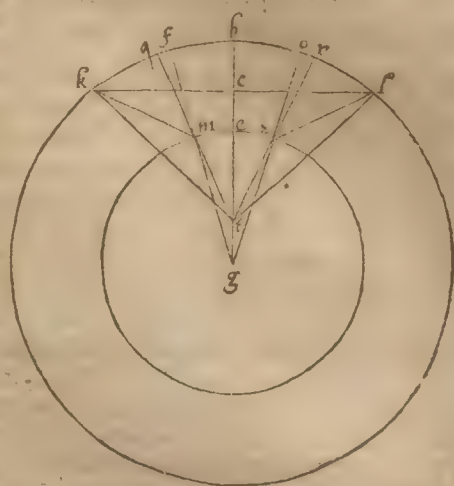
51. Stella in horizonte ut plurimum uidetur maior, quàm in medio cæli. 54 p 10.

Item: non inuenitur aliquod corpus subtilius aere, cuius superficies, quæ est ex parte uisus, sit plana aut concua. Et nõ inuenitur aliquid subtilius aere, ultra quod comprehendatur aliquid, nisi corpus cæli & ignis. Et non diuiditur à corpore aeris superficies, quæ distinguit unam partem ab alia, sed quanto magis appropinquat aer cælo, tanto magis purificatur, donec fiat ignis. Subtilitas ergo eius sit ordinatè secundum successiõnem, non in differentia terminata. Formæ ergo eorum, quæ sunt in cælo, quando extenduntur ad uisum, non refringuntur apud concauitatem spheræ ignis, cum non sit ibi superficies concua determinata. Nullum ergo inuenitur corpus subtilius aere, in quo extendantur formæ uisibilem, & refringantur apud superficiem eius, nisi corpus cæleste: & corpus cæleste est sphericum concuum ex parte uisus. Ergo omnes stellæ, quæ sunt in cælo, extenduntur in corpore cæli, & refringuntur apud concauitatem cæli, & extenduntur in corpore ignis, & in corpore aeris rectè, donec perueniant ad uisum. Et centrum concauitatis cæli est centrum terræ. Dico ergo quod stellæ in maiore parte comprehenduntur in suis locis: & quod semper comprehenduntur non in suis magnitudinibus: & cum hoc diuersatur magnitudo uniuscuiusq; earum, secundum locorum diuersitatem. Diuersitas autem locorum est propter radorum refractorum positionem, ut prius diximus. Diuersitas autem quantitatum est propter remotiõnem: nam propter remotiõnem comprehenduntur minores, quàm sint in ueritate, ut diximus in tertio tractatu, scilicet quod illa, quæ in maxima remotiõne sunt, comprehenduntur minora. Diuersitas autem quantitatum secundum diuersitatem locorum, accidit propter refractionem, cuius causam hic declarauimus: & in quarto capitulo [15 n] declarauimus, quod formæ stellarum, quæ comprehenduntur à uisu, sunt refractæ. Dico ergo, quod omnis stella comprehenditur ex omnibus locis cæli, per quos mouetur, minore quantitate, quàm sit in ueritate, secundum quod exigit remotio eius, (scilicet minor, si uisa fuerit rectè) cum nõ fuerit inter illam & uisum aliqua nubes, aut uapor grossus. Et omnis stella in uertice capitis aspicientis existens uidetur minor, quàm in alio loco cæli: & quanto magis remouetur à uertice capitis, tanto magis apparet maior: ita ut in horizonte appareat maior, quàm in alio loco. Et hoc est commune omnibus stellis remotis & propinquis. Item si in aere fuerit uapor grossus, ultra quem fuerit aliqua stella: tunc comprehendetur maior, quàm si esset sine illo uapore: & multoties accidit, ut uapor grossus sit in horizonte. Vnde stellæ in maiore parte uidentur in horizonte maiores, quàm in medio cæli. Et hoc apparet in distantijs, quæ sunt inter illas, magis, quàm in magnitudinibus ipsarum stellarum: nam quantitas stellæ, quod ad uisum, est parua, sed excessus in diuersitate distantie inter stellas, cum fuerint in horizonte, est grandis & manifestus sensui, & maxime in distantijs spatiosis, & maxime, si in horizonte fuerit uapor grossus.

52. Diameter stelle uertici propinqua, & duarum inter se distantia, refractè uisa, minor: rectè, maior uidetur. 51 p 10.

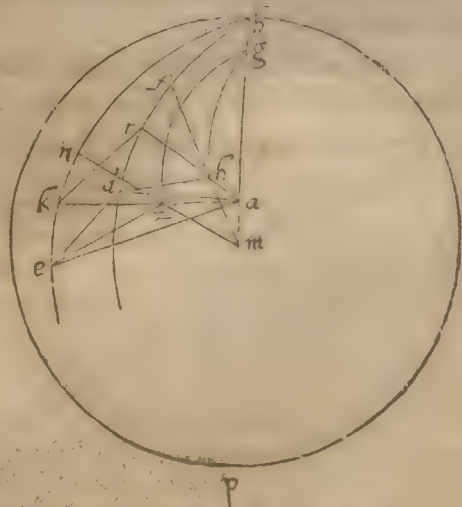
Sit ergo circulus meridiani in aliquo horizonte, b k: & differentia communis inter hunc circulum & concauitatem cæli, circulus m e z: & sit centrum mundi g: & centrum uisus t: & extrahamus g t in partem t: & occurrat circulo meridiani in b: & secet circulum, qui est in concauitate orbis, in e: erit ergo b uertex capitis, quod ad uisum t. Sit k l diameter alicuius stellæ, aut distantia inter aliquas duas stellas: & linea t b transeat per medium k l, & secet illam in c: ergo erit arcus k b æqualis arcui b l: [Nam quia t b bifariam secans k l ex thesi secat ad angulos rectos per 3 p 3: connexæ igitur rectæ k b, b l æquabuntur per 4 p 1. Quare per 28 p 2 peripheria k b æquatur peripheriæ b l.] & conuenemus duas lineas t k, t l: erit ergo angulus k t l ille, à quo t comprehendit k l, si rectè comprehenderet: & refringatur k ad t ex m, & l ad t ex z: & conuenemus g m, g z: & pertranseant ad f, o: & conuenemus lineas k m, m t, l z, z t. Forma, aut quæ extenditur ex k per m k, refringitur p m t: & g m

& gm est perpendicularis, exiens ex m (quod est punctum refractionis) super superficiem corporis, quod est in parte t [ut ostensum est 25 n 4.] Et quia corpus z m est subtilius corpore gt [per 16 n] erit refractione m t ad partem perpendicularis m g: [per 14 n] m ergo erit inter duas lineas t b, t k. Nam si m esset ultra t k: tunc perpendicularis, quæ exit ex g, esset ultra t: & forma k cum extendere-
 tur ad illud punctum: refringeretur ad partem perpendicularis gm, & non perueniret ad perpendi-
 cularem g e: & sic non perueniret ad t. M ergo est inter duas lineas t b, t k. Et similiter declarabitur
 quod z est inter duas lineas t b, t l. Et extrahamus t m ad
 q, & t z ad r: erit ergo arcus q k æqualis arcui r: [Quia
 enim puncta k & l æquabiliter à uisu distant per thesin:
 puncta refractionis m & z in refractione me z æquabili-
 ter à puncto e distabunt: ideoq; peripheria m e æquabi-
 tur peripheriæ z e: & per 33 p 6 angulus b t q angulo b t
 r, & peripheria b q peripheriæ b r (est enim uisus t, ut in
 astrologia demonstratur, tanquam centrum mundi) at
 tota peripheria b k æqualis conclusa est peripheriæ b l:
 reliqua igitur q k æquatur reliquæ r l] & angulus q t r
 est ille, per quem t comprehendit k l refractè: & angu-
 lus k t l est ille, per quem t comprehenderet k l, si rectè
 cõprehenderet. Sed remotio k l à uisu est maxima: qua-
 propter quantitas eius non certificatur. Quare t existit-
 mat remotionem k l, sicut in secundo libro diximus [24.
 25 n.] Sed æstimatio eius quando comprehendit refrac-
 tæ, nõ differt ab æstimatione eius quando comprehen-
 dit rectè, nisi quod putat se rectè comprehendere cum
 refractè comprehendat. t ergo comprehendit k l refractè ex angulo minore illo, ex quo compren-
 dit illam rectè, & secundum comparisonem ad illam eandem remotionem, ad quam compararet
 illam, si rectè comprehenderet. Sed uisus comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli respe-
 ctu remotionis [per 28 n 2.] t ergo comprehendit quantitatem k l refractè minorem, quàm si com-
 prehenderet illam rectè. Et si circumuoluamus figuram k t l circa t b immobilem, faciet circulum:
 & erunt anguli, qui sunt apud t, quos continent duæ lineæ k t, t l, & sui compares, æquales: t ergo com-
 prehendit k l refractè in omni situ, in respectu circuli meridiei, cum fuerit in uertice capitis, minorè,
 quàm si cõprehenderet eam rectè. Et si t b secuerit k l in duo æqualia: tunc duo puncta q, r erunt in-
 ter duo puncta k, l: & erit angulus q t r minor angulo k t l: & erit omnis angulus eius exiens a pun-
 cto t, secans stellam: & linea, quæ exit ex t in superficie illius circuli, secabit circulum, & comprehen-
 detur minor, quàm sit: & sic tota stella uidebitur minor, quàm sit. Stella ergo in uertice capitis com-
 prehenditur minor, quàm si comprehenderetur rectè. Et similiter distantia inter duas stellas, cum
 uertex fuerit inter duas extremitates distantiæ, comprehendetur in omnibus positionibus minor,
 quàm si rectè comprehenderetur. Et hoc est, quod uoluimus.



53. Diameter stelle, uel duarum stellarum distantia in horizonte, aut inter horizontem & meridianum, ad horizontem parallela, refractè uisa, minor: rectè, maior uidetur. 52 p 10.

Item: sit stella siue distantia in horizonte, aut inter horizonta & uerticem capitis, æquidistans ho-
 rizonti: & sit uisus a: & uertex capitis b: & continuemus a b: & sit diameter stellæ aut distantia d
 e æquidistans horizonti: & sit circulus uerticalis, qui transit per alteram extremitatem diametri
 uel distantie, circulus b d: & ille, qui transit per aliam
 extremitatem, circulus b e: & sint duæ differentie
 communes inter duos circulos & inter concavitatem
 orbis duo circuli h g, g z. Forma ergo d refringa-
 tur ad a ex h: & e ad a ex z: & continuemus lineas a h,
 h d, a z, z e, a d, a e: & sit centrum mundi m: & conti-
 nuemus m h, m z, & pertranseant ad f, n: erit ergo m
 h perpendicularis, exiens ex h ad superficiem corpo-
 ris diaphani: [ut demonstratum est 25 n 4.] & erit h a
 refracta ad partem h m: erit ergo refracta ad partem
 contrariam illi, in qua est [f h: per 14 n] h ergo est al-
 tius, quàm a d. Et similiter declarabitur, quod z est al-
 tius quàm a e: ergo duo puncta f, n sunt inter duo pun-
 cta d, e & zenith capitis: & angulus refractionis, qui
 est apud h, est æqualis angulo refractionis qui est a-
 pud z: positio enim duorum punctorum d, e respectu
 a est consimilis. Tantum ergo distat f a d, quantum n
 a b e: & extrahamus a h ad t, & a z ad k. Distabit ergo
 t a d tantum, quantum n k a b e: & continuemus t k: erit ergo æquidistans d e: est ergo minor: [quorū
 utrumq; demonstratum est à Campano 14 p 12] & lineæ a t, a k, a f, a e sunt æquales: quia a est quasi
 centrum



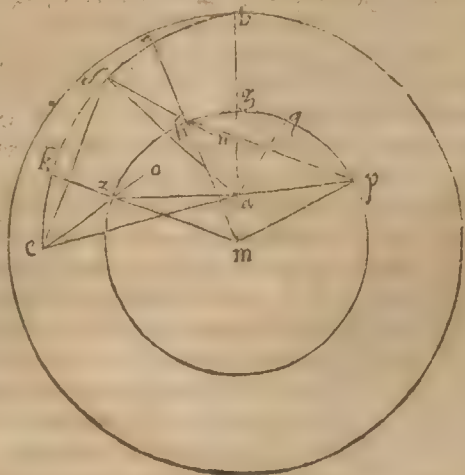
centrum mundi & duorum circularum b d, b e. Duæ ergo lineæ a t, a k sunt æquales duabus lineis a d, a e, & basis t k est minor quàm basis d e: ergo [per 25 p 1] angulus t a k est minor angulo d a e: & angulus t a k est ille, quo d e cõprehenditur refractè: & angulus d a e est ille, quo d e cõprehenditur rectè. Si ergo stella fuerit in horizonte, aut inter horizonta & circulũ meridiei: & fuerit diameter eius æquidistans horizonti: uidebitur minor, quàm si uideretur rectè. Et hoc idem est de distantia inter duas stellas, si distantia fuerit æquidistans horizonti.

54. Diameter stelle, uel duarum stellarum distantia in circulo altitudinis refractè uisa, minor: rectè, maior uidetur. 53 p 10.

Item iteremus figuram: & sit diameter aut distantia erecta scilicet in eodem circulo uerticali: & sit illa diameter aut distantia linea d e in circulo uerticali b d e: & sit differentia communis inter hunc circulum & inter concauitatem orbis, circulus g h z: & continuemus a d, a e: & refringatur d ad a e x h, & e ad a e x z. Patet ergo, ut in præcedente figura, quòd h est altius quàm a d, & quòd z est altius quàm a e: & continuemus lineas a h, h d, a z, z e, m h, m z: & extrahamus m h ad t, & m z ad k. Erit ergo angulus a z m ualde paruus. [Nam semidiameter terræ ad semidiametrum cœli, rationem sensibilem nullam habet, ut docetur in astrologia] & angulus refractionis erit pars illius. Erit ergo [per 12 n] angulus e z k acutus: & similiter d h t acutus: & [p 13 p 1] uterq; angulus a h d, a z e obtusus. z autem aut erit in horizonte, aut altius: si in horizonte: erit ergo in extremitate perpendicularis exeuntis ex a super a b, aut altius illa: & h est altius quàm z: ergo angulus a h m erit minor angulo a z m. [Nam constitutis ad puncta m & a angulis a m p, g a q equalibus angulis z m a, h a g per 23 p 1, connexisq; rectis a p, h p: erunt anguli m p h, m h p æquales per 15 d. 5 p 1: & a p maior a h: q a per 7 p 3 maior est a q: & per 18 p 1 angulus a h p maior angulo a p h. Quare angulus a h m, minor erit angulo a p m, cui equalis est angulus a z m p 15 d. 4 p 1. Itaq; angulus a h m minor erit angulo a z m] ergo [per 12 n] angulus d h t est minor angulo e z k: ergo angulus a h d est maior angulo a z e [per 12 n. 13 p 1.] & duæ lineæ m t, m k sunt semidiametri circuli b d e: & duæ lineæ m h, m z sunt semidiametri circuli g h z: ergo [per 15 d 1] m t est æqualis m k, & m h est æqualis m z: ergo [per 3 ax] h t est æqualis z k, & angulus d h t est minor angulo e z k: ergo linea d h est minor quàm e z. [Nam linea æqualis ipsi d h (quæ cū k z continet angulũ æquale angulo d h t) minor est linea e z per 7 p 3.] & duæ lineæ a d, a e sunt æquales, similiter duæ a h, a z sunt æquales: quia a est quasi centrum circuli b d e, & circuli g h z. Ergo circulus, qui continet triangulum a h d, maior est circulo, qui cõtinet triangulũ a e z, quia angulus a h d est maior angulo a z e, & linea h d est minor, ut declaratum est, quàm z e. Ergo h d distinguit de circulo continente triangulum a h d, arcum minorem arcu, simili arcui, quem diuidit z e ex circulo continente a e z: angulus ergo h a d minor est angulo z a e: sit ergo z a d communis: ergo angulus h a z est minor angulo d a e: & angulus h a z est ille, sub quo a comprehendit refractè d e: & angulus d a e est ille, sub quo comprehendit d e rectè: si comprehenderet: a ergo comprehendit d e refractè minorem, quàm rectè. Et hæc demonstratio sequitur, si circulus b d e fuerit circulus meridiei. Diameter ergo stellæ cum fuerit directa & recta, & distantia inter duas stellas recta: comprehenditur refractè minor quàm rectè. Et hoc est quòd uolumus.

55. Stella uidetur circularis: maior in horizonte, quàm in medio cœli: similiterq; duarum fixarum inter se distantia. 54 p 10. Idem 51 n.

Et omnis stella in cœlo comprehenditur rotunda: quia diametri eius comprehenduntur æquales. Et cum sit manifestum, quòd utraq; diameter eius recta & transuersa secundum latitudinem comprehenditur minor, quàm si comprehenderetur rectè: ergo utraq; diameter eius decliuis comprehenditur æqualiter minor, quàm si comprehenderetur rectè. Et similiter distantia inter stellas comprehenduntur in omnibus locis & in omnibus sitibus minores, quàm si comprehenderentur rectè. Item diximus [51 n] quòd omnis stella in uertice capitis comprehenditur minor, quàm in omnibus alijs partibus cœli: & quòd fuerit remotior à uertice capitis, tantò comprehenditur maior: & quàm maxima comprehenditur, quando comprehenditur in horizonte. Restat ergo declarare causam, quare hoc sit. Dico, quòd in secundo tractatu huius libri declarauimus, cum tractauimus de magnitudine [38 n:] quòd si uisus comprehenderit magnitudines uisibilium: comprehendit illas ex quantitibus angulorum, quos respiciunt uisibilia apud centrum uisus, & ex quantitibus remotionum, & ex comparatione angulorum ad remotiones. Et declarauimus, quòd uisus nunquam comprehendit uisibilium quantitates, nisi remotiones eorum sint in rectitudine corporum propinquorum continuorum: & quòd si uisus non certificarit remotiones uisibilium, non certificabit quantitates uisibilium. Et declarauimus illic etiam, quòd uisus, si non certificauerit



cauerit distantiam uisi, potest perpendere distantiam eius, & assimulare eam distantijs uisibilium assuetorū, quibus tale uisibile comprehenditur, in tali forma & in tali figura: deinde cōprehendit magnitudinem illius ex quantate anguli, quem respicit illud uisibile apud centrū uisus, respectu remotionis, quam perpendit: & remotiones stellarum nō sunt in reſtitudine corporum propinquorum. Quare uisus nō comprehendit quantitates earum, neq; certificat distantias earum. Visus ergo perpendit distantias stellarum, & assimilat illas distantijs eorum, quæ sunt terrestria, quæ comprehenduntur ex distantia maxima, & perpendit quantitates eorum. Corpus autem cœli non uidetur sensui, quod sit sphaericum, & concuum eius sit ex parte uisus, neq; uisus sentit corporeitatē cœli, neq; uisus sentit de cœlo, nisi colorem glaucum solummodo: corporeitas uerō & extensio secundū tres dimensiones, & rotunditas & concuuitas nullo modo possunt cōprehendi. Et si uisus non certificauerit aliquid: tunc assimilabit ipsum alicui de rebus assuetis: unde comprehendit solem & lunā planos, & corpora conuexa & concua à maxima distantia, plana: & arcus quorum conuexum aut concuum est ex parte uisus, comprehendet lineas rectas. Nam si non comprehenderit propinquitatē medij, & remotionē extremitatum in conuexis, & remotionē medij & propinquitatem extremitatum in concuis: tunc assimilabit superficies conuexas, & concuas superficiebus planis, & assimilabit arcus lineis rectis: assueta enim uisibilia in maiore parte sunt plana & recta. Nec uisus, cum forma stellæ peruenit ad ipsum, sentit quod illa forma sit refracta, aut quod refringatur ex superficie concua, & quod corpus, in quo stella est, sit subtilius corpore, in quo est uisus: sed forma stellæ comprehenditur, sicut formæ aliarū rerum, quæ comprehenduntur in aere rectē. Et formæ uisibiliū non refringuntur, quando occurrunt corpori diuerso ab aere, propter uisum: nec uisus sentit refractionē eorū, nec superficiem, à qua refringuntur formæ in corporibus diuersis in diaphanitate, nisi proprietate naturali formæ lucis & coloris, quæ extenduntur in corporibus diaphanis. Formæ ergo stellarū refractarū perueniunt ad uisum, sicut perueniūt formæ eorū, quæ sunt in aere, ad uisum, & non comprehenduntur, sicut comprehenduntur in aere. Visus autē comprehendit colorē cœli, nec tamen certificat formā eius nudo sensu. Et cum uisus comprehenderit colorē aliquē in longitudine & latitudine: super hoc, quod cōprehendit figuram & formā: comprehendet ipsum planū: assimilabit enim ipsum aliquibus superficiebus assuetis, ut parieti & alijs. Et hoc inodo cōprehendit superficies conuexas & concuas in remotione maxima. Visus ergo comprehendit planiciem terræ planā omnino, nec sentit conuexitatē eius, nisi fuerint ibi montes & ualles. Visus ergo cōprehendit superficiē cœli planā, & comprehendit stellas, sicut comprehendit uisibilia assueta separata, quæ sunt in locis spatioſis. Et cum uisus comprehenderit aliqua uisibilia assueta in loco aliquo spatioſo, & comprehenderit illa angulis æqualibus, & cōprehenderit quantitates distantiarū uisibiliū: tunc illud, quod est remotius, comprehendetur maius. Nam quantitates remotionis magnitudinis cōprehenduntur ex comparatione anguli, quē respicit illa remotio apud centrū uisus, ad distantiam remotā: & comprehendit uisus quantitatē magnitudinis propinquæ ex cōparatione anguli, quē respicit illud propinquū, qui est æqualis angulo, quem respicit distantia ad distantia propinquā. Et hoc patet, & esse, testatur ei: scilicet: quod duorū uisibilium, quæ à uisu comprehenduntur duobus angulis æqualibus, quorū distantie sunt diuersæ, sensibiliter: remotius uidebitur maius. Nam si homo opposuerit se spatioſo parieti, deinde eleuauerit manum, donec apponat illam uisui, & cooperuerit alterum uisum, & aspexerit reliquo, & posuerit manū mediam inter uisum suum & illum parietē: tunc manus eius cooperiet portionem & latitudinē illius parietis, & comprehendet manum suam & parietem simul. Comprehendet ergo manum suam angulo acuto: & in hoc statu comprehendet latitudinē parietis maiorem, quā latitudinem manus multiplicem: deinde si mouerit manū ita, ut detegatur illud, quod manus cooperuerat de pariete, & aspexerit ad manū: uidebit illud, quod detectū est de pariete, maius, quā sit sua manus, multipliciter: & ipse comprehendet manum suam & parietem duobus angulis æqualibus. Ex quo patet, quod uisus comprehendit magnitudinē ex comparatione anguli ad remotionem. Visus ergo comprehendit superficiem cœli planā, nec sentit concuuitatē eius, & comprehendit stellas separatas in ipso. Comprehendit ergo stellas æquales, separatas inæquales: nam comparat angulum, quē respicit stella extrema, propinqua horizonti apud centrum uisus, ad distantiam remotā, & comparat angulum, quem respicit stella in medio cœli, & propinqua medio, remotioni propinquæ. Et similiter comprehendit stellam, quæ est in horizonte aut prope, maiorem ea, quæ est in medio cœli aut prope. Comprehendit ergo eandem stellam & distantia in diuersis locis cœli, diuersæ quantitatē. Sic ergo comprehendit eandem stellam & distantia in horizonte aut prope. Nam cōparat angulum, quē respicit illa stella apud centrum uisus, stella existente in horizonte, distantia remotæ: & comparat angulum, quē respicit illa stella apud centrum uisus, existente stella in medio cœli, distantia propinquæ. Sed inter angulum, quē respicit stella apud centrū uisus, stella existente in medio cœli, & inter angulum, quem respicit stella apud centrum uisus, stella existente in horizonte, non est maxima diuersitas, sed duo anguli sunt propinqui, quamuis diuersi: & similiter distantia inter stellas. Et cum sensus comparauerit duos angulos propinquos in magnitudine ad duas diuersas distantias in magnitudine: tunc remotior comprehenditur maior. Et quod certificat hanc causam: est: quod anguli, quos eadem stella respicit apud centrū uisus ex omnibus partibus cœli (cum lineæ, quæ continēt ipsos, fuerint refractæ) sunt quasi anguli, per quos cōprehenderetur rectē: quoniam locus uisus est centrum cœli, & refractiones formarum stellarum nō diminuuntur ex illis angulis diminutione maxima. Et cum istæ diminutiones non sint maximæ: tunc diuersitas inter angulos refractos, quibus stella comprehenditur, & inter remotionē inter stellas à locis diuersis cœli,

non est maxima diuersitas. Et cum diuersitas istorum angulorum non est maxima: tunc magnitudo stellæ non comprehendetur diuersa maxima diuersitate: & quod demonstrat diminutiones angulorum refractionis ad angulos, quos continent lineæ rectæ, non est maximæ magnitudinis. Et quod sunt ualde paruæ: est: quod dictum est in prædicta experientia in capitulo refractionis [15 n.] in quo declarauimus, quod uisus comprehendit stellam refractam, & uidet stellam fixam ex polo mundi, & remotio eius est ab ipso in una reuolutione: nam hæc diuersitas inuenitur parua: ex quo patet, quod anguli refractionis sunt parui. Vnde per illam diuersitatem, quæ est inter ipsos, non diuersantur anguli, quibus stella comprehenditur in locis diuersis cæli, maxima diuersitate. Sed magnitudo stellæ & distantia stellarum differunt multum, cum sunt in horizonte & in medio cæli. Ergo causa diuersitatis stellæ & distantia in magnitudine, in locis diuersis cæli, non est diuersitas angulorum refractionis. Et iam declarauimus, quod uisus comprehendit magnitudinem comparando angulos remotionis ad remotiones. Ergo si diuersitas inter angulos fuerit modica, & inter distantias & remotiones multa: tunc res uidebitur ex maiore distantia maior. Causa ergo, propter quam uidentur distantia stellarum in horizonte maiores quam in medio cæli aut prope: est illud: quod sensus estimat illas distare magis in horizonte, quam in medio cæli. Et hoc, quod uisus comprehendit stellam in diuersis locis cæli diuersas in magnitudine: est error perpetuus: quia causa est perpetua: & est: quonia uisus comprehendit superficiem cæli planam, nec sentit concauitatem eius & æqualitatem distantia à uisu. Et constat in anima, quod in superficie plana, quæ extenditur ad omnem partem, differunt distantia eius in uisu: & id, quod est propinquius, est illud, quod est proximè capiti. Comprehendit ergo illud, quod est in horizonte remotius, quam illud, quod est in medio cæli: & quod anguli, quos respicit eadem stella apud centrum uisus ex omnibus partibus cæli, non maximè diuersantur: & quod uisus comprehendit magnitudinem rei ex cõparatione anguli, quæ res respicit ad remotionem illius rei à uisu. Comprehendit ergo quantitatem stellæ, & quantitatem distantia, quæ est inter stellas, cum fuerint in horizonte aut prope, cõparatione anguli ad distantiam remotam: & cum fuerint in medio cæli, aut prope, ex cõparatione anguli æqualis primo aut ferè, ad distantiam propinquam: & inter ipsam & inter distantiam horizontis uidebitur maxima diuersitas. Hæc est igitur causa, propter quam errat uisus in diuersitate magnitudinis stellarum & distantiarum: & hæc causa fixa est & perpetua & immutabilis. Et uisus comprehendit stellas paruas propter remotionem earum: respiciunt enim apud centrum uisus angulos paruos. Sed & sensus nõ certificat quantitatem remotionis stellæ, sed æstimat & comparat remotiones stellarum cum remotionibus uisibiliu assuetorum, quæ sunt in terra: ita quod opinatur, quod remotio stellæ est, sicut remotio alicuius maximè remoti in terra. Comparat ergo angulum, quæ facit stella apud uisum, qui est paruus ad remotionem, sicut remotio est eorum, quæ sunt in terra. Et sic comprehendit stellam, propter hanc cõparationem, parua. Et si uisus esset certus de quantitate remotionis stellæ: tunc cõprehenderet eam magnam. Et similiter est de omnibus, quæ sunt super terram, maximè remotis, si cõprehendantur, parua sunt: quia nõ certificatur remotio eorum. Et iam declarauimus hoc perfecte in tertio tractatu huius libri [23 n.] Et sicut uisus errat in quantitate remotionis stellæ: quia nõ est certus de ipsa, & assimilat ipsam remotionibus, quæ sunt super terram: sic errat in hoc, quod distantia earum in locis diuersis cæli sint diuersæ, cum sint æquales: quia assimilat eas etiã distantia diuersis, quæ sunt super terram, de quibus non est dubium eas esse diuersas. Et sicut error in remotione & magnitudine stellæ est perpetuus: sic error in diuersitate distantiarum stellarum in locis diuersis cæli & in diuersitate magnitudinis, est perpetuus. Nam formæ earum distantiarum non diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed semper sunt eodem modo: & uisus assimilat eas distantia assuetarum rerum, quæ maximè distant à uisu super superficiem terræ. Accedit etiã eis, quæ sunt in cælo alia causa, ad hoc, quod uideantur maiora in horizonte, in maiore parte: scilicet uapores grossi, qui sunt oppositi inter uisum & stellam. Et cum uapor fuerit in horizonte aut prope, & nõ fuerit cõtinuus usque ad mediũ cæli: erit portio spheræ, cuius centrum erit centrum mundi, qui cõtinet terram: & sic abscindetur ex parte mediũ cæli, & erit superficies eius, quæ est ex parte uisus, plana. Quare formæ aut distantia, quæ sunt ultra illum uaporem, uidebuntur maiores, quam sine illo uapore. In illo enim loco concauitatis cæli, ex quo loco refringitur forma stellæ ad uisum, forma stellæ existit, & ex ipso extenditur rectè ad uisum, si in horizonte nõ fuerit uapor grossus. Si uerò fuerit uapor grossus: tunc hæc forma extendetur ad superficiem uaporis, quæ est ex parte cæli, & existet in illa superficie: & sic uisus cõprehendet illam, sicut comprehendit ea, quæ sunt in uapore: scilicet, quod illa forma extenditur in uapore grosso rectè: deinde refringitur apud superficiem uaporis ad contrariam partem perpendicularis, exeuntis super superficiem uaporis, quæ est plana. Nam aer, qui est ex parte uisus, est subtilior illo uapore: ex quo sequitur, quod forma uidebitur maior, quam si uideretur rectè, ut in prima figura huius capituli [39 n.] diximus: & est, cum corpus subtilius fuerit ex parte uisus, & grossius ex parte rei uisæ, erit superficies corporis grossioris plana. Forma ergo, quæ peruenit ad superficiem uaporis, quæ est ex parte cæli, est res uisæ, & corpus, in quo extenditur forma, est uapor grossus, & aer, in quo est uisus, est subtilior illo. Causa uerò principalis, quare stellæ & distantia stellarum uideantur in horizonte maiores, quam in medio cæli, est illa prædicta: & est fixa & perpetua. Si uerò acciderit, ut sit uapor grossus, crescit magnitudo earum: sed hæc causa est in quibusdam locis semper, & in quibusdam quandoque. Omnia ergo, quæ diximus in hoc capitulo de illis, quæ accidunt uisui propter refractionem: sunt deceptiones illæ, quæ semper accidunt aut in maiore parte: & sufficiunt in hoc, quo indigemus de deceptionibus, quarum causa est refractionis. Nunc autem terminemus hunc tractatum, qui est finis libri.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE FINIS:

ALHA-

ALHAZEN FILII

ALHAYZEN DE CREPUSCULIS

ET NVBIVM ASCENSIONIBVS LIBER VNVS.

Gerardo Cremonensi interprete.

N V M E R I.

1. *Crepusculum matutinum incipit, ac uespertinum desinit, sole ante ortum & post occasum suum 19 partibus, in periphèria circuli per uerticem regionis solis, locum transeuntis, sub horizontem demerso.*

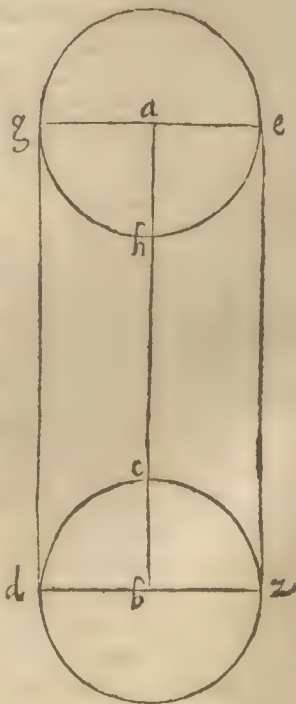


Stendere uolo in hoc tractatū quid sit crepusculum, & quæ causā necessariō faciens eius apparitionem: inde uerō progrediar ad cognoscendum ultimum, quod eleuatur à superficie terræ, de uaporibus subtilibus ascendentibus ex ea. Dico ergo, quod crepusculum matutinum & crepusculum uespertinum sunt similis figuræ: unum namq; eorum ex accessione luminis solis, & alterū ex ipsius recessione contingit. Vtrorumq; uerō colores diuersi sunt, propter diuersitatem horizontum, in quibus sol est apparens. Quoniam sol quando est in horizonte orientali, non multum eleuatus, est illic color eius alius à colore ipsius in uisibus, quando est secundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et similiter radij eius, qui uidetur in crepusculo, & quod uidetur in æthere de luminibus eius. Et ipse æther coloratus est, sequens illud, secundum quod est sol in utrisque partibus eius. Nam qui ex illo est in oriente color, est albedo & claritas: & qui est in occidēte, ad rubedinem aliquantulum uergit. Quæ res uerō sic illud illuminans, & qualiter sit apparens illic, & quæ causā necessariō faciat ipsum, ad illud præmittemus propositiones, exponentes illud, cuius uolumus declarationem. Ex illo quidem est, quod sphaera orbis [è terra & aqua constantis] tota semper est splendida & luminosa ex luminari maiori (quod est sol) nisi quantum obtegunt tenebræ contingētes ex terra, in figura pyramidis, quæ est nox. Et ego non significo in hoc libro per illud, quod accidit de huiusmodi receptione luminis ex sphaeris stellarum, nisi quod cum sphaera, propter claritatem aeris & subtilitatem ætheris, & tenuitatem eius non suspenditur aliquid de lumine solis, sicut uidemus ipsum suspendi cum corporibus altis (quæ sunt stellæ) quia illuminantur & deferunt nobis illud, quod recipiunt ex lumine, & consequantur ipsum uisus nostri in eis: & quamuis dissentiant in stellis, in lumine tamen non dissentiunt. Visus autem nostri non consequuntur, quod in eis est de luminibus: nisi quod ipsæ procul dubio sunt spissioris & uehementioris corporeitatis, quàm æther, in quo sunt. Et hoc patet per significationes, quod quædam earum tegunt nobis quædam, quia eclipsant eas: aer uerō non tegit nobis aliquid ex eis, quæ sunt post ipsum. Et propterea uidemus, quod tota nox est secundum habitudinem unam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid: quamuis sciamus secundum scientiam nostram, quod quàm plurimum eius ætheris est luminosum, non tectum à sole. Et uidemus quod illud, quod ex eo soli apparet, & nihil aliud tegit, est in uisione, sicut illud, quod terra tegit, quod pyramis tenebrarum continet. Et non facit necessariō æqualitatem utriusq; apud uisus nostros, nisi illud, quod diximus de subtilitate aeris, & quod non perducit illuminationem eius, & perducit nobis tenebrositatem ipsius. Tunc autem non cessat habitudo umbræ apparere nobis secundum similitudinem ipsius, quousq; incipiat ab oriente splendor diluculi & lumen sparsum, cuius principium est in primis cum superficie horizontis: & illius principij non est nobis causā, nisi sol: cum sit causā illuminationū. Et non est nobis principium illud sol ipse, nec radius eius tantum, quoniam iam præmissimus, quod radij eius pertranseunt usq; ad ætherem totum, quem uidemus, aut ad plurimum eius: & nō est diuersa eius habitudo in illa hora ab alia habitudo ante illud. Veruntamen radij eius suspenduntur tunc cum aliquo corpore spissiore aere: ducit ergo nobis cum sua spissitudine radium, quem induit. Et dico, quod illud, quo suspensus est radius in illa hora, non est terra, neq; extremitates plagarum eius distinctæ à nobis: quoniam cum uidens est super æqualitatem terræ, non peruenit eius uisus, nisi quasi ad 23 milliaria [Italica] ab omni parte. Et si accidit ei, ut sit super altiorem montium, qui esse potest (& ille non pertransit octo milliaria, secundum quod dixerunt sapientes, intendentes hoc) uisus non pertransit tunc, nisi 250 milliaria ferè. Et hoc manifestum est ex eo, quod nocte facit forma terræ: sed altitudo loci uisus à superficie eius, hoc est spatium, quod diximus, abscondit orbē in quarta horæ. Oportet ergo, ut oriatur sol paululum post erepusculum matutinum per quartam horæ ad minus: illud ergo, quod est inter apparitionem crepusculi & apparitionē solis, est plus hora multo. Hoc autē, quod diximus, nō est, nisi propinquitas, propter eū, qui non est exercitatus in geometricis. In ueritate uerō uisus nō peruenit ad punctum terræ, quod iā illuminatū est à sole, nisi cū ipse peruenerit & cōprehēderit cornu ipsius solis: quoniam duæ lineæ contingētes unū punctū circuli à duabus partib. diuersis cōiunctæ, sunt linea una secundū rectitudinē [p 14 p 1: quia semidiameter circuli ad tactus punctū ducta, efficiet cū utraq; angulos rectos p 18 p 3.] Quādo ergo illuminatū apparet nobis, tū non est illud terra ipsa, ppter id, quod

diximus: nec est aer implens totam spheram: quoniam, ut præmissimus, super totum aerem aut plurimum eius, semper cadit radius solis nocte & die: & nõ apparet illud in ipso, propter ipsius subtilitatem. Et super terram non est corpus spissius aere, nisi uapores ascendentes, quibus non deest semper, quin illuminentur à sole. Tunc uerò, quando pyramis umbræ ab eo remouetur, quod de uaporum sphaera terram continente uisus nostri consequuntur, & recipit eos corpus solis, & cadunt super eos radij eius, suspenditur cum eo radius, & defert ipsum nobis, & consequuntur ipsum uisus nostri, & uidetur à nobis eius lumen, sicut uidemus ipsum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum ascendentium, & sicut colores, qui in roribus uidentur, in forma portionis circuli, & aliorum modorum. Quado ergo uolumus scire, quanta sit ultima eleuatio illorum uaporum à superficie terræ: tunc ad eam cognitionem præmittuntur quatuor res, quarum nulla excusatur, & præter ipsas nulla alia re indigemus, ita ut nõ possit fieri per minus, nec sit necessarium plus. Illa autem quatuor sunt: corpus terræ: corpus solis: longitudo centri solis à centro terræ in omni situ: & quanta sit depressio solis ab horizonte, donec appareat crepusculum matutinum. Corpus autem terræ est sicut instrumentum omnium aliorum: & quantitas circuli magni continentis eam, secundum quod dixerunt sapientes, & significauerunt illud per propositiones certas, est 24000 milliaria. Et dixerunt, quod per quãtitate, qua medietas diametri terræ est pars una, est medietas diametri solis quinque partes, & medietas partis: & per eam est longitudo centri solis à centro terræ in longitudine media, (non in omni situ) mille & centum & circiter decem partes: & quod depressio solis ab horizonte, cum oritur crepusculum, est 18 gradus: & iam inuenitur super 19: & super hoc fabricabo supputationem nostram: quoniam cum narrator rei est cum additione in ea, dignior est, ut recipiatur sermo eius, cum non contradicit ei alius: quando quidem narrator cum additione scit, quod non scit alius, & consequitur, quod non consequitur alius. Nam qui narrat de aliquo, quod uiderit illud, antequam uiderit ipsum alius, dignior est, ut consequatur, quod intendit, quando nõ existimatur de eo suspicio. Præmittam igitur ad illud, quod inter manus meas est, propositiones quasdam multi iuuanis.

2. Si sphericum luminosum illuminet opacum æquale: hemisphaerium illuminabit. Vitell. 26 p 2.

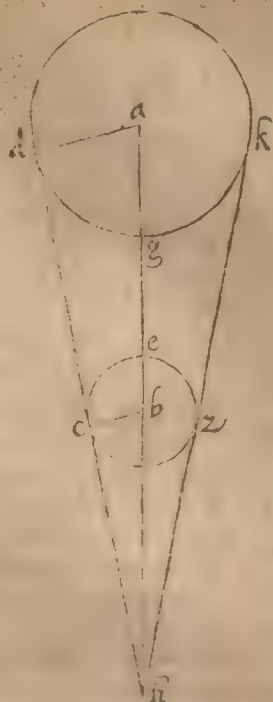
Dico ergo, quod omnium duarum sphaerarum æqualium, inter quas non est aliud corpus, quod unam earum alteri abscondat: illud, quod ex unaquaque earum uersa facie respicit alteram, est medietas eius æqualiter. Et significo per uersam faciem unius respectu alterius: quod si una earum est luminosa, & altera recipiens lumen, illuminatur, & relucet medietas recipientis lumen. Cuius exemplum est, ut sint duæ sphaeræ a & b æquales: & pono, ut aliqua superficies plana transeat per centrum utriusque: secabit ergo duas sphaeras super duos circulos æquales, & in superficie una [per 11 th. 1 sphaer. Theodosij.] Sint ergo illi duo circuli a g, b d c: & cõtinuabo a cum b: & protrahã duas lineas a g, b d perpendiculares super lineam a b: [per 11 p 1] ergo ipsæ sunt æquidistantes [per 28 p 1] & cõtinuabo g cum d. Et quoniam duæ lineæ a g, b d sunt æquales [per 15 d 1: quia sunt semidiametri æqualium circulorum] & æquidistantes [è cõcluso] duæ lineæ a b, g d similiter erunt æquales & æquidistantes: [per 33 p 1] ergo duo anguli ad g & d sunt recti: [per secundam partem 34 p 1] ergo lineæ g d est contingens duos circulos [per cõsecutarium 16 p 3.] Et quando nos protrahemus g a & b d secundum rectitudinem, ad duas circumferentias duorum circulorum, usque ad duo puncta e & z, deinde cõtinuabimus e cum z: erit recta lineæ e z contingens duos circulos [ijsdem de causis, quibus d g tangere ostensa est:] & erit unaquæque duarum portionum g h e, d c z, quarum una est uersa facie ad alteram, medietas circuli [per 17 d 1] quoniam unamquamque earum secat diameter circuli. Et similiter cõtingit in omnibus superficiebus planis, quæ transeunt per duo centra duarum sphaerarum. Iam igitur declaratum est, quod lineæ egredientes ex una duarum sphaerarum ad alteram, contingunt utraq; simul, & comprehendunt ex unaquaque earum medietatem. Et illud est, quod declarare uolumus.



3. Si sphericum luminosum illuminet opacum minus: plus hemisphaerio illuminabit. Vitell. 27 p 2.

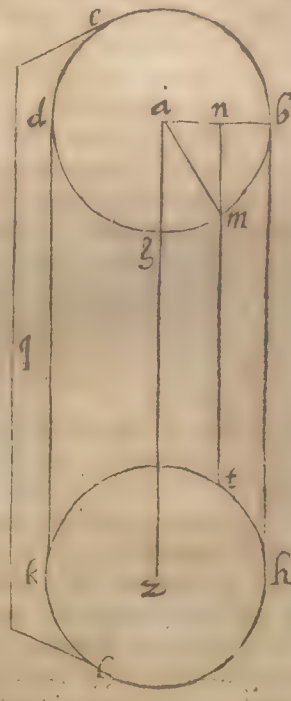
Quod si una duarum sphaerarum est maior altera: tunc illud, quod ex minore uersa facie respicit maiorem, est plus medietate minoris: & quod ex maiore uersa facie respicit minorem, est minus medietate maioris. Cuius exemplum est, ut sint duæ sphaeræ a & b: & sphaera a sit maior. Protrahã ergo superficiem planam, transeuntem per centra utriusque: secabit ergo utraq; earum in duo media super duos circulos a g d, b e z [per 1 the. 1 sphaer.] & cõtinuabo a cum b, & protrahã ipsam secundum rectitudinem in partem h: & ponã proportionem medietatis diametri circuli a g d ad medietatem diametri circuli b e z, sicut proportio a h ad b h. Eius uerò acceptio est propta ex tractatu sexto & quinto Euclidis [si enim trib. rectis datis, differentia nẽpe semidiametrorum circulorum a & b: semidiametro b c minoris circuli, & ipsa a b, inueniatur p 12 p 6 quarta proportionalis b h: erit p 18 p 5 ut a d semidiameter maioris

maioris circuli ad b e semidiametrum minoris b c : sic a h ad b h.] Et protraham à puncto h lineam contingentem circulo a g d [per 17 p 3. quæ sit h c d. Dico ergo, quod ipsa contingit etiã circulo b e z: quod patet: quia cõtinuabo a cum d per lineam a d: ergo est perpendicularis super lineam h d [per 18 p 3] & protraham à puncto b perpendicularem super lineam h c d [per 11 p 1] quæ sit b e. Et quoniam duæ lineæ b e, a d sunt perpendiculares super lineam h d [à fabricatione & concluso] sunt æquidistantes [per 28 p 1.] Et quia lineæ b e est æquidistans ipsi a d, quæ est basis trianguli: erit ergo proportio a d ad b e, sicut proportio a h ad h b [per 4 p 6: quia triangula a h d, b h e sunt æquiangula per 29. 32 p 1] & iam posuimus proportionem a h ad h b, sicut proportionem medietatis diametri circuli a g d, ad medietatẽ diametri b e z: ergo lineæ b e est super circumferentiã circuli b e z [per 17 d 1] & duos angulos ad d & e posuimus rectos: ergo lineæ h c d contingit minorem circulum [per consuetarium 16 p 3] nos uerò iam protraximus eam contingentem maiore: ergo ipsa est contingens utrosq; simul. Et protraham similiter ex puncto h lineam, contingentem duos circulos similiter in parte z, quæ sit lineæ h z k. Est ergo, quod ex circulo a maiore uersa facie respicit circulum b minorem, portio d g k: & est minor medietate circuli: quoniam angulus h a d est minor recto [per 32 p 1] quoniam ipse est in triangulo uno, & est triangulum d a h cum angulo a d h recto. Ergo est portio d g minor quarta circuli [per 33 p 6] & similiter portio g k, æqualis e [quod autem g k sit æqualis d g, patet, ducta semidiametro a k. Quia enim rectæ d h, k h tangentes æquantur per consuetarium 36 p 3 & semidiametri a d, a k per 15 d 1, estq; communis a h: æquabitur angulus h a d angulo h a k per 8 p 1: quare per 26 p 3 peripheria d g æquabitur peripheriæ g k.] Ergo portio d g k est minor medietate circuli. Et quoniam lineæ b e est æquidistans lineæ a d [à concluso] est angulus c b h æqualis angulo d a h [per 29 p 1] ergo erit portio c l similis portioni d g, & tota portio c l z similis portioni d g k [per 33 p 6.] Ergo unaquæq; earũ est minor medietate circuli: remanet ergo portio c e z maior medietate circuli: & illud est, quod ex circulo minore uersa facie respicit circulum maiorem. Ergo duæ portiones c e z, & d g k sunt ex duobus circulis, qui uersa facie se respiciunt. Et significo quidem per hoc, quod aliquid portionis unius nõ cooperitur ex circulo altero: & portio c e z est maior medietate circuli, & portio d g k minor. Et illud est, quod uoluimus declarare.



4. Si peripherias duorum circulorum æqualium duæ rectæ lineæ tangant: puncta semiperipheriarum cõuexis partibus se respicientium singula singulis apparent, reliquarum uerò semiperipheriarum cõuexis partibus se non respicientium latent.

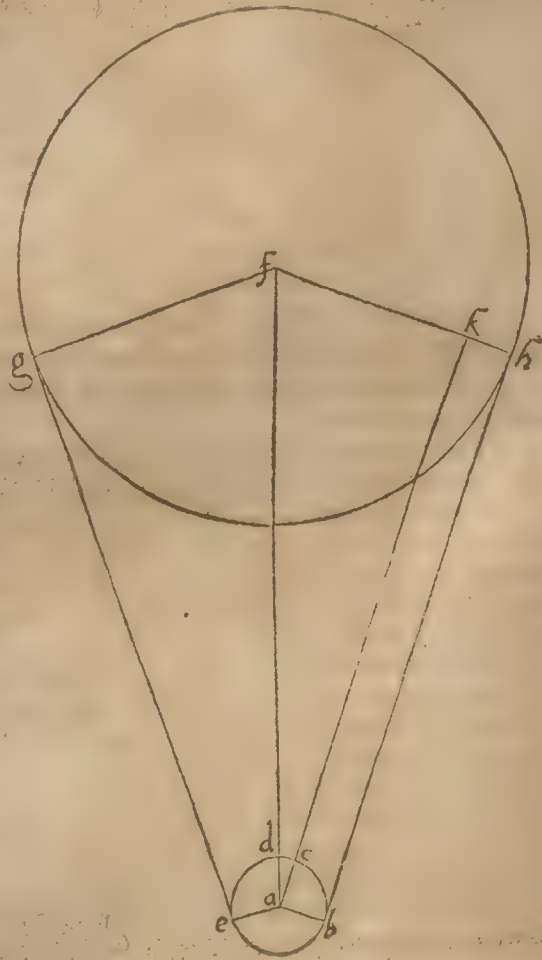
ET dico, quod quando sunt duo circuli æquales, & protrahuntur duæ lineæ, quarum unaquæq; contingit duos circulos simul, secundum formam, quam præmisimus: tunc in unaquæq; duarum portionum, quarum una uersa facie respicit alteram, non est locus, qui abscondat aliquid ex circulo alteri: & quod in reliquis duabus portionibus duorum circulorum, quæ non facie ad faciem se respiciunt, non est locus, qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum est, quod sint duo circuli a b g d e, & z h t k l: & protrahantur duæ lineæ b h, & d k contingentes duos circulos simul: ergo duæ portiones b g d, & h t k sunt, quæ se facie ad faciem respiciunt: earum portiones b e d, & h l k sunt, quæ se non facie ad faciem respiciunt. Dico ergo, quod non est in portione b g d punctum, quod aliquid ex circulo z h abscondat circulo a b: & quod non est in portione b e d punctum, quod appareat penitus circulo z h: & quod tota ipsa portio est abscondita circulo z h: & quod ne p, est in portione h l k punctum, quod appareat circulo a b. Cuius demonstratio est: quod ego cõtinuabo a cum z, per lineam a g z, & signabo super arcum b g d punctum, qualiter uelim, quod sit punctum m. Si ergo fuerit punctum m à puncto g ad partem b: tunc protraham ex puncto m lineam æquidistantem lineæ b h [per 31 p 1] & si fuerit punctum n à puncto g ad partem d: tunc protraham ex puncto m lineam æquidistantem lineæ d k: sit ergo m t. Dico igitur quod lineam m t tota est extra circulum b m g d e, de qua nõ cadit aliquid in eo. Cuius demonstratio est: quod ego cõtinuabo a cum b, & protraham lineam m t secundum rectitudinẽ, donec cõcurrat cum lineæ b a super punctum n [cõcurrat aut per lemma Procli ad 29 p 1: quia m t parallela ducta est ipsi b h, quæ cõcurrit cum a b in b] ergo duorum angulorum ad n unusquisq; est rectus [quæ enim angulus n b h rectus est p 18 p 3, & ipsi b h parallela ducta est m t: æquabitur per 29 p 1 angulus t n b angulo n b h, ideoq; rectus, & per 13 p 1 a n t rectus] & con-



& cōtinuabo m cū a. Angulus igitur trianguli a n m est rectus: & iā protractū est latus n m secundū rectitudinē usq; ad t, & prouenit angulus a m t extra triangulū, qui est maior recto [per 16 p 1] scilicet angulo n. Et quādo protrahitur ab extremitate diametri circuli linea, quæ cū ipsa cōtineat plus angulo recto: tūc illa linea nō secat circulū, nec cadit de ea intra ipsum aliquid: ergo de linea m t nō cadit in circulo a m aliquid. Ergo punctū m facie ad faciē respicit circulū z, & nō abscondit aliquid ei: quoniā quando nō abscondit ei aliquid ex corpore istiusmet sphære a m: tunc nulla alia res tegit illud: quoniā nos posuimus, ut inter duas sphæras nō sit corpus aliud ab eis, quod tegat unam earū alteri. Et similiter ostēdetur hoc in omni pūcto sup arcū h t k. Et dico iterū, quōd nō est in arcu b e d punctū, quod appareat circulo z: nec est possibile, ut continuetur cū aliquo de circulo z p lineā, nisi & illa linea secet circulū a b, & cadat intra ipsum. Quod si possibile est: ptrahamus à pūcto e lineam peruenientē ad aliqd de circūferentia circuli h t k l: & nō secet aliqd de circulo a e d: & si fuerit possibile, sit linea e q l: & ptrahā lineā d k in utraq; partes duarū extremitatū eius: necesse est ergo, ut occurrat lineæ e q l in duob. locis: quoniā linea d k, quā iā posuimus contingentē duos circulos, nō est possibile, ut secet unū duorū circulorum, nec cadat inter utrosq; [per 16 p 3:] & quoniā nō cadit inter ipsos, tunc secabit lineam e l in duobus locis: ergo iam sunt duæ lineæ rectæ continentēs superficiem: illud autem est contrarium & impossibile [per 12 axioma.]

5. De periphēria maximī in terra circuli sol illuminat partes 180, scrupula prima 27, scrupula secunda 52. Vitell. 59 p 10.

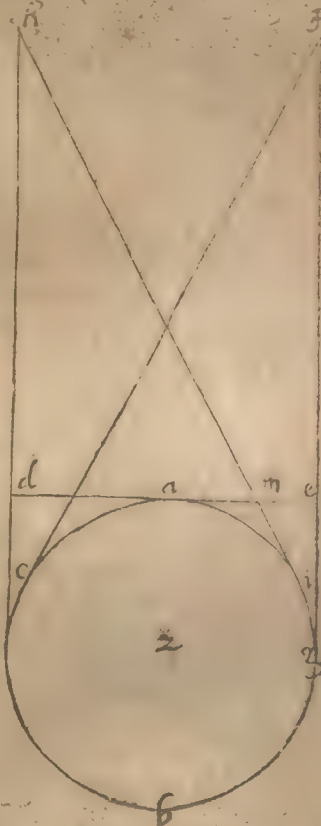
Q uod aut oportet nos facere secundū illud, quod premisimus, ut inueniamus, quāta sit quātitas arcus terræ illuminati à sole: quā iā posuimus maiorē esse medietate terræ: ponā ergo duos circulos solis & terræ, super quos secat utrosq; una superficies plana, quales sunt a b c d e, f h g. Circulus ergo a sit terræ, & circulus solis f: & protrahā duas lineas contingentēs unūquenq; eorū, sicut diximus, quæ sint duæ lineæ b h & e g. Igitur portio b e d e ex terra, est illuminata à sole, sicut iam ostendimus [3 n] & illud est plus medietate circuli. Quando ergo uolumus scire quātitatē eius, tūc nōs cōtinuabimus a cum b & cū f, & cū h: ergo b a & h f sunt æquidistātes [per 28 p 1] quoniā utræq; sunt perpēdicularēs super lineā b h, contingentē duos circulos [per 18 p 3.] Et secabo ex lineā h f, quod sit æquale lineæ b a [id uerō fieri potest, quia f h ex thesi maior est a b.] & sit lineā h k: & continuabo a cū k: ergo a k est perpēdicularis super h f [per 29 p 1] quoniā est æquidistās ipsi b h: cū cōtinuet totū, quod est inter extremitates duarū linearū b a, & h k æqualiū & æquidistantiū: ergo angulus k est rectus. Et ppter ea quōd lineā h f est quinq; partes & medietas partis, p quātitatē, quā lineā b a est pars una [ut dictū est 1 n] remanet lineā k f quatuor partium & medietatis unius partis ex illa quātitate: & per eandē inuenitur lineā a f ino, in medijs lōgitudinibus [sole cōstituto.] Ergo per quātitatē, quā lineā a f subtēsa angulo recto, est 60 grad. est lineā k f 14 minuta & tres quintæ unius minuti: ergo angulus k a f est 14 min. excepta tertia parte qntæ partis unius minuti, [id est 13 minu. & 56 sec. Nam secundum pcepta arithmetices quincunx seu qnta pars unius minuti sunt 12 secunda, quorū tertia pars per diuisionē inuēta, sunt 4 secun. quibus subductis à 14 minutis, restā 13 minuta & 56 secunda] per quātitatem, quā angulus rectus est 90 grad. & illud est quātitas arcus c d: sed arcus b e est 90 grad. quoniā angulus b a c est rectus. Ergo arcus b d est 90 grad. 14 min. excepta tertia parte quintæ partis unius minuti: & arcus d e est æqualis arcui b d. [Ducta enim à pūcto a parallela ipsi e g: erit angulus à semidiametro e a & parallela cōprehensus, rectus per 29 p 1, & æqualis angulo b a c per 10 ax. Et quia ducta parallela secat de semidiametro f g uersus f æqualē ipsi f k p 15 d. 34 p 1. 1 ax: & angulus à parallela & semidiametro f g cōprehensus, rectus est per 29 uel 34 p 1: equabuntur quadrata parallelæ & sectæ de semidiametro f g uersus f, quadrato f a per 47 p 1. cui per eandē æquantur quadrata ipsarū a k & k f: subductis igitur quadratis æqualibus ipsarū f k & sectæ de semidiametro f g uersus f, relinquētur quadrata ipsarū a k & ductæ parallelæ æqualia, ideoq; recta a k æqualis erit ductæ parallelæ: & per 8 p 1 angulus d a c æquabitur angulo a b f a & parallela ad cētrum a cōprehēso, sed angulo c a b æqualis cōclusus est angulus à semidiametro e a & parallela cōprehē-



prehensus. Quare si æqualibus angulis æquales addatur, æquabitur per 2 axio: totus angulus b a d toti angulo e a d: & per 26 p 3 periphæria b d periphæriæ e d.] Ergo totus arcus b c d e illuminatus à sole, est 180 partes & 27 minuta & quatuor quintæ & tertia quintæ unius minuti cū propinquitate [id est 52 secunda: nã ex arithmeticæ regulis $\frac{2}{5}$ unius minuti sunt 48 scrupula secunda, & quinta pars unius minuti sunt 12 scrupula secunda, quorū tertia pars, 4 scilicet scrupula secunda addita cum 48 scrupulis secundis, efficiunt 52 scrupula secunda.] Et illud est, quod uoluimus declarare.

6. *Posita periphæria maximi in terra circuli 24000 milliariū Italicorū: erit summa uaporū in nubem coactorū à terra altitudo 52000 passuum. Vitell. 60 p 10.*

Incipiamus ergo nūc ex eo, quod intēdimus de causa apparitionis crepusculi, & formæ apparitionis eius nobis, &figurationis ipsius in horizonte oriētali. Ponam ergo circulū signatum super sphæra terræ, & super quā abscondit terræ superficies plana, trāsire per zenith capitū & per 2 centrū terræ & solis circulū a b, & locū uisus a: & faciā trāsire super punctū a lineam contingentē circulū [per 17 p 3] & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, super quas sint d, e. Manifestum est igitur, quod super totū, quod cadit sub lineā d a e ad partē b, nō cadit uisus; quoniā terra abscondit illud nobis: quia extēsiō uisus nō est, nisi super lineā rectam [per primā hypothesin opticeorū Euclidis.] Et Euclides quidē iam declarauit [16 p 3] quod nō egreditur à puncto cōtractus lineā inter lineā cōtingentē & circulū. Visus ergo nō cadit sub lineā d a e, sed cadit super illud, quod eleuatur ab ea. Et ponā formā pyramidis tenebrarū euenientiū ex umbra terræ; parum ante crepusculum, quādo est depressio solis plus 19 gradibus per minutū unū, uerbi gratia, aut circiter: super quam sint g, e, f, c: totū enim, quod cadit in hac pyramide designata (cuius caput est f, & basis ipsius terra) est tectum soli, nō apparēs ei, neq; illuminatū ab eo, & est in ueritatē tenebrosū: & quod cadit exterius ab ea, est apparēs soli, & super ipsum cadūt radij eius & lumē eius. Veruntamē quod ex corporib. est subtile ualde, nō perducit ad uisus nostros illud, quod ex radio induit, ppter ea quod æquatur in uisibus nostris illud, qd̄ ex aere subtile est intra pyramidē, & qd̄ est extra ipsū: & uidetur æther totus in forma luminis & tenebrarū. Et nos quidē scimus, quod illud, quod cōtinet nōs ex aere, & quod est propinquū nobis, est tenebrosū, nō apparēs soli: & quod procedit in incessu in altū, aut dextrorsum, aut sinistrorsum, & anterius & posterius, est luminosū, apparēs soli: & sunt ambo cū illo apud nos æqualiter in tota cōprehensione uisus: & nō apparet aliquid uisibus nostris ante ortū solis, & post occasum solis, nisi sit eleuātū à superficie horizontis, & nisi sit extra pyramidē umbræ, & nisi sit spissius aere subtili. Manifestum est igitur, quod nō apparet uisibus nostris aliquid in habitudine splendoris & illuminationis, nisi per aggregationē triū conditionum in eo: quarū una est, ut nō sit sub lineā d a e; quoniā si est sub ea, prohibet sphæra terræ intēr ipsū & uisum: quia nō comprehendit ipsum uisus luminosū neq; tenebrosū. Et alia est, ut nō sit in pyramide umbræ: nã si est in ea, est tenebrosū, propterea quod priuātū est facie solis & illuminatione sua ab eo. Et alia est ut sit spissius aere subtili implete sphæram: quoniā iam sciuius, quod aer altior extra pyramidē, cadit super lineā d a e: & cū illo non apparet nobis in eo aliquid luminis, propter tenuitatem & subtilitatē suam, & propterea quod uidemus in hoc loco, & est parum ante crepusculū, illud, quod comprehendimus de sphæra, tectum, nō illuminatū, & non diuersificatur pars eius à parte. Et scimus, quod nō est in eo punctū neq; locus unus, in quo aggregentur istæ cōditiones tres. Sed punctum est: ubi occurrit ultimo statui pyramidis lineā d a e: & iā posuimus in eo duas cōditiones: quoniā nō est sub lineā d a e, nec intra pyramidē: ergo cadit super ipsum radius solis. Nō ergo facit necessariam tenebrositatē eius in oculis nostris tūc, nisi priuatio eius à cōditione tertia, quæ est spissitudo. Iam ergo certificatur, quod aer, ubi est punctū e, in hoc loco est subtilis, & non perueniūt ad ipsum uapores spissi, ascendentes de terra, qui sunt spissiores aere. Deinde postquā eleuatur sol parum, & fit depressio eius ab horizonte 19 gradū tantū, & fit forma pyramidis & figura eius, sicut illa, super quā sunt i, m, h, k, & apparet in horizonte res luminosa, & nō fuerat antē illic res luminosa: scimus quod i, l, e est primus locorū & hospitiōrū, in quo aggregatur cōditiones tres prædictæ: quoniā ante illud parū per illud, cui nō est quantitas, nō fuit illic aliquid de lumine: & primus locorū, in quo aggregatur, ut non sit sub lineā d a e, nec intret pyramidem tenebrarū, est punctum m. Ergo punctū m est primus locorū, in quo inuēta est cōditio tertia, & est illic spissitudo aeris. Ergo punctū m est ultimus status uaporū, & summa ascēsiō eorū: & nō abbreviatur ab eo, neq; pertrāsētur ipsum. Quoniā si abbreviaretur ab eo, esset punctū m in aere subtili, & nō appareret nobis in eo aliquid de lumine, sicut nō apparēt in eo, qui est post ipsum, ad partem e: & si pertrāsirent ipsum, illuminaretur nobis punctū e ante hoc: quoniā nō ponimus in eo, quod est inter m & e, in his duobus locis res sensibilem,



VITELLONIS THV-
RINGOPOLONI OPTI-
CAE LIBRI DECEM

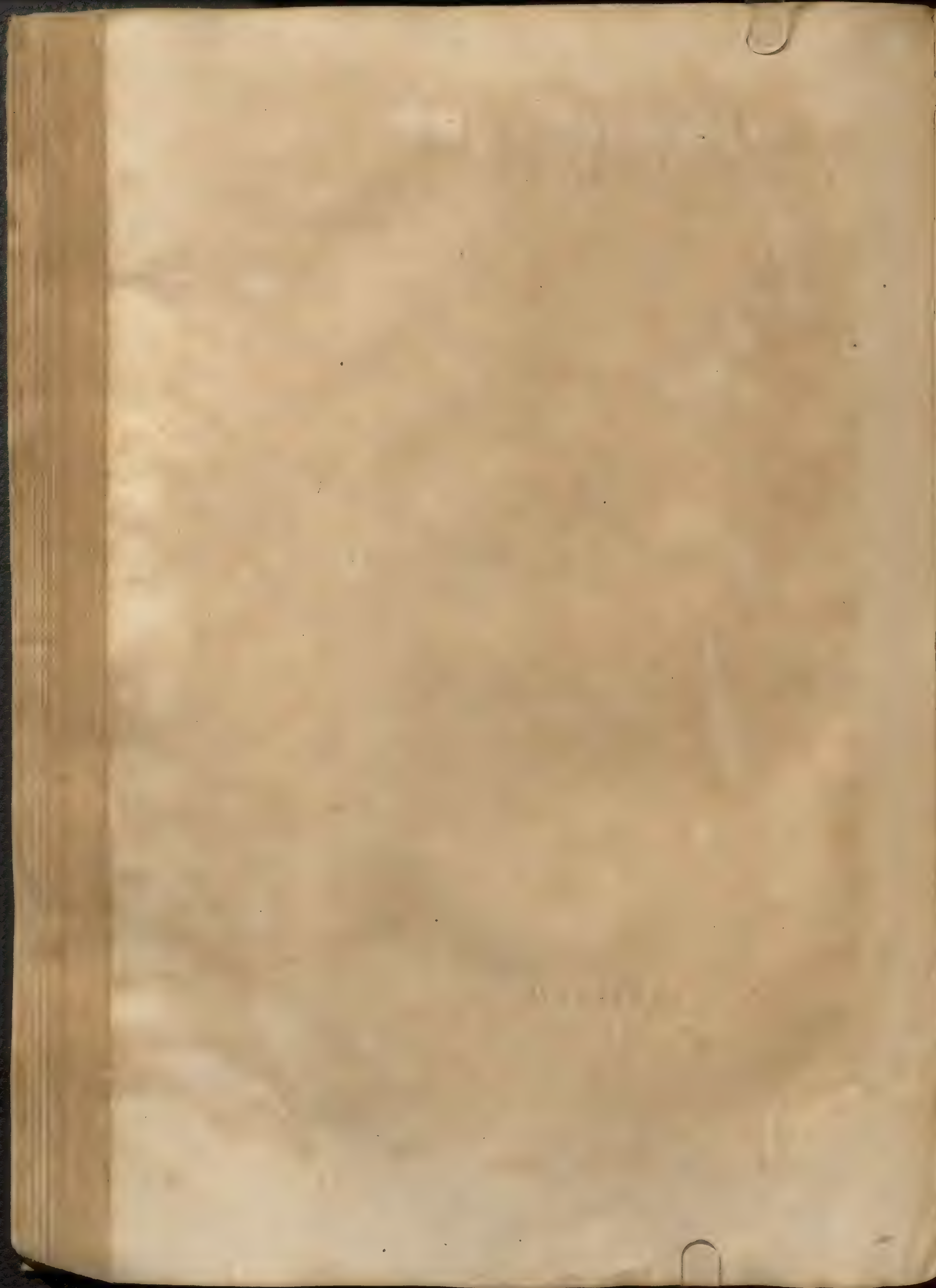
Instaurati, figuris nouis illustrati atque aucti: infinitisq; erroribus,
quibus antea scatebant, expurgati.

A'

FEDERICÓ RISNERO.



BASILEAE.



FEDERICI RISNE.

RI IN VITELLONIS

OPTICAM PRÆFATIO

A D

ILLVSTRISSIMAM REGINAM CA-

tharinam Mediceam, matrem regis Gallie

Caroli noni.



ALHAZENVS opticas suas opes, regina illustrissi-
ma, nostris laboribus uigilijsq; explicatas tibi
nūcupauit: Vitello Alhazenū ducem, quamuis
antea sibi pro ignoto tacitoq; præteritum, attamen
ueluti conscientia præeuntis in eo uirtutis
permotus, consequitur, seq; Alhazeni discipulum esse con-
fitemur. Etenim cum opti-
corum longè maximam nobilissi-
mamq; partem, quam ex Alhazeno desumpisset, tibi deuotam
dicatamq; cerneret, qua tandem coloris specie purpu-
ram eandem, aut quo aëris situ permutatā alijs pro sua uen-
ditaret? Certè ingenua animi liberaliq; inductione tam præ-
stantem patronam potius eandem adoptabit, seq; in regie
maiestatis tuæ fidem clientelamq; conferet. Ergo iam libe-
rius exponamus quis sit Vitello, & quid in tanto insuper o-
pere contenderit. E' Sarmatarum gente (qui Poloni hodie
nominantur) ille fuit. Ait enim libro 10 theoremate 74, in
nostra terra scilicet Poloniæ habitabili, &c. Ideoq; in titulo
optici operis cognominatur filius Polonorum & Thuringo-
rum, patre uidelicet Polono & matre Thuringa, aut con-
trà procreatus: qualia cognomenta habent arabicæ inscri-
ptiones Alhazenus filius Alhayzeni & similes. Regiomon-
tanus autem in præfatione Alphragani uidetur eum Germa-
num efficere, inquit enim, Vitello autem noster Thuringus,
&c. inq; eandem opinionem Gualtherus Regiomontani di-
scipulus discedit, cum in suis obseruationibus astronomi-
cis ait, & Vitello noster, &c. uterque tamen commune artis
studium, non patriæ commune solum hic spectasse potuit.
Sed de tempore, quo Vitello floruerit, res magis controuer-
sa est. Tanstetterus in epistola opti-
cis Vitellonis antea editis
præposita opinatur Vitellonem annis abhinc sexcentis ui-
xisse, sed opinione deceptus est. Nam frater Guilielmus de

Morbeta (cui Vitello opticam suam nuncupauit) uixit anno Christi 1269, ut ille ipse de Morbeta testificatur in sua geomantia (quam manuscriptam legimus) eodem etiam anno sectionibus octo collecta, magistroq; Arnolphi nepoti suo dedicata: & in hanc quoque temporis ætatem doctissimi uiri & excellentissimi mathematici Erasmus Reinholdus & Gasparus Peucerus Vitellonem retulerunt. Quapropter locupletioribus testimonijs constat Vitellonem incidisse in annum Christi circiter 1270, annis nempe antea actis propemodum trecentis. Verum id de tempore. Locus autem, ubi studia hæc excoluerit, minimè uidetur Sarmatia fuisse. Quædã sunt in opticis notæ Vitellonem in Italiam uenisse, Italiæq; bibliothecis adiutum fuisse. Etenim Vitello ipse de se testis est libro 10 theoremate 42 se primùm omnium in Italia ad Cubalum (qui locus est inter Paduam & Vincentiam) contemplatione aquæ tenuissimæ ac limpidissimæ ad opticas artes incensum atq; inflammatum esse: harum enim formarum intuitu (ait) & mirabili transmutatione primum nos amor huius studij allexit: & libro 10 theoremate 67, ubi scribit ex iride, quam in aqua è scopulo Viterbio proximo uehementius præcipitata sæpenumero uidisset, plerasque iridis affectiones & proprietates sibi animaduersas & obseruatas esse: illud (inquit) nobis principium cogitationis fuit, ut præsentini negotio studium applicaremus. At quòd Vitello in Italia, quòd Romæ tum cæteris liberalibus honestisq; studijs, tum uerò opticis operam nauarit, maius fortasse argumentum uideatur, quòd Guilielmo de Morbeta (qui tum romani pontificis pœnitentiæ, ut appellant, Romæ agebat) sua fore & hortatore, ut ipse in proœmio testatur, optica primùm conscribenda suscepit, eidemq; absoluta postea nuncuparit. Verum enim uerò fuerit Vitello Sarmata: uixerit tempore nõ admodum literarum, præsertim tam reconditarum studijs dedito: bibliothecas Italię puluere obsitas, & in ijs sepultos opticos offenderit: attamen quid & quântum uiribus ingenij perfecit, præclara eius monimenta sempiterno testimonio erunt: non solum in physiologicis, quæ citat libro 5 theoremate 18, & libro 10 theoremate 80: in libris de ordine entium: de elementatis conclusionibus, qui nominantur in præfatione & libro 1 theoremate 28: in libris de scientia motuum cœlestium,

lestiū, quos allegat lib. 10 theor. 53: sed multò maximè in decē libris opticis: quos, ut ex Alhazeno in primis, deinde è græcorū authorū fontibus hauserit, certè mirandis accessionibus amplificauit. Alhazeni, Euclidis, Ptolemæi axiomata, hypothesis, theoremata omnia collegit: id laboris infiniti fuit. Sed ex Apollonio, Theodosio, Menelao, Theone, Pappo, Proclo & alijs firmamenta permultarū demonstrationū singulari iudicio repetiuit: singulari ordine, maximè naturali, per sua genera, speciesq; opticā, catoptricā, mesopicā disposuit, artēq; totā mirabiliter absoluit. Quid plura? Si artis opifex atq; author habendus sit, qui arti formā, animāq; dedit: Vitello iure optimo opticæ artis author habeatur. Atq; hæc quidē de Vitellone, eiusq; optico opere ita dicta sint: quid uerò ipse operæ, industriæ, ac diligētix in eo renouādo atq; instaurādo posuerim, quantūq; in eo restituendo cōformandoq; elaborarim, uix quenquā cogitaturū arbitror, nisi qui uetus exēplar cum nostro cōtulerit. Dicā parcè de me & breuiter. In Vitellone adhuc edito publicatoq; nullū omnino theorema fuit, in cuius demōstratione literæ nō fuerint multiplicariā permutatæ, nō alię pro alijs repositę: in plerisq; etiam demonstrationibus *in literis* atq; expositiones nullæ fuerunt: uerba itē multa, imò uerò integræ etiā clausulæ, eaq; cōplures defuerūt: quæ omnia uetustis exēplaribus manuscriptis, quæ P. Ramus undiq; cōquisierat, adiutus restitui: & in uniuerso opere errata in rebus sentētijsq; 3645 (tot enim animaduertere potui) cęteraq; leuiora, quæ innumera fuerūt, correxī & emendauī. Sed præter literas in demonstrationibus transpositas, præter uoces plurimas, præter etiā totas sententias omissas, figuræ, quæ per se sine literis, sine uocibus, sine scriptis sententijs rem poterant intelligēti demōstrare, pleræq; erāt malè figuratæ, nec demonstrationibus cōgruētēs, & quod etiam fœdus est, nō suis, sed alienis theorematis sæpius accōmodatæ: in quibusdam theorematis nullæ omnino fuerunt. Figuras igitur uniuersas de integro conformaui, studioseq; egi, ne qua istarum offensionum remora posset in reliquum optices studiosos remorari: postremò locos ueterum geometrarum & opticorum, unde pleraque desumpta essent, indicaui: denique neruis omnibus contendi, ut opticarum rerum fructus, quancunq; sint, qui sanè maximi sunt (ut Alhazeni præfatio iam prius attigit)

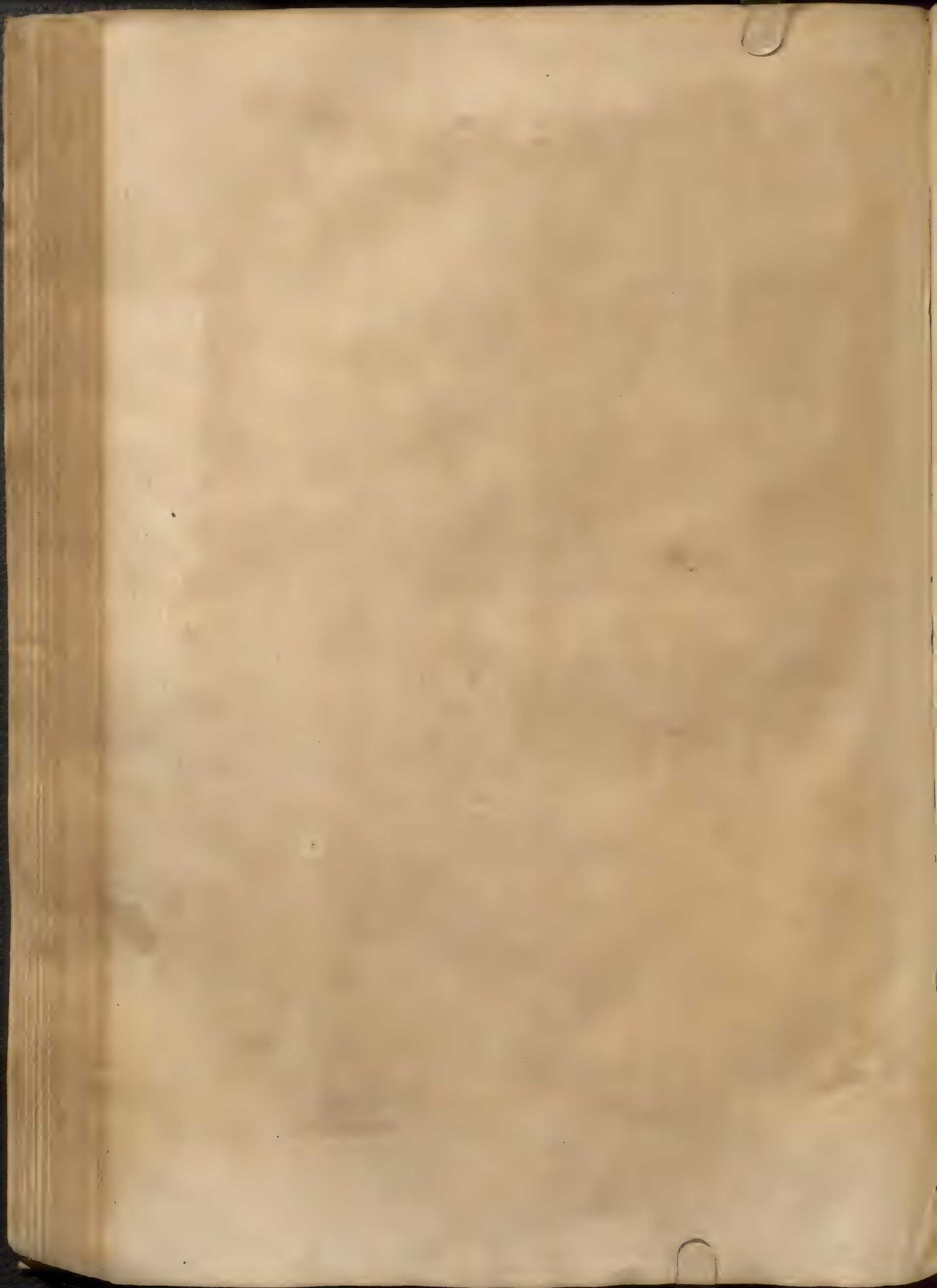
P R A E F A T I O.

omnes certè non solum pleniores atque uberiores, sed gratiores & faciliores essent. Quamobrem, illustrissima regina, si laboribus nostris uota responderint, spero opticae artis studiosos te summis ac sempiternis laudibus in mathematico puluere ad caelum elaturos esse: quòd tuis felicibus auspicijs duos opticos excellentissimos Alhazenum & Vitellonem uelut ab inferis excitatos, & publicis priuatisq; scholis communicatos habeant.

ERRATA.

Primus numerus paginam, secundus lineam indicat.

Pagina 4. linea 36 lineæ. 10.44 post conuexâ tolle comma. Ibidem, ultima, quolibet. Pag. 13.30 post angulo tolle b, & repone post angulus. Ibidem 45 post 17 p 6 adde, Et. 32.39 centrum. 35.51 suarum. Ibidem 55 rotundam. 37.34 post conica pone comma, & adde ubi: & post supremo dele comma. 48.8 proportionem. 54.56 Sint enim ut. 64.54 eidem. 65.ult. terreæ. 67.4 post basis tolle comma, & repone post superficie. 70.25 puncti. Ibidem 54 abscindatur. Pag. 74 in figura 37 theorematis ad concursum lineæ a z cum peripheria h l k pone literam f. Pag. 80.40 ductæ. Ibid. 48 suæ. 82.9 post participans adde de. 89.8 constantis. 90.12 post transiens adde per, & post huius dele comma. 91.2 possint. 92.ulti. pro formæ, forma. Pag. 95.1 pro perunitatem paruitatem. 111.43 uisibilibium; 112.7 illarum. 122.10 quantitates. 132.46 diuersitatis. Pag. 141 in ultima figura ducantur lineæ g b & d b. 145.19 quæ. Ibidem 48 post possibile adde ut. 160.21 huius. 181.15 post uisu adde ex. 195.25 lineæ. 200.14 patet. 204.43 lineæ. 212.56 post punctum adde literam e. 238.6 post a b k pone colon. 244.27 alterum signum parentheses post circulum dele, & pone post circuli. Ibid. post cathetus tolle comma. Pag. 264 in figura continuetur recta z q in l. Pag. 266 figuræ 60 & 61 theorematum permutatæ sunt. 267.56 quomodocunque. 272.15 æquidistante. 282.49 pro 21,1. 290.ult. pro lineæ repone superficie. 295.24 in qua. 306.48 ergo perpendicularis. 312.40 post &, adde ducatur. 320.56 lineæ z h. 327.ulti. pro 2,3. 343.28 angulo b g d. 346.58 quodam arcu, simili arcui. Pag. 352 in prima figura litera è regione m obscurior, est r. Ibid. ult. lineæ uerò. 357.20 pro 11,1. Ibid. in figura litera proximè infra r in lineæ g r obscurior, est k. 358.43 lineæ. 326.26 primum signū parentheses ante quia inuersum corrige. Ibid. ult. lineæ x g ad lineam g s. 370.19 quod est c. 374.15 ipsa. 379.43 sit que. 380.46 p z k sint. 395.24 tolle literam m. 410.54 supcti; 415.48 post forma adde extenditur. 438.36 lineæ a k & a l. 472.42 dispositam



VERITATIS AMA-

TORI FRATRI GVILIELMO DE

MORBETA, VITELLO FILIVS THVRINGORVM ET

Polonorum, aeternae lucis irrefracto mentis radio felicem intuitum,

& intellectum perspicuum subscriptorum.



UNIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me tibi, ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium: me uoluntas quoq; tua arceat ab affectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo tibi, ut totius entis sedulo scrutatori (dū ens intelligibile à primis suis prodiens principijs, entibus indiuiduis sensibilib. per modum causæ, actu mētis coniungeres, & singulorum causas singulas indagares) occurrit diuinarum uirtutum influentiam inferioribus

rebus corporalib. per uirtutes corporales superiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partium uniuersi, diuinæ uirtutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis, contractam uirtutem participant, ut possunt: sicut & in alio substantiarum intellectiuarū ordine inferiores substantias per superiorum sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis derivatam, prout uniuscuiusque natura fert, per modum intelligibilium influentiarū fieri, mentis acumine perspexisti: Sic, ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita: quarum influentiarum diuinum lumen per modum intelligibilem est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia disponuntur. Corporalium uerò influentiarum lumen sensibile, est medium, superioribus corporib. perpetuis secundum substantiam solum in potentia ad ubi existentibus, infima corpora (quæ secundum formas, & ubi uariantur) mirificè assimilans & connectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam corporalis formæ materijs inferiorum corporum se applicans, & secum delatas formas diuinorum & indiuisibilium artificum per modum diuisibilem caducis corporibus imprimens, suiq; cum illis incorporatione nouas semper formas específicas aut indiuiduas producens, in quibus resultat per actum luminis diuinum artificium tam motorum orbium quàm mouentium uirtutum. Quia itaque lumen corporalis formæ actum habet: corporalibus dimensionib. corporum (quibus influit) se coequat, & extensione capacium corporum se extendit: attamen quia fontem (à quo profluit) habet semper secundum suæ uirtutis exordium: prospicere dimensionem distantiae (quæ est linea recta) per accidens assumit, sicq; sibi nomen radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali: superficie rum uerò passio (quæ per terminantes lineas eis accidit) est angulus: ideo radio luminoso consideratio adiacet angularis: & rectis angulis radiorum perpendicularitas est causa. Obliquatio uerò irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos causat angulos & obtusos: & secundum huiusmodi luminarium influentiæ uariantur. Cum itaq; tui solertis diligentia ingenij, secundum hæc, cœlestium influentiarum diuinam uirtutem respectu rerum capacium mutari prospiceret, & non solum secundum uirtutes agentes, sed secundum diuersitatem modi actionis, res actas diuersari uideret: placuit tibi in illius rei occulta indagine uersari, eiusq; diligenti inquisitioni studiosam animam applicare. Libros itaq; ueterum tibi super hoc negotio perquirenti, occurrit tædium uerbositaris arabicæ, inplicationis græcæ, paucitas quoq; exarationis latinæ, præsertim quia tibi commissum officiū pœnitentiariæ romanæ ecclesiæ, cuius curæ partem geris, credens plus intellectu practico quàm speculativo, pœnitētibus succurrere, te cohibuit à multitudine uidentorū:

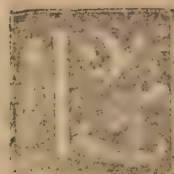
A maluisti

malisti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus succurrere, quam ipsorum hominum ignorantias releuare: meq; putans uacare otio, sub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisq; materijs mihi nondum cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negotij, quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, presentisq; operis dispendium pro mea possibilitatis uiribus (quibus hic impar, fateor) adij conscribendum. Attendens quoq;, quia eadem uis formæ immittitur in contrarium & in sensum, & quod lumen sit primum omnium formarum sensibilem, quodq; rerum sensibilem omnium causas efficientes intendamus perquirere, quarum plurimas differentias uisus nobis ostendit: premissorum per modum entium uisibilem perscrutatio placuit, sicut & eadem uiris, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiæ negotiū, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantibus, quorum & ego nominationem (ut placitam) approbo: licet plus ad naturalium formarum actionis modum occultissimum pertractandum, ut opus presens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quod enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in reb. naturalibus nullatenus euitatur. Sensus enim presentia nihil addit actionibus naturalium formarum. Omnem itaq; modum uisionis mathematica uel naturali demonstratione transcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilem iuxta triplicem uidendi modum pro meæ possibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidendi modis, formæ naturales ad uisum se diffundunt, radij q; uisuales non exeunt ad capeffendas formas rerum. Vnde si presentia formarum diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio non erit, sed formæ in subiecta corpora sibi dissimilia, imprimunt quatum possunt. Tu itaq; uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultum inueneris, perspicaciori ingenio modereris.

[Sequentia desunt in uetusto exemplari.]

TOTIVS OPERIS IN DECEM

Libros diuisio, & quid in singulis tractetur.



RAESENS itaq; negotium decem libris partialibus duximus distinguendum. Valentes enim omne ens uisibile, ut (sue uisibilitati passio accidit, mathematica demonstratione concludere, & hac uia catenus (ut nobis est possibile) certius ambulare: librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his, quæ ex elementis Euclidis, & paucis, quæ ex conicis elementis Apollony Pergæi dependent, quæ sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaque huius scientiæ libro axiomata premitimus, quæ præter elementa Euclidis huic scientiæ sunt necessaria: & in hoc ea duo, quæ demonstrata sunt ab Apollonio, declaramus. Plurima tamen & horum, quæ in hoc libro premitimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quæ nobis uisa sunt, & quæ ad nos peruenierunt à uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo libro, de modo projectionis radiorum per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corporum diuersas: necnon de projectione umbrarum & figuracione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his, quæ præambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quæ sunt non existente sensu. In tertio uero libro de organo uisus, de essentiâ modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia optiçorum. In quarto quoque libro percurramus deceptiones, quæ accidunt uisui secundum directum modum uidendi per unum medium, siue sint passionibus mathematicæ, siue etiam naturales. In quinto autem libro nos ad alium modum uidendi, qui fit per reflexiones à politis corporibus, quæ specula dicimus, transferentes, tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphericum, solumnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Hac enim sunt omnia specula, à quibus regularis

regularis potest fieri reflexio, ut nos declarabimus suo loco: nec tamen intelligimus per hæc specula solum corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dum demonstrationem his speculis applicamus, naturalia corpora eiusdem figuræ intelligimus. Quod enim in artificialibus corporibus exemplariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic per figuras speculorum discurremus, cælestes & omnes naturales influentias à subiectis corporibus sub quodam reflexionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est natura operatio: & ab eisdem agentibus, secundum huius diuersitatis modum, fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflexionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflexio: quoniam uisibus, ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus, ipsorum præsentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum communes passionēs, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstrauimus passionēs, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflexione facta à speculis sphericis conuexis. In septimo uero posuimus passionēs accidentium à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis: & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurimum passionum. In octauo, de reflexionibus, quæ sunt à speculis sphericis concavis, prolixius tractauimus. In nono quoq; de his, quæ sunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis: & in eodem de speculis quibusdam irregularibus, à quorum tota superficie fit reflexio lucis & uirtutis ad punctum unum (quæ specula comburentia dicimus) adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiæ, egimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cum per aerem fit uisio, sub aqua, uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eadem passionēs uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus passionem soli uisui accidentem ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsentia scientia ortum habet: sicq; quasi omnium uisibilium generalibus passionibus pertractatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmissis, quod triplex est modus uidendi: quidam per unum medium tantum, qui est uisio directæ: quidam uero per reflexionem formarum uisibilium à corporibus politis: quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi, signis sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cælestium & naturalium. Quædam enim agunt directè in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directè intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actio: sol enim non adeo calefacit remotiora, sicut propinquiora calefactibilia, quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflexionem à corporibus alijs, ut radij solis à corpore lune reflectuntur: quamuis enim propter raritatem lunaris corporis quiddam solaris transeat uirtutis: plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à speculo spherico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne, quod diximus in passionibus speculorum, assimilante se figura corporis (à quo fit reflexio) figura speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorum diaphanorum, quæ similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisu: quoniam non existente perceptione uisua, ydem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaque præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematum contenti sumus: dum uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerum & theorema huius libri nominamus.

4

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER PRIMVS.

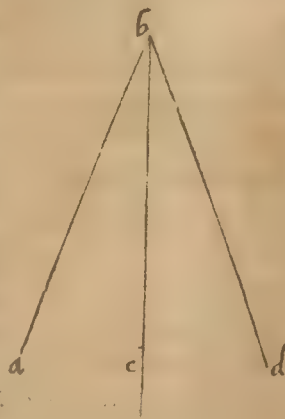
DEFINITIONES.



VAE uerò per modum principiorum huic primo libro præmittimus, sunt ista. 1. Cathetum dicimus lineam perpendicularẽ super superficiem aliquam, erectam. 2. Polum dicimus omnem punctum lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. 3. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. 4. Lineam cõcauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. 5. Lineam super superficiem conuexam uel concuam perpendicularem dicimus, quæ super planam superficiẽ in puncto suæ incidentiæ superficiem conuexam uel concuam contingentem est erecta. 6. Circuli seinuicem secantes dicuntur, quorum diametris est aliqua linea communis, non reliquum non continente. 7. Circulus magnus spheræ dicitur, qui transiens centrum spheræ, diuidit ipsam in duo æqualia. 8. Minor uerò circulus spheræ dicitur, qui neque transit centrum spheræ, neque diuidit ipsam in duo æqualia. 9. Spheras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. 10. Spheras uel circulos se inuicem continentes, æquidistantes dicimus, inter quas à centro maioris ducta lineæ à conuexo minoris ad concuam maioris sunt æquales. 11. Spheras se inuicem cõtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus nõ secant. 12. Spheras seinuicem interfecantes dicimus, cum spheris se non continentibus, diameter unius per alteram resecatur. 13. Spheras intrinsecus se interfecantes dicimus, quarum maior pars unius in altera continetur. 14. Superficiem planam spheram contingere dicimus, quæ cum spheram tangat, ad omnem partemeducta, non secat. 15. Denominatio proportionis primi ad secundum, dicitur quantitas, quæ ducta in minorem producit maiorem: uel quæ maiorem diuidit secundum minorem. 16. Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producit ex ductu denominationum illarum proportionum, unius in alteram.

PETITIONES.

Petimus autem hæc. 1. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum: ut si anguli $a b c$, & $c b d$ sint æquales, & linea $a b$ & $b d$ sint æquales: tantum distabit linea $a b$ à linea $b c$, quãtum linea $b d$ distat ab eadem linea $b c$. 2. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. 3. Item, cum duæ planæ superficies se contingunt, unã ex eis fieri superficiem. 4. Item duas planas superficies corpus non includere. 5. Item omnes easdem proportionibus componi, & in similes proportionibus diuidi, & easdem habere denominationes.



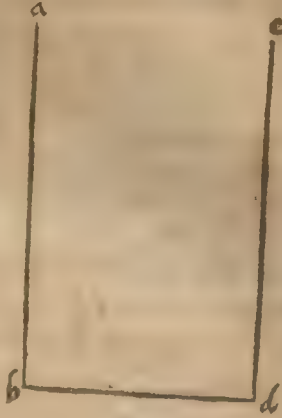
THEORE-

THEOREMATA

1. Omnes lineæ æquidistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

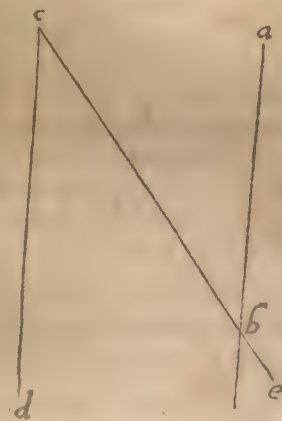
E' 35 definit: 1 element.

Sint duæ lineæ æquidistantes, quæ a b & c d utcunque dispositæ: dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana: copulentur enim per lineam b d. Quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniunguntur: palàm quoniam ipsæ sunt in eadem superficie per 2 p II. Similiter, quia lineæ c d & b d angulariter coniunguntur, erunt ipsæ in eadem superficie: Sed lineæ b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano, est impossibile p 1 p II. Palàm ergo, quoniam lineæ a b & c d necessario consistunt in eadem plana superficie contenta inter eas & inter lineas, extremitates illarum linearum copulantes: quod est propositum.



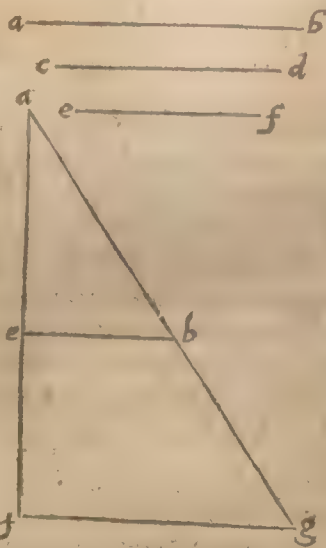
2. Lineam à puncto unius linearum æquidistantium in eadem superficie protractam, cum altera indefinita quantitatis concurrere est necesse. Lemma Procli ad 29 p 1 element.

Sint duæ lineæ æquidistantes, quæ a b & c d: quarum unam, scilicet a b, secet lineæ b e in puncto b. Dico, quod lineæ b e secabit etiã lineam c d. Quia enim lineæ c d indefinita quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam lineam b e: quæ si concurrat cum c d, habetur propositum. Si non concurrat: palàm per definitionem æquidistantium linearum, quoniam lineæ b e est æquidistans lineæ c d: & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquidistantes lineæ c d: erit per 30 p 1 lineæ c b æquidistans lineæ a b: sed palàm ex hypothesi, quoniam concurrunt, ut in puncto b: non ergo æquidistat lineæ b e lineæ c d: ergo necessario cõcurrat lineæ b e cum lineæ c d: quod est propositum.



3. Datis tribus lineis, cuiuslibet tertia secundum proportionem aliarum duarum proportionalem inuenire. E' 12 p 6 element.

Sint datæ tres lineæ, quæ sint a b, c d, e f, quarum uni ut a b, secundum proportionem aliarum duarum, quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaque lineæ æquales duabus lineis, quæ sunt c d & e f, ab una lineâ continua abscondantur, quæ sit a e f per 3 p 1, & illi lineæ a e f angulariter tertia data, scilicet a b coniungatur in puncto a: & à puncto communi distinguete duas lineas resectas, (quod sit punctum e) ducatur lineæ c b ad extremitatem tertiæ datarum, quæ est a b: & à puncto f ducatur lineæ æquidistans lineæ c b per 31 p 1, quæ sit f g. Deinde protrahatur lineæ a b in cõtinuum & directum, quousque secet lineam f g: secabit autem per præmissam: sit itaq; punctus cõcursus g. Dico, quod per 2 p 6 eadem est proportio lineæ a b ad lineam b g, quæ est lineæ a e datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de qualibet aliarum respectu reliquarum duarum demonstrari potest: patet ergo propositum.



4. Cum duabus lineis inæqualibus nota proportionis, equalium linearum facta fuerit additio: maioris ad minorem minuitur proportio. Ex 8 p 5 element.

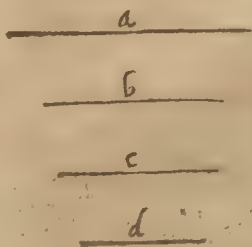
Sint duæ lineæ a b & c d inæquales, notæ proportionis: sitque lineæ a b maior quàm lineæ c d: addatur quoq; lineæ b e ipsi a b,

& lineæ d f ipsi c d: sintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, quod minor est proportio lineæ a e ad lineam c f, quàm lineæ a b ad lineam c d. Quoniam enim datæ sunt tres lineæ, quæ sunt a b & c d & b e: inueniatur per præcedentem lineæ proportionalis lineæ b e, secundum proportionem linearum a b & c d, quæ sit d g. Quia ergo lineæ a b est maior quàm lineæ c d, patet, quia lineæ b e est maior quàm lineæ d g: ergo & lineæ d f est maior quàm lineæ d g. Abscindatur ergo per 3 p 1: è lineæ d f æqualis ipsi d g. Quia ergo est proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut lineæ b e ad lineam d g: erit per 15 p 5 proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c f, sicut lineæ a b ad lineam c d: sed per 8 p 5 minor est proportio lineæ a e

6. ad lineam e f maiorem, quam ad lineam c g minorem: est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d, quam lineæ a e ad lineam c f: & hoc est propositum.

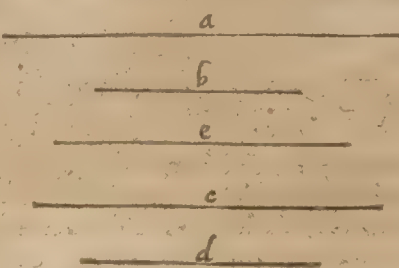
5. Cum fuerit proportio primi ad secundum, tanquam tertij ad quartum: erit e contrario proportio secundi ad primum, sicut quarti ad tertium. E 13 def. & consuetario 4 p 5 element.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum: & sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico, quod erit e contrario proportio b ad a, sicut d ad c. Quoniam enim est proportio a ad b, sicut c ad d: erit per 16 p 5 permutatim proportio a ad c, sicut b ad d: est ergo proportio b ad d, sicut a ad c: ergo iterum per 16 p 5 erit permutatim proportio b ad a, sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum, sicut quarti ad tertium: quod est propositum.



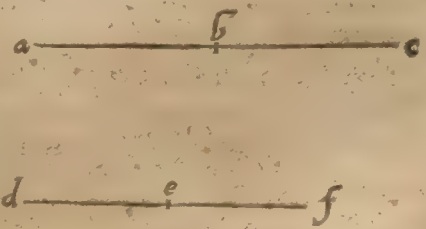
6. Cum fuerit quatuor quantitatuum proportio prima ad secundam maior, quam tertia ad quartam: erit e contrario minor proportio secundæ ad primam, quam quarta ad tertiam. 26 p 5 element. in Campano.

Esto proportio lineæ a ad lineam b maior, quam lineæ c ad lineam d. Dico, quod erit e contrario minor proportio lineæ b ad lineam a, quam lineæ d ad lineam c. Sit enim per 3 huius, ut, quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b. Quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b, quam lineæ c ad lineam d ex hypothesi: patet, quod minor est proportio lineæ e ad lineam b, quam lineæ a ad lineam d: ergo per 10 p 5 linea a est maior quam linea e. Et quia est proportio lineæ e ad lineam b, sicut lineæ c ad lineam d, erit per præmissam eadem proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Est autem per 8 p 5 minor proportio lineæ b ad lineam a, quam ad lineam c: est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a, quam lineæ d ad lineam c: quod est propositum.



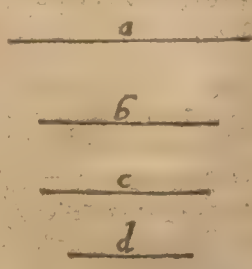
7. Si quatuor quantitatuum proportionalium prima fuerit maior quam secunda, & tertia maior quam quarta: erit eversim eadem proportio prima ad augmentum sui super secundam, quam tertia ad augmentum sui super quartam. E 16 definit. & consuetario 19 p 5.

Sint quatuor lineæ proportionales a c prima: b c secunda: d f tertia: & e f quarta. Sitque linea a b, & c maior quam linea b c, & linea d f maior, quam linea e f: excadat quoque linea a c lineam b c, in linea a b, & linea d f lineam e f, in linea d e. Dico, quod eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e. Quoniam enim est proportio lineæ a c ad lineam b c, sicut lineæ d f ad lineam e f: est ergo per 16 p 5 permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f, sicut lineæ b c ad lineam e f: ergo per 19 p 5 erit proportio lineæ a b ad lineam d e, sicut lineæ a c ad lineam d f: ergo per 16 p 5 erit proportio lineæ a b ad lineam a c, sicut lineæ d e ad lineam d f. Ergo per 5 huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b, sicut lineæ d f ad lineam d e: quod est propositum.



8. Si quatuor quantitatuum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta: erit maior proportio primæ ad quartam, quam secunda ad tertiam. Consuetarium ex 8 p 5 element.

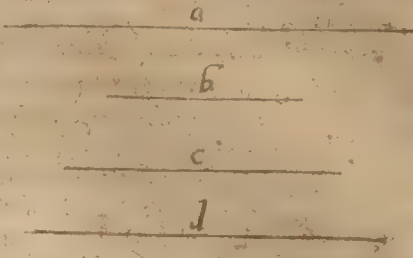
Sint quatuor lineæ a, b, c, d: & sit a prima maior quam b secunda, & sit c tertia maior, quam d quarta. Dico, quod maior est proportio lineæ a, ad lineam d, quam lineæ b ad lineam c. Quia enim linea c est maior quam linea d ex hypothesi: patet per 8 p 5: quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam d, quam ad lineam c: minor uero est proportio lineæ b ad lineam c, quam lineæ a, ad lineam c per eandem 8 p 5: quoniam ut præmissum est, linea a est maior quam linea b. Et quoniam quicquid est maius maiore, est maius minore: patet, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d, quam lineæ b ad lineam c: patet ergo propositum.



9. Cum quatuor quantitatuum prima fuerit maior quam tertia, & secunda minor quam quarta: maior erit proportio primæ ad secundam, quam tertia ad quartam. Consuetarium ex 8 p 5 element.

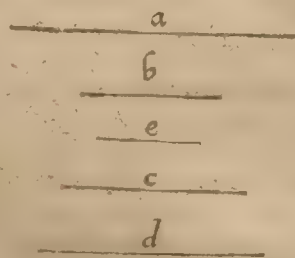
Sint quatuor lineæ a prima: b secunda: c tertia: d quarta: sitque a maior quam c, & sit b minor quam d. Dico,

Dico, quòd maior est proportio a ad b, quàm c ad d. Quoniã enim linea a est maior quàm linea c, patet per 8 p 5, quoniã maior est proportio lineæ a ad lineã b quàm lineæ c ad lineam b: sed quia ex hypothesi linea b est minor quàm linea d: patet per 8 p 5, quoniã maior est proportio lineæ c ad lineam b, quàm ad lineam d. Est ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineã b secūdã, quàm lineæ c terciæ ad d quartã: & hoc est propositũ.



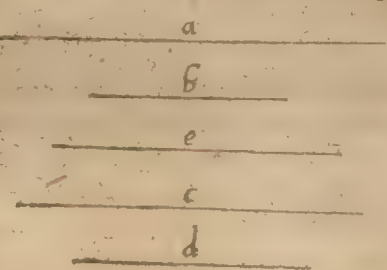
10. Si quatuor quantitatũ fuerit maior proportio primæ ad secundam, quàm terciæ ad quartam: erit permutatim maior proportio primæ ad terciam, quàm secundæ ad quartam. E 12 definit. 16 p 5. 27 p 5 elem. in Campano.

Sint quatuor lineæ a, b, c, d: sitq; proportio a ad b maior, quàm c ad d. Dico, quòd erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c, quàm lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineæ e ad lineã b, sicut lineæ c ad lineam d: erit ergo ex hypothesi & ex 10 p 5 linea e minor quàm linea a: ergo per 8 p 5 maior est proportio lineæ a ad lineam c, quàm lineæ e ad lineam c. Est autem ex præmissis & per 16 p 5 proportio lineæ e ad lineam c, sicut lineæ b ad lineam d. Palàm ergo, quoniã maior est proportio lineæ a ad lineã c, quàm lineæ b ad lineã d: quod est propositum.



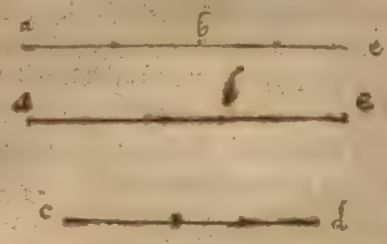
11. Cum quatuor quantitatũ maior fuerit proportio primæ ad secundam quàm terciæ ad quartam: erit coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam, quàm terciæ & quartæ ad quartã. E 14 definit. 18 p 5 element. 28 p 5 ele. in Campano.

Esto quatuor linearum a, b, c, d maior proportio a ad b, quàm c ad d. Dico, quòd totius lineæ a b ad lineã b maior erit proportio, quàm totius lineæ c d ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineæ e ad lineam b, quæ lineæ c ad lineam d: est ergo ex hypothesi maior proportio lineæ a ad lineam b, quàm lineæ e ad lineam b: ergo per 10 p 5 linea a est maior quàm linea e. Tota ergo linea a b est maior quàm tota linea e b: ergo per 8 p 5 maior est proportio totius lineæ a b ad lineã b, quàm totius lineæ e b ad lineã b: per 18 uerò 5 est proportio lineæ e b ad lineam b, quæ lineæ c d ad lineam d: est enim ex præmissis proportio lineæ e ad lineam b, sicut lineæ c ad lineam d. Est ergo maior proportio lineæ a b ad lineã b, quàm lineæ c d ad lineam d: quod est propositum.



12. Si quatuor quantitatũ proportio primæ & secundæ ad secundam sit maior, quàm terciæ & quartæ ad quartam: erit disiunctim maior proportio primæ ad secundam, quàm terciæ ad quartam. E 15 definit. 17 p 5 element. 29 p 5 elem. in Campano.

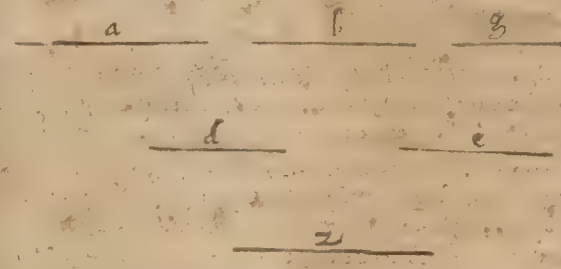
Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineam b maior, quàm totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, quòd erit disiunctim maior proportio lineæ a ad lineam b maior, quàm lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineæ e ad lineam b, sicut lineæ c d ad lineam d: erit ergo ex hypothesi maior proportio lineæ a b ad lineam b, quàm lineæ e b ad eandem lineam b: ergo per 10 p 5 erit linea a b maior quàm linea e b: ablata ergo utrobique linea b communi, relinquitur linea a maior quàm linea e. Est ergo per 8 p 5 maior proportio lineæ a ad lineam b, quàm lineæ e ad eandem lineam b: sed per præmissa est proportio lineæ e b ad lineam b, sicut lineæ c d ad lineam d: ergo per 17 p 5 est proportio lineæ e ad lineã b, sicut lineæ c ad lineam d. Erit ergo maior proportio lineæ a ad lineam b, quàm lineæ c ad lineam d: & hoc est propositum.



13. Quarumlibet trium quantitatũ quocunq; ordine dispositarum, quarum mediæ ad utramq; extremarum nota sit proportio: erit proportio primæ ad terciam composita ex proportione primæ ad secundam, & secundæ ad terciam. Ex quo patet, quòd proportio extremorum ad inuicem componitur semper ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema. E scho-
lio Theonis

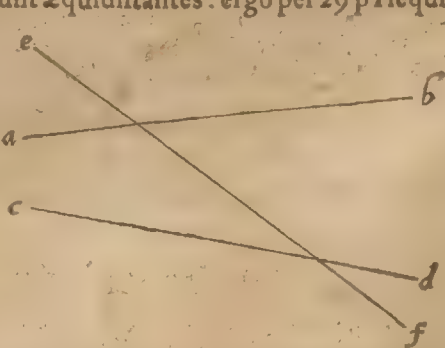
lio Theonis ad 5 definit. 6 element. & commentarijs in 1 librum magna constructionis Ptolemai. Item de commentarijs Eutocij in 8 theor. 2 de sphaera & cylindro Archimedis.

Sint extra gradus tres lineæ, quæ a, b, g, quarum prima (quæ est a) sit maior quàm media (quæ est b) & b sit maior quàm tertia, quæ est g: sitq; ipsius b ad ambas extremas proportio nota. Dico, quòd proportio lineæ a ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex proportione lineæ b ad lineam g. Quoniam enim proportio lineæ a ad lineam b est nota: sit quantitas d denominatio illius proportionis: & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota: sit denominatio illius proportionis quantitas e: & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineam g. Dico, quòd ex ductu e in d fit z. Quoniam enim per 15 definitionem huius ex ductu z denominationis proportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem, quàm sit a, fit linea a: & similiter ex ductu d in lineam b fit linea a: ponatur itaq; z primum & d secundum, linea b tertiu & linea g quartu. Quia itaq; illud, quod fit ex ductu primi in quartum, est æquale ei, quòd fit ex ductu secundi in tertium: patet per 16 p 6 quoniam est proportio primi ad secundum, sicut tertij ad quartum: est ergo proportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g: ergo denominatio proportionis z ad d ex 5 suppositione est eadẽ cum denominatione proportionis lineæ b ad lineam g: sed denominatio proportionis lineæ b ad lineam g est quantitas e: ergo denominatio proportionis z ad d est idẽ e: ergo ex ductu e in d fit z. Quia ergo denominatio proportionis lineæ a ad lineam g, quæ est z, producit ex ductu denominationis proportionis lineæ a ad lineam b in denominationem proportionis lineæ b ad lineam g: patet per 16 definitionem huius, quoniam proportio lineæ a primæ ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a primæ ad lineam b secundam, & ex proportione lineæ b secundæ ad lineam g tertiam: quod est propositum primum. Eodem quoq; modo potest faciliter demonstrari de quocunq; medijs inter quolibet duo extrema collocatis: semper enim proportio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus proportionibus mediorum ad inuicem, & ad ipsa extrema. Similiter demonstrandum uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum: patet ergo propositum.



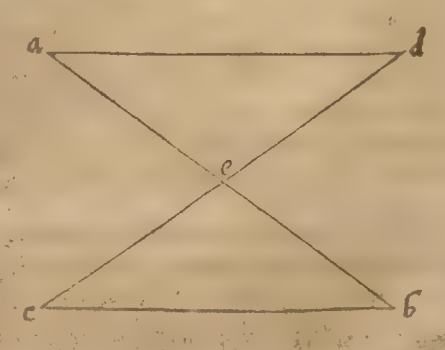
14. Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritq; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco: illas duas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uerò partem impossibile: & si linea concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorum se habere. E 27.28 p 1 element. Lemma Procli ad 16 p 1 elem.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundum quod proponitur. Dico, quoniam lineæ a b & c d concurrent: Si enim nõ concurrant, patet quòd sunt æquidistantes: ergo per 29 p 1 sequitur contrarium hypothe. quòd est inconueniens: concurrunt ergo. Ad partem uerò minorum angulorum concurrere est necessarium: quoniam si ad partem maiorum angulorum concurrant, sequetur angulum extrinsecum trigoni contenti fieri minorem angulo intrinseco: & est contra 16 & 32 p 1. Et quia per præmissas probationes ad partes minorum angulorum concurrunt: si ex concessio ad partes maiorum angulorum concurrerent, sequeretur duas rectas lineas superficiem includere: quod est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrant: quod est propositum primum. Sed & si detur, quòd illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorum modorum se habere per 32 p 1: patet ergo totum, quod proponebatur, seruata semper hypothesi.



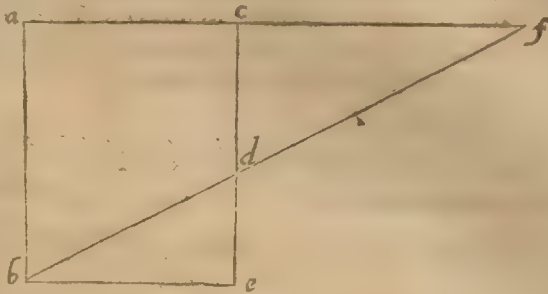
15. Cum lineis, se inter duas lineas æquidistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus, ex utraq; parte sectionis partes eiusdẽ lineæ inter se fuerint æquales: necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

Verbi gratia: sit, ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquidistantes, à quarum terminis producuntur, quæ sint a d & c b, secant se in puncto e, ita, quòd linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, quòd linea a d est æqualis lineæ c b. Quoniam enim per 15 p 1 angulus a e d est æqualis angulo o e b, erit ex hypothesi & per 4 p 1 linea a d æqualis lineæ c b: quod est propositum.



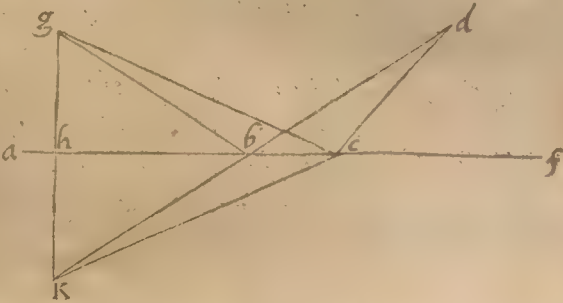
16. Si per terminos duarum linearum æquidistantium & inæqualium, rectæ producantur, illas ad partem minoris lineæ concurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes & inæquales: sitq; lineæ c d minor quàm lineæ a b: producaturq; per terminos ipsarum, lineæ a c & b d. Dico, quòd illæ lineæ a c & b d concurrunt ultra lineam c d. Producatur enim lineæ c d ultra punctum d ad punctum e, fiatq; per 3 p 1 lineæ c e æqualis lineæ a b, & ducatur lineæ b e. Hic itaque lineæ b e per 33 p 1 est æquidistans lineæ a c: ergo per 2 huius cum lineæ b d concurrat cum lineæ b e in puncto b: patet, quòd ipsa concurrat cum lineæ a c, quæ æquidistat lineæ b e: sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor quàm lineæ a b, concurrere est necesse per 14 huius, uel per 2 p 6: patet ergo propositum: punctus enim concursus eius, (qui sit f) erit ultra lineam c d.



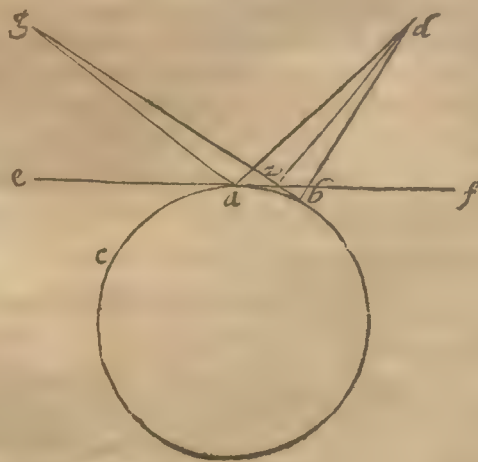
17. Linea recta continentes angulos æquales cum lineæ recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem lineæ angulos inæquales, simul iunctis.

Sit lineæ recta, quæ a b c f: & sint duo puncta g, & d, à quibus duæ lineæ g b & d b productæ super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, quòd si à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f (quod sit c) lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a sit minor angulo f c d: quòd lineæ g b & b d simul iunctæ sunt minores duabus lineis g c & d c simul iunctis. Ducatur enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12 p 1, quæ sit g h: & producatur lineæ g h ultra punctum h: & producatur d b, donec concurrat cum lineæ g h producta: concurrant autem per 14 huius: sit ergo punctus concursus k: & coniungatur lineæ k c. Et quoniam angulus d b c est æqualis angulo g b h ex hypothesi, & angulo h b k, ex 15 p 1: palàm, quòd angulus h b k est æqualis g b h: sed anguli g h b & k h b sunt æquales: quia recti: ergo per 32 p 1 trigoni g h b & k h b sunt equianguli. Ergo per 4 p 6, cum lineæ h b sit communis & æqualis sibi ipsi, erit lineæ g b æqualis lineæ k b, & lineæ g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratione per 4 p 1 erit lineæ g c æqualis lineæ k c. Quia uerò per 20 p 1 lineæ k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & lineæ g b æqualis est lineæ b k, & lineæ g c æqualis est lineæ k c: palàm, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis. Similiter quoque de quibuscunque lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandum: patet ergo propositum.



18. Linea recta continentes angulos æquales cum lineæ conuexa, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem lineæ angulos inæquales, simul iunctis.

Sit lineæ curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidunt lineæ d a & g a, continentes angulos æquales, ita, ut angulus c a g sit æqualis angulo b a d. Dico, quòd si ducantur aliæ lineæ à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, continentes angulos inæquales cum lineæ a b c: quòd ambæ lineæ g a & d a simul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim lineæ e f, cõtinges

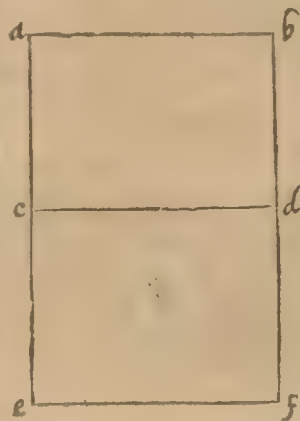


arcum

arcum $a b c$ in puncto a per 17 p 3: anguli ergo contingentiae, qui sunt $e a c$ & $f a b$ sunt æquales per 16 p 3: sed anguli $g a c$ & $d a b$ sunt æquales ex hypothesi: erunt ergo anguli $g a e$ & $d a f$ æquales. Et ad punctum, ubi linea $g b$ secat lineam $e f$ (quod sit z) ducatur linea $d z$: ergo per præcedentem ambæ lineæ $g a$ & $d a$ sunt breviores ambabus lineis $g z$ & $d z$: cum angulus $g z a$ sit minor angulo $g a e$, & angulus $d z f$ sit maior angulo $d a f$ per 16 p 1. Sed linea $g b$ est maior quàm linea $g z$, ut totum parte, & linea $d b$ est maior quàm linea $d z$ per 19 p 1, quoniam angulus $d z b$ est maior angulus sui trigoni. Patet ergo propositum in arcu circuli convexo: & eodem modo demonstrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali sectione secundum ipsius convexum: patet ergo propositum.

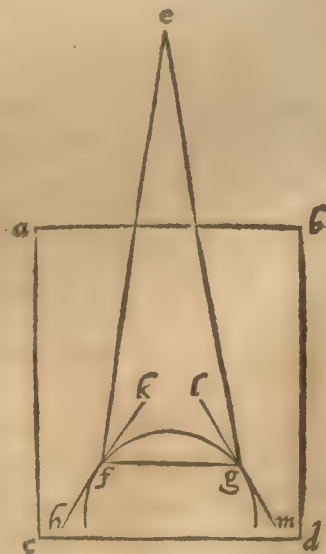
19. *Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est, ut illa dua superficies secundum illam lineam se secent. E 3 p 11 element.*

Sint duæ superficies planæ $a b c d$ & $c d e f$: in quarum utraque sit linea $c d$. Dico, quòd illæ duæ superficies secant se super lineam $c d$. Si enim illæ duæ superficies ad lineam $c d$, ut ad communem terminum per modum unius superficiæ continuè copulentur: tunc patet, quòd ipsæ sunt partes unius superficiæ, & non duæ superficies: quod est contra hypothesim. Quòd si ipsæ superficies datam lineam $c d$ pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminum copulentur: palàm per 3 p 11, cum ipsæ ad inuicem se secent, quòd ipsis aliqua linea est communis. Aut ergo secant se super lineam $c d$: & habetur propositum: aut super aliam quamcunque datam: & tunc, cum illa sit ambabus propositis superficiebus communis per prænominatam 3 p 11, & eisdem sit linea $c d$ communis ex hypothesi: sequetur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacentes corpus includat: quod est impossibile, & contra 4 suppositionem huius: patet ergo propositum.



20. *Ab uno puncto in aere dato, super unamquamque substratam planam uel convexam superficiem, una tantum perpendicularis duci potest. E 11 & 13 p 11 elem.*

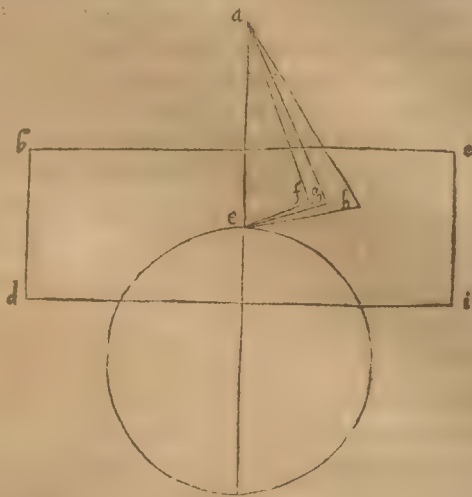
Sit data superficies plana $a b c d$, & datus in aere punctus e . Dico, quòd à puncto e ad substratam superficiem, unam tantum perpendicularem duci est possibile. Si enim possibile, sit ut super superficiem planam datam, quæ $a b c d$, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sint $e f$ & $e g$. Quia itaq; lineæ $e f$ & $e g$ angulariter cõiunguntur in puncto e , patet per 2 p 11, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie: & quoniam lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem $a b c d$, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, erecta super superficiem $a b c d$. Huius itaq; superficiæ & superficiæ $a b c d$ communis sectio est linea $f g$ per præmissam: in trigono itaque $e f g$ sunt duo anguli recti, scilicet $e f g$ & $e g f$ per definitionem lineæ erectæ super superficiem 3 definit. 11: hoc autem est impossibile, & contra 32 p 1. Hoc autem etiam patet in superficiebus convexis: quia enim, per 5 definitionem huius omnis linea perpendicularis super quamcunque superficiem convexam, est perpendicularis super planam superficiem ipsam convexam, superficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentem: patet, quia in omni superficie convexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies spherica cõvexa, in qua sit arcus $f g$: sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea $h f k$, & in puncto g superficies plana, in qua sit linea $l g m$. Palàm ergo ex præmissis, quia anguli $e f k$ & $e g l$ sunt recti. Producta quoq; chorda $f g$: palàm quia anguli $e f g$ & $e g f$ sunt maiores duobus rectis, quod est impossibile. Non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planam uel convexam. Patet ergo propositum: quoniam in quibuscunque alijs convexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.



21. *Omnium linearum ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel convexam productarum, minima est perpendicularis. Alhazen 5 n 5.*

Est superficies plana $a b c d$: & punctum extrà signatum a , à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiem datam, ut contingit, scilicet $a e$, $a f$, $a g$, $a h$, sola tamen $a e$ sit perpendicularis. Dico, quòd li-
nea $a e$ est omnium aliarum brevissima. Ducantur enim lineæ $e f$, $e g$, $e h$, & componantur tri-
gona orthogonia. Palàm itaque (cum per 32 p 1 angulus rectus sit maior in qualibet trigono
orthogo-

orthogonió) quoniam linea a e per 19 p 1 breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiam aliarum quarumcunq; sic productarum: patet ergo propositum in planis. Sed & in conuexis patet idem: quoniam si perpendicularis super conuexam superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingens superficiem conuexam secundum punctū e, ducanturq; lineæ a f, a g, a h super superficiem planam: erunt omnes illæ maiores perpendiculari: ergo eadem productæ ad superficiem conuexā sunt multo maiores: patet ergo propositum.



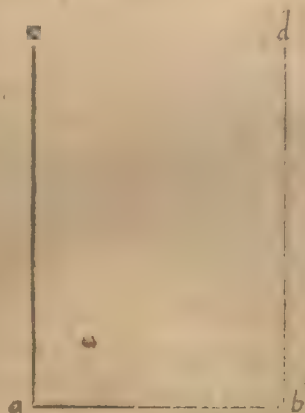
22. *Ducta linea à supremo termino linea super superficiem erecta, ad lineam perpendicularē cuiuscunq; linea à puncto incidetia linea erecta in subiecta superficie protracta: necesse est protractā lineam superiacenti perpendiculararem esse. Lemma ad 37 theorema optictorum Euclidis: item 42 theor. 6 libri μαθηματικῶν σὺν ἀποτομῶν Πάππυ.*

Sit punctū in aere datum, quod sit a, à quo ad superficiem planā subiectam, quæ sit b c d, erigatur linea per 12 p 11, quæ sit a b, incidens datæ superficiē in puncto b: & in superficie b c d ducatur lineā d c, ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam d c, quæ sit b d: & copuletur linea a d. Dico, quod a d est perpendicularis super lineā d c. Sumatur enim in lineā d c quodcunq; punctū, ut c, & ducantur lineæ a c, b c. Quia itaq; linea a b est erecta super superficiē b c d, patet p definitionē lineę erectę 3 defin. 11, quoniā angulus a b c est rectus: ergo p 47 p 1, quadratū lineę a c est æquale duob. quadratis linearū a b & b c: sed & quadratū lineę b c est æquale duob. quadratis c d & b d per 47 p 1, quia linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi. Quadratum itaq; lineę a c est æquale tribus quadratis trium linearum, quæ sunt a b & b d & c d: sed quadratum lineę a d est æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b d: quadratum ergo lineę a c est æquale duobus quadratis duarum linearum a d & d c. Ergo per 48 p 1 angulus a d c est rectus. Patet ergo, quod linea a d est perpendicularis super lineam d c: quod est propositum.



23. *Duabus planis superficiebus æquidistantibus, una linea recta incidente, qua ad alteram earū erit perpendicularis, erit quoq; ad reliquā perpendicularis. Conuersa 14 p 11 elem.*

Sit, ut duabus superficiebus planis & æquidistantibus incidat una linea, quæ a b, uni ipsarum in puncto a, & reliquæ in puncto b. Dico, quod si linea a b fuerit perpendicularis super unam istarum superficieum, quod erit perpendicularis & super reliquam. Nam à puncto a ducatur in altera superficieum illarum linea recta, quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d. Palàm itaque, quoniam lineæ a c & b d æquidistant: in infinitum enim protractæ non concurrent, quia & superficies in quibus sunt, non concurrent. Si itaque alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus: palàm semper per 29 p 1, quoniam & reliquus ipsorum erit rectus. Et quoniam eodem modo potest hoc declarari de omnibus lineis in superficiebus hinc inde ductis à punctis a & b: patet, quod linea a b cum singulis sibi conterminalibus lineis in utraque superficieum illarum productis angulos rectos facit. Si est ergo linea a b perpendicularis super alteram superficieum, palàm, quia erit perpendicularis super reliquam ipsarum: & hoc est propositum.



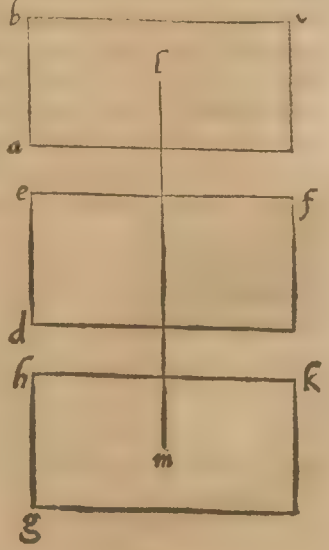
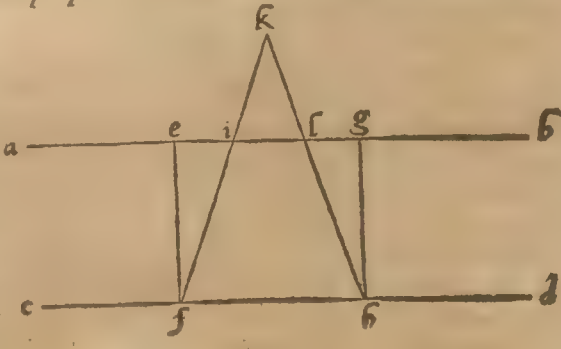
24. *Si duæ superficies uni superficiei æquidistantes fuerint, eadem inter se erunt æquidistantes: superficies quoque concurrrens cum una æquidistantium superficieum & cum reliqua concurrerit. E 30 p 1 & 9 p 11 elementorum.*

Sint duæ superficies a b c & g h k æquidistantes uni superficiei, quæ d e f. Dico, quod illæ duæ superficies a b c & g h k necessariò adinuicem æquidistant. Educatur enim à puncto l superficiei a b c linea perpendicularis super illam superficiem per 12 p undecimi, quæ sit

fit *l m*. Palam itaque per praemissam, quonia illa linea *l m* erit perpendicularis super superficiem *d e f* æquidistantem superficiem *a b c*. Producta ergo linea *l m* ultra alterutrum suorum terminorum, erit ipsa per eandem praemissam perpendicularis super superficiem *g h k*, æquidistantem superficiem *a b c*. Quia itaque una linea *l m* super duas superficies *a b c* & *g h k* orthogonaliter insistit, patet per 14 p 11, quod illæ duæ superficies, etiam si in infinitum protrahantur, nunquam concurrent. Sunt ergo æquidistantes: patet ergo propositum primū: & per hoc & per 2 huius patet etiam secundum propositum.

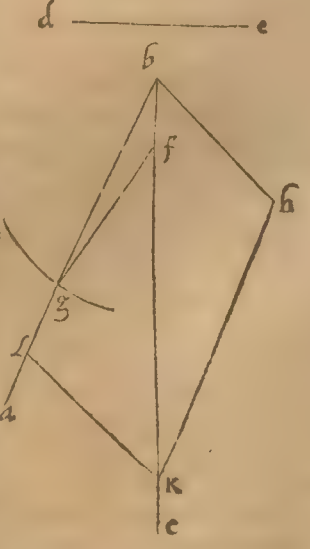
25. Omnes lineæ perpendiculares inter lineas uel superficies æquidistantes duæ, sunt æquidistantes & æquales: & si lineæ rectæ lineis uel superficiebus æquidistantibus ad angulos æquales incidant, sunt æquales.

Sint duæ lineæ *a b* & *c d* æquidistantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares, quæ sint *e f* & *g h*. Dico, quod lineæ *e f* & *g h* sunt æquidistantes & æquales. Quod enim sunt æquidistantes, hoc patet per 28 p 1: quod etiã sunt æquales, patet per 34 p 1. Et eodem modo demonstrandum est, si lineæ *a b* & *c d* sint in superficiebus æquidistantibus signatæ. Quod si lineæ *e f* & *g h* non perpendiculariter, sed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel superficiebus, ita, ut angulus *g h c* sit æqualis angulo *e f d*, erunt etiam lineæ *g h* & *e f* æquales: concurrent enim per 14 huius: sit ergo punctus concursus *k*. Quia itaque angulus *k f h* est æqualis angulo *k h f*, ex hypothese: erit per 6 p 1 trigoni *k f h* latus *k f* æquale lateri *k h*. Sed per 29 & 26 p 1 erit trigoni *k i l* latus *k i* æquale lateri *k l*: relinquatur ergo linea *i f* æqualis lineæ *l h*: quod est propositum. In superficiebus quoque æquidistantibus signatis lineis *a b* & *c d* eadem est demonstratio: patet ergo illud, quod proponebatur.



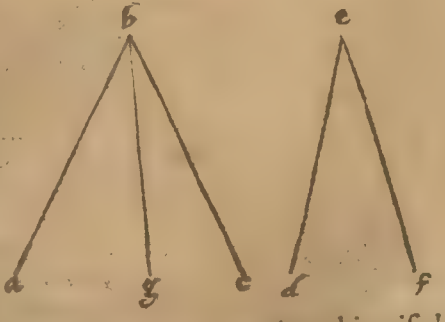
26. Cuilibet angulo dato basim, æqualem data lineam, subtendere.

Esto angulus datus *a b c*, & linea data *d e*: separetur itaque à linea *b c*, ex parte puncti *b* linea *b f*, non maior medietate lineæ *d e* per 3 p 1, & in puncto *f* posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatem semidiametri *d e*: hic itaque secabit necessariò latus *b a* per 20 p 1, cum latus *b f* non sit maius medietate lineæ *d e*. Sit ergo, ut secet ipsum in puncto *g*, & ducatur linea *g f*: hæc itaque necessariò erit æqualis lineæ *d e* per circuli definitionem 15 defin: 1 element: patet ergo propositum. Potest & idem aliter demonstrari. A puncto enim *b* ducatur linea *b h* angulariter, ut contingit, super lineam *a b*, quæ per 3 p 1 fiat æqualis datæ lineæ *d e*: & à puncto *h* ducatur æquidistans lineæ *a b* per 31 p 1, quæ per 2 huius necessariò concurrent cum linea *b c*. Sit punctus concursus *k*, & à puncto *k* ducatur linea æquidistans lineæ *b h*, quæ sit *k l*: erit quoque superficies *b h k l* æquidistantium laterum: ergo per 34 p 1, linea *k e* est æqualis lineæ *b h*: ergo & lineæ datæ, quæ est *d e*: patet ergo propositum.



27. Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori refecare. E. 23 p 1 element.

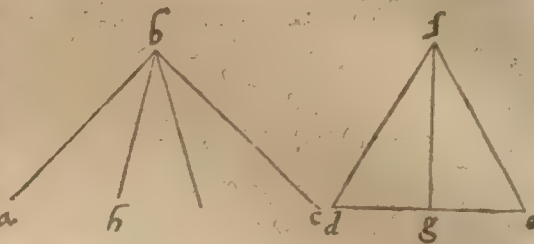
Sint duo anguli dati *a b c*, *d e f*: sit *a b c* maior & *d e f* minor. Propositum est, ut ex angulo *a b c* refecetur angulus æqualis angulo *d e f*: hoc autem fiet per 23 p 1, si super *b* terminum lineæ *a b* intra angulum *a b c* fiat angulus æqualis angulo *d e f*, qui sit *a b g*: & hoc est propositum.



28. Datum angulum rectum in tres partes æquales dividere.

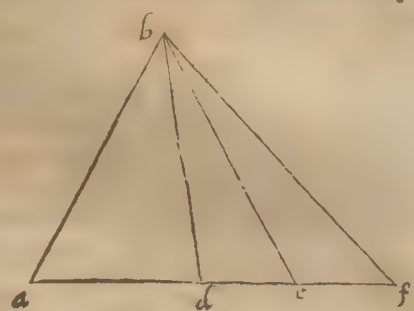
Nō indignimus quò ad præsens propositum diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solum recto: & ob hoc non proponimus hic, nisi de recto:

recto : in uniuersaliori scientia, ut in ea, quę de elementatis conclusionibus, uniuersalio- rem dignā propositione existimantes . Sit itaque angulus rectus a b c, quem in partes tres ęquales uolumus diuidere: assumatur ergo linea quęcun- que, & sit d e: super quam constitutatur trigonū ęquilaterum per 1 p 1: quod sit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per ęqualia per 9 p 1 ducta li- nea f g: erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit sexta pars duorum rectorum per 32 p 1: ergo per p̄cedentem ab angulo re- cto a b c refecetur angulus a b h ęqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per ęqualia per 9 p 1: patet ergo propositum.



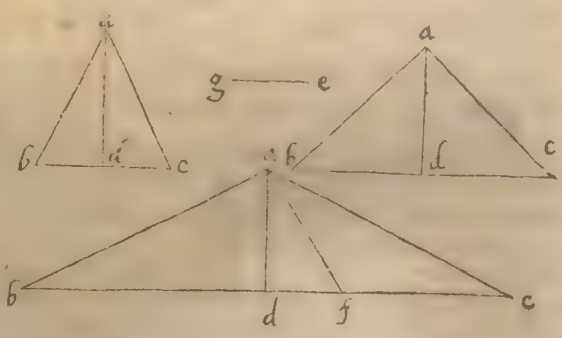
29. *Linea diuidens angulum alicuius trigoni, producta, basim subtensam illi angulo necessa- riō secabit: & si linea secans basim, ad punctum concursus laterum trigoni producat: illa an- gulum basi oppositum secabit.*

Sit, ut linea b d secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, quod eadem linea b d producta, necessa- riō secabit basim a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basim a c, concurret tamen cū pro- ducta a c per 14 huius: ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32 p 1: sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c. Est ergo trigono- rum a b c & a b f angulus b a c cōmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16 p 1: erit ergo per 32 p 1 angulus a b f maior angulo a b c: non ergo secat linea b f angulum a b c: cadet itaq; necessariō inter puncta a & c: & ita secabit basim a c: quia si etiam caderet in punctū a, uel in pun- ctum c, non adhuc diuideret angulum a b c: patet ergo p̄- positum primum. Patet etiā & reliquum propositum: quoniam si linea b d secet basim trigoni a b c, & applicetur puncto b, quod est punctus concursus laterum a b & c b: patet, quod linea b d secabit angulum a b c: sit enim per 16 p 1 angulus a d b maior angulo b a c b: sed angulus a c est cōmunis ambobus tri- gonis a b c & a b d: ergo per 32 p 1 angulus a b d est minor angulo a b c. Est ergo sectus angulus a b c per lineam b d: quod est secundum propositum.



30. *Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basim producta, si rectus angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis: necesse est angulum (a quo fit ductio) obtusum esse: si minus, acutum: si aequale, rectum.*

Sit datus trigonus a b c, a cuius angulo b a c ducatur linea perpendicularis super basim b c: se- cetq; ipsam in puncto d: & sit a d: sitq; illud, quod fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineę a d. Dico, quod angulus b a c est obtusus. Patet e- nim per 17 p 6, quia non est proportio lineę b d ad lineam a d, quę lineę a d ad lineam d c. sit ergo per 12 p 6, ut quę est proportio lineę b d ad lineam a d, eadem sit lineę a d ad lineam d c: erit ergo illud, quod fit ex ductu lineę b d in lineam d c, æquale quadrato lineę a d per 17 p 6: quia illud, quod fit ex ductu lineę b d in lineam d c, est maius quadrato lineę a d: patet, quod linea g e est minor quā linea d c per 1 p 6. Abscindatur ergo a linea d c æqualis lineę g e per 3 p 1, & sit d f, ducaturq; linea a f. Quia itaq; illud, quod fit ex ductu lineę b d in lineam d f, est æquale quadrato lineę a d: patet per 17 p 6, quoniam est proportio lineę b d ad lineam a d, sicut lineę a d ad lineam d f: erit ergo per conuersam 8 p 6 angulus b a f rectus. Ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, quod si illud, quod fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniam angulus b a c est acutus: nam per eadem fit demonstratio. Patet etiam per eandem conuersam 8 p 6, quoniam si illud, quod fit ex du- ctu lineę b d in lineam d c, sit æquale quadrato lineę a d, quoniam angulus b a c est rectus: patet ergo propositum.



31. *Ab angulo isoscelis ducta perpendicularis super basim in duos partiales similes trigo- nos diuidit isoscelem. Ex quo patet, quod linea perpendicularis ad medium punctum basis ne- cessariō pertingit.*

Sit isosceles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia: & ab angulo b a c ducatur super ba-
B sim b c

sim b c perpendicularis a d. Dico, quod propositus isosceles divisus est in duos trigonos par-
tiales similes. Quoniam enim per 5 p 1 angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per definitio-
nem perpendicularis 10 defin. 1. elem. anguli a d b & a d c sunt æqua-
les, quia recti: patet per 32 p 1, quod anguli b a d & c a d sunt æquales.
Ergo trigoni a b d & a c d sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera illo-
rum trigonorum æquos angulos respicientia, sunt proportionalia: sunt
ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per definitionem
similium trigonorum: patet ergo propositum primum. Et quoniam
illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æ-
qualia, & latus a d cõmune: patet, quod etiam latera c d & b d sunt æ-
qualia. Linea ergo perpendicularis, quæ a d, necessario pertingit ad me-
dium punctum lineæ b c: quod est propositum secundum.

32. Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni produ-
cti, ultra trigonum secans latus ab illo puncto remotius, & propin-
quius illi necessario secabit.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatultra punctum b ad
punctum d: & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, quod dene-
cessario secabit latus b c. Si enim non secabit latus b c, sed solum latus
a c, ducatur linea d c, & producatultra in continuum & directum: secabit
itaq; linea d c in aliquo puncto lineam d e: quoniam cum linea d c exeat
à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c inter-
iacens punctum e, necessario illam secabit: sit punctus sectionis f. Pa-
lãm itaq; quoniam duæ rectæ lineæ, quæ sunt d f & d e includunt su-
perficiem: quod est impossibile. Idem quoque accidit, si linea d e duca-
tur extra lineam b c ultra punctum a: quod est propositum.

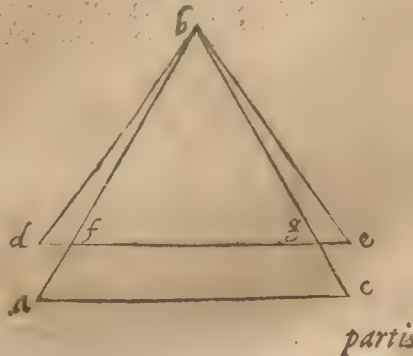
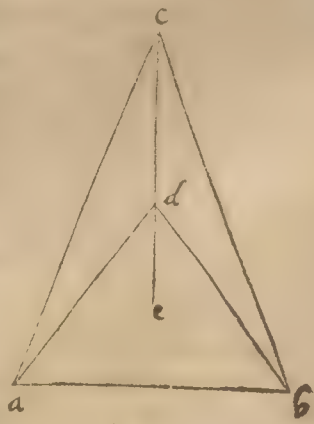
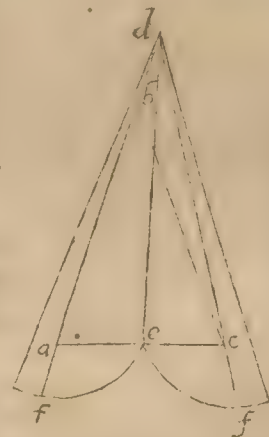
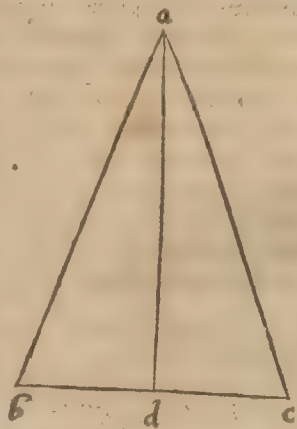
33. Si à punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ rectæ
exeuntes, intra trigonum ad punctum unum conveniant: erit angu-
lus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas
ad alia duo latera trigoni contentis.

Sit trigonum a b c, à cuius unius laterum a b punctis terminalibus,
quæ sunt a & b, ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concur-
rant in puncto d. Dico, quod angulus a d b est æqualis angulo a c b, &
insuper duobus angulis c a d & c b d. Quod enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet per
21 p 1. Producatultra itaq; linea c d ultra punctum d usq; ad punctum e.
Est itaq; per 32 p 1 angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c:
& similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b. To-
tus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulis d a c & d b c:
quod est propositum.

34. Linea æqualis & æquidistans basi alicuius trigoni, vicini-
or angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

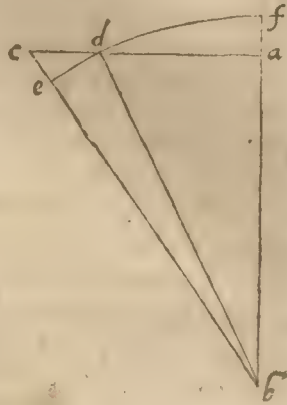
Esto trigonum a b c, cuius basi a c: uicini-
or angulo a b c ducatur linea æqualis & æquidistans, quæ sit d e. Dico, quod si à puncto
b ducantur lineæ b d & b e, quod angulus d b e est maior angulo a b
c. Quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palãm, quod ipsa sic pro-
ducta secat lineas a b & b c, argumentum 16 huius: quod etiã patet ex a-
lijs. Nam omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æ-
quidistans, est minor basi per 29 p 1 & 4 p 6. Secet ergo linea d e latus
b a in puncto f, & latus b c in puncto g. Quia itaque per 16 p 1 angulus b g f est maior angulo b e
g: erit per 29 p 1 angulus b c a maior angulo b e d: & ea-
dem ratione angulus b a c est maior angulo b d e: ne-
cessario ergo per 32 p 1 erit angulus d b e cum angulis mi-
noribus ualens duos rectos, maior angulo a b c, ualente
cum duobus angulis maioribus duos rectos: patet ergo
propositum.

35. In trigono orthogonio ab uno reliquorum an-
gulorum producta linea ad basim: erit remotioris an-
guli ad propinquiorem recto minor proportio, quam



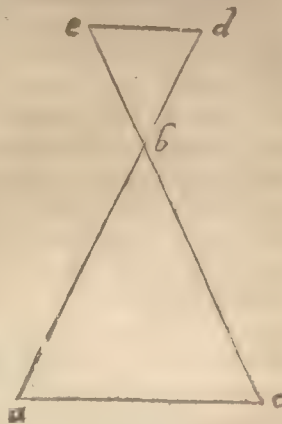
partis basis remotioris ad propinquiorem. s. p geometria Iordani.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus: & à puncto b ducatur ad latus a c (quod est basis anguli a b c) linea recta, quæ sit b d. Dico, quòd minor est proportio anguli c b d remotioris ab angulo recto, ad angulum d b a propinquiorem ipsi recto, quàm partis basis remotioris ab angulo recto (quæ est c d) ad latus d a propinquius ipsi angulo recto. Quoniam enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b d a est acutus per 32 p 1: ergo per 13 p 1, angulus b d c est obtusus: ergo per 19 p 1 latus b d est maius latere a b, & minus latere b c. A centro itaque b secundum quantitatem semidiametri b d describatur arcus circuli secans lineam b c in puncto e: & ad ipsum producatu linea b a, in punctum f: factique erunt duo sectores b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a. Et quoniam est proportio sectoris ad sectorem, sicut arcus f d ad arcum d e, ut patet per modum demonstrationis 1 p 6: quoniam omnes sectores eiusdem circuli, sunt eiusdem altitudinis, & æquemultiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsorum sectorum: proportio uerò arcus f d ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angulum d b e per 33 p 6. Cum itaque trigonum c d b sit maius quàm sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b: erit per 9 huius trigoni c d b primi ad trigonum d b a secundum maior proportio, quàm sectoris e b d tertij ad sectorem d b f quartum. Est autem per 1 p 6 trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut basis c d ad basim d a: sectoris uerò e d f ad sectorem d b f: ut patet ex præmissis, est proportio sicut anguli e b d ad angulum d b f. Patet ergo, quòd maior est proportio lineæ c d ad lineam d a, quàm anguli c b d ad angulum d b a. Ergo minor est proportio anguli c b d ad angulum d b a, quàm lateris c d ad latus d a: quod est propositum.



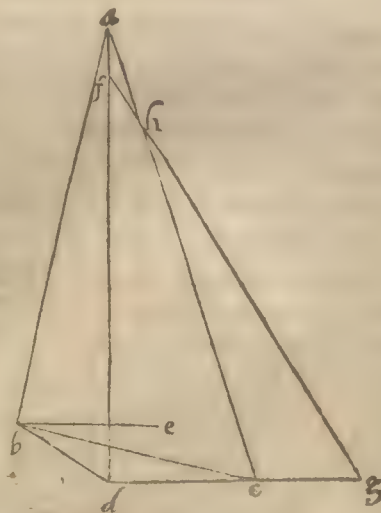
36. Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori simile principiant, lateribus positione & situ transmunitis.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c sinistrum, quæ producantur ultra punctum b: & proportionaliter prioribus lateribus abscindantur per 12 p 6, linea scilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e: & coniungatur linea d e. Erit itaque trigonum d b e simile trigono a b c: sed & latus d b erit sinistrum, & latus e b dextrum. Sunt itaque latera istorum trigonorum positione, & situ transmunita: quod est propositum.



37. Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquum uerò minus reliquo: erit angulus acutus unius maius latus respiciens, maior angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d: sintq; anguli a b c & a d c recti: & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquum laterum rectos angulos continentium ab unius sit minus reliquo latere alterius, quod est a d, ut patet in proposita figuratone, si linea a b intelligatur erecta super lineam b c & superficiem eius, & linea b d intelligatur perpendicularis super lineam d c in eadem superficie iacentem: tunc enim erit linea a d perpendicularis super lineam d c per 22 huius: quod etiam patet, si in superficie iacente ducatur linea b e æquidistanter lineæ d c per 31 p 1. Et quoniam linea a b est perpendicularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineæ b d, d c, b e, palàm per definitionem lineæ erectæ, quoniam angulus a b e est rectus: sed & angulus e b d est rectus per 29 p 1, cum angulus b d c sit rectus per 22 huius, & lineæ b e & d c æquidistant: ergo per 4 p 11 linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d: ergo per 8 p 11 linea d c est perpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d: angulus ergo a d c est rectus: sed & latus a d maius est latere a b per 19 p 1: quoniam angulus a b d est rectus. Dico ergo, quòd angulus a c d est maior angulo a c b. quoniam enim latus a d est maius latere b a per 19 p 1, cum angulus a b d sit rectus: patet, quòd præsens figuratio est cõformis hypothesi. Rescetur ergo per 3 p 1



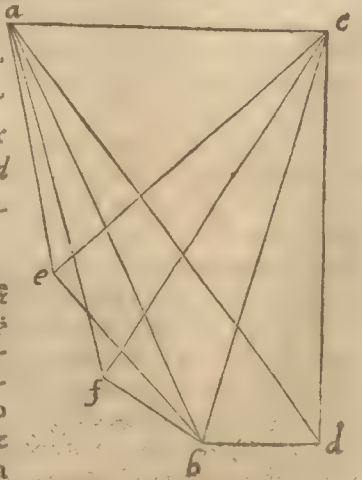
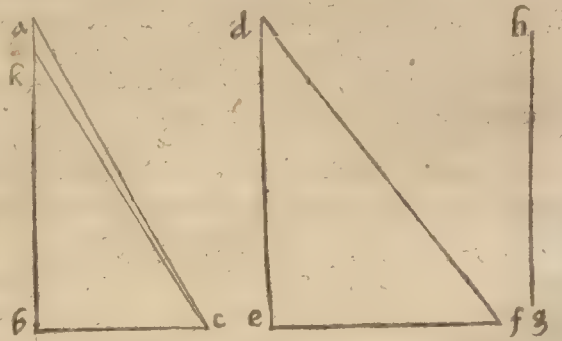
à latere d aequale lateri b a, quod sit linea d f. Et quia linea d c est minor latere b c per 19 p 1: quoniam angulus b d c est rectus: protrahatur linea d c, & refecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g equalis lineae b c. Quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt aequalia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g aequalis est angulo a b c: quia uterque rectus: erit per 4 p 1 basis f g aequalis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis: angulus ergo f g d aequalis erit angulo a c b. Quia uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g: palam, quia lineae a c & f g sunt in una superficie, quae est a d g per 2 p 11: ergo interlecant se lineae f g & a c: sit earum intersectio in puncto h . Quia uero in trigono ch g latus g c protrahitur, palam ex 16 p 1, quoniam angulus h c d maior est angulo h g c: ergo & eius aequali, scilicet angulo a c b: angulus ergo a c d maior est angulo a c b: quod est propositum. Similiterque demonstrandum in alijs: si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palam, quia ipsae aequalia & aequiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia. Patet ergo uniuersaliter propositum. Et ex hoc patet, quod angulus b a c est maior angulo d a c per 32 p 1.

38. *Omniū duorum trigonorum rectangulorum, quorum latus subtensum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quam latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem: erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis: & e conuerso.*

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorum anguli a b c & d e f sint recti: sitque latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e: sitque maior proportio lineae a c ad lineam f e. Dico, quod angulus a c b maior est angulo d f e. Quia enim maior est proportio lineae a c ad lineam c b, quam lineae d e ad lineam f e: sed per 47 p 1 quadratum lineae a c ualet quadrata duarum linearum a b & b c: & quadratum lineae d e ualet quadrata duarum linearum, quae sunt d e & f e: & quia per 20 p 6 proportio quadratorum est proportio duplicata laterum: patet, quod maior est proportio quadrati a c ad quadratum c b, quam quadrati d e ad quadratum f e: est ergo per 11 huius maior proportio amborum quadratorum linearum a b & b c ad quadratum b c, quam amborum quadratorum linearum d e & f e ad quadratum f e: ergo per 12 huius maior est proportio quadrati a b ad quadratum b c, quam quadrati d e ad quadratum f e: est ergo per 22 p 6 maior proportio lineae a b ad lineam b c, quam lineae d e ad lineam f e. Est, ut, quae est proportio lineae d e ad lineam e f, eadem sit alicuius lineae, ut g h ad lineam c b per 3 huius: erit ergo linea g h minor quam linea a b per 10 p 5. Refecetur ergo per 3 p 1 ex linea a b aequalis lineae g h: & sit b k, & continuetur linea c k: erunt ergo per 6 p 6 trigona d e f & k b c aequiangula: angulus itaque b c k est aequalis angulo e f d: sed angulus b c a est maior angulo b c k, totum parte. Angulus itaque a c b maior est angulo d f e: & hoc est propositum: ex quo etiam patet, quod eius conuersa est uera: quoniam in talibus trigonis lineae maiores angulos continent, maiorem habent ad se inuicem proportionem.

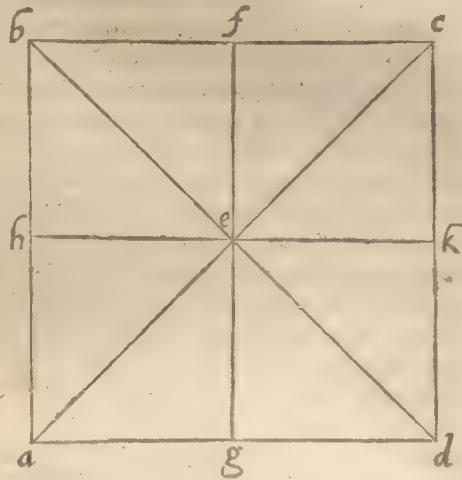
39. *A puncto in aere dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiae in ipsa superficie protracta: erit angulus a non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorum sub illa obliqua & quacumque linea in substrata superficie protracta contentorum: & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore: & duo ex utraque parte aequaliter approximantes, sunt aequales. Lemma ad 37 the. opticorum Euclidis. 43 theor 6 libri σωμαγωγῶν μαθηματικῶν Pappi.*

Sit punctus in aere datus a , cui sit substrata superficies plana, quae b c d, super qua ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturque perpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, quod angulus a b c est minimus omnium angulorum contentorum sub linea obliqua a b, & sub unaquaque linearum a puncto b ductarum in superficie b c d: & quod semper propinquior ipsi est minor quam remotior: & quod duo anguli aequales solum ex utraque parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcumque contingit, linea b d, & a puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b d per 11 p 1, quae sit c d, & copuletur a puncto a linea a d: est itaque per 22 huius linea a d perpendicularis super lineam b d. Et quoniam angulus a c d est rectus, palam per 19 p 1, quoniam obliqua linea a d maior est catheto a c: linea itaque b a ad lineam a c maiorem habet proportionem quam ad lineam a d per 8 p 5: & anguli b c a & b d a sunt



b d a sunt recti: erit itaq; p præcedente proximâ angulus b a c maior angulo b a d: erit ergo per 32 p 1 angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniâ angulus a b c minimus est omniû angulorû cõtëtorû sub linea obliquè incidëte à pũcto a lineæ b c, & sub ipsa linea b c. Propinquior quoq; illi est minor remotiore. Ducatur enim à pũcto b in substrata superficie linea, ut cõtingit, quæ sit b e, & à pũcto c ducatur in eadë superficie linea ppëdicularis super lineã b e, q̄ sit linea c e, & pducatur linea a e, quæ p 22 huius erit perpëdicularis super lineã b e. Et quoniâ angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per cõuersam præmissã, quoniâ linea e c ad lineã c b maiorè habet pportionè q̄ linea d c ad lineã c b. Linea itaq; e c est multò maior q̄ linea c d: sed cathetus a c ppëdiculariter incidit lineis c e & c d p definitionè lineæ erectæ: maior ergo est linea a e q̄ linea a d p 47 p 1: linea enim c e est maior q̄ linea c d. Linea itaq; b a ad lineã a d maiorè habet proportionè q̄ ad lineã e a p 8 p 5: & anguli a d b & a e b sunt recti: angulus itaq; b a d est maior angulo b a e per præcedente: ergo per 32 p 1 angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoque demonstrandũ, quòd semper angulus propinquior, minor est remotiore: solũ uerò duo ex utraque parte æquales cõsistunt: super punctũ enim b terminũ lineæ c b in subiecta superficie constituatur angulus æqualis angulo d b c per 23 p 1, qui sit c b f: & à puncto c ducatur linea c f perpendiculariter super lineã b f per 12 p 1, & ducatur linea a f. Quia itaq; angulus c b d est æqualis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b est cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f: palàm per 26 p 1, quoniam latus b d est æquale lateri b f, & latus d c est æquale lateri c f: sed quia linea a c est cathetus super superficiè b c d, est perpëdicularis super ambas lineas d c & f c. Est itaq; linea a d æqualis lineæ a f. Quoniâ itaq; æqualis est linea d b lineæ b f, & linea b a est cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ a f, erit angulus a b d æqualis angulo a b f per 8 p 1. Similiter quoq; demonstrandũ, quoniâ angulo a b d non erit aliquis alius æqualis. Est ergo angulus a b c minimus, &c. ut proponitur: patet itaq; intentum.

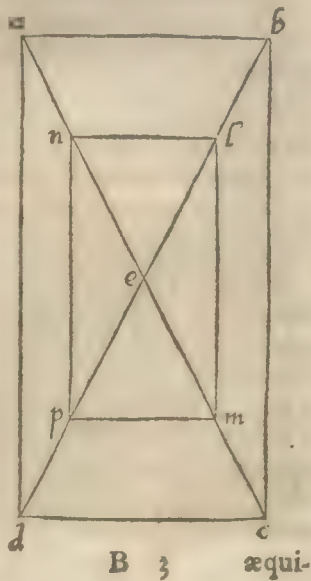
40. *Omnium superficierum æquidistantiũ laterũ diagonij per æqualia se secãt: ex quo patet, quòd punctum intersectionis diagoniorum est medium punctum eiusdem superficiei.*



Sit superficies æquidistantiũ laterũ, siue sit quadrata, siue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagonij, quæ sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, quòd diagonij secant se adinuicem per æqualia: & quòd punctũ e est mediũ punctũ superficiei a b c d. Palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15 & 29 p 1 sunt æquiangula: & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia sunt coalterni. Similiter quoq; angulus e c b, est æqualis angulo e a d: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b e ad lineam e d, sicut lineæ c e ad lineam e a: & sicut lineæ b c ad lineã a d: sed linea b c est æqualis lineæ a d per 34 p 1. Linea ergo b e est æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illæ ergo diagonij diuidũt se adinuicè per æqualia. Et p hoc manifestũ est corollariũ: punctũ enim e æqualiter distat ab omnibus extremis: in quo tñ si aliquid dubiũ fuerit, ducatur à pũcto e lineæ æquidistantes lateribus superficiei propositæ per 31 p 1, quæ sint f g & h k: sequeturq; propter æqualitatem partiũ ipsarũ diagoniorũ modo prædicto argumëtado, lineã f e æqualè fieri lineæ e g, & lineã h e æqualè fieri lineæ e k. Patet itaq;, quoniâ secundum omnem modum, punctum e æqualiter distat à punctis extremarum linearum: directè igitur oppositum est: ergo medium inter illa: quod est propositum.

41. *Data superficiei æquidistantium laterũ similem superficiei, cuius latera æquidistant datæ superficiei lateribus, inscribere.*

Data superficies æquidistantiũ laterũ, cui altera inscribi modo prædicto debeat, sit a b c d, in qua ducatur diagonij a c & b d, secãtes se in puncto e: palàmq; per proximã præcedente, quoniâ illæ diagonij per æqualia se secant in puncto e: sed & ipsæ adinuicè sunt æquales: & si quidè data superficies fuerit rectangula: tunc patet per 34 & 47 p 1, quoniâ ipsarũ diagonij sunt æquales, & ipsarũ medietates æquales. À puncto itaq; e, à medietatibus diagoniorũ partes æquales abscindantur p 3 p 1. Et si data superficies nõ fuerit rectangula: tũc erũt diagonij forsitan inæquales: ab illis ergo partes proportionales rescen-
tur, secundũ 3 huius: utcunq; autè hoc contingat, abscindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ sint e l, e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p. Dico itaq;, quòd superficies l m p n est datæ superficiei similis, & quòd latera ipsius æquidistant lateribus datæ superficiei. Quoniâ enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m e: patet ergo per 2 p 6, quoniam linea l m æquidistat lineæ b c. Similiter quoq; linea l n

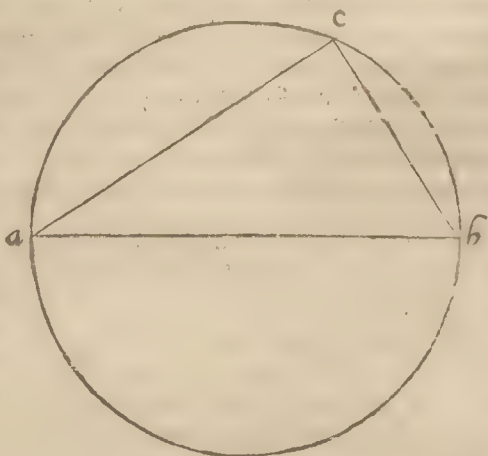


B 3 æqui-

æquidistat lateri a b, & linea n p lateri a d, & linea p m lateri c d. Ergo p 29 p 1 anguli superficiei l m p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorum sunt proportionalia per 4 p 6. Patet ergo, quod illæ superficies sunt similes: & hoc proponebatur faciendū: patet ergo propositum.

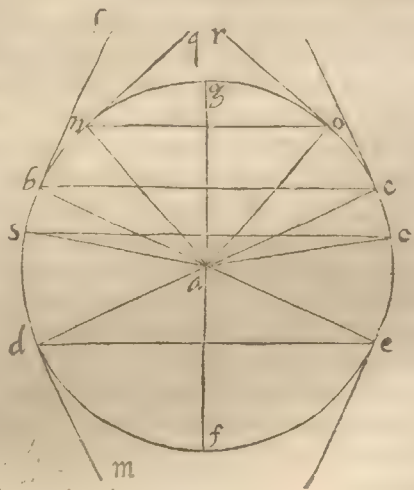
42. *Omnis angulus à diametro & quacungq; linea super circumferentiam circuli contentus, necessario est acutus. Alhazen 60 n 5.*

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcūq; contingit. Dico, quod angulus b a c necessario est acutus. Producat enim linea b c ad peripheriam in pūctum c. Et quoniā angulus a c b est rectus per 31 p 3, patet per 32 p 1, quia angulus b a c est acutus: & similiter angulus a b c. Patet itaq; propositum: & de hoc theoremate nō seruiamus intellectui, sed breuitati, quia hanc demonstrationem toties, ut occurrit, repetere, tædium fuit.



43. *Omnes angulos æqualium uel similium portionum eiusdem circuli sub arcu & recta contentos æquales: angulos uerò cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet, omnes angulos semicircularum æquales esse.*

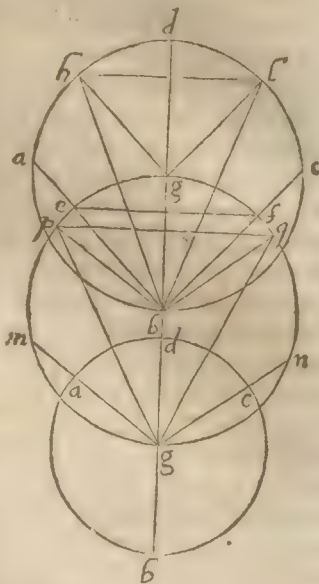
Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f: & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis chordis b c & d e. Dico, quod anguli g b c, & f d e, sub arcibus & chordis contenti sunt æquales. Ducatur enim à pūctō b linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit b l, & à pūctō d linea d m: & ducantur à centro lineæ a b, a c, a d, a e, eruntq; per 5 p 1 anguli a b c & a c b æquales: & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4 p 1: angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, per 27 p 3: angulus quoq; a b l est æqualis angulo a d m, quoniam uterq; eorū est rectus per 18 p 3: sed angulus contingentie l b g est æqualis angulo contingentie m d f: quoniam uterq; ipsorum est minimus acutorum per 18 p 3. Relinquitur ergo angulus g b c a b arcu b g, & recta b c contentus, æqualis angulo f d e, ab arcu f d, & recta d e contento: sed & angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione: similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. Sit quoq; arcus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducatur lineæ a n, a o: ducatur quoq; chorda n o: & ducantur contingentes n q & o r. Quia itaq; trigoni a n o anguli ad basim sunt æquales per 5 p 1, & angulus o a n minor angulo c a b, per 33 p 6: erit per 32 p 1 quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorum a b c & a c b. Sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a: sed angulus contingentie q n g est æqualis angulo cōtingentie l b g: relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sint æquales: quia uterq; rectus per 18 p 3. Sit iam arcus maior arcu b c, qui sit s c, & ducatur chorda s c: & quia angulus c a s est maior angulo c a b per 33 p 6: patet tūc, quod angulus a s c est minor angulo a b c: & ita concludetur, ut prius, quoniā angulus g s c contentus sub arcu g s, & chorda s c est maior angulo g b c: ergo & angulo g n o. Patet & hoc idem de similibus arcibus quibuscunq; eorundem circularum, quoniam per definitionem similium arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales per 10 defin. 3. Ex quo patet corollarium, quoniam omnes anguli semicircularum sunt æquales: omnes enim semicirculi sunt similes: & eiusdem circuli similes & æquales: hoc itaq; proponebatur.



44. *Si idem angulus super centrum unius æqualium circularum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uerò in æqualibus illorū arcuum proportio ad suas totales peripherias duplicatur.*

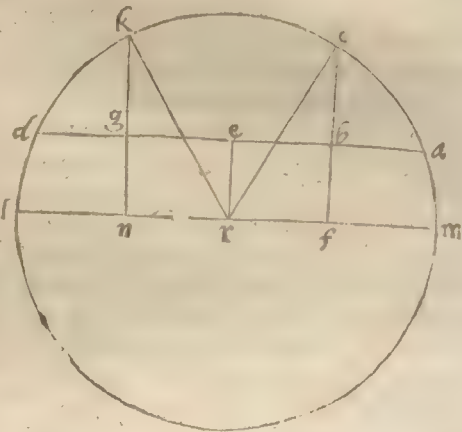
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g: & alius e f g, cuius centrum b, pūctum peripheriæ circuli a b c d: & producantur lineæ a b & c b, secantes circulum e f g in pūctis e & f. Palàm itaq; quoniam angulus a b c erit super peripheriam circuli a b c & super centrum circuli e f g. Dico, quod arcus a d c capiens angulū a b c super circumferentiam sui circuli, est duplus arcui e g f, capienti eundē angulū super eius centrū b. Sit enim, ut linea b a secet circulū e f g in pūctō e, & linea b c in pūctō f: ducatur quoq; linea e f, & ducta linea g h super centrū g, fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a b c, qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circumferentiam circuli a b c d: & ducantur lineæ b h, b l, h l. Palàm itaq; per 20 p 3, quoniam angulus h g l est duplus angulo h b l: ergo etiam angulus a b c est duplus eidem: ergo per 33 p 6 arcus a d c est duplus arcui h d l: sed arcus h d l est

est æqualis arcui e g f per 26 p 3: erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f: quod est propositum primū. Quòd si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, factò angulo p b q super centrum b, per 23 p 1 æquali angulo a g c, & ductis lineis g p, g q, b p, b q: erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 20 p 3. Ergo angulus a g c est duplus angulo p g q. Proportio itaq; arcus m f n ad sui totam circumferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totam sui peripheriam. Quoniã enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per 33 p 6 arcus m f n duplus arcui p f q: sed arcus p f q eiusdem est proportionis ad sui peripheriã, cuius est arcus a d c ad suam: arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circumferentiæ: erit arcus m f n decem partium respectu suæ peripheriæ: & hoc est propositum.



45. A terminis lineæ intra circulum collocata partib. equalib. resectis, & à punctis sectionum perpendicularibus super illam lineam ad circumferentiã productis: necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpendiculares sunt æquales: necessariũ est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

Sit circulus a k d, cuius cẽtrum r: in quo circulo collocata sit lineæ a d: à cuius terminis a & d resecantur lineæ a b & d g æquales: & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineã d a, quæ productæ ad circumferentiã, sint g k & b c. Dico, quòd lineæ g k est æqualis lineæ b c. Ducatur enim à centro r lineæ æquidistans lineæ a d per 31 p 1, quæ sit l m diameter: & diuidatur lineæ d a in duo æqualia in puncto e per 10 p 1, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12 p 1: hæc ergo per 1 p 3 transibit cẽtrum circuli, quod est punctũ r: eritq; lineæ e r. Educatur aut lineæ k g ultra punctũ g ad diametrum l m in punctũ n, & lineæ c b in punctũ f, & copulètur lineæ k r & c r. Quia itaq; lineæ d e est æqualis lineæ a e, & lineæ d g & b a ex hypothesi sunt æquales: remanet ergo lineæ g e æqualis lineæ e b: sed per 34 p 1, lineæ g e est æqualis lineæ n r, & lineæ e b æqualis lineæ r f: sunt ergo lineæ n r & r f æquales: sed per 47 p 1, quadratum lineæ r k ualet duo quadrata linearum k n & r n: quia ex præmissis angulus k n r est rectus: & similiter quadratum lineæ c r ualet duo quadrata linearum c f & r f: est aut quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã lineæ k r est æqualis lineæ c r per definitionem circuli: & quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. Relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. Est ergo lineæ k n æqualis lineæ c f: sed per 25 huius lineæ g n est æqualis b f. Relinquitur ergo lineæ k g æqualis lineæ c b: quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione, ut prius. Quia enim lineæ g n est æqualis lineæ b f per 34 p 1, & lineæ k g æqualis lineæ c b ex hypothesi: erit tota lineæ k n æqualis toti lineæ c f. Ergo per 47 p 1 erit lineæ n r æqualis lineæ r f. Ergo & lineæ g e ipsi lineæ e b æqualis erit, & lineæ d g ipsi lineæ b a: quod est propositum secundum. Patet ergo, quod proponebatur.

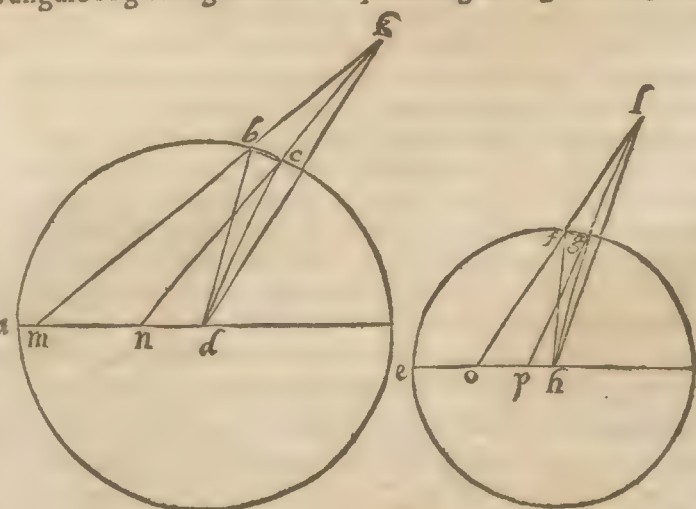


46. In duobus circulis inæqualibus duobus similib. arcubus sumptis, productisq; præter illos, ad arcus alios similes, semidiametris: si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus ab utrisq; extremitatibus amborum arcuum, per terminos similium arcuum, lineæ ad diametros ducantur: pars diametri interiaccens lineas arcus circuli maioris est maior parte interiaccens lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a: minor uerò sit e f g, cuius centrum h, & semidiameter h e: signenturq; in ipsis arcus similes, in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g: sitq; arcus a b similis arcui e f: sitq; punctũ k extra circulũ maiorem, & punctũ l extra circulum minorem, taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a, ad semidiametrum h e distent ab utrisque terminis dictorum arcuum: erit ergo proportio lineæ k b ad lineam l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametri a d ad h e: & producatur lineæ ad semidiametros, k b in punctum m, & k c in punctum n. Similiter quoq; producatur lineæ l f in punctum o, & l g in punctum p. Dico, quòd lineæ m n, pars semidiametri a d, est maior quã lineæ o p, pars semidiametri e h. Ducantur enim chordæ b c & f g: & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g: palamq; propter inæqualitatem circulorum, quoniam lineæ d b est maior quã lineæ h f: sed propter similitudinem arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g: ergo per 5 p 1 trigona b c d & f g h sunt equiangula. Ergo per 4 p 6 latera sunt proportionalia: est ergo proportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineæ d b ad lineam h f: ergo ex hypothesi & per 11 p 5, sicut k b ad l f, & sicut k c ad l g:

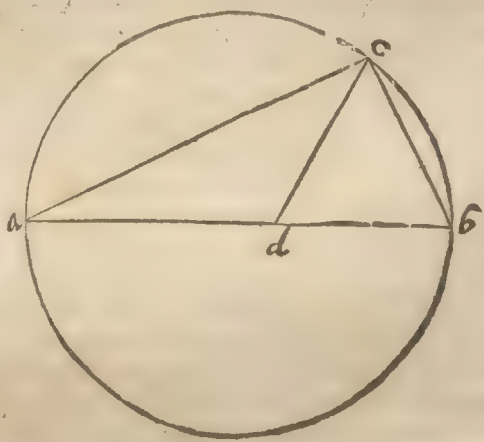
B 4 ergo

ergo per 5 p 6 angulus b k c est equalis angulo f l g: & angulus k b c aequalis angulo l f g: sed ex premissis anguli d b c & h f g sunt equalis: est ergo angulus d b k aequalis angulo h f l. Ducatur ergo lineae d k & h l. Quia itaq; in trigonis b d k & f h l anguli equalis (qui d b k & h f l) sunt laterib; pportionalib; cotenti, patet p 6 p 6, quonia illa trigona sunt aequiangula: ergo angulus b k d est equalis angulo f l h, & angulus b d k equalis angulo h l f: sed angulus a d b est aequalis angulo e h f ex hypothesi, propter similitudinem arcuum a b & e f. Totus ergo angulus m d k est aequalis toti angulo o h l: ergo p 32 p 1 trigona d k m & h l o sunt equiangula, & angulus k m d est equalis angulo l o h: ergo per 4 p 6 erit proportio lineae m k ad lineam o l, sicut lineae k d ad lineam l h: ergo p 11 p 5 sicut lineae a d ad lineam e h. Quia itaq; ex premissis angulus m k n est equalis angulo o l p, & angulus k m n equalis angulo l o p: patet per 32 p 1, quonia trigona k m n & l o p sunt equiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineae m n ad lineam o p, sicut lineae m k ad lineam o l: ergo per 11 p 5, sicut lineae a d ad lineam e h. Quia itaq; a d semidiameter maior est semidiametro e h: erit linea m n maior quam linea o p: patet ergo propositum.



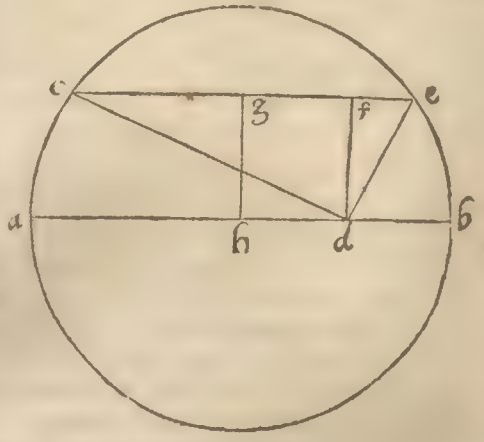
47. *A quocunq; puncto diametri circuli produet a linea ad peripheriam, si maior, quam illa, fuerit una pars diametri: erit pars illa, maior reliqua sui parte: & si minor, minor.*

Esto circulus a b c, cuius diameter a b: in qua sumatur punctum d, utcunq; contigit: & ducatur linea d c ad circumferentiam, ita quod pars diametri, quae est a d, sit maior quam linea d c. Dico, quod linea a d est maior quam linea d b, quae est reliqua pars ipsius diametri: quod patet, si copuletur lineae a c & b c. Quia itaq; linea a d maior est quam linea d c ex hypothesi: ergo p 18 p 1 angulus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 31 p 3: palam ergo per 32 p 1, quonia angulus c b d maior est angulo d c b. Quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectum, & angulus d c b cum angulo a c d, qui est maior angulo c a d, ualet rectum: patet, quod angulus c b d est maior angulo d c b: ergo per 19 p 1 erit latus d c maius latere d b: sed latus a d est maius latere d c. Ergo multo maius erit latus a d quam latus d b. Et hoc est unum propositum. Eodem quoq; modo demonstrandum, si pars diametri, quae est a d, sit minor quam linea d c: quonia erit linea a d minor quam linea d b: & hoc proponebatur.



48. *Si a quocunq; puncto diametri circuli duae lineae (quarum semper una sit maior reliqua) ad circuli peripheriam ducantur: erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.*

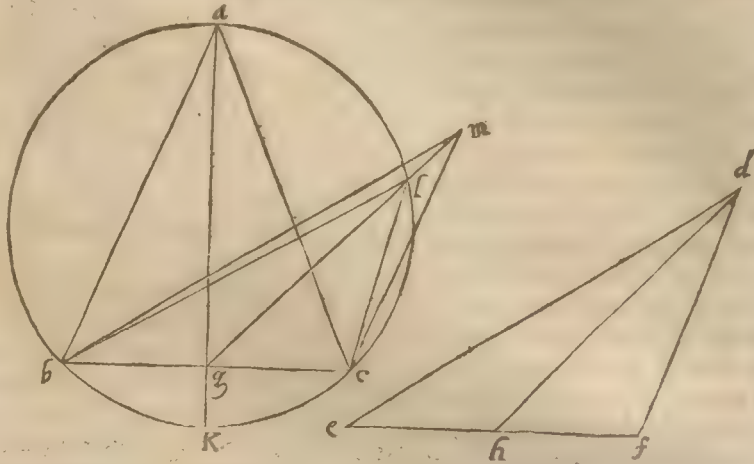
Sit circulus a b c, cuius diameter sit a b: in qua sumatur punctus d, ut libuerit: ducanturq; a puncto d lineae, d c maior & d e minor: sit autem c superior uersus a, & e inferior uersus b. Dico, quod pars diametri, quae est a d, maior est quam d b. Ducatur enim linea c e, & super lineam c e ducatur a puncto d per 12 p 1 linea perpendicularis, quae sit d f. Quia itaq; quadratum lineae d c per 47 p 1 ualet ambo quadrata linearum d f & f c, & quadratum d e ualet ambo quadrata duarum linearum d f & f e, quadratum uero lineae d c maius est quadrato lineae d e: ideo, quia linea d c est maior quam linea d e: ablato itaq; quadrato lineae d f: relinquitur quadratum lineae c f, maius quadrato lineae f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes aequales in puncto g per 10 p 1, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrum aequidistans lineae d f per 31 p 1: erit itaque per 29 p 1 linea h g perpendicularis latis super lineam c e: fecat autem h g ipsam c e in duo equalia: transit ergo linea h g per centrum circuli per



per 1 p 3. Et quoniam punctum h cadit in diametrum a b: palam, quia ipsum punctum h est centrum circuli. Est ergo linea a d, pars diametri a b, maior quam linea d b: & hoc est propositum.

49. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium aequalium una perpendiculariter, alia oblique, aequales lineae ducantur, sitque qualibet ductarum maior medietate sua basis: erit angulus trigoni, a quo ducitur perpendicularis, maior angulo alterius trigoni, a quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b c, & e f, sint aequales: quae secantur per 10 p 1 in partes aequales, b c in puncto g, & e f in puncto h: & ducantur ab angulis ad bases lineae a g & d h, quae

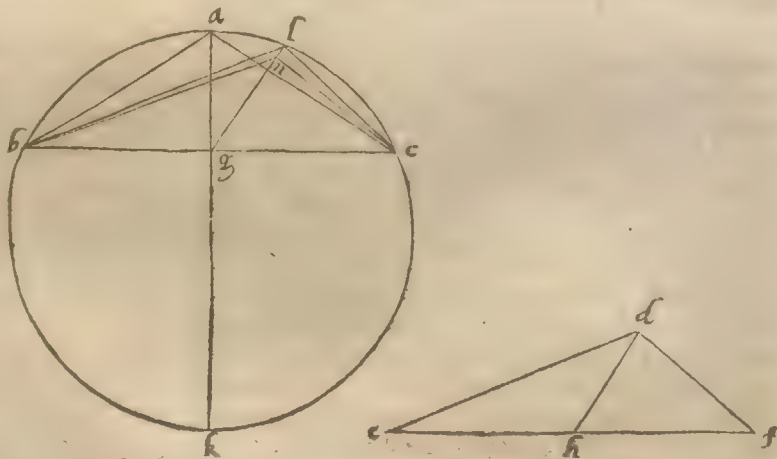


sint aequales: sitque linea a g perpendicularis super lineam b c, linea uero d h non sit perpendicularis super lineam e f. Sitque linea perpendicularis a g maior linea b g parte basis: item obliqua d h maior linea e h parte basis. Dico, quod angulus b a c est maior angulo e d f. Circumscribatur enim trigono a b c circulus per 5 p 4, & producatum linea a g ad circumferentiam in puncto k: hoc autem possibile. Quonia uero suppositum est lineam a g esse maiorem linea g b, erit per 47 huius linea a g maior quam linea g b: ergo per 1 p 3 centrum circuli est in linea a g inter puncta a & g: & erit a k diameter, & per 7 p 3 linea a g est longissima omnium linearum a puncto g ad circumferentiam productarum: & linea g k erit omnium linearum illarum minima: & quaelibet propinquior lineae g a est maior remotiore. Fiat itaque per 23 p 1 super punctum g terminata lineae c g angulus aequalis angulo d h e, qui sit l g c, producta linea g l usque ad peripheriam circuli, palam itaque ex 7 p 3, quonia linea g a est maior quam linea g l: ergo & linea d h, quae ex hypothesi est aequalis lineae g a, est maior quam linea g l. Producatum itaque linea g l, quousque sit aequalis lineae d h per 3 p 1, & sit linea g m aequalis lineae d h: & ducantur lineae m b & m c: angulus itaque b m c est aequalis angulo e d f ex hypothesi per 4. 13 p 1. Sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineae b l & c l: palam, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21 p 1: sed angulus b a c est aequalis angulo b l c per 21 p 3. Erit ergo angulus b a c maior angulo b m c: ergo & angulo e d f: & hoc proponebatur.

50. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium aequalium una perpendiculariter, alia oblique, aequales lineae ducantur, sitque qualibet ductarum minor medietate sua: erit angulus trigoni, a quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni, a quo linea ducitur obliqua.

Remaneat dispositio precedentis, nisi quod perpendicularis a g sit minor medietate basis b g. Di-

co, quod angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim, ut prius, angulus c g l aequalis angulo d h f. Et quonia linea a g est minor quam linea b g, & linea a k est diameter: palam per 47 huius, quoniam centrum circuli est inter puncta g & k: ergo per 7 p 3 linea g a est minima omnium linearum a puncto g ad peripheriam circuli productarum: est ergo linea g l maior quam linea g a: ergo & maior quam linea d h. Fiat itaque per 3 p 1 linea g n aequalis lineae d h: &



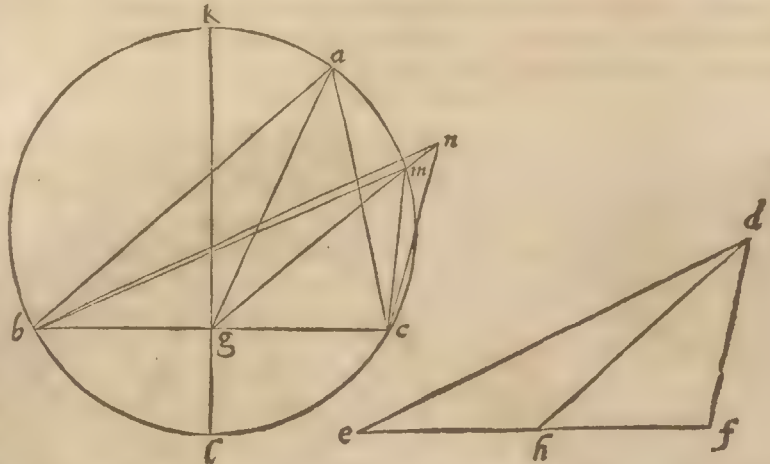
copuletur lineae b n & e n: erit itaque, ut in praemissa, angulus e d f aequalis angulo b n c: sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21 p 1, & angulus b l c aequalis angulo b a c per 21 p 3. Erit ergo angulus b a c minor angulo b n c: ergo & eius aequali, angulo e d f: & hoc est propositum.

51. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium aequalium duae lineae aequales, oblique incidant ad angulos inaequales, & si qualibet linearum incidentium maior fuerit medietate sua basis: erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum

lum cum basi continet, maior angulo superiori alterius: & si minor, minor.

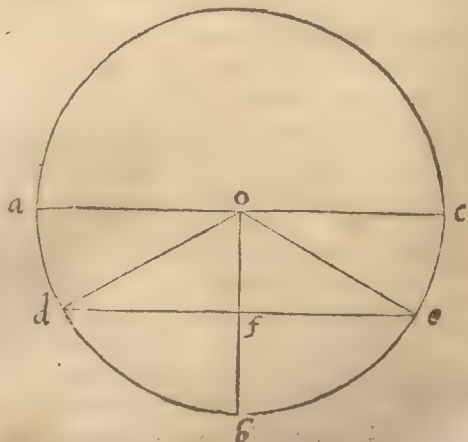
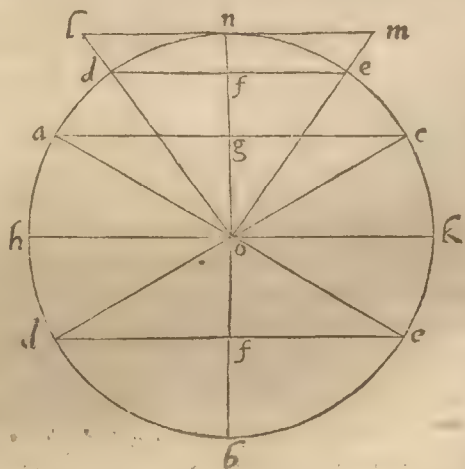
Sint ite duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales: diuidaturq; basis b c p æqua-

lia in puncto g, & basis e f in puncto h: & ducatur lineæ a g, d h, quæ sint æquales, & utraq; ipsarum incidat oblique suæ basi: sit aut angulus a g c maior angulo d h f. Dico, quod si maior sit linea a g, q̄ linea g c: erit angulus b a c maior angulo e d f: & si linea a g sit minor, q̄ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f. Circumscribatur enim per 5 p 4 trigono a b c circulus: & ducatur à puncto g perpendicularis super lineam b c per 11 p 1: quæ producta ad circūferentiam, sit g k. Erit itaq; g k per 1 p 3 pars diametri circuli propositi, quæ cōpleta, sit k l. Sit itaq; ut prius, linea a g maior q̄ linea g c: est aut linea k g maior, q̄ linea g l per 48 huius. In linea ergo g k est centrū circuli: est ergo linea k g maior q̄ linea a g per 7 p 3: ergo & maior q̄ linea d h, quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23 p 1 super punctū g terminū lineæ g c, angulus æqualis angulo d h f, qui sit m g c: cadatq; punctū m in peripheriā circuli. Est itaq; p 7 p 3 linea a g maior q̄ linea m g: ergo & linea d h est maior q̄ linea m g. Producatur itaq;, donec linea g m sit æqualis lineæ d h: & ducatur lineæ n c & n b. Erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f: sed angulus b m c est maior angulo b n c: est ergo angulus b a c maior angulo e d f per modum præostensum. Similiter quoq; demonstrandū, si linea a g sit minor q̄ linea g c, quod minor est angulus b a c angulo e d f: quod proponebatur demonstrandū.



52. *Si duas lineas rectas secantes circulum, æquales arcus interiaceant, illa necessario sunt æquidistantes: idemq; accidit, si una earum fuerit secans & alia contingens.*

Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o: secantq; duæ lineæ a c & d e illum circulum taliter, ut arcus d a sit æqualis arcui e c. Dico, quod lineæ a c & d e sunt æquidistantes. Aut itaq; o centrū circuli est in altera illarum linearum, aut in neutra: & tunc uel inter utraq;, uel extra utraq;. Si sit in altera ipsarum: esto quod sit in linea a c, & à centro o ducatur linea perpendicularis super a c per 11 p 1, & producatur ad circūferentiā, sitq; o b secans lineam d e in puncto f: & ducantur lineæ o d, o e, quæ cum sint æquales, erunt per 5 p 1, anguli o d f & o e f æquales: sed angulus f o a est æqualis angulo f o c, quia sunt recti: angulus uerò d o a æqualis est angulo e o c per 27 p 3, cum ex hypothesi arcus d a sit æqualis arcui e c: erit ergo angulus d o f æqualis angulo e o f: ergo per 32 p 1 erit angulus d f o æqualis angulo e f o: est ergo linea o f perpendicularis super lineam d e. Erunt ergo per 28 p 1 lineæ d e, & a c æquidistantes. Si uerò centrū o fuerit inter ipsas lineas a c & d e: ductis lineis à centro perpendicularib. super utranq; illarū, quæ sint o f, & o g, & ductis lineis ad terminos linearum a c & d e, à cetro o, quæ sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k: fient ex utraq; parte centri o quatuor anguli æquales duobus rectis ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter: sed angulus e o c est æqualis angulo d o a per 27 p 3: remanet ergo angulus d o e æqualis angulo a o c: per definitionē ergo circuli & per 6 p 6 trianguli d o e & a o c sunt inuicē æquianguli: ergo erit angulus g c o æqualis angulo o d f: sed angulus o g c est æqualis angulo o f d: quia uterq; rectus ex præmissis: ergo per 32 p 1 trigonia g o c, d o f sunt æquiangula: ergo per 14 p 1 lineæ d o & o c coniunctæ sunt linea una: quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æquales duobus rectis. Ergo per 27 p 1 patet propositum. Quod si centrum o fuerit extra utraq;: ducatur perpendicularis à centro o super ipsarum alteram: & sit linea o g perpendicularis super lineam a c, quæ diuidet ipsam

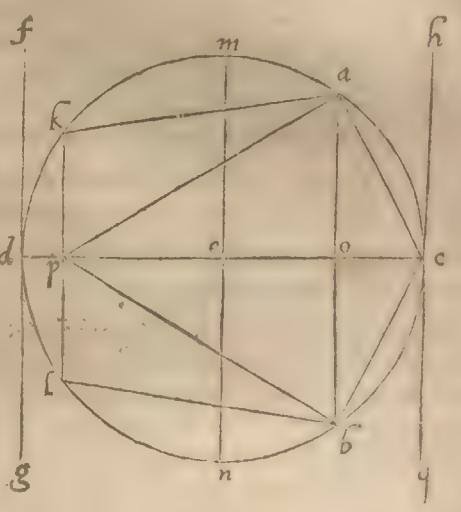


LIBER PRIMVS.

ipsam a c in duo æqualia per 3 p 3, producatuꝛq; linea o g, ut secet lineam d e in puncto f: & ductis lineis o a, o c, o d, o e: palàm per 4 p 1, cum in trigonis a g o & c g o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o commune, & anguli ad g recti ex hypothesi: quòd angulus a o g est æqualis angulo c o g: sed angulus a o d æqualis est angulo c o e per 27 p 3: relinquatur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e: sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f commune: erit ergo per 4 p 1 angulus o f d æqualis angulo o f e: uterq; ergo est rectus. Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a: ergo per 28 p 1 lineæ d e & a c sunt æquidistantes: quod est propositum primum. Quòd si una illarum duarum linearum secet circum, & alia ipsum contingat: si secans transit centrũ, & sit diameter, quæ h k, & linea l m contingat in puncto n: sitq; arcus n h æqualis arcui n k: palàm, quòd illorum arcuum quilibet est quarta circuli: ducatur itaque linea n o: ergo per 18 p 3 angulus l n o est rectus: sed & angulus n o h est rectus: ergo per 28 p 1 lineæ l m & h k æquidistant: quod est secundũ propositum. Quòd si linea l m circum contingente in puncto n, linea d e secet circum nõ per centrũ: ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus, quod est n, ducatur linea o n secans lineam d e in puncto f. Quia itaque arcus n d est æqualis arcui n e: erit per 27 p 3 angulus l o n æqualis angulo m o n: sed per 18 p 3 angulus o n l est æqualis angulo o n m: quia ambo sunt recti. Item per 4 p 1 angulus o f d est æqualis angulo o f e: sunt ergo recti. Ergo per 28 p 1 patet propositum tertium.

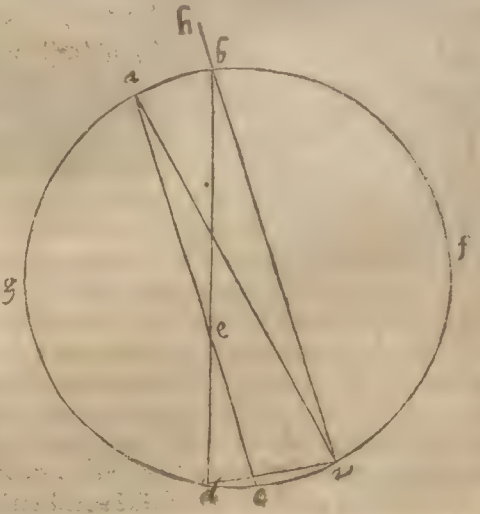
53. *Lineas æquidistantes trans circuli superficiem productas, siue amba secent, siue amba contingant, siue una secet & alia contingat, arcus interiacent æquales.*

Sit circulus a c b d, cuius centrum e: contingantq; ipsum duæ lineæ æquidistantes f g in puncto d, & h q in puncto c: & à puncto contingentia, quod est d, ducatur linea d e ad centrum e. Est ergo per 18 p 3 linea d e perpendicularis super lineam in illo puncto contingentem, quæ f g. Ducatur quoque linea c e à puncto contingentia ad centrum e: erit ergo linea c e perpendicularis super lineam h q contingentem in puncto c. Ducatur quoq; à centro e linea æquidistans lineæ f g per 31 p 1, quæ sit n m: hæc quoq; etiam æquidistabit lineæ h q per 30 p 1: ergo per 29 p 1 angulus m e d est æqualis angulo m e c: ergo per 14 p 1 lineæ d e & e c cõiunctæ, sunt linea una: est ergo linea d c diameter circuli, cum tráseat per centrum e: arcus itaque d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c. Sed & si linea a b secet circum æquidistans lineæ h q contingentem in puncto e, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b. Quia enim semidiameter e c secat lineam contingentem, quæ h q: palàm per 2 huius, quoniam secabit & eius æquidistantem, quæ est linea a b: sit, ut secet ipsam in puncto o. Et quia angulus h c e est rectus per 18 p 3, palàm per 29 p 1, quoniam angulus b o e est rectus: ergo per 3 p 3 linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. Ducantur itaq; lineæ a c & c b: palàmq; per 4 p 1, quoniam illæ erunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus a c est æqualis arcui b c. Quòd si linea æquidistans lineæ b a secet circum: quæ sit k l: palàm, quoniam semidiameter e c producta secabit lineam k l per æqualia per 29 p 1, 3 p 3: secet ergo ipsam per æqualia & orthogonaliter in puncto p: & ducatur lineæ p a, p b, k a, l b: erit ergo in trigonis p a c, p b c p præmissa, & 4 p 1 latus p a æquale lateri p b: & angulus p b c æqualis angulo a p c: relinquatur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l: sed linea k p est æqualis lineæ p l: erit ergo per 4 p 1 linea k a æqualis lineæ l b. Ergo per 28 p 3 erit arcus k a æqualis arcui l b: quod est propositum.



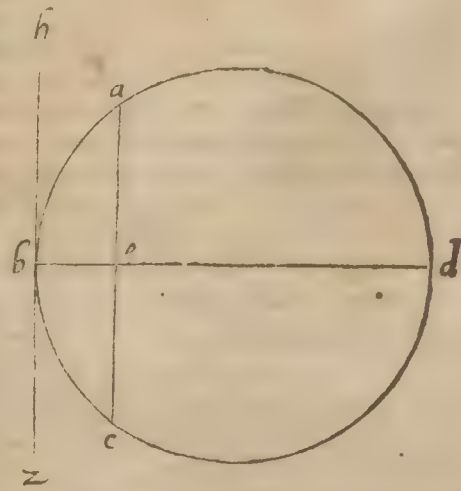
54. *Duabus chordis in aliquo circulo se secantibus: erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiam, cadenti in arcum æqualem duobus arcibus scilicet eidem angulo & suo cõtraposito subtensis. Alhazen 24 n 7.*

Sit circulus a b c d, in quo secet se duæ chordæ a c & b d: & sit pũctũ sectionis e. Dico, quòd angulus a e b est æqualis angulo, qui est in circumferentia, quam subtendunt duo arcus a b & c d: & quòd angulus b e c est æqualis angulo in circumferentia, quã subtendunt duo arcus d g a & b z c. Ducatur enim à puncto b linea b z æquidistans lineæ a c per 31 p 1. Si ergo linea b z secat circum, palàm, quia arcus c z est æqualis arcui a b per præcedentem: arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcibus a b & d c: quoniam arcus d c utrobique est cõmunis: sed arcus d z respicit angulũ d b z,



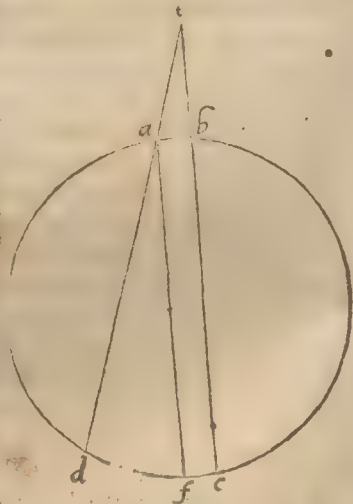
qui est

qui est æqualis angulo a e b per 29 p 1: angulus itaque a e b est æqualis angulo in circumferentia, cadenti in arcum æqualem duobus arcibus b a, & c d. Item d uatur linea d z, & producat lineam z b extra circumferentiam in punctum h: erit ergo angulus h b d ext rinsecus æqualis duobus angulis intrinsecis b d z, & b z d per 32 p 1: sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur à duobus arcibus b g d, & b f z: angulus ergo h b d est æqualis angulo, quem respiciunt duo arcus b g d & b f z: hic autem est arcus d a z: sed arcus a b est æqualis arcui z c: arcus itaque d a z est æqualis duobus arcibus d g a & b z c. Cum itaque per 29 p 1 angulus h b e sit æqualis angulo b e c: patet, quia angulus b e c est æqualis angulo, quem in circumferentia respiciunt duo arcus d g a & b z c. Quòd si linea h b z contingit circumferentiam, & non secat: tunc patet per 32 p 3, quia angulus e b z est æqualis angulo cadenti in portionem circuli, quæ est b a d, & angulus e b h est æqualis angulo cadenti in portionem circuli b c d: sed angulus e b z est æqualis angulo b e a per 29 p 1. Angulus itaque b e a est æqualis angulo, qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d: sed arcus b c est æqualis arcui b a per proximam præcedentem: arcus ergo b c d est æqualis duobus arcibus b a & c d. Angulus itaq; b e a est æqualis angulo, qui apud circumferentiam respicit duos arcus a b & c d: quoniam angulus cadens in arcum b c d est consistens in portione circuli, quæ est b g d. Similiter quoque potest declarari, quòd angulus b e c est æqualis angulo apud circumferentiam, quem respiciunt duo arcus b c & a d: quoniam angulus b e c est æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 32 p 3 cadit in portionem circuli b c d, hoc est in arcum b a d: est autem ex præmissis arcus a b æqualis arcui b c: patet itaque propositum.



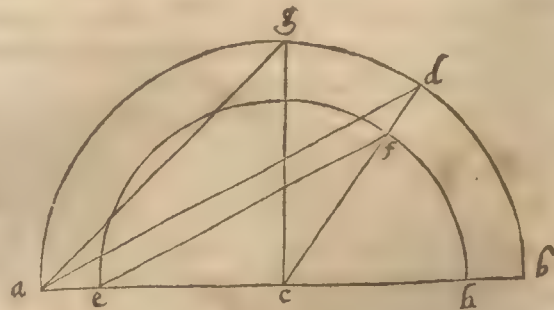
55. *Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circumferentiam dato, circumferentiam secantibus contentus, æqualis est angulo super circumferentiam cadenti in arcu, quo maior arcum inter illas duas lineas comprehensus, excedit minorem. Alhazen 25 n 7.*

Esto circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e: & ducantur à puncto e duæ lineæ secantes circumferentiam, quæ sint e a d & e b c. Dico itaq; quòd angulus d e c est æqualis angulo, qui est apud circumferentiam circuli, quem respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b. A puncto enim a ducatur per circumferentiam linea a f æquidistans lineæ b c per 31 p 1: erit ergo per 53 huius arcus f c æqualis arcui a b. Est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b: sed angulus d a f apud circumferentiam existens cadit in arcum d f: & angulus d a f est æqualis angulo d e c per 29 p 1. Ergo angulus d e c est æqualis angulo cadenti super circumferentiam in arcum d f: quod est propositum.



56. *In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiae, duabus lineis: una à termino diametri, & alia à centro ductis: ab eisdem punctis ad aliud punctum quodcumque semicirculi dati lineas duas prioribus duabus proportionales duci est impossibile: in diuersis uero semicirculis hoc est possibile.*

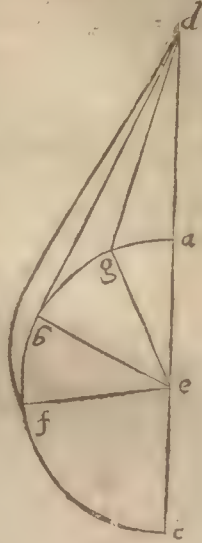
Esto datus semicirculus a d b: cuius diameter a b: centrum uero c: & sit aliquod punctum circumferentiae d: & ducatur à puncto a termino diametri ad punctum d linea a d: & à centro c linea c d. Dico, quòd si à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum semicirculi ducantur: quòd illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d proportionales non erunt. Sit enim, si possibile est, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & c g, & quæ est proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem sit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16 p 5 proportio lineæ a d ad lineam a g, sicut lineæ c d ad lineam c g: sed linea c d est æqualis lineæ c g: quoniam ambe sunt ex centro semicirculi: ergo linea a d æqualis erit lineæ a g: hoc autem est impossibile ex 7 p 3 & 19 p 1: maiori enim angulo subteritur linea a d quàm linea a g: & est uicinior diametro. Patet ergo propositum primum: quia à quocumque puncto alio dato idem accidit impossibile, & eodem modo deducendum. In diuersis uero semicirculis



micirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi æquales fuerint: tunc in centro alterius semicirculi super semidiametrum constituto æquali angulo a c d, per 23 p 1, compleatur propositum ex 4 p 1, & 4 p 6. Quod si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo: inscribatur æqualis illi semicirculo ad idem centrum: eritq; æquidistans primo, & in punctum, ubi linea c d ipsum secabit, (quod sit f) ducatur linea a termino suæ semidiametri, quæ sit e f: & patet propositum per definitionem circuli & 29 p 1, & 4 p 6. Quod si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur æquidistans eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctum d, quousq; tangat peripheriam alterius semicirculi, & coniungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri: & deinde compleatur, ut prius, demonstratio: & patet propositum.

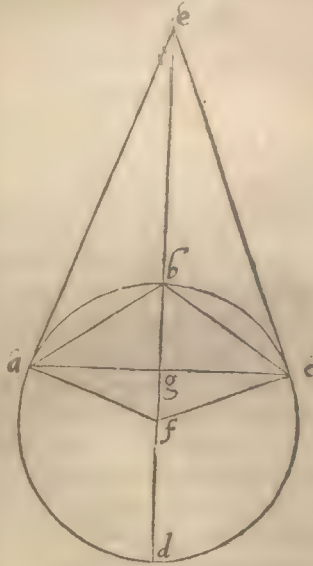
57. *A puncto uno ad datum semicirculum unam tantum lineam contingentem possibile est duci. Ex quo patet, quod omnis linea ab eodẽ puncto sub contingente ducta, secat semicirculũ in uno puncto supra punctũ contingentiæ, & in alio sub ipso.*

Estò datus semicirculus a b c, cuius cẽtrum e: & sit extrã datus punctus d: à quo ad semicirculũ ducatur linea contingens, quæ sit d b. Dico, quod à puncto d ad semicirculum a b c, aliam contingentem, quàm lineam d b duci est impossibile. Si enim hoc sit possibile, ducatur: hæc ergo contingens aut cadet ultra punctum b, aut citrà: sit primò, ut cadat ultra punctum b, uersus c in punctũ f, & sit d f: ducantur itaq; à centro e ad puncta contingentia, lineæ e f, e b, & producat diametẽ c e a usq; ad punctum d. Palàm ergo per 18 p 3, quoniam angulus e b d est rectus: similiter angulus e f d est rectus. Sunt itaq; æquales; & cadunt in trigonum e f d: quod est contra 21 p 1. Idẽ quoq; accidit impossibile, si linea contingens ducta à puncto d ad semicirculum a b c, cadat inter puncta b & a: ut linea d g. Palàm ergo corollarium: quoniam enim linea d g non contingit semicirculum: ergo ipsa producta secat ipsum: & hoc est propositum.



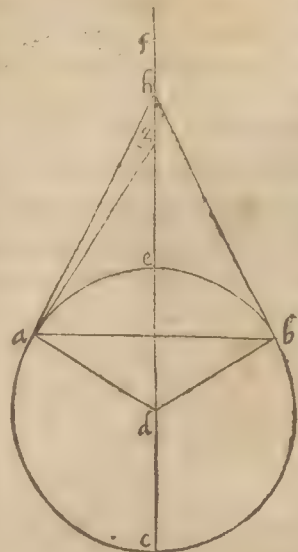
58. *Quelibet due lineæ ab uno puncto productæ circum contingentes, sunt æquales: & arcus interiaccns puncta contingentia est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulum illarum per æqualia: & arcum interiaccntem diuidit per æqualia: & lineæ per æqualia diuidens arcum; hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum. Consectarium secundum Campani ad 36 p 3.*

Sit circulus a b c, cuius centrum f: & sit, ut à puncto e ducantur due lineæ circum contingentes per 17 p 3, quæ sint e a & e c. Dico, quod lineæ e a, e c sunt æquales: & quod arcus a b c interiaccns puncta contingentia est minor semicirculo: & si producat à puncto e linea e b, diuidens angulum a e c per æqualia: dico, quod linea e b in puncto b diuidet arcum a c per æqualia: & si linea d e diuidat arcum a c per æqualia, diuidet etiam angulum a e c per æqualia. Ducatur enim primò linea e f diuidens a e c, quæ producta secabit circulũ: secet ergo ipsum in punctis b & d. Palàm itaq; per 36 p 3, quoniam illud, quod sit ex ductu lineæ d e in lineam e b, æquale est quadrato lineæ a e: & eadẽ ratione quadrato lineæ e c. Ergo quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ e c. Ergo & lineæ a e est æqualis lineæ e c: & hoc est primum propositum. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 18 p 3: sunt ergo æquales: ergo per 4 p 1 linea f e diuidit angulum a e c per æqualia. Et quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e: palàm per 32 p 1, quoniam anguli e f c & e f a sunt minores duobus rectis. Arcus ergo a b c est minor semicirculo per 33 p 6: quod est secundum. Ducatur quoq; linea a c secans lineam e d in puncto g: & ducantur lineæ a b & a c. Quia ergo linea e g secat angulum a e c per æqualia: patet per 4 p 1, cum linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit commune, quoniam linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est commune: ergo per 4 p 1 erit linea a b æqualis lineæ b c: ergo per 28 p 3 arcus a b est æqualis arcui b c. Eodem quoq; modo patet, quod si linea g e secat arcum a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiam diuidet per æqualia angulũ a e c. Quia enim trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet: palàm ergo per 8 p 1, quoniam angulus a e b est æqualis angulo c e b: & hoc est totum quod proponebatur.



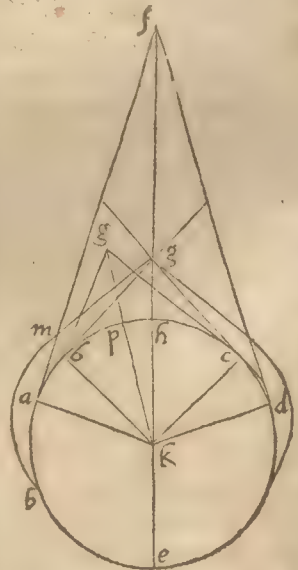
59. *Arcubus æqualibus, minoribus quolibet, quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli resectis: à terminis illorũ arcuum ductas contingentes in uno puncto e ducta diametri concurrere est necesse: & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiũ arcuum contingere est necesse. Ex quo patet, quoniam omnem angulum & arcum à lineis contingentibus contentum diuidit diameter e ducta per æqualia.*

Esto circulus a b e, cuius centrum sit d, & eius diameter c e, quæ producatur indefinitè ad punctum f: & ab unaquaq; parte puncti e sint a e & b e arcus æquales: & à punctis a & b ducantur lineæ circuli contingentes per 17 p 3. Dico, quòd illæ duæ lineæ concurrerent in uno puncto eductæ diametri e f. Quòd si dicatur ipsas nò concurrere in puncto uno diametri, concurrent tamen ambæ contingentes cū diametro d f: productis enim lineis d a, d b: erūt anguli ad puncta a & b recti: sed anguli e d a & e d b sunt acuti per 33 p 6: arcus enim a e, b e sunt minores, quilibet, quarta circuli: ergo per 14 huius linearū contingentium utraq; concurrerit cum lineæ d f. Si itaq; non fit hoc in eodem puncto: fit, ut lineæ contingens ducta à puncto a, concurrat cū lineæ d f in puncto g: & contingens ducta à puncto b concurrat cum d f in puncto h, quod sit ultra punctum g: & ducatur lineæ a h: eritq; per 27 p 3, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b: ergo per 4 p 1 erit angulus h a d æqualis angulo h b a: & per 18 p 3 uterq; ipsorū est rectus. Quia itaq; angulus d a g est rectus per 18 p 3: patet, quòd ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est communis: erit ergo per 32 p 1 angulus a g d æqualis angulo a h d, extrinsecus scilicet intrinsecò in trigono a h g: quod est contra 16 p 1 & impossibile. Patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducantur duæ lineæ circulum contingentes in punctis a & b: erunt arcus a e & b e æquales: trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentē: ergo sunt æquiangula per 8 p 1: est ergo angulus a d h æqualis angulo b d h. Ergo per 26 p 3 arcus a e est æqualis arcui b e: quod est propositum: & patet corollarium.



60. Si intra duas lineas circulum contingentes ab uno puncto ductas, alia duæ lineæ eundem circulum contingentes ducantur: cadent puncta contingentia interiorum intra puncta contingentia exteriorum: & si arcus hinc inde interiacentes puncta contingentia, fuerint æquales, erit utrarumq; concursus semper in eadē diametro circuli educta: interiores quoq; ad utramq; partem productæ cum exterioribus necessariò concurrent.

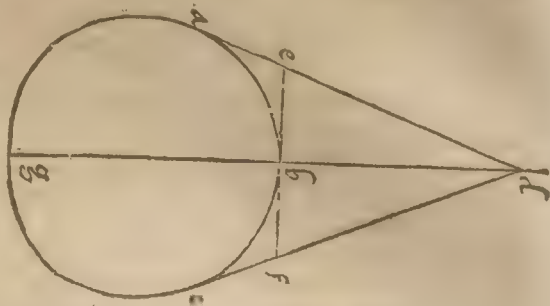
Esto circulus a b c d e, cuius cētrū k: & eius diameter e h educatur: & sit, ut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d contingentes circuli ducantur: & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficie i a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circuli contingentes in punctis b & c. Dico, quòd puncta b & c cadent intra puncta a & d. Si enim nò cadunt intra puncta a & d: aut cadūt in illa puncta aut extra: si in illa, ducatur lineæ k a & k d à cētro k ad puncta contingentia a & d: erit itaq; per 18 p 3 angulus k a f rectus: & similiter angulus k a g rectus: & sic rectus maior recto. Itē inter contingentē f a & circulum, alia lineæ capitur, ut g a: hoc autē est cōtra 16 p 3. Palàm ergo, quoniā impossibile. Si uerò derur, quòd puncta b & c cadant extra puncta a & d: sit punctū b ultra a punctū, secabitq; lineæ g b producta lineam f a per 14 huius. Et quoniā est contingēs solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circuli: sit ille punctus m. Palàm itaq;, quoniā lineæ m a & m b ab uno puncto m productæ semicirculi contingunt: quod est contra 57 huius. Non ergo cadit punctum b ultra punctū a, sed intra. Similiterq; demonstrabitur, quia punctū c cadit intra punctum d. Cadūt ergo puncta contingentia interiorum intra puncta contingentia exteriorū. Sed & arcus a b & c d existētibus æqualibus, punctū g necessariò cadit in diametro e h f. Si enim extra illa, ducatur lineæ k g secās circūferentiā in puncto p. Quia ergo arcus b p est æqualis arcui p c per præcedentē: arcus quoq; a b est æqualis arcui c d ex hypothesi: remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b: sed arcus h b est maior arcui p b: ergo arcus c h est maior arcui c p, pars suo toto: quod est impossibile. Nò ergo cadit punctū g extra diametrum e h f. Palàm etiā est p 14 huius, quoniā lineæ g b producta ultra punctū b, necessariò cōcurrerit cū lineæ f a, & lineæ g c producta ultra punctū c, cōcurrerit necessariò cū lineæ f d: lineæ enim k c rectū angulū cōtinēs cū lineæ a g, cōtinēt acutū cū lineæ f d: patet ergo propositū.



61. Si ad mediū punctū arcus interiacētis puncta contingentia duarū linearū, ab uno puncto ad circuli productarū, lineæ cōtingens circuli ad alias contingentes producatur: illa in puncto sua contingentia per æqualia diuiditur: & ab alijs lineis cōtingentib; partes abscindit æquales.

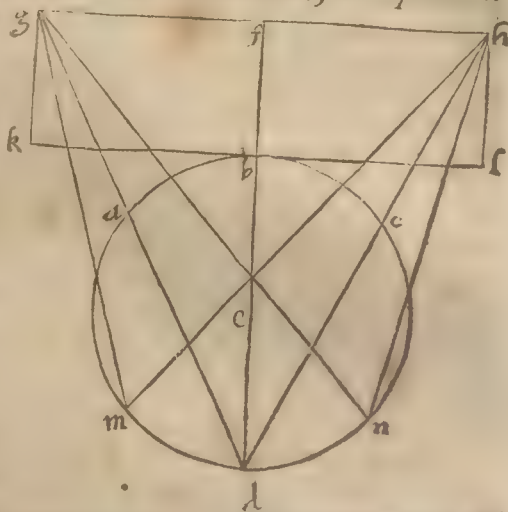
Sit circulus a b c, quæ contingat duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ: producatur ergo diameter g b d: & palàm p 59 huius, quoniā ipsa diuidit angulū a d c, & arcū a c per æqualia in puncto b. A puncto itaq; b producatur lineæ contingens circuli per 17 p 3: hæc itaq; quoniā est orthogonalis super diametrum g b, ut patet per 18 p 3: palàm per 14 huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c: sit ergo ut secet lineam d a in puncto e, & lineam d c in puncto f. Quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59 huius, & anguli d b e & d b f sunt recti: palàm, quia trigona e b d & f d b sunt æqui-

æquiangula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera sunt proportionalia: sed latus d b est æquale sibi: erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. Quod etiam sic patere potest. Quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ contingentes circum, scilicet e a & e b, patet per 58 huius, quòd ipsæ sunt æquales. Omnes ergo lineæ a e, e b, b f, f e sunt æquales. Ergo lineæ e d & e f d sunt æquales: patet ergo propositum.



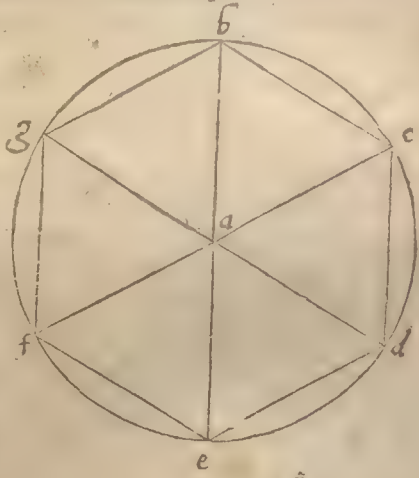
62. *A duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino ductæ diametri, & à linea circum in termino propiore diametri contingente, duabus lineis ad alium terminum diametri productis: arcus interiacetes illarum linearum alteram & diametrum, sunt æquales: illis uero ad alium punctum circumferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.*

Sit circulus a b c d, cuius centrum e: diameterq; e: ius d b educatur ad punctū f: sintq; duo puncta g & h æqualiter distāta à pūcto f ductæ diametri: ducātūque duæ lineæ g d & h d ad aliū terminū diametri secātes circum: linea g d in pūcto a, & linea h d in pūcto e: & à puncto b ducatur linea cōtingens circum, quæ sit k b l, à qua æqualiter distēt pūcta g & h. Dico, quòd arcus a b & b c sunt æquales. Ducatur enim linea g f h: erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f: ideo, quia puncta g & h æqualiter distāt à puncto f: & ducātūque lineæ h l & g k per pēdiculariter super lineā k b l cōtingētē, p 12 p 1: erūt ergo ex hypothesi & illæ æquales: ergo p 33 p 1 linea g h æquidistat lineæ k l. Ergo p 18 p 3 & 29 p 1 anguli d f h & d f g sunt recti: ergo p 4 p 1 anguli g d f & h d f sunt æquales. Ergo p 26 p 3 arcus a b est æqualis arcui b c. Patet quoq; manifeste, quòd si à pūctis g & h lineæ ad aliud pūctū circumferentiæ quā ad pūctū d, pducātū, ut ad pūcta m uel n: quòd illæ lineæ arcus resecabūt inæquales: quælibet enim illarū, quæ secat diametru, abscindit minorē arcum, & alia maiorē: & hoc est, quod proponebatur.



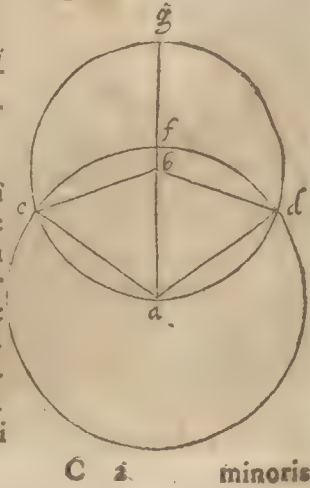
63. *Diameter circuli diuidens hexagonum, eidē circulo inscriptum, ab oppositis angulis per æqualia, duob. lateribus medijs hexagoni erit æquidistans.*

Sit circulus, cuius centrū sit punctū a: inscriptus hexagonus, qui b c d e f g: & ab oppositis angulis illius hexagoni ducatur diameter b a e. Dico, quòd illa diameter æquidistat duobus medijs lateribus hexagoni, quæ sunt c d & g f. Ducantur enim lineæ a c & a d. Quia itaque lineæ b c & c d, (quæ sunt latera hexagoni) sunt inter se æqualia, & utrunq; ipsorū est æquale semidiametro circuli per 15 p 4: patet ergo, quòd trigona a b c & a c d sunt æquilatera: ergo per 8 p 1 ipsa sunt æquiangula: erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d. Ergo per 27 p 1 lineæ a b & c d æquidistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g. Patet ergo, quoniam diameter b e æquidistat medijs lateribus hexagoni: quod est propositum.



64. *Duobus circulis inæqualibus se secantibus, ita ut minor pertrāseat centrum maioris: arcum minoris interiacentem peripheriā maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.*

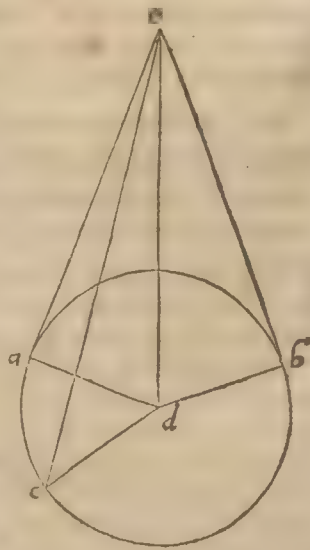
Sint duo circuli c f d maior, cuius centrū sit a: & e g d minor, cuius centrū sit b: secantq; se hi circuli in punctis c & d: transeatq; minor (qui c g d) per centrū maioris, quod est a: eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra peripheriam maioris. Dico, quòd arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a. Ducatur enim linea copulans centra, quæ sit a b: & hæc producta compleat diametru minoris circuli, quæ sit a b g: & ad pūcta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b c. Quia itaque in trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus laterib. a b & b d alterius: quoniam omnes sunt rectæ ex puncto b centro circuli



minoris ductæ ad peripheriam, & basis a c est æqualis basi a d: quoniam sunt ex centro circuli maioris. Ergo per 8 p 1 anguli æquis lateribus contenti sunt æquales: angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b: ergo per 26 p 3 arcus c g est æqualis arcui d g: reliqui ergo arcus semicircularum, qui sunt a c & a d, sunt æquales. Arcus ergo c a d diuiditur per æqualia in puncto a: quod est propositum.

65. *Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad peripheriam sui circuli sunt æquales. 5 def. 1 sphæ. Theodo.*

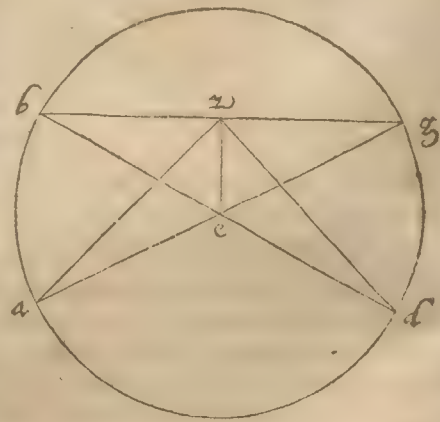
Esto circulus a b c, cuius centrum d: & erigatur perpendiculariter super circulum à centro linea d e, ita, ut per definitionem polus circuli sit punctum e: & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, quod ipsæ oēs sunt æquales. Ducantur enim lineæ a d, b d, c d. Quia itaq; quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a: quadratum quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b per 47 p 1: quadratum uero lineæ e d est æquale sibi ipsi, & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli definitionem: palam quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ c e. Palam ergo, quoniam lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ, sunt æquales: & hoc est propositum.



66. *Omnis linea centrum sphære cum centro circuli non magni illius sphære continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli. 7 & 23 th. 1 sphæ. Theodo.*

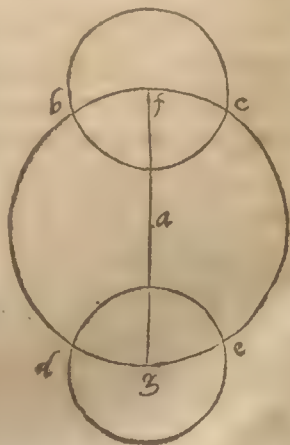
Sit centrum sphære punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphære, qui sit a b g d, & ducatur linea z e. Dico, quod linea z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d.

Ducantur enim lineæ a e, b e, quæ productæ cõpleant duas diametros circuli, quæ sint a g, & b d: & ducantur lineæ z a & z b & z d & z g, quæ omnes erunt æquales per definitionem sphære: sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per definitionem circuli: linea itaq; z e existente communi, patet quod trigona z a e, z b e, z d e, z g e omnia sunt æquilatera: ergo per 8 p 1 ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales. Oēs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æquales: sunt ergo recti. Eodemq; modo potest demonstrari de omnibus angulis contentis sub linea z e & omni semi diametro circuli a b g d. Linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d: & hoc est propositum.



67. *A centro sphære ductæ perpendicularis sup superficiem circuli non magni ipsius sphære, eiusdem circuli centro incidere est necesse. Cõsecutariũ secundũ 1 th. 1 sphæ. Theo.*

Sit, ut in præmissa, centrum sphære punctum z: sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphære, qui sit a b g d: & ducatur à puncto z centro sphære linea perpendiculariter super superficiem circuli a b g d, quæ sit z e. Dico, quod punctum e est centrum circuli a b g d. Ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per definitionem sphære. Quonia ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti: patet per 47 p 1 quoniam quadratum lineæ z a ualet quadrata linearum a e & z e, & quadratum lineæ z b ualet ambo quadrata linearum b e & z e: & similiter quadratum lineæ z g ualet ambo quadrata linearum g e & z e: lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarum æqualia: ablato itaque quadrato lineæ z e omnib. cõmuni, relinquuntur ut quadrata linearum a e, b e, g e sint æqualia: ergo & ipsæ lineæ a e, b e, g e sunt æquales. Ergo per 9 p 3 punctum e est centrum circuli a b g d: quod est propositum.



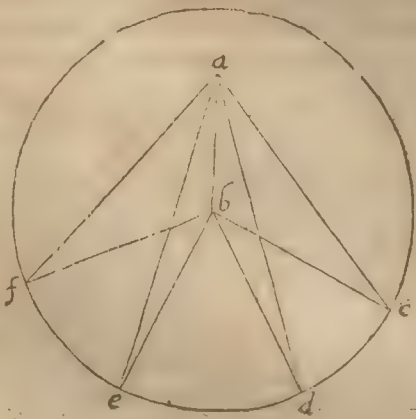
68. *Aequidistantium in sphæra circulorum centra in eadẽ diametro sphære consistere est necesse. Ex quo patet, quod omnes circuli in sphæra aequidistantes eisdem habent polos: & si eosdem habent polos, sunt aequidistantes. 1 & 2 th. 2 sphæ. Theodo.*

Sit sphæra, cuius centrũ sit punctũ a, & in ipsa sint duo circuli æquidistantes: b c, cuius centrũ sit f: & d e, cuius centrũ sit g: & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphære, cũ ipsa trãseat centrũ sphære a: ergo p 66 huius linea a f est erecta sup superficiem circuli b c: ergo p 23 huius erit eadẽ diameter erecta sup superficiem circuli d e: ergo p præmissam ipsa trãsit p centrũ circuli d e. Sunt ergo centra illorũ circulorũ in eadẽ diametro sphære: qd' est propositũ. Et ex hoc patet, qd' illi circuli eisdẽ habent po-

los per definitionē poli. Et si aliqui circuli eosdē habent polos, patet per 14 p 11, quod ipsi sunt æquidistantes: & hoc proponebatur. Quod si etiā reliquus circularū æquidistantium esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. Duo uerō circuli magni eiusdem spheræ sibi inuicem æquidistare non possunt: quoniam amborum illorum est idem centrum, quod est centrum spheræ.

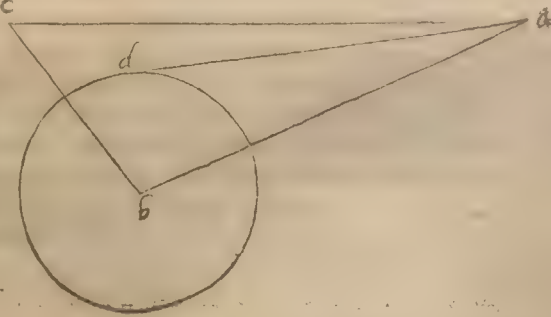
69. *Si plana superficies secet spherā, cōmunis sectio erit circulus. Ex quo patet, quoniā a quolibet puncto in diametro uel superficie spherica dato, est possibile totali superficiē spherica circumlumi circumduci, aliq̄ etiā circulo illius æquidistantem. 1 th. 1 spher. Theodosij.*

Sit spherā, cuius centrū a, seceturq; per planā superficiē. Dico, quod cōmunis sectio superficiē sphericæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio p centrū a: tūc patet, quod oēs lineæ ductæ a cētro a ad spheræ superficiē, quæ sunt in illa plana superficie secatē, & terminantur ad cōmunem terminū illorū, sunt æquales per definitionē spheræ: ergo per definitionē circuli, illā cōmunis sectio est circulus. Si autē superficies planā secet spherā datā nō per centrū a: ducatur per 11 p 11 a cētro a perpēdicularis super superficiē secantē, quæ sit a b, & cōtinuetur lineæ a c, a d, a e, a f, & quot quis uoluerit ad illā sectionem cōmunem a cētro ipsius spheræ: ducatur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secatē, ad puncta, quibus incidūt lineæ ex centro spheræ ductæ. Palām ergo per 47 p 1, quoniā quadratū lineæ a c est æquale duobus quadratis linearum a b & b c: & similiter quadratum lineæ a d est æquale duob. quadratis linearū a b & b d: sed quadratū lineæ a c est æquale quadrato lineæ a d: quoniā lineā a c est æqualis lineæ a d per definitionē spheræ, & quadratū lineæ a b est æquale sibijpsi: relinquitur ergo quadratū lineæ c b æquale quadrato lineæ d b: est ergo lineā c b æqualis lineæ d b: & similiter erit lineā d b æqualis lineis e b & f b: eadē enim est demonstratio, quotcunq; alijs lineis a cētro spheræ a ad illam cōmunē sectionem productis. Omnes itaq; lineæ a puncto b ad illā cōmunem sectionē ductæ, sunt æquales: ergo per 9 p 3, & per definitionē circuli, ut prius, punctū b est centrū circuli. Cōmunis ergo sectio istarū superficiērum est circulus: & hoc est propositū. Patet etiā ex hoc corollariū: quoniā a pūcto dato per 12 p 1 producta perpēdiculari super diametrū spheræ, imaginetur superficies plana secās spherā secundū illā perpendicularē: & patet propositū per præmissa. Quod si alicui circulo in spherā signatō æquidistās duci debeāt: a dato pūcto ducatur perpēdicularis super spheræ diametrū transeuntē circuli centrū, cui æquidistās debet duci circulus, & pducatur in continuū usq; ad aliā spheræ superficiē, & ducatur alia lineā a pūcto diametri utriq; sup productā, & orthogonaliter super diametrū spheræ, imagineturq; superficies plana trāsiens terminos istarū linearū in ipsa superficie spheræ faciēs sectionē: quæ per præmissa necessariō erit circulus: quia p 4 p 11 diametēr spheræ super quā ducitur lineā a pūcto dato, erit perpēdicularis super superficie in punctis illis, ut præmittitur, spheram secantem: unde a centro spheræ ductis lineis, ut prius, patet quod proponebatur.



70. *A dato puncto ad datam spheram lineam contingentem ducere.*

Sit enim datū punctū a, & centrū datę spheræ sit punctū b: & ducatur lineā a b: & a cētro spheræ, quod est b, ducatur lineā b c, ut cōtingit, & copuletur lineā a c: palām q; p 2 p 11, quoniam trigonū a b c est in una superficie plana: hæc itaq; per præcedētem secabit spherā secundū circulū, cui per 17 p 3 a pūcto a ducatur cōtingēs in pūcto d, quæ sit a d: & patet ppositū.



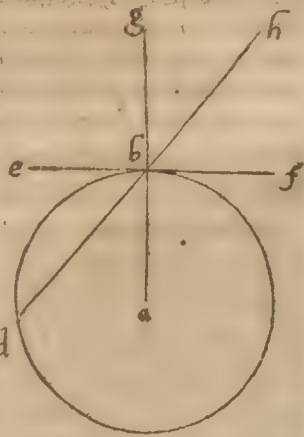
71. *Omnis superficies plana contingens spheram, secundū unicum punctum est contingens. 3 th. 1 spher. Theodosij.*

Ducatur in plana superficie cōtingente spheram, lineā rectā trans locum cōtactus, & in superficie spheræ circulus magnus. Si ergo superficies plana contingit spheram secundum aliud quā secundum punctum, & lineā rectā continget circulum secundum idem: non ergo secundum punctum continget lineā rectā circulum: quod est contra 16 p 3: palām ergo propositum.

72. *A dato pūcto superficie sphericæ superficie planā cōtingentē ducere. Ex quo patet, qd omnis lineā centri spheræ traēns, est perpēdicularis sup eius superficie: & si est perpēdicularis super sphericam superficiē, necessariō transit centrū spheræ. E 4 th. 1 spher. Theodosij. Alh. 25 n 4.*

Esto spherā, cuius centrū sit a, & circulus eius magnus b d c: ducaturq; lineā a b a cētro ad circumferentiā: & a pūcto b ducatur lineā cōtingēs circulū, quæ sit b e p 17 p 3: erūt ergo anguli a b e & a b f recti. Imaginatis quoq; p 69 huius circularis quotcūq; in superficie spheræ secantib. se in pūcto b, & ductis lineis, cōtingentib. illos circulos in pūcto b: palām p 18 p 3, quoniā lineā b a cū omntb. illis lineis cōtinet angulos rectos. Ergo oēs illę lineæ sunt in una superficie plana p 2 p 11. Illa itaq; superficie con-

tingit sphaerā p definitionē superficiē planē sphaerā cōtingētis. Ex hoc itaq; patet, quoniā omnis linea à cētro sphaeræ ducta, sit erecta sup planā superficiē, sphaerā ipsam in pūcto suæ incidētis cōtingētē, & anguli incidētis sint æquales: quoniā ipsa est perpēdicularis sup sphaeræ superficiē, p definitionē perpēdicularis: anguli enim semicircularū oēs sunt æquales p 43 huius. Et quoniā linea a b pducta ad pūctū g, est adhuc erecta sup superficiē planā, sphaerā cōtingētē in pūcto b: palā, qā linea g b, & quæcūq; alia ppēdicularis erigi potest sup superficiē planā in pūcto b, cōtingētē sphaerā, trāsit cētrū sphaeræ a: qā si à pūcto b possit alia linea erigi sup superficiē cōtingētē, nō trāsīs cētrū sphaeræ a: sit illa h b d, & sit angul^o h b e rectus: sed angul^o g b e est rectus p 13 p 1, cū angul^o a b e sit rect^o ex hypothesi: erit itaq; rectus maior recto: qd^o est impossibile: patet ergo ppositū.



73. *Omnium sphaerarum, quarum conuexa superficies æquidistant, uel secundū se totas se contingunt, necessario est idē centrum.*

Sint duæ sphaeræ, quarū cōuexæ superficiē æquidistēt, sectæ p æqualia p unā planā superficiē: cōmūnis ergo sectio superficiē illarū sphaerarū & huius planæ erūt circuli: sitq; magnus circulus maioris sphaeræ a b, & cētrū eius e: minoris uerō sphaeræ circulus magnus sit c d. Dico, quōd idē pūctū e etiā erit cētrū circuli c d. Ducatur enim linea a e b taliter, ut si e nō sit cētrū amborū circularū, linea tū a e b trāsseat p ambo cētra (qd^o potest fieri cōtinuatū cētris p lineā rectā) & pducta illa ad pipheriā maioris sphaeræ: hęc itaq; erit diameter circuli a b. Et quoniā circuli a b & c d sunt in eadē superficiē: sit ut diameter a b secet pipheriā circuli c d in pūctis c & d: eritq; recta c d diameter circuli c d. Quia ergo ppter æquidistantiā circularū linea a c est æqualis lineæ b d, & linea a e est æqualis lineæ e b: remanet lineā c e æqualis lineæ e d. Et qā diameter c d diuiditur p æqualia in pūcto e: patet, quōd pūctus e est cētrū circuli c d. Si enim nō sit pūctus e cētrū circuli c d: sit cētrū eius pūctus h: eritq; p definitionē circuli lineā h d æqualis lineæ a c: erit ergo lineā h a æqualis lineæ h b: sed lineā h a est maior quā lineā a e: ergo h b est maior quā lineā e b, pars suo toto: quod est impossibile. Est ergo pūctus e necessariō cētrum circuli c d. Et quia circulus c d est magnus circulus suæ sphaeræ, patet quōd æquidistantium sphaerarum est idē cētrum: quod est propositum primum. Et eodem modo de sphaeris secundum totas suas superficies contingentibus, est demonstrandum. Lineæ enim ductæ à cētro ad concuam maioris & ad cōuexum minoris, sunt æquales: patet ergo illud quod proponebatur.



74. *Si dua sphaera fuerint æquidistantes, uel secundū totas superficies se cōtingētēs: quæcūq; lineā sup unius earū superficiē perpēdicularis fuerit, sup alterius quoq; superficiē perpēdicularis erit.*

Illud faciliter patet. Quoniā enim ex præmissa tales sphaeræ idē centrum habere necessariō comprobantur: ergo per 72 huius lineā perpēdicularis super alteram istarum sphaerarum, cētrū ipsius trāsit: sed cētrum ipsius est cētrum alterius. Ergo per eandem 72 huius super alterius etiā sphaeræ superficiē illa lineā perpēdicularis erit: & hoc est propositum.

75. *Si dua sphaera cētra diuersa habuerint: impossibile est, ut lineæ ppēdiculares sup unius superficiē, sint perpēdiculares super alterius superficiē, nisi una tantū, quæ trāsit cētra ambarum.*

Quocūq; modo se habētibus adinuicē sphaeris, siue extrinsecus siue intrinsecus se cōtingētibus, uel etiā se nō cōtingētibus, uel etiā se adinuicē secātibus, semper patet ex 72 huius, quoniā lineā trāsientis per cētra ipsarū, est perpēdicularis super superficiē utriusq;: aliā quoq; lineā super utriusq; superficiē perpēdicularē esse, est impossibile. Si enim sit possibile: ducatur aliqua alia perpēdiculariter super utriusq; sphaeræ superficiē: palamq; erit ex eadē 72 huius ipsam per utriusq; cētrū trāsire: quod est oppositū hypothesi. Patet ergo, quoniā nullā aliam lineā, præter eā, quæ trāsit cētra ambarū, perpēdiculariter duci sup utriusq; sphaerarū superficies est possibile. Et hoc est propositum.

76. *Si sphaera sphaerā intrinsec^o aut extrinsec^o cōtingat: in uno tantū pūcto cōtingere est necesse.*

Si enim sphaeræ cōtingētēs se intrinsecus, nō in pūcto se contingant: necesse est circulos suos maiores adinuicem applicatos non se in pūcto contingere: quod est contra 13 p 3, & impossibile. Quōd si sphaeræ extrinsecus se contingētēs, non se contingant in pūcto: etiam hoc est contra naturam circularum extrinsecus se contingentium, & contra eandē 13 p 3. Potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphaeras, quæ se extrinsecus contingunt, imaginata fuerit superficies plana: palam ex 71 huius, quoniam utraq; illarum sphaerarum illā superficiē planā contingit in pūcto. Ergo & seinuicem in pūcto contingēt: & propinquior est utriq; sphaerarum ipsa plana superficies interposita, quā sphaeræ inter se. Et hoc est propositum.

77. *Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse est necesse.*

Signentur enim in utralibet sphærarum à puncto contactus duo circuli maiores per 69 huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra, & per puncta contactuum. Et quia centra horum circularum sunt centra sphærarum suarum per definitionem circularum magnorū: hos autem circulos centra diuersa habere est conclusio 6 p 3. Patet ergo propositum.

78. *Centrorum, sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositam ex ambarum sphærarum semidiamentis: intrinsecus uero se contingentium, secundum excessum semidiamenti maioris ad semidiamentum minoris esse, palam est.*

Hoc patet per 76 huius. Quoniam enim contactus sphærarum fit secundum unum tantum punctum: punctus uero est, cui pars nō est: tunc euidēs est, quod punctus ille cōmunis in utraq; intersectione nihil adimit de diamentrorum quantitate: indiuisibile enim (cum non sit pars quanti) nec addit nec minuit aliquid de quanto. Et sic patet propositum.

79. *Si concauū alicuius sphære, superficiem aliquam secundum eam totam contingat: necesse est superficiem contactam partem sphæra minoris esse.*

Sit, ut aliqua sphæra secundū suum concauū contingat aliquā superficiem secundū oēs illius partes, sicut uas sphæricū superficiem aque contentę. Dico, quod uerū est quod proponitur. Ducantur enim lineę plurimę à centro sphære ad locum contactus sui cum illa superficie. Et quia omnes lineę productę ad cōcauū sphære sunt æquales inter se ex definitione sphære, & sunt æquales productis lineis ad conuexū superficię cōtactę: patet ex dicta definitione, quoniam illa superficies est pars sphære: & quęlibet intellecta extendi secundū cōcauū ambientis sphære, sphæra minorē cōplebit. Est ergo pars minoris sphære. Linea quoq; in illa superficie signata, est pars circuli ex 9 p 3, idem habens centrum cum circulo, cui applicatur. Et sic illa superficies est pars minoris sphære. Quod est propositū.

80. *Si sphæra sphæram interfecet, communis sectio superficieum sphericarum se interfecantium erit periphæria circuli.*

Quod hic proponitur, patet. Imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineā cōmunē sectionis sphærarū, qualiscūq; fuerit. Hęc ergo superficies propter similitudinē corporū se interfecantiū plana erit: cōmunis ergo sectio illius superficię & utriusq; sphærarū erit circulus per 69 huius. Palam ergo, quod cōmunis linea intersectionis superficieum sphærarum illarum erit periphæria circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus cōmunis illi sectioni: quoniam aliās corpus, quo utręq; sphære communicant, est corpus cōmune sphærarum intersectioni: & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum & diuersis, secundum dispositionē se interfecantium sphærarum. Patet ergo propositum.

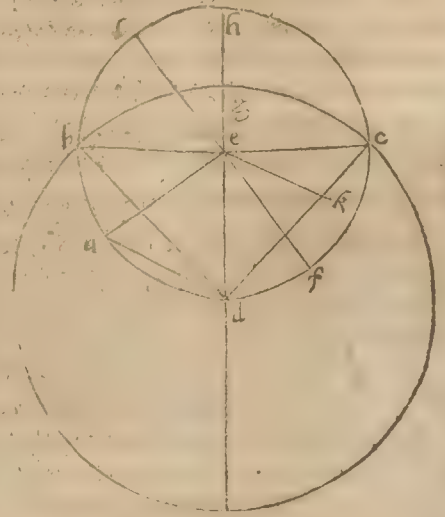
81. *Sphærarum se interfecantium, maiores circulos se inuicem secare palam est. Ex quo patet interfecantium se sphærarum centra diuersa esse.*

Primum patet ex definitione sphærarum se interfecantium. Quoniam enim interfecantibus se sphæris, diamentē unius per alteram abscinditur, & maiorum circularū diamentri sunt etiam diamentri suarum sphærarum (diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia) tunc patet, quod circulis unius sphære & alterius se interfecantium aliqua linea est cōmunis. Cum ergo unus circulus aliū non cōtineat, quia nec una sphæra sphæram aliam continet: palam, quia tales circuli se inuicem secant ex definitione taliū circularū. Quia uero ex 5 p 3 circularū se inuicem secantiū centra esse diuersa necesse est, & idem est centrū sphære, quod est centrū circuli magni in illa sphæra: patet corollariū, scilicet, quia interfecantium se sphærarum centra sunt diuersa. Et hoc proponebatur.

82. *Si sphæra sphæram interfecet: linea, quę centris illarum sphærarum transit, centrū circuli periphæria cōmunis sectionis transire, & super ipsius superficiem perpendicularē esse, necesse est.*

Circulus cōmunis sectionis sphærarū aut est circulus maior alterius sphærarū se interfecantiū, aut minor: si maior: hoc erit solū, cū maior sphæra minorē interfecat: Si enim æquales sphære secundū circulū maiorē se interfecarēt, nō esset sphærarū intersectio, sed unius sphære ex duobus hemisphæris æqualibus cōpositio. Si ergo circulus cōis sectionis sphærarū sit circulus maior, nō erit ille circulus maior, nisi in sphæris inæqualibus se interfecantibus, circulus sphære minoris: quoniam ipsum esse circulū maiorē sphære maioris est impossibile: quoniam maior circulus sphære maioris nō potest cadere in superficiē sphære minoris. Sit itaq; circulus talis a b c: & sit centrū maioris sphære d: sphære uero minoris e: erit quoq; e centrū circuli a b c ex hypothesi. Ducatur ergo linea d e: & patebit propositum primum. Item ducantur lineę d a, b d, d c, & lineę a e, b e, c e: eruntq; triangulorum d a e & d b e latera æqualia: idēo, quoniam linea d e latus est commune, & latus d a æquale est lateri d b ex definitione sphære: latus quoque a e æquale est lateri b e ex definitione circuli: ergo per 8 p 1 anguli equis lateribus contenti, erunt æquales. Angulus ergo d e b æqualis erit angulo d e a: similiter angulus d e c erit æqualis angulo d e b: & uniuersaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineę ad e centrum sphære, anguli super centrum e semper erunt æquales. Et quia super eandem diamentrum oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit: patet per definitionem perpendicularis, quoniam ipsa linea d e super omnes diamentros perpendicularis erit. Ergo per 4 p 11 linea d e super superficiem circuli a b c erecta est, & super eam perpendicularis. Si uero circ-

lus a b c non sit circulus maior alicuius sphaerarum se interfecantiu, sed minor: intelligatur in ipso protracta diameter, quae sit l f & f, & utraq; sphaerum imaginetur secta per superficiem planam trans centrum, & p puncta f & l, quae sunt in superficie utriusq; sphaere. Erit ergo per praemissa quilibet illorum circularum circulus maior in utraq; sphaerarum se interfecantiu, secabitq; circulum a b c uterq; illorum circularu maiorum per aequalia: quoniam arcus f l est medietas circumferentiae circuli a b c: transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrum illius circuli a b c, quod est e. Imaginetur item duo circuli alij maiores in eisdem sphaeris, quorum quilibet secet portionem circuli maioris suae sphaerae erecta super circulum a b c per aequalia: quod fieri poterit ex 30 p 3, diuiso arcu f l utriusq; circuli sphaerarum se interfecantium per equalia, & a puncto sectionis utriusq; circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphaerae utriusq;. Fiat itaq; sectio arcus sphaerae maioris in puncto g: & sectio arcus sphaerae minoris in puncto h: & siue hi circuli maiores cum illis circulis, quos secant, angulos aequales sphaerales uel inaequales contineant, patet, cum a polo circuli a b c per centra sphaerarum ambarum transeant, quoniam ambo secabunt circulum a b c per aequalia. Transibunt ergo per centrum ipsius, quod est e. Linea ergo d g, quae per definitionem maiorum circularum, & 3 p 11 est communis sectio duorum circularum maioru in sphaera maiori se fecantium, transit per centrum e: quoniam cum centrum e sit in superficie utriusq; illoru circularum, necesse est, ut sit in linea comuni utriusq;. Similiter etiam linea e h (quae est communis sectio circularum maioru in sphaera minori se interfecantiu) transit per centrum e. Sed quia lineae e h, & lineae d g per definitionem circularu se secantiu, est aliqua linea recta communis, ut e g, erit illa per 1 p 11 in eadem superficie cum illis: ergo erunt linea una. Tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphaerarum se interfecantiu, & per centrum circuli, qui est communis sectio, cuius centrum est in peripharia communis sectionis superficieum sphaerarum se interfecantium. Patet ergo propositum primum. Secundum uero patet ex praemissis. Circuli enim maiores per equalia diuidentes circulum minorem orthogonaliter eum secant, & eorum communis sectio, ut linea d h per 19 p 11 super eundem circulum perpendicularis erit. Et hoc est propositum. Potest & idem per 66 & 67 huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

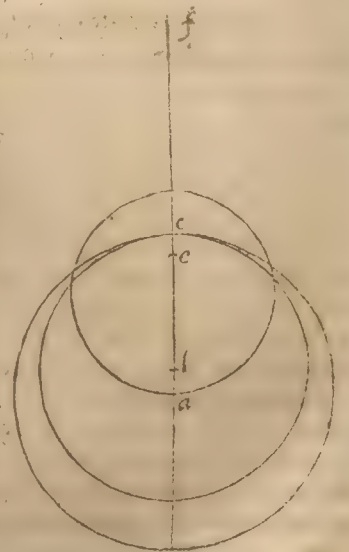


83. Si sphaera sphaera interfecet: linea transeunte centrum circuli peripharia communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficie insistentem, ambaru sphaerarum centra transire necesse est.

Hec est conuersa praecedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari. Si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli communis sectionis sphaerarum, (qui est a b c) perpendiculariter super ipsius superficie ad aliu aliquem punctu, praeter centrum ambaru, uel alterius sphaerarum: & sit linea e k: & ducatur item per centra ambaru sphaerarum alia linea, quae sit d h. Patet autem per praecedentem, quoniam haec erit transiens per centrum e, & erit perpendicularis super superficie circuli a b c. Ab eodem ergo puncto superficiei circuli a b c, utpote centro e, duae exeunt perpendiculares super eandem circuli superficie a b c, quae sunt e d & e k: quod est contra 13 p 11, & impossibile. Patet ergo propositum.

84. Si sphaera sphaera intrinsecus interfecet: necesse est contra illaru sphaerarum, respectu situs sui contactus secundum quantitatem periphariae circuli, qui est communis sectio suarum superficieum plus distare: centrumq; sphaerae continentis plus profundari.

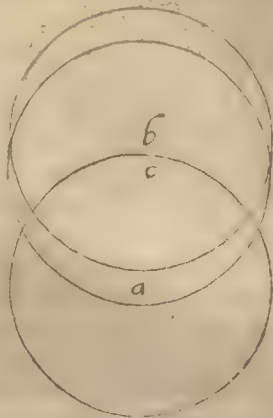
Sphaerae datae interfecare se debent, si aequales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se interfecerent: tunc ipsarum idem erit centrum: facta uero intersectione ipsarum, centra diuersantur per 81 huius: & secundum quod circuli peripharia, quae est communis sectio illarum superficieum sphaerarum, sit maior uel minor: secundum hoc plus uel minus distabunt centra. Quod si sphaerae fuerint inaequales, quarum una altera intrinsecus contingere poterit: tunc in situ suae contingentiae centrorum suorum distantia p 78 huius est excessus semidiametri sphaerae maioris ad semidiametrum minoris. Demus ergo, quod centrum maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c. Et quia contactus sit in puncto per 76 huius, intersectio uero sit secundum circulum per 80 huius: palam, quia facta intersectione sphaerarum, abscindet sphaera a diametrum b c in puncto alio quam in termino suo, qui est punctus c. Sit ergo punctus, in quo ipsum abscindit, punctus e: ponaturq;, ut linea f e sit aequalis diametro sphaerae b. Quoniam itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b: linea uero f e est equalis semidiametro b c: quoniam sunt semidiametri eiusdem sphaerae. Linea ergo a c excedit lineam



se in linea a b: sed linea fe est maior quam linea e c: ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior quam linea a b. Plus ergo distant centra sphaerarum in interfectione, quam in situ contactus: & secundum quod peripheria circuli, quae est communis sectio suarum superficierum, minoratur, secundum hoc distantia centrorum augetur: & secundum quod illa peripheria augetur, secundum hoc distantia centrorum minuitur: & respectu partis uniuersi, ad quam fit interfectio, plus profundatur centrum sphaerae continentis, respectu contactus, in tanto, quanto linea a e fit maior quam linea a b. Et hoc est, quod proponebatur.

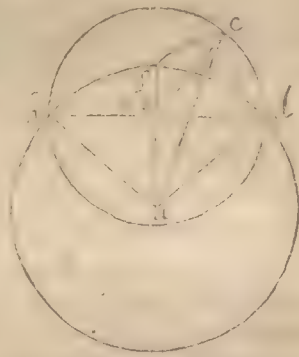
85. Si dua sphaera intra tertiam secundum circulum aequalem circulo maiori sphaerae, intra quam fit interfectio, se intersecent: utraq; illarum sphaerarum sphaeram, intra quam fit interfectio, intersecabit: et omnium illarum superficierum sphaericarum comunis sectio erit peripheria circuli unius.

Verbi gratia: sit, ut sphaera, cuius centrum a, intersecet sphaeram, cuius centrum sit b, intra sphaeram, cuius centrum sit c, secundum circulum aequalem circulo maiori sphaerae c. Dico, quod sphaera a & sphaera b intersecabunt sphaeram c: & omnium superficierum sphaericarum illarum sphaerarum erit communis sectio peripheria circuli illius, secundum quem sphaerarum a & b fiebat interfectio, hoc est cuiusdam circuli magni sphaerae c. Quoniam enim circulus maior diuidit sphaeram per aequalia, quia transit per centrum eius ex definitione: tunc patet, quod aequalis eidem, (unde cum contingat eum in sphaera produci) diuidet eam per aequalia: & sic intersecabit secundum illum circulum utraq; sphaerarum, scilicet a & b sphaeram c. Sphaera autem a intersecante sphaeram b, communis sectio est peripheria circuli per se huius: diuidit autem iste circulus sphaeram c per aequalia: ergo intersecat. Est ergo eius peripheria in superficie sphaerae c: sed & eadem peripheria est in superficieribus sphaerarum a & b. In omnium ergo sphaerarum illarum trium superficieribus est illa circuli peripheria. Est ergo ipsa comunis sectio omnium superficierum dictarum sphaerarum. Quod est propositum.



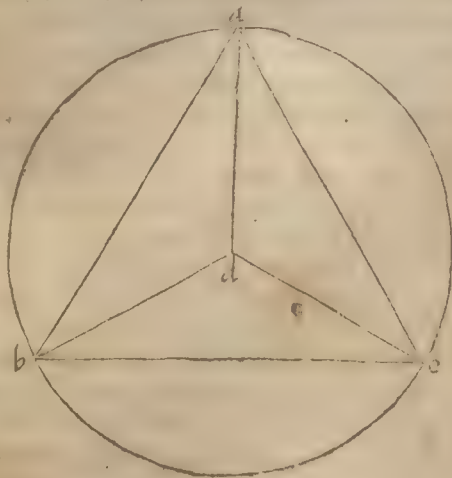
86. Lineam a centro sphaerae per centrum circuli sphaeram secantis, orthogonaliter ductam, medio abscissae portionis est necessarium applicari.

Sit sphaera, cuius centrum a, & sit circulus b c d, cuius centrum sit e, abscindens portionem sphaerae: ducaturq; linea a e, & producat usq; ad superficiem sphaericam, cui incidat in puncto f. Dico, quod linea a e necessario applicatur puncto, qui est medium abscissae portionis sphaerae in conuexo uel concauo ipsius: & quod hoc est punctum f. Ducantur enim lineae a b, a c & a d, & copulentur lineae e b, e c, e d: erunt itaq; trigona a e b, a e c & a e d omnia secundum latera aequalia angulos respicientia adinuicem proportionalia: quoniam illa ipsorum latera sunt adinuicem aequalia, ut patet per sphaeram & circuli definitiones, & quia latus a e est omnibus commune: anguli itaq; b a e, c a e, d a e omnes sunt aequales per 5 p 6: ergo per 26 p 3 arcus b f, c f, d f sunt aequales. Et quoniam productis quibuslibet lineis a centro sphaerae a ad peripheriam circuli b c d, idem semper accidit: palam, quia punctus f est in medio portiois abscissae de sphaera. Et hoc proponebatur.



87. Proportionem partis superficierum sphaericae ad totalem superficiem sua sphaerae, sicut anguli solidi in ipsam a centro sphaerae cadentis, ad octo rectos solidos necesse est esse. E' Nicolao Caballa in 3 librum magna constructionis Ptolemaei.

Verbi gratia: sit a b c pars superficierum sphaericae alicuius sphaerae, cuius centrum sit d: & ducantur lineae a d, b d, c d: & in ipsa superficie ducantur lineae a b, b c, a c: fietq; pyramis, cuius uertex est punctum d, & basis a b c. Palam quoq;, quoniam angulus circa punctum d est solidus, tribus angulis superficialibus contentus. Dico, quod quae est proportio illius anguli ad 8 rectos solidos, qui replent locum solidum circa centrum d, eadem erit proportio superficierum sphaericae, quae est a b c, ad totam sphaericam superficiem suae sphaerae. Imaginentur enim plurimi circuli magni, transeuntes per omnia puncta illius superficierum, non secantes se super illam. Patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circularum determinantur per lineas terminales illius superficierum: omnium autem illorum arcuum partialium ad totos suos circulos est propor-

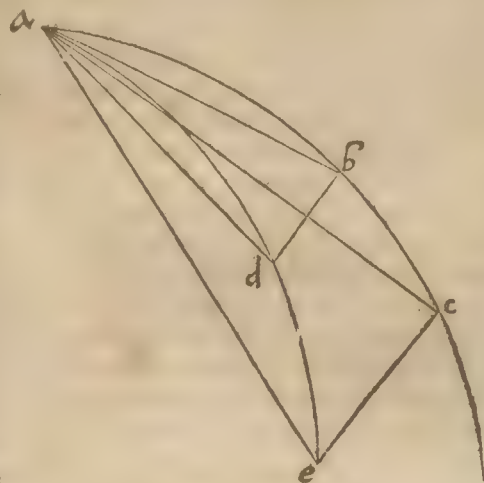


tio, sicut

tio, sicut angulorum contentorum sub lineis à centro d ad ipsorum terminos productis ad 4 rectos superficiales per 33 p 6. Patet ergo propositum. Et etiam potest patere ex hoc, quoniam sicut ille angulus correspondet illi parti superficiei sphaericae: sic residuum 8 solidorum angulorum rectorum totali residuo superficiei illius sphaerae responderet: ergo per 16 p 5 erit permutatim anguli ad angulum, sicut superficiei ad superficiem, & per 18 p 5 coniunctim, & per 5 huius è contrario patet propositum.

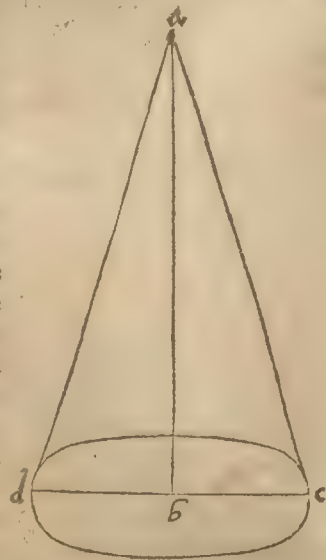
88. Si inter duas quartas circularum aequalium in sphaerae superficie se secantium, ad extremitates arcuum aequalium lineae rectae ducantur: illae erunt aequidistantes: & remotior à puncto sectionis erit longior. E' 14 p 12 ele. in Campano.

Sint arcus magnorum circularum in superficie alicuius sphaerae se secantium, qui a b c & a d e, secantes se in puncto a: in quibus signentur arcus aequales, ita, ut arcus a b sit aequalis arcui a d, & arcus b c sit aequalis arcui d e, & continuentur lineae rectae, quae sint b d & c e. Dico, quod lineae c e & b d sunt aequidistantes: & quod lineae c e est maior quam lineae b d. Quia itaque arcus a b est aequalis arcui a d: palam p 29 p 3 & per 63 huius, quoniam punctus a est polus circuli transeuntis per puncta d & b: ideo quod rectae lineae, quae a d & a b, sunt aequales: & similiter est de circulo transeunte per puncta c & e. Circumducatur ergo superficiei sphaerae per puncta d, b circulus erectus super diametrum sphaerae per 69 huius, & similiter per puncta e & c. Erunt ergo illi circuli aequidistantes per 14 p 11. Erunt ergo lineae c e & b d aequidistantes per 16 p 11, imaginata superficie plana, in qua sunt puncta b, c, d, e, circulos secundum illas lineas secante. Sed & lineae c e est maior quam lineae b d. Si enim sit aequalis, cum sit aequidistantes: palam, quia circuli a b c & a d e aequidistantes erunt: quod est contra hypothese[m]: supponuntur enim se secare in puncto a: aut sequetur circulum transeuntem per puncta b & d aequalem fieri circulo transeunti per puncta c & d, quorum circulorum polus est punctum a: quod iterum est impossibile. Et si lineae c e sit minor quam lineae b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius quam ultra lineam b d. Est ergo lineae b d remotior à puncto sectionis. Quod est propositum hypothese[m].



89. Omnes lineae longitudinis unius pyramidis rotunda, sunt aequales: & cum semidiametris basis aequales, sed acutos angulos continent. Ex quo patet omnem punctum uerticis pyramidis esse polum circuli suae basis: omnemque lineam longitudinis esse in eadem superficie cum axe: ipsum quoque axem centrum circuli basis orthogonaliter attingere. E' 18 defin. 11 element.

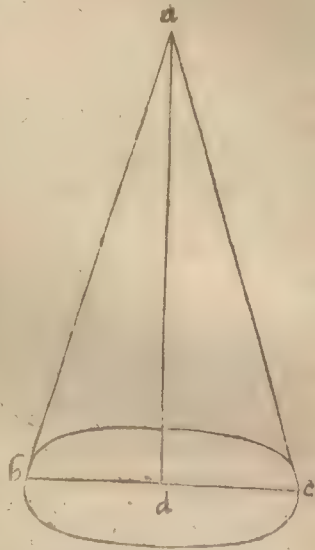
Quoniam enim per principium 11 Euclidis pyramis rotunda fit per transitum trianguli rectanguli, alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec ad locum suum, unde incepit, redeat, triangulo ipso circumducto: qui triangulus, si fuerit duorum laterum aequalium: & unum laterum aequalium rectum angulum continentium fuerit fixum, causabitur pyramis rectangula: ideo, quod angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus per 5 & 32 p 1. Et si fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis amblygonia: quoniam per 19 p 1 angulus ad uerticem fit obtusus. Et si latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxygonia: quia per eandem 19 p 1 angulus eius ad uerticem remanet acutus, adiuuante semper 32 p 1. Sic ergo diuersantur formae pyramidum secundum diuersitatem proportionis lateris fixi ad alterum latus motum rectum angulum continens cum fixo. Et quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide: palam, quod omnes lineae longitudinis totius rotundae pyramidis uni lineae sunt aequales ei, scilicet quae in trigono rectangulo opponitur angulo recto. Ergo & oes inter se sunt aequales. Si ergo trigonum orthogonum causans pyramidem, sit a b c, cuius angulus a b c sit rectus: erit per 32 p 1 angulus a c b acutus: & est a c b angulus, cui omnes anguli contenti à lineis longitudinis & semidiametris basis, sunt aequales: & hoc proponebatur. Patet etiam ex ijs, quoniam punctus uerticis pyramidis cuiuslibet est polus circuli suae basis per 65 huius. Et quoniam lineae a c est in eadem superficie trigona cum lineae a b, patet, quoniam omnes lineae longitudinis sunt in eadem superficie cum axe a b. Et quoniam lineae b c motu suo describit circulum basis, patet, quod axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8 p 1: quia ex circuli definitione & prima parte praesentis, axe



tis, axe existente cōmuni, omnes anguli ad centrum b cōstituti sunt æquales. Patet ergo propositū.

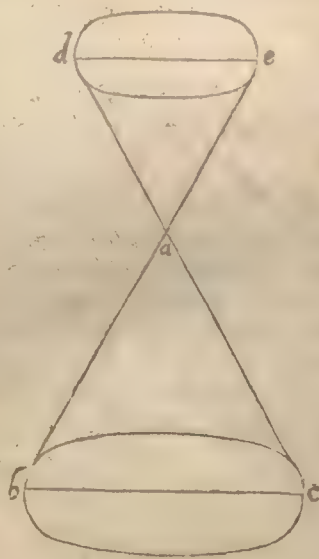
90. *Omnis superficiei plana secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinem & superficiei conicæ communis sectio est trigonum duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentū. Ex quo patet, quoniam illa superficies diuidit pyramidem per æqualia: & quod superficies, quæ pyramidem secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit, secundum axem necessario secabit. E' 18 defn. 11 element. item 3. theor. 1 Conicorum Apollonij.*

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a: & diameter basis b c: & sit centrum basis d. Et palam per præmissam, quoniã linea a d est axis illius pyramidis. Superficies itaq; plana secans pyramidem rotundam secundum axis longitudinem, pertransit puncta a & d: erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta super basin pyramidis per 18 p 11. Communis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planæ est linea recta per 3 p 11, quæ est diameter basis: & sit hæc b c. Trigonū itaq; a b c est in superficiei secante: sed & idem trigonum est in superficiei conicæ pyramidis. Et quoniam trigonum orthogonum b a d est illud, ex cuius pertransitu describitur pyramis a b c, & trigonum a b c est duplum illi per 1 p 6, patet illud, quod primò proponitur de pyramide rotunda. Patet etiam, quod illa superficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per æqualia: quoniam transiens uerticem & conclusa diametro, per æqualia diuidit & basim. In laterata uerò pyramide, aut superficies plana secans transit latus aut angulum: eritq; productis lineis ad terminum axis pyramidis, illa communis sectio lempe trigonus maior uel minor. Patet ergo propositum: quoniam & conuerſa per se & ex præmissis patet.



91. *Omnis pyramidis rotunde uel laterate lineæ longitudinis suæ per axem in uertice tantum se interfecant: productæ quoq; aliam similem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis secundum positionem & situm priori pyramidi modo contrario se habent. E' 18 defn. 11 element. item 1 defn. 1 Conicorum Apollonij.*

Quod omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuscunq; productæ se super axem in uertice secant, euidens est: quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis. Et quoniam omnes sunt æquales per 89 huius: patet, quia citra uerticem nulla ipsarum aliam interfecat. Quod etiam productæ aliam pyramidem priori similem principiant, patet. Secet enim superficies plana pyramidem secundum axis longitudinem: erit ergo per præcedentem communis sectio illius superficiei & superficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidem caussantis: sed palam per 36 huius, quod latera cuiuslibet trigoni producta principiant alium trigonū priori simile, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrarium habent. Et quoniam tōt possunt imaginari planæ superficies trans axem pyramidem secantes, quot sunt lineæ longitudinis imaginabiles in medietate pyramidis, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidem priori similem, lineis longitudinis à dextro prioris prodeuntibus in sinistram posterioris, & à sinistro prioris in dextram posterioris, & e conuerſo. Patet ergo propositum.

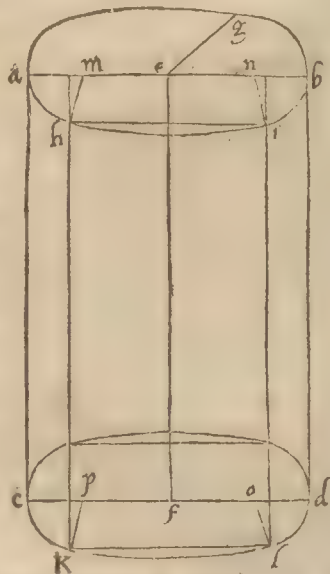


92. *Omnnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiametris suarum basium continent, & in eadem superficiei cum axe existentes. Ex quo patet, quoniam axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarum basium orthogonaliter insistit. E' 21 defn. 11 element.*

Hoc non indiget demonstratione alia, nisi simili illi, quæ fit in 89 huius. Sicut enim trigonum orthogonum altero laterum rectum angulum continentium fixo, per reuolutionem suam caussat pyramidem rotundam: sic quadrilaterum rectangulum altero suorum laterum fixo manente, alijs tribus, quousque ad locum suum redeant, circumductis, caussat motu suo figuram columnarem rotundam. fiet ergo probatio omnium eorum, quæ proponuntur hîc, ut in illa: quia patet totum euidenter.

93. *Omniae superficiae plana secantis columnam rotundam secundum axis longitudinem & superficiae columnae communis sectio est rectangulum sub duabus lineis longitudinis columnae, & duabus diametris basium contentum. Ex quo patet, quoniam illa superficies per aequalia dividit columnam. E 21 defin. ii. element.*

Columna rotunda sit, cuius axis e f: secetq; ipsam per e f superficies plana, sitq; communis sectio secundum puncta a, b, c, d. Dico, quod sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis columnae, & duabus diametris basium contenta. Ducatur enim linea e a in basi columnae & in superficiae secante: haec est ergo semidiameter circuli basis columnae. Producatu r itaq; taliter, ut linea e g compleat diametrum basis columnae, cadetq; linea e g in superficiae plana columnam secante. Si enim linea e g no est ducta in superficiae plana columnam secante: ducatur linea b e in illa superficiae secante. Lineae ergo b e & e a sunt linea una: quoniam sunt in una superficiae productae ambae orthogonaliter super axem e f continuae: similiterq; quia linea e g complet diametrum a e, non in superficiae secante, sed alia: erit ergo linea a g pars in plano; pars in sublimi: quod est contra 1 p ii. Palam itaq;, quoniam linea a b est diameter basis, & quod punctus g cadit super punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniam est diameter alterius basis. Lineae quoq; a c & b d sunt lineae longitudinis columnae. Quod est propositum. Ex hoc itaq; patet, quoniam cum illa sectio dividat per aequalia bases columnae, quod etiam dividit per aequalia columnam.



94. *Superficiae secantis columnam rotundam aequidistans superficiae per axem secanti & superficiae columnaris, communis sectio est rectangulum sub duabus lineis longitudinis columnae, & duabus lineis minoribus diametris basium contentum. E 21 defin. ii. elem.*

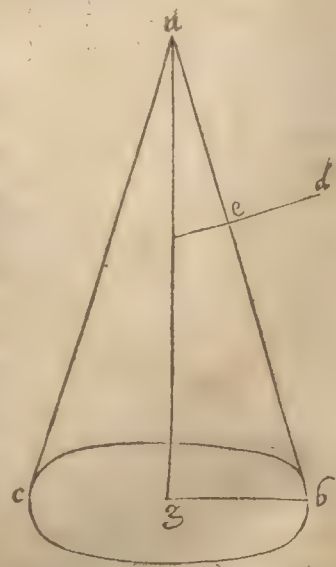
Sit, ut in praecedenti propositione, columna secta per planam superficiem secundum sectionem, rectangula a b c d: cuius axis sit e f: sitq; nunc superficies plana columnam secans, aequidistans superficiae a b c d, cuius communis sectio cum superficiae columnae sit h i k l: ducanturq; a punctis h & i lineae perpendiculares super diametrum a b per t p i, quae sint h m, i n. Erit itaq; linea m n aequalis lineae h i, ut patet per 34 p i: lineae enim a b & h i sunt aequidistantes ex hypothesi, & lineae h m & i n sunt aequidistantes per 28 p i. Est ergo linea h i minor diametro a b. Similiter quoq; l k minor est diametro c d, ductis perpendicularibus lineis, quae l o & k p: sed lineae h k & i l sunt lineae longitudinis columnae. Patet ergo propositum.

95. *Omniae superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam: secundum lineam longitudinis est contingens.*

Non enim secundum punctum contingit superficies plana proposita corpora sicut sphaeram: quoniam in ipsis est longitudo, quae non est in sphaera: sed nec contingit ipsa secundum superficiem: quoniam cum in quolibet istorum corporum sint infiniti circuli suis basibus aequidistantes & ipsae bases: accideret illos secundum lineas in superficiae plana contingente ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundum punctum, sed secari: quod est contra 16 p 3, & impossibile. Non ergo continget superficies plana proposita corpora secundum superficiem. Restat ergo, ut secundum lineam contingat. Et quia contingit in pyramide verticem & basium & in columna ambas bases: patet, quod utrunq; illorum secundum lineas suarum longitudinum est contingens. Patet ergo propositum.

96. *Omniae linea perpendicularis super curvam superficiem pyramidis, uel columnae rotundae: necessario transit per ipsam axem.*

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b: & eius axis a g: & sit linea d e perpendicularis super curvam illius superficiem. Dico, quod linea e d transit per axem a g. Ducatur enim semidiameter basis, quae sit b g. Quia ergo linea e d est perpendicularis super curvam superficiem propositam: palam per definitionem, quoniam linea e d est perpendiculariter erecta super superficiem contingentem pyramidem secundum aliquam lineam suae longitudinis: sit hoc secundum lineam a b. Cadit ergo linea e d super lineam a b. Palam ergo per 2 p ii, quoniam lineae d e & a b sunt in eadem superficiae. Et quia linea d e est perpendicularis super curvam superficiem pyramidis: patet, quod illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. Producta ergo trans pyramidem, secabit ipsam secundum lineam longitudinis a b per aequalia dividens pyramidem, & transibit per



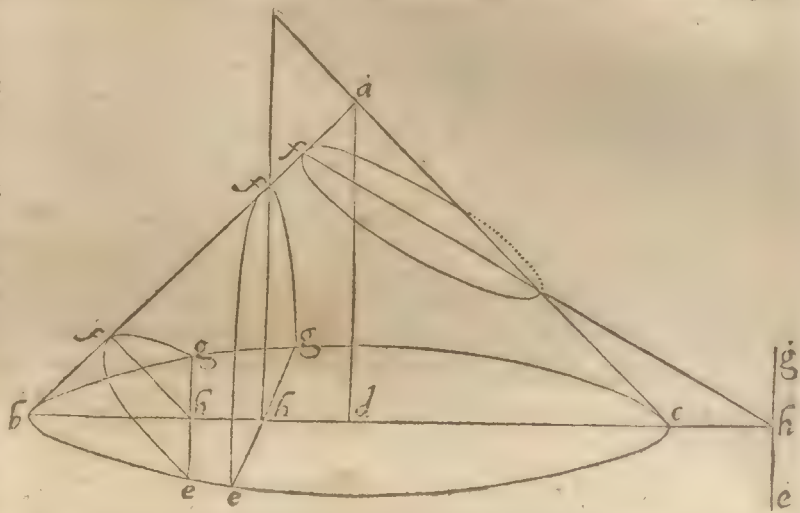
bit per axem a g per 90 huius. Trigonum ergo a b g cum linea d e est in eadem superficie. Quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, quod est a b, continet angulū rectum, qui est d e a: angulus uero e a g est acutus: palam, quia linea d e concurreret cum linea a g per 14 huius. Transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ. Quod est propositum: quoniam in columna rotunda eodem modo demonstrandū. In illa enim, quia linea longitudinis a b æquidistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem superficie: patet per 2 huius, quia linea d e concurreret cum una linearum æquidistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurreret. Et hoc proponebatur.

97. *Omnis superficies plana superficiem contingenti pyramidem uel columnam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidem uel columnam per ipsius axem.*

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana. Palam ergo per 95 huius, quoniam continget illam secundū lineā longitudinis. Superficies itaq; huic superficiem orthogonaliter in loco contactus insistentis, est perpendicularis super superficiem curuam pyramidis uel columnæ: & ipsarū cōmunitis sectio est linea longitudinis, super quā in superficie erecta ducantur perpendiculares. Ex itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ. Ergo & superficies illa axem transiens, secabit pyramidē uel columnā secundum axem. Et hoc proponebatur.

98. *Omnis superficiem planam secantis pyramidem rotundam non per uerticē, & superficiem conicæ pyramidis communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.*

Est pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrū basis d, & axis a d, quā secundum axem longitudinem secet superficies plana secundum trigonū a b c per 90 huius: secetq; ipsam alia superficie erecta super trigonū a



b c, nō per uerticē, secundū dum sectionē, quæ sit e f g, cuius supremus pūctus sit f, & sit linea e g æquidistans alicui diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h: & ducatur linea f h à supremo puncto sectionis ad mediū suæ basis. Et quia lineā e g est linea recta, quæ est æquidistans diametro basis pyramidis, & punctū f signatum est in superficie conicæ in supremo; superficies e f g secat conicam superficiem. Si itaq; sectio e f g sit trigonū scilicet

rectilineum: patet, quoniam duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f, præter uerticē pyramidis, quod est impossibile & cōtra 91 huius. Trigonū quoq; curuū fieri est impossibile: quoniam superficies secans supponitur esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex definitione. Erit ergo linea e f g linea una. Cum itaq; illa sectio sit linea una: dicatur sectio conicæ uel pyramidalis. Si itaq; axis pyramidis qui est a d, sit æqualis semidiametro basis, quæ est d b: palam, quia pyramis a b c est orthogonia, quoniam angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est cōmunitis sectio superficiem e f g, & trigoni a b c æquidistat lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis: palam per 29 p 1, cum angulus b a c sit rectus, quod etiam angulus b f h erit rectus: & similiter angulus h f a. tunc itaq; sectio e f g dicitur sectio rectangula, uel parabola: & est illa, quam Arabes dicunt mukeshi. Si uero lineæ h f & a c non æquidistant, sed concurrant: si concursus fiat ad partem puncti a, qui est uertex pyramidis: tunc patet per 14 huius, quod angulus h f a erit obtusus: & tunc sectio e f g dicitur amblygonia uel hyperbole uel mukeshi addita. Si uero lineæ h f & a c concurrant uersus punctum c, qui non est uertex pyramidis: tunc per 14 huius erit angulus h f a acutus: & tunc sectio e f g dicitur oxygonia, uel ellipsis uel mukeshi diminuta. Et secundum hunc modum istæ sectiones & earum passionēs amplissimè uariantur.

99. *Omnis superficiem planam secantis pyramidem uel columnam lateratā trans axem æquidistantem basi & superficiem pyramidalis uel columnaris cōmunitis sectio est similis peripheriæ basis: & si illa sectio peripheriæ basis est similis, superficies secans æquidistat basi pyramidis uel columnæ.*

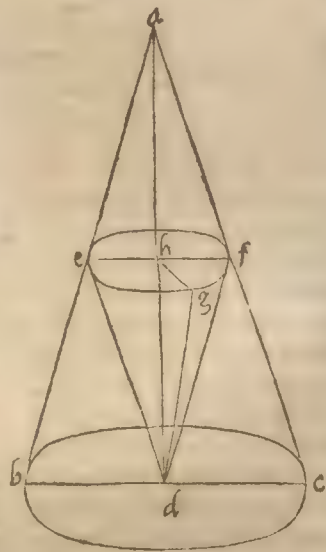
Si enim illa sectio basi æquidistat, omnes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29 p 1. Patet ergo per 4 p 6, quod tota peripheria sectionis est similis basi pyramidis, quoniam omnia latera trigonorum totalium & partialium erunt proportionalia. Et si illa sectio est basi similis, est etiam basi æquidistans. Quoniam si nō est æquidistans, erit alia secundum idem punctum secans axem, æquidistans basi, similis peripheriæ basis per præmissa. Sequitur itaq; ut una similis, alia quoq; non similis, secundum idem punctum secant axem pyramidis. (Alia uerò

D æquidistans

æquidistans basi fieri poterit per 31 p t, ducta ab uno puncto primæ sectiõis linea æquidistante alicui linearum basis pyramidis, & à terminis illius alijs lineis æquidistantibus reliquis lineis basis produ-ctis.) Ex hoc autem accidit impossibile, quoniã sequitur ex hypothesi angulum extrinsecum pro-pter trigonorum similitudinem æqualem fieri intrinseco: cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æ- quales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineã aliquã longitudinis & per lineam aliquã peripheriæ basis. Patet ergo propositum in pyramidibus. Et eodem modo demonstrandũ est in co- lumnis lateratis, & facilius propter æqualitatem linearum per 34 primi.

100. *Omnis superficiei plana secantis pyramidem uel columnam rotundam trans axem æ- quidistans basi, & curua superficiei pyramidis uel columnæ communis sectio est circulus: & si illa sectio est circulus, superficies secans est æquidistans basi. Ex quo patet, quòd omnis plana su- perficies æquidistans basi secans pyramidem uel columnam, nouam pyramidem constituit uel columnam. 4 theor. 1 Conicorum Apollonij, & 5 the. Cylindricorum Sereni.*

Sit pyramis rotunda a b c, cuius uertex a: diameter basis b c, & centrũ basis d: secetq; ip'am superfi- cies plana æquidistans basi: & sit cõmunis sectio superficiei illius & superficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, quòd linea e f g est peripheria circuli. Secet enim alia superficies plana pyramidem per uerticem & per axem, qui est a d. Cõmunis itaq; illius superficiei & pyramidis sectio est trigonũ (quod sit a b c) per 90 huius: secetq; superficies e f g axem a d in puncto h: & trigonum a b c secet su- perficiem e f g in linea e h f. Erit ergo linea e h æquidistans lineæ b d per 16 p 11: est ergo per 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineæ b a ad e a, si- cut lineæ c a ad lineam a f: ergo per 7 huius erit euersim proportio lineæ b a ad lineam b e, sicut lineæ c a ad lineam c f: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ b a ad lineam c a, sicut lineæ b e ad lineã c f. Sed linea b a est æqualis ipsi c a per 89 huius: ergo erit linea b e æ- qualis lineæ c f. Ducantur itaq; lineæ d e, d f. Et quoniã per 89 huius, anguli, quos continent lineæ longitudinis pyramidum cum semidia- metris basium, sunt æquales: palàm per 4 p 1, quia linea d e est æqua- lis lineæ d f: & angulus e d b est æqualis angulo f d c. Quia uerò an- gulus h d b æqualis angulo h d c: quoniã ambo sunt recti: & angulus e d b æqualis angulo f d c: remanet angulus e d h æqualis angulo f d h: quoniã sunt residuæ partes rectorũ super angulos æquales. Palàm ergo per 4 p 1 quoniã linea e h est æqualis lineæ h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & cõpleta, prout in præmissis, figuratione, declara- bitur, quoniã linea f h est æqualis lineæ g h: sunt enim trigona æqui- angula, ut patet intendenti. Ergo per 9 p 3 punctum h est centrũ cir- culi. Est ergo e f g linea circũferentia circuli. Quod est propositũ. Et si sectio e f g est circulus, palàm quoniã superficies plana secundum illum circulum secans pyramidem, est æquidistans basi: erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h: erit itaq; linea longitudinis, quæ est e a, æqualis lineæ f a per 89 huius: sed & linea b a æqualis est ipsi c a: remanet ergo linea b e æqualis ipsi e f. Erit quoq; li- nea e d æqualis lineæ f d per 4 p 1. Et quia trigona e h d & f h d sunt æqualia inter se latera habentia: ergo per 8 p 1 angulus e h d est æqualis angulo f h d. Ergo per definitionem lineæ super superficiem erectæ patet, quòd linea d h erecta est super superficiem e f g: sed eadem linea h d est erecta super ba- sim pyramidis, cuius diameter est b c. Ergo per 14 p 11 superficies e f g est æquidistans basi datæ pyra- midis. Quod est propositum: quoniam simpliciter secundum præmissum in pyramidibus modum, in columnis quoq; rotundis potest demonstrari, & propter æquidistantiam linearum longitudinis columnæ facilitas accedit demõstrationi. Fiunt enim lineæ d f, d g, d e æquales: ergo & lineæ h e, h g, h f eritq; sectio e f g circulus per 9 p 3. Et conuersa simpliciter patet per 14 p 11, ut prius. Et hoc pro- ponebatur. Per hæc itaq; patet manifestè, quoniam omnis plana superficies secans quamcunq; py- ramidem æquidistans suæ basi, nouã constituit pyramidem, cuius in pyramide rotunda, basis est circulus, & in laterata pyramide superficies similis basi illius sectæ pyramidis, ut patet per 99 huius. Semper tamen uertex illius pyramidis abscissæ est idem cum uertice prioris, & axis abscissæ, pars a- xis ipsius prioris datæ: basis quoq; æquidistat basi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel late- ratis: superficies enim æquidistans basibus secans quamcunq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratam: imò duas, scilicet abscissam & ipsam residuam: quod non accidit in pyrami- dibus. Patet ergo totum, quod proponebatur.



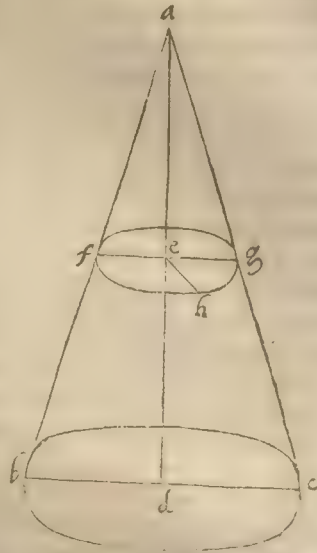
101. *In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere. 7 theo. Cylindricorum Sereni.*

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidem uel columnã trans illius punctum & trans axem: quod fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem: illa ergo linea & axis sunt in una su- perficie per 2 p 11: quæ superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud pun- ctum transeuntem per 90 huius: columnam quoq; per 92 huius. Patet ergo propositum.

102. *À dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel colũnæ, circulum circumducere.*

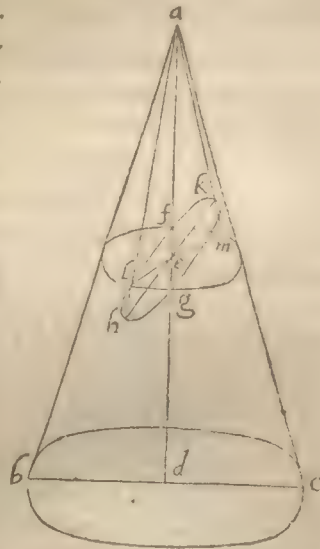
Esto

Esto pyramis, cuius uertex punctū a , axis uerò $a d$: in quo sit datus punctus e , à quo debemus circum totali superficiē conicā circūducere. Sit itaq; ut superficies plana secet pyramidē secundū axem $a d$ trans punctū e : cōmunis itaq; sectio illius superficiē planæ & superficiē conicæ erit trigonum per 90 huius: cuius basis sit $b c$, quæ erit diameter basis pyramidis. In hac itaq; superficiē per $11 p 1$ ducatur à puncto e linea perpendiculariter super axem $a d$, quæ producta ad conicā superficiem sit $e f$: & item ab eodē puncto e ducatur linea $e g$ perpendiculariter super axē $a d$: cadatq; punctū g in conica pyramidis superficiē: & similiter ducatur linea $e h$ perpendiculariter super axem $a d$: cadatq; punctus h in conica superficiē. Quia ergo linea $a e$ super cōmunem terminum linearū $e f, e g, e h$ orthogonaliter insitit, palam per 5 p 11, quoniā illæ lineæ sunt in una superficiē: eritq; per 4 p 11 linea $a e$ perpendiculariter erecta super illā superficiē $f g h$. Et quoniā linea $a d$ erecta est perpendiculariter super basim pyramidis per 89 huius, & per definitionē pyramidis: patet per 14 p 11, quoniā superficies $f g h$ æquidistat basi pyramidis. Est ergo per 100 huius $f g h$ circulus. Quòd si pūctus datus sit in superficiē conica, sit ille punctus f : & ducatur à puncto f perpendicularis super axem $a d$, quæ sit $f e$, per 12 p 1: educanturq; à puncto e lineæ $e g$ & $e h$ perpendiculares super axem $a d$ per 11 p 1: & deinde, ut prius, compleatur demonstratio. Patet itaq; propositum: quoniā simpliciter eodem modo negotiandum est in columnis.



103. *Omnis superficiē secantis pyramidem uel columnā rotundam trans axem non æquidistanter basibus, & superficiē curua cōmunem sectionem circulum esse est impossibile. 5 theor. 1 Conicorum Apollonij. item 9 theor. Cylindricorum Sereni.*

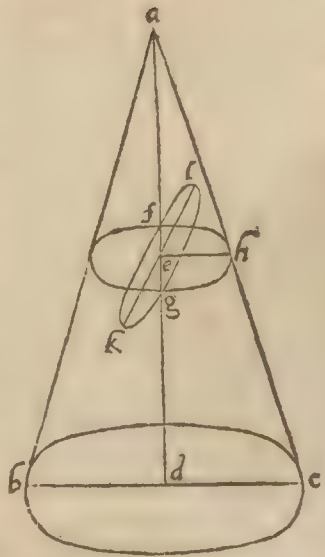
Sit pyramis, cuius uertex a , diameter basis $b c$: & centrum basis d , & axis $a d$: secetq; ipsam superficiē plana trans axem $a d$ in puncto e , nō æquidistanter basi: & sit cōmunis sectio huius superficiē planæ & superficiē conicæ linea $f g h k$. Dico quòd hæc sectio non est possibile, ut sit circulus. Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficiē ducatur circulus per præmissam: hic itaq; æquidistabit basi per 100 huius: sitq; $f g l m$: & signentur lineæ longitudinis pyramidis $a f, a g, a l, a m$. Ex itaq; omnes erunt æquales per 89 huius, ideo quòd superficies æquidistans basi pyramidis nouā pyramidem abscindit per 100 huius. Et quoniā sectio $f g h k$ nō æquidistat basi pyramidis, patet quòd non æqualiter distat à uertice pyramidis, qui est punctus a : sit itaq; punctus h remotior à uertice a , & cadat in linea $a l$ producta, & punctus k sit propinquior uertici a , & cadat in linea $a m$. Erit itaq; linea $a h$ maior quàm linea $a l$, & linea $a k$ minor est quàm linea $a m$: & continuentur lineæ $h e, k e, f e, g e$, & lineæ $e l, e m$. Et quoniā angulus $a l e$ est acutus per 89 huius, erit angulus $h l e$ obtusus per 13 p 1. Ergo per 19 p 1 latus $h e$ trigoni $h e l$ est maius latere $e l$: sed latus $e l$ est æquale lateri $e f$ per definitionē circuli. Linea uerò $e f$ uenit à puncto axis ad punctū sectionis: quia est cōmunis sectio circuli & superficiē obliquē pyramidem secantis: inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e producuntur ad peripheriā sectionis. Non est ergo sectio illa circulus per circuli definitionē. Dicemus ergo illam sectionē in pyramidibus pyramidalem, & in columnis columnalem. Est tamē illa sectio in pyramidibus in 98 huius prius dicta sectio oxygonia uel ellipsis. Et quoniā talis sectio est figuræ oblongæ, patet quòd ipsa habet diametros plurimas omnes inæquales; & per idem punctum axis secti corporis transeunt, ipsam quoq; sectionem per æqualia diuidentes: quarum maxima est, quæ transit longitudinem sectionis, minima uerò est, quæ pertransit latitudinem: & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta. Patet itaq; propositum.



104. *Omniū duarum planarum superficiē secantium pyramidem uel columnam rotundam trans idem punctum axis, si una æquidistanter basi, & alia nō æquidistanter secuerit: cōmunis sectio est linea reeta transiens pyramidem uel columnam, orthogonaliter super axem. Ex quo patet, quòd siue circuli peripheria, siue sectio alia quæcūq; non in eadem superficiē, quamcūq; secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam intersecabit.*

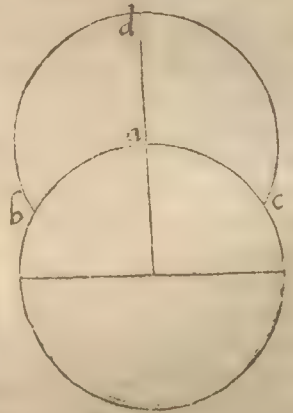
Sit, ut pyramis, cuius uertex a : & axis $a d$ secetur secundum punctum axis e , per duas planas superficies, quarum una secet æquidistanter basi, ut $f g h$, alia uerò non æquidistanter, ut $f g k l$. Dico, quòd cōmunis sectio illarum superficiērum est linea transiens pyramidem, orthogonaliter super axem, ut est linea $f e g$. Quòd enim illæ superficies se intersecent, patet per hoc, quòd aliqua li

neæ in ipsis productæ, ad unum communem terminum copulantur, & in illo se intersecant, ut in puncto e. Quod enim illarum superficierum communis sectio sit linea recta, patet per 3 p 11: quod autem illa linea (quæ est illarum linearum communis sectio) sit orthogonalis super axem pyramidis, qui est a d: patet: quoniam per 14 p 11 axis a d est perpendicularis super basim pyramidis & super superficiem f g h: quoniam illæ superficies sunt ex hypothesi æquidistantes. Ergo per definitionem lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est perpendicularis super axem a d. Linea uerò, quæ est communis sectio istarum superficierum secantium, necessario cadit in superficie f g h: alioquin nõ esset cõmunis sectio. Palàm ergo propositum primum: quoniam communis sectio superficierum taliter, ut proponitur, pyramidem secantium, est orthogonalis super axem pyramidis. Et eodem modo demonstrando, idem patet in columnis rotundis. Ex quo patet & corollarium: quoniam communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum, quamuis in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadẽ plana superficie. Patet ergo propositum.



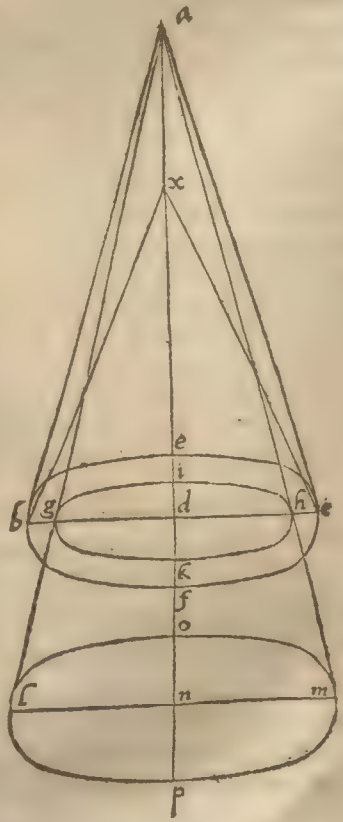
105. Ex aliquo puncto basis peripheriæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie cõuexa uel cõcaua columnari circumducto: necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diidentem ad superficiem basis erectam esse.

Sit, ut ex aliquo puncto peripheriæ basis columnæ rotundæ, qd sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ cõcaua uel cõuexa, qui sit b c d, & eius centrum erit punctum a: sitq; ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico, quod linea a d est erecta super superficiem basis columnæ. Quoniam enim arcus d b est æqualis arcui d c: patet, quod angulus d a b est æqualis angulo d a c per 27 p 3. Est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ. Est ergo erecta super basim per 92 huius. Patet ergo propositum.



106. Data pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere. Ex quo patet inscriptæ angulum ad basim, angulo circumscriptæ maiore esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquidistantem producat, anguli productæ ad basim, angulis datæ pyramidis maiores erunt: & quantumcung, anguli ad basim augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuantur.

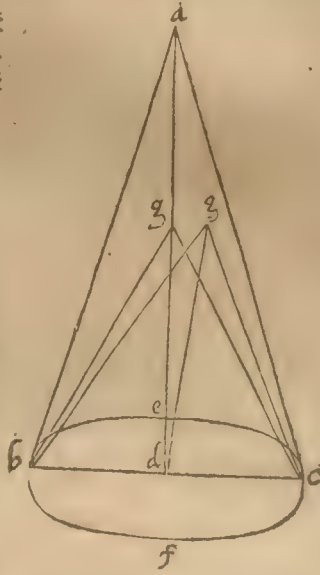
Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suæ longitudinis signata: & axis eius sit a d: abscindatur itaq; semidiameter basis, quæ est d c, ut libuerit, & sit abscissa in puncto h: producatq; linea a h, & habetur triângulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum, unde moueri incõperunt, puenietq; pyramis a g h i k, cuius axis a d. Et sic potest fieri inscriptio ad quodcunq; punctum lineæ d c. Et hoc est, qd pponeretur primũ. Quod si diuersæ altitudinis pyramidem ad basim cõmunem inscribere placuerit similem priori datæ: signato puncto, ubi uolueris, in linea axis a d, uel extra: tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producantur lineæ à puncto x ad totam peripheriam, ut x b, x c, x e, x f. Et patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basim minorem basi pyramidis datæ. Patet autem ex præmissis, cum omnes anguli cuiuscunq; pyramidis ad basim sint æquales per 89 huius, quoniam ex motu anguli unius triânguli, omnes illi anguli eausantur: palàm, quod quicquid in triângulo caussante maiorem pyramidem respectu triânguli caussantis minorem pyramidem proueniet, in omnibus similibus & æqualibus triângulis maioris pyramidis ad similes triângulos minoris prouenire necesse est. Cum ergo in triângulo d h a angulus a h d sit per 16 p 1 maior angulo a e d triânguli d c a: quoniam est extrinsecus: patet, quod omnes anguli pyramidis a g h i k ad basim sunt



sunt maiores omnibus angulis pyramidis abc ef ad basim existentibus. Et eodē modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi $aghi$ k . Et hoc est secundum propositū. Quod si linea longitudinis, quæ est ah , protrahatur ad punctum m , & axis ad ad punctum n , fiatq; angulus anm re-ctus, & secundum eum compleatur pyramis $almop$ super axem an : patet tertium propositū, quod anguli productæ pyramidis, qui fiunt ad basim, erunt maiores angulis ad basim primæ datæ pyramidis: quoniam ex 29 p i angulus nma æqualis est angulo dha , & angulus dha maior est angulo dca : ergo angulus nma maior est angulo dca . Omnes ergo anguli ad basim pyramidis $almop$ angulis ad basim pyramidis abc ef sunt maiores, quilibet scilicet suo correspondenti. Eodem autē modo demonstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi $aghi$ k , producat ad basim dictæ pyramidis priori basi æquidistantem: est enim idem modus. Patetq; ex prædictis ultimum propositū, scilicet, quia quantum anguli ad basim ampliantur, tantum anguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur: quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus re-ctis per 32 p i: angulo ergo re-cto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum re-ctum: quod ergo in uno illorum additur, necesse est, ut in reliquo minuatur. Et hoc est totum quod proponebatur.

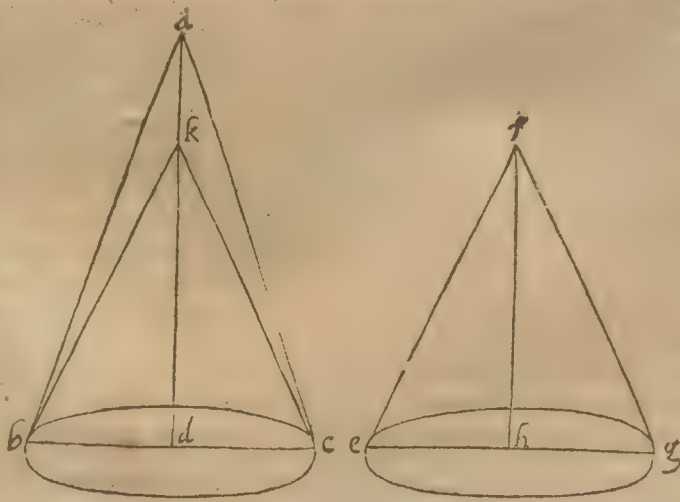
107. Si pyramis rotunda pyramidi rotunde inscribatur sic, ut ambarum eadem basi existente diuersi sint axes: centrū axis, & uertices ambarū pyramidum in eadē linea cōsistere est necesse.

Est pyramis data, quæ sit abc ef : cuius basis sit circulus bce f : & eius centrum d : sitq; axis pyramidis ad : & sit exempli gratia orthogonia: inscribaturq; ei per præcedentem ad eandem basim pyramis breuioris axis taliter, quod intra illam cōtineatur. Dico, quod centrum circuli basis ambarum pyramidum, quod est d , & uertex datæ pyramidis, qui est a , & uertex inscriptæ pyramidis, qui sit g , omnes erunt in eadem linea ad . Et hoc quidem patet de punctis a & d . Quod autem punctum g in eadem sit linea, probatur. Si enim non est in eadem: ergo ad aliquam partem extra illam lineam declinat: sit ergo nunc eius declinatio ad partem dextram uersus lineam ac in superficie trianguli adc . Producat lineam gd . Quia itaq; per 89 huius omnes lineæ longitudinis eiusdem pyramidis sunt æquales: patet, quod latera gb & gc sunt æqualia: sed & bd est æqualis ipsi cd , & axis gd cōmunis: ergo per 8 p i angulus gdc est æqualis angulo gdb : uterq; ergo est re-ctus. Sicut autem angulus adc est re-ctus, sic & angulus gdc erit re-ctus. Ergo re-ctus est pars re-cti: hoc autem est impossibile. Patet ergo, cum ubicunq; extra lineam ad signato puncto g , semper idem accidat impossibile, quoniam punctus g necessariō erit in linea ad . Quod est propositum. Quod si à puncto g ad basim pyramidis productus axis dicatur nō cadere in punctum d , centrum circuli basis: sequetur aliud impossibile contra hypothesim, scilicet quod ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta: quod est cōtra præmissa: uel sequetur, quod lineæ ductæ à centro ad circumferentiam non sint æquales: quod totum est impossibile. Patet ergo illud quod proponebatur.



108. Duarum pyramidum rotundarū uel lateratarum equalium basium & inæqualium altitudinum, uerticem altioris acutioris anguli esse necesse est.

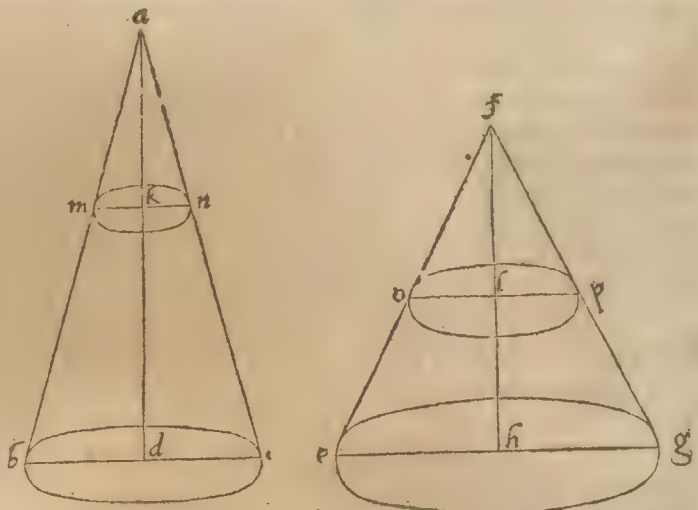
Duarum pyramidum rotundarū uel lateratarum sit abc altior, cuius axis ad , & uertex a : & pyramis efg , cuius uertex f , & axis fh sit basior: sintq; ipsarū bases bce & efg æquales: & axis fh breuior axe ad . Dico, quod angulus bac est minor angulo efg . Resecetur enim ab axe ad æqualis axi fh : qui sit dk : & ducatur lineæ bk & ck : erit itaq; pyramis bck æqualis efg : secetq; superficies plana ambas pyramides abc & bck per axem: eruntq; per 90 huius communēs ipsarū sectiones trigoni. Sit ergo ut secetur pyramis abc secundum trigonum bac , & pyramis bck secundum trigonū bck : erit ergo angulus bck maior angulo bac , per 33 huius: ductisq; alijs superficiebus secantibus: erūt semper trigona istis æqualia & æquiangula. Patet ergo propositum.



109. Si à uerticibus duarū pyramidum rotundarū uel lateratarū inæqualium altitudinū & equalium basium, duæ pyramides equalis inter se altitudinis abscondantur: necesse est basim pyramidis

Pyramidis abscissa ab altiori, basi alterius abscissa minorem esse.

Duarum pyramidū rotundarum ambarū, uel lateratarū ambarum, equaliū basium, sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a: & basiōr pyramidis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex si abscindatur c, ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l abscissæ ab axe f h. Secetur itaq; pyramis altior per superficiē planā per axem: eritq; per 90 huius sectio cōmunis trigonūs, qui sit a b c. Et similiter secetur alterā pyramis per axem: & sit sectio trigonūs e f g: & à puncto k ducatur lineā k m æquidistanter basi b d. Et similiter à puncto l ducatur lineā l o æquidistanter basi e h per 31 p 1: eritq; per 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineæ d a ad lineā a k: & proportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineam f l: est autē lineā a k æqualis lineæ f l, & lineā d a maior quā lineā f h ex hypothesi. Ergo per 8 p 5 maior est, proportio lineæ d a ad lineā a k, q̄ sit lineā h f ad lineā f l: est ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k, q̄ lineæ e h ad lineā o l: sed lineā b d est æqualis ipsi e h ex hypothesi. Ergo per 10 p 5 lineā o l est maior q̄ lineā k m. Et similiter producta m k ad latus trigoni a c, & lineā o l ad latus trigoni f g, sequetur lineā l p esse maiorē, q̄ sit lineā k n: & tota lineā o p erit maior, quā lineā m n. Circūducatur itaq; per 102 huius pyramidibus datis duo circuli, quorū unius diameter sit m n, & alterius o p: eritq; circulus o p maior circulo m n. Et quā circuli illi æquidistant basibus pyramidum, patet per 100 huius, quoniā à uerticibus abscindunt pyramides, quarū axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemq; penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquidistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquidistantibus, quibusdā lineis productis à terminis laterū basium ipsarū pyramidum ad punctum terminantē axem super basim. Patet ergo propositū per 99 huius.



110. *Si pyramis rotunda sphaeram interfecet, nec eius conica superficies à superficie sphaerae interfecetur: communis sectio superficierum sphaerae & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.*

Quoniam enim per 69 huius superficies plana secundum circulum secat sphaerā, basisq; pyramidis superficies plana est, quia circulus: palam, quod illa basis sphaeram secundum circulum interfecabit: interfecat autem pyramis sphaerae superficiem secundum totam suam basim: quia superficies eius cōuexa conica à superficie sphaerae non interfecatur, ut patet per hypothesim. Patet itaq; quod communis sectio superficierum dictarum erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesq; illa circumferentia contenta (quæ est circulus, qui est basis pyramidis) erit superficies communis: quamuis aliàs corpusculum (quod est pars sphaerae) resectum à sphaera per illam superficiem, sit corpus utriq; dictorum corporum commune.

111. *Si pyramis sphaeram interfecet sic, ut circulus basis pyramidis in sphaerae superficie circulo maiori sphaerae æquidistet: diametrum sphaerae super illum circulum maiorem erectā, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est. Ex quo manifestum est, diametrum sphaerae & axem pyramidis coniuncta esse lineam unam.*

Quia enim per præcedentem circulus (qui est basis pyramidis) communis est sphaerae, sicut pyramidi: tunc per 68 huius patet propositum. Quia enim circulus (qui est basis pyramidis) æquidistet circulo magno sphaerae, & ij circuli æquidistates sunt ambo in superficie sphaerae: erit diameter sphaerae centrū circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens: transit enim orthogonaliter centra amborum illorum circularum. Et quoniam à termino alicuius lineæ ductæ à centro cōmuni circuli ad circumferentiam, exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, scilicet axis pyramidis, ut patet per 89 huius, & diameter sphaerae, ut præmissum est: patet ex 14 p 1, quoniam illæ duæ lineæ coniunctæ, sunt lineā una. Diametrum ergo sphaerae & axem pyramidis coniuncta esse lineam unam necesse est. Et hoc est quod proponebatur.

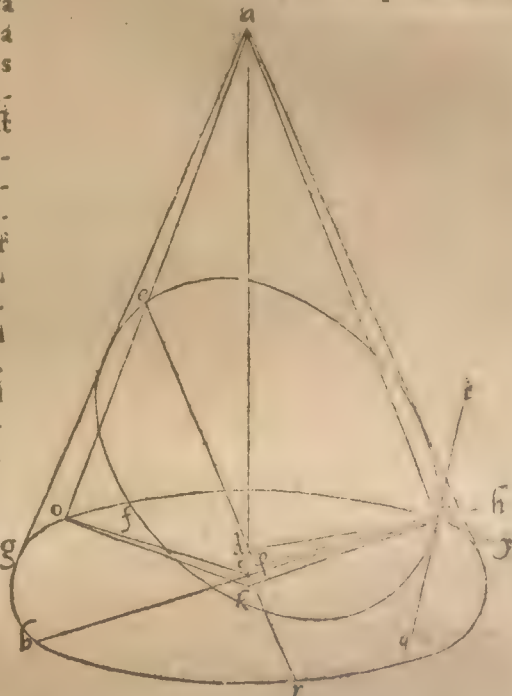
112. *Omnium linearum perpendicularium super peripheriam oxygoniae sectionis productarum trans eius superficiem, unica est perpendicularis super secti corporis axem: & ipsa est minima diametrorum sectionis.*

Sicut enim patet per 104 huius, cōmuni sectioni superficierum ipsius sectionis oxygoniae & circuli secundum idem punctum axem secantium, est lineā orthogonalis super axem secti corporis: in alijs autem

autem omnibus punctis sectionis perpendiculares super sectione productæ obliquè incidunt axi: quoniam si aliqua ipsarum ipsi axi perpendiculariter incidit: tunc per 4 p 11 axis super superficiem sectionis perpendicularis erit: quod est contra naturam sectionis. Patet ergo propositum.

113. In sectione pyramidalis transeunte punctum datum superficiei pyramidis rotunde, a puncto dato perpendicularem in superficie sectionis ductam super superficiem pyramidis, cum perpendiculari ducta a puncto eiusdem sectionis remotiore a uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionem contingentem, sub axe pyramidis concurrere est necesse: dum tamen linea ducta a puncto inferiori cum perpendiculari ducta a puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum. Alhazen 30 n 6.

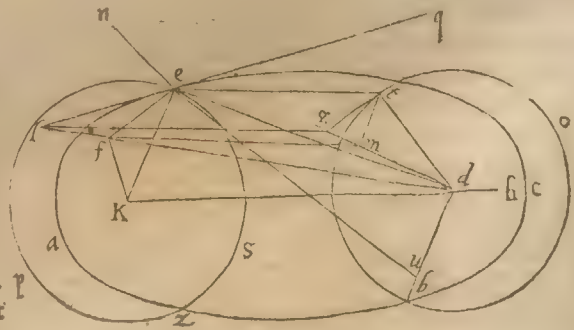
Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a c k: sitq; in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quem pertranseat sectio pyramidalis, quæ sit e f z, in qua etiam sit punctus z remotior a puncto a uertice pyramidis, quæ sit punctus e: contineatq; linea ducta a puncto z ad axem cum perpendiculari ducta a puncto e angulum acutum. Dico, quod si ducatur a puncto z linea perpendicularis super lineam in illo puncto z ipsam sectionem oxygoniam contingentem: & alia perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem in puncto e ducatur a puncto e, quod illæ duæ perpendiculares concurrent sub axe a c k. Sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z æquidistans basi: & hæc quidem per 100 huius secabit eam secundum circulum: sit ille circulus g b r z, cuius cætrum sit c: communisq; sectio huius circuli & sectionis oxygoniæ sit diameter ut chorda circuli, qui est g b r z per 104 huius: & a puncto uerticis pyramidis per 101 huius ducantur per signata in superficie pyramidis puncta e & z lineæ longitudinis pyramidis, quæ sint lineæ a z & a e: & producatu lineæ a e, donec ipsa sit æqualis lineæ a z. Veniet quidem ad circulum, eò quod est linea longitudinis, & quia punctus e propinquior est uertici pyramidis, quam sit punctus z. Cadat ergo linea a e producta in punctum circuli o: & a puncto dato (qui est e) ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem: hæc quidem per 96 huius concurrent cum axe pyramidis, qui est a c k. Concurrat ergo in puncto d: & sit illa perpendicularis e d: copuletur quoq; lineæ z d, continens angulum acutum cum perpendiculari e d, qui sit angulus z d e. Et quoniam lineæ d z est in superficie sectionis per 11 p 11, sicut & puncta d & z: tunc a puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur perpendicularis super lineam a o per 11 p 11, & ducatur a cætro circuli g b r z, quod est c, semidiameter c o. Quia ergo per 89 huius angulus c o a est acutus, patet, quod perpendicularis super lineam a o ducta a puncto o, cadet sub cætro circuli, quod est c, in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k: & erit o k æquidistans lineæ e d per 6 p 11: & ducatur lineæ k z: & ducatur lineæ contingens sectionem in puncto z, quæ sit t q: & ducatur alia contingens circulum b g z in puncto z per 17 p 3, quæ sit z y: & ducatur diameter circuli, quæ sit b c z: & a centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diametrum b c z, quæ sit c r. Et quia axis a c k orthogonaliter erigitur super centrum circuli b g z per 89 huius, erit lineæ c r perpendicularis super axem a c k, quoniam est semidiameter circuli. Ergo per 4 p 11 lineæ c r est perpendicularis super superficiem a c z secantem pyramidem per axem: sed & lineæ c r est æquidistans lineæ contingenti circulum in puncto z, quæ est y z, per 28 p 1. Ergo per 8 p 11 lineæ z y est perpendicularis super superficiem a c z. Lineæ ergo t q contingens sectionem oxygoniam e f z in puncto z, continet angulum acutum cum lineæ y z. Et quia lineæ t q continet angulum acutum cum y z: patet, quod lineæ t q non est perpendicularis super illam superficiem a c z. Verum, quia punctus k (qui est punctus axis) ut patet per 89 huius & per definitionem poli factam in principio, est polus ad circulum b r z: palam per 65 huius, quia lineæ k o & k z sunt æquales, & axis a k communis: sed & lineæ a o est æqualis lineæ a z per 89 huius, cum sint lineæ longitudinis, ut patet per præmissa. Ergo per 8 p 11 trianguli a o k & a z k sunt equianguli: erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k. Et quoniam angulus a o k est rectus, ideo quod lineæ o k ducta est perpendiculariter super lineam a o, ut patet per præmissa: erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo lineæ k z sit perpendicularis super lineam a z, quæ est lineæ longitudinis pyramidis: palam, quia lineæ k z erit perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem secundum lineam a z lineam longitudinis: sed lineæ t q est in superficie illa contingente, quia est communis sectio superficiem contingentis & superficiem sectionis e f z, quoniam est in superficie contingente pyramidem, ducta contingens sectionem. Est igitur lineæ k z perpendicularis super lineam t q per definitionem lineæ sit.



per superficiem erectæ. Ducatur quoq; à puncto z in ipsa superficie sectionis per *ii p i* perpendicularis super lineam t q, quæ sit linea z h. Cum itaq; linea k z sit extra superficiem sectionis cõcurrent cum linea h z in puncto z: palàm, quòd ipsa secabit lineam h z, nec erit una linea cum illa per *i p ii*. Sunt itaq; lineæ k z & h z in una superficie per *2 p ii*. Superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineam eis ambabus communem, quæ est h z, per *19* huius: & secat lineam t q in puncto z: & superficies h z k secat superficiem d z h super lineam communem ambabus illis superficiebus, quæ est linea h z p. Verùm linea d z est in superficie sectionis, ut suprà patuit, & secatur à linea k z in puncto z: & punctus t est supra superficiè k z h, & punctus q infra illam: & ita superficies k z h secat superficiem d z q super lineam communem, quæ est perpendicularis super lineam t q: & est linea z h: quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendicularis linea t q, ut patet ex præmissis. Et quoniam superficies h z k secat superficiem d z q, & declinatio superficie h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, fit ex parte semidiametri z c: erit linea, quæ est cõmunis sectionis illarum superficierum (& est linea h z p) cadens inter lineas q z & d z. Et ita linea z h, quæ est à puncto z ducta perpendiculariter super lineam sectionem oxygoniam e f z in illo puncto contingentem, concurreret cum perpendiculari e d sub axe a c k. Quoniam perpendicularis e d secat axem pyramidis, quæ est a c k in puncto d. Quòd autem concurrant, patet per *14* huius. Producat enim linea h z ultra punctum z intra sectionem in punctum p. Quia ergo angulus z d e est acutus, & angulus d z p acutus: palàm, quoniam concurrent lineæ z h & e d sub puncto d: & sit concursus punctum p. Patet ergo propositum.

114. Ab altero duorum punctorum in sectione columnari signatorum ducta perpendiculari super axem columnæ in ipsa superficie sectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulum cum illa perpendiculari super axem columnæ continente: si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis super ipsam sectionem: hæc concurreret cum priori perpendiculari sub axe: & sub puncto concursus prioris lineæ cum perpendiculari. *Alhazen 24 n 6.*

Sit sectio columnaris, quæ a b c e: in qua signati sint duo puncti, qui sint b & e: sitq; columnæ, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k: & ab altero signatorum punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculariter super axem incidens puncto d: & ducatur item in superficie sectionis à reliquo datorum punctorum, quod est e, linea e d acutum angulum continens cù perpendiculari d b, qui sit e d b: sitq; linea cõtingens sectionem in puncto e, quæ sit exempli causa, linea l e q. Dico, quòd perpendicularis à puncto e ducta super lineam l e q, concurreret cum perpendiculari b d sub axe h k, & sub puncto d, qui est punctus cõcursus lineæ e d cum perpendiculari b d. Fiat enim per *102* huius super punctum sectionis, quod est b, circulus æquidistans basibus columnæ, qui sit b t o, cuius centrũ sit d: & ducatur à puncto e linea longitudinis columnæ per *101* huius, quæ sit e t: & à puncto d per *ii p i* ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. Palàm ergo, quòd superficies h d g cum per axem transeat (qui erectus est super circuli superficiem) perpendicularis est super eandem circuli superficiem per *18 p ii*. Superficies uerò contingens columnam in puncto b, erit æquidistans superficiei h d g. Ideo enim, quia linea lõgitudinis columnæ ducta à puncto b est æquidistans axi h k per *92* huius, & *28 p i*, & linea circuli b t o contingens super punctum b, est æquidistans lineæ d g per *28 p i*: angulus enim g d b est rectus ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est rectus per *18 p 3*. Ergo illæ superficies æquidistant per *15 p ii*. Igitur superficies, in qua sunt lineæ l e & e t non est æquidistans superficiei b d g per *24*

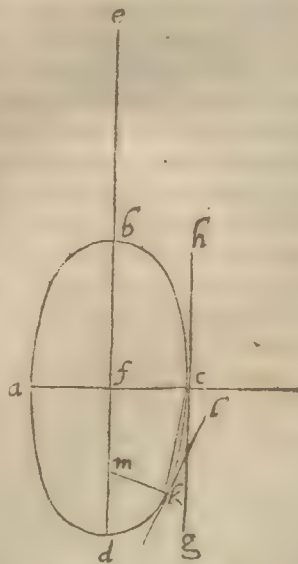


huius: quoniam superficies contingens sectionem oxygoniam in puncto b, non est æquidistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in qua sunt lineæ l e q contingens sectionem, & linea longitudinis, quæ est e t: angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo b d g non æquidistat superficiei l e t. Ergo concurreret cum illa. Concurrat ergo in linea l g per *3 p ii*: & ducatur linea g t: quæ necessariò erit contingens circulum b t o, cuius superficies, in qua ipsa ducitur, columnam sit contingens. Ducta autem linea t d, erit angulus g t d rectus per *18 p 3*: quoniam linea t d est semidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t. Fiat quoq; ut prius, super punctum sectionis circulus æquidistans basibus columnæ, qui sit e s z p, & cẽtrum huius circuli sit punctus axis, qui k: & ducatur linea k e: & ducatur etiam linea d l: quæ quidem secabit superficiem e s p: secet ergo illa in puncto f. Quia itaq; punctum d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hypothesi, & punctum l, quod est punctum lineæ contingentis sectionem, est in eadẽ superficie sectionis: ergo per *i p ii* tota linea d l est in superficie sectionis. Punctum ergo f est in superficie sectionis & circuli e s z p: sed & punctum e est in eisdem ambabus superficiebus: ergo per *i p ii* linea e f producta erit in ambabus illis superficiebus. Ergo per *19* huius secundum lineam e f secant se superficies sectionis & circuli e s p. Ducatur itaq; linea k f: & à puncto f ducatur linea perpendicularis super

super superficiem circuli b t o per 11 p 11, quæ sit fm: cadetq; punctus m in linea d g, ut patet ex præmissis: & ducatur linea t m. Palàm ergo, quoniam linea k d æqualis & æquidistans est lineæ fm per 25 huius. Sunt enim lineæ k d & fm ambæ perpendiculares super superficiem circuli b t o & super superficiem circuli e s p: quoniam illi circuli æquidistant per 24 huius: utraq; enim ipsarum æquidistant ambabus basibus columnæ per 100 huius. Quia itaq; linea fm est æqualis & æquidistans lineæ d k, quæ est pars axis: ergo per 33 p 1 lineæ kf æqualis & æquidistans est lineæ d m. Et similiter erit linea fm æqualis & æquidistans lineæ longitudinis, quæ est e t per 30 p 1: quoniam linea e t est æqualis & æquidistans axi k d per 92 huius, cū sit linea longitudinis: & erit, ut prius, linea k e æqualis & æquidistans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquidistans lineæ t m per eandem 33 p 1. Verùm etiam superficies k d l (quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus) est orthogonalis super superficiem sectionis oxygoniæ a e c b, per definitionem superficiei erectæ super superficiem: & eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p. Quoniam enim illa superficies k d l trāsiens per axem, per 18 p 11 erecta est super bases columnæ: ergo & super superficiem circuli e s p æquidistantem basibus columnæ, erecta est eadem superficies k d l. Quia itaq; dicta superficies k d l est erecta super superficiem sectionis oxygoniæ & circuli e s p: ergo per 19 p 11 est ipsa orthogonalis super lineam communem dretæ sectioni & circulo, quæ est linea e f. Et quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f: igitur per definitionem lineæ super superficiem erectæ, angulus e f k est rectus: ergo angulus t m d est rectus per 10 p 11: latera enim illos angulos continetia in æquidistantibus circularum superficibus protracta, æqualia sunt & æquidistantia, ut patet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d t sit rectus per 18 p 3: in trigono ergo orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basim perpendicularis, quæ t m: ergo per 8 & 17 p 6 illud, quod sit ex ductu lineæ d m in lineam g m est æquale quadrato lineæ m t. Et quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiæ, quod est t: palàm, quoniam linea l g est æquidistans axi k d. Quoniam enim superficies secundum lineam longitudinis columnam continget, quæ est l e t g, & superficies secans columnam trans axem, quæ est h d g l, sunt erectæ super basium columnæ superficies per 92 huius, & per 18 p 11. Ergo per 19 p 11 earum communis sectio, quæ est in proposito, linea l g, super eadem superficies basium perpendicularis erit. Aequidistabit ergo axi h k per 6 p 11: ergo etiam æquidistat lineæ fm per 30 p 1. Quia ergo in trigono l d g linea fm æquidistat basi l g, patet per 2 p 6; quod linea fm secat illa latera proportionaliter: est ergo proportio lineæ d f ad lineam fl, sicut lineæ d m ad lineam m g: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio lineæ d f ad lineam d m, sicut lineæ fl ad lineam m g: sed linea d f maior est quàm linea d m per 19 p 1, quoniam in trigono f d m angulus f d m est rectus per 8 p 11: ergo & linea fl est maior quàm linea m g. Ergo illud, quod sit ex ductu lineæ f d in lineam fl, maius est illo, quod sit ex ductu lineæ d m in lineam m g. Ergo & quadrato lineæ t m: sed linea t m est æqualis lineæ e f, ut patet ex præmissis. Ergo illud, quod sit ex ductu lineæ d f in lineam fl maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l angulus l e d maior recto per 30 huius: quia si esset rectus, cum lineæ e f sit perpendicularis super lineam d l: esset per 8 & 17 p 6 illud, quod sit ex ductu lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentem sectionem a e c b (quæ est q l, ducta à puncto e) cadat sub lineam e d, nō perueniens in punctum d. Sit ergo illa perpendicularis linea e u. Et quia angulus e d b est acutus, & angulus d e u est acutus: quoniam angulus u e q est rectus. Ergo per 14 huius lineæ e u & d b productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum linea d b: quod est euidens. Patet ergo propositum: perpendicularis enim super lineam sectionem contingentem, est perpendicularis super ipsam sectionem columnarem per 5 definitionem factam in principio huius libri.

115. *Omnis recta perpendicularis super oxygoniam sectionem, producta taliter diuidet sectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum sit punctus, à quo ducta contingens æquidistat ipsi perpendiculari.*

Esto sectio oxygonia, quæ a b c d: quæ perpendicularis e b d secet in duas partes, quæ sint b c d & b a d. Dico quod in unaquaq; illarum partium est unicus tantum punctus, à quo ducta contingens æquidistat perpendiculari e b d. Quoniam enim perpendicularis e b d diuidit sectionem, diuidatur eius pars b d cadens intra sectionem per æqualia per 10 p 1 in puncto f: & ab illo puncto ferigatur per 11 p 1 perpendicularis super lineam b d: quæ producta ad peripheriam sectionis in punctum c, sit f c: & à puncto c ducatur perpendicularis super lineam f c, quæ sit g c h: eritq; linea g c h contingens sectionem: quoniam ad utranq; partem producta non secabit illam. Palàm itaq; quoniam linea g c h æquidistat perpendiculari super sectionem, quæ est e b d per 28 p 1. Quod si ab alio aliquo puncto partis sectionis, quæ b e d, ut à puncto k, producat lineam contingens sectionem, quæ sit k l: patet, quoniam illa concurreret cum linea g c h per 14 huius: quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illum alium punctum k: fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, idē quod angulus f c g est rectus, & linea k l cū aliqua linea secante lineam b d, con-



b d, continet angulum rectum, ut fortè cum linea k m. Quia itaq; anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis: concurret linea k l cum perpendiculari h c g per 14 huius. Ergo per 2 huius illa linea contingens, quæ k l, concurret cum perpendiculari e b d. Similiter quoq; in parte sectionis, quæ est b a d, facta deductione, patet propositum.

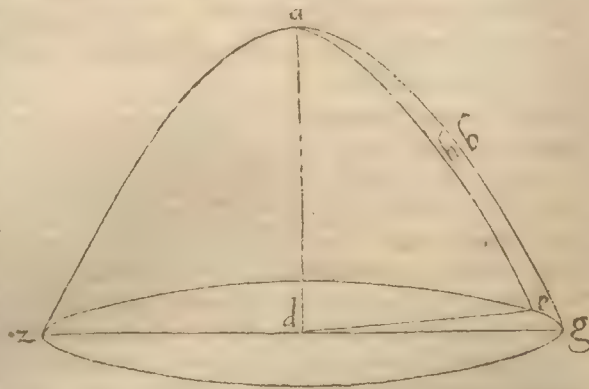
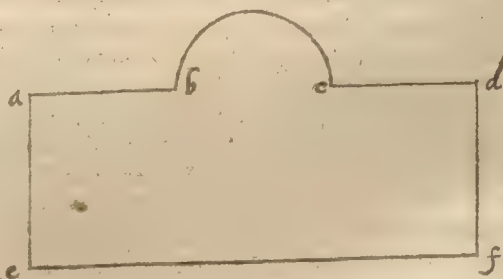
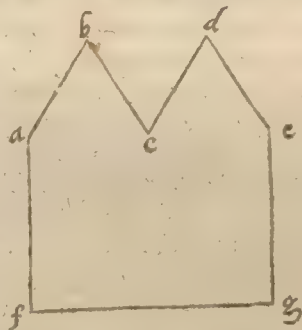
116. *Omnes oxygonia pyramidales sectiones ampliuntur ex parte basis pyramidis: quod nõ accidit in columnis.*

Hoc quod proponitur, accidit propter corporis pyramidalis acuitatè, & propter columnarum æqualitatem. Si enim secundum punctum axis pyramidis, cui incidit linea perpendicularis super sectionem pyramidalem, circumducatur pyramidi circulus per 102 huius, & imaginetur columna, cuius basis sit ille circulus: patet, quòd inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorem partem pyramidis: & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorem partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris cõtinebit superiorem sectionis partem pyramidalis. Partes autem sectionis columnaris sunt æquales propter æqualitatem corporis & angulorum super axem per 92 huius. Patet ergo propositum.

117. *Omnis superficiem planam super axem fixam reuolutam, donec ad locũ, unde exiuit, redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similem, cuius superficiem corporis & superficiem planam ipsum corpus per axem secantis, communis sectio est linea similis motæ lineam illam superficiem caussanti.*

Quod hic proponitur, patet satis euidenter in lineis rectis motis: quælibet enim illarum linearum circa axem aliquem mota describit superficiem, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ caussanti motu suo illam superficiem. Hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnam rotundam, cuius superficiem & superficiem planæ columnam per axem secantis, communis sectio est linea similis lineæ priori motæ. Et hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorum laterum, fixo tertio, efficit pyramidem rotundam: & ut patet per 90 huius, omnis superficiem planæ secantis ipsam pyramidem per axem & superficiem conicæ pyramidis, communis sectio est triangulus continens lineas similes prioribus lineis motis & axi. Hoc idem etiã in semicirculo moto, cuius diametro fixa describitur sphaera, & omnis superficiem planæ secantis sphaeram per axem, qui est diameter, & superficiem sphaericæ communis sectio est circulus, ut patent hæc omnia ex principijs lib. II. Quòd si linea mota circa axem fixum (qui sit

f g) fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continetibus angulos a b c, b c d, c d e: uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectæ, quarũ media b c utraq; rectorum illarũ copulans, sit curua, fiatq; motus circa axem fixum, qui e f, fiet adhuc superficies corporis descripti similes habet lineas ipsas lineas caussantibus illam rotundam superficiem motu suo. Quòd si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectorum & curuarum, ut sunt multæ lineæ, quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis parabolæ medietas, quæ mouetur, sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d perpendicularis super ipsum axem a d, figuratq; axis a d, & reuoluatur sectio a b g, donec redeat ad locum, à quo exiuit: tunc fiet ex motu illius lineæ superficies cõcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus proueniens ex motu lineæ rectæ, quæ est d g: sitq; ille circulus g e z, & eius centrum est punctum d: quoniam punctum g motu suo illius circuli peripheriam describit, eritq; uertex illius caussati corporis punctum a. Egrediatur quoq; ex axe illius corporis, qui est a d, superficies plana, utcũq; id sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiem. Palam itaq; per 3 p II, quoniã illius superficiem & superficiem corporis cõmunis est linea, quæ sit a h e. Dico, quòd linea a h e est sectio parabolæ equalis & similis sectioni a b g. Ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctum g puenit ad punctum e, cooperit tota superficies a b g d totam superficiem a h e d, & fiet superficies una. Et quoniã sectio a b g d facit euenire superficiem cõcauam uel cõuexam: palam, quoniam



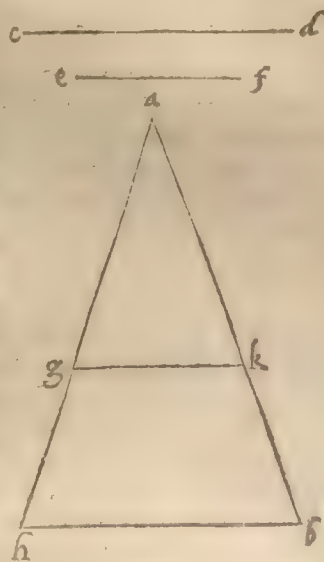
quoniam linea a b g d semper, ubicunq; reuoluaturs sectio, est cōmunis differētia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantem. Cum itaq; superponitur sectio a b g d sectioni a h e d, erit communis sectio inter superficiem secantem & superficiem corporis linea a b g d: sed & eadem cōmunis sectio est linea a h e d. Linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una. Linea ergo a h e est periphēria sectionis parabolæ æqualis & similis lineæ a b g. Superficies ergo a h e d est sectio parabolæ. Et idē patet in omnibus lineis illius corporis, quæ sunt communes sectiones superficiem planæ secantis corpus per axem a d, & omnis superficiem illius corporis. Patet ergo propositum in illis sectionibus cōnicis quibuscunq;. Patet etiam eodē modo propositum de quacunq; linea regulari uel irregulari. Et hoc est propositum principale.

118. *Omnis superficies conuexa uel concava regularis, aut est pars superficiem sphaeræ: aut columna: aut pyramidis rotunda.*

Omnis enim linea regularis, quæ uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus: aut linea recta. Circulus uerò motu suo facit sphaeram: quoniam sphaera est transitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio 11. Linea uerò recta motu suo non potest causare nisi pyramidem, cum est latus trigoni, uel columnam, cum est latus quadranguli: quoniam in omnibus alijs figuris motis, uno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatem formæ in superficie figuræ productæ. Non ergo efficit conuexam superficiem uel concavam regularem. Patet ergo, quod omnis superficies conuexa uel concava regularis est talis, ut proponitur.

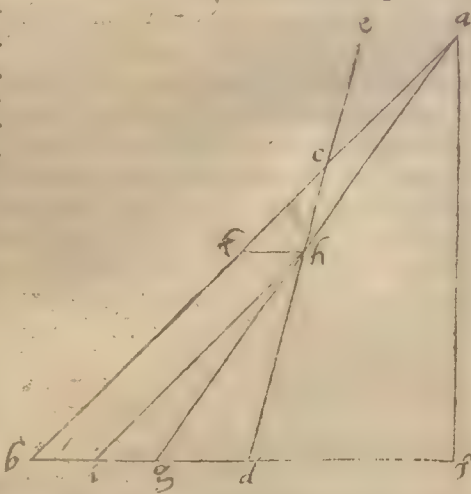
119. *Lineam datam secundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere. 10 p 6 element.*

Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundum proportionem duarum datarum linearum c d & e f. A puncto itaq; a data lineæ a b ducatur linea indefinitè angulariter coniuncta cum linea a b: & à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3 p 1, quæ sit a g, & à puncto g incipiendo abscindatur lineæ g h æqualis lineæ e f: & ducatur lineæ b h: & à puncto g ducatur lineæ æquidistantes lineæ b h per 31 p 1: hæc itaq; producta secabit lineam a b per 2 huius: secet ergo in puncto k. Linea itaq; a b indiuisa proposita erit diuisa secundum modum diuisionis lineæ a h diuisæ: erit enim per 2 p 6 proportio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineam g h. Ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7 p 5. Et hoc est propositum.



120. *Ducta à puncto dato linea, aliam lineam secundum datam proportionem partium illarum linearum secante: ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet, aliam lineam duci est impossibile.*

Verbi gratia: sit, ut linea a b ducta à dato puncto a, secet lineam d e in puncto c secundum aliquam datam proportionem. Dico, quod à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d e, quæ ipsam secet secundum eandem datam proportionem, ita, ut denominatio proportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e. Si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit possibile, fiat super punctum d terminum lineæ e d per 23 p 1 angulus maior recto uersus punctum b terminum lineæ a b: & producaturs lineæ b d, fiatq; angulus c d b obtusus: & producaturs lineæ d b in continuum uersus punctum at & à puncto a ducatur lineæ perpendicularis super lineam d b, quæ sit a f: & ducatur lineæ a g secans lineam e d in puncto h secundum proportionem prius datam, quæ est lineæ d e ad lineam c e: & ducatur lineæ h i æquidistans lineæ c b per 31 p 1. Erit itaque lineæ h i maior quàm lineæ h g per 19 p 1. Angulus enim i g h est maior recto b f a per 16 p 1: angulus uerò b f a rectus est maior angulo f b a per 32 p 1: sed angulus g i h est per 29 p 1 æqualis angulo f b a: angulus ergo i g h est maior angulo g i h. Ergo per 19 p 1 lineæ h i est maior quàm lineæ h g. Et ducatur à puncto h lineæ h k æquidistans lineæ d b: erit ergo per 34 p 1 lineæ b k æqualis lineæ i h: sed lineæ b c est maior quàm lineæ k b: ergo lineæ c b est maior quàm lineæ h i: ergo c b est maior quàm lineæ h g: sed & lineæ h e maior est quàm lineæ c e, quoniam totum maius est sua parte: erit ergo per 9 huius maior proportio lineæ b e ad lineam c e, quàm lineæ g h ad lineam h e. Non est ergo eadē proportio: quod est contra hypothesim: aut sequetur lineam e c esse maiorem quàm sit lineæ e h per 14 p 5: quod totum est impossibile. Faciliter uerò idē patet in lineæ d e, cū lineæ d h sit minor quàm lineæ d c, & h e sit maior quàm c e: per 9 ergo huius cōcludatur, ut prius. Nō est ergo possibile à puncto a duci aliā lineam secantē lineam d e secundum datam proportionem. Quod est propositum.



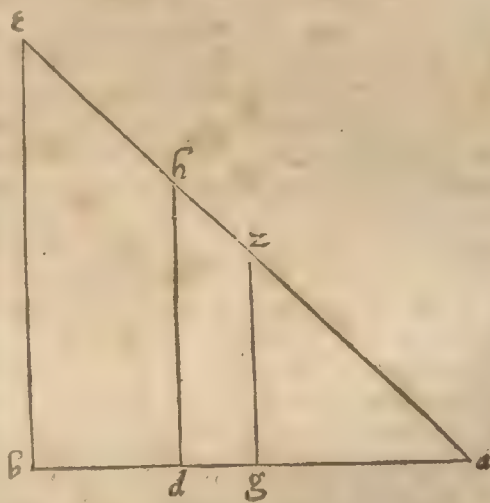
121. *Lineam*

121. Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis proportioni alterius extremitatis ad eam partem, quae utraq; interiacet sectiones. E 10 p 6 element.

Esto data linea a b, quam secundum modum propositum debemus dividere. Diuidatur itaq; secundum proportionem, quam libuerit: & sit diuisa in puncto c: & sit pars eius a c maior quam pars eius c b. Quia itaq; propositae sunt nobis tres lineae a b, a c, c b: diuidatur ergo per 119 huius linea a c secundum portionem lineae a b ad lineam c b: fiatq; diuisio in puncto d ita, ut sit proportio lineae a d ad lineam d c, sicut lineae totius a b ad lineam c b. Palam ergo, quod linea a b est modo proposito diuisa: est enim proportio totius lineae a b ad unam extremarum suarum partium, quae est c b, sicut reliquae suae partis extremitatis, quae est a d, ad partem, quae utraq; interiacet sectiones, quae est d c. Patet ergo factum esse, quod proponebatur.

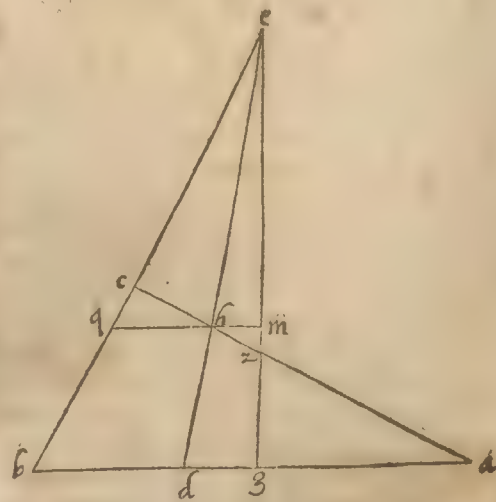
122. Diuisa linea recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis proportioni partis alterius extremitatis ad eam sui partem, quae utraq; interiacet sectiones: si fuerint linea ducta ab uno termino datae lineae, & a punctis sectionum equidistantes inter se: a termino, reliquo datae lineae producatur linea secans illas tres equidistantes: erit linea producta secundum eandem proportionem diuisa. Alhazen 10 n 6.

Sit linea a b diuisa in punctis g & d taliter, ut lineae a b ad lineam d b sit proportio, sicut lineae a g ad lineam g d: & ab uno termino datae lineae, qui est b, & a punctis sectionum g & d per 31 primi ducantur lineae ad inuicem equidistantes, quae sint b c, d h, g z: & ab altero termino datae lineae, quae est a, producatur linea secans illas equidistantes in punctis z, h, c, quae sit a z h c. Dico, quod linea a c secundum hanc proportionem erit diuisa. Cum enim linea d h sit equidistans lineae g z ex hypothesi, erit ex 2 p 6 proportio lineae a z ad lineam z h, sicut lineae a g ad lineam g d. Et cum linea b c sit equidistans lineae d h, erit per eandem 2 p 6 & 18 p 5 proportio lineae a b ad lineam b d, sicut lineae a c ad lineam c h: sed ex hypothesi fuit proportio lineae a b ad lineam b d, sicut lineae a g ad lineam g d. Erit ergo per 11 p 5 proportio lineae a c ad lineam c h, sicut lineae a z ad lineam z h. Linea ergo a c, quae producitur a puncto a termino lineae datae, secatur ductas lineas equidistantes b c, d h, g z, & secatur per illas secundum proportionem partium diuisio- nis lineae datae a b. Et hoc est propositum.



123. Linea in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis proportioni alterius extremitatis ad eam sui partem, quae utraq; interiacet sectiones: si ab uno termino illius lineae, & a punctis sectionis ducantur tres lineae concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas: erit linea producta secundum praedictum modum proportionaliter diuisa. Alhazen 8 n 6.

Esto linea proposita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit proportio totius lineae a b ad lineam b d, sicut lineae a g ad lineam g d: & a puncto b, & a punctis sectionum g & d ducantur tres lineae concurrentes in unum punctum e, quae sint g e, d e, b e: & a puncto a ducatur linea, quae sit a c, secans illas tres lineas, scilicet g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico, quod erit proportio lineae a c ad lineam c h, sicut lineae a z ad lineam z h. Ducatur enim a puncto h linea equidistans lineae a b per 31 p 1, quae sit q h. Palam ergo per 13 huius, quonia proportio lineae a b ad lineam b d, constat ex proportionibus lineae a b ad lineam h q, & lineae h q ad lineam b d. Sed quonia linea q h equidistat lineae a b, erit per 29 p 1 angulus c q h equalis angulo c b a: sed angulus c b a est communis ambobus trigonis a b e & q h e: ergo per 32 p 1 illa trigona sunt equiangula. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineae a b ad lineam q h, sicut lineae a c ad lineam c h. Similiter quoq; trigona q e h & b e d sunt similia. Est ergo proportio lineae q h ad lineam b d, sicut lineae h e ad lineam d e. Proportio ergo lineae a b ad lineam b d per 13 huius componitur ex

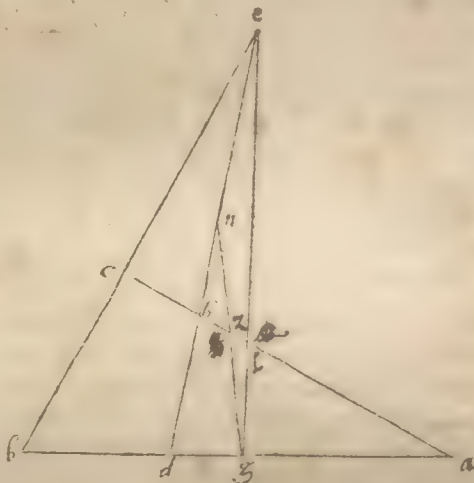


bca

tur ex proportione lineæ a c ad lineam e h, & lineæ h e ad lineam e d. Producatur itaque in directum linea q h ad lineam g e, quâ fecerit in puncto m. Proportio itaq; lineæ a g ad lineam g d per 13 huius cõstat ex proportione lineæ a g ad lineam h m, & lineæ h m ad lineam g d. Sed cū angulus e m h sit equalis angulo z g d per 29 p 1, erit per 13 & 29 p 1 angulus h m z æqualis angulo z g a: ergo per 15 & 32 p 1 triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ a z ad lineam h z, sicut lineæ a g ad lineam h m: sed triangulus h e m, ut supra patuit, similis erit triangulo g e d: erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g, sicut lineæ h e ad lineam d e. Ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineam e d: sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d, quæ lineæ a g ad lineam g d. Proportio igitur lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineam e d: constabat autem ex proportione lineæ a c ad lineam c h, & lineæ h e ad lineam e d. Ablata ergo utrinque proportione lineæ h e ad lineam e d: restat, ut sit eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, quæ lineæ a z ad lineam z h. Et hoc est propositum. Non tamẽ oportet, quod lineæ a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarum partium: quoniam cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio, quæ lineæ a c ad lineam c h, & lineæ q h sit minor quâ lineæ b d per 4 p 6: palàm per 8 p 5, quoniã minor est proportio lineæ a b ad lineam b d quàm sit lineæ a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionales secundum generalem similitudinem proportionis. Eadem quoque demonstratio est, quæcunq; lineæ ducantur à puncto a, secantes illas tres lineas à tribus punctis a, d, g ad quodcunq; punctũ productas, ut supra e, uel sub e, uel etiã ad aliam partem lineæ a b: semper enim linea ducta à puncto a secans illas tres lineas, secabitur modo dicto. Patet ergo propositum.

124. *Duabus lineis angulariter coniuñctis, diuisisq; sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarum partium sit, sicut alterius extremae partis ad illã sui partem, quæ utraq; interiacet sectiones: si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquidistantes ad inuicẽ, neq; basi: necesse est productas lineas ambas concurrere cum basi, producta in puncto uno. Alhazen 9 n 6.*

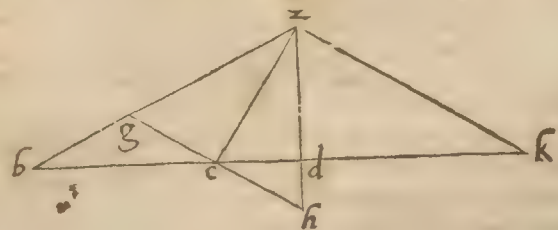
Sit data linea a b taliter, ut proponitur, diuisa in punctis d & g scilicet, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, a diuinctaq; sibi angulariter linea a c eodem modo diuisa in punctis h, z ita, ut sit proportio lineæ a c ad c h, sicut lineæ a z, ad z h: si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b e in directum, & ducantur lineæ à punctis sectionum unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq; omnes illæ lineæ in continuum & directum. Dico, quod omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sint æquidistantes ex hypothesi, patet quod necessariò concurrent: concurrant ergo in puncto, quod sit e: linea quoque g z necessariò concurret cum illis: cum non æquidistet alicui illarum. Aut ergo ad idem punctum e. Et sic habemus propositum. Aut ad alium punctum cum aliqua illarum concurret: sit illud punctum n, in quo concurret cum linea d e. Ducatur itaque linea e g: secabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto, quã in puncto z: quoniã in puncto z secat ipsam lineam a c: sit illud punctum l. Erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a l ad lineam l h: fuit autẽ ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineam z h: ergo per 18 p 5 erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a h ad lineam h l: erit ergo per 9 p 5 linea h z æqualis lineæ h l, maior minori: quod est impossibile. Idẽ etiã patet per 120 huius, quoniã à puncto g productæ sunt duæ lineæ secantes lineam a h. Palàm ergo, quod linea g z nõ concurret cū lineis b c, d h in alio puncto quã in puncto e. Quod est propositum. Similiter si ponatur quod linea g z concurret cū linea d h in puncto e: erit prædicto modo demonstrandum, quod linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. Et si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e. Patet ergo propositum.



125. *Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarum partium sit proportio, sicut alterius sue partis extrema ad eam sui partem, quæ utraq; interiacet sectiones: si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continerint, linea ad alium eius terminũ ducatur: necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.*

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur: sitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d: producanturq; à punctis b, c, d lineæ nõ æquidistantes: quæ per prox-

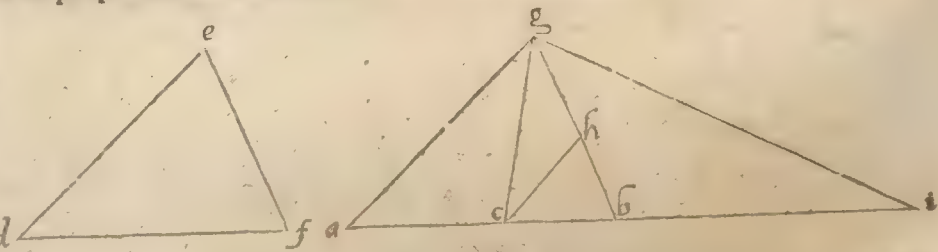
nam concurrent in puncto uno: sit punctus concursus z: & lineæ productæ sint b z, c z, d z: sitque angulus b z c æqualis angulo c z d: & ducatur linea z k. Dico, quod angulus c z k est rectus. A puncto enim c ducatur per z p i linea æquidistans lineæ z k, quæ sit c h: quæ producta secabit lineam z b per z huius: secet ergo ipsam in puncto g: & producat lineam z d, donec concurrat cum lineâ g c h (concurrat autem per z huius) & sit cõkursus punctus h. Quia igitur ex hypothesi est proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16 p 5 permutatim proportio lineæ b k ad lineam b c, sicut lineæ k d ad lineam d c: sed per 29 p 1 trigona b z k & b g c sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ est lineæ z k ad lineam g c: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ z k ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d c: sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15 & 29 p 1 & per 4 p 6: quæ trigona k d z & c d h sunt æquiangula. Habet itaque lineam z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionem: ergo per 9 p 5 lineam g c est æqualis lineæ c h: sed per 3 p 6 est proportio lineæ g c ad lineam c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum lineam z c diuidat angulum g z h per æqualia. Est ergo lineam g z æqualis lineæ z h. Et quoniam lineam g c est æqualis lineæ c h, & lineam g z æqualis lineæ z h, & latus c z est commune ambobus trigonis g z c & h z c: erit per 8 p 1 angulus z c h æqualis angulo z c g: uterque ergo ipsorũ est rectus. Ergo per 29 p 1 angulus k z c est rectus: lineæ enim z k & c h sunt æquidistantes. Patet ergo propositum.



126. Diuisa linea per inæqualia: possibile est minori sua parti lineam adiungi, ita, ut illud, quod sit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuisa per inæqualia in puncto c: sitq; lineam a c maior quã lineam b c. Dico, quod est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc, quod sit ex ductu lineæ compositæ ex lineam a b, & ex adiecta in ipsam adiectam sit æquale quadrato lineæ, quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta. Assumatur enim quædam alia lineam æqualis, uel minor lineam a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandam

aliam lineam per z huius: quæ sit e f: assumaturque lineam d f æqualis lineæ a b. Et quoniam ex lineis d e, e f, d f quæcunq; d

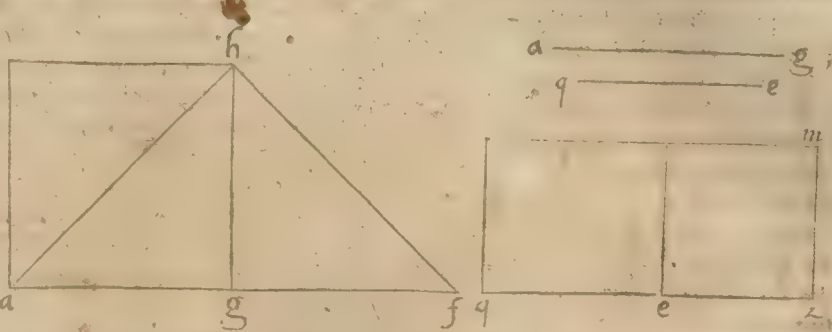


due simul iunctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulum per 22 p 1. Constituat ergo, & sit d e f. Super terminum itaque lineæ a b, qui est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23 p 1, qui sit g a b: & resecetur lineam a g ad æqualitatem lineæ d e, & ducatur lineam g b. Er go per 4 p 1, cum lineam d f sit æqualis lineæ a b, & lineam a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b sit æqualis angulo e d f: erit lineam g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f. Ducatur itaq; lineam g c. Et quoniam proportio lineæ d e ad lineam e f, sicut lineæ a c ad lineam b c: erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam b c per 7 p 5: ergo per 3 p 6 angulus a g b diuisus est per æqualia: palam autem, quod angulus g c b est acutus: si enim sit rectus, tunc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32 p 1, quoniam ad punctum g duo ipsorum lateris a c ad c b, sunt æquales: ergo latera eorum sunt proportionalia per 4 p 6: erit ergo proportio lateris a c ad c b, sicut lateris g c ad seipsum: æqualis est ergo lineam a c lineæ c b: quod est contra hypothesin & impossibile. Si uero angulus g c b detur esse obtusus, maior angulo g c a, palam per 32 p 1, quoniam angulus g b c est minor angulo g a c. Ergo per 19 p 1 in trigono a g b latus g b maior est latere a g. Et quia est proportio lineæ b g ad lineam g a, sicut lineæ b c ad lineam c a: erit per 5 huius, per proportionem scilicet, e contrario latus b c maius quã latus a c: quod est contra hypothesin. Palam ergo, quoniam angulus g c b est acutus. Ducatur itaque per 31 p 1, à puncto c lineam c h æquidistans lineæ g a, secans lineam g b in puncto h: erit ergo per 29 p 1 angulus g c h æqualis angulo c g a: ergo & angulo e g h: erit quoque angulus h c b æqualis angulo g a c. Super punctum itaque g terminum lineæ b g fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo g a c: ergo & angulo h c b, qui sit b g i. Et quia angulus g b c est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32 p 1: erit angulus i g c æqualis angulo g c b. Et quoniam angulus g c b est acutus: palam ergo per 14 huius, quoniam lineæ g i & c b concurrēt: sit punctus concursus i. Ergo per 6 p 1 erit latus g i æquale lateri c i. Quia itaq; angulus b g i est æqualis angulo g a i, & angulus g i a communis ambobus trigonis a g i & b g i: erit per 32 p 1 angulus a g i æqualis angulo g b i. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ a i ad lineam i g, sicut lineæ i g ad lineam b i: sed

b: sed linea i c est equalis lineæ g: ergo per 7 p 5 est proportio lineæ a i ad lineam ci, sicut lineæ c i ad lineam b i. Ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ a i in lineam b i est equale quadrato lineæ c i: est autem linea b i lineæ b e adiecta. Palam ergo propositum.

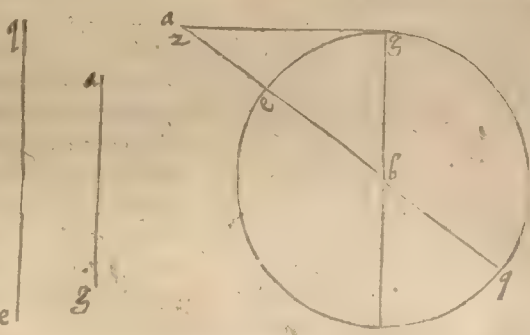
127. *Propositis duabus lineis: possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, equale sit quadrato reliquæ datarū.*
E 36 p 3 element.

Verbi gratia, proponantur duæ lineæ q e & a g. Dico, quod possibile est uni ipsarum, ut lineæ q e, adiungere quādam aliam lineam cuiuscūq; sit quātitatis, ita quod id, quod fit ex ductu lineæ q e, cū adiuncta in ipsam adiunctā, equale sit quadrato lineæ a g. Quadretur ergo lineæ a g per 46 p 1, & sit eius quadratum a h: & linea a g producta refectur in pūcto f ita, ut



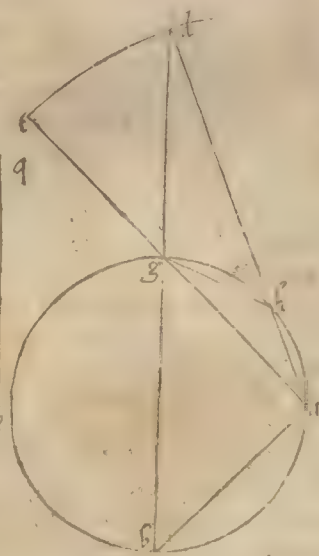
linea g f sit æqualis lineæ a g: ducaturq; linea h f. Palā, quoniam triangulus a h f æqualis est quadrato a h: est enim parallelogrammum a h duplum trigoni a h g per 41 p 1, & trigonum a h f est duplum eiusdem trigoni a h g per 1 p 6. Hac ergo triangula superficie propolita, & linea q e, possibile est per 29 p 6 super datam lineam q e datæ superficie trilateræ a h f equum parallelogrammum constituere, quod addat super cōpletionem datæ lineæ q e superficie quadratā, dato quadrato a h similem. Sit ergo constituta, & parallelogrammum sit q m equale trigono a h f constitutum super lineā q e, addēs super cōpletionem datæ lineæ q e quadratū e m, simile quadrato a h. Palā ergo, quod illud, quod fit ex ductu datæ lineæ q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est equale proposito trigono a h f. Ergo & eius

equali, scilicet quadrato a h. Et hoc est propositum: quoniam linea e z est lineæ q e taliter, ut proponitur, adiuncta. Potest & idē aliter demonstrari. Describatur enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius cētrum b, ducaturq; linea contingens circulum, ut contingit in pūcto g per 17 p 3: & refectur ad æqualitatem lineæ a g: & sit g a: & ab eius termino a ducatur linea per centrū b secans peripheriam circuli in pūctis e & q. Quia ergo id, quod fit ex ductu lineæ q a in lineam a e, est æquale quadrato lineæ a g per 36 p 3: patet, quod lineæ q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.



128. *Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia pūcto equaliter distante à terminis diametri: possibile est ab eodem pūcto ad diametrū eductā extra circulum, ducere lineam rectam, qua à circumferentia circuli extra circulum usq; ad concursum cum diametro, sit data linea equalis.*

Est data linea q e: sitq; g b diameter dati circuli, qui sit a b g: & sit a pūctus datus in circuli circumferentia æqualiter distans ab extremis terminis diametri, qui sunt g & b. Dico, quod possibile est ab a pūcto peripheriæ circuli duci lineā usq; ad eductā diametrū g b, quæ sit equalis datæ lineæ q e. Ducantur. n. duæ lineæ a b & a g: illæ ergo necessariō erunt æquales ex hypothesi, quoniā pūctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b: & adiūgatur lineæ q e linea talis, ut illud, quod fit ex ductu totius lineæ cū adiuncta in adiunctā, æquale sit quadrato lineæ a g per precedentē proximā: & sit adiūcta e z. Cū ergo id, quod fit ex ductu q z in e z sit æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a g in seipsam: erit linea q z maior q̄ linea a g, & linea e z minor illa. Si enim linea e z fuerit maior, uel equalis lineæ a g, tūc est impossibile, ut id, quod fit ex ductu lineæ q z in lineā e z, sit equale quadrato lineæ a g: quoniā linea q z est maior q̄ linea e z, ut totū parte. Si autē linea e z sit minor q̄ linea a g, palā, quoniā linea q z est maior q̄ linea a g: pducatur ergo linea a g, donec fiat equalis lineæ e z per 3 p 1: & sit a g t. Posito ergo pede circini sup pūctū a, fiat circulus secundū quantitātē lineæ a g t, qui circulus secabit diametrū b g eductam: secet ergo



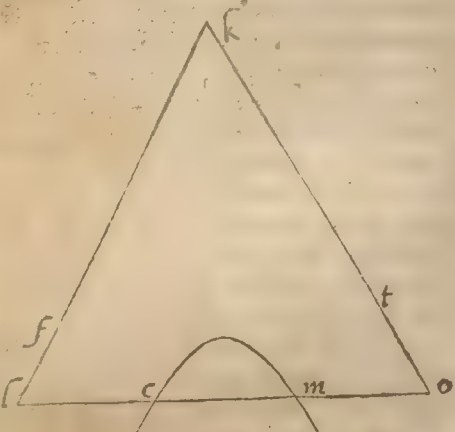
E 2 ipsam

VITELLONIS OPTICAE

32
 ipsam in puncto d: & ducatur linea a d, quae necessariò secabit circulù: quoniã concurret cù diame-
 tro: si enim non fecet circulum, cõtingens erit & æquidistans diametro g b, nunquã cõcurrentes cum
 eadem: quia ex hypothesi linea a g & a b sunt æquales, & punctum a equaliter distat ab utriq; termi-
 nis diametri, scilicet b & z. Secet ergo linea d a circulum a g b in puncto h: & ducatur linea g h. Palã
 ergo, quod cum superficies a b g h sit quadrangulum intra circulù descriptum, quod duo eius angu-
 li oppositi, scilicet a b g & a h g ualent duos rectos per 22 p 3: sed a g b angulus æqualis est angulo a b
 g per 5 p 1: angulus ergo a g b cù angulo a h g ualeat duos rectos. Cũ itaq; p 13 p 1 angulus d g a cù an-
 gulo a g b ualeat duos rectos: palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a: & angulus h a g cõmu-
 nis est totali triangulo a a g, & partiali trigono, qui est a g h: restat ergo per 32 p 1, ut angulus h d g sit
 æqualis angulo h a g, & totalis triangulus d g a æquiangulus triangulo g h a. Ergo per 4 p 6 latera ipso-
 rum æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Est ergo proportio lateris d a ad latus a g, sicut
 lateris a g ad latus a h. Illud ergo qd fit ex ductu lineæ d a in lineã a h, est æquale quadrato lineæ a g p
 17 p 6: sed linea d a est æqualis lineæ a t per definitionem circuli. Ergo linea d a est æqualis lineæ q z,
 quoniã linea t a ex præmissis est æqualis lineæ q z. Quia uerò illud, quod fit ex ductu lineæ d a in lineã
 h a est æquale quadrato lineæ a g, quod ex præmissis est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ q z in lineã
 e z: patet, qd id, qd fit ex ductu lineæ a d in lineã h a, est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ q z in lineã
 e z: & linea d a est æqualis lineæ q z: relinquatur ergo, ut linea a h sit æqualis lineæ e z. Erat ergo linea
 d h æqualis ipsi lineæ q e, quæ est data linea: est autem a dato in peripheria circuli puncto a ad cõcur-
 sum diametri b g sic producta. Patet ergo propositum.

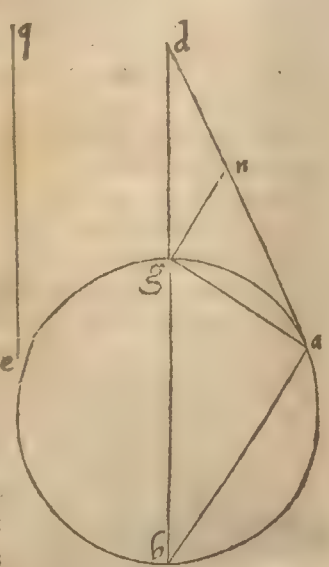
129. Inter duas rectas angulariter cõiunctas à dato puncto rectã ducere, cuius una partium
 interiaccens unã cõiunctarũ, & datũ punctũ, sit cuiusq; data linea, & insuper reliquæ suæ par-
 ti, datũ punctũ & alterã cõiunctarum interiaccenti æqualis. 4 theor. 2 cõruorũ Apollonij.

Exẽpli causa, sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur: quæ sint f k, & t k, cõ-
 currentes in puncto k, inter quas sit datus punctus m, & sit
 data linea m c: proponitur nobis, ut à puncto m ducatur
 linea recta intra lineas f k & t k, secans illas in punctis o &
 l ita, ut eius pars, quæ est l m, sit æqualis datæ lineæ m c, &
 insuper reliquæ suæ parti, quæ est m o. Ad hoc aut p lineas
 rectas uel circulares demonstrandũ, lógus labor & multæ
 diuersitatis nobis incidit, & nõ fuit nobis hoc possibile
 cõplere p huiusmodi lineas absq; motu & imaginatione
 mechanica, ita ut cù lineæ f k & t k datæ sint nobis indefi-
 nite, linea l o fixa in puncto m, imaginetur moueri, quo-
 usq; nobis accidat res quæ sita. Hoc tñ Apollonius Perge-
 us in libro suo de conicis elementis libro secũdo, pposi-
 tione quarta p ductione sectionis amblygoniæ à dato pũ-
 cto inter duas lineas asymptotas, nullã rã linearũ secã-
 tis demonstrauit: cuius nos demonstrationem, ut à mul-
 tis sui libri principijs præambulis dependentẽ hic supponimus, & ipsa utimur sicut demonstrat.

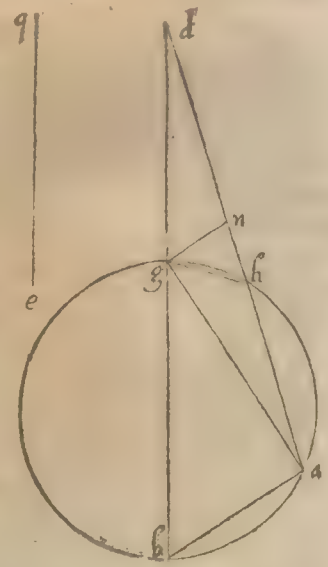
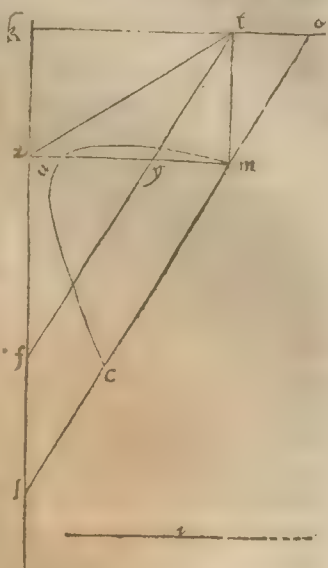


130. Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentiã puncto inæqualiter distante à ter-
 minis diametri: possibile est à sumpto puncto ad ductã diametrũ lineã ducere, q, uel cuius pars
 interiaccens peripheriã et diametrũ sit data linea æqualis. Alia. 30 m s.

Disponantur omnia, ut in 128 huius, nisi quod punctus datus in cir-
 cumferentiã circuli, qui sit a, inæqualiter distet à terminis diametri, q
 sint g & b: eruntq; lineæ a b & a g inæquales: ideo quod punctũ a inæ-
 qualiter est distans à punctis g & b. Protrahatur ergo à puncto g linea
 æquidistans lineæ a b per 31 p 1, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq;
 utpote z t, & fiat super punctum eius z angulus æqualis angulo a g d
 per 23 p 1, qui sit angulus t z f, ducta linea z f: & ducatur à puncto t li-
 nea æquidistans lineæ z f, ut prius, quæ sit t m: & ex angulo t z f, secetur
 angulus æqualis angulo d g n p 27 huius, qui sit t z m, ducta linea z m,
 quæ p 2 huius necessariò cõcurrent cù linea t m, cù sit ducta inter æqui-
 distantes: sit ergo punctus concursus m: restat ergo ut angulus m z f
 sit æqualis angulo a g n. A puncto itaq; t ducatur linea æquidistans lineæ
 z m, quæ sit t o: hæc quoq; necessariò cõcurrent cù linea z m p 2 huius: sit
 ergo earum cõcursus in puncto k. Sumatur quoq; p 3 huius linea, cu-
 ius proportio ad lineã z t, sit sicut diameter g b ad lineã q e lineã datã:
 & hæc sit linea i. Deinde à puncto m dato inter duas lineas k f & k o du-
 catur per præmissam lineã, quæ sit l c m o secans lineã l k in puncto l, &
 lineã k o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius
 pars l c sit æqualis lineæ m o: & à puncto t ducatur linea t f æquidistans
 lineæ l o per 21 p 1: hæc quoq; per 29 huius secabitur à lineã z m: sit ergo punctus sectionis y. Fiat er-
 go supra punctum a terminũ lineæ g a (punctũ scilicet, qui est in circumferentiã circuli) angulus d a g
 æqualis

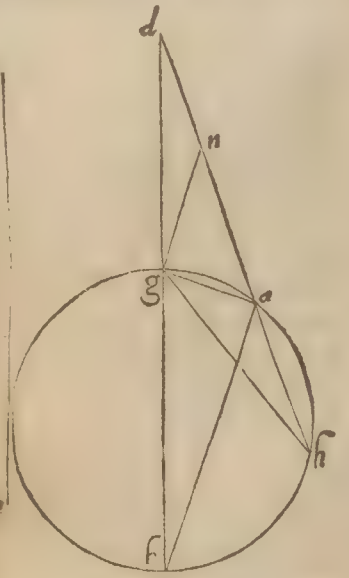


æqualis angulo zft per lineam a n d. Palàm autem, quòd hæc linea concurret cum producta diametro g d. Cũ enim angulus d a g sit æqualis angulo zft, & angulus a g n æqualis angulo fz m, & angulus d g n est æqualis angulo t z m, totusq; angulus a g d æqualis toti angulo f z t, & cũ lineæ ft & z t cõcurrat: ergo & lineæ a d & g d cõcurrat: ergo linea a d aut cõtinget circulũ, aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primò contingens circulum in puncto a. Cum ergo angulus g a n sit æqualis angulo zft, & angulus a g n sit æqualis angulo fz y: palàm per 32 p 1, quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f: eritq; triangelus a g n equiangelus triangulo zfy: ergo est per 4 p 6 proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ fy ad lineam fz. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo fz t, & angulus g a d æqualis angulo zft: erit per eandem triangulus a g d similis triagulo fz t: ergo ut prius, quæ est proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ fz ad lineam z t. Si ergo, quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadẽ est lineæ fy ad lineam fz, & quæ est proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ fz ad lineam z t: erit ergo per æquam proportionalitatem per 22 p 5, ut quæ est proportio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ fy ad lineam z t. Quia uerò linea t m est equidistans lineæ fl, & linea ft equidistans lineæ l m: erit superficies l f t m equidistantibus contenta lateribus: palàm ergo per 34 p 1, quoniam linea ft est æqualis lineæ l m. Quare erit linea ft æqualis lineæ c o, quoniam linea m o est æqualis ipsi l c per præmissam: linea ergo c m addita utriq;, adhuc erit æquales: eritq; linea l m æqualis lineæ c o: sed linea m o est æqualis lineæ y t per 34 p 1, & linea y m est æqualis lineæ t o: restat ergo, ut linea fy sit æqualis lineæ c m: sed linea c m ex præmissis est æqualis lineæ i. Quare fy est æqualis i: est autem ex præmissis & per 5 huius proportio lineæ i ad lineam z t, sicut diametri b g ad lineam e q: erit ergo per 7 p 5 proportio lineæ fy ad lineam t z, sicut diametri b g ad lineam e q. Quia uerò est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ fy ad lineam z t: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineam e q. Verum angulus g a n est æqualis angulo g b a per 32 p 3: sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29 p 1, quia linea n g equidistat lineæ b a: igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g: & angulus n d g est communis ambobus trigonis n d g & a d g: ergo per 32 p 1 erit angulus d n g æqualis angulo d g a: sunt ergo dicti trianguli æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a d ad d g, sicut lineæ g d ad n d. Ergo per 17 p 6 erit id, quod fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d: sed id, quod fit ex ductu lineæ b d & d g, per 36 p 3 est æquale quadrato d a: quadratum uerò lineæ d a est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a d in d n, & a d in a n per 2 p 2: & id, quod fit ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei quod fit ex ductu b g in d g per 3 p 2. Ablatis ergo æqualibus hinc inde (quæ sunt quadratũ g d & rectangulum a d n) restat ut id, quod fit ex ductu lineæ a d in a n, sit æquale ei, quod fit ex ductu lineæ b g in d g, eritque per 16 p 6 proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundam, sicut lineæ b g tertix ad lineam a d quartam: ostensum est autem supra, quòd est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ b g ad lineam e q. Erat ergo per 9 p 5 linea e q æqualis lineæ a d. Quod est propositum: quoniam ipsa linea a d est data: lineæ æqualis: interiacet autem peripheriam circuli & eductam diametrum, eò quòd est contingens circulum. Quòd si linea a d non sit contingens, sed secans circulum: aut igitur linea a g est maior quàm linea a b: aut è contrario. Sit autem nunc linea a g maior quàm linea b a: palàm, quia linea a puncto a ad diametrum b g extra circulum ducta secabit circulum in arcu a g. Sit ergo, ut secet ipsum in puncto h: & ducatur linea h g. Palàm itaq; cũ quadrangulum a b g h: sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 22 p 3 sunt æquales duobus rectis. Ducatur quoque linea g n equidistans lineæ b a: erit ergo per 29 p 1 angulus n g d æqualis angulo g b a: ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis: sed per 13 p 1 angulus n h g cũ angulo a h g ualiet duos rectos: ergo angulus n g d est æqualis angulo n h g: angulus uerò n d g est communis ambobus trigonis g d n & h g d: erit ergo tertius angulus, qui est d n g, æqualis tertio, qui est d g h per 32 p 1. Ergo per 4 p 6 latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia: est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n. Ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato d g: & illud, quod fit ex ductu a d in d h est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g per 36 p 7. Item illud, quod fit ex ductu a d in d h est æquale ei, quod fit ex ductu d h in d n, & d h in a n per 1 p 2: illud uerò quod fit ex ductu b d in d g est æquale ei, quod fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3 p 2. Ablatis igitur æqualib; ab utrisq; (scilicet quadrato d g ex una parte, & illo, quod fit ex ductu d h in d n ex altera) restat ut illud, quod fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei, quod fit ex ductu b g in d g,



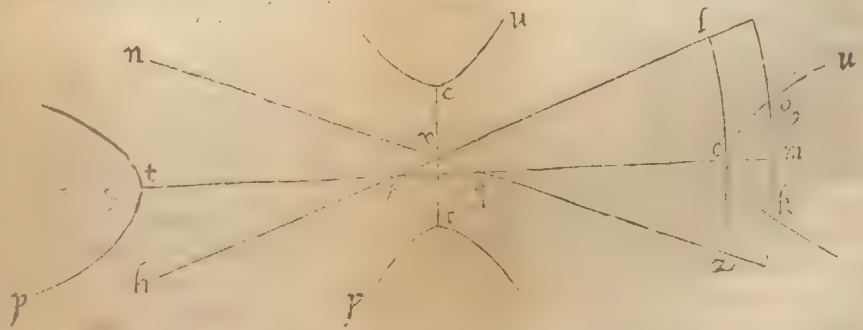
E 3 indg,

in d g: erit ergo per 16 p 6 proportio a n primi ad g d secundum, sicut b g tertij ad d h quartū: sed probatum est in praecedentibus, quod proportio lineæ a n ad lineam d g est, sicut d a meter b g ad lineā e q. Igitur per 9 p 5 linea d h est æqualis lineæ e q. Quod est propositum. Si uerò linea a g sit minor quàm linea a b, secabit linea d a circumulum in arcu a b. Sit ergo ut secet ipsum in puncto h: & ducatur linea g h & linea g n, æquidistans lineæ b a. Palā ergo p 29 p 1, quoniā angulus n g d est æqualis angulo a b g: sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 27 p 3: quoniā ambo cadunt in arcu g a, & sunt sup circumferentiā circuli: ergo angulus n g d est æqualis angulo a h g: & angulus n d g cōmunis est ambobus trigonis, scilicet n d g & d h g: est ergo tertius d n g æqualis tertio, scilicet d h g p 32 p 1. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato lineæ d g: sed illud, quod fit ex ductu b d in d g p 36 p 3, est æquale ei quod fit ex ductu h d in d a: illud autē, quod fit ex ductu h d in d a, est p 1 p 2 æquale ei, quod fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a: illud uerò quod fit ex ductu lineæ b d in d g, per 3 p 2 ualeat illud, quod fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratū g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud, quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, quod fit ex ductu b g in g d: erit ergo, ut prius, proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineā h d. Sed iā ostensum est suprā, quod est proportio lineæ a n ad lineā d g, sicut lineæ b g ad lineā e q. Igitur linea e q, est æqualis lineæ h d per 9 p 5. Quod est propositum: quoniā à puncto a dato ducta est linea secās circulū, cuius pars à puncto sectionis usque ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ. Patet ergo quod proponebatur.



131. Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolē, illis lineas nō cōtingētem ducere, ex alia parte cōmunis puncti illarū linearū hyperbolē priori oppositā designare. Ex quo patet, quod cū fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, et producaturs linea minima ab una sectione ad aliā: erit pars illius lineæ interiaccens unā sectionē, & reliquā lineam æqualis suæ parti aliā sectionem, & reliquam lineam interiaccenti. 4. 8 th. 2 conicorum Apolloniij.

Quo hic proponitur, demonstratum est ab Apollonio in libro suo de conicis elementis: dicuntur aut sectiones amblygoniæ siue hyperbolæ oppositæ, quā gibbositas unius ipsarū sequitur gibbositatē alterius, ita ut illæ gibbositates se respiciāt, & ambarum diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: sit, ut duæ lineæ h l & z n secēt



se in puncto x, & ex una parte ipsarū, scilicet sub angulo h x z, uel sub angulo h x n à dato puncto, qui sit t, ducatur sectio amblygonia, quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l ducatur sectio illi opposita, quæ sit c u, ita, quod diametri quarumlibet oppositarum ambarum sectionum illarū sint in una linea, quæ t c, à uertice unius ad uerticē alterius productarum: quæ necessariò est minima omnium linearum inter illas duas sectiones productarum. Et ex ijs declarauit Apollonius illud, quod corollatiue proponitur, scilicet, quod si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineā z n in puncto q, quod linea t q erit æqualis lineæ c f: & si linea t c pertrāseat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c: & nos utimur hoc illo, ut per Apollonium demonstrato, & propter conformitatē portionis sectionum respectu linearum se intersectantium. Patet ergo propositum.

132. In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini immobili, secundum quantitatem lineæ breuissimæ inter illas sectiones ducta, descriptus circulus sectionem reliquam contingeret: secundum uerò maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratione. Sint ut enim in praecedenti propositione duæ sectiones conicæ oppositæ adinucē, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices, scilicet ambarum sectionum continuans, sit linea t c: & posito in altero punctorum t uel c pede circini, utpote in puncto t, describatur circulus secundum quantitatem diametri t c. Hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores quàm linea t c: sunt ergo maiores semidiametro circuli: secabuntur ergo omnes per circulū, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in puncto c. Patet ergo primū propositum. Qd si linea t c semidiameter circuli sit maior quàm linearū minima, inter oppositas sectiones productarū,
ut

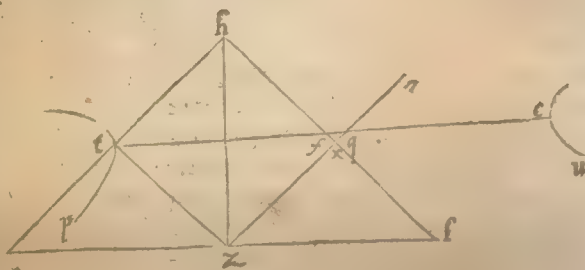
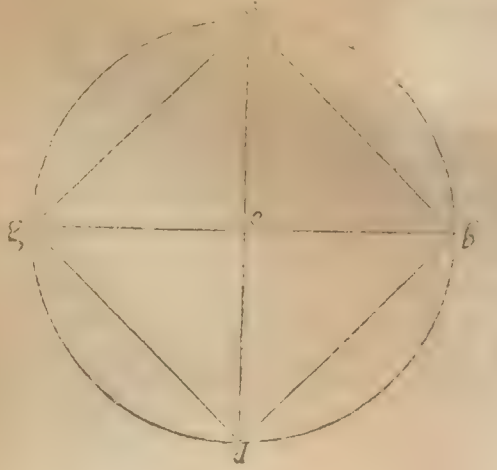
ut est t c: patet, quoniã illa minima linea intra superficiem sectionis producet ad peripheriam circuli, ut in punctum m: aliqua ergo superficies cõmunis erit circulo & sectioni: circulus ergo & sectio se secabunt. Hęc itaq; sectio nõ erit nisi in duobus tantũ punctis g & k: quod per modum 10 p 3 conuinci potest. Patet ergo propositum.

133. A puncto dato in circuli circũferētia extra diametrũ: possibile est ducere lineã p diametrũ ad circũferētia, ita, ut pars eius interiacēs diametrũ & reliquã partē circũferētia, sit æqualis lineã datã eidē circulo inscribibili præmissõ modo: sed harum linearum æqualium ab eodē puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantũm duæ. Alhazen 34 n 5.

Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g: & punctus datus in sui circũferētia sit a: & sit h z linea data minor diametro b g, præmissõ modo possibilis inscribi circulo. Dico, quod a puncto a possibile est ducere lineã transeuntē per diametrũ b g, cuius pars interiacens diametrũ b g & circũferētia sit æqualis lineã datã, quę h z. Ducantur enim in circulo lineę b a & a g: & super punctũ h lineę datę h z fiat angulus æqualis angulo a g b: qui sit m h z, ducta linea m h, & super idē punctũ h fiat angulus æqualis angulo a b g, qui sit l h z, ducta linea h l: & a puncto z ducatur lineã æquidistans lineę h m, quę sit z n: quę quidē secabit lineã h l: sit, ut secet ipsam in puncto x: & a puncto z iterũ ducatur alia lineã æquidistans lineę h l, quę sit z t, secans lineã h m in puncto t: secabit autem per z huius: & a puncto t ducatur sectio conica, quę sit t p, sicut præmissum est in 131 huius. Hęc itaq; sectio non contingit aliquam linearũ z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem lineas ex parte alia, quę sit c u: & inter illas sectiones omnium linearum ductarum minima ducta a puncto t ad sectionem c u, sit linea t c.

Hęc ergo lineã t c si fuerit æqualis diametro circuli b g: circulus factus secundum semidiametrũ t c (posito pede circini in puncto t) palãm, quia sectionem c u cõtinget. Si uerò lineã t c fuerit minor diametro b g: circulus factus modo prædicto secundum quantitatem lineę b g secabit sectionē c u in duobus punctis, ut patet per præmissam. Sit ergo nunc primũ lineã t c æqualis diametro b g. Cum ergo lineã t c ducatur ad sectionem conicã, quę interiacet lineas h l & z n: necessariò secabit lineã t c illas ambas lineas: quas si in puncto x (q̄ est pũctus cõmunis sectionis illarum linearũ) secuerit, erit lineã t x æqualis lineã x c: quod si ipsas in alijs punctis secuerit: secet ergo lineã z n in puncto q, & lineã h l in puncto f: & ducatur a puncto z per 31 p 1 lineã æquidistans ipsi lineã t c: quę per z huius secabit lineas h m & h l, sicut etiam sua æquidistans t c: secet ergo eas in punctis m & l: & sit ipsa lineã m z l. Super diametri ergo g b terminum g per 23 p 1 fiat angulus æqualis angulo h l m, qui sit angulus b g d: & ducantur duę lineę a d, d b. Palãm ergo, cum angulus g a b sit rectus per 31 p 3, quod alij duo anguli trianguli g a b, scilicet a g b & a b g ualent rectũ per 32 p 1: angulus ergo l h m (qui æqualis est illis duobus angulis) est rectus: ergo æqualis angulo g d b: angulus uerò h l m est æqualis angulo d g b: ergo per 32 p 1 angulus tertius unius, trigonorum g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius, scilicet angulus h m l, angulo g b d: erit ergo per 4 p 6 proportio lineę g b ad b d, sicut lineę l m ad m h. Sit autē pũctus, in quo lineã a d secat diametrũ b g, punctus e.

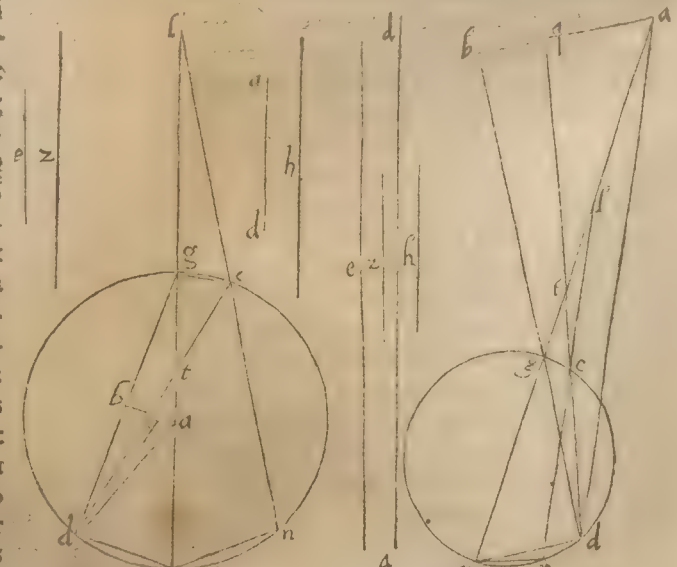
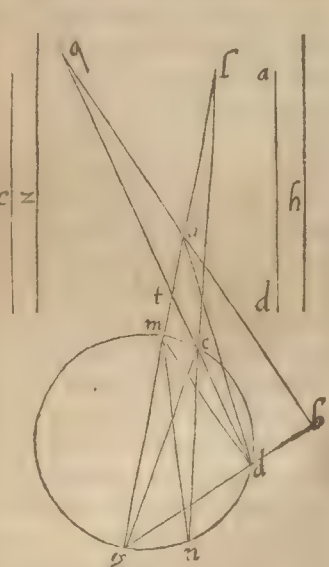
Quia ergo p 27 p 3 angulus a d b est æqualis angulo b g a: quia cadũt in eundē arcũ (qui a b) & angulus b g a æqualis angulo m h z ex p̄missis: erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z: & patuit prius, qđ angulus d b g est æqualis angulo h m z: erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32 p 1 æqualis tertio angulo trigoni m h z, scilicet angulo d e b angulo m z h. Quia ergo trigona d e b & m z h sunt æquiangula, erit per 4 p 6 proportio lineę b d ad d e, sicut lineę m h ad h z. Ostẽsum est autē superius, qđ est p̄portio lineę g b ad b d, sicut lineę l m ad m h: ergo p 22 p 5 erit p̄portio lineę g b ad b d, sicut lineę l m ad m h: sed sicut p 131 huius declaratũ est, patet, qđ lineã q t est æqualis lineę f c: sed lineã t q est æqualis lineę m z p 34 p 1, cũ parallelogrãmũ m t q z sit æquidistantiũ laterũ, ut patet ex p̄missis: est igitur lineã m z æqualis lineę f c: sed p 34 p 1 lineã z l est æqualis lineę t f. Est igitur totalis lineã m l æqualis totali lineę t c: ergo p 7 p 5 est p̄portio lineę t c ad h z, sicut lineę l m ad h z. Est ergo p̄portio lineę g b ad lineã d e, sicut lineę t c ad h z: & p̄mutatim. Cũ ergo lineã t c sit æqualis lineę g b, erit lineã d e æqualis ipsi h z datę lineę. Quod est propositũ. Si autem lineã t c sit minor diametro b g: producatultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro



b g, & secundum quantitatem eius fiat circulus. Palam per premissam, quod ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint c & u: a quibus linea ducte ad punctum t erunt aequales linea b g per definitionem circuli: & tunc a puncto z ducatur linea aequidistans alteri illarum, & item alia aequidistans alteri: & tunc erit ducere a puncto a per modum predictum duas lineas e d aequales linea date: & erit idem penitus probandi modus, qui supra. Patet ergo propositum.

134. Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentium: possibile est ducere a puncto illo ad aliud laterum continentium angulum rectum lineam secantem basim ita, quod pars ducta linea interiaccens punctum sectionis, & latus, in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quae est a sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam. Alhazen 35 n 5.

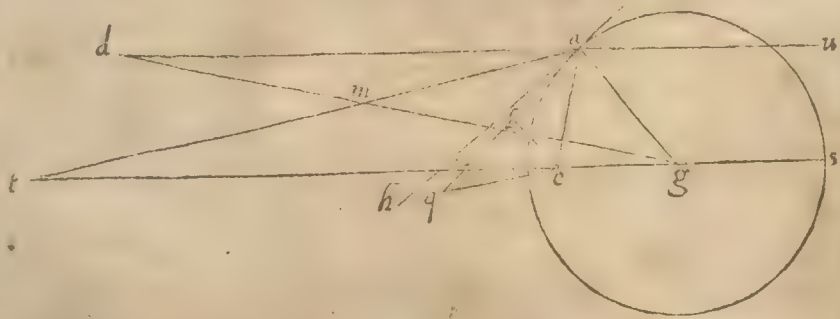
Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus: & in latere illius b g sit punctus datus, qui sit d, extra triangulum aut intra: sintq; datae lineae duae e & z. Dico, quod a puncto d possibile est ducere lineam secantem basim a g, & concurrentem cum latere a b, ita, quod pars lineae secantis interiaccens latus a b & basim a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quae est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineam z. Sit enim primo punctus d in ipso trigono a b g: & ducatur ab eo linea aequidistans lineae a b per 31 p 1, quae sit d m: & fiat circulus per tria puncta g, d, m per 5 p 4: eritq; linea g m diameter huius circuli per 31 p 3: subtenditur enim angulo recto per 29 p 1: & protrahatur linea a d. Et quia per eandem 29 p 1 angulus g m d est aequalis angulo g a b: palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d: secetur ergo ex angulo g m d angulus aequalis angulo g a d per 27 huius, ducta linea m n ad peripheriam circuli: sitq; angulus d m n: quae autem est proportio lineae e ad lineam z, eadem sit per 3 huius proportio lineae a d ad lineam h: & a puncto n, qui est punctus in peripheria circuli, ducatur linea ad diametrum g m, quae sit n l, secans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiaccens peripheriam circuli & diametrum, quae est c l, sit aequalis lineae datae h per 128 uel per 130 huius: & ducatur linea g c: & a puncto d ducatur linea ad punctum c, quae cum cadat inter duas lineas e quidistantes, quae sunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera, ut cum m d, si producat, necessario concurret cum reliqua per 2 huius: concurret ergo in puncto q. Quia itaq; per 27 p 3 angulus g m d est aequalis angulo g c d, & angulus g m d est aequalis angulo g a b per 29 p 1: palam, quod angulus g c d est aequalis angulo g a b: ergo per 13 p 1 erit angulus g c q aequalis angulo b a l: sed angulus b a l per 15 p 1 est aequalis angulo g a q: angulus ergo g c q est aequalis angulo g a q. Sit autem punctus, in quo linea d q secat lineam a g: erit ergo per 15 p 1 angulus g t c aequalis angulo a t q. Quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt aequales, erit & tertius tertio aequalis: trianguli ergo a t q & t c g sunt aequianguli: ergo p 4 p 6 erit proportio lineae q t ad t g, sicut lineae a t ad t c: uerum angulus n m d expressis est aequalis angulo t a d. Quia enim anguli g m d & t a b sunt aequales: & anguli g m n & d a g aequales: relinquatur n m a aequalis angulo t a d: sed & angulus n c d p 27 p 3 est aequalis angulo n m d: quare angulus n c d est aequalis angulo t a d: ergo p 15 p 1 angulus t c l, qui est contra positus angulo n c d, est aequalis angulo t a d. Quia ergo angulus t c l est communis duobus trigonis, scilicet trigono t c l & trigono t a d, & anguli t c l & t a d sunt aequales: erunt p 32 p 1 trigoni t c l & t a d aequianguli: ergo p 4 p 6 est proportio lineae t a ad lineam t c, sicut lineae a d ad lineam l c. Fuit autem ostensum superius, quod est proportio lineae q t ad lineam t g, sicut lineae a t ad lineam t c: ergo p 11 p 5 erit proportio lineae a d ad l c, sicut lineae q t ad t g: sed lineam l c est aequalis lineae h, & proportio lineae a d, ad lineam h est, sicut proportio lineae e ad z. Ergo p 7 & 11 p 5 erit proportio lineae q t ad lineam t g, sicut lineae e ad lineam z. Quod est propositum. Si uero d punctus datus sit in latere trigoni, quod est b g, extra triangulum producto: ducatur prius a puncto d linea aequidistans lineae a b: & sit d m: & ducatur linea a g, donec concurret cum linea d m in puncto m: &



dab
nmd
cel

cel
no t a d, & anguli t c l & t a d sunt aequales: erunt p 32 p 1 trigoni t c l & t a d aequianguli: ergo p 4 p 6 est proportio lineae t a ad lineam t c, sicut lineae a d ad lineam l c. Fuit autem ostensum superius, quod est proportio lineae q t ad lineam t g, sicut lineae a t ad lineam t c: ergo p 11 p 5 erit proportio lineae a d ad l c, sicut lineae q t ad t g: sed lineam l c est aequalis lineae h, & proportio lineae a d, ad lineam h est, sicut proportio lineae e ad z. Ergo p 7 & 11 p 5 erit proportio lineae q t ad lineam t g, sicut lineae e ad lineam z. Quod est propositum. Si uero d punctus datus sit in latere trigoni, quod est b g, extra triangulum producto: ducatur prius a puncto d linea aequidistans lineae a b: & sit d m: & ducatur linea a g, donec concurret cum linea d m in puncto m: &

æqualis angulo $k c n$. Igitur per 13 p 1 erit angulus $e z q$ æqualis angulo $k c i$. Palàm ergo ex præmissis, quòd triangulus $a e g$ est æquiangulus triangulo $f m k$; & triangulus $e a l$ æquiangulus est triangulo $k m n$; & triangulus $e l z$ æquiangulus triangulo $k n c$; & triangulus $e a z$ æquiangulus triangulo $k m c$. Est igitur per 4 p 6 proportio $a z$ ad $e z$, sicut $m c$ ad $c k$: est autem proportio $q z$ ad $z a$, sicut proportio $i c$ ad $c m$, ut patet ex præmissis: erit ergo per 22 p 5 proportio $q z$ ad $z e$, sicut $i c$ ad $c k$: est ergo triangulus $q z e$ per 6 p 6 æquiangulus triangulo $i c k$. Cum ergo triangulus $e l z$ sit æquiangulus triangulo $k n c$: erit totus triangulus $q l e$ æquiangulus toti triangulo $i k n$: est ergo per 4 p 6 proportio $e l$ ad $l q$, sicut $k n$ ad $n i$: & similiter est proportio $a l$ ad $l e$, sicut $m n$ ad $n k$: erit ergo per 22 p 5 proportio $n m$ ad $n i$, sicut $a l$ ad $l q$: sed linea $n m$ est æqualis $n i$ ex hypothesi: ergo linea $a l$ est æqualis lineæ $l q$: ergo per 4 p 1 linea $e q$ erit æqualis lineæ $e a$: & angulus $l q e$ æqualis angulo $l a e$: sed & angulus $e q z$ per 29 p 1 est æqualis angulo $t a l$: angulus ergo $e a l$ est æqualis angulo $t a l$: quia angulus $e q z$ est æqualis angulo $t a l$: & angulus $e z q$ est æqualis angulo $a z t$ per 15 p 1: igitur tertius tertio: eritq; triangulus $z e q$ æquiangulus triangulo $z a t$. Est ergo per 4 p 6 proportio $q z$ ad $z a$, sicut $e z$ ad $z t$, & sicut $e q$ ad $a t$: est autem ex præmissis linea $e q$ æqualis lineæ $e a$: ergo per 7 p 5 est proportio $q z$ ad $z a$, sicut $a e$ ad $a t$: sed $q z$ ad $z a$ est ex præmissis, sicut $e g$ ad $g d$. Igitur per 11 p 5 est proportio lineæ $e a$ ad $a t$, sicut $e g$ ad $g d$. Fiat aut super punctum a angulus æqualis angulo $g a e$: qui sit $u a g$, producta linea $a u$, si possibile fuerit, usq; ad lineam $g s$. Palàm ergo ex præmissis, quoniam angulus $g a l$ est medietas anguli $u a t$: cum enim angulus $e a q$ ex præmissis & p 5 p 1, ideo, quia lineæ $a e$ & $e q$ sunt æquales, sit æqualis angulo $a q e$, qui per 29 p 1 est æqualis angulo $q a t$: patet, quòd angulus $e a l$ est æqualis angulo $l a t$: sed angulus $g a e$ est æqualis angulo $u a g$. Est ergo angulus $g a l$ medietas anguli $u a t$: sed angulus $g a l$ cum sit ex præmissis æqualis angulo $f m c$, qui constitutus est æqualis medietati anguli $d g s$, æqualis est medietati anguli $d g u$. Angulus ergo $u a t$ est æqualis angulo $d g u$: sed anguli $t a u$ & $t u a$ sunt minores duobus rectis argumento 32 p 1, cum lineæ $a t$ & $u t$ concurrant in puncto t . Quare duo anguli $t a u$, $d g u$ sunt minores duobus rectis. Igitur linea $a u$ concurrat cum linea $d g$ per 14 huius. Dico autem, quòd concurrant in puncto d : efficiet enim linea $u a$ producta ad lineam $d g$ cum lineis $u g$ & $g d$, triangulum similem triangulo $a u t$: quoniam isti trigoni habent angulum $a u g$ communem, & angulus $t a u$ est æqualis angulo $d g u$: erit ergo tertius tertio æqualis: ergo per 4 p 6 est proportio $a u$ ad $a t$, sicut $u g$ ad lineam, quæ secat $a u$ ex $g d$: & proportio $e a$ ad $a u$ est, sicut $e g$ ad $g u$ p 3 p 6: quia angulus $u a g$ est æqualis angulo $g a e$. Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio $e a$ ad $a t$, quæ $e g$ ad $g d$: & proportio $e a$ ad $a t$ sit composita ex proportione $e a$ ad $a u$, & $a u$ ad $a t$: (quoniam per 13 huius proportio extremorum componitur semper ex proportione cuiuscunq; mediæ ad ambas extremas) erit proportio $e g$ ad $g d$ composita ex eisdem proportionibus. Quare erit composita ex proportione $e g$ ad $g u$, & $g u$ ad lineam, quæ secat $u a$ ex linea $g d$: sed est composita ex proportionibus $e g$ ad $g u$, & $g u$ ad $g d$. Igitur linea, quæ secat $u a$ ex $g d$, est linea $g d$. Ergo $a u$ secat $g d$ in puncto d . Producatur ergo per 17 p 3 à puncto a linea cōtingens circulum, quæ sit $a h$: erit ergo angulus $g a h$ rectus per 18 p 3: sed angulus $g a l$ est medietas anguli $d g u$, ut patet ex præmissis. Igitur angulus $l a h$ est medietas anguli $d g e$: ideo, quia anguli $d g u$ & $d g e$ valent duos rectos per 13 p 1, & angulus $g a h$ est rectus. Sed cum angulus $t a u$ sit æqualis angulo $d g u$, erit angulus $t a d$ æqualis angulo $d g e$ per 13 p 1. Igitur angulus $l a h$ est medietas anguli $t a d$, & angulus $e a l$ est medietas anguli $e a t$. Igitur angulus $e a h$ est medietas anguli $e a d$. Quare patet, quòd linea $a h$ cōtingens circulum, diuidit angulum $e a d$ per æqualia: quod est propositum. Cum uero angulus $u a g$ super punctum a terminum lineæ $g a$ factus, fuerit æqualis angulo $g a e$: tunc si linea $a u$ nō cadit super lineam $e s$ extra circulum uel intra circulum: palàm, quia linea $a u$ est æquidistans lineæ $e s$: quia in infinitum protracta cum illa non concurrat: erit quoque per 29 p 1 angulus $u a g$ æqualis angulo $g a e$: sed per præmissa angulus $g a e$ est æqualis angulo $u a g$: ergo angulus $g a e$ æqualis erit angulo $g a e$. Ergo per 6 p 1 in trigono $a g e$ latus $a e$ est æquale lateri $e g$. Similiter angulus $t a d$ erit æqualis angulo $a t g$ per 29 p 1: sunt enim coalterni linearum æquidistantium ex hypothesi: sed iam ostensum est, quòd angulus $t a d$ est æqualis angulo $d g t$. Igitur angulus $a t g$ est æqualis angulo $d g t$. Et similiter duo anguli $a d g$ & $d g t$ sunt æquales per 29 p 1: ergo duo anguli $a d g$ & $a t g$ sunt æquales. Sequitur ergo ex ijs, quòd linea, quæ secat $a u$ ex linea $g d$, sit æqualis lineæ $a t$: & iam præostensum est, quòd linea $e g$ est æqualis ipsi $a e$, est ergo per 7 p 5 proportio lineæ $e g$ ad lineam, quæ secat $a u$ ex $g d$, sicut $a e$ ad $a t$: sed ostensum est, quòd $a e$ ad $a t$ est, sicut $e g$ ad $g d$. Igitur linea, quam secat $a u$ ex $g d$, est $g d$. Et cum ex præmissis angulus $t a d$ sit æqualis angulo $d g t$: erit angulus $l a h$ medietas anguli $t a d$, ut supra patuit: & angulus $e a l$ medietas anguli $e a t$. Erat ergo $e a h$ medietas anguli $e a d$. Quod est propositum. Eodém modo demonstrandum, si ambo



si ambo

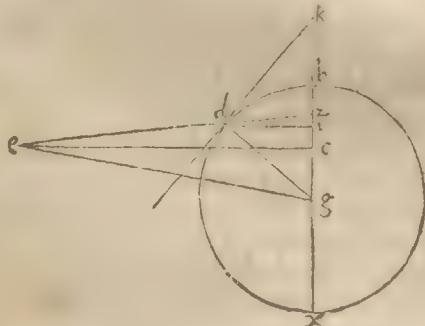
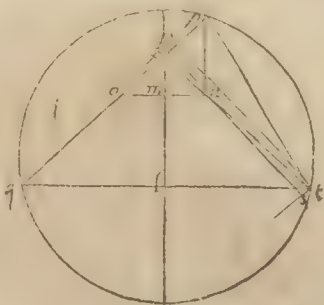
si ambo puncta e & d data sint extra circulum. Patet ergo totum propositum.

138. Dato circulo & in eo diametro, puncto q, extra circulum: possibile est à dato puncto ad diametrum ducere lineam, secantem circulum sic, quòd pars ducta linea interiaccens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiaccenti ipsam & centrũ. Alhazen 37 n 5.

Esto datus circulus, cuius centrum sit g: & in eo data diameter sit x g b: sit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico, quòd possibile est duci à puncto e ad diametrum x g b lineam secantem circulum secundum prædictum modum. Ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrum x g b per 12 p 1, quæ sit e c: & sit exempli causa, ut cadat illa perpendicularis super semidiametrum b g, & ducatur linea e g: & assumatur linea q t æqualis lineæ e c: & fiat per 33 p 3 super lineam q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadens in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b: & compleatur circulus: & à medio puncto l, lineæ q t, quod sit super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10 & 11 p 1, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiam circuli: erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli illius per 1 p 3: & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrum, secans ipsam in puncto f: & producat usq; ad p punctum circumferentiæ, ita, ut eius pars, quæ f p, sit æqualis medietati lineæ g b semidiametro dati circuli: quod fiet per 133 huius: & ducantur lineæ p t & t f: & ducatur à puncto p linea p u æquidistans diametro, concurrens cum linea t f in puncto u (concurreret autem per 2 huius) & à puncto u ducatur linea æquidistans lineæ q t, quæ sit u o, secans diametrum fl in puncto m, & lineam p q in puncto o: & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam p q per 12 p 1, quæ sit t n: & à puncto t ducatur linea æquidistans lineæ p q per 31 p 1, quæ sit t s: & à puncto u ducatur perpendicularis super lineam p q, quæ sit u h. Deinde ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27 huius, qui sit b g d, ducta linea g d ad peripheriã circuli: & à puncto e ducatur linea e d z. Dico, quòd

linea d z est æqualis parti diametri, q est z g, sicut proponitur.

Ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quæ sit d i: & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit d k. Palã itaq; (cũ ex præmissis diame-



ter fl sit perpendicularis super lineam q t, & super eius æquidistantem o u per 29 p 1, linea nerò p u sit æquidistans illi diametro) quòd angulus o u p erit rectus per eandem 29 p 1. Et cum linea o u dividatur per diametrum fl in partes æquales, & orthogonaliter per 29 p 1. 4 p 6 & 22 p 5, eò quòd linea q t sibi æquidistans similiter est diuisa: erunt per 4 p 1 trianguli o f m & u f m æquianguli: ergo per 4 p 6 cum latus f m sit æquale sibi ipsi, erit o m æquale m u, & fo æquale fu. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32 p 1, ideo quòd angulus p u o est rectus, ut patet ex præmissis & 29 p 1, erit angulus fu p æqualis angulo f p u: ideo, quia, ut præmissum est, angulus fo u æqualis est angulo fu o: sed angulus f p u cum angulo fo u ualeat unum rectum, ut præostensum est: ergo angulus f p u cum angulo fu o ualeat unum rectum: est ergo angulus fu p æqualis angulo f p u, quia si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur, &c. Ergo per 6 p 1 latus f p æquale erit lateri fu: erit ergo f p æquale ipsi fo. Sic ergo erit linea p o æqualis semidiametro g b, ergo & ipsi g d per definitionem circuli: & ita erit per 7 p 5 proportio lineæ e c, quæ est æqualis lineæ q t, ad lineam g d, sicut lineæ q t ad p o æqualem g d. Sed cum angulus k d g sit rectus per 18 p 3, æqualis est ipsi angulo recto g i d, & angulus i g d est communis: erit ergo per 32 p 1 triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ g k ad k d: sed angulus k g d est æqualis angulo q p u, & angulus g d k, qui rectus est per 18 p 3, est æqualis angulo recto o u p: erit ergo per 32 p 1 tertius tertio æqualis, & triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p: est ergo per 4 p 6 proportio lineæ g k ad k d, sicut lineæ o p ad o u. Et quoniã ex præmissis est proportio lineæ g k ad k d, sicut lineæ g d ad d i: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ o p ad o u: fuit autem ex præmissis proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t q ad p o: ergo per 22 p 5 erit proportio lineæ e c ad d i, sicut lineæ q t ad o u: sed proportio q t ad o u est, sicut t f ad fu per 29 p 1, & per 4 p 6, cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o fu. Verùm angulus u t s est æqualis angulo h fu per 29 p 1, est enim coalternus illi inter lineas æquidistantes, quæ sunt h q & s t: sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u recto, & angulus fu h æqualis est angulo s u t per 15 p 1: erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio lineæ t f ad fu, sicut lineæ s h ad h u: sed linea t n æqualis est lineæ s h per 34 p 1: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ t n ad lineam h u, sicut lineæ t f ad fu. Sed, sicut patuit ex præmissis, quæ est proportio lineæ t f ad fu, eadem est lineæ q t ad o u per 4 p 6. Ergo per 11 p 5 proportio lineæ q t ad o u est, sicut lineæ t n ad h u: ergo & proportio lineæ e c ad d i est, sicut lineæ t n ad u h. Sed cum angulus g i d sit rectus, est æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u

ex præ-

ex præmissis: erit ergo tertius tertio æqualis p 32 p 1: est ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u: est ergo p 4 p 6, proportio lineæ i d ad d g, sicut lineæ h u ad u p: quare erit p 22 p 5, proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t n ad u p. Sed cū angulus c g e sit æqualis angulo n p t ex hypothesi, & angulus g c e rectus, æqualis angulo p n t: erit trigonorum n p t & g c e angulus reliquus reliquo æqualis. Ergo per 4 p 6 erit, proportio lineæ e g ad e c, sicut lineæ p t ad n t: est igitur proportio lineæ g e ad g d, sicut lineæ p t ad u p per 22 p 5: sed & angulus d g e æqualis est angulo u p t ex hypothesi: quia enim angulus q p t est æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo b g d: remanet angulus u p t æqualis angulo d g e. Igitur triangulus d g e est æquiangulus triangulo u p t per 6 p 6. Ergo angulus g d e æqualis est angulo p u t: restat ergo per 13 p 1, ut angulus g d z sit æqualis angulo t u p: sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z æqualis angulo u p f: quare tertius tertio per 32 p 1: est ergo p 4 p 6 proportio lineæ d z ad z g, sicut lineæ u f ad t p: sed linea u f est æqualis ipsi t p ex præmissis. Igitur linea d z æqualis est ipsi z g. Quod est propositum. Est autem uniuersalis hæc propositio siue intra circulum ad aliquam partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam peripheriam circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulum fiat æqualis semidiametro: siue fiat ductio ad aliquem punctum diametri extra circulum sic, quod linea à puncto, quo tangit circuli peripheriam, sit æqualis parti diametri, quam abscondit. Patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt secundum quantitatem anguli k g d. Et hoc est propositum.

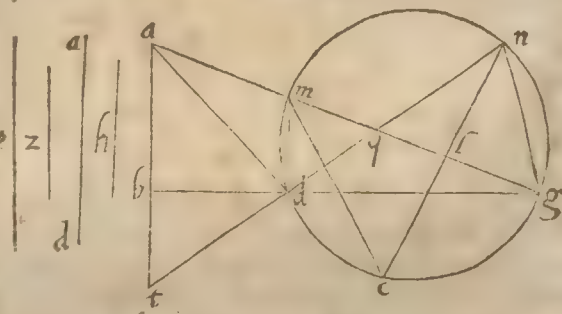
137. Dato trigono orthogonio, datoq; aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium: possibile est à dato puncto ducere lineam ad basim ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, qua se habeat ad inferiorem partem abscissam basis, sicut linea data ad lineam datam. Alhazen 38 n 5.

Sint datæ duæ lineæ, z minor & e maior: & sit datum trigonum orthogonium a b g, cuius angulus a b g sit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli causa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico, quod possibile est à puncto d ad basim g a ducere lineam secantem basim a g in puncto q, & ex alia sui parte cum linea a b concurrentem in puncto t, sic ut ipsa totalis linea t q habeat proportionem ad lineam q g illam, quæ habet

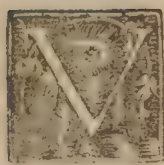
g b a
m d g

linea e ad lineam z. Ducatur enim à puncto d linea æquidistans lineæ d a per 31 p 1, quæ sit d, m, & fiat circulus transiens per tria puncta d, m g per 5 p 4. Et quoniam angulus g d m est rectus per 29 p 1, quoniam angulus a b g est rectus, erit linea m g diameter circuli per 31 p 3: & ducatur linea d a. Sit quoq; h quædam linea, ad quam se habeat linea d a, sicut linea e ad z per 3 huius. Et cum per 29 p 1 angulus d, m, g sit æqualis angulo b a g: secetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27 huius: & sit angulus c m d: & ducatur m c, donec secet circumferentiam in puncto c: & à puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usque ad circumferentiam, quæ sit linea c n, secans diametrum m g in puncto l taliter, quod linea l n sit æqualis lineæ h datæ per 133 huius: & ducatur linea n g, & producatu d n linea concurrentem cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 27 p 3: cadunt enim in eundem arcum, qui est d c: palam, quia erit angulus q n l æqualis angulo d a q: & angulus n q l est æqualis angulo d q a per 15 p 1: erit ergo per 32 p 1 triangulus n q l æquiangulus triangulo d q a: igitur per 4 p 6 erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad n l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 27 p 3: quia cadunt in eundem arcum d g: est autem per 29 p 1 angulus d m g æqualis angulo t a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo t a g. Sit itaque t punctus, in quo linea d n concurrat cum a b: eritq; per 15 p 1 angulus t q a æqualis angulo n q g: ergo per 32 p 1 erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g: est igitur per 11 p 5 proportio lineæ t q ad lineam q g, sicut lineæ a d ad lineam n l: sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ, & proportio lineæ a d ad lineam h est, sicut lineæ e ad lineam z. Est ergo proportio lineæ t q ad lineam q g, sicut lineæ e ad lineam z. Quod est propositum. Et si contingat quod à puncto c possint duci duæ lineæ similes lineæ c l n: erit possibile à puncto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita scilicet, ut utriusque ad partem, quam secat ex basi a g, sit proportio, sicut lineæ e ad lineam z: & erit eadem demonstratio. Plures autem huiusmodi lineas quam duas non est possibile duci, ut patuit per 133 huius. Patet ergo propositum. Et licet hoc, quod hic proponitur, non uideatur penitus uniuersale, quantum ad quælibet puncta data, & quælibet lineas datas, ad quarum proportionem fieri debeat ipsius basis proportio:

nos tamen hoc proposito theoremate non, nisi modo conuenienti & possibili in sequentibus utemur.



VITELLONIS FILII THURINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SECVNDVS.



Universalis huius scientia axiomatibus mathematicis praemissis: in hoc secundo libro (ut promisimus) uniuersali actioni sensibilium formarum quaedam praebula naturalia praemittentes, de modo projectionis luminis per mediū unius diaphani, uel pluriū super diuersas figuras corporum, & de projectione umbrarū, & de figuratiōe lucis cadentis per fenestras aggredimur tractatum, ut de ijs, sine quibus sermō uisibilium formarū aggredi conueniens non fuit, prout in p. ocessu postmodum patebit: quae uerò praemittimus, ut nota sensui, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Corpus luminosum, dicitur omne corpus, quod est sui luminis diffusiuū. 2. Corpus diaphanum dicitur omne corpus, per quod lumini patet transitus. 3. Corpus opacum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. 4. Lux prima dicitur illa, quae elicit secundā, sicut lux intrans domū per fenestrā, & illuminās domū residuā in loco, cui incidit, dicitur prima: in angulis uerò domus dicitur lux secunda. 5. Lux minima dicitur, quae si diuidi intelligatur, nō habebit amplius actū lucis. 6. Radius dicitur linea luminosa. 7. Linea radialis dicitur linea, per quam fit diffusio formarū. 8. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulū continēt. 9. Pyramis radialis dicitur pyramis, cuius basis est in superficie corporis suā formā diffundentis, & uertex in puncto alterius corporis cuiuscunq;. 10. Pyramis illuminatiōis dicitur illa, cuius uertex est in pūcto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatę.

PETITIONES.

Petimus autē hęc, ut per se sensui nota: 1. Lucē cōpressam fortiorē esse luce disgregata. 2. Item lucem fortiorē uehementius illuminare, & lōgius se diffundere. 3. Item in absentia luminis umbram fieri. 4. Item in allatione luminis umbram deficere. 5. Item aliquam umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. 6. Item lucē ad omnē positionis differentiam equaliter diffundi. 7. Item lucē res coloratas pertrāsente illarū coloribus colorari, ut patet de luce trāsente uitreas fenestras, quę illorū uitorū colorib. informat, secū formas illorū colorū super obiecta corpora deferendo. 8. Itē quod natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

THEOREMATA

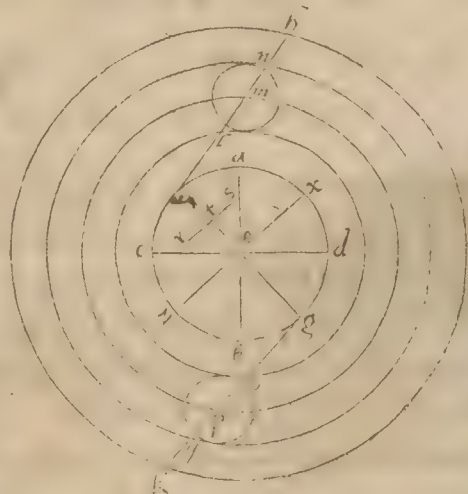
1. Radij quorumcunq;, luminum & multiplicatiōes formarum, secundum rectas lineas protenduntur. *Alhazen 2 n 7.*



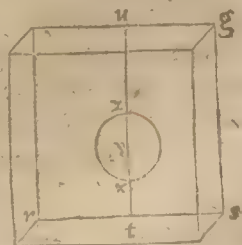
Quod hic proponitur, non demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari: diuersitas tamen antiquorū ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uerò utimur isto, quod hic subscribimus, quod regularius huic proposito credimus cōuenire. Assumatur itaq; uas æneum rotundū cōuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo orę eius sit æqualis latitudini duorū digitorū perpendicularis super basim uasis: & in medio dorū huius uasis sit perpendiculariter erectū aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius longitudo sit æqualis latitudini trium digitorū, latitudo uerò eius sit minor uno digito: & ponatur hoc uas secū dū sui puncta media in tornatorio, & tornetur quousq; peripheria eius sit intrinsecus & extrinsecus uerā rotunditatis, & adæquentur planę superficies ipsius, & corpus columnare, quod est in medio dorū, fiat rotundū. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duę diametri orthogonaliter se secantes, quę sint a b & c d: palām, quoniam illę diametri transeunt per centrum circuli fundi, quod sit e: deinde signetur in basi orę uasis, quę est circulus a c b d, in distantia extremitatis alterius diametrorum productarum, ut diametri a b, secundum latitudinem unius digiti punctum, & c.

etum, quod sit f: & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrū e, quę sit fg: & à duob. termi-

nis istius diametri fg ducatur duę lineę in intrinseca superficie orę uasis: quę necessariò erunt perpendiculares super superficie fundi laminę, ideo, qđ superficię orę, in qua perpendiculares istę pducuntur, sunt erectę super superficie fundi, ut patet supra. Ille quoque perpendiculares sint fh & gk: & in altera istarū linearū, ut in fh, signentur tria puncta æquidistantia secundū quātitatē medietatis grani hordei, quę sint l, m, n, quorū primū, qđ est l, sit propinquius bali uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quātitatē medietatis grani hordei. Et deinde reducatur uas ad tornatorium, & signetur in ipso tres circuli æquidistantes, transeuntes p illa tria pūcta l, m, n: q circuli diuident lineā g k isti diuise lineę, quę est fh, oppositā, proportionaliter prius diuise per 17 p 11, sintq: diuisiones lineę g k puncta o, p, q: & sient in in unoquoq: istorū triū circularū duo pūcta opposita, q sunt extremitates alicuius diametri illorū circularū: ut pūcto diu-



isionis lineę fh (qđ est punctū l) opponitur in lineā g k punctū o, & sit lineā lo diameter circuli æquidistantis circulo a c b d: & similiter lineā m p sit diameter alterius circuli, & lineā n q sit diameter circuli tertij. Diuidatur itaq: medius istorū circularū in 360 partes, & si possibile fuerit, p minuta: deinde super lineā fh alterā duarū linearū perpendiculariū, quę sunt fh & gk, punctū m, qđ est m, perforetur foramē rotundū: & sit medietas diametri foraminis secundū quātitatē distantię circularū, quę est lineā m l: attinget ergo foramē illud ambos circulos extremos, & medius circularū diuidet circularū foraminis p æqualia, quoniā trāsit p centrū foraminis. Deinde accipiatur lamina ænea plana aliquantulum spūsa, & sit eius spūsitudo sicut orę ipsius instrumēti, & eius lōgitudō sit duorū digitorū, sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit equidistantiū superficialiū: planeturq: aded, ut cōmunis sectio superficialiū lūę latitudinis & spūsitudinis sit lineā recta, quę sit r s, diuidaturq: in duō æqualia p r p i: & ab eius medio puncto, qđ sit t, ducatur lineā recta perpendiculariter super ipsam lineā r s in superficie latitudinis, quę sit t u: & hęc, ut patet ex præmissis & per 29 p 1, necessariò equidistantiū ambabus lineis lōgitudinis, diuidens superficiē tabulę per æqualia: & in hac lineā perpendiculari, quę est tu, à parte lineę r s, cui superstat, incipiendo, signentur tria puncta æqualiter distantia ab inuice: tēdū quātitatē medietatis grani hordei, quę sint x, y, z, & à medio istorū pūctorū, quod est y, pforetur lamina foramine rotūdo: sicq: foraminis periphēria ad alia duo puncta pertinet, eritq: hoc foramen æquale foramini l m n prius factō in ora uasis. Deinde in duo æqualia diuidatur semi diameter uasis fundi, quę est fe, cuius extremitati in ora uasis superstat una linearū perpendiculariū, quę est fh: sitq: punctus diuisionis t: & ab hoc puncto medio t ducatur lineā perpendicularis super eandē diamētrum, quę sit r s: deinde ponatur basis parę laminę super hęc lineā, donec lineā, quę est differentia cōmunis latitudinis & pfunditatis laminę, quę est r t s, supponatur lineę isti perpendiculari ductę super diamētrū, quę similiter est r t s: sitq: punctus diuidens lineā laminę, quę est cōmunis differentia superficialium latitudinis & pfunditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in lineā fe semi diametro uasis: deinde cōsolidetur parua lamina fundo uasis: erit quoq: tūc foramē x y z, quod est in parua lamina, quę est r u s, directē oppositū foramini l m n, qđ est in uasis ora: & erit lineā recta, quę est m y, cōpulās cētra istorū foraminū in superficie circuli medij triū circularū prius signatorū, cuius diameter est lineā m p: eritq: lineā m y equidistans diametro uasis, quę est fe. Deinde refecetur ex ora uasis pars interiācēs duas diametros orthogonaliter se secātes, quę sit pars quarta proximē sequēs quartā illā, in qua est foramē, cui foramē laminę opponitur: & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d, & planetur locus sectionis, donec fiat una superficies cū superficie fundi uasis. Et ducta quarta circulari, quę sit a d, secundū quātitatē circuli orę diuidatur in 90 grad. & diuidantur grad. in minuta: & isti uasi taliter informato & figurato, deinceps damus nomē instrumēti. Deinde accipiatur regula ænea quadrāgula, cuius lōgitudō sit unius cubiti, & sint quatuor superficies ipsam cōtinentes, latitudinis duorū digitorū, & adęquētur superficies eius, donec fiant æquales rectāgulę. Deinde in medio pūcto lōgitudinis regulę, & in medio alicuius illarū superficialiū fiat foramen rotundū, cuius amplitudo sit capax corporis, qđ est in dorso instrumēti: & sit foramen perpendiculare super superficie regulę trāsiens ad aliā partē superficiē oppositę, fiatq: taliter, qđ reuoluatur in ipso instrumētū nō leui reuolutione, ponaturq: instrumētū super regulā immisso corpore, qđ est in eius dorso. in foramē regulę, donec superficies instrumēti cōiungatur superficiē regulę: eritq: lōgitudō regulę æqualis diametri o



instrumen-

instrumenti: fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ, sed lōgitudinis plusquā unius digiti, quæ cōsolidētur super extremitates regulæ, ita, quod ipsorū præminētia super extremitates regulæ sit unius digiti, uel parū plus, uel minus, & pinnulæ illæ cōsolidatæ sint super superficiē regulæ nō perforatā. Et quia latitudo regulæ est duorū digitorū, altitudo uerò corporis in dorso instrumēti est triū digitorū, ille tertius digitus, quo corpus præminet regulæ, perforetur, sicut in astrolabio, & immittatur cuspis cōtinens regulā cū instrumēto. Deinde assumatur alia regula ænea, cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uerò sit æqualis diametro foraminis, qđ est in ora instrumēti, & lōgitudō eius sit æqualis medietati cubiti, fiatq; hæc regula recta & uera, & eius superficies æquales & æquidistātes. Deinde secetur illa regula in una sui parte obliquè, donec finis lōgitudinis eius cōtineat cū termino latitudinis angulū acutū, ut facilius ualeat moueri. In parte uerò altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finē lōgitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia, & à puncto sectionis ducatur linea æquidistans lineis lōgitudinis: quæ erit perpendicularis super lineā latitudinis per 29 p 1. Cū itaq; hæc regula fuerit superposita superficiēi fundi instrumēti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundū instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiēi fundi ipsius instrumēti: tūc erit eius superior superficies in superficie circuli medij triū circularū in ora instrumenti protractorum, cuius diameter est linea m p: ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis, quæ est n l, est æqualis lineæ perpēdiculari exeunti à cētro foraminis super superficiē planā instrumēti, quæ est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulæ, æqualis ipsi. Cū itaq; propositā conclusionē experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumētum præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuiusq; uel etiā candelæ, & applicetur cētrum foraminis instrumēti, qđ est punctum m, opposito corpori luminosi, secundum qđ melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus cētra amborū oppositorū foraminū unius in ora instrumēti, & alterius in tabella perforata existentium, quæ sunt m & y: describeturq; circulus luminosus in parte orę instrumēti opposita foramini l m n directè per diametrū m p: eritq; cētrum illius circuli luminosi in puncto p: quod faciliter patere potest, si à puncto p ad utranq; partē peripheriæ circuli medij illorū trium circularū secundū gradus & minuta diuisi, partes interiaccētes luminosi circuli peripheriā cōputentur: inuenientur enim æquales numeri hinc inde. Est ergo punctū p cētrum illius circuli luminosi: linea itaq; m p, secundum quā incidit radius, trāsies per cētrum circuli utriusq; foraminis, & per centrū circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorū trium circularū, & est diameter illius circuli. Est ergo linea recta. Et si aliquod corpus forti colore medio coloratū, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen orę instrumenti, ita, ut lumē solis uel alterius corporis trāsies per illud corpus, postmodū incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa: tunc, ut patuit per 7 præmissarū suppositionū, circa pūctū p in ora instrumēti describetur circulus luminis colorati illo colore. Color ergo mixtim cū lumine diffundit formā suā secūdū lineas rectas, sicut & ipsū lumē. Patet ergo, qđ radij quorūcūq; luminū & multiplicatiōes formarū secūdū lineas rectas, ptendūtur. Et hoc est, ppositū.

2. *Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.*

Sit linea proportionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mūdi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. Si ergo dicatur, qđ lumē in tēpore defertur per lineā a b c d, & nō in instāti: ergo in parte illius tēporis defertur per lineā a b, & in minimo tēpore sensibili feretur p minimā partē sensibile lineę a b: quoniā si in tēpore sensibili ferretur per spatium insensibile, cōtingeret spatium sensibile ex insensibilibus cōponi, sicut tēpus mēsuratum post illud spatium cōpositum ex tēporibus sensibilib. in suis partibus: feretur ergo in tēpore minimo sensibili per minimum spatiū sensibile: sed in eodē tēpore feretur per idē spatium forma luminosi corporis debilioris illo corpore fortiori luminoso: quoniā minimo spatio sensibili nō est aliquod spatiū sensibile minus: etiā minimo tēpore sensibili nō est aliquod sensibile tēpus minus. Æqualis ergo uirtutis erunt lumē fortius & debilius: quod est impossibile, quoniā implicātur cōtradictoria. Est ergo impossibile lumē in tēpore per proportionatum sibi medium diffundi: necesse est ergo, qđ illa diffusio fiat in instāti. Quod est, ppositum. Ad hoc etiā aliq; deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit, percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

3. *Omnis linea, qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositum, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda. Alhazen 16 n 4.*

Lux enim nō procedit nisi à corpore, quoniā nō est nisi in corpore: unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: quoniā minimā lucē dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia nō erit uisibilis, sed utraq; pars extinguetur, quia neutra pars eius erit lux, neque apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secūdum quā fit diffusio luminis, aliqua latitudo, propter quā inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginabilis, cui oēs aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquidistantes erunt. Et quoniā lux minima procedit ad minimā corporis partē, quā lux occupare potest: necesse est, quod processus eius sit secundum lineam

mathematica, quae est in medio lineae sensibilis, & secundum lineas extremas equidistantes lineae mediae: neque cadit lux minima in punctum mathematicum corporis oppositi, sed in punctum sensibile correspondente omnibus punctis mathematicis indivisibilibus, ad quos lineae mathematicae infinitae sensibilis possunt terminari: & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucis figuratone linearum mathematicarum in processu.

4. Corpora diaphana sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui transmutatione. Alhazen 28 n 1.

Hec enim corpora proprietate habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris se penetrare: cum non mutantur a lucibus vel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa: sed fit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per 1 huius: quarum aliqua sunt equidistantes, aliqua secantes se, & quaedam diversis situs: & omnium istarum linearum distinctio fit per distinctum situm corporis luminosi, a quo fit diffusio illius lucis vel coloris. Formae itaque lucis & coloris extenduntur a corporibus diversis in eodem diaphano, extenduntur quolibet ipsarum secundum lineam rectam, & pertransiunt ad corpora opposita. Corpus uero diaphanum non tingitur per luces vel colores, sed solum penetratur: neque enim talia corpora propter luces & colores perdunt suas formas, neque tinguntur per luces & colores tinctura fixa: quia in eis non remanent formae lucis vel coloris post recessum lucis vel coloris ab ipsorum oppositione. Non ergo transmutantur illa corpora essentiali transmutatione per luces & colores. Quod est propositum.

5. Lucis & colores in corporibus diaphanis non admiscentur adinuicem, sed penetrant distincti. Alhazen 29 n 1.

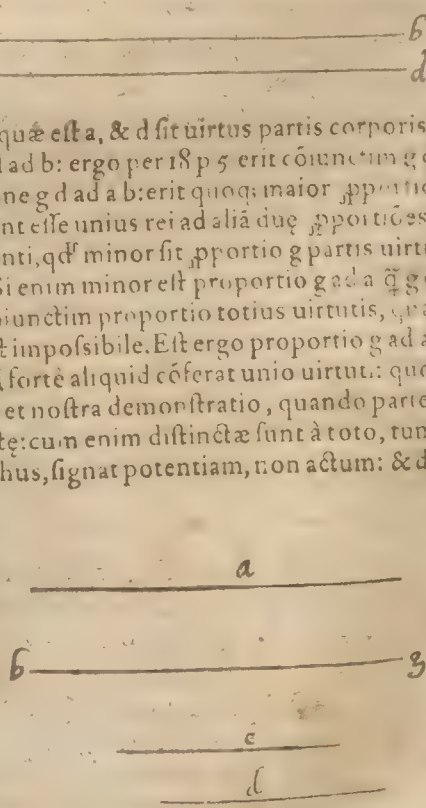
Huius rei experimentaliter declaranda causa, ponatur in loco aliquo candelae multae localiter distinctae: & sint omnes oppositae uni foramini pertransiunt ad locum obscurum, & opponatur foramini in loco obscuro aliquod corpus non diaphanum. Lucis itaque candelarum apparent super illud corpus distinctae secundum numerum candelarum, & quae libet illarum apparet opposita uni candelae secundum lineam rectam transeuntem per foramen & per medium luminis candelae: & si cooperiatur una candelae, destruetur unum lumen oppositum illi candelae tantum, & discooperta candelae, reuertitur lumen. Palam itaque, quod lucis in medio foraminis, ubi se intersecant omnes uel plures in puncto uno, non admiscuntur in eodem puncto, sed sunt distinctae per sui ipsarum essentialias: & ob hoc cum ulterius procedunt, tunc secundum locorum, quibus incidunt, diversitate localiter distinguuntur. Et quoniam lux res coloratas pertransiens, illarum coloribus coloratur, ut suppositum est: palam, si lumen penetrat distinctum, & colores, qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti. Patet ergo propositum.

6. Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totum corpus luminosum est, sicut determinate partis uirtutis ad partem corporis sibi proportionalem.

Sit corpus aliquod luminosum a b. Dico, quod proportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b est, sicut proportio partis uirtutis, quae est a, ad partem corporis, quae est a. Si enim non est istorum eadem proportio: aut ergo maior, aut minor: sit primum maior: & sit uirtus totius corporis a b signata per lineam g d: sit uirtus partis corporis, quae est a, & d sit uirtus partis corporis, quae est b: quae est ergo proportio g ad a, eadem est proportio d ad b: ergo per 18 p 5 erit coniunctum g d ad a b, sicut g a ad a. Si ergo proportio g ad a est maior proportione g d ad a b: erit quoque maior proportio g d ad a b, quam g d ad a b: quod est impossibile: non enim poterunt esse unius rei ad aliam duae proportionales, quarum una sit maior alia. Est quoque accidit impossibile danti, quod minor sit proportio g partis uirtutis ad partem corporis, quae est a, quam g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est proportio g ad a quam g d ad a b: & quae est g ad a, eadem est d ad b: erit ergo per 18 p 5 coniunctum proportio totius uirtutis, quae est g ad a b, & quae est g ad a, eadem est d ad b: erit ergo per 18 p 5 coniunctum proportio totius uirtutis, quae est g ad a b, & quae est g d ad a b, quod est impossibile. Est ergo proportio g ad a, sicut g d ad a b. Et hoc est propositum: & est universale, nisi forte aliquid conferat unio uirtutis: quoniam uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisae a toto, agunt in ipso toto non actualiter distincte: cum enim distinctae sunt a toto, tunc non sunt partes: quia nomen partis, id quod dicit philosophus, signat potentiam, non actum: & de hoc completus in alijs sermo fuit.

7. Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam & situm, in corpus aliud aequale et homogeneum immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio equalis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a: & sit corpus aequale & homogeneum eidem oppositum b g: & sit impressio uirtutis a in b g corpus signata p c. Dico, quod a semper imprimit in corpus b g impressionem c, quae est semper aequalis sibi ipsi & uniformis. Si enim detur, quod a quandoque imprimit in corpus b g impressionem, quae est e, quandoque uero non imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d: tunc cum corpus obiectum sit homogeneum



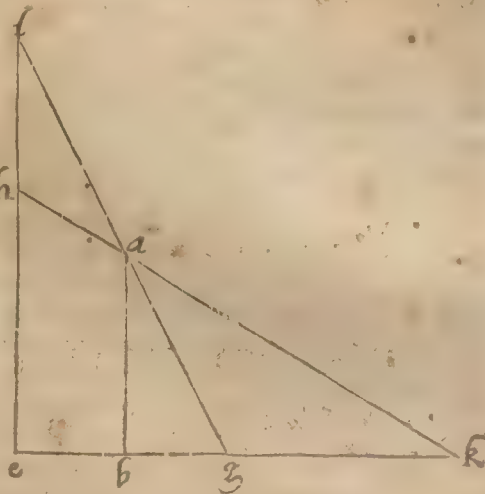
generum & uniforme: erit diuersitas impressiois nō à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersiffi-
cata in se: hoc autē est impossibile, cū corpus luminosum positum sit intransmutabile secundum for-
mam & situm. Est ergo ipsius actio semper æqualis & uniformis in corpus eidē immediatē uel per
medium uniforme oppositum. Et hoc est propositum.

8. *Neceffe est terminum longitudinis cuiuslibet umbræ radii luminosum esse.*

Quod hic pponitur, satis patet p̄missa principia. Quoniā enim p̄ 3 suppositionē solū in absen-
tia luminis fit umbra, & p̄ 4 suppositionē in allatione luminis umbra deficit: tūc necessariō oportet
in tanto spatio umbrā caussari, in quāto lumē deficit: & ubi lumē accedit, ibi umbra deficit. Termi-
nus ergo lōgitudinis cuiuslibet umbræ cum sit linea: patet, quōd oportet, ut illa linea sit luminosa.
Est ergo illa linea radius luminosus per 6 definitionem. Patet ergo propositum.

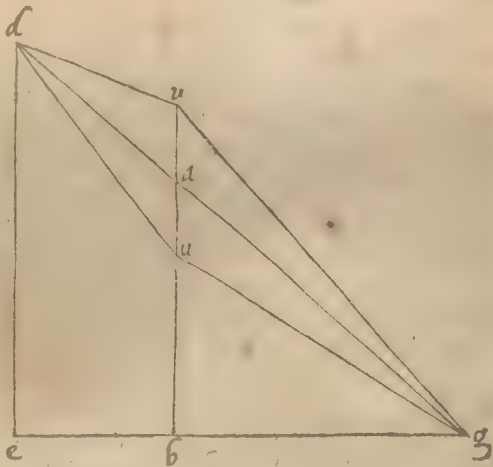
9. *A terminis æquidistantiū altitudinū corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi basioris
productæ lineæ cōcurrētēs, sunt suis altitudinib. proportionales. Ex quo patet, quōd eadē altitu-
do corporis umbrosi ex lumine basiori longiore projicit umbram quā ex lumine altiori.*

Sit altitudo corporis umbrosi cuiuscūq; lineæ a b: & sit altitudo alia illi æquidistās ipsius corpo-
ris luminosi, quæ sit d e: sitq; lineæ d e maior quā li-
neæ a b: pducaturq; lineæ e b & d a, quæ ptractæ con-
current ad aliquam partē in puncto g per 16 t i huius.
Dico, quōd erit pportio lineæ g b ad lineā g e, & lineæ
g a ad lineā g d, sicut lineæ a b ad lineā d e. Quia enim
lineæ b a æquidistat lineæ d e ex hypothesi: palām er-
go p̄ 29 p i, quoniā angulus g b a est æqualis angulo g
e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e: angulus
quoq; b g a cōmunis est ambobus trigonis d g e & a g
b: ergo p̄ 4 p 6 est pportio lineæ g b ad lineā g e, sicut
lineæ b a ad lineā d e: ergo p̄ 5 t i huius, erit e cōtrario
proportio lineæ g e ad lineā b g, sicut lineæ e d ad lineā
a b. Palām ergo est ppositū: quoniā eodem modo de-
monstrari potest de lineis g a & g d. Et ex hoc patet,
quoniā eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine
basiori lōgiorē projicit umbram q̄ ex lumine altiori.
Esto enim qd' aliquod corpus luminosum sit in pun-
cto h: cadatq; radius h a in punctū lineæ e g, qd' sit k:
eritq; p̄ p̄missum modū pportio e k ad b k, sicut h e ad a b: sed p̄ 8 p 5 pportio h e ad a b est minor
q̄ d e ad a b: sed pportio d e ad a b est, sicut pportio e g ad b g, ut patuit: ergo p̄ 11 p 5 pportio e k ad
b k est minor q̄ e g ad b g. Multū ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet p̄ 10 p 5 & per
4 t i huius. Et ex hoc accidit, quōd umbræ lunares semper sunt lōgiores quā umbræ solares: & ita
est de alijs corporibus luminosis altioribus & basioribus quibuscunq;. Patet ergo propositum.



10. *Omnem radium luminosum per medium unius diaphani trans uerticem alicuius corpo-
ris umbrosi protensum, neceffe est esse lineam unam rectam.*

Remaneat totalis dispositio proximæ præcedētis, & sit punctus g finis umbræ. Quia itaq;, ut pa-
ter p̄ 8 huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius
luminosus: dico, quōd ille radius terminās umbrā
est linea recta, ut est in proposita figura lineæ d a g. Si
enim nō est recta lineæ d a g, tūc cū d a linea sit recta
p̄ 1 huius, ideoq; nullā habet caussam impedimēti in
pgressu, & lineæ a g similiter est recta p̄ idē: cōiūgun-
tur ergo lineæ d a & a g angulariter in pūcto a: subtē-
datur ergo illi angulo, ut cūq; cōtingat, basis à pūctis
d & g: & sit lineæ d u g recta: & p̄trahatur uel abscin-
datur lineæ a b: trigonū itaq; e d b g diuiditur p̄ lineā
b u æquidistatē lineæ e d: ergo p̄ 29 p i erūt trigoni e
d g & b u g æquianguli: ergo p̄ 4 p 6 erit pportio li-
neæ g e ad lineā g b, sicut lineæ e d ad lineā b u: sed p̄
proximā p̄missam est pportio lineæ g e ad lineā g b,
sicut lineæ d e ad lineā b a. Est ergo p̄ 11 p 5 eadē pro-
portio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a: qd' est cō-
tra 8 p 5 & impossibile: ad minorē enim maior, & ad
maiorē minor est proportio: uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori per 9 p 5: hoc au-
tem est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta. Quod est propositum.



11. *Omnia corpora densa non diaphana in partem luminoso corpori aduersam, umbrā proy-
ciunt usq; ad incidentiam radij per rei densæ uerticem producti.*

Quia enim in corporibus dēsis nō diaphanis natura diaphanitatis & transparentiz est impedita
p̄ admixtionē corporū opacorū terreorū: sunt enim omnia talia naturæ terre à dño: neceffe est er-

go, ut trāsitu luminis impediāt: ergo p 3 petitionē in absentia luminis umbrositate efficiūt in ea parte, in qua p ipsas luminis accessus impeditur: hoc autē est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autē aliquod taliū umbrosorū corporū, cuius altitudo ab horizōte sit a b, & eius uertex a: & sit corpus luminosum altius q̄ linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d: radij itaq; in tota linea a b incidētes, impediuntur à trāsitu ppter corporis opacitatē: cadat uerò radius d c proximus supra radiū d a: hic ergo radius, q̄ nō impeditur, trāsit ultra corpus a b: in sua ergo incidentia, q̄ sit c, affert lumen. Deficit ergo umbra. Et patet propositum.

12. *Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.*

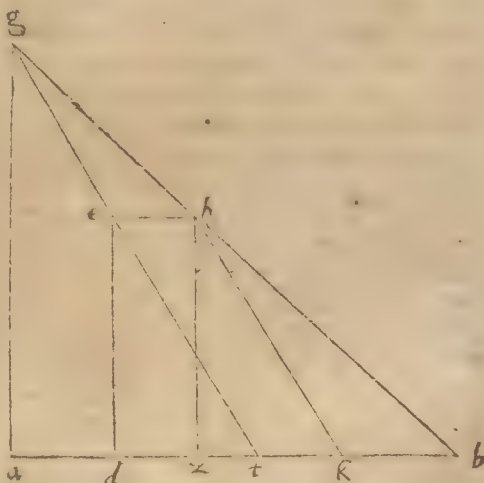
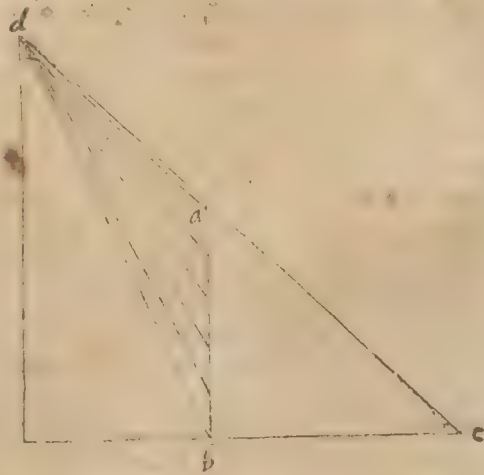
Sit supremus p̄ctus corporis luminosi g, qd̄ sit altius d̄ ob. corporibus umbrosis: cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g: sintq; duorū corporū umbrosorū æquales altitudines erecte super lineā a b, p̄ductā in ipsa superficie horizōtis, q̄ sint d e & z h: quarū d e sit propinquior corpori luminoso a g, & z h remotior: ducaturq; p̄ uerticē corporis d e radius g e t, q̄ erit linea una p̄ iō huius: & p̄ uerticē corporis z h ducatur radius g h b: erit itaq; p̄missam corporis d e umbra d e t: & corporis z h umbra z h b. Dico, qd̄ umbra d e t est minor q̄ umbra z h b. Ducatur enim à p̄cto h linea æquidistās lineæ e t p̄ 3 p̄ 1, q̄ sit h k: palāq; p̄ 2 t huius, quoniā linea h k cōcurrēt cum linea a b, cū qua cōcurrēt eius æquidistās, q̄ est linea e t. Et quoniā lineæ h b & e t cōcurrūt in p̄cto g supremo p̄cto corporis luminosi: cadet ergo punctū k p̄ 2 & 14 t huius inter duo p̄cta t & b. Copuletur ergo linea e h, q̄ p̄ 3 p̄ 1 & ex hypothesi æqualis & æquidistās erit lineæ d z: sed per 34 p̄ 1 lineæ e h & t k sunt æquales: lineæ ergo t k & d z sunt æquales. Addita ergo linea z t utriq; erit linea d t æqualis lineæ z k: ergo per 1 p̄ 6 umbra z h k est æqualis umbra d e t: quoniam sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi: sed umbra z h k est minor quā umbra z h b: quoniam est pars eius. Ergo & umbra d e t est minor quā umbra z h b. Patet ergo propositum.

13. *Umbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso opposita, infixæ superficiē corporis densi nulla est: eleuata uerò est linearis: apparet autem punctualis.*

Si enim p̄ sup̄positionē 3 in absentia luminis sit umbra: tūc patet, qd̄ si lineā mathematicā naturalis corporis superficiē infixā accidat luminoso corpori p̄pendiculariter offerri, nō impeditur, nisi unica lineā radialis à trāsitu cū alijs lineis radialibus, q̄ trāsunt ad superficiē illius corporis: nulla uerò aliarū linearū radialiū impeditur ppter obiectū illius lineæ: aliās enim accideret duas uel plures lineas radiales cū una lineā p̄pendiculari ipsi obiecta in uno p̄cto cōcurrere: qd̄ est impossibile, q̄a indiuisibilia in nullo se excedūt. Cū autē radius nō sit aliud q̄ linea luminosa, ut patet p̄ 6 definitiōe: palā, qd̄ radius ad modū lineæ incidit superficiē corporis secūdū p̄ctū: ergo & impeditur secūdū p̄ctū: sed in alatione luminis umbra deficit p̄ 4 sup̄positionē. Quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secūdū p̄ctū: palā, qd̄ nō manet aliqua umbra. Cū uerò linea eleuatur super dēsi corporis superficiē, ubicūq; sub linea ponatur dēsa superficies, umbra inuenitur: & si p̄ diuersa p̄cta fiat defectus, palā q̄a umbra proijcitur linearis, eō, qd̄ inter quælibet duo p̄cta est lineā mediā ducere: apparet autē semper punctualis in cōkursu sui cum superficiē corporis densi: quia ibi solum cum umbra densitatis superficiē commiscetur. Patet ergo illud, quod proponebatur.

14. *Umbra superficiē planæ cuiuscūq; figuræ perpendicularis super superficiē corporis luminosi, infixæ corpori denso nulla est: eleuata uerò est superficialis: sed apparet linearis recta.*

Hoc patet p̄ p̄cedētē: ad quælibet enim p̄ctū lineæ terminātis quæcūq; datā superficiē corpori luminoso p̄pendiculariter oppositā, cōtingit ducere lineā p̄pendiculariter oppositā corpori luminoso. Umbra ergo cuiuslibet illarū linearū, superficiē p̄posita ex: itēte infixæ corpori denso, nulla est: ergo neq; umbra totiū superficiē fit aliqua. Eleuata uerò superficiē opposita ab illo dēso corpore, umbra cuiuslibet illarum linearū p̄ p̄cedētē propositionē est punctualis: aggregata uerò talia puncta uidentur lineam constituere: apparet ergo umbra superficiē taliter eleuatæ umbra linearis. Et quoniam superficies circulares ex suis diametris uel alijs p̄pendiculariter super corpus luminosum productis, non accipiunt nisi puncta umbrarum, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transirem rectæ lineæ, fit ipsarum umbra linearis recta: non enim caussantur umbræ à



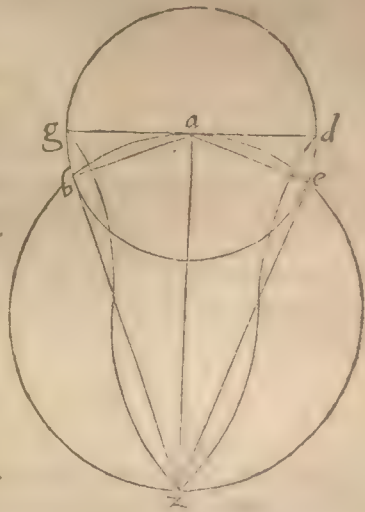
bræ à figura quorumlibet obiectorum, nisi secundum quod transitus luminis impeditur. Cuiuscunque ergo figuræ fuerit proposita superficies, umbra apparēs semper erit superficialis: uidebitur autem linearis propter præmissas causas. Patet ergo propositum.

15. *Omnis corporis densi, cuius æqualis uel amplior est basis, contrapposita sibi superficie perpendiculariter corpori luminoso oppositi, infixi corpori denso umbra nulla est: eleuati uerò est corporalis: uidetur autem superficialis.*

Verbi gratia: sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior superficie illius eiusdem corporis contrapposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies nõ terminetur ad unum punctum, ut est in pyramide, quod infigatur superficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso: dico, quòd uerū est, quod proponitur. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiei contrappositæ basis, & aduersæ corpori luminoso, patet, quoniam radij luminosi ex omni parte secundum lineas longitudinis perueniunt ad basin: nulla ergo sit umbra. Et idem patet, si illud corpus sit pyramidale: uel si basis sit maior sibi contrapposita superficie aduersa corpori luminoso: tunc enim lumen nullatenus impeditur, quod tamen accideret, si superficies aduersa corpori luminoso, esset amplior ipsa basi corporis umbrosi: tunc enim impedito transitu luminis, caussaretur umbra. Sed quacunque figura corporis existēte, si ipsum eleuetur ab alio corpore, cui fuit infixū, apparebit umbra superficialis: superficies enim secantes corpus, & perpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituūt linearē per præmissam. Et quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineæ uerò tales cōiunctæ superficiei constituūt: palā, omnis corporis sic dispositi umbram superficialem apparere: erit autem illa umbra necessariò corporalis: quoniam erit dimensionata dimensionibus corporis: quod potest declarari, ut prius. Patet ergo propositum.

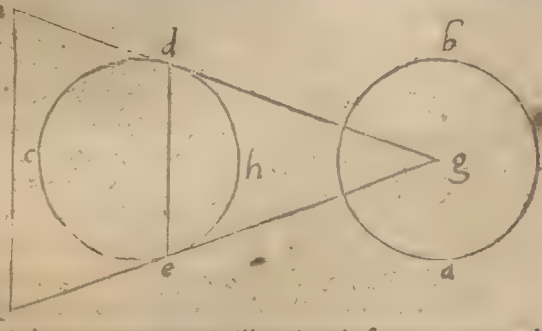
16. *Longior radius ad spheram uel circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniēs, quasi linea contingens est.*

Sit circulus magnus spheræ uel columnæ uel pyramidis rotundæ, qui d g: cuius centrum sit punctum a, & diameter d g. Et quoniam lumen ad omnem differentiam positionis se diffundit, sicut patet per 6 suppositionem: sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundat super circulum d g: ducaturq; linea z a à puncto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli: & secundum diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b: & copulentur radij z e, z b. Dico, quòd radij z e & z b sunt contingentes spheram, uel aliud aliorum corporum: & quòd nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire. Ducantur enim à centro circuli d g (quod est punctum a) ad puncta sectionum b & e, lineæ a e & a b. Palā ergo per 31 p 3, quoniam duò anguli z e a & z b a sunt recti: ergo per 16 p 3 patet, quòd lineæ z e & z b contingunt circulum d g: productæ ergo non secabunt circulum d g: sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur, quòd aliqui longiores radij duci possint à puncto z ad illa corpora: patet per 8 p 3, quòd illæ non cadent in arcum e b: ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius, quàm perueniant ad arcum e d uel b g: duæ itaq; lineæ rectæ includent superficiem: quod est impossibile. Et hoc quidem non solum demonstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis: quia & ab illis longior radius in obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens. Patet ergo propositum.



17. *Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantum à centro corporis luminosi. Ex quo patet, quòd necesse est à quolibet puncto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.*

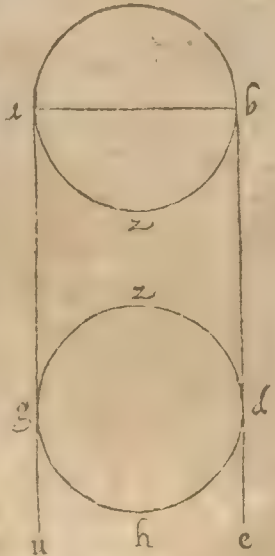
Si enim dicatur, quòd radij luminosi tantum egrediuntur à centro corporis luminosi: sit corpus luminosum circulus a b: cuius centrum g: sitq; corpus illuminatum circulus d e: & à centro g corporis luminosi egrediantur duo radij longissimi, qui possunt ab illo puncto g corpori illuminando incidere, qui per præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quæ sint g d u, & g e z: & puncta contactuū, quæ sint d & e, copulentur per lineam d e: & ei æquidistant ducatur linea u z, per 31 p 1, eritque pars corporis illuminati, super quam cadit lumen, pars d h e: & pars obscura, super quam non cadit lumen, quæ d c e. Et quia pars, supra quam



non cadit radius, non illuminatur: ergo pars contenta sub terminis u d e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquidistantes: sunt itaq; per 29 p 1 trigoni u g z & d g e æquianguli: quia angulus d g e est communis ambobus trigonis. Est ergo per 4 p 6 proportio lineæ g e ad lineam g z, sicut lineæ d e ad lineam u z: sed lineæ z g est maior quàm lineæ e g: ergo lineæ u z est maior quàm lineæ d e. Umbra ergo corporum omnium (cuiuscunq; sint proportionis ipsarum diametri ad diametros corporis luminosi) semper est maior corpore umbroso, & semper augmentantur secundum modum, quo elongantur ultra corpus umbrosum, cuius contrarium notum est sensui. Vnde sui suppositum in principio aliquam umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Patet ergo eit propositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solum à centro, ut ostendimus, manifestum est corollarium: quoniam à quolibet puncto superficie corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda: corpus enim luminosum secundum quodlibet sui punctum unigenum est: unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficie lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum. Patet ergo propositum.

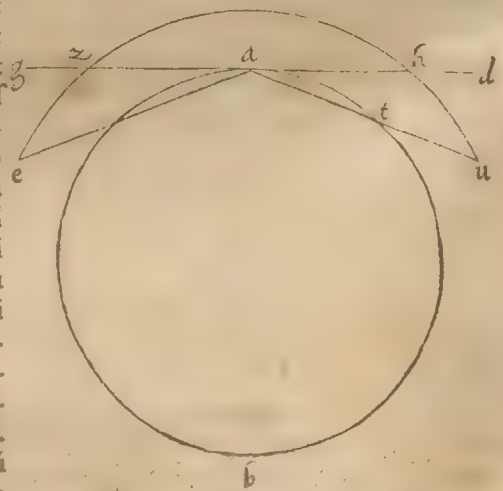
18. *Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquidistanter corpori illuminando incidentes.*

Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur evidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b: & corpus illuminatum d g: & producantur à corpore luminoso duo radij longiores, qui per 16 huius erunt duæ lineæ contingentes fines corporis g d: quæ sint a g u & b d e, & sint æquidistantes ex hypothesi: pars quoq; illuminata, super quâ cadit lumen, sit g z d, & pars super quâ cadit umbra, sit g h d. Umbra ergo continetur à duabus lineis e d & u g, quæ sunt æquidistantes. Si ergo unicuiq; corpori illuminando correspondeat æqualis sibi pars corporis illuminantis (tunc enim solum secundum lineas æquidistantes radij incidet per 33 p 1) patet ergo, quod omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ: igitur non augebitur umbra, neq; minuetur, sed protendetur semper in infinitum: quod est contra suppositionem: habet enim aliqua umbrarum terminum acutum: est ergo hoc impossibile: oppositum est ergo necessarium. Et hoc est propositum.



19. *Omnis punctus corporis luminosi eam partem corporis umbrosi illuminat, ad quâ ab eodem puncto rectæ lineas possibile est produci. Ex quo patet, quod unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.*

Sunt enim corpora luminosa unigena in suis partibus: non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminent, & non ab alia: non tamen ab uno puncto corporis luminosi ad quodlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ produci: & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b: quem contingat lineæ d g super punctum a per 17 p 3: sitq; corpus illuminatum concavum arcus e u, & secet ipsam lineam d g super duo puncta z & h. Dico, quod possibile est omnem arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi: quoniam, ut patet, possibile est, ut ab omni puncto arcus z h ducatur lineæ recta ad punctum a: sed ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile per 16 p 3: quoniam inter lineam g d contingentem circulum, & inter ipsum circulum a b aliquam lineam rectam intercipi est impossibile. Si ergo aliqua lineæ ab aliquo punctorum illorū arcuum ducatur ad punctum a, illa necessariò secabit circulum, sicut lineæ u a secat circulum a b in puncto t, priusquâ perueniat ad punctum a. Et similiter est de omnibus lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctum a productis: oēs enim secant circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a, priusquâ perueniat ad punctum a. Radius itaq; exiens à puncto a, nō illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z: sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quibus ad eosdem arcus rectæ possunt produci lineæ, nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporibus illuminatis: quoniam si corpora concava (de quibus prius uidetur, quod possint ab uno puncto illuminari) nō illuminantur ab uno puncto corporis luminosi: ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora spherica, uel alia conuexa, possunt ab uno puncto luminosi corporis illuminari. Patet ergo propositum & eius corollarium.



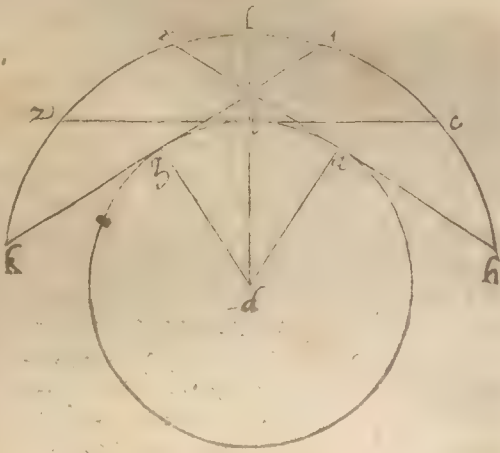
20. *A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam,*

nam, qua ab illo puncto ad oppositam superficiem duci potest: unica tantum linea perpendiculariter superficiem obiecti corporis incidente. Ex quo patet, lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quod enim lux cuiuslibet puncti corporis luminosi diffundatur secundum omnem lineam ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti, ad omnem positionis differentiã, hoc patet per præmissam. Quod autem unica tantum linearum ab aliquo uno puncto corporis luminosi productarum ad superficiem unam corporis oppositi sit perpendicularis, hoc patet ex 20 t 1 huius. Unica ergo linea perpendiculariter incidit superficiem sibi oppositam: omnes uero alia lineæ ab eodem puncto productæ incidunt oblique. Patet ergo ex hoc, quod cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundum pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in puncto corporis luminosi & basis in superficie corporis obiecti: & hoc quidem instrumentaliter patet per 1 huius. Lumine enim traesente foramen instrumenti, cuius centrum est punctum m, & diffuso ipso in partem oppositam oræ instrumenti secundum circulum, cuius centrum est punctum p: erit circulus p maior circulo m: quod sensibiliter potest uideri, computatis hinc inde partibus in ora instrumenti, quæ interiacent peripherias illorum circularum & centra. Patet ergo propositum.

21. *Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen incidit, plus illuminatur, quam pars, cui à paucioribus. Ex quo patet, unumquodq, umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentem plus illuminari.*

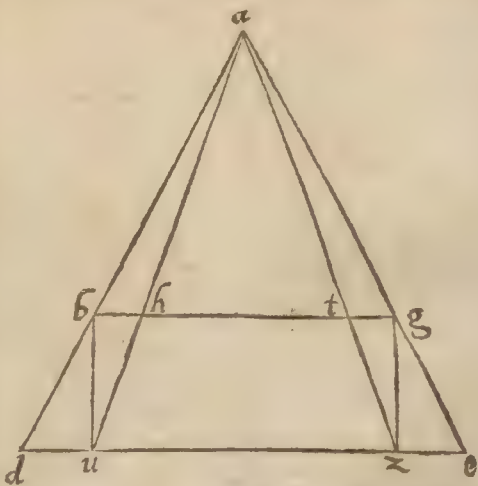
Sit corpus luminosum circulus a b g: cuius centrum sit punctum d: sitq; arcus sui cõuexitate respiciens corpus illuminandum (qui a b g) diuisus per æqualia in puncto b: & ducatur linea z c continens circulum in puncto b per 17 p 3: & in puncto g contingat circulum linea i k, & in puncto a linea t h: sitque corpus umbrosum arcus k z t i c h: ducatur quoq; linea d b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum: eritq; hæc perpendicularis super lineam z c, continget circulum in puncto b per 18 p 3: unaqueq; igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19 huius: punctus ergo l illuminatur à puncto a. Similiterq; arcus k i illuminatur à puncto g: ergo & punctus l, totusq; arcus z c illuminatur à puncto b: ergo & punctus l: punctus itaq; l illuminatur à tribus punctis corporis luminosi, scilicet punctis a, b, g, & totus arcus t i est communis illuminationi trium punctorum a, b, g: arcus uero c i est cõmunis duabus tantum illuminationibus. punctorum a & b: arcus quoq; z t est similiter cõmunis duabus tantum illuminationibus. punctorum b & g: quoniam est cõmunis arcibus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis: arcus uero h c illuminatur tantum ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantum puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatam habet lumen, quod arcus z t & c i habent duplum, & quod arcus c z & z k habent simpliciter: magis ergo omnibus alijs arcibus illuminatur arcus t i, qui est circa lineam perpendicularẽ, quæ est l d: & illuminatio duorum arcuum z t & c i est æqualis: quoniam à totidem punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius: ipsorum uero amborum illuminatio maior est illuminatione duorum arcuum c h & z k: eritq; semper proportio excessus illuminationis secundum numerum punctorum corporis illuminantis, respicientis partem corporis illuminati. Patet itaq; ex ijs, quoniam semper id, quod est propinquius perpendiculari, fortius illuminatur illo, quod est remotius ab eadem perpendiculari: super ipsum namq; plus luminis cadit, quod à pluribus luminosis partibus illuminatur. Quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accedit in alio corporum quocunq; exemplificauimus autem istum in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari. Patet ergo propositum.



22. *Omne corpus umbrosum puncto luminoso propinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.*

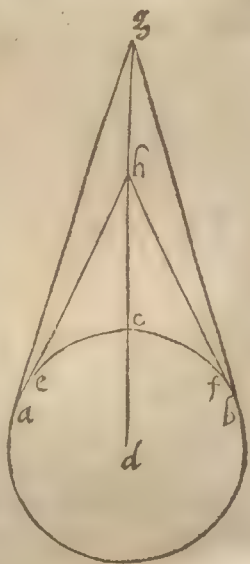
Sit corpus luminosum in puncto a: & corpus illuminatum sit apud lineam b g: & copulentur lineæ a b & a g. Virtus itaq; corporis a illuminans corpus b g, illuminat etiã aerẽ mediũ, qui continetur in triangulo a b g: & ducatur linea d e æquidistans lineæ b g per 31 p 1: sitq; linea b g propinquior corpori luminoso in puncto a existenti quàm corpus d e. Dico, quod corpus b g fortius illuminatur quàm corpus d e. Sit enim, ut radius a b cadat in punctum d, & radius a g in punctum e: & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis, quæ sit b u: & à puncto g perpendicularis, quæ sit g z per 12 p 1. Erit ergo per 34 p 1 linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ g z. Ducatur itaq; lineæ u a & z a: hæc ergo secabunt lineam b g per 2 t 1 huius: secet ergo ipsam lineam u a in puncto h, & lineam z a in puncto t. Quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulum a b g: uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori b g, est diffusa solum per trigonum a h t: & quia

quia per 1 p 6 triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniam basis b g est maior basi h t: plus itaq; luminis diffusum est in trigono a b g, quam in trigono a h t: in quolibet enim istorum triangulorum puncto est lumen equaliter diffusum. Lumen ergo incidens corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat quam corpus b g: quia paucius sibi lumen incidit: proportio enim uirtutis luminis incidentis lineae h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor proportione uirtutis incidentis lineae b g ad impressionem suam in corpus u z per 8 p 5: quoniam, ut patet ex praemis, lumen incidens lineae b g, est plus lumine incidente lineae h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineae h t ad impressionem suam in corpus u z, est sicut proportio uirtutis incidentis lineae b g ad impressionem suam in corpus b g per 6 huius: ergo per 16 p 5 erit permutata proportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientem ad lineam b g, sicut impressionis factae in corpus u z ad impressionem factam in corpus b g: sed per praemissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lumine perueniente ad lineam b g. Ergo impressio perueniens ad lineam h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente ad uirtutem luminis incidentis lineae b g in corpus b g. Corp^o itaq; propinquius corpori luminoso fortius illuminatur quam remotius ab eodem. Et hoc est propositum.



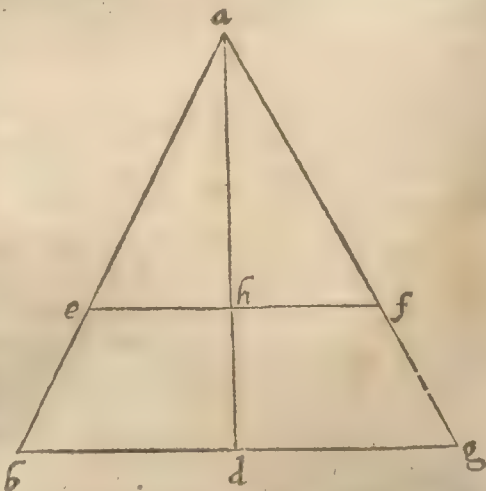
23. Puncto remotiori a corpore luminoso incidunt radij a pluribus punctis corporis luminosi, quam puncto propinquiori.

Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius centrum d: & ducatur perpendicularis d g, in qua signentur duo puncta g remotior, & h propinquior. Dico, quod puncto remotiori, qui est g, incidunt radij a pluribus punctis corporis luminosi, quam ipsi puncto h. Ducatur enim radij longissimi a corpore luminoso ad punctum g. Et similiter ducantur radij longissimi a corpore luminoso ad punctum h: erunt itaq; per 16 huius illi radij contingentes sphaeram. Contingant itaq; radij incidentes puncto g in punctis a & b, & radij incidentes puncto h, contingant sphaeram in punctis e & f: palamque per 60 t 1 huius, quoniam puncta contingentia e & f cadent intra puncta a & b. Quia itaq; punctum h solum irradiatur a punctis arcus e c f, & non ab alijs: punctum uero g irradiatur a punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum: quoniam punctum g illuminabitur a superficie corporis luminosi, quam per equalia diuidit arcus a c b: & punctum h illuminabitur a superficie corporis luminosi, quam per equalia diuidit arcus e c f: tamen propter radiorum fortitudinem, quae consequitur ipsorum breuitatem, fortius illuminabitur punctum h a paucioribus radijs, quam punctum g a pluribus. multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorum multorum oblique incidentium & debilius, sed in puncto propinquiori fortificatur lux ex breuitate radij, secundum quam a corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



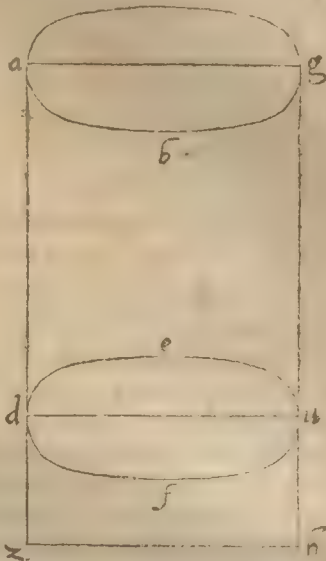
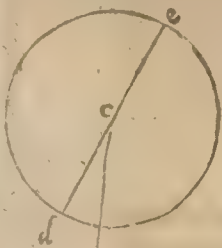
24. Omne corpus luminosum minus spatium, a quo non egreditur, fortius illuminat quam spatium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum: una enim candela paruam cameram fortius illuminat quam domum uel cameram maiorem: potest tamen idem figuraliter demonstrari. Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a: a quo per spatium magnum, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d: & sit radius a d perpendicularis super lineam b g: illuminatur itaq; spatium totum b g secundum has lineas a puncto a sibi incidentes. Abscindatur itaq; a linea a b linea a e, ut placuerit, & a linea a g abscondatur linea a f equalis lineae a e: productaque linea e f fecet lineam perpendicularem, quae est a d, in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spatium, ne lumen ultra pertranseat, erit illud spatium minus spatio terminato per lineam b d g per 2 p 6. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniunt ad lineam e f: plus ergo aggregantur radij in spatio e f quam in spatio b g: fortiores ergo fiunt, cum sint uirtutis plus unitate: magis ergo agunt quam in spatio b g, in quo sunt diffusiores. Plus ergo illuminatur spatium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, quam spatium maius illo. Et hoc est propositum.



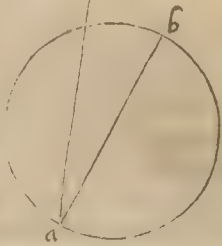
25. *Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis spherici luminosi: alicui diametro illius corporis æquidistat.*

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens superficiem corporis luminosi spherici, cuius centrū sit punctum c. Dico, quod linea a b æquidistat alicui diameterū corporis c. Ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminosi: & super punctum c terminum lineæ a c fiat angulus æqualis angulo b a c per 23 p 1, qui sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant cōalterni: lineæ ergo d c & a b æquidistant adinuicem per 27 p 1. Et quoniam linea c d est ducta à cetro corporis luminosi: patet, quod ipsa est pars diametri spherici illius corporis. Producti ergo diametro d c e, patet, quod ipsa æquidistat lineæ a b. Et hoc est propositum.



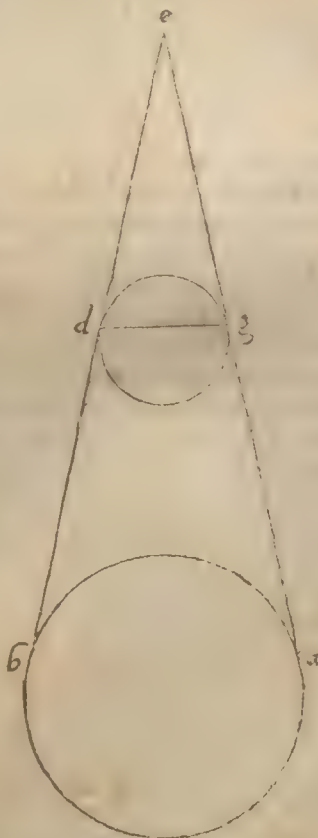
26. *Diametro corporis luminosi spherici existente æquali diametro corporis illuminandi: tantū eius medietas illuminatur: & umbra sit æqualis rei in infinitum protensa. Aristarchus Samius in libro de magnitudinib. & interuallis solis & luna.*

Est corpus illuminantis diameter a g: cuius pars aspiciens corpus illuminandū sit a b g: diameter uero corporis illuminandi sit d u æqualis ex hypothesi, & per præmissam æquidistans diametro a g: & superficies illuminata sit d e u. Dico, quod d e u est medietas superficiei corporis illuminandi. Ducantur enim radij a d & g u. Quia itaque diameter a g est æqualis & æquidistans diametro d u per hypothesim & per præmissam: palam, quod radij a d & d u sunt æquidistantes & æquales per 33 p 1: ergo in infinitum protracti nunquā cōcurrent: nō ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrū d u. Eius ergo corporis tantū medietas illuminatur: protenditur enim umbra in infinitum æqualis diametri cum diametro corporis: & est extensa inter lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u. Portio itaque arcus d t u, quæ est medietas totius superficiei corporis d e u: & linea d z & u h continent umbram æquale rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum. Patet ergo propositum.



27. *Diametro corporis luminosi spherici existēte maiore diametro corporis spherici illuminandi: plus medietate corporis illuminatur: & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati, concurrēns ad punctum unū retro corpus. Aristarchus Samius in libro de magnitudinib. et interuallis solis et luna.*

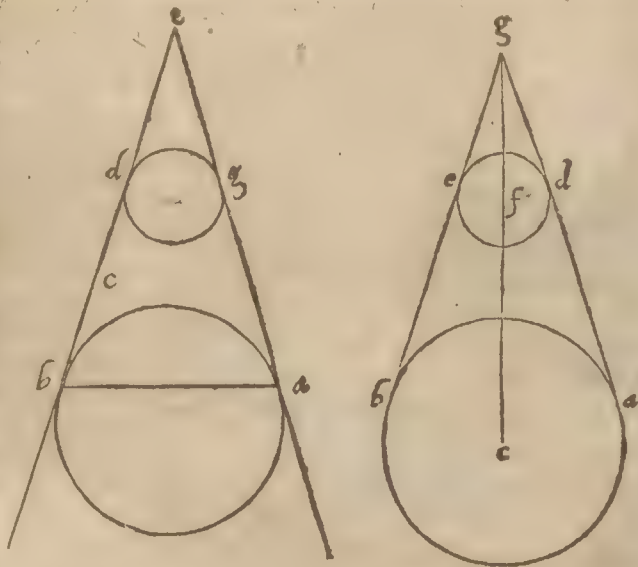
Sit corpus luminosum contentum circulo a b: & sit corpus umbrosum illuminandū contentū circulo g d: & sit diameter circuli a b maior diametro circuli g d: & sint radij incidentes a g & b d: i j ergo radij, necessariō cōcurrent ultra corpus g d. Si enim nō cōcurrant, tunc æquidistabunt: necessariū ergo erit diametros a b & g d esse æquales, quod est cōtra hypothesim: cōcurrant itaq; in pūcto e: patet ergo, quod radij a g & b d nō transeunt terminos diametri circuli g d: si enim transeāt, palā, cū illi radij p̄ r̄ huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erūt recti per 18 p 3. In triángulo ergo g d e sunt duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32 p 1: palā ergo, quod radij a e & b e nō transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos cōtingunt superficiē corporis illuminandi: magis ergo medietate corporis illuminatur. Et quia minor circulus illius spherici corporis cōtinet umbram, patet, quod basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati. Quod est propositum.



28. *Diametro corporis luminosi spherici existēte minore diametro corporis illuminandi spherici: minus medietate illuminatur: & est umbra multō maior corpore illuminato in infinitū ptēsa.*

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g: & corpus illuminandū, cuius maior circulus sit a b: & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b: concurrent itaque radij g a & b d ultra corpus luminosum g d per præmissam

missam diametrorum proportionem: concurrant ergo in puncto e ultra diametrum corporis d g: ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b: quia si sic erunt, ut in premissa per 16 & 18 p 3 trigoni a b e duo anguli recti: quod est impossibile: minus ergo medietate corporis a b illuminatur. Et quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra ultra illum protensa semper dilatatur, cum per 14 t 1 huius radios g a & g b ad illam partem concurrere sit impossibile: patet, quod umbra extendetur in infinitum. Et hoc est quod proponitur. Et per hec premissa penitus similiter in columnis & pyramidib. potest demonstrari: idem enim in illis est demonstrandi modus.

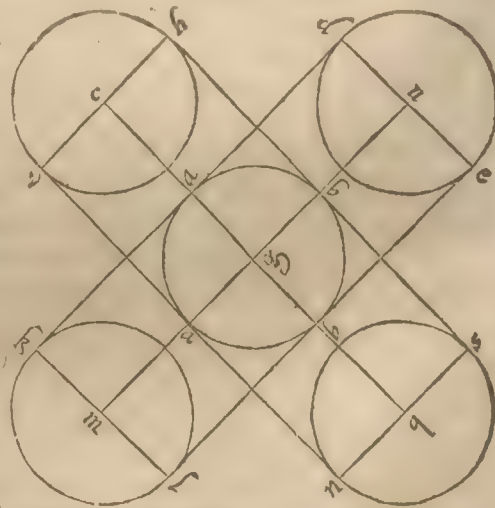


29. Superficiem planam super mediū umbra erectam, corpus umbrosū & corpus luminosum, per aequalia dividere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum c: & corpus umbrosū sit d e, cuius centrum f: sitq; punctus in medio umbrę, qui sit g: & copuletur linea fg: cadet itaq; linea fg in mediū umbrę: superficies itaq; erecta super medium umbrę, necessario erit erecta sup lineam g f: transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi: necessario ergo dividet illa corpora per equalia per ea, quę ostensa sunt in principio huius. Patet ergo propositum.

30. Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosū per aequalia dividens, super medium umbrę erigi est necesse. Ex quo patet, tot esse umbras eiusdē umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super quod cadit lumen, quod cōtinetur à circulo a b, cuius centrū est punctū g: & sit unum corporū luminosorū contentū à circulo d e, cuius centrū est u: sitq; aliud corpus luminosum cōtētū à circulo z h, cuius cētrū est c: uidebitur itaq; umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cū ergo aliqua superficies divideret corpus luminosum & corpus umbrosū per equalia: illa necessario trāsibit p lineā u g m: secabit ergo per equalia ipsam umbrā: quia perpendiculariter erecta trāsit per ipsius corporis centrū, quod est punctū g. Similiter quoq; superficies dividēs per equalia ambo corpora z h, & a b transit per lineam c g ductā per centra illorū corporum: sed eadem pertransit centrū umbrę cōtētę sub lineis a n & b s secundum punctū medium ipsius, qui sit q. Illa ergo superficies dividens corpora z h & a b in duo media, dividet etiā umbram per duo equalia. Et quoniā superficies planę secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde p equalia sunt diuisæ: patet quod secundū ipsas numerantur etiam & umbrę: patet ergo propositum. Vniuersaliter enim tot eruat umbrę eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.



31. Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit: propinquioris uerò magis.

Quoniam enim, ut patet per 22 huius, omne corpus umbrosū corpori luminoso propinquius, illuminatur fortius corpore plus distāte: patet, quod umbra corporis propinquioris plus priuat luminis: radij quoq; ipsam terminantes sunt fortioris luminis: umbra ergo inter illos radios apparet nigrior, & plus umbrescit: quoniā radij terminantes illas umbras, sunt plus luminosi, propter quod etiam plus apparent umbrę in presentia illorū: Corporis uerò remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis: radij quoque continentes ipsam umbram sunt debilioris luminis: umbra ergo inter illos radios apparet debilior: minus ergo umbrescit. Patet ergo propositum.

32. Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unū corpus umbrosū obiectū pluribus corporib. luminosis: palā ergo per 30 huius, quoniam tot erunt umbrę eiusdem corporis umbrosi, quot ipsum opponitur corporib. luminosis. Si itaq; accidat, ut umbrę se interfecent: dico, quod umbra multiplicata plus umbrescit: quęlibet enim umbrarum aufert aliquod lumen: multiplicata ergo umbra plura auferet lumina, quę remanent

remanet in alijs partibus medij, in quibus umbra nō multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra. Ergo illa simplex pfunditur aliquo lumine, qd' ad umbrā multiplicatā nō ptingit. Multiplicata ergo umbra plus umbrescit: quoniā plurimo lumine priuatur locus illius umbræ. Patet ergo ppositum.

33. *Duo corpora, quorum unum obumbrat reliquum secundum sui medium, in eadem superficie erecta super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie, propinqua adinuicem consistunt: unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.*

Hoc, quātūm ad primam partem, patet per 30 huius: quoniam enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens est erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ: umbra uerò cadit super lumē corporis obumbrati: ergo oportet, quòd illud corpus obumbratum secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi. Ex hoc etiam patet secunda pars præsentis theoremat: quoniam si duo corpora propinqua adinuicem secundū sui partes medias in eadē superficie erecta super superficiem luminosi corporis consistunt, unum reliquum obumbrabit: quoniam remotius à lumine, quando fuerit propinquum illi, quod plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, quod est propinquius lumini: ut quando idem radius transiens uerticem propinquois, transit etiam uerticem remotioris, uel punctum aliquod, quod sit altius illo. Patet ergo ppositum.

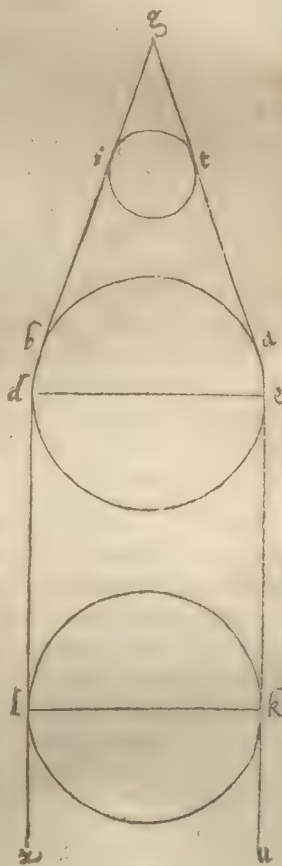
34. *Æquidistantia linearum radialium uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportione diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum. Ex quo patet, quòd lumen diffunditur uniformiter per aerem circumstantem.*

Hoc patet per 17 & 18 huius: & potest sic exemplariter declarari. Sit enim corpus luminosum circulus a b: & una linearum radialium ab ipsa egredientium sit linea a g, & alia linea b g, & cōcurrant illæ in pūcto g: sit item una linea e u, & alia d z: & sint e u & d z æquidistantes, sitq; corpus unum (cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi) super quod cadit lumen, positum inter duas a g & b g se contingentes, cuius maior circulus sit t i: & contingat ipsum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t: & corpus aliud æquale corpori luminoso, super quod cadit lumen, sit positum inter duas lineas æquidistantes e u & d z, illud corpus contingentes, cuius diameter sit k l: contingaturq; à linea e u in puncto k, & à linea d z in puncto l. Umbra itaq; proueniens à corpore t i, minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27 huius, ideo quia radij contingentes corpus t i, qui sunt a g, b g, concurrunt in puncto g: umbra ergo corporis t i cōtinetur à duabus lineis i g & t g, & superficie corporis t i, quæ est à parte g. Umbra ergo finitur apud punctum g. Umbra uerò corporis k l protensa inter lineas æquidistantes l z & k u, ut patet per 26 huius, non terminatur ad aliquod punctum: quoniam illæ lineæ continentes umbram in infinitum protractæ non concurrunt. Si uerò corpus t i motum extra lineas a g & b g ponatur intra lineas e u & d z, concurrent lineæ e u & d z, & uariabitur umbra ab ipsis prius contenta secundum diuersitatem proportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrum corporis luminosi. Et ex hoc patet, quòd radij per se non sunt lineæ neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquidistantes, neq; concurrentes: sed accidit eis lineatio per respectum ad corpora, quibus incidunt: & æquidistantia & concursus accidit eis per proportionem diametrorum corporum umbrosorum ad diametros corporis luminosi. Diffunditur ergo lumē uniformiter per totum aerem circumstantem, ita, ut omnis punctus aeris, à quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctum corporis luminosi, illuminetur à lumine corporis luminosi, ut patet per 19 huius. Patet ergo ppositum.

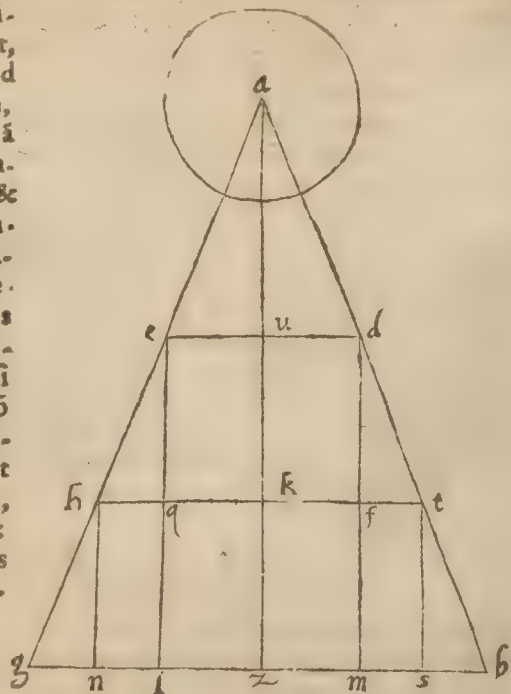
35. *Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secundum linearum longitudinem ad æquidistantiam sensibilem plus accedunt.*

Esto, ut à puncto medio corporis luminosi (quod sit a) egrediantur radij a b & a g æquales: copuletur quoq; basis b g, & ducatur linea d e secans trigonum a b g citrà medium sui lateris a g æquidistanter basi b g per 10 & 31 p 1: protrahaturq; à puncto a linea a z perpendiculariter super basim b g per 12 p 1, quæ secet lineam d e in puncto u: diuidaturq; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10 p 1, & linea d b in puncto t: ducaturq; linea h t: linea ergo h t erit æquidistans basi b g per 2 p 6: secabit ergo lineam u z per 2 t 1 huius: sit punctus sectionis k. Ducatur item à punctis e, d, h, t lineæ perpendiculares super basim b g: quæ sint e l, d m, h n, t s: secabit quoq; perpendicularis e l lineam h t: sit punctus sectionis q, & punctus sectionis linearum d m & h t sit f: erit ergo linea q f æqualis lineæ e d per 34 p 1: patet ergo, quòd linea h t est maior quàm linea e d. Quia itaq; trigonā a u e & e h q sunt æquiangula per 29 & 32 p 1: erunt per 4 p 6 latera ipsorum proportionalia. Quia ergo, ut patuit supra, linea a e est maior quàm linea e h: erit ergo linea e u maior quàm linea h q: sed linea h t est maior quàm linea e d, ut præostensum est: ergo per 9 t 1 huius maior est proportio lineæ e u ad lineam e d,

G quàm

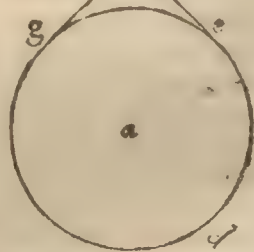
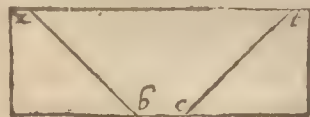


quàm lineæ h q ad lineam h t: est enim proportio lineæ e u ad lineam e d, sicut lineæ h k ad lineam k t per 4 p 6 & per 11 & 16 p 5: sed lineæ h q est pars lineæ h k: ergo per 8 p 5 minor est proportio h q ad h t, quàm h k ad h t. Minor est ergo proportio lineæ h q ad h t, quàm e u ad e d. Eodemq; modo demonstrandum, quòd lineæ g n ad lineam g b minor est proportio, quàm lineæ h q ad lineam h t: excessus itaq; basis g b super basim h t est minor excessu basim h t super basim d e: & quâtò bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tantò excessus remotiorum basium super bases uiciniores plus minuètur. Palàm ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquidistantiam plus procedunt: & cū quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis: tunc lineæ radiales erunt quasi æquidistates. Quoniam enim lineæ b g sensibiliter nō excedit lineam h t: tunc erunt h g & t b radij quasi æquidistantes secundum sensum. Et hoc est propositum. Et fortè ad istud multū cooperatur proprietates radiorū, quæ semper, ut potest, approximat suæ perpèdiculari: propter quod radij omnium punctoꝝ totius corporis luminosi semper concurrunt in quolibet puncto corporis illuminadi: & sic cōstituunt pyramidē radialē.



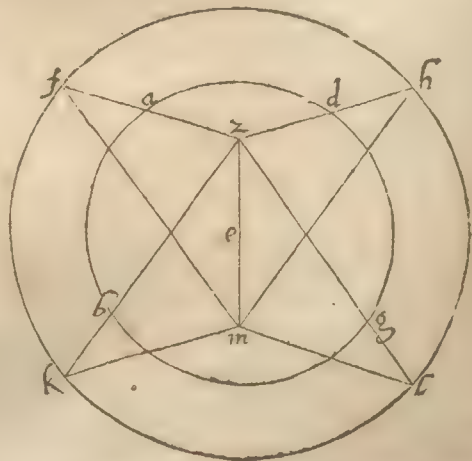
36. *Lumine incidente per fenestram super corpus oppositum solidū: erit luminis perimeter amplior perimetro fenestrae.*

Esto corpus luminosum, cuius centrum a: & circulus magnus d e g: & sit diameter fenestrae b c: sitq; lineæ t z in superficie corporis solidi opposita lumini, cui incidit radius: producantur quoq; lineæ radiales tangentes peripheriā fenestrae: quæ sint e b & g c: hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte medij: sit pūctus cōmunis sectionis f: & hæ lineæ productæ incidāt superficiei corporis oppositæ lumini: cadatq; lineæ e b in punctū z, & lineæ g c in punctū t. Quia itaq; in trigono f t z, latus t z est maius latere b c: quoniam trigonum f t z maius est trigono f c b. Et quoniā per omnem punctum peripheriæ fenestrae sic incidūt radij se secātes: ideo quòd à quolibet pūcto corporis luminosi in totam fenestrā fit missio luminis p 20 huius: palàm, quoniā perimeter luminis incidentis corpori solidi opposito fenestrae, est maior perimetro fenestrae. Et hoc pponebatur.



37. *Ad centrū circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpèdiculariter incidēte: lumen in superficie densi corporis æquidistante superficiei foraminis est uerè circulare.*

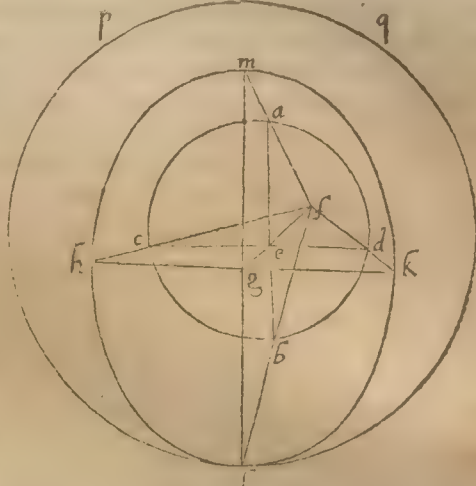
Sit circulus foraminis a b g d, cuius cētrum e: cui sit æquidistans superficies solidi corporis f h k l: & erigatur à centro e lineæ e z, perpèdiculariter super superficiem a b g d circuli: in quocunq; itaq; puncto lineæ e z sit centrum corporis luminosi, dico, quòd lumen incidēs superficiei f h k l, est uerè circulare. Palàm enim per 65 t huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d ductæ à polo z ad circumferentiam, sunt æquales, & æquales angulos cōtinent cū lineæ e z per 8 p 1. Producatuꝝ itaq; lineæ z e ultra punctū e ad superficiem æquidistatē in circulo foraminis, quæ est f h k l: incidetq; perpèdiculariter super illam per 14 p 11: sit ut incidat in punctum m: producatuꝝq; lineæ z b ad superficiem f h k l in punctum k, & lineæ z a in punctū f, & lineæ z d in punctum h, & lineæ z g in punctum l: eruntq; lineæ a f, b k, d h, g l per 25 t huius æquales propter æquidistantiam superficierum & æqualitatem angulorum: tota ergo lineæ z ferit æqualis toti lineæ z h: & z k æqualis lineæ z l. Ducantur quoq; lineæ f m, h m, k m, l m. In trigono itaq; f m z basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4 p 1: eodemq; modo erit lineæ k m æqualis lineæ h m. & lineæ l m æqualis lineæ k m. Palàm ergo per 9 p 3, quoniam superficies f h k l est circularis: & ipsa est, ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestrā a b g d: quoniam de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio. Patet ergo propositum.



38. *Per centrū circularis foraminis radio luminoso obliquè incidete superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis: lumē incidēs erit figura sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestram, & super superficiē corporis substrati.*

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrum e: cui sit superficies æquidistans h m k l: & sit f centrum corporis luminosi: sitq; primò ut linea f e obliquè cadat super superficiem circuli a b c d: hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter obliquè propter æquidistantiam superficierū, argumento 23 t 1 huius: incidat itaq; in punctum g: & ducatur linea a e b diameter circuli: sit itaq; angulus a e f acutus: erit ergo per 13 p 1 angulus b e f obtusus: ducatur ergo lineæ f a, f b. Et quia quadratum lineæ f a ualet minus duobus quadratis linearum e f & e a, per 13 p 2, & quadratum lineæ b f est

maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e per 12 p 2: quadratū uerò lineæ b e æquale est quadrato lineæ a e: quia sunt æquales semidiametri: & quadratum lineæ f e est commune: patet, quòd quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a: ergo linea f b est maior quàm linea f a: productisq; lineis f a & f b ad superficiem h m k l: si linea f a incidat ad punctum m, & linea f b ad punctum l: erit linea f l maior quàm linea f m per eadem, quæ prius: copulatisq; lineis l g & m g ad punctum g, cui incidit radius trāsiens centrum foraminis fenestree: erit quoq; per 2 p 6 & per 11 p 5 proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a: quoniā utrarumq; illarum proportio est adinuicē, sicut lineæ g f ad lineam f e: est ergo per 16 p 5 proportio lineæ l g ad lineam m g, sicut lineæ b e ad lineam e a: sed linea b e est æqualis lineæ e a: ergo linea l g est æqualis lineæ g m. Ducatur tunc



c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continuentur lineæ f c, f d: producanturq; ad superficiem h m k l in puncta h & k: & ducatur linea h g k. Et quoniam superficies, in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circulum fenestree, quoniam omnes alię superficies, in quibus est linea f e, incidunt illi superficiei obliquè (sic enim accipimus lineam a b) erit ergo superficies a f b erecta super superficiē circuli fenestree. Palàm ergo, quia angulus f e d est æqualis angulo f e c: est ergo per 4 p 1 lineæ f d æqualis lineæ f c: ergo, ut prius, erit linea h g æqualis k g, & linea f h æqualis lineæ f k, & f g est communis: & quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineam f g: palàm per 4 p 11, quòd linea h g est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ f g & m g: ergo per 18 p 11 erit superficies h m k l erecta super superficiem f m g: ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l. Imaginetur ergo à puncto g termino axis, qui est f g, circumduci pyramidi illuminationis circulus per 102 t 1 huius: erit ergo per 100 & 89 t 1 huius axis f g erectus super illum circulum, & ipse est obliquus super superficiē h m k l: erit ergo per 103 t 1 huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l. Patet ergo propositum. Et si superficies fenestree circularis sit basis pyramidis illuminationis, ita quòd cētrum corporis luminosi sit polus circuli fenestree, & axis erectus sit super superficiē fenestree, superficies uerò solidi corporis excipientis radios luminis, non fuerit æquidistans superficiei fenestree: adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis: quod est præmissio modo demonstrandū: ducta enim per 102 t 1 huius à puncto l termino longioris radij, qui est f l, superficiei æquidistante superficiei fenestree: patet per 100 t 1 huius, quòd illa superficies secabit pyramidē illuminationis secundū circulum, qui sit l p q. Ergo superficies h m k l secat ipsam secundū pyramidalem sectionem. Patet ergo propositum.

39. *Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.*

Quod hic proponitur, patet per 35 huius. Quoniam enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquidistantiam sensibilem plus accedunt: patet, quòd radij secundum foraminum angularium dispositionem ipsis angulis incidētes, se applicant æquidistantiæ radij perpendiculariter uel circa superficiei foraminis incidentis: retrahunt ergo se ab angularitate, & sic lumē superficiē foramini obiectæ incidēs incipit rotundari. Et quoniam, ut patet per 20 huius, à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppositam superficiē duci potest: omnes enim illi radij in quolibet puncto medijs concurrunt: patet, quòd ipsi in quolibet puncto se interfecent, & radij inferiorum punctorum ipsius corporis luminosi in punctis linearū fenestree alios radios superiorum punctorum secant, & ultra protenduntur: & sic lumen huiusmodi fenestras pertransiens rotundatur: quod non adeò accidēret, si solū ab uno puncto luminosi corporis egredērentur radij fenestram penetrantes. Patet ergo propositum.

40. *Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente: lumen superficiei corporis æquidistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatem aliquam accedens.*

Sit centrum corporis luminosi e: & foramē quadratum sit a b c d: cuius puncto medio (qui sit f)

G 2 incidat

incidat perpendiculariter radius $e f$: sitq; superficies corporis densi æquidistans superfici foraminis, quæ est $g h k l$. Dico, quod lumen incidens illi superfici, erit figura quadrata: fiunt enim duæ pyramides unum uerticem habentes punctum e , quarum maioris basis est $g h k l$, minoris uero basis est $a b c d$, & earum bases sunt æquidistantes: sunt ergo similes per 99 t huius. Quia ergo basis $a b c d$ ex hypothesis est quadrata, patet, quod & basis $g h k l$ est quadrata. Et est hoc propositum primum. Quonia uero per 35 huius radij longiores ad aliquam æquidistantiam accedunt: accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem, propter compressionem radiorum, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearum terminatum fenestras, ut diximus in præmissa. Patet ergo propositum.

41. *Per medium quadrati foraminis & radio obliquè incidente superfici densi corporis substrati superfici foraminis: lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis equaliter arcuatis.*

Esto, ut in præmissa, centrum corporis luminosi punctum e : & peripheria quadrati foraminis $a b c d$, cuius medio puncto, qui sit e , obliquè incidat radius $e f$: sitq; superficies corporis densi substrati illi foramini, quæ $g h k l$, cui similiter obliquè incidat radius. Dico, quod figura luminis in substrata superficie erit altera parte longior. Quoniam enim illæ superficies non sunt bases pyramidum illuminationis, sed solum secantes illas pyramides obliquè, patet per 99 t huius, quoniam ambæ figuræ $a b c d$ & $g h k l$ (siue earum superficies æquidistant, siue non æquidistant) sunt figuræ altera parte longiores: quoniam illæ figuræ, quæ secundum illa puncta, quibus axis $e f$ propositis superficiebus obliquè incidit, pyramides terminant, sunt ambæ quadratæ: reliquæ uero obliquè secundum illa puncta axi incidetes, sunt ambæ altera parte longiores. Patet ergo propositum primum. Et quonia, ut patet per 35 huius, radij longiores quasi ad aliquam æquidistantiam accedunt, patet, quod anguli illius figuræ luminis aliquantulum arcuantur, sicut & in duabus præmissis declaratum est. Et hoc est propositum.

42. *Per medium secundi diaphani densioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminosi super superficie obiecti corporis semper penetrat irrefractus. Alhazen 3 n 7.*

Huius propositionis probatio plus experientia instrumentorum innititur, quam alteri demonstrationum. Cum ergo quis experiri uoluerit modum fractionis radiorum luminorum in medio secundi diaphani densioris primo, ut in aqua, quæ est densior aere: assumat uas rectarum qualiscunq; uoluerit materiae uel figuræ, dum tamè sit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius sit non minor diametro instrumenti, quod faciendum præmissimus in prima huius: & planetur ora illius uasis, donec superficies per eius oras transiens sit æqualis plana: & ponatur in fundo uasis aliquod corpusculum coloratum uisibile, ut aliquod numisma uel res picta diuersi coloris: deinde impleatur uas aqua clara. Cum ergo quieuerit motus aquæ, si aspiciens uisum perpendiculariter proiecerit super medium numismatis, uel picturæ: inueniet figuram & colorem & ipsorum situm & partium ordinationem eo modo, quo sunt secundum se ordinata, si in aere uiderentur. Consideret ergo experimentator illum sui corporis situm, siue sit stans siue sedes, & sui distantiam à uase, & situm ipsius uasis, & omnia circumstantia illam uisionem. Ponatur itaq; uas istud plenum aqua clara in loco, in quo splendet sol, & sistatur uas taliter, ut superficies circumferentiæ uasis sit æquidistans horizonti: hoc autè potest perpendi ex hoc, si superficies aquæ sit æquidistans peripheriæ uasis. Deinde imponatur instrumentum in hoc uas, ita quod pinnula super extremitates regulæ existetes superponatur ora uasis ex utraq; parte: tunc ergo medietas instrumenti cum tota regula erit intra uas: deinde auferatur aqua, donec superficies aquæ secet centrum instrumenti: & reuoluat instrumentum in circuitu uasis, donec ora super aqua obumbrent alias sub aqua: & tunc retenta regula cum altera manu, reuoluat instrumentum cum reliqua manu in circuitu sui centri, donec lumen solis pertranseat foramen $l m n$, quod est in ora instrumenti, & foramen laminæ quadratæ, & perueniat ad superficiem aquæ, quia lumen pertransiens foramen rotundum ampliatur semper per 36 huius. Sistatur quoq; taliter instrumentum, ut lumen cadens super laminam secundi foraminis, quod est $x y z$, situm habeat æqualè: & tunc experimentator reductis manibus ab instrumento, secundum omnem situm & modum, quo prius aspexit numisma, inspiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ instrumenti, cuius ora est abscissa, quæ est $a d$: inuenietq; lumen pertransiens ex duobus foraminibus super superficiem ora alterius, quæ est intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium circularum æquidistanter signatorum, aut addens super distantiam illorum circularum modicum: & erit additio æqualis ex duobus lateribus circularum. Ex quo patet, quod medium punctum huius luminis cadit in aliquod punctum circumferentiæ mediæ circuli illorum trium circularum, ut in punctum p . Deinde acus ferrea uel lignum minutum in interiori parte foraminis ora instrumenti applicata pertranseat medium foraminis diametraliter, & tunc inspicieti, ut prius, uidebitur umbra acus in medio

dio lucis oppositæ, per ii huius, diuidens etiam per æqualia. Deinde retrahatur acus; donec acumen eius sit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, & eius, quæ est intra aquam: & uniuersaliter secundum quam proportionem acus peripheriam foraminis ut chorda absciderit, secundum eandem proportionem umbra acus peripheriam lucis in superficie aquæ & sub aqua existentis abscindet: acu uero penitus remota, lumen reuertetur. Palam ergo ex his, quod punctus, qui est in medio lucis intra aquam existens, exit à puncto medio lucis in superficie aquæ existentis: & quod punctus medius huius lucis exit à luce, quæ est in centro foraminis superioris. Lux ergo, quæ peruenit ad centrum lucis in superficie aquæ existentis, extenditur secundum rectitudinem lineæ rectæ per duo puncta m & y , quæ sunt centra amborum foraminum, transeuntis: & hæc linea est in superficie medij circuli trium circularum: & est pars diametri illius circuli, quæ est $m p$, cū sit æquidistans diametro circuli in basi instrumenti existens, quæ est $fe g$. Punctus ergo, qui est in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, est in superficie huius medij circuli: sed & punctus in medio lucis intra aquam existentis, est in circumferentia medij circuli: hæc ergo duo puncta erunt in superficie medij circuli: ergo & tota illa linea erit in superficie medij circuli per i & ii . Quod si lux, quæ est in superficie aquæ, non fuerit manifesta: mittatur regula minor in aquam, & superficies eius, in qua signata est linea, diuidens superficiem eius latitudinis per æqualia, applicetur superfici ei aquæ, ut fiat una superficies cum illa, & alia eius superficies applicetur superfici ei basis instrumenti. Palam ergo ex præmissis in ihulus, quia linea, quæ est in superficie regulæ, est in superficie medij circuli: per m & y centra duorum foraminum transeuntis: apparebitque lux, quæ est in superficie aquæ, super superficiem regulæ, & mediu illius lucis super lineam, quæ est in medio regulæ. Et si acus fuerit posita super mediu foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ: & si acumen acus ponatur super centrum foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen. Sic ergo apparebit lumen cadens super superficiem aquæ, apparitione manifesta: & patebit, quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centra duorum foraminum. Et quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cum superficie aquæ: superficies itaque regulæ transibit centrum instrumenti. Erit ergo remotio centri lucis à centro instrumenti, æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari, cadenti à centro foraminis super superficiem basis instrumenti: erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ uel aquæ, centrum medij circuli. Reuoluatur ergo regula, donec angulus ipsius acutus transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulū eius per æqualia, sit in centro luminis, quod est intra aquam: acuitas ergo superior regulæ transibit centrum circuli medij: punctus ergo lineæ superfici ei superioris regulæ, qui est in superficie aquæ, est centrum medij circuli, & lucis, quæ est in superficie aquæ: & erit illa linea semidiameter circuli medij. Immittatur ergo acus longa in aquam ita, ut acumen ipsius sit in puncto anguli regulæ, secabitque: umbra acus lucem, quæ est intra aquam, eritque umbra acuminis acus ad finem regulæ, quæ est in medio lucis. Et si fixo acumine acus, moueatur acus: umbra acus mutabit situm ad diuersas partes lucis: umbra tamen acuminis non mutata à medio lucis: ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis. Idem quoque accidit, in quocumque puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ, positum fuerit acumen acus. Ex quo patet, quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, procedit à puncto sibi simili in luce, quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis, quæ super aquam ad medium punctum lucis intra aquam protenditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ. Ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per i & ii . Et hoc est, quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

43. *In medio secūdi diaphani, quod est densius primo diaphano, fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori superficie diaphani secūdi ad perpendicularem, exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secūdi. Alhazen 4 n 7.*

Experimentaliter etiam & hoc propositū theorema potest declarari. Opposito enim foramine superioris instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita; ut radius oblique incidat ad oram instrumenti oppositā foramini, & perscrutato per modū, quo in præmissa, centro lucis, quæ est intra aquam: signetur illud per puncturam ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrum non in linea gk perpendiculariter erecta super g terminū diametri opposita lineæ fh , in qua est forame ora instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem, in qua est sol: eritque inter hoc centrum lucis & punctum p , (quod est communis differentia lineæ gk , perpendicularis super terminū diametri instrumenti, & circumferentiæ circuli medij transeuntis per m & y centra foraminū) distantia sensibilis. Mittatur itaque regula in aquam, & applicetur superfici ei laminæ, ita, quod terminus latior regulæ sit supra centrum laminæ: & moueatur regula, quousque acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ, quo ad sensum: erit itaque centrum lucis, quod est intra aquam, inter acumen regulæ, & lineam gk perpendicularem super g diametru basis instrumenti. Patet ergo ex hoc, quod hæc refractio est ad partē perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem aquæ. Hoc ita inuncto signetur in circumferentia circuli medij trium signatorum circularum super punctū extremum perpendicularis, exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiem aquæ, signum fixū per ferri duri puncturam. Et quia patuit per præmissam, quod instrumento directe foli

opposito, & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux, quæ peruenit ad cætrum lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundum rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrum medij circuli æquidistantis superficiæ basis instrumenti, & est diameter illius: si hæc linea fuerit imaginata extendi secundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram instrumenti: tunc erit totaliter æquidistans diametro instrumenti, & perueniet ad lineam gk perpendicularem super diametrum fg , in interiore parte oræ instrumenti ductam. Et quando centrum lucis, quæ nunc est intra aquam, nõ est super illam lineam perpendicularem in ora instrumenti productam: tunc patet, quod lux extensa à medio lucis, quæ est in superficie aquæ, non extenditur ad medium lucis, quæ est intra aquam, secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, sed refringitur ab illa: declaratum est autem per i huius, quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quæ est in superficie aquæ, ad mediũ lucis, quæ est intra aquam. Est ergo huius lucis refraçtio apud superficiem aquæ. Quod est propositum.

44. *Per medium secundi diaphani rarioris primo, radius perpendiculariter incidens, à centro corporis luminosi super superficiem corporis obiecti penetrat irrefraçtus. Alhazen 6 n 7.*

Instrumentali similiter experiẽtia propositum theorema potest declarari. Assumatur enim uitri clari uel crysalli frustum figuræ cubicæ, longitudinis duplæ diametri foraminis oræ instrumenti: & fiant planæ superficies eorum æquales & æquidistantes, & latera ipsorum sint recta, & multũ poliantur: deinde signetur per sculpturam ferri duri in medio basis instrumenti linea recta, transiens per centrum ipsius, quod est e , perpendiculariter super ipsius diametrum, quæ est fg , super cuius extremitates sunt in ora instrumenti productæ duæ perpendiculares fh & gk : & producatur illa linea in utranq; partem superficiæ circuli basis, & sit z & x . Ponatur itaq; unum uitrorum istorũ super superficiem basis instrumenti, & applicetur unum laterum suorum perpendiculariter ductæ, quæ est z & x , taliter, ut medium lateris uitri sit uerè super punctum e centrum instrumẽti: & sit totum corpus uitri ex parte foraminum, scilicet inter foramina oræ & tabulæ, & inter centrum instrumenti, quod est e . Transit ergo dicta diameter instrumẽti (quæ est fg) per medium superficiæ uitri superpositæ basi instrumenti. Applicetur itaq; uitrum basi instrumẽti forti applicatione per bitumen firmum, taliter tamen, quod possit auferri, quando placuerit: deinde ponatur alterũ uitrum ultra primũ scilicet, ex eadẽ parte foraminũ: & applicetur aliqua superficiẽrũ eius superficiẽ primũ uitri, & applicetur basi instrumenti applicatione fixa: deinde tertiuũ uitrum applicetur secundo, & adæquetur superficiẽ eius cum duabus superficiẽbus laterum secundi uitri, & applicetur basi instrumẽti, & sic fiat de pluribus uitris, quousq; perueniant uitra ad aliam perpendicularẽ super superficiẽ basis instrumenti aut propè, scilicet uersus punctum t . Cum itaq; uitra fuerint applicata superficiẽ basis instrumenti secundum prædictum modum: palàm quoniam præmissa diameter instrumẽti (quæ est fg) transibit per medium omniũ superficiẽrum uitrorum superpositorũ basi instrumenti: & altitudo omnium uitrorum est dupla diametro foraminis: diameter uerò foraminis est æqualis perpendiculari m exeunti à centro foraminis super superficiẽ basis instrumenti, & super diametrum eius fg : unaquæq; ergo perpendicularium, exeuntium à centris superficiẽrum uitrorum perpendicularium super diametrum basis instrumenti, est æqualis lineæ m , scilicet perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiẽ basis instrumenti. Linea ergo, quæ transit centra amborum foraminum, transibit centra superficiẽrum uitrorum perpendicularium super superficiẽ basis instrumenti. Accipiat ergo regula subtilis, cuius formam præmissimus: & erigatur super oram instrumenti in superficie basis instrumẽti: & ponatur superficiẽ regulæ, in qua signata est linea ex parte primi uitri, quod est supra e cætrum basis instrumenti: & ponatur regula prope uitrum, & applicetur taliter ut linea, quæ est in superficie regulæ, sit in superficie medij circuli, secabitq; linea recta, transiens per centra amborum foraminum, & per centra superficiẽrum uitrorum lineam latitudinis regulæ perpendiculariter, & transibit ad punctum g . Tunc itaq; ponatur instrumentũ in uas prædictum uacuum aqua, & ponatur uas in sole directè oppositum centro solis, ut accipiat radium perpendicularẽ: hoc aut pte est fieri, si moueatur instrumentũ, quousq; lux solis trãseat per ambo foramina, & fiat apud secundũ foramẽ lux æqualis: & aspiciatur superficiẽ regulæ opposita uitro, & uidebitur lux exiens à duobus foraminibus ipsius instrumẽti, extensa super superficiẽ ipsius regulæ: & illud umbrosum, quod circumdat lucẽ in superficie regulæ, obumbrabitur per umbrã oræ instrumẽti: eritq; centrũ uisus ipsius aspiciẽtis sup lineã, quæ est in superficie regulæ. Deinde acus subtilis ponatur sup superius foramẽ, ita quod extremitas acus sit perpendicularis super centrũ foraminis: cadetq; tunc umbra extremitatis acus sup centrũ lucis in lineã, quæ est in superficie regulæ. Tunc itaq; signetur pũctus illius umbræ cũ incausto subtiliter: & auferatur acus à superiori foramine: & eius extremitas ponatur super centrũ inferioris foraminis: cadetq; iterũ umbra extremitatis acus super punctũ signatum in superficie regulæ: ablata quoq; acu lux reuertitur. Ex quo patet, quoniã lux, quæ est sup punctũ, quod est in superficie regulæ, transit per cætra amborũ foraminum. Deinde cũ incausto signetur nota nigra in pũcto medio superficiẽ uitri ex parte regulæ (potest aut ille pũctus inueniri per 40 t huius, quoniã ille pũctus est cõmunis sectio duarũ diametrorũ superficiẽ uitri) & tunc intuens lucẽ, quæ est super regulã, inueniet umbrã puncti, qui est in medio uitri sup punctum, quod est in superficie regulæ. Patet ergo ex hoc, quoniã lux, quæ trãsit per centra duorũ foraminum, transit per punctum, quod est in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primũ, quod est

super centrū instrumenti, punctū e: & in superficie secundi uitri signetur punctū mediū, ut prius factum est in superficie uitri primi: & componatur instrumentū secundū, & moueatur, quousq; lux transeat per duo foramina, peruenietq; lux transiens per centra duorum foraminū ad centrū lucis, quod est in superficie regulę. Patet itaq; ex hoc, quod lux pertransiēs centra duorū foraminū, transit per punctam, quod est in medio superficiei secundi uitri: & quod lux, quę transit per centra duorum foraminū in prima experimentatione, transit etiā per punctū, quod est in medio secundi uitri. Extrahatur itaq; secūdū uitrum, & opponatur tertiu, & sic de ceteris usq; ad ultimū. Et patet uniuersaliter, quod lux transiēs per centra duorū foraminū, perueniens ad superficiem regulę, transit etiā per centra superficiei uitorū omniū, positorū super superficie laminę: & sunt omnia centra superficiei uitorū omniū in una linea recta cōtinuante centra duorū foraminū. Lux itaq; pertransiēs centra foraminū tam in corpore uitri q̄ extra corpus in aere, extenditur secundū lineam rectā cōtinuante centra duorū foraminū: & est illa linea m p, perpendicularis super superficies omniū uitorum oppositas foraminū p 14 p 11: illa enim linea m p, perpendicularis super superficies omniū uitorum est perpendicularis super superficiei uitorū, cum sit perpendicularis super differentiā cōmunem superficiei uitri, & superficiei laminę. Et si omnibus uitris uel ipsorū aliquo præmissō modo super fundum instrumēti disposito, infundatur aqua uasi usq; ad concauū superficiei uitri: accidet tamen idē quod prius, quoniā radius perpendicularis semper penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis, quod re-ctitudo radiorū perpendiculariū adiuuetur per cubicā figurā uitri: accipiat medietas sphærę uitreę clarę uel crystallinę, cuius semidiameter sit minor distantia, quę est inter punctū c & centrum laminę, qđ est punctū e: & inueniatur cōtrū basis eius, super qđ signetur linea subtilis cū incausto. Deinde ex hac linea ex parte centri sphærę separetur linea æqualis l n diametro foraminis orę instrumēti: erit ergo hæc linea æqualis lineę m f, quę est inter m centrū foraminis, qđ est in ora instrumēti, & superficie laminę: deinde sup extremitatē huius lineę separatę à diametro pducatur perpendicularis ad utramq; partē superficiei sphærę, qđ potest fieri per n p r: & secetur sphæra uitrea secundū illā lineā, planeturq; superficies uitri secti, donec sit penitus æqualis, fiatq; perpendiculariter erecta super superficiem planā hemisphærę (quod per angulū rectum corporeum poterit mensurari) erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficie erectę, & superficiei basis sphærę linea recta, super quā erit perpendicularis linea prius à centro sphærę producta: ei go etiā erit perpendicularis super superficiem erectā. Deinde in medio illius lineę, quę est cōmunis sectio, fiat signum cum incausto: deinde uit. ū illud politū optimē super hanc superficiem sectā, ponatur super superficiem laminę instrumenti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineę, quę est cōmunis sectio duarum superficiei planarum uitri, applicetur centro laminę, & figatur uitrum super laminā, ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis super superficiem laminę instrumenti, sicut in experimentatione uitorū cubicorum, ita quod superficies regulę, in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & prope illud. Deinde imponatur instrumentū in uas prædictū, & ponatur uas in sole uacuum aqua, & moueatur instrumentū, donec lux solis transeat ambo foramina: cadetq; lux super superficiem regulę. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrum superioris foraminis: cadetq; umbra extremitatis acus super centrum locis: ablato quoq; stilo, reuertetur lumē ad locum suū. Idem quoq; accidit ponenti extremitatē acus super centrum foraminis secundi. Deinde ponatur extremitas acus super centrū sphærę uitreę: cadetq; umbra extremitatis acus super centrū lucis. Ex quo patet, quia lux transiens per centra duorū foraminū, transit etiā per centrū sphærę uitreę, & per mediū superficiei lucis, quę est in cōuexo uitri. Patet etiā ex his, qđ lux transiens in corpus uitri, extenditur secundū re-ctitudinē lineę transeuntis per centra duorū foraminū: & est illa linea semidiameter sphærę. Nam perpendicularis, exiens à centro basis uitri ad laminam, est æqualis diametro foraminis & lineę exeuntī à centro foraminis perpendiculariter ad superficiem laminę: & quoniam hæc duę perpendiculares cadunt super diametrum laminę: palām, quod linea transiens per centra duorū foraminū, cum extenditur in re-ctitudinē, peruenit ad centrum sphærę uitreę: est ergo in illa linea diameter huius sphærę uitreę: est ergo perpendicularis super superficiei huius sphærę p 72 t 1 huius: quoniā enim trāsit centrū sphærę, patet quod ipsa est perpendicularis super cōuexā superficiei sphærę, sicut superius patuit in uitris cubicis. Auferatur itaq; regula subtilis applicata ad superficiem laminę, & ponatur instrumentū secundū in uas, ut prius, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina: inuenieturq; lux super oram instrumenti, & inuenietur centrū lucis in puncto p, quod est differentia cōmunis inter circumferentiā circuli medij, & lineam g k, perpendicularē in ora instrumēti: hoc est in extremitate diametri circuli medij, quę est m p, transeuntis per centra duorum foraminum m & y. Ex quo patet, quoniā lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrū eius, prodiensq; in corpus aeris, extenditur secundū lineā, quę extendebatur in corpore uitri. Cum enim linea recta transiens centra amborū foraminū, perpendicularis sit super superficiei uitri: patet quod ipsa necessariō est perpendicularis super superficiei aeris tangentis uitri superficiei. Itaq; si uas infundatur aqua, remanente uitro in sua positione, donec aqua superfluat centro uitri: adhuc inuenietur centrū lucis super extremitatē diametri circuli medij: & si sphæra uitrea transuertatur, ita ut cōuexū eius situetur ad secundū foramē, & plana superficies ad centrū instrumēti, scilicet punctū e, siue aqua superfundatur, siue nō, adhuc omnia alia accidēt, quę in priori situ accidebāt: quoniā semp radius trāsiens per cętra amborū foraminū, transibit etiā per centrū sphærę. Ex his omnibus p uitra



cubica & sphaerica patet, quod siue medium secundi diaphani fuerit densius uel rarius, dum tamen linea, per quam extenditur radius, fuerit perpendicularis super superficiem secundi corporis, quod lux extenditur in secundo corpore secundum rectitudinem lineae, per quam extendebatur in corpore primo. Patet ergo propositum: corpus enim uitri est densioris diaphanitatis, quam corpus aeris, & etiam quam corpus aquae.

45. *In medio secundi diaphani rarioris primo diaphano, fit refractio radiorum oblique incidentium à posteriore superficie secundi diaphani, à perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi. Alhazen 7 n 7.*

Hoc quod nunc hic proponitur, est conformiter prioribus per instrumentalem experientiam declaratum. Assumatur enim illud uitrum sphaericum, quo iam in praecedenti proximo theoremate usi sumus, & ponatur super laminam instrumenti, ita quod superficies plana ipsius respiciat foramina, & quod medium lineae rectae, quae est in ipso, sit super centrum laminae, & linea, quae est communis sectio superficierum planarum uitri, cadat oblique super diametrum laminae quacumque obliquatione. Palam ergo, quod linea transiens centra duorum foraminum, obliqua est super superficiem planam uitri. Cuiungatur itaque uitrum laminae instrumenti secundum hunc situm firmiter: & ponatur instrumentum in uas, & uas in sole, moueaturque instrumentum, donec lux transeat per duo foramina: cadetque lux in interiori ora instrumenti: & centrum lucis erit in circumferentia medij circuli, sed extra illum punctum p, qui est communis differentia circumferentiae medij circuli, & lineae stanti in ora instrumenti, quae est gk: & erit declinatio eius ad partem, in qua est sol: erit ergo ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiem sphaericam uitri. Et quoniam haec lux extenditur in aere secundum rectitudinem lineae transeuntis per centra duorum foraminum, ut patet per i huius: & haec linea in hoc situ puenit ad centrum sphaerae uitreae: & est obliqua super superficiem sphaerae planam: palam ergo, quia terminatio extensionis illius lucis est in centro uitri. Extenditur ergo lux in corpus uitri secundum lineam rectam, exeuntem à centro sphaerae ad circumferentiam, quae linea est diameter, palam per 72 t i huius, quoniam ipsa est perpendicularis super sphaericam superficiem uitri: ergo & super concavam superficiem aeris continentis sphaeram uitri: non ergo refringitur in aere secundo, sicut neque in primo, sed neque refringitur in corpore uitri, nec in convexo ipsius: refringitur ergo apud centrum uitri, quia fuit obliqua super superficiem eius planam, in qua est centrum uitri. Palam itaque ex his experimentationibus illud, quod est etiam superius declaratum, scilicet quoniam lux, si fuerit extensa in corpore subtiliori oblique incidens superficierum corporis grossioris, refringetur ab ipso: & erit eius refractionis ad partem perpendicularis super superficiem sphaericam corporis grossioris, sicut p 43 huius patuit: ut si fiat refractionis ex aere ad aquam, erit illa refractionis ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiem aquae, & non peruenit refractionis ad partem perpendicularis. Quod si uitrum est conuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphaerica conuexa respiciat superius foramen, & punctum medij lineae (quae est communis differentia superficierum planarum) quod est centrum sphaerae uitreae, sit super centrum instrumenti, cadatque haec linea oblique super diametrum laminae: ducaturque in ipsa superficie laminae à centro laminae linea perpendicularis super lineam, quae est communis sectio illarum planarum superficierum, quae necessario erit perpendicularis super superficiem planam uitri erectam super superficiem laminae: ponaturque instrumentum in uase sine aqua, & moueatur, quousque lux pertranseat duo foramina: cadet centrum lucis in circumferentia medij circuli extra punctum p, quod est differentia communis medij circuli, & lineae gk perpendicularis super superficiem laminae ducta in ora instrumenti, quod punctum p est extremitas diametri medij circuli, quae est m p: eritque declinatio lucis ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis educta à loco refractionis super planam superficiem uitri. Haec autem lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineae transeuntis per centra duorum foraminum: quoniam illa linea cum per centrum sphaerae uitreae transeat, est illa diameter sphaerae uitreae: sit itaque refractionis lucis apud centrum sphaerae uitreae: quoniam lux transiens centra amborum foraminum sit obliqua super superficiem planam uitri, & super superficiem aeris contingentis uitrum. Et si aqua infundatur uasi, quousque supereminet centro instrumenti: cadet adhuc centrum lucis in circumferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti, super quam cadit perpendicularis. Et quoniam aer est subtilior quam aqua, & aqua subtilior uitro: maior fiet distantia centri lucis ab extremitate diametri medij circuli in aere, quam in aqua. Quod si uitrum ponatur aliter in superficie laminae, scilicet ut linea, quae est communis differentia duarum superficierum planarum ipsius uitri, sit super lineam perpendiculariter diametrum laminae secantem, non tamen sit eius medius punctus (qui est centrum sphaerae uitreae) super centrum laminae, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figatur regula subtilis super superficiem laminae erecta super oram eius, sitque superficies eius, in qua est linea, ex parte uitri: & terminus regulae secet diametrum laminae perpendiculariter: palam, quia linea transiens per centra foraminum duorum, non transit per centrum sphaerae, sed per aliud punctum superficierum planae ipsius uitri: & erit obliqua super sphaericam superficiem per 72 t i huius. Ponatur itaque instrumentum in uase, & uas in sole, & moueatur instrumentum, quousque lux transeat per centra duorum foraminum: & non cadet lux directe super superficiem regulae, neque centrum lucis cadet in linea, quae est in superficie regulae, sed declinabit oblique extra lineam, quae transit per centra duorum foraminum ad partem, in qua est centrum uitri, hoc est ad partem contrariam perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem uitri sphaericam: eritque linea pertransiens centra duorum foraminum

raminum perpendicularis super superficiem uitri planā per 8 p 11: quoniam illa linea est æquidistans lineæ fg diametro laminæ, quæ ex hypothese est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminū, & extenderetur secundū rectitudinem ad planā uitri superficiem: palam, quod tunc extenderetur secundū rectitudinem in aere: sed centrū lucis, quæ est in regula, cum nō cadat in rectitudinē huius lineæ: patet, quod lux nō extenditur in eius rectitudine ad superficiem planā uitri: est ergo lux refracta, sed nō refringitur in aere, neq; in corpore uitri: Refringitur itaq; apud sphericā superficiem uitri: incidit enim obliquē super sphericā superficiem, quoniam linea transiens centra duorū foraminū, nō transit per centrū uitri: & hæc lux egrediēs à plana superficie uitri, quoniam obliquē aeri incidit, plus refringitur. Quod si uitrū ē cōtrario disponatur, ut eius superficies plana opponatur foramini primō sic, quod cōmunis differentia sit super lineam secantē diametrum laminæ perpendicularitē, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum laminæ: tunc ergo linea pertransiens centra duorū foraminum non transit per centrum uitri, sed per alium punctū illius planæ superficiē, & est perpendicularis super illam superficiem. Moueatur itaq; instrumentū in sole, donec lux transeat per ambo foramina: cadetq; centrum lucis, quæ cadit in inferiore parte oræ ipsius instrumenti in periphēria mediij circuli, extra punctū p, quod est extremitas diametri mediij circuli, quæ est linea m p, sed declinabit ad partē, in qua est centrū uitreæ sphæræ: & linea, quæ egreditur à centro huius sphæræ in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiem huius sphæræ: est ergo perpendicularis super superficiem aeris contingentis superficiem sphæræ uitreæ. Hæc itaq; refractionis est ad partem contrariā illi, in qua est perpendicularis, exiens à loco refractionis super superficiem aeris cōtingentis sphæram. Lux uerō transiens centra duorum foraminū, pertransit corpus uitri rectē, cū sit perpendicularis super superficiem planam uitri: sed non est perpendicularis super superficiē conuexam, cum non pertranseat centrū sphæræ: ergo etiam non est hæc lux perpendicularis super superficiem aeris contingentis conuexū uitri: & quia hæc lux refracta inuenitur: refringitur ergo apud cōuexam superficiem sphæræ uitreæ. Quod si aqua tunc infundatur uasi infra centrum laminæ: inuenietur etiam lux refracta ad partem, in qua est centrum uitri: hoc autem est ad partē contrariā illi, in quam cadit perpendicularis, exiens à loco refractionis, quæ extenditur in corpore aeris perpendicularis super concuam ipsius aeris superficiem conuexam uitri contingentem. Et hoc est propositum.

46. *Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie consistere est necesse.*

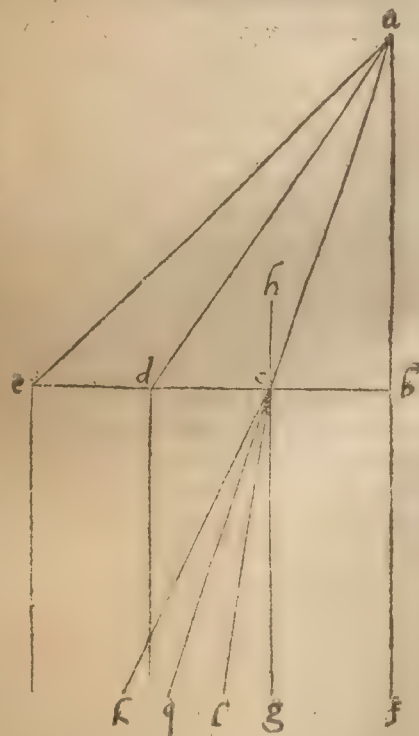
Alhazen 5 n 7.

Sed & id, quod nunc proponitur, potest experimentaliter declarari. Quoniam enim omnibus dispositis, ut in 43 huius, lux incidens centro lucis, quæ est in superficie aquæ, & à centro lucis existentis super superficiem aquæ, quod est centrum mediij circuli, incidens centro lucis intra aquam existentis, quod est in circumferentiā circuli mediij, transit per centra amborū foraminū, quæ similiter sunt in superficie mediij circuli: palam, quoniam linea, secundū quā lumē incidit superficiē aquæ per mediū aerē, & secundū quā refringitur in aquæ medio, sunt in eadem superficie: quoniam utraq; ipsarū est in superficie mediij circuli trium assignatorū circularum. Inuenitur autē hæc refractionis in radio solari, quando radius solaris transiens per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem, nō quādo fuerit perpendicularis: & propter obliquitatē situs instrumenti à centro sphæræ aquæ, nunq̄ fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiē aquæ, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis: sole uerō ultra uel citra zenith capitis existente, satis euidens est hæc experimentatio omni tēpore. Patet ergo id, quod proponebatur. Et hanc superficiē dicimus superficiē refractionis. Patet itaq; ex ijs omnibus quinq; præmissis propositionibus, quoniam omnis lux pertransit quæcunq; corpora diaphana secundū lineas rectas: & quādiu lineæ sunt ppendiculares sup superficies corporū, quantūcunq; etiā diuersæ sint diaphanitatē, semper extēditur secundū rectitudinē eiusdē lineæ, & nō refringitur. In corpore uerō diuersæ diaphanitatē omnis lux superficiē secūdi corporis obliquē incidēs, refringitur secundū lineas rectas alias ab illis, secundū quas incidebat primo corpori: quæ tamē lineæ semper erūt in eadē superficie plana, imaginatæ secare utrūq; illorū corporū: & hæc superficies in inspectiōe instrumēti est medijs circulus triū circularū signatorū in interiorē parte oræ instrumēti, cuius diameter est linea m p. Cū uerō lux obliqua exiuerit à corpore subtiliori ad grossius: refringetur ad partē ppendicularis exeūtis à loco refractionis, quæ est ppendicularis super superficiē grossioris secūdi corporis: & cū lux obliqua exiuit à corpore grossiori ad subtilius, refringetur ad partē cōtrariā prædicto modo ductæ sup superficiē corporis secūdi, scilicet subtilioris.

47. *Radio perpendiculari omne corpus diaphanū penetrante, radius obliquē incidens in medio secūdi diaphani densioris refringitur ad ppendicularē ductū à pūcto incidētis super secūdi diaphani superficiē: & in medio secūdi diaphani rarioris refringitur ab eadē.* *Alhazen 8 n 7.*

Illud, quod particularibus experientijs hæctenus instrumentaliter probatū est, naturali demonstratione intendimus adiuuare. Omnes enim motus naturales, qui fiunt secundū lineas ppendiculares, sunt fortiores, quoniam coadiuuantur uirtute uniuersali cœlesti secundū lineā rectā breuissimā, omni subiecto corpori influētē. Impulsiones pietationū factarū ppendicularitē, sunt fortiores eis, quæ fiunt obliquē: & similiter percussiones, quæ fiunt ppendicularitē, sunt omnibus obliquis percussionib. fortiores: & inter oēs obliquas, fortiores sunt illæ, quæ plus accedūt ad ppendicularitatē. Quia itaq; omnis corporis dēstitas impedit transitū luminis, necesse est lumē imaginari repelli à transitu

transitu per resistentiã corporis densi, & plus per resistentiã corporis densioris: & per hanc resistentiam qualitatis passiuæ, quæ est densitas ad qualitã actiuam, quæ est lumen, intelligimus quendam modum motionis luminis per medium corporum resistentium, quæ secundum plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, nõ quod in transmutatione locali ipsius luminis sit aliquis motus, ut patet per 2 huius: sed quia lumen in eodem instanti secundum diuersitatẽ mediõrum se plus comprimit uel diffundit: & hoc uocamus hic motum ipsius lucis. Omnis itaq; lux pertransiens corpus diaphanum, motu uelocissimo & insensibili pertransit: sic ramẽ, quod per magis diaphana uelocior sit motus quã per minus diaphana. Omne enim corpus diaphanum plus & minus resistit penetrationi lucis, secundum quod est participans diaphanitate plus uel minus: grossities enim corporum resistens est semper luminis penetrationi. Cum ergo lux pertransierit corpus aliquod diaphanum obliquẽ, & occurrerit corpori alij diaphano grossiori: tunc corpus grossius resistit luci uehementius, quã prius corpus rarius resistebat: necesse est ergo, quod propter resistentiã illius corporis densioris motus lucis transmutetur: & si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partem contrariã refringetur: quia uerò nõ resistit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partem, ad quam mouebatur. Si uerò resistentia fuerit debilis, propter maiorem raritatem corporis plus diaphani: tunc lux incidens nõ refringetur ad contrariã partem, nec poterit per illam lineam procedere, per quam indeperat, sed mutabitur in situ: cum uerò perpendiculariter incidit quibuslibet corporibus diaphanis & quantumcunq; diuersæ diaphanitatis, nõ mutabitur, sed directẽ omnia penetrabit: quoniã perpendicularis fortior est omnibus, & obliqui uiciniores perpendiculari, sunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diaphano grossiori lux incidit obliquẽ, extenditur secundum lineam rectam approximantem ad perpendicularẽ, exeuntẽ à puncto, in quo lux occurrit superficiẽ corporis diaphani grossi, productã super superficiẽ corporis grossioris, ideo, quia facilis motus est secundum lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis incidit super lineam perpendicularẽ, & si radius incidit obliquẽ, tunc nõ poterit transire propter debilitatem motus sui per lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquã, per quam facilior sit transitus, quã per illam partem, ad quam per lineam incidentiẽ mouebatur: facilior autem motus, & plus adiutus cœlesti influentia est super lineam perpendicularẽ: quod enim uicinius est perpendiculari, facilior est transitus, quã remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij quàm plures per mediũ a b super superficiẽ alterius diaphani corporis, in qua sit linea b c d e: & sit b f linea profunditatis illius corporis: & sit linea a b perpendicularis super illam superficiẽ. Palam itaq; secundum rationem præmissam fortitudinis perpendiculariũ, & per experientias instrumentales p 42 & 44 huius, quoniã radius incidens secundum lineam a b perpendiculariter, penetrat totum corpus b e f. Radius uerò incidens secundum lineam a c, si directẽ transierit corpus b e f: tunc nõ erit diuersitas in diaphanitate corporum a b e & b e f: quod est contra hypothesim: linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ nõ erit linea cõtinua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur liberẽ per lineam a c, nõ potest in corpore plus uel minus resistente per eandem lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, quod difficilius est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiẽ corporis b c d e, quæ sit c g, debilitabitur, nec ad aliquid perueniet effectus eius: frustra ergo incidebat: natura autem frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c (ut etiã ostensum est experimentaliter p 43 huius) refringitur necessariò ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius: similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Quod si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diaphanitatis rarioris, quã sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinem actionis, radius perpendicularis, quæ est a b, penetrat irrefractus, radius uerò secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto c incidens superficiẽ corporis rarioris, nõ inuenit resistentiã quam prius. Et quia formarum proprium est semper se diffundere secundum amplitudinem omnis capacis materiẽ: patet, quod radius a c nõ procedit secundum lineam a c: quia sic dispositio diaphanorum corporum secundum resistentiã ad receptionem luminis esset uniformis, quod est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nõ ad perpendicularẽ c g: quoniã illa refractionis nõ fit propter resistentiã materiẽ, sed propter uirtutem formæ agentis super materiã plus dispositã quã prius: unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partem contrariã ipsius perpendicularis c g, & eius æquidistantis, quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis obliquẽ secundum lineam a c in corpore secundi diaphani densioris, quod est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b, transuentis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g. Quoniã enim transitus perpendicularis est fortissimus & facilissimus motus, & densitas corporis resistit termino motus, ad quem intendebat, linea a c necessariò mouebitur ad per-



ad perpendicularem cg , exeuntem à puncto c , in quo radius à c occurrit superficiem corporis densioris. Et quoniam illi motui resistitur propter grossiciem medij, & etiam propter naturam alterius motus, qui est super lineam cb , qui propter resistantiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur: declinabit ergo lumen uersus punctum b , semper approximans perpendiculari ab : fit itaque in medio secundæ diaphanitatis grossiore medio primo, refractionis radij ac secundum lineam cl , propinquiore perpendiculari cg exeuntem à puncto c , in quo occurrit corpori densiori, quam linea ac , per quam incidebat superficiem illius corporis, producta ultra punctum c ad punctum h , propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctum h , ita, ut angulus ach sit maior angulo lce : non concurreret tamen cum perpendiculari bf uersus punctum f , sed uersus punctum a per z & t huius, quoniam concurreret cum eius æquidistante linea cg in puncto c . Cum uero radius ac exiuerit à corpore grossiore ad subtilius: tunc quia minus habet resistantiam, erit motus eius uelociter & magis sui diffusiuus. Et quoniam resistantia medij densioris impellit semper lucem obliquam, ut coadunetur ad perpendicularem lineam à puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam, quæ est cg : patet, quod in medio rarioris diaphani illa resistantia erit minor quam prima: fit ergo motus lucis ad partem, à qua per resistantiam repellatur motus maior. Mouetur ergo lux in corpore diaphano rariore plus ad partem contrariam parti perpendicularis, ita, quod angulus gck sit maior angulo ach : fit tamen semper motus lucis ac in refractione à corpore secundo rarioris diaphani quam primum, inter lineas cg & ce : quoniam cum angulus gce sit rectus, angulus gck nunquam potest fieri rectus. Patet ergo propositum.

48. *A superficie plana corporis diaphani omnium radiorum illi superficiem incidentium, non est possibile fieri refractionem ad aliquod punctum unum.*

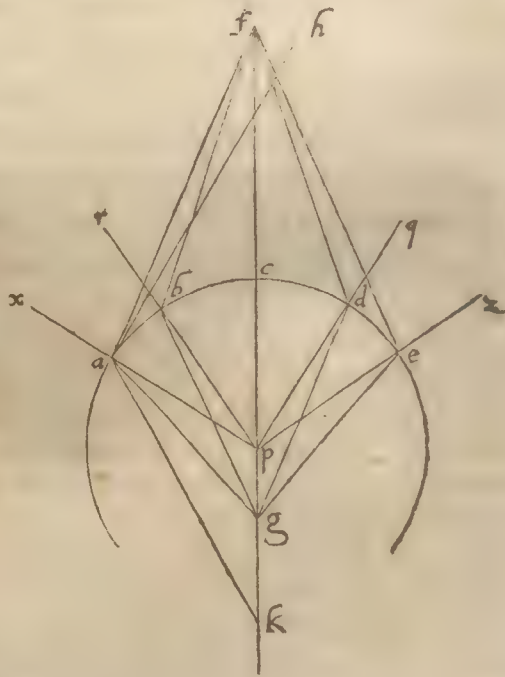
Quoniam enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diaphano semper fit refractionis uel ad ipsas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractionis: uel ab illis perpendicularibus (quomodocumque autem hoc contingat) patet, cum illæ perpendiculares super planam superficiem sint æquidistantes per 6 & 11 , quoniam siue ad ipsas perpendiculares, siue ab ipsis fiat refractionis: non est possibile, ut omnium radiorum illi planæ superficiem incidentium refractionis fiat ad punctum unum. Patet ergo propositum.

49. *Nulla refractionis transmutat situm partium formæ refractæ, sed solam auget uel minuit figuram.*

Quoniam enim, ut patet per 47 huius, omnis refractionis fit in medio secundi diaphani, & in rariore à perpendiculari, in densiori uero ad perpendicularem: palam, quod semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positionis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanet: modo autem suo: cum à perpendiculari fit refractionis, augetur forma secundum dilatationem: & cum ad perpendicularem fit refractionis, minuitur: quoniam anguli ipsam continentem, angustantur. Patet ergo propositum.

50. *In omni simili superficie eiusdem diaphani, radij secundum æquales angulos incidentes, secundum æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionis, & si minores, minores.*

Siue enim refractionis modus attendatur à parte superficialium corporum, in quibus fit refractionis: quoniam alia fit refractionis à superficie spherica, & alia à plana: siue à parte dispositionis diaphanorum: quoniam alia fit refractionis à rariore diaphano, alia à densiori, ut patet per plures propositiones libri huius: siue attendatur à parte angulorum incidentiæ, patet semper quod angulis incidentiæ existentibus æqualibus, secundum modum propositum nulla subest causa diuersitatis modi refractionis. Fiet ergo semper refractionis secundum angulos æquales. Et hoc est propositum primum. Et est huius exemplum, ut sit corpus sphericum diaphanum densius ipso aere, in cuius superficie sit circulus $abcd$: cuius centrum sit p : & à puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales, quæ sint af , bf , cf , df , ef : incidantque radius fe perpendiculariter, & alij oblique: patet, quod omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diaphani, refringuntur per 47 huius. Sit ergo exempli causa & breuitatis figuratiõis & denominatiõis linearum, ut oes illi radij refracti concurrant in puncto g : & ducatur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ, quæ sint pdq & pbr & pag & pez . Dico, quod si angulus incidentiæ (qui est fdq) sit æqualis angulo fbp , quod angulus gdp erit æqualis angulo gbp , per præmissam, propter uniformitatem omnium prædictarum conditio-



conditionum. Similiter quoque dico, quod si angulus fdq sit maior angulo fax , quod angulus pdg erit maior angulo pag . Fiat enim super punctum a terminum lineae xa angulus aequalis angulo fdq per 23 p 1, qui sit angulus hax : refringaturque radius ha in puncto a : concurraturque cum linea fg in puncto k : eritque per primam partem huius, angulus pak aequalis angulo pdg : est autem angulus pak maior angulo pag : non enim est aequalis, quoniam tunc ex praemissis sequeretur angulos incidentiae esse aequales, quod est contra hypothesim, sunt enim suppositi esse inaequales: sed neque minor: quoniam sic fieret refractionis irregularis: quod est contra 43 & 45 huius: est ergo maior: ergo & angulus pdg est maior pag . Idem quoque potest demonstrari facilius, ut si angulus fez fiat aequalis angulo fax per 8 p 3, utpote si arcus ac & ce assumantur aequales: tunc enim anguli pag & peg erunt per praemissa aequales: angulus uero pdg minor est angulo peg : quod patet etiam, si anguli refractionis ponantur esse aequales. De hac autem materia hic summarie loquimur, quoniam ipsam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet, perfectius persequemur. Patet ergo propositum.

51. *Datam altitudinem per umbram quantam sit cognoscere sole apparente. Euclides 18 theo. opti. corum.*

Sit data altitudo ab , quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparente: & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea bd perpendicularis super terminum altitudinis ab , qui sit b : & incidat radius solaris per uerticem a b (qui sit a) ipsi puncto d : & sit ad : ergo per 11 huius, erit linea bd umbra altitudinis ipsius ab : erigaturque nota linea ez inter umbram bd & radii ad aequidistantem altitudini ab , ut si ze sit baculus notae quantitatis. Erit ergo trigonus dze per 29 p 1 aequiangulus trigono abd : ergo per 4 p 6, uel per 9 huius, erit proportio dza ad ze , sicut dba ad ba : sed dza ad ze proportio est nota: quoniam cum ze sit assumpta nota, potest & linea umbrarum suarum, quae est bd , modica mensuratione fieri nota: ergo dba ad ba proportio est nota: sed db potest mensurando fieri nota. Ergo & ab erit nota. Quod est propositum, ut si linea ab sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spatia umbrarum.



VITELLONIS FILII THRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER TERTIVS.

In praemissis libris mathematicalia & naturalia principia praemisimus, per quae, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi consequentia intendimus declarare. Volentes autem formarum naturalium actiones sub triplici uidendi modo persequi, scilicet illo, qui fit per simplicem uisionem, & eo, qui per reflexionem, & illo, qui per refractionem: in hoc tertio libro persequimur modum simplicis uisionis, & dispositionem propriam organi uisui. Supponimus autem haec, quae sequuntur, in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota.

PETITIONES.

1. Visionem non compleri, nisi apud peruentum formae uisibilis ad animam. 2. Item quod per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color: quoniam lux ex se ipsa uidetur: & ipsa est hypostasis colorum: alia uero per accidens uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corporeitas, figura, continuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diaphanitas, densitas, umbra, obscuritas, pulchritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Haec enim non solum uisu, sed alijs sensibus comprehenduntur. 3. Item petimus lucem fortem laedere uisum diutius intuentem. 4. Item rem maioris quantitatis, quam sit oculus, oculo uideri. 5. Item rem uisam secundum situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. 6. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. 7. Item ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. 8. Item quod color non est motuius uisus, nisi secundum actum lucidi. 9. Item sine contactu uisionem non fieri, sicut nec aliquam actionem naturalem. 10. Item uirtutem uisuiam finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEO-

THEOREMATA.

1. *Visibili lucem actu non participante: ipsum impossibile est uideri. Alhazen 39 n 1.*

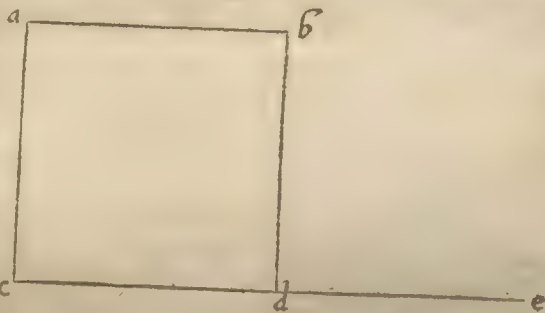
Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia: sunt lux & color: lux autem non est uisibilis, præterquam ex seipsa: & etiam lux cum sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce: forma enim coloris est forma debilior, quàm sit forma lucis: cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formam coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris: & propter hoc alterantur colores multarum rerum apud uisum per alterationem lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi: patet, quod omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri. Patet ergo propositum.

2. *Inter quodlibet punctum superficiæ rei uisibilis, & aliquod punctum superficiæ uisus produci posse rectas lineas est necesse, ut res actu uideatur. Ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem. Alhazen 21 n 1.*

Visio enim siue fiat ex eo, quod radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, quod formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniunt ad superficiem organi uisui: semper necesse est inter quodlibet punctum superficiæ rei uisibilis, & aliquod punctum superficiæ uisus produci posse lineas rectas, ut res uideatur actu. Vnde cum hæc lineæ secundum quæcumque propositum modum produci possunt, fit uisio: nisi forte propter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cum aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionem, reuertetur sensus: quoniam ab alijs partibus quæ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibili ad puncta superficiæ uisus. Patet ergo propositum.

3. *Organum uirtutis uisive necesse est sphericum esse. Alhazen 35 n 1.*

Si enim non sit sphericum: dico, quod non impeditur uisio, utpote si sit superficiæ planæ: tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale. Siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisui: patet, quod semper perpendiculares sunt breuiores per 21 t huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisa directe secundum ipsas perpendiculares uidetur, non per aliquas lineas obliquas, quæ refringantur: quia ut patet per 48 t 2 huius, in corporibus planis non potest fieri refractione formarum ad aliquod punctum unum: eod quod in talibus nullus punctus est omnibus communis. Sola ergo illa ab organo uisuo superficiæ planæ uideri possunt, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum: hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b: & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquidistantis uisui, & lineæ a b, lineæ recta, quæ c d e: & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per punctum a, quæ incidat in punctum a, & sit c a: & à puncto d ducatur similiter super superficiem uisus perpendicularis, quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquidistantes & æquales per 25 t huius: ergo per 33 p 1 lineæ a b æqualis erit lineæ c d. Et quoniam lineæ a b æqualis est lineæ c d, sed lineæ c d e est maior quàm lineæ c d: ergo non uidetur simul tota lineæ c d e: quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatem superficiæ uisus. Et quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui: quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri: palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisui sit plana: sed neq; alterius figuræ quàm sphericæ: quia semper per accidentia impossibilia inæqualitatis uisionis. Necessario ergo erit spherica superficies organi uisui, in cuius centro fiat cõkursus linearum radialium ex longè maiori magnitudine quàm sit ipsum organum uisuum. Patet ergo propositum.



4. *Oculus est organum uirtutis uisive sphericum, ex tribus humoribus & quatuor tunicis à substantia cerebri prodeuntibus sphericè se interfecantibus compositum. Alhazen 4 n 1.*

Quomodo sit oculus uirtutis uisive organum, negotio alterius partis philosophiæ relinquimus: quod autem sit sphericum, necessarium est per præcedentem propositionem: & etiã ex eo, quod est nature æque, cuius proprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratum. Quod autem sit oculus ex tribus humoribus & quatuor tunicis compositus, diligenter anatomizantium cura edocuit. Primus itaq; humorum istorum dicitur crystallinus uel glacialis, qui propriè est organum uirtutis uisive, & est in medio oculi situs: estq; spherica parua, alba, humida, humiditatis receptibilis formarum uisibilium, in qua est diaphanitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo: unde diaphanitas eius assimilatur diaphanitati crystalli uel glaciæ: & ob hoc dicitur humor crystallinus uel glacialis. Quia uero eius humoris diaphanitas mutatur in sui parte posteriori uersus cerebrum, à qua parte totus oculus recipit nutrimentum, quod anteq; perfectè uniat humori crystallino (qui principaliter intenditur nutriri) nondum plene in formis substantialibus & accidentalibus eidem assimilatum, necessario est alterius diaphanitatis ab

H illo:

illo: & ob hoc dicitur alter humor: & uocatur uitreus: quia assimilatur uitro quasi frustato. Et quia in omni, quod nutritur, semper purum ab impuro separatur: illud, quod ab humore crystallino nutrito, ut suae puritati inconueniens, separatur ad partem oppositam parti nutriti, hoc est, ad anteriorem crystallini humoris, profuit: & quia est diaphanum, quoquo modo assimilatum humori crystallino, nondum tamen suae perfectae consistentiae in densitate, eo quod est superfluum nutriti corporis densioris: patet, quod necessarium est diaphanum liquidum: unde uocatus est humor albugineus, quia simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diaphanitate: est enim humor albus, clarus, tenuis, diaphanus: & hunc humorum ad partem anteriorem, sicut uitreum humorum ad partem posteriorem pro custodia humoris crystallini, ne ab extrinsecis occasionibus, uel intrinsecis citius patiatur, & cadat ab officio organi uisui, naturae sagacitas deputauit. Continet autem primos duos humores, scilicet crystallinum & uitreum tela ualde tenuis & subtilis, separans eos ab albugineo, & circumdans ambos eos, cuius etiam telae aliqua pars descendens per medium separat crystallinum a uitreo: & haec tela, propter sui subtilitatem tela aranea nominatur. Cum autem humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessarium fuit ipsum per aliquod solidum pro oculi custodia retineri: circumdedit ergo ipsum natura pelle uiscosa solida fori, non multum diaphana, quae sui densitate melius retineat, & sui caliditate humorum albugineum temperet, ne crystallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni uisibiliu formarum. Et quia propter eius tunicae densitatem & uiscositatem formae uisibiles ad humorum crystallinum undique tali tunica circumdatum non peruenissent: ideo in anteriori parte oculi, ubi est locus receptionis formarum uisibiliu, natura hanc tunicam intercudit, factumque est foramen rotundum, cuius diameter est quasi aequalis lateri cubi inscriptibilis intra illam sphaeram, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphaerae: & est hoc foramen ideo rotundum, ut sit magis aptum susceptioni omnium formarum pertransiens usque ad eiusdem tunicae concuum: & ob hoc haec tunica dicta est uuea, quia assimilatur uuae in aspectu: & est haec tunica plurimum nigra, saepe tamen uiridis, & quandoque glauca: & corpus illius tunicae est tenue densum non rarum. Ne uero humor albugineus effluat ex foramine uueae, & ut non impediatur operatio uirtutis uisus, necessarium fuit naturae foramini uueae supponere uelamen diaphanum solidum ad modum cornu albi clari: dictaque est haec tunica cornea. Vbi uero coniungitur haec tunica alijs partibus corporis circumpositis oculo, ibi cessat diaphanitas, fitque alterius distinctiois tunica solidior quam cornea non diaphana, cum ipsa tamen cornea coples sphaeram unam, quae est sphaera totius oculi, & illius sphaerae posterior pars non diaphana, sed carnosa fit alia tunica: & haec dicitur coniunctiua uel consolidatiua, quonia coniungit oculum & consolidat ipsum cum partibus corporis uicini. Erit ergo tunica cornea humor albugineus & humor glacialis & humor uitreus se ad inuicem consequentes: & omnia ista sunt diaphana propter meliorem formarum uisibiliu receptionem. A substantia cerebri procedunt humores & tunicae oculi, quonia ex anteriori parte cerebri a duabus partibus ipsius crescunt duo nerui optici, id est concavi conformes habentes duas tunicas ortas a duabus telis cerebri, & procedunt ij nerui ad medium anterioris partis cerebri, ubi efficitur neruus unus opticus, qui in processu iterum diuiditur in duos neruos opticos conformes & aequales, qui transmutatis suis sitibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt procedentes ad concava duorum ostium concavorum conueniunt oculos, quonia in medijs istorum duorum ostium concavorum sunt duo foramina aequaliter perforata, quae dicuntur foramina gyrationis neruorum concavorum: & quonia illa duo foramina sunt rotunda, punctus medius cuiuslibet illorum foraminum dicitur centrum illius foraminis. Illi ergo nerui intrant ista duo foramina, & exeunt ad concavitatem duorum ostium praedictorum, & illic dilatantur & ampliatur, & efficitur extremitas cuiusque ipsorum quasi instrumentum ponendi uinum in dolijs, hoc est ad modum pyramidis rotundae concavae: & quilibet oculorum conponitur super unam extremitatem istius nerui, & consolidatur cum ipso. Conformiter & a tunicis istorum neruorum oriuntur tunicae oculorum: nam tunica cornea oritur ex tunica extrinseca duarum tunicarum istius nerui: & tunica uuea oritur ex tunica intrinseca duarum tunicarum duorum neruorum: intra istam tunicam uueam ordinatur humor crystallinus super extremitatem concavitatis nerui mediante uitreo humore, qui ambo ex medullari substantia cerebri oriuntur: & inter humores istos & tunicam uueam ex subtilissimis filis tunicae uueae contextitur tela aranea, quam alij uocant tunicam retiuam, quae est contextura ad modum retis sphaerice se intersecant humores & tunicae oculi: quia enim tunica uuea non puenit intra oculum ad complementum sphaerae, cum, sicut praemisum est, in anteriori sui parte sit foramen rotundum, quod tegitur a cornea tunica: sphaera ergo tunicae corneae necessario intersecat sphaeram uueae: & cuius sectio suarum superficierum sphaericarum est circumferentia illius foraminis: & est linea circularis per 80 t 1 huius. In anteriori quoque humoris crystallini, propter meliorem formarum receptionem est compressio superficialis parua minoris curuitatis, quam sit superficies cornea continens illam: sphaericitas. n. superficiei humoris crystallini assimilatur compressioi superficiei lenticulae, ut patet considerantibus anatomiam oculi. Superficies ergo anterior ipsius est portio superficiei maioris sphaerae, quam sit sphaera uuea continens ipsam: & haec compressio equaliter deflectitur ad oppositionem foraminis, quod est in anteriori parte uueae: quia situs eius ab eo est conformis. Sicut autem foramen rotundum, quod est in anteriori parte uueae, est directe oppositum extremitati concavitatis nerui, super quem collocatur oculus: sic etiam in parte posteriore concavitatis uueae est foramen rotundum, quod est super extremitatem concavitatis nerui: & foramen, quod est in anteriori uueae, est oppositum foramini concavitatis nerui: quonia neruus opticus intersecat tunicam coniunctiuam & uueam, & penetrat omnes tunicas oculi usque ad sphaeram crystallinam, quae pyramidem nerui intersecat, sicut & humor uitreus, qui in nerui optici pyramidalis concavo collocatur: itaque communis sectio pyramidis nerui optici, & sphaerae crystallinae, est circulus per 110 t 1 huius: sphaera itaque glacialis est composita in extremitate concavitatis nerui optici, & in foramine posteriori uueae rotundo. Extremitas

ergo

ergo nerui continet medium sphæræ glacialis: & est neruus ille concauus deferens in se spiritum uisibilem à cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit nutrimentū ad oculum, & diffunditur in illo per uias nutrimenti: & est in interse-
ctiōe huius nerui in anteriori parte cerebri uir-
tus uisua sentiēs & dijudicās omne uisibile: &
consolidatur uuea cum glaciali in circulo conti-
nente foramen rotundum in posteriori uueæ.
Intersecāt quoq; se sphæræ istæ duæ, scilicet gla-
cialis & uitrea necessariò: cum cōuexum unius
obuiet cōuexo alterius: sicut enim sunt diuersæ
naturæ & diaphanitatē, sic sunt portiōes diuer-
sarum sphærarum se secantium: cōmunis itaq;
sectiō illarum sphærarum est circulus per 80 t 1
huius. Idem ergo circulus est basis pyramidis
nerui optici, & interfectionis eiusdem pyrami-
dis, & sphæræ crystallinæ, & consolidationis u-
ueæ sphæræ cum sphæra crystallina, & fortè in-
terfectionis earundē sphærarū. Corpus uerò
consolidatiuæ continet partē pyramidalem ner-
ui, quæ est intra foramen osis, per quod transit
neruus, & intra circumferentiam sphæræ glacia-
lis: & continet sphærā uueam. Ex his itaq; pa-
tet humorē glacialem propriè esse organū uir-
tutis uisui: nam huius solius diaphanitas est re-
ceptibilis formarum uisibiliū: & est in medio o-
mnium & humorū & tunicarū collocatus: & si
alij cuiusq; tunice uel humoris accidat læsio, sal-
uo glaciali humore, semper auxilio medicinæ re-
cipit oculus curationem, & sanatur ac restitui-
tur uisus: ipsa uerò corrupta, corrumpitur uisus
totus sine spe restitutionis per auxiliū curæ medi-
cinalis. Est itaq; humor crystallinus uel glacia-
lis principaliter uirtutis uisui organū: propter
quod est diligentius conseruatū. Et cōstituit na-
tura duos oculos propter perfectionē bonita-
tis uisionis, & complementū eius. Sic ergo pa-
tet, quòd humores & tunice oculi sphæricæ se
intersecant: & patet declaratio definitionis pro-
positæ oculi secundū omniū eorū experiētiā

VERA OCULI DESCRIPTIO
atq; effigies è recentioribus anatomicis
libris desumpta.



qui de ipsius anatomia hætenus scripserūt. Hæc aut omnia, quæ scilicet de cōpositione oculi in hæc
quarta propositione huius tertij libri nostræ perspectiuæ sunt præmissa: nunc summam in figura
mathematica adiecta spectanda proponimus.

5. *Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.* Alhazen 23 n 1.
item 23 n 2.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisua rebus extra cōiungitur: aut illi
radij sunt corporei, uel incorporei. Si corporei, tūc cum uisus uiderit stellas & cælum: necessarium
est, ut à uisu corporeū exiēs impleat totū spacium uniuersi, quod est inter uisum & partē cœli uisam
præter diminutionē ipsius oculi: quod & impossibile est fieri, & etiā tam citò fieri (substantia & quan-
titate oculi manente salua.) Si uerò detur, quòd radij sint incorporei, cum sensus nō sit nisi in re cor-
porali: tunc ipsi radij nō sentirent rem uisam: ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo
non sentiente poterit sentire: nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset com-
prehendere rem uisam, cum uisus non fiat, nisi per contactū uisus cum forma uisa: quia sine cōtactu
nō fit actio. Radij ergo procedentes ab oculo si nihil reddunt uisui: tunc non fiet per ipsos uisio: si ue-
rò aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores, quæ per se uidentur, & quæ inter radios multi-
plicantur ad uisum. Radij ergo nō sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud,
quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis. Impossibile est ergo radios per se esse causam
uisionis, nisi fortè radij dicantur lineæ descriptæ per puncta formarū multiplicata à superficiebus re-
rum uisarum ad uisum: quoniam, ut patet per 2 huius, inter quodlibet punctum superficie rei uisibi-
lis, & aliquod punctum superficie uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideatur:
tales uerò radij ab oculis non egrediuntur. Patet ergo propositum.

6. *Visio fit ex actione forma uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.* Alhazen
1.2.3.14 n 1.

Formas uisibiles agere in uisum ex 2 & 3 suppositione patet: læditur enim uisus ex forti luce, ut in
H 2 aspectu

abspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione, quousq; per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis: retinet enim quandoq; in se fortes earū impressiões. Visus enim postquã diu inspexerit fortem lucem uel colorẽ, si postea aspiciat locũ obscurũ uel locũ debilis lucis: inueniet fortẽ illud uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cũ luce, colore, & figura sua: & quandoq; color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerũ uisarũ in obscuro, & uidebuntur res illæ alio colore mixto coloratę, ut fortẽ uiride uisum facit res albas postea uisas in loco obscuriori mixtim uirides apparere: & si claudatur oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agant in uisum, & uisus patitur ab illis. Et quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorũ: lux autẽ semper sphericẽ diffunditur ad omne positionis differentiã: palam ergo, sic etiã colores diffundi. Cũ itaq; uisus opponitur alicui rei illuminatę uel coloratę, tunc multiplicatur lumẽ uel per se, uel cũ illo colore rei oppositæ uisui, & perueniẽs ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo. Cum itaq; lux & color ueniunt simul ad superficiem uisus, & agunt in illũ, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionẽ formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscẽs: tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarũ agentium in uisum: & fit hæc actio & passio modo aliarum actionũ naturalium: quoniã totum agens agit in quo libet passio punctũ, etiã in indiuisibile, & totũ passum patitur à quolibet puncto agentis. Forma ergo lucis & coloris, quę sunt in aliquo puncto rei uisibilis, perueniunt ad totã superficiem oculi: & formę omnium punctoꝝ superficiẽ rei uisibilis perueniunt ad punctum unum superficiẽ oculi: & sic fit actio & passio inter ista. Non fit autẽ actio formarum uisibilium in uisum, nisi forma uisibilis sit potens ad agendũ & completæ hypostasis ex luminis præsentia, & nisi mediũ extrinsecũ oculi & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organũ uisus sit receptiuũ formarũ per tunicas medias, & humores diaphanos suæ propriæ diaphanitatũ. Pars enim tunice corneæ superposita foramini uueę, quę primò aeri extrinsecò cõiungitur, & humor albugineus implens foramẽ uueę, si à propria ceciderit diaphanitate, utpote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiã ipse humor glacialis si per nimiam congelationẽ, uel alio modo à formarũ receptione fuerit impeditus, nõ fit uisio: quia forma sensibilis organo uisuo imprimi nõ potest. Forma itaq; uisibilis ueniens à re uisa per mediũ luc. dũ usq; ad superficiẽ uisus, transit per diaphanitatẽ tunicarũ uisus, & peruenit ad uirtutẽ uisiuam ex foramine, quod est in anteriori uueę, & peruenit ad glaciale, & pertransit in eo secundũ modum suæ diaphanitatũ: & ob hoc natura omnes tunicas oculi diaphanas ordinauit, ut à formis sensibilibus actu lucidi habentibus patiantur. Visus uerò licet patiatur à formis uisibilibus: nõ tamen tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentię corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hanc passionẽ conuenire omni corpori diaphano per 4 t 2 huius: & licet quandoq; propter fortitudinẽ lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores: nõ tamen illę remanent in uisu, nisi tempore modico: nõ est ergo talis alteratio fixa. Visus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa, formis sensibilibus agentibus in uisum. Patet ergo propositum.

7. Centrum sphaerae totius oculi: & centrũ glacialis: & centrum superficierum extrinseca & intrinseca cornea: & centrũ conuexa superficierum humoris albuginei necesse est idẽ esse. Ex quo patet, quoniã superficies intrinseca cornea superficierum sua extrinseca aequidistat. Alhazen 12 n 1.

Resumpta figura oculi, quam præmisimus in 4 huius: dico, quod uerum est, quod hic proponitur, quoniã punctũ a est cõmune centrum propositarũ sphaerarũ. Si enim detur, quod centrũ sphaerę totius oculi (quod est punctũ a) non sit centrum sphaerę glacialis, palam per 75 t 1 huius, quoniã lineæ rectę perpendiculares super superficiem sphaerę oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphaerę glacialis, nisi solũ illa, quæ transit per ambarum centra: cæterę uerò omnes, quę erunt perpendiculares super superficiẽ uisus, erunt declinantes super superficiẽ glacialis. Si ergo glacialis comprehendat formas rerũ uisarum secundũ incidentiã istarum linearũ, quę sunt perpendiculares super superficiẽ oculi, & obliquantur declinantes super superficiẽ glacialis: tunc necessariò glacialis comprehendit oes formas rerum uisibiliũ obliquatas, & declinantes à suo situ & figura, quam habent extrã in superficiebus rerũ uisibiliũ, quod est contra 5 suppositionẽ præmissam in principio huius libri. Et quoniã formę incidentes medio secundi diaphani densioris secundũ lineas non perpendiculares refringuntur ad perpendicularẽ, ut patet per 47 t 2 huius: substantia uerò humorũ & tunicarũ oculi densior est aerẽ circũstante, & substantię diuersę diaphanitatũ inter se, ut patet per 4 huius: palam, quod in ipsa superficie glacialis fiet refractionẽ alia quàm in superficie corneæ: nõ distinguet ergo glacialis aliquid in rebus uisus propter refractionẽ formarũ in sua superficie factarũ: manifestum est enim, quod lineæ obliquę incidentes superficierum uisus, magis obliquantur in superficie glacialis: cum glacialis sit alterius diaphanitatũ à cornea uel albugineo humore: est enim in glaciali aliqua diaphanitas, propter quã recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitũ formarũ: & ob hoc figuratur formę in eius superficie & corpore. Nullam ergo formarũ uisibilium comprehendit glacialis secundum eius situm, & figurã, quam habuit extra uisum: hoc autẽ est impossibile: quoniã patet manifestẽ per 5 suppositionẽ, quod glacialis cõprehendit formas rerũ uisibilium secundũ situm & figurã, quę habent in rebus extrã. Est ergo necessariũ, quod lineę, quę sunt perpendiculares super superficiẽ oculi, sint perpendiculares super superficiẽ glacialis: erunt ergo superficies oculi, & gla-
cialis

cialis superficies sphaerarum contentarum habentes idem centrum, & extremitates omnium linearum imaginatarum produci a quolibet puncto superficiei rei uisae perpendiculariter super superficiem oculi, concurrunt in hoc centro per 72 t 1 huius: & sunt perpendiculares super superficiem glacialis per 72 t 1 huius. Et quonia superficies corneae anterioris coplet oculi superficiem sphaericam, & fit cum illa una superficies sphaerica: patet, quonia centrum oculi est centrum corneae per definitionem sphaerae. Patet itaq; quonia centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneae sunt idem centrum. Quia ergo centrum oculi (quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneae, & centrum sphaerae glacialis) sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis costante: conuenientius natura est, ut centrum glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneae, ita quod centra omnium superficierum oppositarum foramini ueuae sit unum punctum commune, & superficies concava corneae sphaerae fiat aequidistans eius superficiei conuexae: sic enim per 72 & 74 t 1 huius erunt omnes lineae exeuntes a centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebitur bonitas uisionis: & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneae cum toto oculo. Et quonia per 73 t 1 huius superficiei intrinseca corneae aequidistans est superficiei extrinsecae ipsius, cum ipsarum ambarum sit idem centrum: humor uero albugineus secundum eius conuexum contingit concuum corneae, ut praemissum est per experientiam anatomizantium in 4 huius: ergo per 79 t 1 huius superficies conuexa humoris albuginei erit pars superficiei sphaericae secundum eius conuexum superficiem concavam sphaerae corneae contingentis. Patet ergo per 73 t 1 huius, quoniam conuexa superficiei humoris albuginei & concava superficiei corneae est idem centrum. Et hoc est propositum. Et patet corollarium.

8. Sphaeram ueeam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumq; eius ad anterioris oculi plus accedere: centrum uero oculi amplius profundari. Ex quo patet, centrum ueuae centris omnium tunicarum & humorum anterioris partis oculi amplius eleuari. Alhazen 8 n 1.

Cum enim (ut patet per 4 huius, & per praecedentem) sphaera cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphaerae ipsius, & totus oculus sit sphaera maior quam sphaera ueuae: quoniam intra se continet maximum circulum sphaerae ueuae: patet per definitionem sphaerarum se intrinsecus intersecantium, quod superficies sphaerae corneae est maior superficie sphaerae ueuae: palam itaq; ex definitione sphaerae maioris, quoniam semidiameter corneae est maior semidiametro ueuae. Et quia superficies intrinseca corneae superposita foramini ueuae, est superficies concava sphaerica aequidistans superficiei manifestae ipsius corneae, eo quod tota cornea est aequalis spissitudinis, ut ostensum est in praecedenti, ideo quod centrum superficiei intrinsecae corneae idem est cum centro superficiei manifestae conuexae eiusdem corneae: sed superficies concava corneae secat superficiem sphaerae ueuae super circumferentiam foraminis, quod est in anteriori parte ueuae, ut praemissum est in 4 huius, & declaratum per 80 t 1 huius: ergo per 84 t 1 huius centrum sphaerae corneae continentis sphaeram ueeam necesse est remotius esse in profundo quam centrum sphaerae ueuae. Patet ergo, quonia sphaeram ueeam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumq; eius ad anterioris oculi plus accedere, centrum uero oculi amplius profundari: quod est principale propositum. Et ex hoc etiam patet corollarium, quia cum sphaera ueuae non sit in medio consolidatiuae, sed anterior ad partem superficiei manifestae oculi, & cum superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphaerae maioris: palam, ut praemissum est, quia centrum eius erit remotius in profundo centro ueuae. Manifestum uero oculi est superficies ipsius corneae extrinseca conuexa, cui aequidistat eiusdem superficiei intrinseca concava. Centrum ergo tam superficiei concavae quam superficiei conuexae ipsius corneae plus profundatur in oculo quam centrum ueuae. Et quia superficies concava corneae contingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foraminis ueuae, & superponitur ei: patet ex praemissa, & per 79 t 1 huius, quoniam superficies conuexa humoris albuginei est superficies sphaerica, cuius centrum est centrum superficiei sibi superpositae. Superficies ergo conuexa corneae, & superficies concava ipsius, & superficies conuexa humoris albuginei, attingens concuum corneae, cum sint superficies sphaericae aequidistantium sphaerarum, palam per 73 t 1 huius, quia centrum ipsarum omnium est unus punctus, qui amplius profundatur centro ueuae. Et quia superficies anterioris glacialis est sphaerica concentrica totali oculo per praecedentem: & etiam quia superficies sphaerae glacialis conuexa secat superficiem sphaerae ueuae intrinsecus: patet per 84 t 1 huius, cum superficies glacialis sit portio sphaerae maioris, quam superficies sphaerae ueuae, quod amplius profundatur centrum glacialis quam centrum ueuae. Centrum itaq; ueuae centris omnium tunicarum & humorum oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aeris extrinsecam respicientes, amplius eleuatur. Quod est totum propositum.

9. Inter centrum oculi & centrum ueuae producta linea recta centrum circuli sectionis ueuae, & medium concavitatis nerui optici necessario penetrabit. Alhazen 7 n 1.

Ostensum est per 7 huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneae: sed linea, quae continuat duos centra corneae & ueuae (quae in praemissa figura oculi in 4 huius est linea a f) haec producta peruenit ad centrum circuli communis earum sectionis per 82 t 1 huius, ut in punctum e, centrum circuli foraminis ueuae, secundum cuius peripheriam illae sphaerae se intersecant: superficies enim concava corneae, & superficies conuexa ueuae sunt duae superficies sphaericae secantes se secundum per-

pheriam foraminis uueæ, ut patet per 4 huius: palam quoque per 86 t 1 huius, quod eadem linea producta peruenit ad duo media duarum superficierum corneæ inter se æquidistantium superpositarum illi foramini uueæ, cuius foraminis peripheria est circumferentia circuli sectionis. Et quoniam foramen, quod est in anteriori uueæ, est directè oppositum foramini, quod est in posteriori uueæ, quod est extremitas concavitatis nerui: palam per 111 t 1 huius, quoniam eadem linea producta medium concavitatis nerui optici necessario penetrabit: & hoc est centrum circuli basis pyramidis nerui optici concavi. Patet ergo propositum.

10. *Inter centra spherarum glacialis & uueæ linea recta producta ad centrum circuli consolidationis spherarum glacialis & uitrea cum uuea necessario pertinet: & super illius circuli superficiem erecta erit. Alhazen 9 n 1.*

Patuit ex præmissis in 4 huius, quoniam sphaera glacialis interfecat intrinsecus sphaeram uueam: linea ergo per centra istarum spherarum transiens 82 t 1 huius, erit perpendicularis super centrum circuli communis sectionis ipsarum. Ille uero circulus distinguens finem consolidationis harum spherarum ad inuicem, aut æquidistans ei: superficies enim, quæ est in anteriori parte glacialis, opposita est foramini, quod est in anteriori parte uueæ, & situs eius ab eo est situs consimilis, ut patuit in 4 huius: terminus ergo istius superficiei, qui est circulus sectionis inter duas superficies sphaeræ glacialis & uitreae, aut est ipse circulus consolidationis istarum spherarum cum uuea, aut æquidistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis scilicet sphaeræ & uitreae fuerit ipse circulus consolidationis ipsarum cum uuea: ille ergo circulus, est circulus sectionis inter superficiem glacialis & uueæ: & tunc, ut prius, per 82 t 1 huius patet propositum. Quod si circulus sectionis inter superficiem sphaeræ glacialis & superficiem sphaeræ uitreae non fuerit ipse circulus consolidationis spherarum crystallinae & uitreae cum sphaera uuea, sed fuerit æquidistans circulo consolidationis earum cum uuea: tunc superficies sphaeræ glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id, quod forma naturalis suæ sphaeræ extenditur, secabit sphaeram uueæ super circulum æquidistantem isti circulo sectionis sphaeræ glacialis & uitreae: quoniam ille circulus æqualem habet situm à circumferentia sphaeræ uueæ: & quia ille circulus est æquidistans circulo consolidationis: erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uueæ, aut ipse circulus consolidationis, aut æquidistans ei. Quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82 t 1 huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum uueæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eò quod ille circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphaericas. Sed si iste circulus fuerit æquidistans circulo consolidationis, & est æquidistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uueæ: est ergo cum circulo sectionis inter superficiem glacialis & uitreae, in superficie una sphaerica, quæ est superficies glacialis, & est æquidistans circulo dictæ sectionis. Sed si in aliqua sphaera duo circuli fuerint æquidistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68 & 66 t 1 huius. Linea igitur quæ transibit per centrum uueæ & per centrum glacialis transibit per centrum circuli consolidationis spherarum glacialis & uitreae cum uuea secundum omnes dispositiones spherarum & illorum circulorum: est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66 t 1 huius. Quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si fuerint diuersi circuli, & æquidistantes, eadem proposita omnibus occurrunt: secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambæ illæ secant uueam, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa: & est ille circulus basis concavitatis nerui optici: & sic ille unus circulus obtinet officium quatuor circulorum.

11. *Sphaeram uitream necesse est sphaera glaciali eccentricam esse: centrumque uitreae ad anterius oculi plus accedere. Alhazen 10 n 1.*

Quia enim superficies sphaeræ glacialis, & superficies sphaeræ uitreae sunt duæ superficies sphaericæ secantes se: centrum ergo superficiei anterioris respectu manifesti oculi, est remotius in profundo, quam centrum superficiei posterioris per 84 t 1 huius. posterior uero harum duarum est superficies ipsius uitreae, ut præostensum est in 4 huius. Patet ergo propositum.

12. *Lineam transeuntem centrum glacialis & uueæ, centrum quoque uitreae, & medium concavitatis nerui optici necessarium est transire. Alhazen 11 n 1.*

Quia linea recta transiens centrum sphaeræ glacialis & uueæ, producta super centrum circuli consolidationis glacialis cum uuea, perpendicularis est super superficiem circuli consolidationis spherarum glacialis & uitreae cum uuea, ut patet per 10 huius. Huic autem circulo aut idem est circulus intersectionis glacialis cum uitrea, aut æquidistans ei: quocumque uero istorum modorum existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphaeræ glacialis cum uitrea: palam ergo per 83 t 1 huius, quoniam ipsa transibit per centrum sphaeræ uitreae. Quia ergo linea ista transibit per centrum uitreae, patet per 82 t 1 huius, quod ipsa necessario centrum circuli consolidationis perpendiculariter transibit. Extenditur ergo in medio concavitatis nerui optici, super quem componitur oculus: quoniam circulus consolidationis est basis, & extremitas concavitatis nerui optici, ut patet ex 4 huius. Quia uero ostensum est supra per 9 huius, quod inter centrum oculi & centrum uueæ producta linea centrum circuli sectionis uueæ, & medium concavitatis nerui optici necessario penetrat,

netat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20 t 1 huius: palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis spheræ uueæ & glacialis, & centrum uueæ & centrum oculi, & spheræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens. Patet itaq; ex præmissis, quod una & eadem linea transit per medium cōcauitatis nerui optici & per duo media omnium tunicarum oppositarum foramini uueæ: & est ipsa per 74 t 1 huius, perpendicularis super superficies omnium tunicarum oppositarum foramini uueæ: & est perpendicularis super superficiem foraminis uueæ: & est perpendicularis super superficiem circuli cōsolidationis: & extenditur in medio cōcauitatis nerui optici, super quæ componitur oculus: & ipsa est axis totius oculi: qui in proposita superius figuratiōe est in rectitudine literarum fa, extensa per medium cōcauitatis nerui optici.

13. *Visus non cōprehendit res uisas nisi corpore medio diaphano existēte. Alhaz. 22. 41 n 1.*

Quia enim, ut patet per 6 huius, uisio non est nisi ex actione formæ uisibilis uenientis à re uisa ad uisum: formæ uerò non extenduntur nisi in corporibus diaphanis consimilis diaphanitatis, in quibus fit lucis & formarum extensio secundum lineas rectas, ut patet per 1 t 2 huius. Cum ergo lineas productas à rebus uisibilibus ad uisum nō abscindit aliquod corpus medium non diaphanum: tūc perueniunt formæ ad uisum, & uisio completur: quod si aliquod corpus non diaphanum interuenit, impeditur multiplicatio formæ ad uisum. Patet ergo propositum.

14. *Non fit uisio corpore uisibili existēte similis diaphanitatis cum medio. Alhazen 42 n 1.*

Si enim corpus uisibile sit diaphanum: tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi: ergo non uidetur, quoniam ut patet per 4 t 2 huius, lux non figitur in corporibus diaphanis taliter, ut ipsa tingat, uel quod eis præstet actum uisibilitatis. Cum ergo diaphanitas corporis uisibilis fuerit similis diaphanitati aeris: tunc erit eius dispositio sicut dispositio aeris, & non apprehenditur à uisu, sicut nec aer. Et similiter est de alio medio quocunq;: nullum enim talium uidetur, cum diaphanitas rei uisæ non fuerit ipsius corporis mediij diaphanitate. Si uerò corpus uisum fuerit diaphanum, sed minus quàm medium: sicuti crystallus respectu aeris: tunc res uisa, quoniam habet aliquem colorem respectu suæ spissitudinis, uidebitur per mediū aerem ueluti res colorata: quoniam cum lux oritur super ipsum, figetur in ipso aliqua fixatione, scilicet secundum id, quod est in ipsa de spissitudine, & pertransibit in eo secundū suam diaphanitatem: & erit in eo forma in aere secundam colorem & lucem, quæ sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenerit ad uisum, operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam. Patet ergo propositum.

15. *Inter uisibile & oculi superficiē distantiam mediam necessariū est esse. Alhazen 37 n 1.*

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quādo fuerit in ea aliqua lux media per 1 huius: hoc autem non est nisi per mediam distantiam. Quando ergo uisibile fuerit superpositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur: res enim per se luminosa non possunt immediatē superficiē uisus applicari: talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ uisui immediatē non possunt applicari: quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uerò corpora nō luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebuntur: requiritur ergo media distātia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce. Et etiā corporibus uisibilibus ipsi uisui immediatē applicatis: tunc corpus oculi secundum situm suum prohibetur à uisuali operatione. Quia enim uisio non fit, nisi ex parte opposita foramini uueæ, ut patet per 4 huius: si ergo uisus comprehendat rem uisibilem per immediatam applicationem: non comprehendet illam nisi secundum partem applicatam foramini uueæ, & nō comprehendet residuum rei uisæ: & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq; uisus totā illam rem contingat, non propter hoc erit iudicium per uisum, sed potius per tactum: nec enim sic aget in uisum forma uisibilis, quæ est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa. Non ergo erit uisio, nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distātia. Et hoc proponebatur.

16. *Visio non fit sine dolore & passione à substantiā oculi abijciente. Ex quo patet, uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut completè exerceat uisionem. Alhazen 26. item 1.2 n 1.*

Quoniam enim glacialis recipit formam lucis & coloris: & lux & color operantur in glaciale: erit necessariò illa operatio non sine dolore, quāuis quandoq; non sentiatur ille dolor, ut cum non est ualde fortis. Lucēs uerò fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifestè, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum. Et quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere, non diuersificata nisi secundum magis & minus: & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc nisi secundum magis & minus, sic etiam quod quandoq; latet dolor ipsum sensum: semper tamē illa passio quantumcūq; insensibilis abijcit à substantiā oculi. Ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut completè exerceat uisionem: quoniam semper comprehēsiō uisibilium à uisu est secundum fortitudinem uisus: quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum: humidī enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus. Et hæc uolumus declarare.

17. *Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas. Ex quo patet, omnem formam uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Alhazen 15. 18 n 1.*

Licet enim, ut ostensum est in 6 huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quolibet punctum superficiem uisus: quia tamen per 20 t 1 huius forma tantum unius puncti totius superficiem rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidit uni puncto superficiem uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiem rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiem uisus super lineas declinantes per 13 p 11, & in quolibet puncto superficiem uisus transeunt in eodem tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium oppositorum uisui in illo tempore: quoniam suppositum est in principio huius 6 suppositione, uisum simul diuersa uisibilia uidere: sola uero forma puncti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiem uisus, per 47 t 1 huius transit rectè per diaphanitatem omnium tunicarum oculi: formæ uero omnium aliorum punctorum refringuntur, & transeunt per diaphanitatem tunicarum uisus secundum lineas declinantes super superficiem uisus: & etiam ex quolibet puncto superficiem glacialis erit una tantum perpendicularis super superficiem uisus: quoniam cum sphaera glacialis & totius oculi sit idem centrum, ut patet per 7 huius: quæcunq; linea fuerit perpendicularis super superficiem unius, & super alterius superficiem, perpendicularis erit per 74 t 1 huius: sicut autem ex eodem puncto superficiem sphaera glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeunt lineæ infinitæ ad superficiem uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus: sic à puncto aliquo superficiem glacialis, ex quo exit perpendicularis super superficiem uisus, & pertransit foramen uueæ, exeunt lineæ aliæ infinitæ transeunt in foramen uueæ, & peruenientes ad superficiem uisus declinantes. Et sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerint imaginati refringi secundum modum differentie diaphanitatis corneæ à diaphanitate aeris, per 47 t 2 huius perueniunt ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibilium oppositarum uisui in uno tempore, & nulla istarum linearum occurrit puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis. Sic etiam secundum nos ponentes radios non egredi, sed formas diffundi ad uisum, formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum, extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per 47 t 2 huius refringuntur ad idem punctum superficiem glacialis: solus autem punctus, qui est apud extremitatem perpendicularis, non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis. Si itaq; glacialis secundum lineas non perpendiculares sentiat: tunc puncti, qui sunt in superficiebus uisibilium, nunquam ordinabuntur in sensu secundum modum ordinis sui in superficie rei uisæ: quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis: sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentiat: tunc distinguuntur in eo puncti, qui sunt in superficiebus uisibilium, nec erit differentia situs & ordinationis formarum uisibilium in superficie glacialis & in rebus uisibilibus, quæ sunt extrâ. Quoniam autem secundum 5 suppositionem nostram formæ uisibilium perueniunt ad uisum sub figuris, quas habet in rebus extrâ: patet quod secundum solas perpendiculares lineas fit uisio: tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Patet ergo propositum. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarumcunq; uisarum formarum, quæ sunt perpendiculares super superficies tunicarum uisus, continetur in pyramide, cuius uertex est centrum uisus, & cuius basis est circulus foraminis uueæ, uel pars superficiem illius circuli: & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur: & omnes formæ rerum cadentium intra illam pyramidem, extenduntur in rectitudinem linearum radialium, & pertranseunt tunicas oculorum refractæ: & hæc pyramidem dicimus pyramidem radialem. Formæ uero rerum uisibilium, quæ sunt extra hæc pyramidem, nunquam incidunt per aliquam illarum linearum perpendicularium, sed fortè accidunt ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiem uisus oppositam foramini uueæ, & illæ formæ refringuntur à diaphanitate tunicarum uisus, & non perueniunt ordinatè ad uirtutem uisui: unde non fit distincta uisio secundum illas: ueruntamè illas formas refractas aliquantulum accidunt uideri, sed indistinctè, in cōcurso scilicet ipsarum cum lineis perpendicularibus à cetro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nunc superficiem uisus illam partem superficiem oculi, quæ est opposita superficiem foraminis uueæ. Quod autem uisus comprehendat quadoq; illa, quæ sunt extra pyramidem radialem, patet experimentaliter. Extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisu, uidebitur, cum tamen illa extremitas sit extra pyramidem radialem. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculum erecto indice uel alio digito extra pyramidem radialem, quæ ualde subtilis est, quoniam pyramidalitas eius non est ampla: unde nihil sui peruenit ad loca, quæ circūdant oculum, uidebitur tamen superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibilium peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialem. Patet ergo, quod formæ rerum taliter situatarum respectu pyramidis radialis, perueniunt ad superficiem uisus per refractionem factam in superficie uisus ab aere, quæ est rarioris diaphani, quàm sint tunicæ ipsius uisus. Quod autem refractione fiat in superficie ipsius uisus formarum obliquè uisui incidenti, patet etiã in illis, quorum formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidem radialem. Si enim acus uel alia res subtilis minuta directè opposita foramini uueæ interponatur uisui & parieti albo: uidebitur tamen forma toti parietis, cum secundum ueritatè formæ partis

partis parietis directè oppositæ acui & uisui, directè nõ perueniat ad superficiem ipsius uisus, peruenit autem, ut patet, quoniam uidetur. Palàm ergo, quoniam peruenit per refractionem factam in superficie ipsius uisus: omnia autem hæc uidetur indistinctè: unde reductis ipsis intra pyramidem radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarum formæ distinctè & perfectius quàm prius. Fit ergo uisio distincta solùm secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas: indistincta uerò uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

18. *Omniū formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidem, cuius uertex est in centro oculi, basis uerò in superficie rei uisæ. Ex quo patet, omne quod uidetur, sub angulo uideri. Euclides 2 hypothe. opt. Alhazen 19 n 1.*

Cum per 6 huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum: & quælibet pars formæ uisibilis & pũctus se multiplicet per medium extrinsecum ad oculi superficiem totam: & tota superficies rei uisæ ad unum pũctũ oculi: quia tamen oculorũ tunicæ sunt alterius diaphanitatis quàm aer extrinsecus: solæ illæ lineæ formarum à superficie rei uisibilis ad superficiem oculi productæ, quæ protractæ centrum oculi penetrant, cum sint perpendiculares super superficiem oculi, non refringuntur in medio diaphani ipsius corneæ, ut patet per 72 t 1 huius, & 47 t 2 huius, & per præmissam: aliæ uerò lineæ omnes refringuntur, quia incidunt obliquè: unde nõ fit uisio secundum illas. Quoniam autem solus glacialis propriè est organum uisus, & non superficies oculi, quæ est pars spheræ corneæ: oportet necessariò ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniãt ad glaciale. Et quia non est possibile, ut uisus comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando apprehendit formam unius puncti rei uisæ ex uno tantum puncto suæ superficie: quoniam, ut in præmissa ostensum est, omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Nõ est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehendit colorem uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantum puncto superficie uisus uenientem ad se. Et cum centrum oculi & centrum spheræ glacialis, sicut patet per 7 huius, sit idem punctum: necesse est, quòd omnes lineæ perpendiculariter productæ à punctis uisibilium super superficiem oculi diaphanam concurrant in centro glacialis: eruntq; quidè diametri in superficiebus tunicarum oculi perpendiculares super ipsas tunicas oculi: eritq; quælibet perpendicularis occurrès superficie corneæ in puncto uno, & occurrès superficie glacialis in puncto uno: & una tantum perpendicularis transit per punctum aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiem corneæ superpositam illi puncto glacialis, quæ sit perpendicularis super superficiem rei uisæ: quoniam per 20 t 1 huius ab aliquo puncto super superficiem unam una tantum perpendicularis duci potest. Vnde cum superficies rei uisæ fuerit æquidistans superficie ipsius uisus, erit per 23 t 1 huius illa linea perpendicularis super superficiem uisus & super superficiem rei uisæ: aliæ uerò lineæ omnes sunt obliquæ super superficiem rei uisæ, quamuis productæ ad centrum uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis. Forma ergo cuiuslibet puncti superficie rei uisibilis mota ad uisum secundum lineam unam perpendicularem productam ab eo ad superficiem uisus, occurrat superficie uisus super unum punctum, super quem non occurrat ei aliqua formarum punctorum aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet pũcto superficie rei uisibilis ad cẽtrum oculi lineis: palàm, quoniam istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi, superficie spheræ oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent: quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno corpore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficie rei uisæ ad unum punctum, qui est centrum oculi, terminantur. Palàm ergo, quoniam omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramide uerticem habente in cẽtro oculi & basim in superficie rei uisæ: erit enim forma cuiuscunq; puncti superficie rei uisæ extensa secundum rectitudinem lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis, qui est centrum uisus: & omnes tunicarũ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, quoniam formæ penetrant per illas: & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hanc pyramidem quasi æquidistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis quasi noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glacialis & uertex, ubi prius, & bases illarũ pyramidum fiunt quasi similes, ut patet per 99 & 100 t 1 huius. Et ex hoc patet, omne quod uidetur, sub angulo uideri, quem continent lineæ radiales concurrentes in centro uisus. Patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicarum uisus ad locum gyrationis concaui nerui, super quem componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12 huius, transit per centrũ uisus & per centrum foraminis, quod est in anteriori uueæ, & per centrum ipsius uueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis: aliæ uerò lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

19. *Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficie uisus, ad hoc, ut actus uideatur. Alhazen 40 n 1.*

Iam enim ostensum est, quoniã uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam: & quòd ista pyramis distinguit ex superficie membri sentientis paruã partem, in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet per 17 huius. In rebus ergo ualde paruus erit pyramis parua, & pars distincta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primum membrum sentiens, erit quasi punctus uel ualde parua: sed membrũ sentiens non sentit formã, nisi quando

quando pars suæ superficiæ, ad quam peruenit forma, fuerit quantitatis sensibilis, respectu totius oculi, quoniã uirtutes sensus sunt finitæ, & nõ extenduntur in infinitum: unde sunt secundũ unum aliquẽ terminum, ad quẽ peruenire potest uirtus sensitua. Cum ergo pars membri sentiẽtis, ad quã peruenit forma, nõ est quantitatis sensibilis apud totum membrũ sentiẽs: tunc nõ sentit membrũ actionem, quã agit forma rei uisibilis in illa parte, ppter paruitatẽ ipsius: quare nõ cõprehendit formam rei tam paruẽ. Solæ itaq; res sunt sensibiles actu, quarũ pyramides inter uisum & centrũ uisus distinguunt ex superficie glacialis partẽ aliquã sensibilis quãtitatis, respectu totius superficiæ glacialis: illæ ergo res oportet ut sint alicuius quãtitatis respectu superficiæ uisus. Et hoc est ppositũ.

20. Visio non completur, nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis, ad neruum peruenit communem. Alhazen 25 n 1.

Quoniam enim, ut patet in 4 huius, in concursu amborũ neruorum opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisua sentiẽs & dijudicans omne uisibile, propter quod in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandẽ rem simul accidit uideri: patet quod uisio nõ cõplebitur nisi cũ forma uisibilis unietur uirtuti sentiẽti, quẽ est in cõcauo cõmunis nerui: oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscẽti. Quia uerò per 17 huius formarum uisibiliũ fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ sunt in superficie rei uisæ, & ex 5 suppositione huius res uisa secundum situm, figuram & ordinẽ suarum partium uidetur: necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo communi secundum modum ordinationis, quo est recepta in superficie glacialis, & aliter non complebitur uisio. Patet ergo propositum.

21. Humorem uitreum alterius diaphanitatis à glaciali necessarium est esse. Alhaz. 2 n 2.

Si enim diaphanitas istorum, duorum, corporum glacialis scilicet humoris & uitrei, sit cõsimilis: tunc (ut patet per 12 huius, & per 17 huius & per 72 t 1 huius) formæ uisibiles receptæ in superficie glacialis non refractæ secundum lineas radiales concurrent in cẽtro oculi propter cõsimilitudinem diaphanitatis, & ibi se intersecãtes ulterius se diffundent. Quia uerò, ut patet per præmissam, uisio non completur, nisi postquam ordinatio formæ, quæ recipitur in superficie glacialis, peruenit ad neruum communem: situs autem partium formæ secundum suum esse in superficie glacialis non potest peruenire ad neruum communem, nisi per extensionem eius in cõcauo nerui, super quem componitur sphaera glacialis, quia aliter est ipsum impossibile peruenire: forma uerò nõ potest extendi à superficie glacialis ad cõcauum nerui communis secundum extensionem linearum rectorum, & cõseruare situs suarum partium secundum suum esse, nisi natura alterius diaphani clarioris sibi occurrat, antequã perueniat ad cẽtrum oculi: quoniã si non sit medium alterius diaphani cõmunis, istæ lineæ cõcurrent apud cẽtrum oculi, & efficietur quasi unũ punctum. Et quia hoc cẽtrum oculi est ante locum unionis neruorum opticorum, patet per 91 t 1 huius, quod si illæ lineæ ultra cẽtrum oculi debeãt extẽdi, necessariò erit linearum illarum intersecctio in cẽtro, & post cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundum positionem & situm priori pyramidi modo contrario se habebunt. Cõuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quem habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis, taliter, ut illud, quod est in superficie glaciali dextrũ, fiat sinistrum apud sensum, & e contrario, & superius fiat inferius, & e contrario: nec perueniet aliquid formæ directe ad neruum communem, nisi solum unum punctum, quod est in extremitate axis pyramidis. Omnes ergo res secundum modum suo naturali situi contrarium uidentur: quod est contra 5 suppositionem, & manifestè contra id, quod accidit in sensu. Patet ergo quod necessarium est, quod isti humores sint diuersæ diaphanitatis. Quod est propositum.

22. Superficiem communis sectionis sphaera glacialis & uitrea ad anterius cẽtro oculi sitam esse: humoremq; uitreum & spiritum uisibilem eiusdẽ quasi diaphanitatis, & utraq; plus diaphana humore glaciali necesse est esse. Alhazen 30 n 1. Item 4.5.6 n 2.

Quoniam, ut patet per 20 huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem: palàm sicut in præmissa ostẽsum est, quod necessarium est, quod fiat aliqua refractione ante peruentum formæ ad cẽtrum oculi: quia etiam si fiat refractione post centri transitum, erunt necessariò formæ cõuersæ: quoniã & tunc per 91 t 1 huius erit mutatus situs partium formæ. Refractio uerò cum solum fiat ad perpendicularẽ, uel à perpendiculari, ut patet per 47 t 2 huius: palàm, quia non transmutat situm partium, sed solum auget uel minuit figuram per 49 t 2 huius. Quia uerò glacialis, ad quem perueniunt formæ secundum reẽtitudinẽ, totus est unius diaphani: refractione uerò nõ fit nisi medio alterius diaphani: palàm, quia nõ potest fieri refractione formarum nisi apud humorem uitreum, cuius corpus, ut in præcedẽti ostẽsum est, diuersæ est diaphanitatis à corpore glacialis. Hic ergo humor necessariò antecedit cẽtrum oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum, priusquã perueniãt ad ipsum cẽtrum oculi, quod est idẽ cẽtrum humoris glacialis per 7 huius: quia aliàs enim in centro illo fieret cõcursus omnium linearum radialiũ per 72 t 1 huius: quia illæ lineæ sunt omnes perpendicularares super superficie glacialis: accideret quoq; illis formis ulterius progrediẽtib; transmutatio secundum situm per 91 t 1 huius, ut præmissum est: & quia hoc est impossibile, patet ergo, quod humor uitreus antecedit cẽtrum glacialis. Quãuis itaq; glacialis, in quo est principiũ sensus, indigeat lineis radialib; extẽsis secũdũ reẽtitudinẽ, cõquod impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus ppter magnitudinẽ rei uisæ & p unitatem

unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur comprehensio rei uisæ secundum suum esse: peruentus tamen formarum ad ultimum sentiens non indiget tantum extensione formarum secundum rectitudinem istarum linearum: quoniam receptio formarum in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarum in corpore diaphano: membrum enim sentiens recipit istas formas propter suam diaphanitatem, & sentit eas propter eius uirtutem sensibilem: & sic recipit formas secundum receptionem sensus, cum alia corpora diaphana recipiant formas tantum ad representandam ipsas uisui, non autem ad sentiendum. Qualitas ergo receptionis formarum in humore uitreo secundum lineas refractas, est propter diuersitatem suam diaphanitatis à corpore glacialis, & propter qualitatem receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali. Sed & corpus subtile, quod est in concavitate nerui inter humorem uitreum & neruum comunem, quod corpus nominatur spiritus uisibilis, quoniam in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diaphanum esse: quoniam formæ rerum uisibilium quando perueniunt in corpus humoris uitrei, extenditur sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concavo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundum extensionem sensus extenduntur formæ ordinatæ secundum suam dispositionem. Patet ergo, quod ordinatio partium corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessariò in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concavo nerui. Cum enim forma peruenit ad aliquod punctum superficiei uitreæ, extenditur directè, & non alteratur eius situs in concavitate nerui, in quo extenditur corpus sentiens, & erunt formæ omnium punctorum consimilis ordinationis adinuicem. Corpus itaque sentiens, quod est in concavo nerui, erit necessariò diaphanum propter receptionem formarum uisibilium: erit & diaphanitas eius quasi eadem cum diaphanitate humoris uitrei, ut non obliqueatur uel fiat monstruosa forma apud peruentum earum ad ultimam superficiem uitrei uicinantem corpori, quod est in concavo nerui. Pertranseunt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diaphanitatis, & apparent uirtuti sensitivæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaque ultimum, quod est in neruo comunem, comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorem ex eius coloratione, quoniam horum formæ transeant & figuntur in ipso. Fit autem refractione formarum apud humorem uitreum tam propter diuersitatem qualitatis receptionis sensus, quam propter diuersitatem diaphanitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diaphanitas suorum corporum esset consimilis: esset forma extensa in corpore uitreo secundum rectitudinem linearum radialium propter consimilitudinem diaphanitatis, & esset retracta propter diuersitatem qualitatis sensus inter hæc duo corpora: & sic fieret forma aut monstruosa, aut clientur formæ. Quando uero propter diaphanitatis diuersitatem fit refractione, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illam refractionem aut obliquationem: tunc erit forma post obliquationem refractionis, forma una ordinata secundum suarum partium situm, figuram, & ordinem, quæ habet forma in re extrâ, & uirtus sensitiva sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente extenso à superficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipiendæ usque ad concavum nerui comunis, quod est ultimum corpus sentiens: quoniam in ipso constituta est uirtus sensitiva. Sunt itaque humor uitreus & corpus, quod est in concavitate nerui, eiusdem quasi diaphanitatis: quia inter ipsa non fit refractione aliqual sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatem uirtutis sensitivæ ad unitatem simplicis extensionis forme post refractionem in superficie uitreæ. Et quoniam in ijs ambobus corporibus fit progressio formæ ultra centrum oculi: patet, quod illa refractione facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis: utriusque ergo illorum corporum est plus diaphanum corpore ipsius glacialis per 45 uel 47 t 2 huius. Patet ergo oppositum.

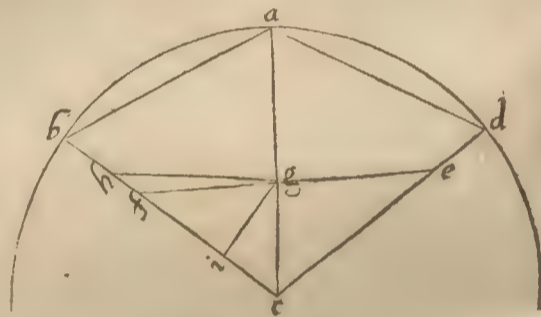
23. *Superficiem communis sectionis spheræ glacialis & uitreæ necesse est planam esse: aut partem spheræ maioris, quam sit spheræ glacialis, & eccentricam superficiem oculi. Alhazen 3 n 2.*

Istarum spherarum glacialis scilicet & uitreæ comunis sectionis superficies est necessariò plana, aut talis, qualis proponitur: quoniam oportet superficiem huius sectionis esse similis ordinationis, ita quod eius extremitates ordinentur in consimili & eadem distantia à cetro oculi, ut non appareat formæ monstruosa post refractionem. Superficies consimilis ordinationis, aut est plana, aut est spherica: hæc autem superficies non potest esse ex spherâ concentrica oculo: tunc enim essent lineæ radiales, quæ sunt perpendicularares super superficiem glacialis: perpendicularares etiã super ipsam ex 74 t 1 huius: & non fieret refractione formarum, sed concurrerent in cetro, & fierent formæ monstruosæ, sicut per præmissam ostensum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars spheræ, necessariò eccentrica oculo: ergo non potest esse ex spherâ minore quam sit spherâ eccentrica oculo: quoniam ratione diuersitatis cetro formæ concurreret ante peruentum suum ad centrum oculi: minoris enim spheræ minor est diameter quantum est de natura sphericitatis, & propter maiorem diaphanitatem spheræ uitreæ super glaciale, quæ ostensa est in præmissa, refringeretur formæ ab ipsa perpendiculari per 47 t 2 huius, ratione rarioris diaphani, cui incidit: ratione uero spheræ minoris in superficie comunis sectionis frangeretur ad perpendicularem. Sic ergo efficeretur formæ monstruosæ, quoniam procederet ad perpendicularem ratione lineæ perpendiculararis super superficiem sphericam, quæ perpendicularares semper transeunt per centrum per 72 t 1 huius, & refringeretur à perpendiculari. Ista ergo superficies est aut plana aut spherica, utpote pars spheræ alicuius bonæ quantitatis, ita quod sphericitas eius concueniat ordinationi secundum proportionem refractionis à perpendiculari, quæ fit propter naturam alterius diaphanitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in superficie glacialis, extenduntur per corpus glacialis secundum rectitudinem linearum radialium, quousque peruenierint ad istam superficiem: tunc refringuntur apud ipsam secundum lineas consimilis ordinationis secantes lineas radiales. Forma itaque perueniens in aliquod punctum superficiei glacialis, semper

semper extenditur super eandem incidentiam lineæ ad idem punctum superficiæ uisus, & ad idem punctum loci nerui communis: à quibuslibet ergo duobus punctis cõsimilis situs in respectu duorum neruorum extenduntur duæ formæ ad idem punctum in neruo communi, donec fiat perfecta unitas formarum.

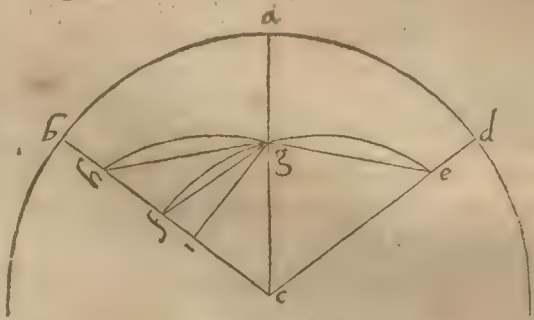
24. *Inter omnes lineas pyramidis radialis necesse est solum axem transeuntem per centrum foraminis uinea super superficiem communem glacialis & uitrea, & super posteriorem superficiem uitrea perpendiculararem esse. Alhazen 7 n 2.*

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliquam istarum superficiem, accidet diuersificatio ordinationis formarum peruenientium ad illam superficiem, & mutabuntur dispositiones illarum formarum propter declinationem axis: solum enim tunc, cum axis fuerit perpendicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisæ in superficiem glacialis ordinata secundum ordinem partium superficiæ rei uisæ, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatem axis in superficie rei uisæ, ad punctum, quod est super axem in superficie glacialis, ut patet per 17 huius. Et quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialis, palam ex 18 p II, quoniam omnes superficies planæ exeuntes ab axe, & secantes superficiem glacialis, erunt perpendiculares super istam superficiem. Et quia superficies humoris uitrei respiciens ipsam superficiem glacialis, quæ est cõmunis sectio sphæræ glacialis & uitrea, ut patet per præmissam, aut est superficies plana, aut sphærica, & centrum eius non est centrum uisus: si ergo axis radialis est declinans super istam superficiem, & non est perpendicularis super ipsam, non exibat ab axe superficies plana perpendicularis super istam superficiem, nisi una tantum superficies, illa scilicet, quæ transit per inæqualitatem maximam angulorum, quæ patet per 30 t I huius: & omnes superficies residuæ exeuntes ab axe, erunt declinantes super ipsam superficiem uitrea. Si enim duæ superficies uel plures exeuntes ab axe, sunt perpendiculares super dictam superficiem, cum illæ superficies de necessitate se interfecerent, & sua communis differentia sit axis pyramidis radialis: erit per 19 p II axis perpendicularis super eandem superficiem: datum autem fuit, quod esset declinans. Sit itaq; centrum oculi punctum c: in superficie quoq; oculi siue in ipsa superficie glacialis, quæ per 7 huius & per 73 t I huius æqui-



distat superficiæ ipsius oculi, sit linea b a d: & in superficie humoris uitrei recipiente humorem glaciale sit linea e g f: sitq; axis pyramidis radialis linea a c. Imaginemur ergo superficiem a b c d erectam ab axe, & erectam super superficiem glacialis transeuntem per centrum oculi, quod est c: & hæc superficies erecta sit etiã super superficiem humoris uitrei, quæ est e g f: sitq; communis sectio huius superficiæ erectæ a b c d cum ipsa superficie glacialis linea b a d: & sint puncta b & d æqualiter distantia à puncto a, quod sit terminus axis pyramidis uisualis: & sit cõmunis sectio eius cum superficie humoris uitrei linea e f: exeant quoq; duæ lineæ à centro c, quæ sint c b & c d: erunt ergo istæ duæ lineæ c b & c d cum axe c a in superficie communi perpendiculari super superficiem e g f per 1 p II: quoniam omnia puncta c b d sunt in illa superficie: eruntq; ex hypothesi duo anguli a c b & a c d æquales: quod patet per 8 p I, si illis arcibus b a & a d subtendantur chordæ b a & d a: sint quoq; lineæ c b & c d secantes lineam e f, quæ est communis sectio dictæ superficiæ erectæ & superficiæ uitreae super duo puncta f & e: secetq; axis c a eandem lineam e f super punctum g. Si ergo superficies, quæ est communis sectio sphæræ glacialis & uitreae, est plana: erit differentia communis, quæ est e g f, linea recta: & si axis a c fuerit declinans super superficiem uitreae, & ipsa est in superficie a b c d erecta super superficiem e g f: tunc necessariò erit axis c a declinans super lineam e f: erunt ergo anguli e g c & f g c inæquales: quoniam linea à puncto g perpendiculariter producta super lineam e g f ex 11 p I faciet angulos æquales cum lineam e f. Cum itaq; anguli e g c & f g c sint inæquales: angulus quoq; c g f sit exempli causa, minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d sint æquales: erunt per 24 p I, duæ lineæ e c & e f inæquales: est enim linea e f breuior quàm linea e c: si enim illæ lineæ sint æquales, cum anguli e c g & f c g sint æquales, & linea g c communis ambobus triangulis: erunt per 4 p I anguli e g c & f g c æquales, quod est contra datum: cum axis a c sit declinans super lineam e f. Sit ergo linea c h æqualis lineæ c e, & ducatur linea h g, quæ per 4 p I & ex præmissis erit æqualis lineæ e g: & à puncto g ducatur perpendicularis g i super lineam c h per 12 p I. Ex penultima ergo primi latus g h oppositum angulo recto in triangulo h i g, est maius latere g i: ergo per 19 p I erit linea g h maior quàm linea g f: cum enim angulus g f h sit extrinsecus angulo g i f recto: palam, quod angulus g f h est obtusus: est ergo maior angulorum triangoni f g h: ergo linea e g, quæ est æqualis lineæ g h, maior est quàm linea g f: erunt ergo duo puncta e & f diuersæ distantia à puncto g: & ista duo puncta e & f sunt illa, ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum superficiæ glacialis, scilicet b & d, quæ sunt æqualiter distantia ab axe. Puncta itaq; æqualiter distantia ab axe in superficie glacialis, inæqualiter distant à puncto axis incidentis superficiæ uitreae: quod cum ita sit, palam, quia cum forma peruenerit à superficie glacialis ad superficiem humoris

humoris vitrei, erit ordinatio formæ non secundum esse, quod habet in superficie glacialis, nec secundum suum esse in superficie rei visæ. Quando ergo axis fuerit declinans super superficiem planam, quæ est communis sectio superficiem glacialis & vitreæ: erit linea, quæ est differentia communis cuiuslibet superficiem, exeuntis ab axe, erectæ super superficiem vitreæ, & superficiem ipsius vitreæ, continens cum axe duos angulos inæquales, præterquàm in una tantum superficie, quæ secat secundum angulos rectos superficiem transeuntem per decliuitatem axis: quoniam huius tantum superficiem communis differentia continebit cum axe angulos rectos. Et cum duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrum glacialis æquales: erunt duæ partes differentie communis, quæ est in superficie vitrei, inæquales. Formæ ergo secundum ista puncta, quæ sunt in extremitatibus istarum differentiarum peruenientes ad superficiem vitreæ, erunt diuersæ distantie à puncto axis, quod est in ista superficie: sed quia puncta istarum linearum in superficie glacialis æqualiter distant à puncto axis: in eadè superficie uidebuntur formæ non secundum suam ordinationem in superficie glacialis & in rei visæ superficie. Similiter quoque demonstrandum, si superficies vitreæ fuerit spherica, & fuerit axis declinans super ipsam: tunc etiam axis non transibit per centrum vitreæ, & tamen transibit per centrum glacialis: lineæ ergo quæ exeunt à centro glacialis ad puncta, quorum distantia à puncto axis in superficie glacialis est æqualis, continent cum axe apud centrum glacialis angulos æquales: & quia centrum glacialis non est centrum vitreæ, ut patet per 11 huius, distinguet istæ lineæ ex superficie vitreæ arcus inæquales. Cum enim linea e c, ut prædictum est, sit maior quàm linea c f: sit linea c h æqualis lineæ c e: & protrahatur linea g h, super quâ descripta portio circuli e g f, quæ sit g h, erit æqualis portio e g p 24 p 3: ideo quia chorda e g est æqualis chordæ g h per 4 p 1: producta ergo perpendiculari g i, erit, ut prius, chorda g h maior quàm chorda g f: ergo arcus g h erit maior arcu g f per 28 p 3: ergo & linea recta, quæ est e g æqualis lineæ g h, erit maior quàm linea g f recta: arcus ergo e g est inæqualis arcui g f per 28 p 3: nullæ ergo lineæ continentibus cum axe angulos rectos & existentes cum linea a c in eadem superficie, distinguunt ex superficie vitreæ duos arcus æquales, nisi duæ tantum lineæ, quæ sunt in superficie secante orthogonaliter superficiem erectam super superficiem vitreæ. Cũ ergo axis fuerit declinans super superficiem vitreæ, formæ peruenientes ad superficiem vitreæ, erunt diuersæ ordinationis, siue sit superficies vitreæ plana, siue spherica. Cũ uerò axis fuerit perpendicularis super superficiem vitrei, erit perpendicularis super omnes differentias quarumcumque superficialium planarum ductarum per lineam a c, & superficiem ipsius vitreæ: & erunt quælibet duæ lineæ, exeuntes à centro glacialis, quod est unus punctus axis, continentibus cum axe angulos æquales, & distinguentes ex differentia comuni, quæ est in superficie vitreæ, duas partes æquales, siue sit superficies illa plana, siue spherica: & comprehenduntur formæ à sensu secundum suam ordinationem in superficie glacialis & in superficie rei visæ. Et quia talis est comprehensio formarum, ut patet ex 5 suppositione: palam, quia semper axis pyramidis uisualis est perpendicularis super superficiem humoris vitrei anteriorem, & posteriorem: quoniam eadè est causa & eodem modo demonstrandum. Omnes uerò aliæ lineæ erunt declinantes super has superficies, quoniam procedunt, ac si secare possint axem super centrum glacialis, & nulla ipsarum transit per centrum vitreæ, si fuerit spherica, nisi axis tantum per 72 t 1 huius: quoniam solus ille est perpendicularis super ipsam. Patet ergo propositum.



25. Motu oculi secundum se totum existente possibili: non est possibile situm suarum partium mutari. Alhazen 5. 13 n 1.

Osten sum est in 4 huius, foramen esse in concauo ossis, per quod transit nervus opticus: sed inter hoc foramen ossis & inter circumferentiam glacialis continentam cum uuea, est spatium aliquantulum, & nervus opticus extenditur in illo spatio ex fine foraminis usque ad circumferentiam glacialis secundum pyramidalitatem, & amplificatur quousque perueniat ad circumferentiam spheræ glacialis, cum qua consolidatur. Cum ergo iste nervus declinatur, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipsius ossis. Et quoniam concauitas ossis continet totum oculum, declinatio sic neruo, etiam oculus mouebitur secundum se totum in ista concauitate: consolidatiua enim, quæ consolidatur cum eo, quod est in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis residuis semper est custodiens situm eius: declinatio ergo nerui apud motum oculi non est nisi à posteriore totius oculi: non est ergo possibile situm partium oculi mutari, quoniam ut per 7 huius patuit, centrum superficialium tunicarum uisus oppositarum foramini uueæ & corneæ, est idem cum centro oculi. Sicut ergo cum mouebitur oculus, non mutabitur centrum oculi, quoniam spheræ aliqua aliquammodo mota, non propter hoc mutatur situs centri: sic nec centrum superficialium tunicarum oppositarum foramini uueæ mutatur: ergo neque situs tunicarum oculi mutatur. Quia enim linea transiens per centra omnium tunicarum & humorum oculi, transit per medium concauitatis nerui orthogonaliter erecta super basim pyramidis nerui, ut patet per 9 huius, & linea, quæ transit orthogonaliter per centrum circuli basis alicuius pyramidis, necessario attingit uerticem pyramidis p 89 t huius: in pyramide uerò concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo non mutatur: ne-

I esse est

cesse est moto oculo secundum se totum, partes eius nullo modo mutari: quoniam linea, quae transit per centra illarum partium, transit per medium concavitatis nervi optici per 9 huius. Ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nervi super superficiem circuli consolidationis est semper declinatio consimilis: partes ergo oculi secundum suum situm non mutantur. Et hoc est propositum. Et quoniam oculi ambo sunt consimilis dispositionis in suis tunicis & partibus. & in figuris suarum tunicarum, & in situ cuiuslibet tunicarum respectu totius oculi: patet, quod non est diversitas inter illos, quod ad hoc, quod proponitur de suarum partium situs mutatione, ipsis oculis motis: situs enim linearum ambarum transeuntium per centra tunicarum visus in utroque oculorum est semper situs consimilis in omnibus dispositionibus oculorum. Patet itaque illud, quod proponebatur.

26. *Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moveri.*

Quoniam enim situs partium oculi non mutatur in utroque oculorum, & motus unius oculi fit per motum nervi optici in centro foraminis ovis, motus vero nervi partialis procedit a puncto nervi communis: quoniam semper illud, quod movetur in partibus aliarum, movetur circa aliquod fixum: motus itaque nervi partialis incipit in puncto nervi communis ambobus nervis optici amborum oculorum, in quo est virtus animae sentientis & moventis. Et quoniam illa virtus est indivisibilis & uniformis & principium, quo primo movet, est corpus naturale secundum sui formam naturalem indivisibilem: palam, quod movendo unum oculum movet & alterum: nec enim est maior ratio, quam unum oculum moveat, quam qua alterum: uno itaque oculo moto, ambo oculi moventur, & unus conformiter alteri movetur: ut sicut ab eodem principio motus amborum incipit, sic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & sicut ab uno indivisibili incipiunt, sic ad unum divisibile terminentur. Palam est ergo illud, quod proponebatur.

27. *Duobus visibus uno visibili directe oppositis: necesse est duas figurari pyramides, quarum communis basis est superficies rei visae, & axis cuiuslibet transit per centrum foraminis ovis, et per centrum sui visus.*

Quoniam enim, ut patet per 17 huius, situs partium superficiei rei visae pervenit ad superficiem utriusque visus, & in illa figuratur secundum lineas perpendiculares ab omnibus punctis superficiei rei visae ad oculi illius superficiem productas, quarum omnium concursus secundum puncta suarum incidentiarum respicit centrum oculi, cuius superficiei incidit, & demum post refractionem quaelibet illarum figurarum pervenit ad medium punctum nervi communis: ambarum itaque illarum formarum concursus fit in puncto medio nervi communis, cui incidunt. Quia itaque centra duorum visuum sunt duo, palam, quia in visione eiusdem rei a duobus oculis duae pyramides visuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei visae semper erit basis utriusque pyramidis ab utroque oculorum procedentis, propter multiplicationem formae cuiuslibet puncti superficiei rei visae aequaliter ad visum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis ovis ad centrum sui visus. Sicut enim visibile directe opponitur uni visui, sic directe opponitur & alteri, ex hypothesi: & quoniam ambo visus aequaliter moventur ad aliquid videndum, per praemissam, patet, quod semper in visione unius rei medium punctum superficiei visus oculi opponitur medio puncto superficiei rei visae, vel propinquo illi: medium autem punctum superficiei visus vel oculi est centrum foraminis ovis per 4 huius. Forma ergo illius puncti medium superficiei rei visae vel puncti propinquo illi, per centrum foraminis ovis pervenit ad centrum sui visus. Et hoc est propositum.

28. *Duobus existentibus oculis, unius rei unam tantum formam accidit uideri. Alhazen 27 n. 1. Item 9 n. 3.*

Quoniam enim, ut prius pluries dictum est, forma recepta in superficie glacialis, pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in nervo optico, & venit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimum, quod est virtus sensitiva, comprehendens sensibilia, cuius virtutis oculus est instrumentum, recipiens formas rerum, & reddens eas ultimo sentienti, sic quod apud nervum communem ambobus oculis, cuius nervi situs a duobus oculis est situs consimilis, demum completur visio: licet ergo duae formae perveniant in duobus oculis ab una re visae: illae tamen formae ambae quae perveniunt ad nervum communem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harum formarum comprehendit ultimum sentiens formam rei visae, & sic unius rei tantum unam formam accidit uideri: nisi forte per aliquam occasionem intervenientem accidat formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum nervorum optico: tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciens mutaverit situm unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus. Quando vero situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorum ab una re visae est situs consimilis, pervenit forma ab una re visae in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diversatur situs oculorum ab illa re visae, & sic perveniunt duae formae illius rei visae diversi situs: sed hoc non inest visui naturaliter, sed solum per violentiam, quam facit voluntas vel naturalis debilitas consuetudini naturae. Quando itaque situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus visibus unius rei unam formam accidit uideri. Quod est propositum. Duae ergo formae visui puncti insiguntur in duobus medijs duarum superficierum amborum visuum, & quilibet punctus alius formae visae insigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus visibus:

fibus: deinde formæ uisæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ, quæ sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundum quas fit uisio, ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma: & quælibet duæ formæ, quæ sunt in duobus punctis consimilis positionis à duobus uisib. peruenient ad idem punctum punctorum circumstantium punctum, qui est in axe communi. Sic ergo duæ formæ totius rei uisæ superponuntur sibi, & efficiuntur una forma: & sic uisum comprehenditur unum.

29. *Omnem punctum formæ incidentem superficiebus uisuum per axes radiales, ad centrum foraminis gyrationis nerui concaui pertingere est necesse.*

Quoniam enim quilibet axium transit per centrū foraminis uueæ ad centrum uisus, ut patet per 27 huius: ergo & pertransit centrū ipsius spheræ uueæ per 8 huius: omnis uerò linea recta producta inter centrum oculi & uueæ, centrū circuli sectionis uueæ & medium punctum concauitatis nerui necessariò penetrabit per 9 huius: palàm ergo, cū perpendicularis semp maneat irrefracta per 47 t 2 huius, quòd omnem punctum formæ incidentem superficiebus uisuum per axes radiales ad centrum gyrationis nerui communis pertingere est necesse: ab hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis: & quoniam medius punctus nerui communis est tantum unus: palàm, quia axes amborum uisuum in uno puncto nerui communis semper concurrunt. Patet ergo propositum.

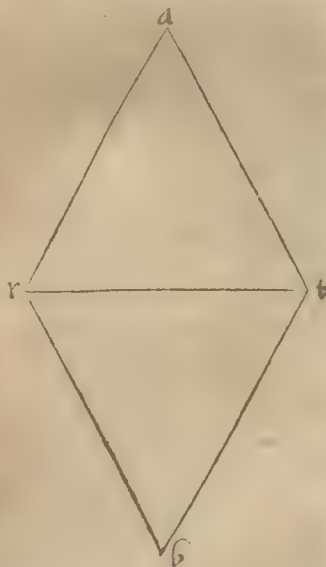
30. *Si à terminis linea inter duo centra foraminum gyrationis neruorum concauorum producta duæ rectæ linea ad medium communis nerui producantur: necesse est in constituto triangulo angulos ad basim æquales esse. Ex quo patet, quòd lineæ illæ productæ sunt æquales. Alhazen 6 n 3.*

Sint duo cætra foraminum gyrationis neruorum concauorum r & t , inter quæ producatur linea rt : sitq; medius punctus nerui communis a : & cõstituitur triangulus $ra t$: dico, quòd angulus $a r t$ est æqualis angulo $a t r$. Cum enim positio duorum neruorum in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis: quia concauitas nerui unius est omnino similis concauitati alterius per 4 huius: ergo & medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius: unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius: sed per eandem 4 huius positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum, est positio consimilis, in quorum neruorum medio feruntur lineæ ra & ta , ut axes. Palàm ergo, quoniam positio duarum linearum ra & ta apud lineam rt est positio consimilis: hoc autem est impossibile, nisi anguli $a r t$ & $a t r$ sint æquales: quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum: & ex consequenti ipsorum neruorum. Sunt ergo illi anguli ad basim æquales: ergo per 6 p 1 lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linea ra & linea ta . Patet ergo propositum.



31. *Vno puncto rei uisæ superficiebus amborum uisuum perpendiculariter incidente: necesse est axes radiales in centris foraminum gyrationis neruorum concauorum angulariter refringi.*

Quoniam enim, ut patet per 27 huius, quilibet illorum axium pertransit centrum foraminis uueæ & centrum oculi: motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis gyrationis nerui optici: patet, quoniam secundum motum oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper eadem semidiametri oculorum, quæ scilicet ab ipsorum centris ad centra foraminum uueæ protenduntur: partes autem superiores illorum axium, quibus à centris foraminum gyrationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundum modum unum. Cum itaque aliæ partes illorum axium semper sint immobiles, & aliæ semper mobiles, cum per ipsas unus punctus uideatur: patet per 1 p 11, quoniam illæ lineæ nō sunt linea una: utpote si forma puncti b uideatur secundum ambos axes br & bt , & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ ra & ta ad medium punctum nerui communis, qui sit a , patet per 1 p 11, quoniam lineæ br & ra , non sunt



I 2 . . . linea

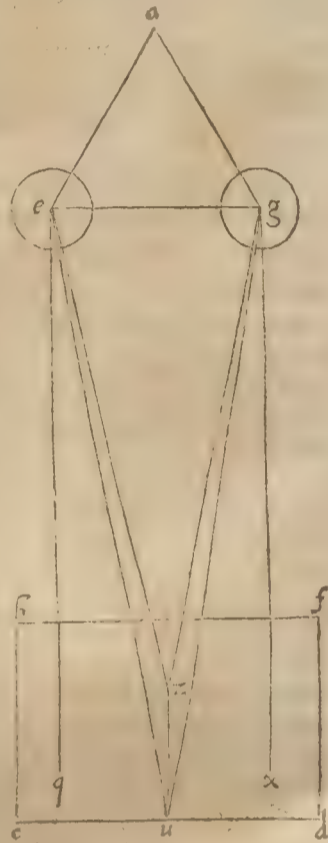
linea una: eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse: quod est impossibile. Patet ergo, quoniam angulariter coniunguntur: quod est propositum. Et licet axes praemisso modo refringantur: formatio tamen pyramidum uisualium fit, ac si axes integri ad uerticem perueniret, neque accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

32. *Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum uueae, semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisae, etiam motis uisibus per superficiem rei uisae. Alhazen 2 n 3.*

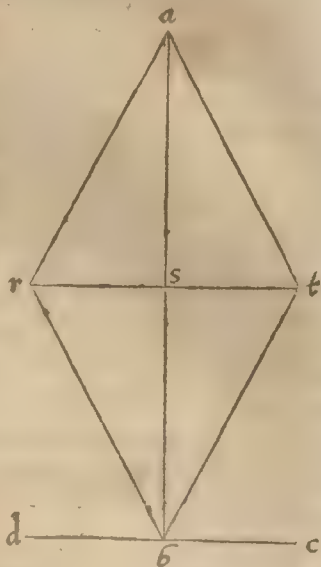
Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam: tunc uterque uisus erit in oppositione illius rei uisae per 2 huius, & utraque pupillarum dirigetur ad illum uisum directione aequali, propter uisuum aequalitatem per 4 huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g: & sit medius punctus nerui communis punctus a: & sit superficies rei uisae b c d f, quae sit exempli causa equidistans lineae, centra uisuum connectenti, quae sit e g. Palam ergo, quoniam a centrīs uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f productae, sunt equidistantes per 6 p 11, quae sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f signetur punctus, qui sit u: dico, quod propter aequalitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionib. si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctum u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u: ita quod axes amborum pyramidum uisualium transeuntes per centra foraminū uueae coniungentur in puncto u, uno ipsorum ibi pertingente. Si enim uno illorum axium incidente in puncto u, alius incidit in alio puncto: sit illud punctum z: eruntq; duo axes e u & g z, inter quorum terminos linea z u producat. Et quoniam axes sic protensi a duobus uisibus non concurrunt in aliquo puncto lineae z u, sicut neq; concurrunt si solū secundum perpendiculares lineas, quae sunt e q & g x, fiat uisio: palam, quod nullū punctorum lineae z u uidebitur ambobus uisibus, sed tantum uno: alter ergo oculorum uidetur superfluere, cum unus oculorum secundū sui axem omnia puncta lineae z u, possit imperceptibiliter transcurrere: constituit autem natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisionis & complementum eius, ut ipsorum uirtus unita sit fortior, ut patet per 4 huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliquo puncto unum lineae z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori, quo potest, operari: quorum utrumq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per 8 suppositionē 2 huius: accidit autem hoc impossibile, si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis: impossibile autem nunquam accideret, si incidant in idem punctum. Palam itaq;, quoniam in idem punctum incidere axes pyramidum amborum uisuum semper est necesse: quoniam operatio amborum uisuum est uniformis. Cū igitur uisus fuerit motus super rem uisam: tunc uterq; uisus mouebitur super illam, & axes congregati in uno puncto superficiei rei uisae, moto uisu ambo mouebuntur simul ad aliquod unum punctum super superficiem illius rei uisae: ambo enim oculi sunt aequales in omnibus suis dispositionibus: & est ambobus oculis unus, neruus communis. Et quoniam motus oculorum procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere: haec ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26 huius. Actio itaq; & passio oculorum semper est aequalis & consimilis: & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu: & si alter uisuum quiescat, reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri, & alterum quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26 huius: & sicut etiam declaratum est per 18 huius, superficies rei uisae semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis: quoniam tunc positio puncti, in quo ambo axes sunt coniuncti, est positio consimilis: quia est oppositio duobus medijs amborum uisuum. Palam ergo propositum: dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei uisae punctum coniunctionis.

33. *Si a puncto medio nerui communis ad medium lineae connectentis centra foraminum gyrationis neruorum concuorum linea recta producat: necesse est productam super diuisam perpendicularem esse: & eam, puncto uiso cum axibus incidente, trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per aequalia diuidere. Alhazen 7 n 3.*

Quod hic proponitur, patet per praemissam & per 31 primi huius: ut autem particularius demonstratur, sint omnia disposita ut in 30 huius: & sit linea r t, diuisa per aequalia in puncto s: sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus, quod sit d c, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant praecedentem ipsi axes radiales, qui sint r b & t b: & producat a puncto a, quod est medius punctus concuuitatis nerui, ad punctum s linea a s. Dico, quod linea a s est perpendicularis super lineam r t. Quoniam enim angulus a r t est aequalis angulo a t r, per 30 huius, & linea a r est aequalis lineae a t: sed linea a s



est æqualis sibi ipsi: ergo per 8 p 1 trigona ars & ats, sunt æquiangula: angulus ergo ast est æqualis angulo asr: ergo per definitionem perpendicularis, linea as est perpendicularis super lineam rt. Producatur item linea as usq; ad punctum coniunctionis amborum axium, quod sit punctum b: dico, qd linea sb, dividit per equalia trigonum rbt: hoc autem patet ex præmissis & ex 4 p 1: erit enim trigonum parziale srb æquale trigono partiali sbt. Patet ergo propositum. Et ex hoc patet, quoniam tota linea ab cuicumq; puncto uiso incidit, utcumq; transmutatis axibus, non mutatur, sed semper in medio eorum cõsistit: possumus ergo illam nominare axem communem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborum axium in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concavitatis nerui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concavitatum neruorum duorum se interfecãt: hic uerò punctus semper est unus, non transmutabilis: & punctus etiam s semper est unus, non transmutabilis, per quem semper transit hæc linea ab. Est ergo & ipsa semper intrãsmutabilis, licet alij axes trãsmutentur quandoq; ab ipso communi axe.

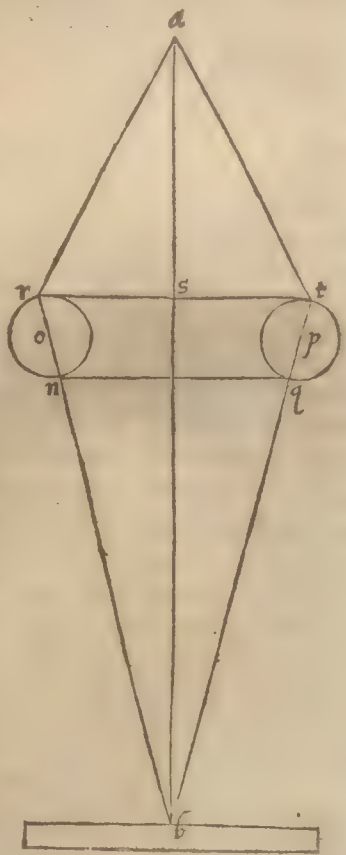


34. *Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente: lineam copulantem centra foraminum gyrationis neruorum concavorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem, ambosq; axes radiales in eadẽ superficie consistere est necesse. Alhazen 8 n 3.*

Sit dispositio, quæ in proxima: dico, quod lineam rt, & duas lineas ra & ta, & axem communem, qui est ab, & duos axes radiales, scilicet rb & tb in eadem semper superficie cõsistere oportet. Duo enim axes tb & rb transeunt per centra r & t, per 29 huius: transeunt enim per centra foraminum gyrationis duorum neruorum concavorum: & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi ex hypothesi: necessariò erunt cum axe communi in eadem superficie per 2 p 11: sed & linea rt connectens centra foraminum gyrationis neruorum, secat hos duos axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s: lineæ quoq; ra & ta secant lineas rt & ab in punctis, in quibus cum ipsis concurrunt: & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palàm per 1 p 11, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie. Patet ergo per 2 p 11, quoniam omnes sunt in eadem superficie. Et hoc est propositum.

35. *Necesse est axes radiales cum axe communi concurrẽtes in puncto, cuius distantia à uisu sit multiplex linea connectenti centra oculorum: secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuum, æquales esse, superficiebusq; amborum uisuum, nec non superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales. Alhazen 2 n 3.*

Sint item, ut in 30 huius, duo centra duorum foraminũ gyrationis neruorum concavorum r & t. Quoniam ergo oculus mouetur secundum totum nõ secundũ partem per 25 huius: palàm, quoniã puncta r & t sunt posteriora oculo: figurentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p: & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ, quod sit b, procedant axes ad centra uisuum: & producantur ultrã ad puncta r & t. Palàm itaque, quoniam axes rb & tb, transibunt totum uisum: transeat ergo axis rb superficiei anteriorem sui uisus in puncto n: & axis tb, transeat anteriorem superficiei sui uisus in puncto q: & producat lineam nq: sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficiei uisus, quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium, quod est b. Et quoniam axes rb & tb sunt æquales per præmissam: dico, quod partes axium, quæ sunt bn & bq, sunt æquales: & quod incidunt uisui secundum angulos æquales. Cum enim lineæ rn & tq sunt æquales, quia sunt diametri æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t distantium, necesse est, si illæ ab æqualibus axibus absceindantur, quod residuum sit æquale: erit ergo linea bn æqualis lineæ bq. Et quoniam linea nq æquidistat lineæ rt per 2 p 6: ideo quoniam latera tb & rb, proportionaliter diuiduntur per lineam nq: ergo per 29 p 1 erit angulus bnq æqualis angulo bq n: angulus aut btr æqualis est angulo btr, quoniã linea bs diuidit trigo-

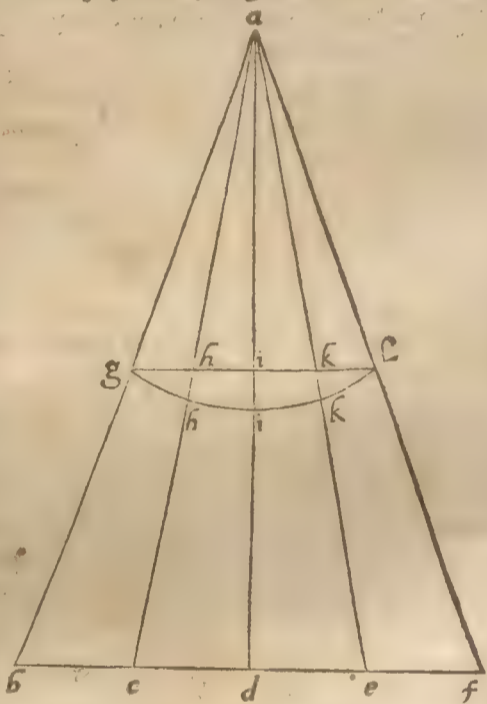


I 3 dit trigo-

dit trigonum r t b per aequalia & basim eius r t, ut patet per praemissam. Patet ergo, quoniam axes radiales superficiebus uisuum equaliter incidunt & secundum angulos aequales. Et si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant: palam ergo, quoniam orthogonales sunt superficies contingentes in punctis n & q: incidunt ergo superficiebus uisuum equaliter secundum rectos angulos incidentes. Et propter hoc in omnium oculorum ordinatione, motu, uel quiete semper duo axes eius sunt aequales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quae causet aliquam diuersitatem uisionis, maxime cum res uisa non fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius a uisu fuerit mediocris: cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea, quae est inter duo centra oculorum, quae sunt o & p, proportionem equalitatis uel excessus uel paruae diminutionis habuerit ad axem radialem: tunc erunt axes sensibilibiter inaequales, & facient angulos inaequales: alia uero semper sensibilibiter aequales erunt: & constituent angulos sensibilibiter aequales: quia propter unitatem uisuum, & uniformem receptionem formarum quodlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrumque oculum: propter quod etiam omnes lineae equaliter distantes ab axibus faciunt angulos aequales, & ipsae omnes sensibilibiter sunt aequales. Eodem quoque modo demonstrari potest, quod anguli, qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreae, in qua fit refractionis, sunt aequales. Patet ergo propositum.

36. *Omniuum linearum pyramidis radialis obliquarum, plus uicinarum axi refractionis fit secundum angulos minores: remotiorum uero secundum angulos maiores: aequaliter uero distantium secundum angulos aequales. Alhazen 9 n 2.*

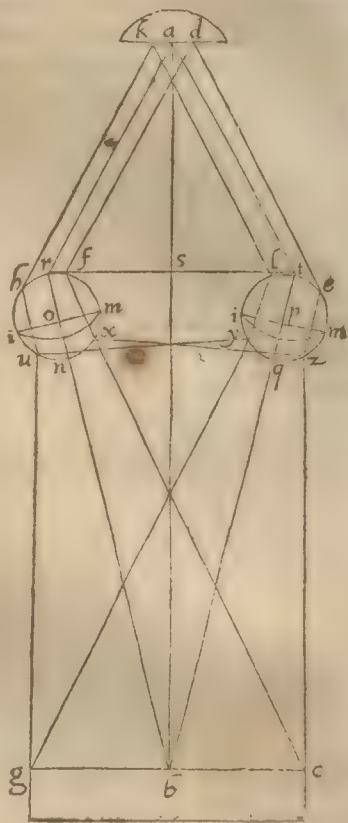
Sit pyramis radialis, cuius uertex a: & diameter basis, quae per id huius, est superficies rei uisae, sit b c d e f: axis uero d a: & sint lineae c a & e a, lineae radiales obliquae, uicinae magis axi d a: & sint b a & f a remotiores. Dico, quod lineae c a & e a secundum minorem angulum refringentur, & lineae b a & f a, secundum angulum maiorem. Intelligentur enim omnes istae lineae concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis: & sit in superficie uitreae linea, cui incidunt istae lineae, g h i k l: haec ergo linea erit recta uel curua circularis per 23 huius: sit primum recta: & incidat linea b a illi lineae in puncto g: & linea c a in puncto h: & linea d a axis in puncto i: & linea e a in puncto k: & linea f a in puncto l. Quia ergo angulus g i a est rectus per praecedente: palam per 32 p 1, quod angulus g h a est obtusus: ergo per 19 p 1, linea a g est maior quam linea a h. Et quia a puncto a exeunt duae lineae a c & a b, quae sunt ad basim trianguli a g i, quae est g h i: angulus ergo a h i maior est angulo a g i per 16 p 1. Quia ergo angulus a h i cum angulo c h i ualeat duos rectos per 13 p 1: & similiter angulus b g h cum angulo a g h ualeat duos rectos: palam, quia angulus c h i minor est angulo b g i: ergo per 50 t 2 huius, angulus refractionis lineae c h est minor angulo refractionis lineae b g. Patet ergo, quod linea c h refringetur secundum minorem angulum, quam linea b g: & similiter est de lineis e k & f l. Et quia lineae aequales distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa lineae a c & a e, secundum modum praemissum aequales angulos faciunt in superficie uitreae, qui sunt c h i, & e k i: patet per 50 t 2 huius, quoniam anguli refractionis sunt aequales. Patet ergo propositum: quoniam quando linea g h i k l fuerit linea circularis: erit eodem modo demonstrandum per 50 t 2 huius.



37. *Omnes formae punctorum aequaliter circumstantium puncta, quae superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales: ad puncta aequaliter circumstantia medium punctum nerui communis consimiliter pertingunt.*

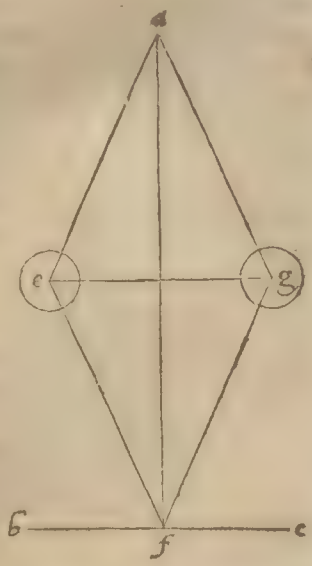
Disponantur omnia alia, ut in 35 huius: signenturque in superficie oculi, cuius centrum est punctum o, ex utraque parte puncti n duo puncta u & x: & in superficie oculi, cuius centrum est punctum p, signentur ex utraque parte puncti q duo puncta y & z: sitque superficies rei uisae opposita uisibus, in qua sit linea recta, quae g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c: incidantque axes radiales, qui sunt r b & t b, cum axe communi, qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omnium trium axium: protrahanturque a punctis u & x superficie uisus, cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficie rei uisae, duae lineae rectae, quae sint u g & x c: & a punctis y & z superficie uisus, cuius centrum est p, protrahantur lineae y g & z c. Dico, quod formae punctorum superficie rei uisae, quae sunt g & c, quae in superficie oculi o incidunt in punctis u & x, & in superficie oculi p in punctis y & z, non perueniunt ad medium punctum nerui communis s, quod est a. sed perueniunt ad ipsum punctum a, similis dispositionis, ut puncta c & g disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisae taliter, ut punctus, qui est dexter ad punctum b, qui est punctus

punctus coniunctionis axiū in superficie rei uisæ, sit dexter pertingēs ad pūctū a, & sinister ipsi pūcto b, fiat sinister ipsi pūcto a: & sic de alijs differētij positionū, ut quod est sursum ad pūctū b, sit sursum ad pūctū a, & quod est deorsum ad pūctū b, deorsum fiat ad pūctū a. Producatur enim in utroq; oculorum linea i m, recta uel curua, distinguēs superficiē uitreæ à superficiē glacialis: & hæc linea siue recta fuerit siue curua, quorū alterū est necessariū per 23 huius: semper tamē anguli incidētij erūt æquales p 35 huius, quoniā & eadē de illis est demōstratio: sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmissam, & ideo, quia propter conformitatē uisuū & æquale distantia pūctorū g & c à pūcto b ex hypothesi, sequitur trigona y g u & x c z esse æquiangula: anguli ergo g y u & c x z, sunt æquales: sed & figuræ oculorū sunt penitus similes, & diaphanitas est cōformis: fiet ergo linearum c x & g y in superficie refractionis cōformis refractionis: & similiter linearum g u & c z fiet cōformis refractionis & secundū angulos æquales: quælibet ergo ipsarum refringetur æqualiter à perpēdiculari: sit ergo ut linea c x refringatur ad pūctum f, & linea g u ad pūctū h, quæ sunt pūcta foraminis gyrationis nerui circa pūctū r: linea uerō g y refringatur ad pūctū l: & linea c z ad e pūctum alterius foraminis, quod est circa pūctum t. Et quoniam omnia pūcta formarū secundū lineas rectas breuissimas refringūtur à perpēdiculari n r: palām, quia non concurrūt cum illa, sed directē diffundētes se ad pūcta nerui cōmunis similē sitū & dispositionē recipiunt eis, quæ habēt in superficie rei uisæ, quæ est basis pyramidis uisionis. Linea ergo x f, quæ uenit à pūcto c rei uisæ, refringitur ad aliquod pūctū nerui aliud à pūcto a, quod sit d: & linea u h, quæ uenit à pūcto g rei uisæ, refringitur ad pūctū aliud à pūcto a, quod sit k. Et quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorū distantia est res modica, ut patet per 4 huius: & lineæ ad talia pūcta productæ à uisibus ambobus sunt æquales: & anguli incidētij sunt æquales per 35 huius, anguli quoq; refractionis sunt æquales p præmissam: palām, quia linea y l, quæ est forma pūcti g, refringetur ad pūctū k; in quo cecidit forma eiusdē pūcti g, ueniens per lineam u h: linea quoq; z e, quæ est forma pūcti c, refringetur ad pūctum d, in quo cadit eadē forma pūcti c, ueniens per lineam x f. Similiter quoq; demōstrandū de quibuslibet duobus pūctis superficie rei uisæ, æqualiter distantibus à pūcto coniunctionis, quod est b. Omnes ergo forme pūctorum rei uisæ æqualiter circūstantium pūcta, quæ superficiebus uisuū incidūt secūdum axes radiales, ad pūcta æqualiter circūstantia medium pūctum nerui cōmunis cōsimiliter pertingūt: & seruatur figura & dispositio totius superficie rei uisæ in partibus suis, & in remotione à pūcto, quod est in axe, secūdum modū distantie & declinationis pūctorum, quorum forme illic recipiuntur à pūcto coniunctionis in superficie rei uisæ secūdum dispositionem angulorum refractionis in superficie uitreæ: & duæ forme, quæ infiguntur in duobus pūctis cōsimilis positionis apud superficies duorū uisuū, perueniūt ad illū eundē pūctum concavitatis nerui cōmunis, & superponūtur sibi in illo pūcto, & erūt una forma: lineæ quoq; obliquē superficiebus uisuū incidētes, quæ in superficie ipsius uisus refringūtur, ad eandē ordinationem forme possunt peruenire. Patet ergo propositum.



38. *Neceffe est ambos axes radiales cum axe cōmuni concurrentes in superficie rei uisæ, cum linea æquidistante linea cōnectenti centra oculorum, uel cum totali superficie æquales hinc & inde angulos continere.*

Sunt enim ambo oculi æqualis dispositionis per 4 huius: patet etiam sensui, quod sunt distantie modicæ ab inuicem, & axis semper in quolibet oculo una tantū linea transiens per cētrū foraminis uueæ & centra omniū tunicarū, ad cētrū foraminis gyrationis nerui concavi pertingēs, ut patet p 29 huius. Sit ergo, ut linea b f c æquidistet lineæ e g, cōnectēti cētra oculorū e & g: sitq; medius pūctus nerui cōmunis, q a: & sit ut forma pūcti superficie rei uisæ, qd sit f, p axes f e & f g perueniat ad cētra oculorū, quæ sunt e, g, connexa per lineā e g: pertingātq; ad pūctum a, quod sit pūctus medius nerui cōmunis: & sit axis cōmunis, qui a f, incidēs superficie rei uisæ in pūcto f secūdū angulos rectos: quoniam superficies, in qua sunt omnes assignatæ lineæ axium & pūcta per 34 huius, erecta est super superficie rei uisæ, & axis cōmunis incidit directē p 33 huius, & p 29 p 1: quoniā linea cōnectēs centra oculorū, lineæ r t cōnectēti cētra foraminū gyrationis nerui concavi est æquidistans: ergo & lineæ uel superficie illi æquidistanti

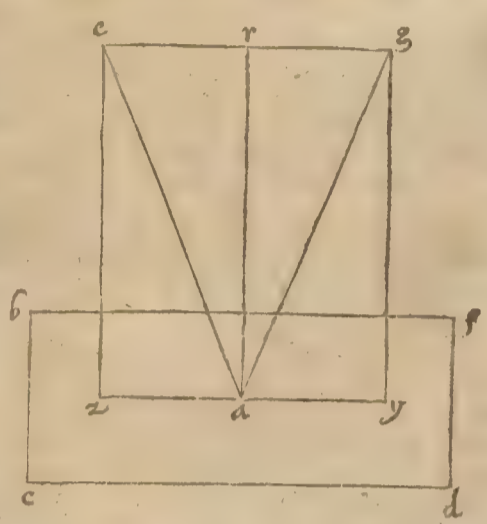


l 4 per

per 30 p 1. Quia ergo per 33 huius angulus a fe est æqualis angulo a fg: erit ergo residuum duorum rectorum contentorum ab axe & linea bc, quæ est communis sectio superficiæ rei uisæ, & superficiæ axium inter se, hinc inde æquale. Axes ergo radiales incidunt superficiæ rei uisæ secundum angulos æquales. Et hoc est propositum: quoniam angulus efb fit æqualis angulo gfc.

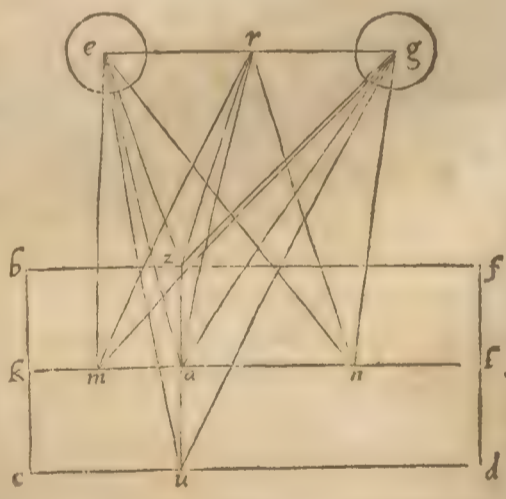
39. A puncto coniunctionis lineam æquidistantem linea connectenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquidistante protrahere.

Sint centra duorum oculorum puncta e & g: & ducatur linea e g: sitq; superficies rei uisæ b c d f, a cuius puncto dato, quod sit a, linea æquidistans lineæ e g debeat produci. Diuidatur itaq; linea e g per æqualia in puncto r per 10 p 1: & à puncto a ad punctum r ducatur linea ar: & ducantur lineæ e a & g a, quæ sint axes uisuales, concurrentes in puncto a superficiæ rei uisæ: patet ergo, quoniã axis e a æqualis est axi g a per 35 huius: & linea e r est æqualis lineæ g r, & linea r a cõmunis: erit ergo per 8 p 1 angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo recti: erit ergo linea ar perpendicularis super lineam e g per definitionem lineæ perpendicularis: & à centris uisuum e & g ducantur æquidistantes lineæ r a, per 31 p 1, quæ sint lineæ e z & g y: hæ ergo inter se sunt æquales & æquidistantes per 25 t 1 huius, & sunt in eadem superficie per 1 t 1 huius. Et quia communis sectio huius superficiæ & superficiæ rei uisæ transit per punctum a: & est per 33 p 1 æquidistans lineæ e g: palàm, quod ipsa linea z a y est linea, quæ queritur. Est ergo factum id, quod proponebatur.



40. Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis, necessario sunt æquales. Alhazen 3 n 3.

Verbi gratia: sint, ut supra in proxima præcedente, centra duorum uisuum puncta e & g: & superficiæ rei uisæ sit b c d f: in cuius puncto a concurrant axes e a & g a: & à puncto a ad utranq; partem producat lineam una, quæ sit z a u, rectos angulos continens cum utroq; axium: producanturq; à centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z. Dico, quod lineæ e u & g u sunt æquales inter se, & lineæ e z & g z æquales inter se. Quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35 huius, palàm quod axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u: quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u est communis in triangulis e a u & g a u: erit ergo per 4 p 1 basis e u æqualis basi g u: & similiter erit basis e z æqualis basi g z: & eodẽ modo in punctis omnibus lineæ z u accidit. Palàm ergo est quod proponitur. Potest & hoc aliter demonstrari: ducatur enim à puncto a superficiæ rei uisæ, in quo concurrunt axes, linea æquidistans lineæ e g, quæ est inter duo centra oculorum, per præcedentem: quæ sit linea k l: eritq; illa linea, k l in superficie rei uisæ: ducatur quoq; linea z a perpendicularis super lineam k l per 12 p 1. Item ducatur à puncto a linea orthogonaliter super lineam e g, quæ sit linea ar: diuidetq; lineam a r lineam e g per æqualia in puncto r, per 31 t 1 huius, & ex 35 huius, & ex 5 p 1: quoniam enim axes e a & g a sunt æquales, erunt anguli ad basim æquales, & linea r a cõmunis ambobus trigonis e a r, & g a r, anguliq; ad punctum r sunt æquales, quia recti: erit ergo per 32 p 1, & per 4 p 6 lineæ e r æqualis lineæ g r: producaturq; lineæ r z: erit ergo per 29 p 1 lineæ r a perpendicularis super lineam k l. Et quoniã per 34 huius lineæ e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis super lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi: ergo per 4 p 11 lineæ z a est perpendiculariter erecta super illam superficiem, in qua sunt lineæ e a, g a: ergo & super lineam r a. Itẽ per 4 p 11 lineæ k a erit perpendicularis super superficiem r z a: erit ergo per 8 p 11 lineæ e r perpendicularis super eandẽ superficiem r z a: ex definitione ergo lineæ erectæ super superficiem, erit lineæ e r perpendicularis super lineam r z. Quia ergo duorum triangulorum e r z & g r z duo anguli e r z, & g r z sunt æquales, quia recti, & lineæ e r æqualis est lineæ g r, & latus r z commune: erit per 4 p 1 lineæ e z æqualis lineæ g z. Et eodẽ modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonstrandum. Patet ergo propositum.



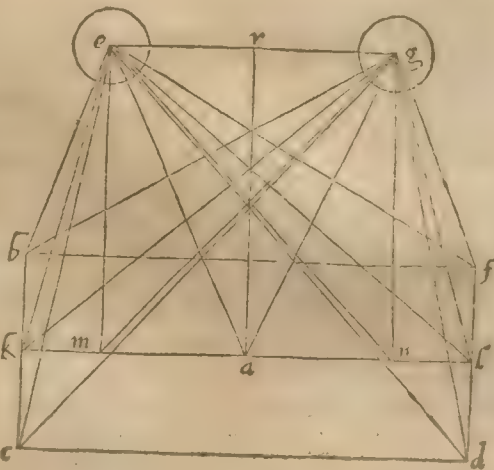
41. Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessario sunt inæquales. Alhazen 4 n 3.

Sit omnimoda dispositio, ut supra in præcedente. Dico, quod oēs lineæ ab ambobus uisibus ad idem

idem punctum extra lineam $u z$, quæ sola cū ambobus axibus facit rectos, semper sunt inæquales. Signentur enim in linea $k l$, utcunq; secante lineam $u z$ duo puncta à puncto a , prout placuerit, distantia, quæ sint m & n : & ducantur lineæ $e m$ & $e n$. Dico, quod lineæ $e m$ & $e n$ sunt inæquales, & lineæ $e m$ & $e n$ inæquales. Ducatur enim à puncto r ad punctum m linea, quæ sit $r m$. Quoniam ergo angulus $e r a$ est rectus, ut patuit in præmissa: palam, quia angulus $e r m$ est minor recto: angulus ergo $g r m$ est maior recto per 13 p 1. In triangulis ergo $g r m$ & $e r m$ latus $r m$ est commune, & linea $e r$ æqualis est lineæ $g r$, & angulus $g r m$ maior angulo $e r m$: ergo per 24 p 1 erit latus $g m$ longius latere $e m$: & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam $u z$ argumentandum. Patet ergo propositum. Ista tamen inæqualitas illarum linearum minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniunctionis.

42. *Omnes lineæ ad puncta æquidistantia à puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alternis uisibus producta, necessariò sunt æquales, & æquales cum illis lineis angulos continentibus. Alhazen 3 n 3.*

Sit omnis dispositio ut supra in duabus præmissis, & sint m & n puncta in linea $k l$, angulos obliquos faciente cū ambobus axibus, æqualiter distantia à puncto d , quod sit punctum coniunctionis axium, ita quod linea $m a$ sit æqualis $a n$. Dico, quod protractæ lineæ ab alternis uisibus ut $e n$ & $g m$, & $e m$ & $g n$ sunt æquales. Quoniam enim axis $e a$ est æqualis axi $g a$ per 35 huius, & angulus incidentiæ axis $e a$, quæ est angulus $e a m$, æqualis est angulo incidentiæ axis $g a$, qui est angulus $g a n$: ideo quia anguli $r a m$ & $r a n$ sunt recti: anguli quoq; $r a e$ & $r a g$ sunt æquales, ut hæc patet ex prædemonstratis in præmissis duabus propositionibus: remanet ergo anguli $e a m$ & $g a n$ æquales: sed & axes $e a$ & $g a$ sunt æquales, & linea $m a$ æqualis est lineæ $n a$ ex hypothesi: erit ergo linea $g n$ æqualis lineæ $e m$ per 4 p 1: & angulus $g n a$ æqualis angulo $e m a$. Ergo in triangulis quoq; $e m n$ & $g n m$ per 4 p 1 basis $e m$ æqualis est basi $g n$. Et similiter demonstrari potest in omnibus alijs punctis similibus: lineæ enim $g b$ & $e f$, $g f$ & $e b$, & $g k$ & $e l$, $g l$ & $e k$, $g c$ & $e d$, $g d$ & $e c$, omnes, ut sic nominantur, & ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à puncto a distantia producuntur, necessariò sunt æquales. Patet ergo propositum, quocunq; etiam alijs lineis modo simili productis.



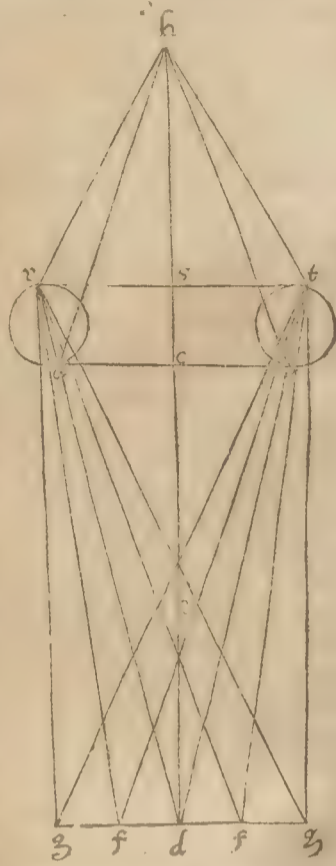
43. *Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarum fit certa comprehensio à uisu: magis autem secundum lineas axi uiciniores: & maximè per axem centrum foraminis uueæ transeuntem. Alhazen 8 n 2.*

Solus enim axis extenditur secundum rectitudinem, quousque perueniat ad locum gyrationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24 huius: forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiæ uisus, perueniet ad glaciale & uitreum secundum extensionem usq; ad locum gyrationis nerui concaui: formæ uerò, quæ ueniunt secundum lineas alias, obliquantur. Et quia dispositio formarum obliquatarum non est sicut dispositio formarum extensarum rectè: quoniam obliquatio necessariò ipsas alterat aliqua alteratione in certitudine comprehensionis: punctus ergo formæ perueniens ad locum gyrationis concaui nerui, qui extenditur secundum rectitudinem axis, est magis uerificatus omnibus punctis formarum. Et quia obliquatio linearum uicinarum axi est minor, & remotiorum maior, eò quod anguli, qui fiunt ex lineis, super quas ueniunt formæ, & ex perpendicularibus super axem productis in superficie obliquationis, linearum uicinarum axi sunt acutiores, & remotiorum minus acuti, ut patet per 36 huius: formæ uerò, quarum obliquatio est minor, magis manifestantur, quam formæ, quarum obliquatio est maior: punctus ergo, qui est super axem, perueniens ad locum gyrationis nerui concaui, est manifestior omnibus alijs punctis, & certioris comprehensionis: & qui est propinquior illi, est manifestior remotiore ab illo: & similiter est de forma perueniente in neruum communem, ex quo comprehendit uirtus sensitua formas rerum. Patet ergo propositum.

44. *Puncto coniunctionis in axe communi existente, certissima fit uisio: propinquè uerò illi axi adhuc certa: remotius uerò minus certa. Alhazen 10 n 3.*

Sit linea connectens centra foraminum uueæ, quæ $a b$: & sit linea $c e$ axis communis: punctus quoq; coniunctionis in ipsa linea $c e$ sit d , in quo concurrant axes $a d$ & $b d$: & sit medius punctus concauitatis nerui comunis punctum h . Dico, quod puncto d existente in linea $c e$, tunc certissima fit uisio. Formæ enim uisæ peruenientes ad superficiem uisus sunt tunc magis cõsimiles, eò quod axibus cadentibus in centra foraminum uueæ, quæ sunt signata per puncta a & b , formæ punctorum circumstantiarum punctum d , distinctè & cõsimiliter incidunt circa illa centra. Et quoniam axis communis, qui est $a c$, diuidit lineam $a b$ per æqualia in puncto c per 33 huius, & per 29 p 1, ideo quia linea connectens centra foraminum

foraminum uueæ est æquidistans lineæ r t, cōnectenti centra foraminum gyrationis neruorū concauorum, ut patet ex præmissis, & per 4 huius: unde per 31 t 1 huius patet, quod lineæ h c per æqualia diuidit lineam a b, & est perpendicularis super illam: est ergo palam per 4 p 1, quoniam axis a d est æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c: sed & per 30 huius anguli h a c & h b c sunt æquales: & quoniam axis cōmunis, qui est e c, pertingit ad h punctum mediū concauitatis nerui cōmunis, ad quod formæ a punctis a & b diffunduntur: palam per 26 p 1, quoniam anguli c h a & c h b sunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis, quibus incidunt lineæ radiales ipsi axibus a d & b d propinquè, quæ sunt æquales quasi ad sensum, ut patet per 40 huius: hæ enim lineæ radiales quasi æqualiter incidunt punctis æqualibus superficiei nerui cōmunis per 37 huius. Formæ itaq; punctorum taliter uisorum sunt magis consimiles: unde fit tūc uisio certior. Sed cum punctus coniunctionis fuerit modicū extra communem axem, ut in puncto f, siue remotio illa fit ad partem sinistram uel dextram, sursum uel deorsum, siue ad alias utcunq; tūc adhuc duæ formæ, quæ infiguntur duobus uisibus, non multū habent diuersitatis: unde puncto formæ, cui duo axes infiguntur, ipsi puncto h medio, scilicet puncto concauitatis nerui incidente, residui puncti formæ rei uisæ per lineas radiales uicinas axibus, ipsi uisibus incidentes, in concauitate nerui cōmunis circa punctum h uniantur, non tamen secūdam perfectionem prioris dispositionis: uidetur itaq; & tūc res certa uisione, non tamen in gradu certitudinis prioris. Cum uerò coniunctionis punctus fuerit remotus extra communem axem, qui est c e, ut in puncto g, ad quamcunq; differentiam positionis hoc contingat: tūc adhuc punctus rei uisæ, in quo duo axes concurrunt, infigitur ipsi puncto h: sed formæ residuorum punctorum illius rei uisæ infixæ in circuitu puncti h, non recipiunt dispositionem prioribus duabus similè, neq; erit illorum punctorum uisio bene uerificata, sed remanet minus certa. Patet ergo propositum.



45. *Omne uisum in puncto coniunctionis duorum axium uisualium certius uidetur eo, quod per radios axibus propinquos: & secundum remotionem ab axibus gradus certitudinis decrescit. Ex quo patet, quod puncta superficiei rei uisæ æqualiter distantia à puncto cōiunctionis, similiter uirtuti uisus offerentur. Alhazen 15 n 3.*

Quoniam enim, ut patet p 43 huius, secūdū oēs lineas cuiuslibet pyramidis radialis fit certa comprehensio formæ uisibilis à uisu: magis autē secūdū lineas axi uiciniores, & maxime p axem centrū foraminis uueæ transeuntē: in puncto autē coniunctionis concurrūt duo axes p 32 huius. Palam ergo, cū uirtus duplicata sit fortior sui medietate, quod in puncto coniunctionis certior fit uisio secūdū totam superficiei rei uisæ, quæ est basis ambarū pyramidū uisionis, & secūdū proportionē dupli ad duplū, quæ est simpli ad simplū. Secūdū lineas uerò radiales, quæ sunt propinquæ axibus, fit minus certa uisio quàm per axes: quoniam formæ punctorū peruenientes ad uirtutem sensituiam, nō perueniunt directè ad mediū cōmunis nerui: unde non fit adeo perfectū de illis iudiciū, ut de formis peruenientibus per ipsos axes. Secūdū remotionem uerò illarū linearū ab axibus gradus certitudinis uisionis decrescit: quia cū partes superficiei rei uisæ, quibus axes incidūt, & partes illis proximæ manifestius uideantur per 43 huius: secūdū partes remotiores illius superficiei, quibus incidūt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, est debilissima certitudo uisionis: & secūdū alias partes medias fit media dispositio certitudinis, secūdū quod plus accedūt axibus, uel secūdū quod ab illis plus remouentur. Palam ergo propositū. Et per hoc patet corollariū, quoniam in punctis superficiei rei uisæ æqualiter à puncto coniunctionis distātibus eadē est ratio certitudinis uisionis hinc & inde: quoniam illarū formæ æqualiter in superficie ipsius uisus, & ex consequēti in superficie nerui cōmunis semper figurantur. Patet ergo totum, quod proponebatur.

46. *Omne uisum, in quo concurrunt duo axes uisuales uel radij illis propinqui, uidetur semper per unum. Alhazen 14 n 3.*

Quoniam enim formæ per axes radiales peruenientes ad uisum, æqualiter incidunt uisibus ambobus per 35 huius, & per 20 huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui: concurrunt ergo ambæ illæ formæ ad punctum unum, & una ipsarū supponitur alteri, & fiunt forma una. Et quoniam omnia uisa nobis assueta semper sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus aspiciunt ad quodlibet illorum uisibilibus, propter quod duo axes duorū uisuum semper concurrunt in uno puncto illorum uisibilibus per 32 huius: & positio radiorum residuorū, qui circumincidunt cōmuni puncto ipsorū, est positio consimilis per 37 huius: maxime quando non differūt in remotione à duobus axibus maxima differētia: propter hoc ergo quodlibet uisorum assuetorū uisus uidetur ambobus uisibus unū. Et quia, ut præmissum est, patet per 37 huius, quoniam oēs formæ punctorū æqualiter

æqualiter circumstantium puncta, quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales, ad puncta æqualiter circumstantia medium punctum nerui cõmunis cõsimiliter pertingunt. Lineæ uerò radiales propinquæ axibus uisualibus, quia nõ multum obliquè incidunt uisibus, ideo nõ multum obliquè refringantur, quoniam ipsarum refractione est secundum angulos iniores per 36 huius: directius ergo perueniunt ad cõcauitatẽ nerui: cõtinent ergo se circa mediũ punctum cõcauitatis nerui, & supponuntur sibi adinuicem, fiuntq; forma una. Et hoc proponebatur.

47. *Omne uisum, in quo concurrat axis communis, & unus axium uisualium, comprehenditur semper unum.*

Axis enim cõmunis adiuuat certitudinem cõprehensionis, & axis uisualis unicus unam tantum formam regulariter dispositam imprimit medio puncto nerui communis: uidetur ergo una tantum forma, quia tunc nõ fit refractione alterius formæ ad aliquam partem nerui distinctam secundum partem uel secundum remotionem. Patet ergo propositum.

48. *Nullum uisorum simul totum æqualiter uidetur. Euclides in præfatione & 1 the. opti-
corum. Alhazen 16 n. 3.*

Quoniam enim, siue aliquod uisum existat in axe communi, siue extra illum, semper punctum eius, cui incidunt axes uisuales, certius uidetur, quàm puncta, quibus incidunt radij propinqui: & illa puncta certius uidentur, quàm puncta, quibus incidunt radij remoti per 45 huius: patet, quod nullum uisum totum simul æqualiter uidetur. Cum enim omnia puncta ipsius communiter per omnes tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi transcurra fuerint: tunc solum æqualiter est totum uisum: quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigitur puncto medio cõcauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formæ circa punctum illud: magis ergo æqualiter perpendicularitur tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus dispositionibus suis: tunc ergo tota res æqualiter uidebitur: nullus autem motus est in instanti, sed solum in tempore: palam ergo, quod nullum uisorum simul totum æqualiter uidebitur: sed bene est possibile ipsum totum simul uideri inæqualiter: quoniam omnia puncta formæ oppositæ uisui, à quibus lineæ rectæ possunt produci ad uisum, simul multiplicantur ad uisum, quamuis secundum diuersitatem angulorum diuersimodè secundum diuersas partes uideantur: parua tamen corpora & propinquarum diametrorum æqualius uidentur, quàm corpora diametrorum maiorum: remotiores enim partes à puncto coniunctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45 huius: & si uisum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, quàm si fuerit plurium colorum, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliæ subtiles intentiones: tunc enim forma extremorum erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehenduntur per lineas radiales remotas ab axe. Patet ergo propositum.

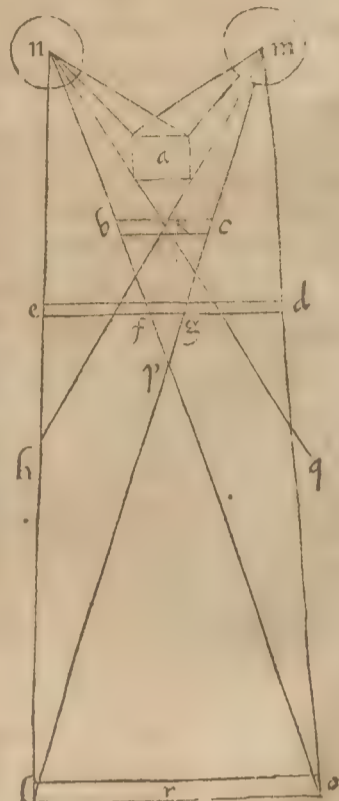
49. *Impossibile est plura simul æqualiter uideri.*

Quamuis enim uisus quadoq; eodem tempore opponitur multis uisibilibus diuersi coloris; inter quorum quodlibet & uisum produci possunt lineæ rectæ in aere cõtinuato medio inter ea & uisum, perueniantq; formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisibilibus, ad superficiem uisus in eodẽ tempore, & forma cuiuslibet ipsarum ad quamlibet partem superficiẽ uisus, propter earum directam oppositionem: & licet uidens uideat in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui; & sic in tota superficie uisus sint multa lumina diuersa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiem uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel obliquè: tamen, ut patet per 17 huius, non fit distincta uisio, nisi solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas: & secundum hæc distinguuntur formæ secundum distinctionem partium superficiẽ uisus, in quas solum incidunt perpendiculares: & licet sic perueniant ad superficiem uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tamen comprehendit omnes formas secundum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæqualiter & indistinctè. Nam licet, ut patet per 17 huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundum suum esse, & figuram ordinatam in sui superficie secundum ordinem, quem habet in superficie rei uisæ: extra tamen poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarum rerum uisarũ, præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguẽtibus ex sua superficie alias huius rei partes: & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secundum suum esse, & sentire situs earum adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud, quod uidet secundum pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uisæ ipsi centro uisus, minus uerò perfectè alia, quorum pyramidum axes incidunt secundum alia puncta superficiẽ dicti circuli, ut patet per 43 huius: illorum enim omnium axes sunt longiores, etiam si ab eadem distantia procedant. Aspiciens itaque quando fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus: inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorem illis, quæ sunt à parte laterum illius medij, & quod est propinquius medio; erit manifestius, & quod est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43 huius. Est ergo impossibile, plura simul æqualiter uideri: quoniam impossibile est axem pyramidis radialis transeuntem per centrum uisæ simul pluribus punctis, ne dum superficiebus, incidere per 20 huius. Patet ergo propositum.

50. *Inter.*

50. *Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq, secundum aliquid uisio impeditur. Alhazen 5 n 3.*

Exempli causa, sint duo puncta n & m centra duorum uisuum, & sit r punctum cuiusdam rei uisae, quae sit lo, remotior ab ambobus uisibus quam sit res uisa, quae sit b k c: in cuius puncto k concurrat ambo axes uisuales, qui sint m k & n k: sitq; punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctum q, & m k ad punctum h, interceptiatur inter axes, nihilq; eius capiatur per interpositionem rei uisae, quae est b c: sit aut uisibile e d remotius quam sit ipsum b c, & propinquius puncto r, inter duos axes taliter dispositum: ita quod lineae n b & m c protractae, & concurrentes in ipso p, aliquam partem eius interceptiatur, quae sit f g: lineae uero m p & n p intersecantes se in puncto p protractae contingant peripheriam corporis, in quo est punctum r, in punctis l & o: sit uero a quoddam uisum proximum uisui, cadens inter axes m k & n k. Dico, quando uisus comprehendit in eadem hora in simul formas uisibilium, quae sunt b c & e d & r, quod quandoq; impeditur secundum aliquid uisio ipsius e d: quonia impeditur secundum sui partem, quae est f g, quae cum sit obumbrata uisui per interpositionem uisibilis, quod est b c: patet, quod forma illius partis non perueniet ad uisum, neq; seruabitur in neruo communi: forma uero uisibilis remotioris, quod est l o, in quo est punctum r, quonia ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in puncto p, quae productae ultra punctum p, suis terminis l & o incidunt: patet quod perueniet ad uisum, non impediente uisibili b c: quia tamen in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebitur inordinata secundum situm earundem partium ipsius formae, quae sibi directe non superponentur, ut ostensum fuit in 37 huius: ergo erunt inordinatae secundum remotionem a puncto medio nerui communis, quae remotio erit hinc inde inaequalis, propter diuersitatem incidentiae ipsarum linearum, per quas adueniunt eadem puncta formarum, ut sunt lineae m l & n l, respectu formae puncti l, & lineae m o & n o, respectu formae puncti o: pars tamen uniuersi, quae attenditur secundum dextram uel sinistram, sursum uel deorsum partium ipsius formae non mutatur. Visum enim b c cum sit minus uisio l o, in quo est punctum r, quando in puncto k rei uisae b c coniunguntur duo axes m k & n k: tunc forma uisi b c fit in duobus locis duorum uisuum consimilis positionis, & forma uisi, quod est l o, diuersificabitur secundum situm partium suae formae, & secundum remotionem inaequalem a puncto medio nerui communis: quonia est magna diuersitas in angulis refractionis suarum partialium formarum, sicut & in angulis incidentiae earundem, ut hoc patere potest per 36 huius: non tamen erit error in parte uniuersi: quia formae partium suo ordine disponuntur, ut sunt in re, & res uidebitur una: quod non accidit in forma uisi, scilicet ipsius a, quod propinquius est uisui, si ipsum paruere fuerit quantitatis, & non sit in illorum corporum positione differentia sensibilis, ita quod corpus a cadat inter axes m k & n k. Quando itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & e, comprehendunt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundum loca non obumbrata instituuntur illarum rerum uisarum d e & l o formae in duobus locis duorum uisuum, & fiunt consimilis positionis in parte uniuersi, & non in remotione a puncto medio nerui communis, aut non oes partes earum erunt consimilis positionis in remotione a duobus axibus, nec forma earum erit certificata. De uiso uero a, quod est proximum uisibus, quonia ipsum cadit inter axes m k & n k, & est propinquius uisui, quia non figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius, in respectu amborum uisuum, diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistram nec ad dextram, quonia forma ipsius quantum est de se, ad nullam partium uniuersi secundum respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes uisuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uisu existente fixo, interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur, ut patet. Cum autem uisus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoque uisibiliu comprehensorum in simul: tunc formae omnium uisibiliu comprehenduntur simul in ambobus uisibus consimiles in parte & remotione, & comprehenduntur secundum modum suae certitudinis formae uniuscuiusq; uisibiliu. Huius aut rei totius ratio est haec, quia certitudo uisionis fit secundum axes, & uisio fit per multiplicationem formae uisibilis in uisum, quae nonnunquam tunc per corpus interpositum impeditur, cum linea multiplicationis formae aliam superficiem corporis medij oppositam uisui aequaliter attingit. Et hoc est quod uolebamus.



51. *Omnis uisio fit uel per aspectum simplicem, uel per intuitionem diligentem. Alhazen 64 n 2.*

Aspectum primu simplicem dicimus illu actum, quo primo simpliciter recipitur in oculi superficie forma rei uisae: intuitionem uero dicimus illu actum, quo uisus uera comprehensionem formae rei diligenter perspicendo perquirat, non contentus simplici receptione, sed profunda indagine. Visus itaq; per aspectum simplicem comprehendit intentiones manifestas, quae sunt in rebus, nec certificatur illas: per

per intuitionem uerò considerat oēs intétiones partium formę uisę occultas aspectui, & certificat omnes dispositiones illius formę uisę. Et quia aspectus simplex potest esse sine intuitione, quamuis intuitio non possit esse sine simplici aspectu: patet, quòd omnis uisio aut fit per unum istorum modorum, aut per alium. Et hoc est propositum.

52. *Aspectu simplici secundum totam pyramidem uisualē existente possibili: intuitio fit solum secundum incidentiam axis pyramidis uisualis. Alhazen 65 n 2.*

Quoniam enim, ut patet per premissam, aspectus simplex est solū receptio formę sensibilis in superficie uisus: patet, quòd ipsa fit secundum totam pyramidē uisualē: quęlibet enim perpendiculariū siue linearū radialium illam pyramidē constituentium per 17 huius adducit aliquam formam puncti superficiē rei uisibilis, quā tūc aspicit uisus: quia uerò intuitio certificat ueritatē formarū comprehensarum: certificatio uerò omnium formarum uisibilium plus fit per axes pyramidum uisualium, quàm per aliquā aliarum linearum illius pyramidis per 43 huius: patet, quòd intuitio fit solum per incidentiam illius axis. Cū ergo uisus fuerit fixus oppositus alicui rei uisę, quę fuerit alicuius quantitatis: & illud, quod opponitur medio uisus ex illa re uisa, fuerit per axem uisualē aut prope illum: tunc erit ipsum, quod est in axe, uel quod approximat axi, manifestius residuis partibus rei uisę. Si itaq; uisus uoluerit certificari de forma totali rei uisę, mouebit ambos uisus, donec medium eius opponatur cuilibet partium, uel punctorum superficiē rei uisę sibi oppositę: & tunc, quia ambo axes radiales per 32 huius incidēt unicuiq; punctorum, fiet hoc modo intuitio completa totius formę. Quando enim uisus fuerit oppositus rei uisę, tunc sentiens comprehendet totam formam comprehensione qualicunq; per 43 huius, & partē, quę est apud extremum axis, comprehendet uera comprehensione: deinde mutatis axibus ad aliud punctum, tunc idē punctum uerius comprehendetur, & tunc cum hoc tota forma prius comprehēsa comprehendetur secundo, & etiam ille punctus, in quo prius fixi fuerūt axes, & cum axes mutabūtur ad punctum tertium, fiet tertio cōprehēso totius formę, & etiā illorum punctorum, quibus prius axes incidebāt, & ita secundum numerū punctorum, quibus incidūt axes, numeratur comprehēso totius formę: semper tamē punctus, cui axes incidunt, certius alijs punctis comprehendetur. Sic ergo intuens per motum axium cōprehēdit certitudinem cuiuslibet puncti rei uisę, & in super reiterat frequētationē comprehēsonis totius formę secundum numerum punctorum, quibus incidunt ipsi axes. Apparet ergo uisui tunc omne id, quod possibile est apparere in forma illius rei uisę, & nō certificabitur forma rei uisę, nisi post motus uisus secundū suos axes radiales super oēs partes uel puncta superficiē rei uisę: nec enim intétiones subtiles, quę sunt in re uisa, apparēt uisui nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut radialium linearū, quę sunt prope ipsum, super quamlibet partium rei uisę. Et etiam si res fuerit in fine paruitatis, & fuerit opposita uisui: non intuebitur illā uisus intuitionē perfectā, nisi donec moto uisu axis radialis tran fuerit per oēs particulas uel puncta illius rei. Sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam, quamuis aspectus simplex fiat secundum omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis. Patet ergo propositum.

53. *Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ: quoniam ille motus oculi est insensibilis uelocitatis. Alhazen 42 n 2.*

Motus enim axis super partes rei uisę nō est p gyrationē axis à loco cętri ipsius uisus, sed p motum eius p se super partes rei uisę: patet enim p 25 & 32 huius, quòd linea axis extēditur rectē usq; ad locum gyrationis nerui, super quē componitur oculus: & quòd situs eius à uisu nō mutatur, sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisę, & medium oculi, in quo est sensus uisus, opponitur cuilibet partium rei uisę, tunc axis trāsīt p quamlibet partium rei uisę: & secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisę extēditur ad uisum semper secundum rectitudinē axis: & erit gyratio axis immutabilis à loco suo, respectu omnium partium & tunicarum oculi: sed circumgyrabitur axis in concauo oſsis cū motu totius oculi. Et cū uisus uoluerit intueri rē uisam, & in ea perit intueri in extremitatē rei uisę: erit tunc extremū axis super extremitatē rei uisę, eritq; in dispositione maior pars totius rei uisę in parte superficiē uisus declinante aut obliqua ab axe ad aliā partē, præter partē, super quam est axis: quoniā forma eius erit in medio uisus & in loco axis, eritq; residuum formę obliquum ad aliam partē ab axe: & cū uisus post illam dispositionē mouebitur super aliquā diametrum rei uisę, trāsferetur axis ad partē sequētē illā partē rei uisę, & erit forma primę partis declinans ad locum alium oppositū loco, ad quē mouetur axis, & nō cessabit forma declinare, quamdiu mouetur axis super illam diametrum, quousq; axis perueniat ad ultimū illius diametri rei uisę, quę est pars alterius rei uisę: & sic erit forma totius rei uisę in ista dispositione obliqua uisui & puncto-opposito ipsi axi, etiam cui prius fuit obliqua, axe radiali in alijs punctis diuersis incidēte, præterquam ultima pars & extrema ipsius rei uisę, quę remanebit super axem & in medio uisus: & axis in isto toto motu erit fixus in suo situ, quantum ad pertransitum uniformē omnium tunicarum oculi. Patet ergo illud, quod proponebatur.

54. *Axis in motu intuitionis nunquam fit basis anguli, quem respicit superficies rei uisę, neq; semper secat angulum, quem respicit aliqua diametrorum rei uisę. Alhazen 43 n 2.*

Quia enim iam ostēsum est in præcedēte theoremate, quòd axis in toto motu oculi ad intuentū

K semper

semper manet fixus: si ergo axis fieret basis anguli, quæ respicit superficies rei uisæ: oporteret immo-
tas remanere lineas illū angulū cōtinētes, & moueri axem: hoc autē nō esset possibile, nisi quando
axis moueretur per se, toto oculo quiescēte: & quia hoc est impossibile per præcedētē, totus enim
oculus mouetur apud intuitionē, & axis mouetur p̄ motū eius, & moto axe, mouētur oēs lineæ cō-
tinētes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur. Incidēte enim axe radiali diuersis
punctis superficie rei uisæ, licet idē remaneat uertex pyramidis, & etiam eadē basis sit: uariato ta-
mē axe, caussatur semper noua pyramis, quamuis uideatur semper una: ideo quia motus oculi est
insensibilis uelocitatis. Per hunc itaq; motum cōprehendit uisus quodlibet punctum superficie
rei uisæ uisui medio oppositum, in puncto scilicet axis, & per hunc motum mouetur forma rei uisæ
ad ipsam superficiē uisus, & mutatur pars superficie uisus, in qua prius fuit forma: quoniam forma
rei uisæ apud motum axis erit in una parte superficie uisus post aliam partē superficie uisus. Quo-
tiens enim cōprehēderit uirtus sentiens partē rei uisæ, quæ est apud extremum axis, totiens cō-
prehēdet cum hoc totam superficiē rei uisæ, & cōprehēdet totam illam partē superficie uisus, in
qua peruenit forma totius rei uisæ, quæ semper est alia & alia: quādiu itaq; axis cadit in aliquod pun-
ctorum diametri rei uisæ, non terminantium ipsam diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in
cētro uisus subtrēditur illa diameter: sed cum incidit ipsi termino diametri, tunc ipse axis fit una li-
nearum cōtinētium illum angulum. Non ergo secatur semper illum angulum. Quod est propositum.

55. *Neesse est omnem uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in instanti.*

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunq; paruum sit illud tēpus: erit ipsum pars
magni temporis: & quoniam non datur uisio fieri in tempore, nisi per distantiam uisibilis ab ipso ui-
su: palam tunc, quod secundum spatium distantie uisibilis à uisu multiplicabitur & tempus.
Producaturs itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a, & aliquod uisibile sit apud punctū b. a
Cum itaq; ut dictum & declaratum est in 6 huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si
hoc fiat in tempore quocunq;, etiam fortē imperceptibili: sit aliud uisibile in puncto c: & sit
spatium a c multiplex spatia b: erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad ui-
sum a, multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a: & si hoc tempus
nondū sit sensibile, sit in ulteriori puncto uisibile d remotius à uisu a, quā est ipsum c: sitq;
spatium d a multiplex spatia c a: ergo erit ipsum magis multiplex spatia b a. Forma itaq; pun-
cti d multiplicabitur ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum a
forma puncti c: sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spatium a d non requiritur in ipsa
operatione uisua plus temporis, quā in spatia b: apertis enim oculis æquē citò uidentur
remota & propinqua: neq; enim est sensibilis differētia temporis, quo uidetur res proxima,
aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferē distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ
est maxima linearum naturalium entium. Impossibile est ergo uisionē, quæ fit aspectu sim-
plici, fieri in tempore: sed neesse est omnē huiusmodi uisionem, quantum ad aspectum sim-
plicē, fieri in instāti & subito: eius itaq; principiū nō differt ab eius fine. Et hoc est p̄positū.

56. *Omnem intuitionem in tempore fieri est neesse: tempusq; intuitionis intentio-
num uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarū.* d
Alhazen 70. 74 n 2.

Cum enim, ut patuit in 51 huius, intuitio sit actus uirtutis uisue, quo uisus ueram comprehen-
sionem formæ rei uisæ diligenter perspiciendo perquirat, & semper in ipsa intuitione axes radiales
per omnia puncta superficie rei uisæ moueantur, ut declaratum est per 52 huius. Cum ergo omnis
motus sensibilis fiat in tempore sensibili ideo, quia, ut alibi declarauimus, tempus est proportiona-
le motui: palam, quia omnem intuitionē in tempore sensibili fieri est neesse. Tempus quoq; intui-
tionis diuersatur secundum diuersas intentiones formarum uisibilium eorum, quæ quis intuetur,
cuius exemplum est: ut si uisus comprehendat animal longū multorū paruorū pedū, quod mouea-
tur: tunc primò per modicam intuitionē cōprehēdit motū eius, & per motū cōprehēdit ipsum
esse animal: deinde per modicā intuitionē in pedibus cōprehēdet ipsum esse multorum pedū ex
cōprehēsiōne distantie inter pedes, non tamē cognoscat numerū ipsorum pedū: & deinde dili-
gētius intuens cognoscat numerum pedum pluri intuitionē & maioris tēporis conatu. Comprehē-
siō ergo animalitatis eius erit in paruo tēpore, & comprehēsiō multitudinis pedum erit in tēpore
maiore illo tempore priori, in quo cognitū est ipsum esse animal: numerus autē pedū erit adhuc in
tēpore maiori aliquo illorū tēporum: oportet enim uisum intueri quēlibet illorū pedum, & nume-
rare illos: erit autē quantitas tēporis intuitionis pedū secundum numerū multitudinis uel paucita-
tis pedum: & hoc etiā patet per diuersitatē aliarum uisibilium intētionum. Tēpus itaq; intuitionis
intentionum uisibilium formarū, quarum una est numerus, diuersatur secundum diuersitatem in-
tentionum formarum intuitarum. Patet ergo propositum.

57. *Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post
diligentem intuitionem.* *Alhazen 76 n 2.*

Cum enim formæ uisibilium sint cōpositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam
illarum

illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdam uerò subtilibus ualde, ut sunt lineationes minutæ & colores minutatim dispersi, & similia, quæ primo aspectui, qui est instantius per 55 huius, statim se offerre non possunt: unde indigēt tēpore ut uideantur: post diligētem ergo intuitum uidebuntur, & non prius. Visus enim non comprehendit ueram formam rei uisæ, nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium, quæ sunt in illa forma. Patet ergo, quòd forma rei uisæ, in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundum ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem. Et quoniam etiam in formis, in quibus non sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentiam à primo aspectu dijudicare non potest: ideo etiam tunc est opus intuitione: nec enim potest certificare ueritatē formæ, nisi post diligētem intuitionē cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ. Palàm itaq;, quia uisus nūquā potest cōprehēdere uerā formā rei uisæ in primo aspectu, sed solūm post diligētem intuitionē. Et hoc proponebatur.

58. *Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes. Alhazen 66 n 2.*

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem: tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figitur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est: & si iterabitur comprehensio rei uisæ: tunc erit forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ: quia uisus rarò comprehendit perfectè rem semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit formā denuò ad animam, & renouatur forma prius uisā apud animam: & si aliquid ex intētionibus illius formæ obliuioni traditum est, restauatur, & si prius uisum non est, recuperatur. Anima autem per formam secundam rememoratur formam primam, & cum pluries iteratur euentus eiusdē intētionis super animam, erit anima magis rememorans illam intētionē: & sic erit illa forma magis fixa in anima: sed & magis certificata: quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, fortè anima non comprehendet omnes intētionēs, quæ sunt in illa forma, neq; certificabit ipsas: & cum forma redierit secundò, comprehendet animā ex ea aliud, quod in prima uice non comprehendit: & quantò magis forma iterabitur super animam, tantò magis manifestabitur ex ea, quod prius non apparebat: & cum anima comprehendit intētionēs subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ. Patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

59. *Nullum uisibilem comprehenditur solo sensu uisus, nisi solūm luces & colores. Alhazen 18 n 2.*

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est: patet, quòd ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus: unde ipsa sine alijs offeruntur uisui, ut sine situ, figura, & magnitudine, & similibus: alia uerò non offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem nō participante impossibile est illud uideri, ut patet per 1 huius: circa lucem ergo & colorem nō fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis. Lux enim, quæ est in corpore illuminato, comprehenditur à uisu secundum suum esse & per se ex ipso sensu: lux uerò & color, quæ sunt in corpore colorato & illuminato, comprehenduntur à uisu in simul & admixta: comprehenditur autem utrunq; illorum solo sensu uisus: lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatione corporis sentientis, quod est de substantia oculi, & color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis & eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris. Sicut enim sentiens comprehendit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem: sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam. Ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs & operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum inuisibilium: quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur: & si aliqua ipsorum solo sensu uisus sentiantur, & non alijs sensibus particularibus: hoc accidit uel ex istorum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diaphanitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio conferens hinc inde, quæ non est necessaria in comprehensione lucis & coloris. Patet ergo propositum.

60. *Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter: aut cum ratione & distinctione. Alhazen 10 n 2.*

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehendit solus uisus: sunt tamen plura aliorum, quæ de numero uisibilium sunt supposita, quæ uisus quidē comprehendit, non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animæ accedentibus: & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu uisus: quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua eiusdem speciei & formæ eodem tempore: tunc comprehendet indiuidua, & comprehendet quòd sunt similia: sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambæ, neq; una ipsarū, sed neq; forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarum duarum formarum in aliquo. Non ergo comprehendetur duarum formarum similitudo, nisi ex comparatione unius ipsarum ad alteram. Non fit ergo similitudinis comprehensio per solum uisum, sed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinationis diuersas formas uisas ad inuicem comparantē. Et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorum unus est albior alio, comprehendet am-

horum albedinem, & quod alterum est fortioris albedinis: comprehendet ergo similitudinem illorum in duorum alborum in albedine, & diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: distinctio uero inter illas duas albedines non est ipse sensus albedinis: quoniam sensus albedinis est ex dealbatione superficiei uisus, quæ fit ab utraq; albedine: distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatem actionis illarum duarum albedinum in ipsum uisum. Non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam. Et similiter est de comparatione & distinctioe aliarum sensibilium formarum: nihil enim illorum accipitur solo uisu, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuantibus: uisus enim per se non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu. Patet ergo propositum.

61. *Ex intentionibus formarum indiuidualium sepius intuitarum, remanet in anima fixio & certificatio formæ uniuersalis, existens uisui principium cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei. Alhazen 14.67 n 2.*

Quia enim quodlibet uisibilem indiuidualium habet formam & figuram, in quibus cōueniant omnia indiuidua illius speciei, quæ diuersantur solum in intentionibus particularibus, comprehēsis per sensum uisus, & fortè erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter in indiuiduis auium, ut cygno, coruo, pica, & graculo, & similibus, in quibus est uniformitas coloris, conueniens toti speciei, uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & uisum album. Si itaq; forma & figura & color & omnes intentiones, ex quibus componitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei: & uisus comprehendit illam figuram & formam & colorem & omnium illorum intentiones, quæ conueniunt illi speciei: tunc anima iudicabit illud particulare uisum esse indiuiduum illius speciei: non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduum ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum: donec comprehenderit etiam intētionē particularem, per quas diuersantur indiuidua, & donec illæ quiesuerint in anima & in ipsa uirtute imaginatiua: tunc enim aliquo prius uisum indiuiduorum ipsi uisui occurrente, per intentionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, iterabitur à uisu intentio illius formæ uniuersalis, quæ est illius speciei, cum diuersitate formarum particularium illorum indiuiduorum: & cum illa forma uniuersalis per intētionem alterius indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima: tunc figetur in anima, & quiescet. Ex diuersitate itaq; formarum particularium uenientiu ad uisum cum formis uniuersalibus, apud intuitionem comprehendet anima diuersitatem indiuiduorum eiusdem speciei, & per cōuenientiam accidentium uisibilem in diuersis indiuiduis, comprehendet quod forma, in qua conueniunt omnia indiuidua illius speciei, est forma uniuersalis illorum omnium. Sic ergo remanet in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua: & est illa forma uisui principium cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei, quantum ad illud, quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatum, & de intentionibus particularibus sensibilibus quibuscunq;e. Patet ergo propositum.

62. *Omnis uera comprehensio formarum uisibilem, aut est per solam intuitionem, aut per intuitionem cum scientia precedente. Alhazen 69 n 2.*

Comprehensio uisibilem sola intuitionem fit, quando comprehenduntur uisibilia extranea, ut quando uisus comprehendit rem uisam, quam antea non percepit nec in se nec in sua specie: per intuitionem uero diligentē acquirit omnes dispositiones & formam eius ueram: non tamē cognoscit formam eius, quia ipsam antea non percepit, uel non recolat: sic ergo comprehenditur illa forma uera comprehensionē per solam intuitionem. Comprehensio autem uera formarum uisibilem alia ab alia, quæ fit per solam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum scientia precedente, ut quando uisus comprehendit formā alicuius rei uisæ, quā cōprehēdit etiam antea, & cuius formæ intentio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius: tunc enim uisus statim in aspectu illius rei cōprehendet eius formā: & deinde modica intuitionem comprehendet totam formam eius, quæ est scientia uniuersalis suæ speciei, & cognoscet formam uniuersalem, quam comprehendet in illa re uisa apud comprehensionē formæ in anima per rememorationem illius rei uisæ specialiter: & deinde intuens intētionē residuas, quæ sunt in illa re uisa, certificabit particularem formam illius, ipsi uiso indiuiduo appropriatam: & si fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uisum comprehendit, tunc cognoscet illam formam indiuidualem. Et quia nulla res uisa comprehenditur uerā comprehensionē, nisi aliquo istorum modorum. Patet ergo propositum.

63. *Comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis consequentis. Alhazen 11 n 2.*

Est enim cognitio comprehensio consimilitudinis duarum formarum, scilicet formæ, quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem, quam uidet, & formæ quiescentis in anima, prius cōprehensæ: unde non fit uisualis cognitio, nisi per rememorationem: quoniam si nulla forma talis fuerit quiescens apud animam & præsens memoriæ, non cognoscet uisus rem uisam. Semper itaq; fit cognitio ex assimilatione formæ quiescentis in anima ad formam postea uisam extrā, siue forma quiescens sit forma speciei uel indiuidui cognoscendi. Uisus itaq; comprehendit multas

multas res per cognitionem: cognoscit enim hominem esse hominem, & equum esse equum, & Socratem esse Socratem: & cognoscit animalia sibi assueta, & arbores, & plantas, & lapides, quæ prius uidit, & cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assuetas in rebus uisibilibus, & quantitates omnium rerum sibi consuetarum, quæ non cognoscuntur solo uisu per 59 huius: nec tamen cognoscit uisus omne, quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans formæ prius uisæ. Non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationem formam presentis rei uisæ formæ prius uisæ & apud se quiescentem conferentem: nunquam enim potest fieri cognitio, nisi per comparisonem formæ quiescentis in anima ad formam uisam extra. Sic ergo patet, quoniam comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis. Patet ergo propositum.

64. *Omniem comprehensionem uisualem cognoscitiuam in tempore fieri est necesse: sed in minori, quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem. Alhazen 13.71 n 2.*

Quoniam enim, sicut in præcedente propositione præmissum est, omnis uisualis cognitio fit per intuitionem & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ nunc per diligentem intuitum perspectæ: & quoniam omnis intuitio fit in tempore per 56 huius, & omnis rememoratio formæ prius uisæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animæ per formas, quas apud se habet in imaginatione, quæ si querenti animæ statim occurreret, non esset rememoratio, sed continuata memoria. Quia itaque ambo hæc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore: patet etiam, quod omnis comprehensio uisualis cognoscitiua fit necessario in tempore: sed in minori, quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem: quoniam intentiones existentes in anima presentis memoriæ non indigent, ut cognoscantur omnes intentiones, quæ sunt in formis rerum cognitarum, ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis. Cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas: ut quando uisus intuens Socratem, comprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehendat lineationem suæ faciei uel partium aliarum. Ex comprehensione ergo quarundam intentionum, quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia comprehensionis partium aliarum, quas comprehendit solum per cognitionem præcedentem ex formis residentibus in anima, & per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grosficiem aut arcuitatem superciliorum, aut similibus comprehendit totalis illius indiuidui intentiones: & similiter cognoscet equum per aliquam maculam in fronte aut alibi in corpore: & scriptor ex quarundam comprehensione literarum cognoscit omnes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continuè uidet. Et quoniam comprehensio, quæ acquiritur tantum per intuitionem, fit per considerationem omnium partium rei uisæ, & omnium intentionum, quæ sunt in ea: comprehensio uero per cognitionem fit per considerationem solam quarundam intentionum, quæ sunt in illa forma: palam, quod uisio, quæ est per cognitionem, est in minori tempore, quam sit uisio per solam intuitionem: & propter hoc uisus comprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximè illa, quæ à sui primordio cognoscere cõsuevit, uel cum quibus multo tempore perseuerauit. Patet ergo illud, quod proponebatur.

65. *Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem non efficit certam formam rei comprehensionem. Alhazen 75 n 2.*

Quoniam enim uisio per cognitionem præcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ: & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares, quæ sunt in illa re uisa, secundum modum, quo cognouit res uisas ex prima forma illius rei uisæ in anima existente: sed omnes particulares intentiones uisibilium, quæ sunt in rebus corruptibilibus, mutantur temporis mutatione: uisus autem non comprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cum mutatio fuerit non manifesta nec comprehensibilis à uisu primo aspectu. Cognitio ergo præcedens non efficit ueram rei cognitionem: utpote si in homine mundæ faciei prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ non sit manifesta: tum enim postea longo tempore uiso illo homine, non cognoscet ipsum uidens secundum formam sui, quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionem diligentem factam in illam maculam uel cicatricem: & tunc comprehendet formam eius secundum suum esse. Et similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamen fuerit uisui multum manifesta: tunc enim licet habeat uidens apud se formam illius non maculatam, non tamen applicabit ipsam illius faciei maculatæ, & non cognoscet ipsum nisi post multam aliatam intentionum particularium intuitionem. Et similiter est in alijs indiuiduis uisibilibus & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim

ipsis uisio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem non

efficit certam formæ rei comprehensionem.

Patet ergo propositum.

66. Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens, mediantibus intentionibus sensibilibus, qua per se uidentur. Alhazen 68 n 2.

Quoniam enim, ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarum uisibilium ad animam, quae omnes sunt de genere accidentis, ut patet in ipsarum singulari enumeratione: palam (cum nullius substantiae quidditas sit de genere accidentis) quod nulla ipsarum per se est uisibilis: per accidens autem quidditas substantiarum corporalium percipitur a uisu, scilicet per comprehensionem suarum intentionum uisibilium, quae per se uidentur. Sic ergo quidditas substantiae non fit nisi per cognitionem intrinsecam animae, quae fit ex comparatione formae unius posterioris comprehensae, ad formam aliam prius comprehensam quiescentem in imaginatione. Comprehensio ergo quidditatis substantiae uisae, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiae, non est nisi ex comprehensione assimilationis formae rei uisae ad aliquam formarum uniuersalium quiescentium in anima & fixarum in imaginatione, quam uisus antea comprehenderat. Et quia uirtus distinctiua, quae est in anima, per quam anima rerum distinctas diiudicat, ut hominem non esse canem, & e conuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibilium nouiter scilicet uisas, uisibilibus formis fixis in imaginatione. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua quaerit eius similem in formis existentibus in imaginatione, & illa inuenta cognoscit per illam, rem uisam, & comprehendit quidditatem eius: & si non inuenit ex formis quiescentibus in anima formam similem formae illius rei uisae, non cognoscet illam rem uisam, neque comprehendet quidditatem eius. Sic ergo nulla quidditas alicuius substantiae comprehenditur per se a uisu, sed per accidens, ut proponitur. Si enim aliqua talium quidditatum per se comprehenderetur a uisu: ergo & omnis quidditas cuiuslibet uisibilis substantiae esset comprehensibilis a uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substantiae quantum ad sensum & sensibilem operatione existentes indiuisibiles per suas quidditates uideretur, quod non est uerum: oportet enim ut corpus uisibile sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet per 19 huius. Similiter quoque patet de omnibus alijs quorumcunque entium quidditatibus: semper enim quidditas cuiuslibet compositi composita est, & eius compositionem uisus per se comprehendere non potest: & si uisus aliquam quidditatem, ut est quidditas, cognosceret: tunc uisus omnem quidditatem cognosceret, quarum multae tamen sunt inuisibiles, cum omnes ipsae sint per se intelligibiles: & cum hoc sit impossibile: patet ergo propositum.

67. Primum quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formae uisibili, est quidditas lucis & coloris. Alhazen 17 n 2.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamen quidditates & differentiae essentialis solo sensu uisus comprehendere non possunt: quidditas enim lucis non comprehenditur formam per actum, nisi cooperante uirtute animae, quae est cognoscitiua, quoniam uisus cognoscit uolumen & distinguit inter ipsam & lumē lunae & lumē ignis per cognitionem prius factam & per formam in anima reseruatam: similiter etiam quidditas coloris non comprehenditur a uirtute distinctiua nisi per cognitionem, quando color rei uisae fuerit ex coloribus aduersis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formae coloris nunc uisi ad formas similes illi coloris prius comprehensas: non enim potest uisus comprehendere colorē rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsam, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius, ut prius uisa. Si enim uisus nuncquam colorem rubeum antea uisisset, nunc ipsam uisum cognoscere non posset, sed ipsam in coloribus illi propinquis sibi cognitis assimileret, ut quotidie facit in noua permixtione quorumlibet colorum. Cum itaque uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis a colorum quidditate, quamuis forma, quam comprehendit uisus, sit admixta ex forma lucis & coloris, quae sunt in re uisa. Et quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur: ideo necesse est ut primum, quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formae uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & per se debetur uisua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debeat per se & primo operatio uirtutis distinctiuae, ut illis, quorum praesentia prius relucet in organis uisuiuis, quae omnia secundum plus & minus accedunt ad diaphanitatem. Patet ergo propositum.

68. Comprehensio coloris, in eo, quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris. Ex quo patet, quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo, quod in suo genere uisibilia sunt, quam suarum specialium quidditatum. Alhazen 19 n 2.

Uisus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quam sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positus in loco non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidam uisus colores indistincte tantum: distinguuntur autem per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem. Primum ergo, quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membrorum uisus & coloratio eius: quoniam apud peruentum formae in uisum coloratur uisus, qui sentit se coloratum: tunc sentit colorem: & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad coloratum sentit uisum, comprehendit quidditatem coloris. Comprehensio ergo coloris in eo, quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quae fit non per solam sensum uisus, sed per cognitionem,

cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata. Et si uisus comprehendat colorem extraneum, quem nunquam uidit, tunc comprehendet quòd est color, & tamen nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs, assimilabit propinquiori colori simili sibi, & fortè plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum colorib. diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti ex cupro & argento. Illum enim aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazulio coloris, qui fit ex argento. Patet ergo per has experimentationes, quòd comprehensio coloris in eo, quòd est color, est prior comprehensione quidditatis coloris. Et quoniam color est primū uisibile post lucem, patet, quòd prior est comprehensio omnium uisibilium in eo, quòd uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura: & si contingat in uisu absolui specialem, remanet tamen generalis, uel illa, quæ est primi generis, uel illa, quæ est generis secundi. Et hoc proponebatur.

69. Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti: similia uerò in tempore. Alhazen 13. 15. 71 n 2.

Figura enim & magnitudo, & diaphanitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55 huius, statim ut se uisui præsentant, per rationem & distinctionem, propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones, quæ sunt in illis. Virtus enim distinctiua non arguit per compositionem & ordinationem propositionum ad formam syllogisticam. Sicut ergo in intellectu, qui est habitus principiorum, in actuali intelligentia propositionum uniuersalium & per se manifestarum non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget aliquanto tempore in apprehendendo conclusiones particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionem, quæ immediatè sequitur ex illa: ideo quia anima humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore: unde etiam non percipit homo, quòd comprehensio, quæ fit per rationem & distinctionem, fiat per argumentum, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quòd id fiat per uiam argumentationis & considerationis eligendorum. Hoc itaque modo simili & conformi, quatenus est possibile, fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distinctionem in instanti comprehensio. Distinctio enim & argumentatio uirtutis distinctiuae fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis: quoniam totum corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usque ad medium nerui communis, est sentiens & diaphanum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam fit spiritus uisibilis diaphanus, per quem uirtus sensitiua defertur ad totum diaphanum omnium humorum & tunicarum amborum oculorum: omnia enim diaphana illa illuminantur à luce, & colorantur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati: & corpus, quod est in concavitate nerui communis, est ultimum corpus, ad quod perueniunt lux & color. Cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usque ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenit in concavum nerui communis, tunc comprehenditur ab ultimo sentiente: & tunc fit distinctio formarum: non tamen inter actum distinctionis & actum primi aspectus est differentia temporalis: quoniam sicut lumen in uno instanti se multiplicat per mundi diametrum propter corporis medij diaphanitatem: sic etiam formæ sensibiles, ut ostensum est per 55 huius, in instanti pertingunt trans medium quodcunque corpus diaphanum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur, comprehenduntur & distinguuntur. Et quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti. Quando uerò intentiones uisibilium sunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ: tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illarum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post comparationem unius ad alteram factam: fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione, necessarium est tempus medium assumi. Patet ergo illud, quod proponebatur.

70. Comprehensionem quidditatis coloris in tempore fieri est necesse. Ex quo patet, quòd comprehensio quidditatis omnium similia uisibilium non fit nisi in tempore. Alhazen 20 n 2.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo, quòd est color, ut patet per 68 huius. Et quoniam color in eo, quòd est color, non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55 huius: cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris fit composita ex comprehensione coloris in eo, quòd est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, quod omnes colores mixti habent essentialem convenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam convenientiam in proximitate mixtionis: palam, quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis, quàm comprehendatur à uisu, sed inter quælibet duo distantia est tempus medium. Quia itaque comprehensio quidditatis coloris fit per distinctionem unius coloris ab alio, palam per præmissam, quo-

niam illa distinctio completur in tempore: ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore. Visus quoque non comprehendit quidditatem coloris, nisi per intuitionem: quoniam si color non fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tempore sensibili, non comprehendit uisus quidditatem colorum: unde in rebus uelociter motis non distinguitur quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores, uidebuntur omnes indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactum fortem. Patet ergo, comprehensionem quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse: & ex hoc patet, quod comprehensio quantitatis omniium formarum uisibiliu non fit, nisi in tempore. Si enim uisus non comprehendit quidditatem coloris, qui comprehenditur solo sensu uisus, nisi in tempore: palam, quod plus indiget tempore in intentionibus aliorum uisibilium, quae comprehenduntur plurimum distinctione & cognitione. Omnium itaque intentionum uisibilium quidditatum comprehensio fit in tempore, licet illud tempus quandoque sit ualde paruum. Et hoc proponebatur.

71. Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit intentiones speciales quam indiuiduales. Alhazen 72 n 2.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius, quam comprehendit formam eius particularem: & forte per intentiones formae hominis, uel per aliqua conuenientia propria formae hominis comprehendit ipsum esse hominem, quamuis non comprehendat lineationem suae faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis. Indiuidualitas autem rei uisae non comprehenditur nisi ex comprehensione intentionum particularium illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam: & haec comprehendendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quae sunt ex genere uel specie illius indiuidui, omnium aut quarundam: sed comprehensio formae partialis est in minori tempore quam formae totius. Et quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatem, patet, quod indiuidualitas est quasi quaedam totalitas respectu specialitatis. Comprehensio ergo specialitatis rei uisae est in minori tempore quam comprehensio indiuidualitatis. Et hoc proponebatur.

72. Intentiones speciales & indiuiduales quorundam uisibilium assuetorum minori tempore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus comprehenduntur. Alhazen 73 n 2.

Quaedam enim specierum uisibilium assuetorum non assimulantur alijs speciebus, ut species hominis, quae propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur: & quaedam assimulantur alijs speciebus, ut species equi, quae assimilatur multis animalibus in tota forma. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore, in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utrunque istorum in magna remotione: quoniam uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendit ipsum esse animal: ex motu & ex corporis erectione comprehendit ipsum esse hominem: sed licet per motum etiam possit comprehendere, quod indiuiduum equi sit animal, & per numerum quatuor pedum comprehendat ipsum esse bestiam, non tamen propter hoc comprehendit ipsum esse equum: quoniam intentiones equinae, quae sunt a spatio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedum, quae assimulantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & alijs. Si itaque uisus non comprehendit aliquam intentionum propriarum equo, non comprehendit illum esse equum. Quia itaque tempus, in quo comprehendit uisus erectionem corporis hominis, non est sicut tempus, in quo comprehendit formam equi cum intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suae faciei, & extensio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quam comprehensio speciei equi: quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tamen unum ipsorum secundum omnes dispositiones eius est maius altero: & similiter quia rose hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suae speciei, uel etiam in intentione suae rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehendit eius speciem per rubedinem roseaceam, quam speciem rutae per eius uiriditatem, cui multae herbarum assimulantur. Et uniuersaliter quidditates omnium specierum, quae possunt assimilari alijs, non adeo citò comprehenduntur a uisu, sicut quidditates omnium specierum, quae paucis uel nullis assimilantur: Et similiter etiam est de indiuiduis: quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa: illud autem indiuiduum, quod assimilatur alij indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem. Patet ergo illud, quod proponebatur.

73. Virtus sensitua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit super superficies rei uisae solum ex comprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisae. Alhazen 44 n 2.

Quamuis enim ordo purae mathesis sit in hoc, ut per quantitatem angulorum sciatur quantitas partium superficierum sphaerarum illis angulis subtensarum, eò quod sicut centrum est principium constitutionis totius sphaerae: sic partes angulorum & solidorum, qui sunt circa centrum sphaerae, ut
circa

circa quodlibet uniuersi punctum sint principium distinctiuū omnis partis superficiei sphaeræ per 87 t. huius: tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturalium rerū conditione permisce-
tur, uirtus sensitua ex cōprehensionē partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ, cōpre-
hendit à posterori uia sensib. competente quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit super-
ficies præfata. Sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam superficiem, in qua figuratur for-
ma rei uisæ per distinctionem lucis & coloris, qui per se accidunt in illa parte ab alijs superficieb. ui-
sus distincta: & quando comprehendit quantitatem illius partis, tūc imaginatur angulos, quos re-
spiciūt illę partes, & comprehendit quantitates eorū apud centrū uisus secūdu quantitatem partiū
superficiei uisus illis angulis subtensarū: anguli autem tūc non certificantur, nisi per motum uisus
respicientis super diametros rei uisę, aut super spatium, cuius uisus magnitudinem uult scire. Patet er-
go propositū. Et licet lineę radiales in centro uisus non concurrant, quoniam peruenit interfectio
axium uisualiū ad mediū punctum nerui cōmunis, ut in præcedentium theorematum pluribus pa-
tuit: partes tamen superficiei ipsius uisus informantur secundum modū, quo lineę radiales concur-
rerent in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractione in medio secundi diaphani præueniret, ut patet per
22 huius: & hoc est notatu dignū, quoniam nos in sequentib. utemur centro uisus, ac si lineę radia-
les in ipso angulariter concurrant: quia secundum hoc omnis uisio informatur.

VITELLONIS FI-

LII THVRINGORVM ET PO-

LONORVM OPTICAE LIBER QVARTVS.

TRACTAVIMVS in præmisso tertio libro de proprietatibus organi ui-
sui, & de essentialibus modis uidendi: nunc aut restat, ut in hoc quarto li-
bro prosequamur proprietates omnium uisibiliū. quæ, ut in principio tertij
diximus, sunt uigintiduo, quorum tantū duo, scilicet lux & color sunt per
se uisibilia: alia uerò uidentur per accidens: uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur:
uel quia non uidentur, nisi propter luces & colores, ut patet in singulis ipsorū. Et quoniā
in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmissimus: ideo nūc alia 20 uisi-
bilia re tunc pertractāda. Hæc itaq; omnia, passiones quoq; et deceptiones, quæ accidunt
uisib. & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematicè, prout natu-
ra rei et possibilitas nostra fert, sub modo demonstratiōis suo ordine percurremus, uni uiq;
ipsorū suæ uisionis modū, et in se et in suis partib. præmittentes: deceptiones quoq;, quæ in
ipso uel tantū uirtuti uisui, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distin-
ctiua & ratiocinatiua accidunt, cū studio subiungemus: quæ aut præmittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Forma dicitur directè uisibus incidere, à qua producta linea recta super super-
ficiem uisus est perpendicularis, incidens ipsi centro foraminis uueæ. 2. Obliquè
uerò incidere dicitur, à qua producta recta dicto modo, nō est perpēdicularis. 3. Li-
nea directè uisui opposita dicitur illa, cui axis radialis perpendiculariter incidit se-
cundum aliquod eius punctum. 4. Linea obliquata ad uisum dicitur, cui axis ra-
dialis ad nullum sui punctum perpendiculariter potest incidere. 5. Superficies di-
rectè opposita dicitur, quando axis radialis perpendiculariter erigitur super illam.
6. Superficies uerò obliquata ad uisum dicitur, quando axis radialis punctis illius
superficiei incidit obliquè. 7. Complementū directionis in oppositione uisus est,
cum axis perpēdicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui: & quā-
tō magis punctus, cui incidit axis perpendiculariter, fuerit medio superficiei aut li-
neæ propinquior, tantō erit superficies uel linea maioris directionis in opposi-
tione. 8. Vera comprehensio per uisum, dicitur illa, inter quā & ueritatem rei
uisæ non est diuersitas sensibilis omnino, respectu totius rei uisæ. 9. Remo-
tio unius rei ab altera, est priuatio contactus inter illa. 10. Conus dicitur pyra-
mis ro-

mis rotunda, uel uertex pyramidis cuiuscunque rotundæ uel lateratæ.

P E T I T I O N E S.

Petimus autem hæc. 1. Sub eleuatoribus radijs uisa eleuatora apparere, sub decliuioribus uerò decliuiora: & similiter sub dexterioribus radijs uisa dexteriora apparere, sub sinisterioribus uerò sinisteriora. 2. Item sub pluribus angulis uisa perspicatius uideri. 3. Item omnes uisus æqualis dispositionis æquè ueloces esse. 4. Item omne totum uideri maius sua parte.

T H E O R E M A T A

1. *Ex intemperata proportione circumstantiarum formarum uisibilium ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animæ distinctiuam. Alhazen 1 n 3.*

Ex his, quæ declarata sunt in libro tertio, patet octo esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quæ sunt: lux per 1 th 3 huius. Item distantia uisibilis à uisu per 15 th 3 huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2 th 3 huius: uel situs respectu axis cõmunis per 44 th 3 huius. Item magnitudo corporis per 19 th 3 huius. Item soliditas corporis uidendi per 14 th 3 huius. Item diaphanitas aeris per 13 th 3 huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56 th 3 huius. Item sanitas uisus per 16 th 3 huius. Quodlibet autem istorum latitudinem habet proportionatam ad rem uisam. Lux enim habet latitudinem, quoniam lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actum agendi in uisum: unde corpora minuta uel intentiones uisibiles minutæ non uidentur in luce debili: sed est etiam latitudo in ea luce, quæ est magnitudini corporis proportionata. Distantia quoque uisibilis à uisu siue ipsius remotio latitudinem habet: corpus enim aliquod ab aliqua distantia plenè comprehenditur, & ab alia non plenè: & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundum quod maius fuerit corpus, maior erit latitudo distantiae spatij, secundum quam ipsum poterit uideri. Similiter cum magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppositionis ipsius uisus, non comprehenduntur particulae uel notæ parua, quæ sunt in ipso, quæ in parua declinatione corporis uiderentur: & est etiam inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruum situm extra axem communem uidebitur multum elongatum & occultatum, & idem corpus situm circa axem communem uidebitur apertè: palam autem, quòd situs respectu axis communis habet latitudinem, quoniam habet habitudinè proportionatam ad corporis magnitudinem & minutias ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinem: si enim partes rei uisæ non fuerint proportionales totali magnitudini uisæ, occultabuntur uisui: & si fuerint proportionales totali uisæ magnitudini, sit tamen corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur: unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisu, licet proportionales sint suis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uisæ proportionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisa magnitudo. Soliditas quoque habet latitudinem proportionatam ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit pauca soliditatis: illud tamen corpus uideri poterit, quod non accideret maiori soliditate in illo corpore existente, quoniam fortè color propter reflexionem uehementem luminis impediret uisum, quæ reflexio fieret propter magnam corporis soliditatem: & si color fuerit obscurus, tunc fortè accidet minus solidum debilius uideri colore eius obscuro existente. Diaphanitas etiam aeris habet latitudinem: quia per flammam & per fumos non fit uisio rerum minutarum, sed fortè grossarum, sicut si per ipsa uideretur charta, non scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet: quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehenditur à uisu, & quandoque motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinem habet: in quibusdam enim infirmitatibus minutæ corporis, nisi abscondantur, in minori spatio percipiuntur, & uisus debiliores non uident illa, quæ occurrunt uisibus fortioribus. Vniuersaliter ergo quilibet istorum modorum, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in rei ueritate, est egressus à temperantia ad rem illam uidendam proportionata: & hæc omnia se alterutrum respiciunt secundum conuenientes adinuicem proportionales: & quodlibet istorum ad alia octo conuenientem oportet quòd habeat dispositionem, quorum pertractationem relinquimus considerationi animæ res propinquius intuentis.

2. *Impossibile est uisum unam intentionum uisibilium per se solam comprehendere. Alhazen 63 n 2.*

Uisus enim per se comprehendit formas uisibilium, quæ sunt corporales: omnes autem formæ corporales sunt compositæ ex multis intentionibus uisibilibus particularibus prædictis: sicut magnitudo nõ est sine figura, & figura nõ est sine situ: & hæc omnia nõ sunt sine colore, & color nõ est sine luce, & lux non diffunditur nisi in corpore. Uisus itaque non comprehendit aliquam istarum particularium intentionum, nisi ex comprehensione formarum uisibilium compositarum ex pluribus intentionibus particularibus, quarum quilibet simul comprehendit uisus. Et quoniam nulla intentionum per se sola cõplet aliquam

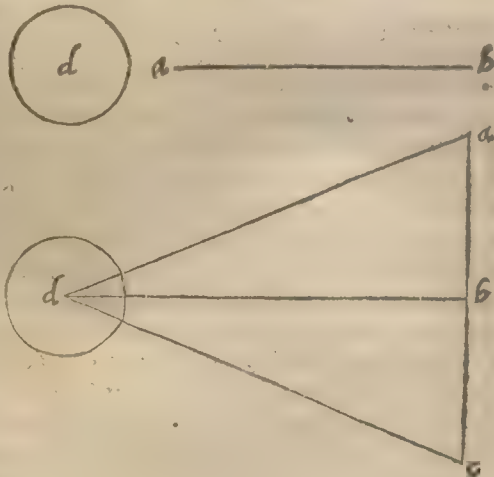
quã formarum corporalium sensibilium: palã, quod impossibile est uisum cõprehendere aliquã illarũ intentionum solam per se, sed semper sunt plures illarum intentionum simul in forma sensibili congregatã. Visus ergo cõprehendit simul semper multas intentiones particulares, quẽ solũ distinguuntur auxilio uirtutis distinctiue per imaginationẽ: & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam. Quod est propositum.

3. *Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.*

Quod omne quod uidetur, sub angulo uideatur, patet per corollarium 18 t 3 huius: & etiam cum per 19 th 3 huius, corpus uisibile, oportet, ut sit alicuius quantitatis respectu uisus, ad hoc ut actu uideatur: palã ergo, quod sub angulo contingentiã, qui est indiuisibilis per 16 p 3, non erit possibile aliquam rem uideri. Omnis enim angulus, sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis per axem pyramidis radialis superficiẽ ipsius uisus perpendiculariter incidentem: eod quod omnis uisio fit per pyramidem uisualẽ, cuius basis superficies rei uisẽ per 18 t 3 huius: uel ad minus ille angulus est sub illo axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54 th 3 huius: est ergo rectilineus: est ergo diuisibilis per 9 p 1. Et quoniam maximus angulorum, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo, quod diameter foraminis uisus, quã subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis spheræ uisus, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius spheræ, ut ostendimus in 4 t 3 huius: illi autem lateri semper subtenditur angulus rectus per 33 p 6: quoniam eius chorda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineæ radiales in centro uisus concurrerent: tunc maximus angulus, secundum quem fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita quod pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit autem uisio ac si lineæ concurrant in centro uisus, ut patet per 73 th 3 huius: centrum uerò uisus est remotius in profundo, quã centrum uisus per 8 th 3 huius. Maior ergo angulus, secundum quem fit uisio, est minor recto, sed non multum minor, quia illorum centrorum, spheræ scilicet uisus & oculi, non est magna distantia: & fit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multo maior. Et hoc patet etiam experimento: quoniam si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculum, ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartã circuli maioris spheræ cœlestis per Zenith capitis transeuntis: & per anguli huius diuisionem fit uisio partium illius, & omnium rerum illis angulis subtensarum, quousq; perueniatur ad angulum minimum, qui si diuideretur, non fieret uisio secundum illum. Licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitum diuisibilis: in angulis tamen naturalibus, secundum quorum dispositionem fit passio operationis sensibilis, oportet ut sit status in diuisione, quãdo minus sensibile illo non erit: neque ergo erit uisio sensibilis secundum illud: sed omnis uisio est sensibilis, cũ sit actio sensitua: nulla ergo uisio erit secundum angulum minorem illo. Non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur: & hoc intelligendũ est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisui incidentes, nõ oblique, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarum rerum uisibilium in uisu, ut ostendimus in 17 th 3 huius. Patet ergo propositum.

4. *Forma linea perpendiculariter superficie uisus opposita non uidetur: quoniam per ipsam solam fit distinctio punctualis: opposita uerò uisui secundum longitudinem, secundum sui formam propriam uidetur.*

Esto, ut uisui, cuius centrum sit d, perpendiculariter incidat linea a b, quã sit linea sensibilis, ut pote corpus longum insensibilem habens latitudinem, ut pilus, qui, licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest: dico, quod tale corpus taliter dispositum non uidetur: est enim angulus in centro uisus, cui subtenditur basis eius diametri penitus insensibilis, secundum quẽ nõ potest fieri uisio per præmissam. In formis tamen alijs uisus fiet per incidentiam formæ huiusmodi corporis aliqua distinctio punctualis insensibilis: quoniam forma puncti illius perpendiculariter incidentis se formis punctorum circumstantium aliarum formarum immiscebit: & cum nõ sit de genere illorum, necessariò aliquam faciet distinctionem, ita, ut illorum corporum formæ actu, licet non multum sensibilibus distinguantur, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingant. Opposita uerò linea uisui secundum longitudinem, siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundum sui formam propriam uidebitur: quoniam tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus, perueniẽt ad uisum: ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinem, & sit distantia cõueniens: tũc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c: & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c: & siue sit recta uel curva, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundum latitudinẽ describetur in oculi superficie, secundum quod est in ipsa



ipsa linea, & per longitudinem sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formæ lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus, quæ sunt, ut quidam pili. Patet ergo propositum.

5. *Superficieci opposita uisui taliter, ut imaginata protrahi secet oculum per eius cætrum, una tantum linea: opposita uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.*

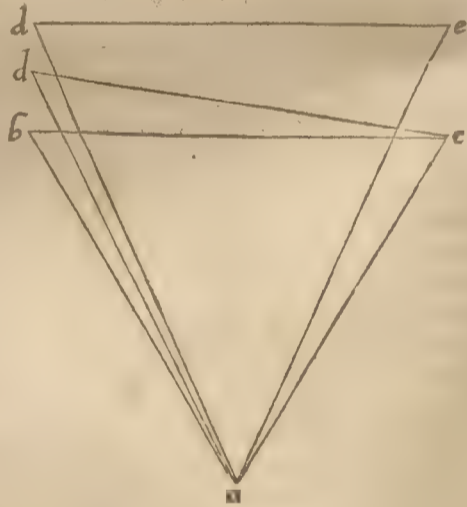
Opposita enim uisui superficie quacumque per modum, quo proponitur, formæ omnium punctorum perpendiculariter incident superficie uisus, & concurrent in centro. Et quoniam forma cuiuslibet illorum punctorum facit aliquam distinctionem in uisu per præcedentem: & omnia illa puncta secundum longitudinem incidentia coniuncta cadunt in quadam linea: patet, quod illius superficie sic dispositæ una tantum linea uidetur. Opposita uero illa superficie secundum sui longitudinem uisui, forma cuiuslibet suæ lineæ uidetur secundum sui formam propriam uidetur, quoniam semper uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana, siue concaua, uel conuexa: quia non est differentia in illis, quantum ad propositam passionem. Patet ergo propositum.

6. *Corporum uisibus oppositorum sola superficies à solo uisu comprehenduntur.*

Quia enim à solo uisu corpora uidentur, secundum quod formæ ipsorum uisui se offerunt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17 t 3 huius: formæ uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea, quibus secundum longum & latum lineæ ductæ à centro uisus incidunt, ut patet per 2 t 3 huius: hæc autem est dispositio superficialis. Corporum ergo uisibus oppositorum solæ superficies à solo uisu comprehenduntur: & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphericum concuum uel conuexum, una tantum uidebitur superficies: & si plures sint corporis unius superficies, ut in corporibus omnium planarum superficialium & columnarum rotundarum, & pyramidarum & portionum sphericarum quarumcumque, semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si non esset corpus, sed quedam superficies sic extensa, sine corporis medijs inclusione. Patet ergo propositum. Quia itaque passio in lineis uisui accidens, descendit in superficialium uisionem, & passio in superficialibus uisui accidens descendit in corporum uisionem, sola uero corpora per se uideantur, quia solum corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineæ in illis sunt imaginabilia: parcendum nobis est, si uisuales passiones corporum proponimus per modum passionum uisualium superficialium uel linearum: quia quod uisibus in lineis accidit, corporum longitudini solum uel latitudini solum æstimamus accidere, & quod superficialibus accidit, corporum longitudini simul cum latitudine necessarium est euenire: unde secundum istorum conuenientiam superficialibus uel lineis nos posterius utemur.

7. *Omnium equalium uisibilium quod à propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur: quod uero à remotiori, sub minori. Euclides 5 th. opticorum.*

Sint duæ magnitudines æquales $b c$ & $d e$: sitque centrum uisus a : sitque $b c$ propinquior uisui a , quàm ipsa $d e$. Dico, quod $b c$ uidetur sub maiori angulo quàm $d e$. Ducantur enim lineæ $a b$ & $a c$: & quoniam hæc lineæ concurrent in puncto a , palam quod non æquidistant per definitionem æquidistantium linearum: sed neque concurrent in aliquo alio puncto quàm in a : quia sic duæ rectæ lineæ superficiem includerent, quod est impossibile. Nunquam ergo concurrent alibi quàm in puncto a : protractæ uero ultra puncta b & c , semper ibunt in distantiam: ergo nunquam tangent lineam $d e$, nec erit uisio aliquorum punctorum lineæ $d e$ secundum illas per 2 th: 3 huius. Si ergo extrema puncta lineæ $d e$ uideri debent, hoc erit secundum lineas cadentes intra lineas $b a$ & $c a$, quæ sint lineæ $a d$ & $a e$. Siue ergo magnitudines $b c$ & $d e$ æquidistant, siue non, ducta à puncto d æquidistante & æquali ipsi $b c$ per 31 p 1, patet per 34 t 1 huius, quoniam angulus $b a c$ erit maior angulo $d a e$: lineæ ergo $a d$ & $a e$ sunt angulum $b a c$ diuidentes. Quia uero angulus partialis $d a e$ est minor totali angulo $b a c$, patet id, quod proponebatur. Et similiter demonstrandum est, si linearum $b c$ & $d e$ equalium sit idem terminus, qui est c : uel si sint adinuicem declinantes: tunc enim idem accidit, quod prius. Totum tamen, quod hic proponitur per 108 th: 1 huius, perfectius patet: remotioris enim uisus axis pyramidis radialis, est longior axe pyramidis radialis propinquioris uisus: unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidarum diuersantur. Patet ergo propositum.



8. *Vnumquodque uisorum longitudinem habet spatij, ultra quod non uidetur. Eucl. 3 th. optico.*

Sit centrum oculi b : res autem $d g$ sit uisa sub minimo angulo uisui determinato. Dico, quod illa res, quæ est $d g$, in ulteriori spatio non uidebitur. Sit enim positum $g d$ in spatio ulteriori, in quo sit punctus k : si igitur

si igitur g d uideatur in pūcto k , necesse est per præmissam ipsam sub minori angulo uideri quàm sub illo minimo, qui est uisui determinatus. Non autē sub minori angulo uisibile potuit ad uisum multiplicari: angulus enim multiplicationis formarū ad uisum tam diu potest diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant pūctus unus, nec res uidebitur nisi punctualis, uel nullo modo uidebitur. Patet ergo propositum.

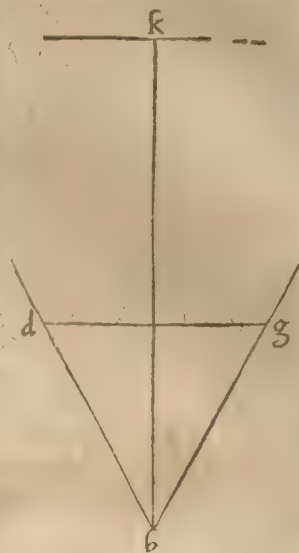
9. *Remotio rei uise ab ipso uisu non est comprehensibilis à solo sensu uisus, sed auxilio uirtutis anima cognoscitiuæ & distinctiuæ. Alhazen 24 n 2.*

Intentio enim remotio inter duo corpora est priuatio cōtactus propter aliquod spatium inter illa duo corpora existens: nō comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utrumq; extremorū corporum & distinctiuæ inter illa: fit tamē talis comprehensio non in tempore, sed in instanti: quiescunt enim in anima intētionēs sensibiles, per quas oīmprehenditur remotio. Et quia illæ intētionēs requieuerūt in anima per tempora longiora, ideo propter nimiam frequentationem & iterationem formarum illarum pluries in uisu factam, nō indiget uirtus distinctiuā nouis collationibus temporalibus apud comprehensionē illarum intētionū, sed statim comprehendit remotioem simul cum rei comprehensione propter cognitionem antecedentem. Quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione res non uidetur: concludit ratio, quod illud, quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum. Et quoniam forma ipsius, per quam uidetur, nō est intra uisum: est ergo ab extrinseco, à corpore scilicet existente extra uisum, non contingente uisum: est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio nō in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis: quoniam ex frequētia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis propositio, quam etiam anima non percipit apud se quiescentem: & est, quod omnia uisibilia sunt extra uisum, & quod inter quamlibet rem uisam & ipsum uisum est remotio. Patet ergo propositum.

10. *Quantitas remotiois comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata. Alhazen 24 n 2.*

Quantitas remotiois diuersa est ab intētionē remotiois in eo, quod est remotio: quoniam intētio remotiois facit priuationem contactus aliquorum duorum corporum propter spatium inter illa duo corpora existēs: sed quantitas remotiois est quantitas spatij inter illa duo corpora remota existentis. Nulla itaq; quantitas remotiois omnium uisibilium comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotiois illorum uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris: tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata, respicientia remotioes aliquorum corporum, & certificat mensuras illorū corporum: consequenter quoq; certificat remotiois mensuram per mensuras illorum corporum & per quantitates spatiorum, quæ sunt inter extremitates eorum: spatium enim, quod est inter duas extremitates uisus & corporis, respicit remotioem, quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cum uisus comprehenderit mensuram illius spatij, comprehendet etiam mensuram remotiois rei uisæ: & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spatio existentia & uerè comprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uerò corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, in æquali quasi ab inuicem distātia, ut sunt arbores, uel montes, uel altæ turre, & similia: per istorum enim numerationem cum ipsorum distātia ab inuicem aliquāliter fuerit nota, & innotescit quantitas remotiois eius, quod secundum illam lineam à uisibus est remotum. Mediocris uerò remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotiois. Solum itaq; illorum corporum remotio à uisu comprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporum & spatiorum ipsa interiacentium quantitas & mensura à uisu potest comprehendī uera comprehensione, & cum remotio est mediocris. Vnde siue deficiat comprehensio corporum cōtinuatorum & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotiois, nunquam comprehendetur remotio illorum corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationem. Vnde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde propinquas cœlo: si autem nubes uideantur super cacumina montiū, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ. Cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotioem quantitates non certificantur à uisu: tunc uirtus distinctiuā cognoscit mensuras remotiois eorum secundum æstimationem, non secundum certitudinem, & comparat remotioem earum ad remotioem sibi similiam ex uisibilibus prius comprehensis à uisu. Quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiuā comprehendit remotioem eius & mensuram remotiois eius secundum quod poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æsti-

L matio.

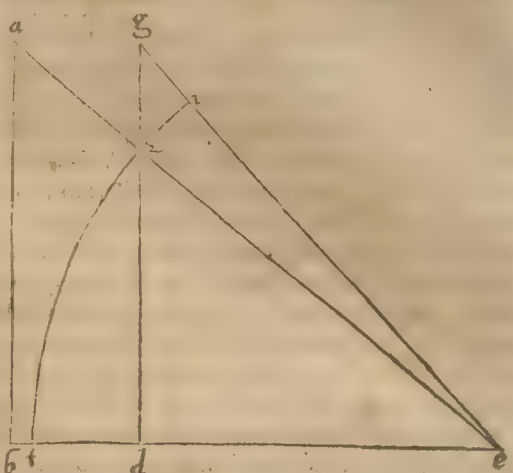


mationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibilium, sunt ut plurimum partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehenduntur à uisu, ut quæ sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interioret illa corpora, sicut etiam interioret illa & corpus hominis aspicientis: corpus autem terræ interioret illa corpora, mensuratur à uisu per numerum pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurantur partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationem comprehensionis similium partium illi parti terræ, quarum partium mensura quiescit in anima, ita, quod etiam anima non percipit illarum partium quietem apud se ipsam. Peruenit autem hæc mensura ad animam, quoniam quantitas spatiorum, quæ sunt apud pedes hominum, comprehenduntur à uisu: mensuratur enim etiam sine intentione per pedes hominum, quando frequenter ambulant super illa spatia, sicut etiam mensurantur per extensiones brachiorum, & uirtus distinctiua comprehendit istam ueram mensurationem, & certificatur ex ea quantitates partium terræ continuatarum cum corpore hominis uidentis: & hoc quiescens in anima est principium mensurationis omnium remotionum secundum æstimationem. Cum enim uisus comprehendit semper quantitatem partium terræ sibi uicinarum, remanet apud animam etiam quantitas linearum protensarum ab extremitatibus illarum partium terræ ad uisum, & quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quam peruenit forma illarum partium terræ, & per consequens quantitates angulorum peruenientium in centro uisus, quos respiciunt illæ partes superficierum uisus per 73 th. 3 huius: unde si homo erectus aspexerit terram, quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearum radialium erit quantitas lineæ erectionis, & superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis (sicut angulus contingentia) ille angulus, secundum quem fit uisio: & cum prospexerit ulterius, augmentabuntur lineæ radiales per 47 p. 1, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita, ut cum quantitas spatij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, etiam quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphaeræ cælestis uisæ. Cum itaque hæ intentiones linearum & angulorum in anima quiescerint, fiunt principia comprehensionis quantitatum remotionum quarumcunque: quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimantur partibus æqualibus correspondere, & utitur ijs uidens præter intentionem comparationis, & coadiuuat in hoc quantitas angulorum & augmentatio ipsorum in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in proportione longitudinis linearum radialium, quam per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuae, perpendens quod omne totum est maius sua parte. Hoc itaque modo comprehendit uisus auxilio uirtutis distinctiuae quantitatem remotionis rerum uisarum secundum lineas distantiarum suarum ab inuicem & à uisu, sicut etiam uisus quandoque per uirtutem distinctiuam comprehendit quantitates altitudinum aliquorum corporum eleuatorum super superficiem terræ, sicut turrium, parietum & montium, maximè cum remotio fuerit mediocris, uel etiam altitudo. Cum autem remotio uel altitudo fuerit maxima: tunc partes parua, quæ sunt in ultimo spatij, non comprehenduntur à uisu, nec distinguuntur per uirtutem distinctiuam, quoniam parua quantitas in remotione maxima latet uisum: non enim facit angulum sensibilem apud centrum uisus, propter quod quantitas illorum non certificatur per 3 huius. Nihil itaque ex quantitatibus remotionum uisibilium certificatur, nisi per corpora ordinata & continuata mediocris distantia ab inuicem & æqualis. Nulla quoque remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilatur remotione rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis: remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio, apud cuius ultimum non latet uisum pars habens proportionem sensibilem ad totam remotionem: & cum uidens scit quantitatem anguli, secundum quam uidet remotionem certam cognitam sibi: tunc secundum excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, ad illum angulum notum uirtus distinctiua iudicat remotiones ignotas, accipiendo secundum quantitatem anguli, quantitatem ipsius remotionis. Et etiam certificatur remotio per motum uisus super corpus respiciens remotiones extremorum alicuius superficiei aut spatij. Generaliter autem forma rei uisæ & forma remotionis rei uisæ, cuius remotio est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt communiter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ, & uirtus distinctiua illam diiudicat modo dicto. Patet ergo propositum.

11. Aequalibus quantitatibus ex inaequali distantia uisis: maior est proportio distantia maioris ad minorem, quam maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem. Euclides 8 th. opt.

Sint, exempli causa, datae duæ æquales & æquidistantes magnitudines, quæ a b & g d: sitq; centrum uisus punctum e: & sit g d propinquior uisui, a b uero remotior: sitq; illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione: statuaturq; taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis: & secundum illum axem formæ illorum punctorum perueniatur ad uisum. Cum itaque puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent: palam quod oportet puncta a & g secundum diuersas lineas, quæ a e & g e, ad uisum peruenire. Et quoniam, ut patet per 7 huius, magnitudo a b, quæ est remotior à uisu, sub minori angulo uidetur, patet quod linea e a secatur angulum g e d: ergo per 29 th. 1 huius ipsa secabit basim g d: sitq; punctus, in quo linea a e intersectat lineam g d, punctus z: & centro existente puncto e fiat arcus circuli ad quantitatem semidiametri e z: qui necessario

cessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea scilicet e b ex hypothesi, & linea e g per 21 p 1: secet ergo lineam e g in puncto i, & lineam e b in puncto t: sitq; ille arcus i z t. Quia itaq; trigonum e g z est maius sectoris e z i, & trigonum e z d minus sectoris e z t: ergo per 9 th. 1 huius trigonum e g z maiore habet proportionem ad trigonum e z d, quam sector e z i ad sector e z t: ergo per 11 th. 1 huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, quam sectoris e i t ad sector e z t: sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per 1 p 6 est, sicut proportio lineæ g d ad lineam z d: sed lineam d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi: ergo per 7 p 5 linearum g d & a b ad lineam d z est eadē proportio. Et quoniam per 29 p 1 & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis: est ergo per 4 p 6 proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior quam proportio sectoris e i t ad sector e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sector e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t: quod patet per 1 p 6, & nos hoc declarauimus in 35 th. 1 huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per 33 p 6. Est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, quam anguli i e t ad angulum z e t. Palam ergo, quod maior est proportio distantie maioris ad distantiam minorem, quam anguli maioris, sub quo fit uisio, ad angulum minorem. Et hoc proponebatur. Illud enim, quod in æquidistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquidistantibus amplius patet: quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7 huius. Patet ergo propositum.



12. *Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus, directionis comprehensionis uisus est causa, sicut inæqualitas eorum est causa obliquationis. Alhazen 45 n 2.*

Aequalitas enim remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta. Ut si lineæ a b c extrema, quæ sunt a & c, æqualiter distent à centro uisus, quod est d: & ducatur axis radialis, qui d b: & lineæ radiales, quæ d a & d c: tunc patet ex hypothesi, & per 8 p 1, quoniã anguli d b a & d b c sunt æquales. Si uerò extrema puncta, quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d: tunc lineæ d a & d c fiunt inæquales: & similiter anguli d b a & d b c fiunt inæquales, & fit uisio obliqua. Si itaq; linea uel superficies rei uisæ fuerit directè opposita uisui: sentiet uisus directionem eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente: quoniam tunc per definitionem lineæ uel superficiei directè uisibus oppositæ, & per 38 th. 3 huius patet, quoniam ambo axes radiales continent hinc & inde angulos æquales. Et si superficies rei uisæ fuerit obliqua: tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatum remotionum extremorum eius, & etiam angulorum eius: & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam. Quoniam uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionum diametrorum extremorum illius obliqui spatij, obliquationem pyramidis continentis ipsum. Quare sentit diminutionem magnitudinis basis eius propter obliquationem: & non conuenit secundum assimilationem quãtitas magnitudinis obliquæ uisui oppositæ quantitati magnitudinis directè uisui oppositæ, nisi tunc, quando comparatio fuerit ad angulum solum: sed si fiat comparatio ad angulum & ad longitudines linearum radialium interiacentium uisum & extrema rei uisæ: tunc nullum erit dubium in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionum mediocrium, respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionum mediocrium, respectu illius eiusdē rei uisæ per directionem. Remotio uerò mediocris, respectu rei uisæ, est, in qua nõ latet uisum pars rei uisæ proportionem habes sensibilè ad totã rem uisam. Tota itaq; res obliquata uisui latet in remotione minori illa remotione, in qua latet illa res uisæ in directiõe, & diminuitur quãtitas eius in remotione minori illa remotione, in qua minuitur quãtitas eius, quãdo fuerit directè uisui opposita. Patet ergo propositum.



13. *Horizon uidetur quasi peripheria terra coherere: distantia tamẽ maioris apparet, quam zenith capitis uidentis.*

Quia enim inter horizontem (qui est circulus terminator uisus ad cœli concuam superficiem)

L 2 & inter

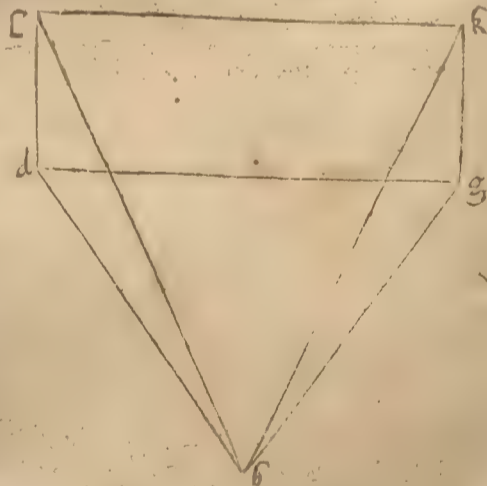
& inter extremam terrae peripheriam, quae est ultima pars terrae uisibilis, non comprehenditur aliquod spatium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certam remotionem ad inuicem discernere: quoniam, ut patet per 10 huius, quantitas remotionis tunc solum comprehenditur a uisu auxilio uirtutis distinctiuae, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata: & quia inter peripheriam terrae & concuum caeli non sunt huiusmodi corpora: uidetur ergo horizon quasi peripheriae terrae cohaerere. Distantia uero peripheriae horizonis a suo centro (quod est centrum uisus) apparet sensibilibus maior quam distantia zenith capitis uidentis, quod est polus horizonis. Quia licet secundum ueritatem illa quantitas distantiae aut eadem sit, aut insensibilibus maior (propter quod quasi in omnibus astronomis considerationibus, quae per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrum mundi) apparet tamen sensibilibus maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicatur: quod accidit propter latitudinem spatij superficiei terrae, quod sentitur inter uisum & horizon, cum inter zenith capitis & terram nihil percipiatur. Quia enim ex corporum mediorum sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10 huius, necesse est, ubi maior sensibilibus distantia interiacere uidetur, maior distantia iudicatur: multo ergo maior uidetur distantia peripheriae horizonis quam distantia zenith capitis uidentis: & similiter est de qualibet parte alia caeli uisa: propter hoc, quod uisus in medio terrae latitudinem comprehendit. Patet ergo propositum.

14. *Locus rei uisa comprehenditur a uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis, auxilio uirtutis distinctiuae. Alhazen 22 n 2.*

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quantitas remotionis: intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex consequenti comprehensio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uero quantitatis remotionis est comprehensio quantitatis uel magnitudinis spatij illa corpora interiacentis: palam ergo, quod comprehensio loci rei uisae non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisae ex comprehensione lucis & coloris rei & remotionis rei, & partis uniuersi, in qua est res illa uisa, respectu uidentis, & ex comprehensione quantitatis remotionis, quando haec omnia simul comprehenduntur per uiam cognitionis: & etiam quia, ut patet per 17 th. 3 huius, uisio distincta fit ex peruertu formarum secundum lineas perpendiculares super superficiem oculi incidentium ad ipsum uisum. Cum ergo uisus senserit formam sic aduenientem, aestimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineae, & secundum directionem illius lineae comprehendet locum rei uisae. Locus ergo rei uisae comprehenditur a sentiente ex comprehensione situs rei uisae apud uisionem per directionem lineae radialis ab illo loco ad uisum. Cum itaque forma rei uisae peruenit ad uisum: tunc sentiet uisus partem membri sentientis, ad quam peruenit illa forma, & uirtus distinctiua comprehendet statim locum rei uisae per directionem lineae radialis ab illo loco: & quoniam intentio remotionis est quiescens in anima ipsa: ergo comprehendet locum & remotionem in simul in comprehensione formae ab ipso uisu. Patet ergo propositum.

15. *Aequalium uisibilium inaequaliter a uisu distantium aequali intuitu uisorum, propinquioris certior est uisio. Euclides 2 the. opt. Alhazen 40 n 2.*

Sit centrum uisus b: sintque duo uisibilia g d & k l inaequaliter distantia a centro uisus b, quae nunc exempli causa, ponantur aequidistantia inter se (quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet quod ipsa in puncto contactus uel sectionis aequaliter distant a puncto b: de alijs uero ipsorum punctis eadem est demonstratio, quae de ipsis aequidistantibus, ipsorum partibus uariatis secundum approximationem uel remotionem a uisu, quantum ad modum certitudinis uisionis.) Ponatur itaque g d & k l aequidistantia: & sit g d propinquius uisui: perueniantque ad uisum formae punctorum terminalium per lineas d b, g b, k b, l b: fientque trigoni b g d & b k l: ducanturque lineae l d & k g, quae per 33 p 1 erunt aequidistantes & aequales. Forma itaque puncti l multiplicans se ad uisum b, non transibit punctum d, neque forma puncti k punctum g: quoniam si sic, esset linea k g b linea una, & linea l d b linea una: ergo lineae k g & l d concurrent in puncto b, quae sunt aequidistantes: hoc autem impossibile. Sed neque fient formarum punctorum k & l multiplicationes ad uisum b, extra aliquod punctum lineae g d: quia tunc, cum in trigono l k b cadat linea d g aequidistanter lineae k l, palam per 2 p 6, quoniam erit linea g d minor quam linea k l: posita autem est aequalis illi: palam ergo, quoniam lineae k b & l b pertranseunt aliqua puncta lineae g d: erit ergo aliqua pars lineae g d intra pyramidem uisionis, quae b k l. Sub quocumque ergo angulo uidetur k l, sub eodem uidetur & aliquid ipsius g d, & non e conuerso: quoniam ut patet per 34 th. 1 huius, uel per 7 huius, angulus g d b est maior angulo k b l. Quicquid ergo uirtutis uisus applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non e conuerso: fortius autem patet illud per 108 th. 1 huius. Sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quam k l: ergo perspicatius uidetur per 5 suppositionem praemissam in principio libri huius. Ipsius ergo certior est uisio. Et hoc est propositum.



16. *Visioni uirtutis distinctiua error accidit in remotionis uisione ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisa. Alhazen 23.34.45.52.58.64.66.69 n 3.*

Accidit enim uirtuti distinctiuae in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum. Existente enim remotione temperata, non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus: tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliae sibi quasi cohaerere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa; & si illi homines ad eandem partem moueantur aequali motu, semper simul moueri putabuntur; & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuae accidit error in rerum uisarum remotione ab inuicem. Cum enim quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illae plurimum distent inter se, uidebuntur tamen quasi coniunctae uel quasi propinquae ad inuicem: & ita stellae caeli aliquae reputantur quasi coniunctae, licet plurimum a se distent in ueritate: propter egressum etiam distantiae a temperata stellae uagantes aestimantur ferri in eadem superficie cum stellis fixis, licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata etiam dispositione situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione: ut si uideantur duo corpora, quorum unum sit retro alterum, ita quod anterius cooperiat partem posterioris, & alia pars emineat, nec inter ea fuerint aliqua corpora uisa, & sit remotio temperata non multum certa: tunc non plene aestimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua: & est hic error ex sola situs oppositionis intemperata, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunque totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio: & ita patet, quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto non accideret error talis. Ex intemperantia etiam dispositionis quantitatatis error accidit in uisione remotionis: unde si sint duo corpora aequaliter a uisu distantia secundum temperatam remotionem non multum certam, quorum unum sit longe maius alio, aestimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur: & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam aequae remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intemperata quoque soliditate corporum accidit error uisui in remotionis uisione: si enim corpus fuerit ualde rarum minimae soliditatis, sicut est crystallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum: tunc non plene comprehenditur crystallus, sed quasi non esset intermedia, comprehenditur corpus per ipsam: & accidit error in comprehensione crystalli propter remotionem crystalli a uisu. Ex intemperata etiam diaphanitatis error accidit uisui in remotionis uisione: si enim fuerit aer nubilosus, sicut accidit plerumque in crepusculis: tunc res aliqua, ut turris opposita uisui in longitudine temperata, aestimabitur a uisu plus elongata quam sit secundum ueritatem: quia tunc propter densitatem aeris non comprehenditur quantitas terrae interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris: sitque erroris causa ex ipsa intemperantia diaphanitatis aeris. Ex intemperantia etiam temporis fit error uisui in remotione: si enim intueatur quis aliquod remotum a turri alta, quod statim uisui surripiatur: tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius a turri, & iudicabit forte aut minus remotum a turri, aut magis, quam fuerit in rei ueritate: quoniam in tam modico tempore non percipitur a uidente quantitas terrae interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per se huius perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem: nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terrae intermediam per diligentem intuitum transcurrere: unde illam non plene comprehendit: & sic ex breuitate temporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione: si enim opponantur uisui duo corpora, quorum unum, quod est remotius a uisu, sit coloris fortis, & alterum, quod est propinquius, sit coloris debilis: tunc debilitas uisus incertam faciet collationem: & quia apud fortes uisus expertum est, & patet per praecedentem, quod corpus uisui propinquius est maioris certitudinis: aestimabit uisus debilis illud, quod est certius, esse propinquius: & sic quia fortior color a uisu debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortiori colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem: & fit error in remotione ex uisus debilitate. Et etiam quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio formarum: sicut etiam a speculis, cum ab uno uisum facta reflexio peruenit ad alterum propter grossitudinem aeris extrinsecam, uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quae est forma rei remotae scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiuae error accidit in remotione ex intemperata dispositione circumstantiarum quarumlibet rei uisae, quae sunt tantum octo, ut patuit per 1 th. huius, quarum euentum percurramus his exemplis & experimentationibus per se notis. Patet itaque propositum.

17. *Magnitudo rei uisa comprehenditur a uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei, & anguli solidi, qui sit in centro uisus. Alhazen 37 n 2.*

Pars enim superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei uisae, per angulum uerticis pyramidis radialis, secundum quam per 18 th. 3 huius fit rei obiectae uisio, qui est apud centrum uisus, semper mensuratur. Quamuis enim uirtus sensitua comprehendat quantitatem illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisae, ut patet per 73 th. 3 huius: proprie tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei: est enim semper proportio illius

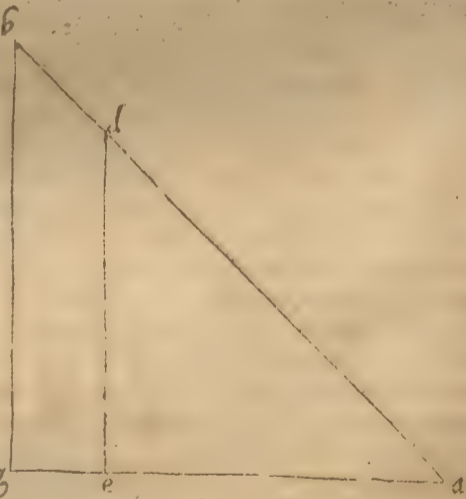
partis superficiei oculi ad totam sphericam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos re-
ctos solidos per 87 th. 1 huius. Cū enim pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per
18 th. 3 huius, secatur tamen ipsa pyramis quasi æquidistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus,
& sic unus angulus fit ambabus pyramidibus communis, radiali uidelicet totali & eius parti re-
fectæ per ipsam superficiem oculi: magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quam peruenit for-
ma rei, & angulus, quem continet pyramis radialis, continens illam partem superficiei uisus, sunt
ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ. Quamuis autem & hic angulus & hæc pars
superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotiois: quantò enim magis elonga-
tur res, tantò magis ille angulus minorabitur per 106 th. 1 huius, quia pyramis radialis fit strictior,
& quasi una pyramidum radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali, quæ est
rei uisæ propinquioris: angulus ergo in cetro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus correspon-
dens illi angulo fit minor, & quantò plus approximat res uisui, tantò plus ampliatur magnitudo.
Semper tamen magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præ-
missæ superficiei uisus, & anguli illius solidi, qui fit in centro uisus. Patet ergo propositum.

18. *Magnitudines omnes comprehensa à uisu secundum oppositionem, sunt quantitates su-
perficierum uisibilium & partium illarum superficierum: nec non suorum terminorum & spa-
tiorum inter uisibilia distinctorum. Alhazen 41 n 2.*

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu: quoniam uisus non com-
prehendit totam superficiem corporis, sed solum illud, quod sibi opponitur ex superficie corporis
aut ex superficiebus eius, quamuis corpus sit paruum: utpote illud, inter quod & aliquam partem
superficiei uisus duci possint lineæ rectæ per 2 th. 3 huius. Sic ergo uisus comprehendit solam rei su-
perficiem: & si uisus comprehenderit corporeitatem corporis: non propter hoc cōprehendet quan-
tatem eius, sed tantum figuram corporeitatis: quòd si fortasse corpus fuerit motum aut uisus mo-
tus, ita quòd uisus comprehendet totam corporis superficiem tunc uirtus distinctiua comprehen-
det quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uisa sit apud uisionem: & similiter est de
partibus corporis. Quantitates ergo, quas uisus comprehendit per oppositionem, non sunt, nisi
quantitates superficierum & linearum terminantium illas superficies uel ipsas mensurantium se-
cundum longum uel secundum latum. Et quoniam comprehensis diuersorum corporum superfi-
ciebus diuersis & ipsarum terminis, necessariò cōprehenditur distantia inter illa corpora per com-
prehensiones partium superficiei uisus nō coloratarum colore uisorum corporum, sed interiacen-
tium partes superficiei uisus coloratas coloribus illorum. corporū, nec sunt plures magnitudines,
quæ uisu comprehendantur: patet ergo propositum.

19. *Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non perpenditur, æqualia
uidentur. Euclides 7 hypotinesi optiarum.*

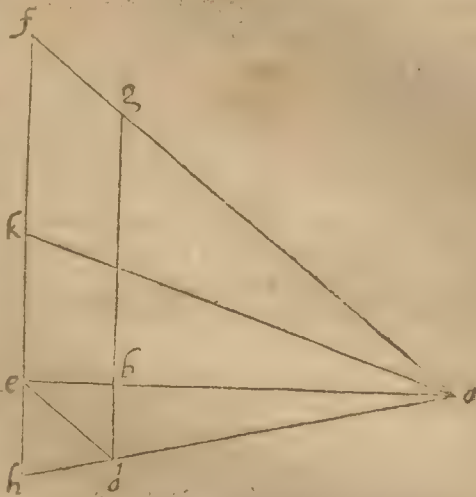
Sit uisus centrum punctum a: & sit res uisa linea b g: sintq; lineæ, secundum quas puncta g & b
perueniunt ad uisum, g a & b a: uidetur itaq; linea b g sub angulo g a b: sintq; alia res, quæ est d e, ca-
dens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur
sub eodem angulo g a b: dico, quòd lineæ g b & d e ui-
debuntur æquales, si lineæ d b & e g non perpendan-
tur à uisu. Quia enim uisus a comprehendit duo pun-
cta d & b super unam lineam, quæ est a b, & duo pun-
cta e & g super unam lineam, quæ est a g: non ergo ui-
det aliquem terminum alicuius duarum quantitatum
b g & d e egredi ab alia, sed uidet fines extremitatum
æquales. Et quia nō perpendit quantitatem linearum
d b & e g esse aliquam, apparet uisui punctus d super
punctum b, & punctus e super punctum g: eorum ue-
rò, quorum alterum alteri superpositum non excedit
reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicem
æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g uidentur æquales:
quoniam secundum iudicium uisus una ipsarū aliam
cooperit, neq; extremitates unius superant alterius
extremitates. Et per hūc modum in noctibus aliqua-
liter lucidis, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in
horis crepuscularibus, si accidat hominē uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri sub eodem an-
gulo uideri: iudicabitur homo uel res alia fortè altitudinis ipsius arboris uel turris: & fit propter
hoc multa deceptio in uisu. Patet itaq; propositum.



20. *Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & quod sub minori minus: ex quo
patet idem sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso: & uniuersaliter
secundum proportionem anguli fit proportio quantitatis rei directe uel sub eadem obli-
quitate uisæ. Euclides 5 & 6 hypotinesi opt.*

Esto

Esto centrum uisus in puncto a: & sit res, quæ fe, uisa sub angulo fae: productis quoq; lineis af & ae, producat inter ipsas lineas gb æquidistantes lineæ fe: uidebitur ergo linea gb sub angulo fae, quam fortè accidit uideri esse æqualem lineæ fe: per præmissam, ut si lineas gf & be non contingat uideri, sed uisis lineis gf & be, uidebitur minor, quia est secundum ueritatem per 4 p 6 linea gb minor, quam sit linea fe, cum linea ag sit minor quam linea af ex hypothesi. Ducatur itaq; à puncto e linea æquidistans lineæ ag per 31 p 1, quæ secet protractam lineam gb in puncto d: erit ergo per 34 p 1 linea gd æqualis lineæ fe: ducaturq; linea ad, secans protractam lineam ef in puncto h: e.



ritq; linea hf maior quam linea ef & angulus fah est maior angulo fae per 29 th. 1 huius. Et quoniam angulus fae est pars anguli fah, linea uerò fh uidetur maior quam linea ef, & linea dg uidetur maior quam linea bg: quia uisus partem à toto diiudicat: quod ergo sub minori angulo uidetur, minus uidetur: sed & quandoq; fe per præcedentem uidetur æqualis lineæ gb: ergo potest uideri linea ef minor quam linea gd, quæ est æqualis lineæ fe, ut patet ex præmissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus. Conus itaq; pyramidis uisualis, quæ est fae, secundum quam uidetur res remotior, quæ est fe, minor & acutior est quam conus pyramidis ga d. Et quoniam superficies oculi secat ambas istas pyramides, cum ipsarum ambarum conus sit quasi in centro oculi per 18 th. 3 huius, necesse est ergo basim pyramidis abscissæ à pyramide fae minorem esse basi pyramidis abscissæ à totali pyramide ga d per 109 th. 1 huius, cum illæ duæ abscissæ pyramides æquales sint altitudinis: quoniam linea producta à centro foraminis gyrationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecam est axis ambarum illarum pyramidum abscissarum. Pars ergo superficiem uisus ibi figurata per formam rei uisæ, quæ est gd, est maior quam pars eiusdem superficiem figurata per formam rei uisæ, quæ est fe: uidetur ergo linea gd maior quam linea fe. Et quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiem ipsius uisus uirtus sensitua comprehendit angulum, quem lineæ radiales continent in centro per 73 th. 3 huius: patet quòd rei, quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei, quæ uidetur minor, correspondet angulus minor: quoniam secundum quod forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisui, secundum hoc accipitur quantitas anguli, sub quo fit uisio, & secundum hoc idem etiam fit iudicium quantitatis rei uisæ. Omnis ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori. Et uniuersaliter in rebus directè uisis secundum excrementum anguli fit excrementum quantitatis rei uisæ: unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplum, & sic secundum proportionem angulorum. In obliquè tamen uisis, uel in his, quorum unum uidetur directè, & aliud obliquè, non sic. Si enim trigonum aef sit orthogonium, ita ut eius angulus aef sit rectus, diuidaturq; angulus fae per æqualia, producta linea ak, secante lineam fe in puncto k: non propter hoc diuidetur linea ef per æqualia in puncto k: quoniam, ut patet per 35 th. 1 huius, minor est proportio anguli fak ad angulum ka e, quam lineæ fk ad lineam ke: & sic secundum proportionem anguli ad angulum, non semper fit proportio quantitatis uisæ ad quantitatem uisam: neq; enim talia uisa secundum eandem uidentur dispositionem & situm respectu ipsius uisus. In conformibus autem uisibilibus secundum distantiam & situm & alia accidentia, quæ requiruntur ad conditionem & circumstantiam uidendi, quæ patent per 1 the. huius, semper secundum proportionem anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ: unde etiam illud, quod sub minimo angulo uidetur, minimum uidetur, & quod sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiem, nullo modo uidetur, ut patet per 19 th. 3 huius. Patet ergo propositum.

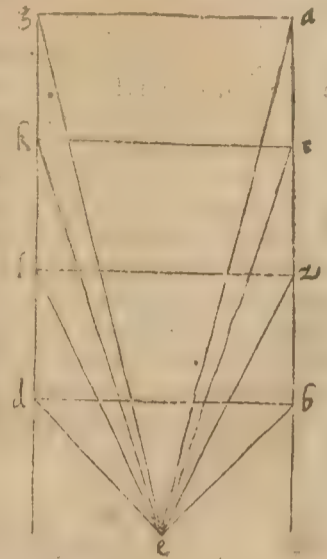
25. *Parallela lineæ secundum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidentur: nunquam tamen uidebuntur concurrentes. Euclides 6 the. opt.*

Vniuersale est quod proponitur, uisu quocunq; modo se habente ad illas lineas parallelas: siue enim uisus sit in illarum superficie, siue supra illam, siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit. Sit ergo primò uisus in illarum superficie, & sint duæ parallelæ lineæ ab & gd: hæ ergo per 1 th. 1 huius necessariò erunt in eadem superficie: sit ergo in ipsarum superficie uisus, qui sit e, uel prope illam. Dico, quòd superficiem interiacentis lineas ab & gd, inæqualis apparebit latitudo: & quòd pars sui propinquior uisui apparebit latior, quam pars eius à uisu remotior, & ita lineæ ab & gd quasi concurrere uidebuntur. Signentur enim puncta æquidistanter & similiter in lineis ab & gd, quæ sint in linea ab puncta z & t, & in linea gd puncta l & k: & coniungantur illa puncta, & puncta terminalia ductis lineis bd, z l, t k, a g: quæ omnes erunt æquidistantes ex hypothesi & per 33 p 1: & producantur lineæ eb, ez, et, ea: ed, el, ek, eg. Et quoniam angulus bed maior est angulo zel, sicut totum parte (quod patet per 34 the. 1 huius) palam per præmissam quia maior uidebitur

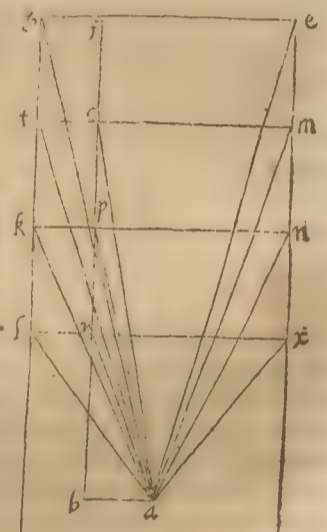
linea b d quàm linea z l: & eodem modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq; uidebitur linea t k quàm linea a g. Et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis: palàm, quòd superficies interiacens lineas minor uidebitur: lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur: nunquam tamen uidebuntur concurrentes, quia semper lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisionis subtenditur basis cuiuscunq; fuerit paruitatis: nunquam ergo uidebuntur concurrentes. Si uero uisus sit erectus super superficiem horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidebuntur. Dimittatur enim à uisu a perpendicularis super superficiem horizontis per u p u, quæ sit a b: sintq; ut prius, lineæ l x, k n, t m parallelæ. Dico, quoniam adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e: & partes linearum remotiores à uisu quasi concurrere uidentur. Ducatur enim linea à puncto b perpendiculariter super lineam l x, quæ sit b r: eruntq; lineæ b r & l x in eadem superficie per 2 p u: & producat lineam b r super lineam g e in punctum f: secetq; lineam k n in puncto p, & lineam t m in puncto c: & ducantur lineæ l a, k a, t a, x a, n a, m a: similiter etiã ducantur lineæ a r, a p, a c. Quoniã itaq; angulus a b r est rectus, palàm quòd superficies a b c erecta est super superficiem l x e g, & earum communis sectio est linea b f per 19 th. i huius: quoniam illa linea b f est in ambabus illis superficiebus. Quia ergo linea a r producta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a f: palàm per definitionem, quoniam anguli a r x & a p n & a c m sunt recti: & ita illi trigoni, qui sunt a b r, & a b p, & a b c sunt orthogoni: sed linea p n est æqualis lineæ r x ex hypothesi, & per 34 p 1. Quia uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32 p 1: ergo per 13 p 1 angulus a r p est obtusus: linea ergo a p maior est quàm linea a r per 19 p 1: angulus ergo r a x per 34 the. i huius maior est angulo p a n: maior ergo uidebitur linea r x quàm linea p n, per præmissam: similiterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p: quoniam eadem est demonstratio: est enim linea l r æqualis lineæ k p per principium: si ab æqualibus, &c. Totã ergo linea l x uidebitur maior quàm tota linea k n: eodemq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m. Superficie ergo l x e partes remotiores uisui uidebuntur strictiores: lineæ ergo l g & x e uidebuntur quasi concurrere: nõ tamen uidebuntur unquam concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur. Et eodem penitus modo demonstrandum, si lineæ parallelæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ parallelæ sint in aliqua superficie super uisum, ut accidit in testis domuum, & similibus, uisu existente inferius. Patet ergo propositum.

22. Lineis pluribus equaliter ab inuicem æquidistantibus, obiectis uisui: distantia remotiorũ minor uisui apparet, Euclides 4 theo. opt.

Esto, ut in præmissa, uisus, cuius cẽtrum sit a, erectus in aere secundum erectionem uidentis: in superficie quoq; horizontis subiacent uisui lineæ æquales & æquidistantes, & secundum æqualem distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positæ ut linea l x sit uisui propinquior, aliæ uero suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu. Dico, quòd linearum k n & t m distantia minor uidebitur quàm linearum l x & k n. Cum enim istæ lineæ sint æquales & æquidistantes, quæ sunt l x, k n, & t m: copulatis ipsarũ terminis per lineas l g & x e: erit per 30 & 33 p 1, linea l g æqualis lineæ x e: & ducatur, ut in proxima præcedente, linea a b perpendicularis super superficiem l x g e: & facta demonstratione, ut in illa, sequetur angulum r a p esse maiore angulo p a c. Facilius tamen patet hoc per 35 th. i huius: quoniã in trigono orthogonio a b f partes æquales sũt abscissæ ab uno laterũ rectũ angulũ cõtinentiũ, quæ r p, & p c, & c f: est ergo angulus r a p maior angulo p a c p 10 p 5: linea ergo r p p 20 huius uidebitur maior q̃ linea p c, & linea p c maior q̃ lineam c f. Remotior ergo istarũ distantiarũ, quæ sunt r p, & p c, & c f, minor apparet uisui per 20 huius. Et hoc est propositũ. Et uniuersaliter in omni uisus dispositiõe ad datas parallelas potest hoc idem, ut in præcedenti, demonstrari.

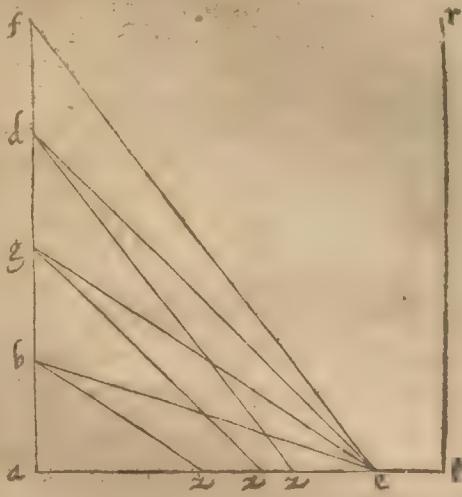


illa linea b f est in ambabus



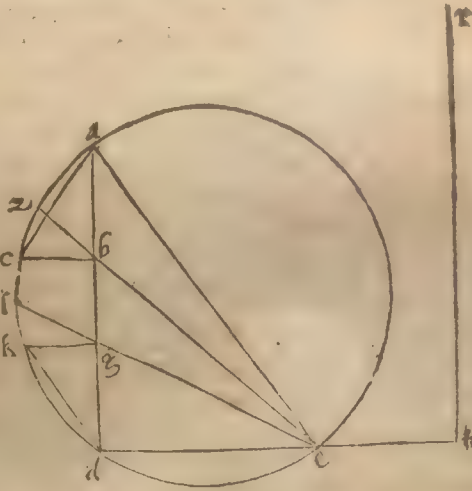
23. *Aequalium partium eiusdem uisibilis linea connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum aequidistantis, remotior à uisu minor uidetur. Euclides 4 theor. opt.*

Sit linea rt connectens centra foraminum gyrationis neruorum concauorum: sintq; æquales partes eiusdem uisibilis super lineam æquidistantem lineæ rt collocatæ: quæ sint a, b, g, d, d, f : trahaturq; perpendicularis ae , in qua sit centrum oculi e : Dico, quòd maior apparebit pars a b quàm b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f. Cum enim perpendicularis e a sit breuior omnibus lineis ducibilibus à puncto e ad lineam ad , ut omnibus lineis e, b, e, g, e, d , quod per 47 p 1 palàm est: manifestum est ergo, quoniam pars a b est propinquior uisui omnibus illis partibus, quæ sunt b, g & g, d & d, f . Ducantur enim lineæ, per quas accedunt formæ punctorum ad uisum, quæ sint b, e, g, e, d, e, f, e : & ducatur per 31 p 1 linea bz æquidistans lineæ ge . Quia igitur in trigono a, e, g linea bz æquidistat lateri eg : palàm per 2 p 6, quoniam est proportio lineæ az ad lineam ze , sicut lineæ ab ad lineam bg : sed linea ab æqualis est lineæ bg ex hypothesi: ergo linea az est æqualis lineæ ze : sed per 47 p 1 linea z b est maior quàm linea z a: ergo linea bz est maior quàm linea ze : angulus ergo z e b per 18 p 1 maior est angulo z b e: sed angulus z b e per 29 p 1 æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquidistantes, quæ sunt z b & e g: ergo angulus a e b maior est angulo b e g. Ergo per 20 huius maius uidebitur a b quàm b g: sub maiori enim angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquidistante lineæ ed , eadem est demonstratio. Idem quoq; accidit, si lineæ ea, eb, eg, ed, ef non sunt in una linea naturali, dum tamè linea mathematica inter ipsas imaginata æquidistat lineæ ge . Et hoc est propositum.



24. *Aequalium diuersorum uisibilium secundum eandem rectam lineam æquidistantem linea connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum uisui obiectorum, quod propinquius est uisui, apparet maius. Euclides 7 theo. opt.*

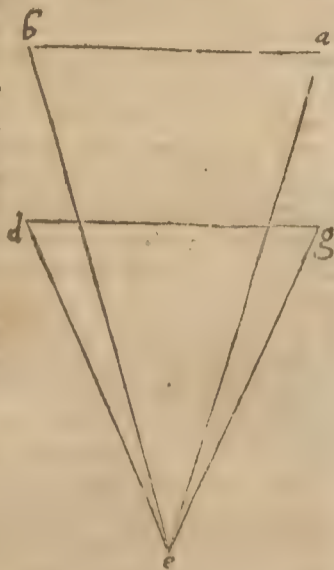
Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secundum lineam a d: quæ sit æquidistans lineæ rt , connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum: & sint inæqualiter distantes à centro uisus, quod sit e : ducanturq; lineæ à terminis uisibilium ad centrum uisus, quæ sint ed & ea : & sit linea ea maior quàm linea ed . Dico, quòd g d apparebit uisui maius quàm a b. Producantur enim lineæ e g & e b: & circa trigonum a e d describatur circulus per 5 p 4: & producat lineæ e g ad circumferentiã in punctum l , & linea e b in punctum z : & à puncto g ducatur perpendicularis super ad per 11 p 1, quæ protrahatur ad circumferentiã sit gk : & à puncto b ducatur linea bc æquidistans lineæ gk : erit ergo per 29 p 1 linea bc perpendicularis super lineam ad : secetq; peripheriã circuli in puncto c . Quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulum collocatæ æquales partes sunt resectæ, quæ sunt a b & g d, quoniam illæ sunt æquales ex hypothesi: & à punctis sectionum sunt due lineæ perpendiculares super lineam ad productæ ad peripheriã illius circuli, quæ sunt gk & bc : erit ergo per 45 th. 1 huius linea bc æqualis lineæ gk : sed & linea ab est æqualis lineæ gd ex hypothesi, & angulus abc æqualis est angulo kgd , quia uterq; rectus: ergo chorda kd æqualis est chordæ ca per 4 p 1: ergo per 28 p 3 arcus dk æqualis est arcui ca : sed arcus ca est maior arcu za : ergo & arcus kd maior est arcu za : arcus uerò ld maior est arcu kd : ergo multò maior est arcus ld arcu za : sed in arcum za cadit angulus a e z, & in arcu ld cadit angulus l e d: ergo per 33 p 6 angulus l e d maior est angulo z e a: sed sub angulo a e z uidetur linea a b, & sub angulo l e d uidetur linea g d: maior ergo apparet uisui linea g d, quàm linea a b per 20 huius. Quòd est propositum.



25. *Aequalium & æquidistantium magnitudinum inæqualiter à uisu distantium propinquior semper maior uidetur: non tamen proportionaliter suis distantys uidetur. Euclides 5 theo. opti. corum.*

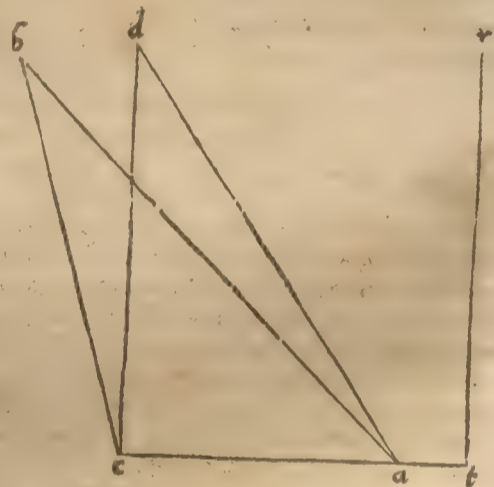
Sint

Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distantes ab oculo: cuius centrum sit e, sitq; uisus sui propinquior g d quàm a b. Dico, quòd maior apparebit g d quàm a b. Producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g: uidebiturq; g d sub angulo g e d, qui est maior angulo a e b, ut parte sua per 34 th. 1 huius. Patet ergo per 20 huius, quia linea g d uidebitur maior quàm linea a b. Et hoc eodem modo demonstrandum, siue centrum uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis: ut si uisus sit altior rebus uisis, uel etiam econtrà. Non tamen uidentur hæc proportionaliter suis distantijs, uidelicet ut proportio g d maioris secundum apparentiam ad a b minorem secundum apparentiam sit, sicut b e distantia maioris ad d e distantiam minorem: quoniam, ut patet per 11 huius, maior est proportio b e distantia maioris ad d e distantiam minorem, quàm anguli g e d maioris ad angulum a e b minorem. Sed quantum angulus g e d est maior angulo a e b, tantò linea g d uidetur maior quàm linea a b, ut diximus in 20 huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad uisum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter suis distantijs: quoniam distantiarum maior est proportio. Et hoc est propositum.



26. *Omne uisibile obliquatum à uisu, minus uidetur se ipso, secundum proximum sui terminum directè uisui opposito.*

Sit enim linea connectens centra oculorum r t: sitq; centrum uisus a: & sit uisibile obliquatum à uisu, b c: ducanturq; lineæ a b & a c: & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducatur linea c d, æqualis lineæ c b, & æquidistans lineæ r t, connectenti centra oculorum, quod fieri potest per 39 th. 3 huius: illa ergo directè uisui opponetur per 1 definitionem huius: ducatur quoq; linea a d. Et quoniam per 7 huius linea c d sub maiori angulo uidetur quàm linea c b: patet per 20 huius, quoniam minor uidetur linea c b obliquata quàm sua æqualis, quæ est linea c d, directè uisui opposita secundum proximum terminum ipsius lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c. Et hoc est propositum.



27. *Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu, nisi auxilio uirtutis distinctiue. Alhazen 36. 38 n 2.*

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli, qui formantur in centro uisus, & partes superficierum uisus, secundum quas fit comprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuersantur secundum approximationem & remotionem eiusdem rei, & secundum eandem directionem uel obliquationem se habentis ad uisum & ad axes radiales: uirtus ergo distinctiua distinguens quantitatem ueram rei uisæ, non considerabit solum angulum uel solum remotionem: quoniam neutrum illorum per se sufficit, sed considerabit angulum & remotionem simul. Quantitates ergo ueræ ipsorum uisibilium non comprehenduntur nisi per distinctionem & comparisonem: hæc autem comparatio erit simul: & erit ipsius basis pyramidis radialis (quæ per 18 th. 3 huius est superficies rei uisæ) ad angulum pyramidis, & ad quantitatem longitudinis axis pyramidis, quæ est linea remotionis rei uisæ à uisu: Consideratio uero uirtutis distinctiue ipsius superficiei est semper in parte colorata superficiei uisus, angulo dicto correspondenti, cum consideratione remotionis ipsius rei uisæ à superficie uisus: quoniam quantitas illius partis coloratæ superficiei uisus semper est secundum quantitatem illius anguli per 73 th. 3 huius. Nō est autem in illa consideratione uirtutis distinctiue inter remotionem rei uisæ à superficie uisus & remotionem eius à centro uisus diuersitas sensibilis. Cum itaq; uisus comprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes: tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensionis, secundum quantitatem extensionis istarum linearum à centro uisus usq; ad terminos rei uisæ: & quando cū hoc comprehenderit quantitatem remotionis rei uisæ per 10 huius: tunc imaginabitur quantitatem longitudinum istarum linearum & quantitatem spatiorum, quæ sunt inter ipsarum extremitates, quæ spatia sunt diametri ipsius rei uisæ. Quando ergo uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem anguli, & quantitatem partis superficiei uisus, correspondentis illi angulo, & quantitatem longitudinis linearum radialium, & quantitatem situs ipsarum adinuicem, & quantitatem spatiorum, quæ sunt inter extremitates earum: tunc ipsa comprehendet quantitatem rei uisæ secundum suum esse: quoniam tunc nihil eorum, quibus comprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incomprehensum. Hæc est itaque qualitas comprehensionis magnitudinis rerum uisarum, & fit plurimum propter affue-

assuetudinem uisus in distinctione remotionum uisibillum: qui quando senserit formam & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatem loci & quantitatem remotionis, & ex ijs comprehendet magnitudinem rei uisæ. Patet ergo illud, quod propõe batur.

28. *In magnitudinis uisione uirtuti distinctiua error accidit ex intemperata dispositione oculo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.* *Alhazen 26.37.47.54.59.64.66.69 n 3.*

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete remotis ab illo homine, cum latuerit hominem uidentem distantia inter hominem & nemus aut parietem uisum, quamuis illa distantia secundum ueritatem sit plurima: tunc uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad cacumen nemoris: tunc per 19 huius uidebuntur homo & nemus aut paries eiusdem altitudinis: quoniã sub eodem angulo uidentur: & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinem non pertingat. Et huius simile accidit iuxta ciuitatem Vratislaviæ apud nemus uillæ Boret: uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto: & uisus est lusus iuxta lignum & castrum Poloniæ æqualis altitudinis ipsi nemori: sed hoc accidit in horis crepuscularibus: cum lux est dubia: & æstimata sunt illa uisa fuisse phantasmata à uidentibus. Non accideret autem aliquid talium, luce existentè in temperamento, quoniam tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundum terminum ipsius apparentem mensuraretur. Similiter etiam ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis: quoniam si in aliquo loco statuatur aliquod corpus fortis coloris, non latebit uisum: quod si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebitur illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorum identitate in corpore medio & in re uisa. Vnde corpus album in loco aliquo positum effata aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & re uisam, nõ uidebitur: remota uero albedine spatij interiacentis: statim forma illius albi corporis cõprehendetur. Fit ergo tunc occultatio ex conuenientia colorum: quoniam si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, bene uidebitur ipsum trans medium dealbatum. Ex intemperata etiam longitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione: quoniam tunc uidebitur res multò minor quàm sit in ueritate per 24 th. huius: tunc enim etiam partes eiusdem rei improporcionales suo toti absconduntur uisui, quia non possunt in tanta distantia uideri per 23 th. huius: & fit minor totalis rei apparentia: quoniam plura insensibiliter abscondita faciunt rei sensibilem ablationem, quæ non fieret in distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis: quoniam corpus approximatum oculo, uidetur maioris quantitatis quàm sit reuera: quoniã propter magnitudinem anguli corpus uidetur maius, ut prius propter paruitatè anguli corpus uisum est minus: & patet hæc per 20 th. huius: secundum quantitatem enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informatur, ut patet per 87 th. huius: unde secundum quantitatem illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quantitatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente propositione: nec enim longitudo distantie rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior non sit capax totius quantitatis radialium linearum, nec potest certitudinaliter mensurari: & propter hoc rei quantitas refertur ad anguli capacitatem & notam longitudinem. Vera autem remotio corporis attenditur secundum lineam à centro uisus ad superficiem rei procedentem, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis: unde non facit aliquem sensibilem errorem in longitudinis illius æstimatione: sed corpore approximato uisui ultra illam distantiam, tunc fit semidiameter oculi proportionalis distantie corporis proportionem sensibili: erit enim aliquando maior, aliquando æqualis, aliquando minor proportionem modica, ut fortè subdupla uel subtripla, uel huiusmodi: unde in tali propinquitate rei uisæ, magnitudo anguli pyramidalis, & sensibilis minoritas longitudinis æstimatæ, respectu ueræ inducunt sensibilem apparentiam maioritatis in corpore. Ex inordinata etiam situs oppositione fit error in magnitudinis uisione: cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa alitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorum est unum post aliud in ordine dispositum: tunc enim per 25 huius iudicabitur postremum, quod est uidentis propinquius, altius omnibus alijs uel maius: ut uigil stans in turris alicuius eminentia, uidens homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, propinquiorem sibi æstimat altiore. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ dispositione accidit error in magnitudinis uisione: propositis enim uisui duobus corporibus, quorum unum sit modicum maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utraq; ipsarum: forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, quoniam paruitas illius excessus non sentitur propter sui paruitatem: non enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis: in crystallo enim angulata, extrema angulorum, quia parum solida sunt, quandoq; non uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperantia etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit: quoniam in aere nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, quod corpus uisum maius apparet quàm in aere temperato, ut nos infra declarabimus, cum tractatum de ijs, quæ uidentur per medium secundi diaphani faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis: cum enim ardens titio sæpius per aliquod spatium uelociter mouetur, apparet totum spatium ignitum: quia non perpenditur quantitas temporis, propter

propter uelocitatem motus tititionis: & sic ignis paruus æstimatur maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit: quia etiam res fortè parua nullo modo uidetur: ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutam. Patet ergo propositum.

29. *Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debita remotionis in ipsis rebus situatis. Alhazen 26 n 2.*

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisæ, siue partium eius oppositionem ad uisum secundum directionem uel obliuationem: siue dicat ordinationem superficialium rei uisæ, uel partium eius apud superficiem ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficialium apparentium uisui: siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficialium uisibilium: siue dicat situm spatorum, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul comprehensa à uisu: semper accepto situ secundum quemcunq; istorum modorum, hæc omnia & singula comprehendit uisus, ut hæc sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut in per se uisibilibus & in illis fundata: & semper comprehendit quemlibet modum situs, comprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis. Patet ergo propositum: quoniã hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

30. *Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum, comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiua. Alhazen 27 n 2.*

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm ad aliud, componatur ex remotione illorum duorum ad inuicem: palam, quod oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est, componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus. Comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescentem in anima, ut ostensum est per 9 & 10 the. huius. Cum ergo uirtus distinctiua comprehendet locum rei uisæ & suam remotionem: tunc in simul cum illis comprehendet rei oppositionem: uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniam uisus nõ comprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquum uisui, & locum propinquum ei: uirtus enim distinctiua comprehendit omnia loca rerum locatarum per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quam est illa remotio, ut patuit per 14 huius: unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud comprehensionem rei uisæ. Et quoniam uisu ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua comprehendit, quod res uisa non est, nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ: & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quod perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus: & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua: ita loca uisibilium comprehenduntur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisæ peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis, ad quem peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ: & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In peruentu ergo formæ uisæ ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiali uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius ad inuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul. Situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiua. Quod est propositum.

31. *Visus comprehendit directionem & obliuationem linearum, superficialium, & spatorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarum extremitatum, auxilio uirtutis distinctiua. Alhazen 28 n 2.*

Cum enim axes radiales secant lineas, uel superficies, uel spatia, ut super illa perpendiculariter erecti: tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti: & tunc comprehendit illam superficiem esse directè uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiem illam directè oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatum superficiali uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus: tunc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatam. Et similiter est de sitibus linearum & spatorum cadentium inter res plures uisas simul: ipsorum enim directionem & obliuationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiua. Et ista æqualitas directionis & diuersitas obliuationis multotiens comprehenditur à sentiente per solam æstimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spatium, quod est obliquatum, quasi sit directum, quando scilicet non perfectè comprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatum eius: unde ad hoc, quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium

uisibilem sit distantia mediocris: quia etiam in magna distantia parum obliquata uidentur, ut penitus directa. Et licet secundum modum prædictum superficies aliqua, uel linea, uel spatium uisui sint directe opposita: nulla tamen pars illius superficiei, lineæ, uel spatij per se directe opponitur uisui: quoniam axes radiales ubicunq; extra unum punctum perpendicularitatis incidant, semper incidunt obliquè, & secundum angulos inæquales per 20 th. 1 huius. Si autem superficies, lineæ, uel spatia æquidistant axibus uisualibus, nec secantur ab illis, opponantur autem uisui: tunc etiam situs ipsorum in directione & obliquatione comprehenditur à uisu per remotionem suarum extremitatum: & potest fieri proportio istorum ad superficies, lineas, uel spatia, quæ secant axes radiales, quibus à xibus ipsa æquidistant. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

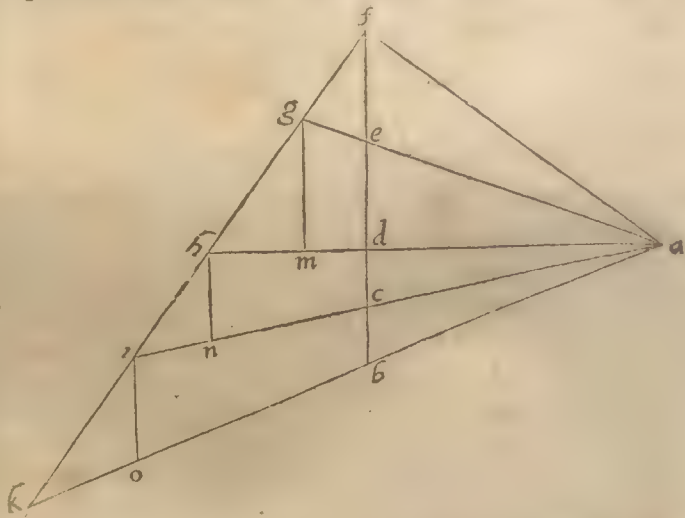
32. *Situs partium & situs terminorum superficiei rei uisæ: aut situs superficierum eius adinuicem: & situs plurium uisibilium simul uisorum ex comprehensione diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientium ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 30 n 2.*

Quoniam enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ peruenit ad aliquam partem superficiei uisus, ad quam peruenit forma totius rei uisæ: unde cum superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorum distinctorum: tunc erit forma perueniens in uisum, diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctæ secundum distinctionem partium superficiei rei uisæ. Tunc itaq; uisus sentiet quamlibet partem formæ uisæ ex sensu colorum illarum partium & lucis, quæ est in eis, & sentit loca formarum partium in superficie uisus ex sensu colorum partium illarum & lucis earum: & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationem illorum colorum ex cõprehensione diuersitatis partium forme, & ex cõprehensione differentiarum ipsarum partium: & sic cõprehendit aliquid cõtiguum & aliquid separatum. Similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uerò partium rei uisæ adinuicem secundum accessiõnem & remotionem, uel secundum præminentiam unius ipsarum super alteram, & profundationem unius ipsarum sub altera, cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partium secundum magis & minus. Termini autem superficiei rei uisæ aut superficierum eius, quæ sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatione ipsorum, cõprehenditur à uisu per cõprehensionem partis superficiei eius, in qua peruenit color ipsius superficiei rei uisæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius, & per cõprehensionem terminorum illius partis & ordinationis illius partis, auxilio uirtutis distinctiuæ. Et quoniam omnia proposita secundum hunc modum comprehenduntur: patet ergo illud, quod proponebatur.

33. *Omnis linea uel superficies rei uisæ directe uisibus uel uisui opposita, perfectius uidetur quàm obliquata: & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis. Alhazen 17 n 3.*

Esto centrum uisus a: & sit, exempli gratia, superficies plana rei uisæ directe uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f: & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales: sitq; superficies

obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k: & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f: sitq; linea a d perpendicularis super lineam b f: ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b: quæ omnes producantur ad superficiem obliquatam: incidatq; linea a e in punctum g, & linea a d in punctum h, & linea a c in punctum i, & linea a b in punctum k. Et quia per 13 p 1 angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi: palam ergo p 47 p 1, quoniam linea f h est maior quàm linea f d. Et si à puncto g ducatur linea æquidistans lineæ f d per 31 p 1, quæ sit g m: erit per 29 p 1, & 4 p 6, & 47 p 1, linea g h maior quàm linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquidistans lineæ



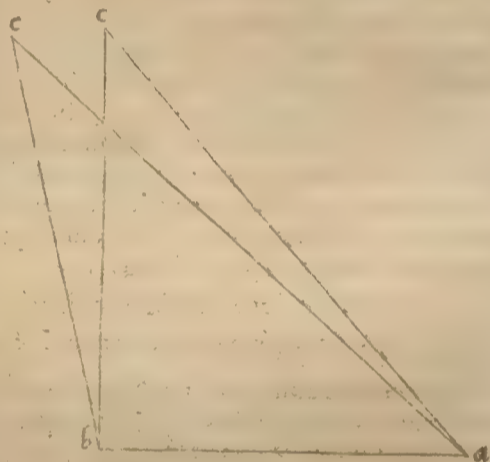
d c: quæ sit h n. Et quoniam per 32 p 1 angulus a c d est acutus, erit per 13 p 1 angulus i c d obtusus: ergo per 29 p 1 angulus i n h est obtusus: ergo per 19 p 1 & per 4 p 6 linea h i est maior quàm d c. Eodẽ modo fit de omnibus punctis lineæ h k. Patet ergo, quod eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtendantur maiores partes lineæ obliquatæ, quàm lineæ directe oppositæ uisui. Partes itaq; superficiei rei uisæ directe uisui uel uisibus oppositæ, æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto cõiunctionis, similiter uirtuti uisus offeruntur per 45 th. 3 huius, propter quod perfectius tota illa superficies uidetur, & oēs subtiles intentiones, quæ sunt in ipsa: superficies uerò obliquata uisibus acquirit formam dubitabilem, siue per unum uisum uideatur, siue per ambos: & siue illa forma per axes perueniat ad uisum, siue extra axes: & etiã si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ

M à uisu:

à uisu: partes enim superficiei illius æquales partibus superficiei directè uisui oppositæ, ut patet ex prædemonstratis, sub minori angulo uidentur, quàm si essent directè uisibus oppositæ: quia lineæ suarum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur. Sic ergo totales illæ superficies instituuntur in superficiebus uisus, quasi congregatæ propter suam obliquationem: angulus enim, quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est informata forma superficiei obliquatæ, est paruus & sensibilibiter minor eo, quem faceret eadem superficies uisibus opposita directè, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obliquatæ. Quia ergo ipsa superficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor, & partes parua illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quàm insensibilibus, propter maximam obliquationem: ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfectè. Cum enim parua superficies fuerit multum obliquata: tunc duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extrema illius partis, sicut quasi linea una: quapropter sentiens non comprehendet angulum contentum inter illas, neque partem, quam distinguunt ex superficie uisus. Totæ ergo superficies obliquata uisui multum amittit sensibilitatis: quia si in ipsa fuerint subtiles aliquæ intentiones, non comprehenduntur à uisu, propter latitantiã suarum partium paruuarum. Et quoniam superficiebus plus obliquatis plus accidit propositæ passionis: ideo secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

34. *Excessu remotiois nimio existente: res à uisibus obliquata quandoq; uidetur directè opposita. Alhazen 29 n 2.*

Quoniam enim, ut patet per 10 huius, quantitas remotiois attenditur secundum quantitatem diametrorum rei uisæ: ideo & nimietas excessus remotiois attenditur secundum quantitatem diametrorum rei uisæ. Quæ enim magno uisibili non est nimia distantia à uisu, hæc minori uisibili est nimia: quoniam nõ eodem modo in eadem distantia maius & minus percipiuntur à uisu, ut patet per 7 & 20 huius. Sit itaq; centrũ uisus a: & res uisa obliquata, quæ b c: cuius alter terminorum, qui sit b, propinquior sit uisui: sitq; illa res uisa sub angulo b a c: erit ergo argumento 26 & 20 huius angulus b a c minor, quàm si ipsa res uisa (quæ b c) à proximo sui termino ad uisum (qui est a) directè uideretur: sed per 11 huius in omnibus uisibus maior est proportio distantie maioris ad distantiam minoris, quàm sit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia aut remotioe distantiarum proportio distantie maioris unius extremorum rei uisæ, ut in proposito ipsius c ad distantiam minorem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentia insensibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorè: ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angularum. Videbitur ergo b c in maxima remotioe quasi directè uisibus opposita, cum sit obliquata. Et hoc est propositum.



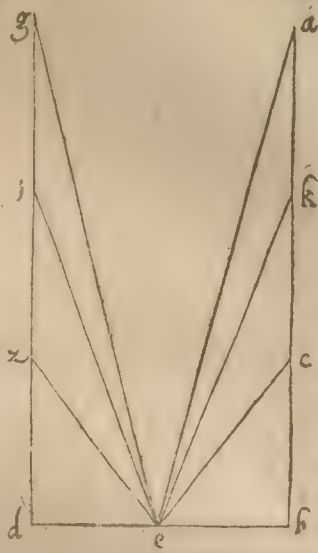
35. *Omne uisum existens extra communem axem, in uno tantum axe uisuali: uel per radios propinquos axi: uel etiam per propinquos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.*

Axis enim radialis, ut patet p 37 th. 3 huius, semper defert punctum, cui incidit ad punctum medium nerui comunis, cui semper inhaeret terminus axis comunis. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundum quod est, & instituitur forma in concauitate comunis nerui in uno loco, & continua sibi adinuicem secundum continuationem rei uisæ, & punctus rei uisæ, qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem comunem, uidetur tamen in loco propinquiori axi communi, quàm sit in suo uero loco: tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori axi communi, quàm sint in suo uero loco: quia sunt continuata cum parte, quæ est apud extremum axis: & si axes amborum uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem comunem: uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi, quàm sit in suo loco uero. Hoc tamen raro accidit, quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso: tunc ut plurimum axis comunis transibit per illud uisum: quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem comunem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc: unde hæc dispositio non est uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta: tunc ipsa accideret in omni uisione uel in pluribus: quod tamen non est ueram. Patet itaq; propositum.

36. *Omniũ uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorum: quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris, ad dextram educi uidentur partem. Euclides 12. th opt.*

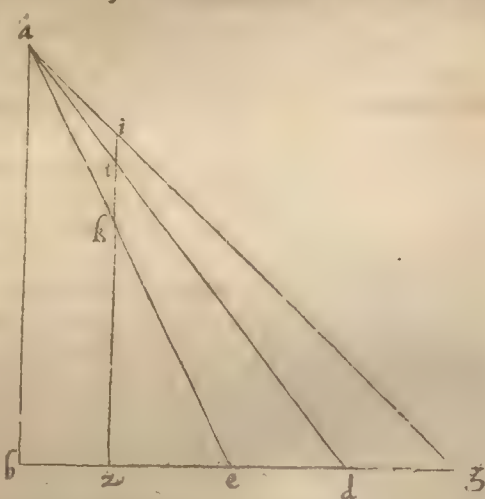
Sint duo uisibilia secundum sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exēpli causa sint equidistantia: & sint a b & d g: sitq; centrũ uisus e: ducaturq; lineæ ad puncta illorũ uisibilium: in dexteriore, quidē parte, quæ sit a b, ducatur lineæ e b, e c, e k, e a: & in sinistro, quæ sit g d, ducatur lineæ e d, e z, e i, e g. Dico

e g. Dico, quòd lineæ e z, e i, e g uidentur quasi in partē sinistra productæ, & lineæ e c, e k, e a uidentur quasi protractæ in partē dextrā. Sit enim lineæ e d perpendicularis super lineā d g, & lineæ e b perpendicularis super lineam b a: erit ergo per 19 p 1 lineæ e d breuior omnibus lineis e z, e i, e g: & lineæ e b breuior omnibus lineis e c, e k, e a. Lineæ ergo e d & e b minimam à uisu denotabunt distantiam linearū g d & a b: secundum illas ergo lineas perfectior fit uisio partiū rerum uisarum, quibus incidunt per 23 huius: lineæ ergo e d apparebit dexterior omnibus lineis suo uisibili incidentibus, & lineæ e b sinisterior omnibus lineis suo uisibili incidentibus: illis quoq; lineis propinquis incidentes mutabunt situs dispositionem secundum recessum ab illis lineis: eritq; lineæ e z dexterior quàm lineæ e i, & lineæ e i dexterior, quàm lineæ e g. Palàm ergo, quoniam lineæ e g uidetur in sinistra à lineæ e i, & lineæ e i similiter uidetur in sinistra à lineæ e z. Eodem quoq; modo uidebitur lineæ e a in dextram educi à lineæ e k, & lineæ e k uidetur in dextram educi à lineæ e c: punctum ergo z plus approximat ad sinistram quàm punctum d, & punctum i plus quàm punctum z, & punctum g plus quàm punctum i. Tota ergo lineæ d g uidetur sinistrari, & tota lineæ b a uidetur dextrari: quoniam puncto b existente sinistro, punctum c uidetur plus dextrum illo, & item punctum k plus dextrum puncto c, & punctum a plus dextrum puncto k. Patet ergo propositum: quoniam similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandum: quæ enim sub dexterioribus radijs uidentur, dexteriora apparent, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora; ut patet per 1 suppositionem huius. Hæc autem omnia ideo accidunt; quia lineæ parallelæ secundum remotiores sui à uisu partes concurrere uidentur per 21 huius. Et hoc est propositum.



37. Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu, altiores uidentur. Euclides 10 theo. opti corum.

Sit centrum uisus a in altiori situ collocatum, quàm superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g: ducanturq; lineæ a b, a e, a d, a g: sitq; causa exempli situs talis, ut lineæ a b sit perpendicularis su per lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e d, d g: quoniam in alijs sitibus maior est diuersitas. Dico quòd lineæ d g altior uidentur quàm lineæ d e, & lineæ d e altior quàm lineæ b e. Sumatur enim in lineæ b e, punctus z, à quo ducatur per 11 p 1 lineæ z i perpendicularis super lineam b e. Quoniam ergo punctorum formæ g, d, e procedentes ad uisum, primò pertranseunt lineam z i, quàm perueniant ad punctum a centrū uisus: sit, ut lineæ g a secet lineam z i in puncto i, & lineæ d a in puncto t, & lineæ e a in puncto k. Quia ergo punctus i eleuatiore est puncto t, & punctus t puncto k: ideo quòd lineæ a t maior est quàm lineæ a i, & lineæ a k maior quàm lineæ a t per 19 p 1: & in lineæ, in qua est punctum i, est etiam punctum g, & in lineæ, in qua est punctum t, est etiam punctum d, & in lineæ, in qua est punctum k, est etiam punctum e: per comprehensionem uerò punctorum d & g uidetur lineæ d g: & per puncta e & d uidetur lineæ d e: palàm, quoniam lineæ g d eleuatiore apparebit quàm lineæ d e: & similiter d e apparebit eleuatiore quàm lineæ b e. Cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per 1 suppositionem huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundum illum modum figuratur in superficie uisus. Patet ergo propositum. Et patet ex hoc, quòd multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longè à uisu concuæ uidebuntur: tendunt enim formæ talium punctorum ad uisum per modum circumferentiæ circa centrū uisus propter æqualitatem uirtutis uisus. Patet ergo propositum.



38. Superficierum uisui superiacentium remotiores à uisu decliniores uidentur. Euclides 11 theo. opti corum.

Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum, quàm superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g: & ducantur, sicut in præcedenti, lineæ a b, a e, a d, a g: quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui. Dico, quòd lineæ g d apparebit declinior quàm lineæ d e, & lineæ d e declinior quàm lineæ b e. Ducatur enim, ut in præcedente, lineæ z i æquidistans lineæ a b, secans lineam g a in puncto i, & lineam d a in puncto c, & lineam e a in puncto k: ergo per ea, quæ in præcedenti diximus, forma puncti g declinior uidebitur quàm forma puncti d, & forma puncti d declinior

decliuior quàm forma puncti e, & forma puncti e decliuior quàm forma puncti b: sed per formas punctorum g & d forma lineæ gd occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ de, & per formas punctorum e & b uidebitur forma lineæ eb. Quoniam itaq; ut ostendimus in præmissa, linea ac est maior quàm linea ai, & linea ak maior quàm linea ac: & secundum harum linearum dispositionem fit formarum illorum punctorum uisio. Palàm ergo, quoniã centro uisus & ipso uisibili sic dispositis, remotiora à uisu, decliuiora uisui occurrunt, quàm propinquiora. Et hoc est propositum.

39. *Aequalium magnitudinum sub eodem uisu erectarum, remotiores altiores apparent. Euclides 13 theo. opticorum.*

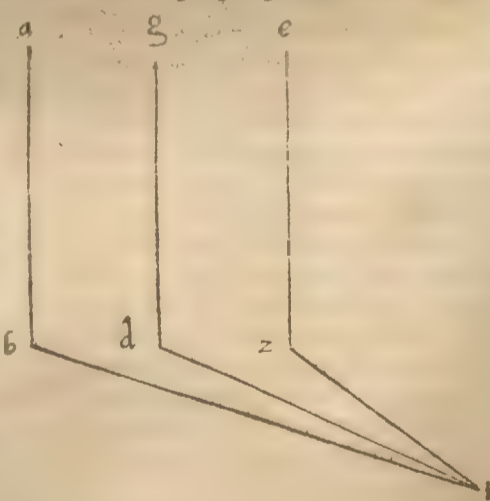
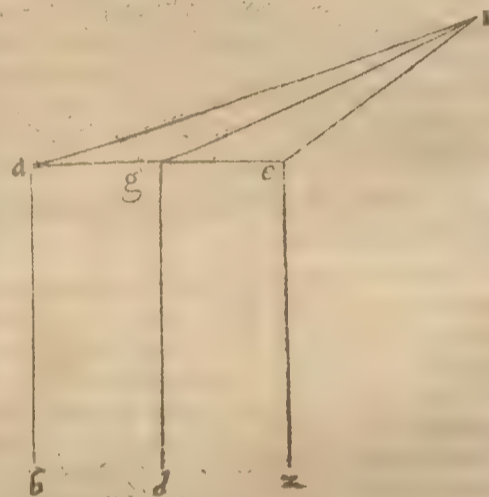
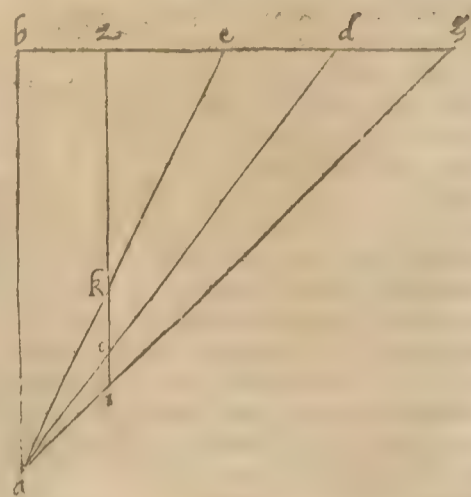
Sit centrum uisus punctum i: & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, quæ sint ab, gd, ez: sitq; ab remotior à uisu, & deinde gd, & deinde ez: & sit centrum oculi punctum i eleuatius existens illis magnitudinibus: ducanturq; lineæ ia, ig, ie. Dico, quòd magnitudinum illarum ab apparet altior quàm gd, & gd altior quàm ez. Quoniã enim linea ia est eleuatiõ quàm linea ig, & linea i g eleuatiõ quàm linea ie, & in linea, cui incidunt lineæ ia, ig, ie sunt puncta a, g, e, & per 37 huius uidetur puncta remotiora uisui altiora: puncta uerò a, g, e sunt in magnitudinibus ab, gd, ez: ergo magnitudo ab apparet eleuatiõ quàm ipsa magnitudo gd, & magnitudo gd apparet altior quàm ipsa ez. Quod est propositum. Et quia de qualibet magnitudine longiori potest abscindi æqualis breuiori: ideo in omnibus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio: quoniam semper remotiores uidentur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

40. *Aequalium magnitudinum uisui superere etarum remotiores decliuiores apparent. Euclides 14 theo. opt.*

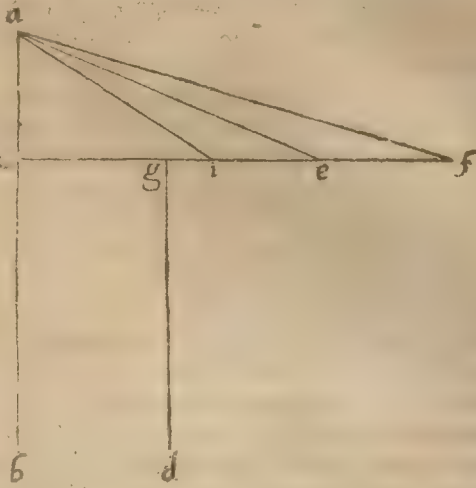
Esto, sicut in præcedenti, centrum uisus punctum i: & sint æquales magnitudines, quæ ab, gd, ez, erectæ superstantes uisui: sitq; ab remotior uisui quàm aliæ, & ez propinquior uisui. Dico, quòd magnitudo ab apparet decliuior quàm gd, & magnitudo gd decliuior quàm ez. Ducantur enim, ut in præmissa, lineæ ib, id, iz. Quoniam ergo, sicut patet per 38 huius, forma ueniens per lineam ib, est decliuiori modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam id, & forma uisui adueniens per lineam id, decliuiori modo incidit, quàm forma ueniens per lineam iz: sed in linea, cui incidunt lineæ iz, id, ib, sunt puncta z, d, b, quæ puncta sunt in magnitudinibus ab, gd, ez. Palàm ergo, quoniam istarum magnitudinum illa, quæ est ab, decliuior apparet quàm gd, & gd quàm ez. Et hoc est propositum. Est autem uniuersale illo modo, quò diximus in præcedenti.

41. *Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspecta, accedente & recedente uisu secundum lineam uertici inferioris perpendiculariter incidentem: semper idem erit excessus, non uidebitur autem idem. Euclides 17 th. opt.*

Sint duæ uisæ magnitudines inæquales ab maior, & gd minor: quarum uertices sint a & g: & sit centrum uisus punctum e: ducaturq; linea ge perpendicularis super lineam gd, secans lineam ab in puncto z. Dico, quòd oculo accedente & recedente secundum lineam ge, semper idem uidebitur excessus lineæ ab super lineam gd, qui excessus est linea za. Accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e: semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ gd ipsi uisui, nisi

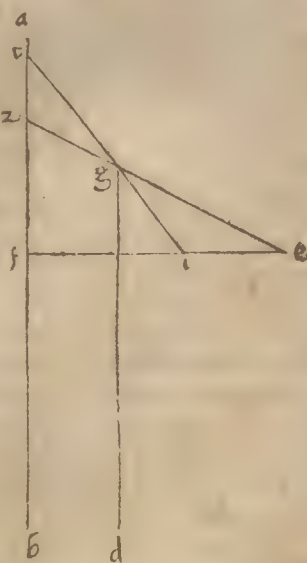
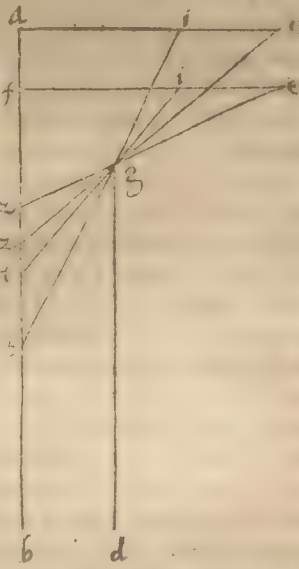


nisi sola forma puncti z, in quam cadit perpendiculariter e z: quoniam per 20 th. 1 huius duas lineas eidem superficiei ab eodem puncto ductas perpendiculariter insistere est impossibile: palam ergo propositum. Videbitur tamen linea a z minui uel augmentari secundum diuersitatē angulorum, sub quibus fiet uisio per 20 huius. Et est, ut patet ex præmissis, & per 21 p 1, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z: secundum hoc autem diuersificatur in uisu quātitas lineæ a z: semper tamen illius lineæ a z eadem est quantitas in se ipsa. Et hoc est propositum.



42. *Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti, accedente uisu secundum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentē: maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundū eandem lineam minor pars altioris uidetur: secundū aliam uero lineam accedente uel recedente uisu, accidit econuerso. Euclides 16 the. opt.*

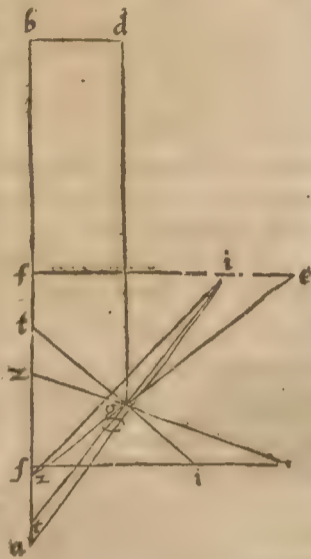
Sint, ut in præmissa, duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b: & sit centrum uisus in puncto e positū in linea e a, perpendiculariter incidente puncto a, qui sit altior terminus lineæ a b: ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris (qui est a) sit in perpendiculari ducta à centro uisus ad magnitudinem altiore: sint enim magnitudines a b & g d taliter erectæ, ut punctum a sit altius, quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius punctorū lineæ a b, quod sit z, per uerticem lineæ d g, qui sit g, ad uisum e: & sit linea, secundū quā aduenit illa forma, linea z e. Sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b, & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g: & hæc est linea z b. Accedat autem uisus propinquius ad punctum a, ut fiat in eadem linea in puncto i. Palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t: & ducatur linea t i per uerticem g ad uisum: sub linea ergo i t uidetur pars magnitudinis a b, quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b, quæ est a t, uisa. Et quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore: necessarium autem est lineam t a fieri maiore quàm sit linea z a: ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z per 16 p 1: illud ergo, quod uidetur sub angulo a i t, est maius illo, quod uidetur sub angulo a e z per 20 huius: linea ergo a t maior uidebitur: & per 19 p 1 maior est quàm linea a z. Et quando linea, in qua e centrum uisus, perpendiculariter incidit cuicunq; puncto excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio. Palam ergo, quod accedente uisu superapparens pars lineæ a b semper fit maior, recedente uero uisu fit minor. Et hoc est propositum primum. Secundum aliam uero lineam, quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, basius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f: uisu accedente uel recedente accidit econuerso. Nam accedente uisu, totius magnitudinis a b minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu, magis: existente enim uisu in puncto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero uisu in punctum i, & ductis lineis e g z & i g t, patet, quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius punctorum lineæ z t, sed solum forma lineæ t a, quæ est necessariò minor quàm linea z a. Patet ergo propositum.



43. *Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquidistante horis. ontis existentibus: pars inferior longioris uisa per basim breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem, maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secundū eandē lineam minor pars altioris uidebitur: secundū aliam uero lineam accidit econuerso. Euclides 15 th. opt.*

Hæc non differt in hypothesi à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacētia uisui, in hac uero sunt superstantia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d: quarū maior sit a b: sintq; uertices illarum

quantitatum b & d: & sit linea b d æquidistans horizonti: sitq; centrum uisus in puncto e: multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z, per basim g ad uisum e: fiatq; linea z g e: sub linea ergo z e continentur z a & g d: & b z non apparet uisui, propter interpositionem ipsius g d: inferior uerò ipsius pars decliuor apparet per 40 huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d. Accedat ergo uisus, & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadē linea perpendiculari super lineā a b, quæ sit e f: hæc enim æquidistat uerticibus ipsorum uisorum, qui sunt b & d: multiplicabiturq; forma alicuius puncti lineæ a b per punctum g ad uisum existentem in puncto i: sit ille punctus t: & ducatur linea t g i: sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a: sub linea uerò e z continentur magnitudines z a & g d. Et quoniam linea t z a maior est quàm linea z a, cum angulus t i f per 16 p i sit maior angulo z e f: ergo per 20 huius linea t f uisa sub angulo t i f maior est quàm linea z f, uisa sub angulo z e f. Et non solum apparebit uisui maior: imò & erit maior. Quia itaq; ambabus lineis t f & z f communis est linea f a: patet, quòd tota linea t a erit maior quàm linea z a. Et hoc est primum propositorum. Si uerò uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctum excessus a b super d g: dico, quòd accidet e conuerso: erit enim linea t a minor quàm linea z a. Ducantur enim lineæ t g i, & a i, & i z: palam quoq; per 32 p i quoniam angulus a i t est minor angulo a i z: ideo quia angulus a z i minor est angulo a t i per 21 p i, & angulus t a i communis: uisum ergo à puncto i sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z: linea ergo z a est maior quàm linea t a: & uidetur maior. Et hoc accidit, cum centrum uisus collocatur supra lineam primā e f, & altius quàm illa: si uerò ipsum collocetur inferius, quàm linea primæ f: tunc accidit e conuerso. Patet ergo propositum.



44. In situs uisione uirtuti distinctiue error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 24.35.46.53.58.64.66.69 n 3.

- Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiue error accidit in uisione situs: ut si in nocte non obscura aliquid modicè declinet à uisu: tunc æstimabitur in eo situs reſtitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiā remotio in uisione situs errorè inducit: unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui, uidebitur directè opposita per 34 huius. Intemperantia etiā situs errorè facit in situs uisione: cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatā distantia uisui oppositū, & sumpto alio corpore multū elongato ab axe, & declinato modicū super lineam imaginatā, super quā cadit axis radialis perpendiculariter: tunc uisus non cōprehendit corpus illius declinationē propter situm à temperamento egressum: quoniam non fit plena cōprehensio corporū longè ab axe positorū per 45 th. 3 huius: & ita propter hunc errorè res obliquè uisibus opposita, iudicabitur opposita directè. Intemperantia etiā magnitudinis in uisione situs efficit errorè: quoniam granū sinapis si fuerit ab oculis declinatū, uidetur tamē ac si esset directè oppositū: quia eius declinatio propter paruitatē corporis non potest cōprehēdi: nec enim est sensibilis declinatio huius grani ab axe cōmuni orthogonaliter super uisibilia cadente, secundū quā discernitur obliquatio rerum uisarū respectu uisus: quoniam nō plenè discernitur distātia inter hunc axem & extremitates grani, quæ est quasi minima linea omnium linearū sensibiliū. Ex intemperata etiā soliditate error accidit uisui in situ: quoniam si corporis rari situs, respectu uisus, fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si fortè uidebitur directè opponi: una enim extremitatū illius corporis eiusdē distantie reputabitur cū alia, cū tamen sint diuersæ: & accidit hoc propter nimiam raritatē non terminantē certitudinaliter uisibile operationē, & inducentē incertitudinē in quātitatē anguli, sub quo fit uisio. Intemperata etiā diaphanitas efficit errorè uisui in situ: si enim corpus uisum sub parua obliquatione obijciatur uisui in aere denso obscuro, sicut accidit in horis crepuscularibus, occultabitur declinatio, quæ pateret in aere lucido clāro: sit ergo error in situ oppositiōis corporis ad uisum. Ex intemperata etiā quantitate tēporis fit error uisui in situ: ut cū aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit: hoc enim fortè directè uisui oppositū reputabitur obliquatū, uel e conuerso, si fuerit obliquatū uisui, fortè reputabitur rectū. Ex dispositiōe etiā uisus in sanitate fit error uisui in situ: ut si ab aliquā distātia licet tēperata corpus aliqd in oppositiōe uisus modicū obliquetur: tūc enim uisu existēte debili, nō sentietur obliquatio, cū tamē sit obliquatio secundū uerū. Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiue error accidit ex intemperata dispositiōe octo circumstantiarū cuiuslibet rei uisæ, ut pponebatur.

45. Figura circularis superficiē rei uisæ cōprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descripta. Alhazen 32 n 2.

Quoniam enim formæ rerū describuntur in oculi superficie, sicut sunt in rebus extrā per 17 th. 3 huius, & formæ secundū figurā, quā describuntur in oculi superficie, sic perueniūt ad neruū cōmunē, & circa eius punctū mediū figurantur, prout patet p 37 th. 3 huius, & ibi cōprehenduntur ab anima secundū sui dispositiōe: tūc patet, quòd forma circularis superficiē rei uisæ cōprehenditur à uisu

ex circu-

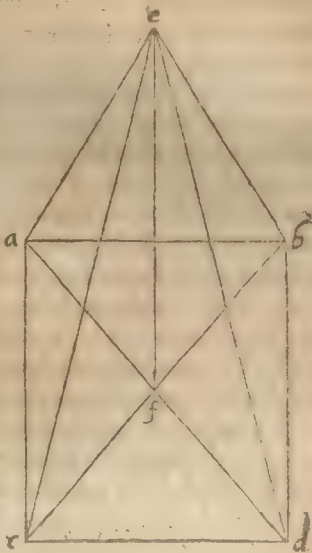
ex circularitate formę in superficie oculi descriptę: & similiter comprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficie rei uisę. Certificatur autem hæc uisio, cum uidentis mouerit axes radiales ambos uel saltem unum per totam circumferentiam rei uisę aut partis eius: sic enim ex certificatione situum terminorum formę comprehendet figuram superficię circularem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex comprehensione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partium rei uisę ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum, partium rei uisę ad inuicem. Patet ergo propositum.

46. *Figura rectilinea comprehenditur à uisu ex suorum terminorum comprehensione.*

Quoniam enim figura est, quę termino uel terminis continetur: termini autem figurarum sunt lineę, quę comprehenduntur uisu non decepto secundum ipsarum situationem in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisę. Palam ergo, quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figurę in ipsis contentę, cuius sunt termini illi. Et hoc est propositum. Sed in his omnibus uisus requirit distantiam mediocrem & alias circumstantias uisus debitas, ne forte fiat deceptio in ipso uisu.

47. *Planities superficie secundum mediocrem distantiam directe uisui opposita comprehenditur ex comprehensione æqualitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum. Alhazen 35 n 2.*

Sit superficies plana a b c d: & sit centrum uisus e: à quo ducatur super datam superficię perpendicularis e f. Et quoniam superficies illa est directe uisui opposita, sic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius superficie: producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f distantia, quę sunt a, b, c, d lineę e a, e b, e c, e d: & continuentur lineę f a, f b, f c, f d: quę omnes erunt æquales propter æqualem ipsarum distantiam à puncto f. Cum ergo omnes illę lineę f a, f b, f c, f d per definitionem lineę super superficiem erectę sint perpendiculares super lineam e f: patet per 4 p 1, quoniam lineę e a, e b, e c, e d sunt æquales: superficies itaq; a b c d secundum illos eius terminos æqualiter distat à uisu. Sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter distantia à puncto f, à centro uisus productis, ipsarum omnium ad inuicem ex præmissis concluditur æqualitas. Tota ergo superficies secundum omnes sui partes æqualiter distantes ex omni parte à puncto f consimiliter peruenit ad uisum. Tota itaq; superficies uidebitur plana ex comprehensione æqualitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum. Et hoc est propositum. Sed & si axes radiales non incidant ad medium, nihilominus per eadem demonstrandum: semper enim termini cuiuslibet partium superficie erunt lineę rectę. Superficies ergo est plana.



48. *Conuexitas superficie comprehenditur à uisu ex propinquitate partium mediarum, & æquali remotione partium extremarum. Alhazen 33 n 2.*

Cum enim superficies conuexa directe uisui opponitur secundum mediocrem distantiam: tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius spherę uel columnę rotundę uel pyramidis rotundę per 118 th. 1 huius: si superficies illa opposita uisui sit pars spherice superficie, & si à centro uisus ad centrum spherę linea recta ducatur, alięq; præter centrum lineę plurimę producantur, patet per 72 th. 1 huius, quod sola illa, quę centrum transit, est perpendicularis super spherę superficiem: alię uero omnes lineę à centro uisus ad illam sphericam superficiem productę, sunt super illam superficię incidentes obliquę. Erit ergo per 8 p 3 pars perpendicularis interiacens centrum uisus & superficiem sphericam omnium aliarum linearum breuissima: ergo secundum illam fit maxima approximatio ad uisum, & omnes circuli secundum punctum, cui incidit illa perpendicularis, in superficie spherę descripti, erunt uisui proximiores secundum illa puncta, & secundum alias lineas obliquę incidetes, erunt uisui remotiores: quia omnes lineę perpendiculari lineę propinquiores modo dicto, sunt minores remotioribus: quoniam per prænominatam 8 p 3 omnes lineę à centro uisus ad peripherias maiorum circularum productę sunt longiores lineis propinquo-ribus ipsi perpendiculari. Ex comprehensione ergo propinquitatis partium mediarum in illa superficie, & remotione aliarum partium, quę sunt in terminis, apparet maior eleuatio partium mediarum quàm extremarum: & ex inæqualitate eleuationis partium superficie uidetur gibbositas, quę est causa conuexitatis. Et quoniam in omni puncto superficie spherice secant se circuli magni transeuntēs per centrum illius spherę, & omnes lineę, quę lineę breuissimę utrinq; æquę appropinquant, sunt æquales: ideo secundum æqualem distantiam à perpendiculari fit æqualitas omnium linearum ad spherę superficiem à centro uisus productarum, & apparet deflexio gibbositas æqualis secundum omnem differentiam positionis in sphericis superficiebus, maximè cū directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficie columnaris aut pyramidalis rotundarum: tunc fit eadē demonstratio productis lineis perpendicularibus à centro

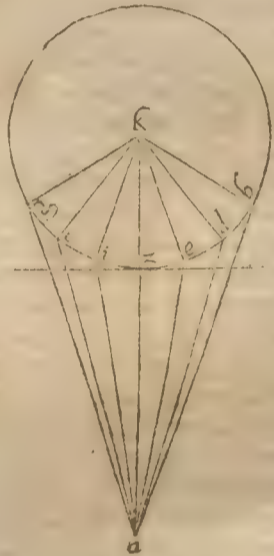
uisus ad centrum circuli basis, & omnium circulorum æquidistantium basi: alijs quoq; lineis pluribus ab eodem cetro uisus non perpendiculariter per eosdem circulos productis, complebitur demonstratio ut prius. Et si illæ superficies quomodocunq; obliquatæ sint ad uisum, nihilominus per eadem est demonstrandum: siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partium in æqualis distantia propositum cõcludet: & de irregularibus conuexitatibus per eadem fit comprehensio in uisu. Patet ergo propositum. Vniuersaliter enim conuexitas comprehenditur à uisu ex propinquitate partiũ mediarum, & æquali remotione partium extremarum. Patet ergo quòd proponebatur.

49. *Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partium mediarũ, & æquali appropinquatione partium extremarum. Alhazen 34 n 2.*

Per eadem, quæ in præcedenti, demonstrandum, & similiter per omnem superficiem transcurrentum. Semper enim per 8 p 3 linea à centro uisus ad centrum sphaeræ uel circuli producta, quia continet diametrum, est omnium longissima, & sibi propinquiores sunt cæteris remotioribus maiores, & omnes æqualiter ab illa distantes sunt æquales. Ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales, & tota superficies uidebitur concaua. Et si illæ superficies sint obliquatæ uisibus, siue arcualitas terminorum sit superius, siue inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum. Patet ergo propositum.

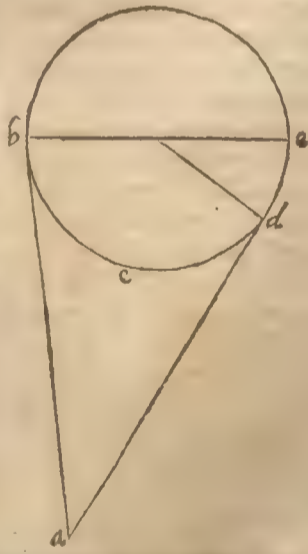
50. *Centro foraminis uueæ & circumferentia circuli in eadẽ superficie existẽtibus: circumferentia ad aliquam reẽtitudinem accedere uidetur. Euclides in prafat. & 22 the. opt.*

Esto foraminis uueæ centrum a, in eadem existens superficie cum circumferentia circuli uisita: quòd plana superficies circuli imaginata produci fecet sphaerã oculi trans centrum: illius quoq; circumferentia circuli sit g b: & eius centrum k: & à punctis illius circumferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a: quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a: secundum quas lineas formæ illorum punctorum accedunt ad uisum. Dico, quoniam arcus b g apparet uisui: linea recta. Dueatur enim à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g. Quoniam ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniam pars eius est: ergo per 20 huius palàm est, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, quoniam sub maiori angulo uidetur: & similiter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior quàm k z: & eodem modo uidebitur k g maior quàm k e, & k c maior quàm k i, & k i maior quàm k z. Punctus quoq; z inter omnes datos punctos, quoniã cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctus e, & punctus e propinquior quàm punctus d, & punctus d propinquior quàm punctus b. In apparentia ergo uisui aliquid tollitur de curuitate arcus z b. Et similiter est de arcu z g. Accedere ergo uidetur ad reẽtitudinem arcus g b. Cum enim per 8 p 3 linea a z sit omnium breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b: patet quòd in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ: & sic non uidebitur tota peripheria linea recta, sed ad reẽtitudinem aliquam accedens. Patet ergo propositum. Et hoc idẽ accidet cõuexis & concauis partibus peripheriæ circuli uisui oppositis. Quia si à puncto z ducatur aliqua perpendicularis super lineam a z: tunc non est differentia magna uisui inter arcum & lineam contingentem, cum per maius spatium uisio fit, propè uerò existente uisu, maior percipitur conuexitas uel concauitas: & magis apparet. Quòd si centrum oculi & circulus non sint in eadem superficie: tunc circumferentia circuli uidebitur curua: quoniam tũc situs partiũ lineæ circularis secundũ suũ sitũ & esse propriũ peruenit ad uisum, & depingitur secundũ suã curuitatẽ in superficie illius, licet quãdoq; forma sphaerica illius curuitatis secundũ aliquid sui uarietur.



51. *Circulo centroq; foraminis uueæ in eadem superficie existẽtibus: minus semicirculo uidetur.*

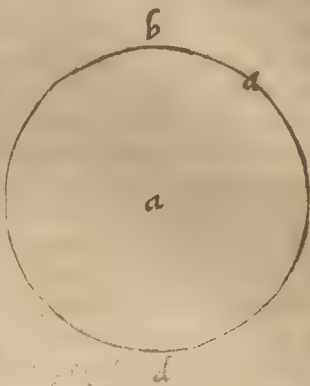
Sit centrum foraminis uueæ, quod sit punctum a: & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existentia: uideaturq; arcus b c d: dico, quòd minus semicirculo uidebitur. Si enim arcus b c d, qui uidetur, sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e super terminos diametri b e incidere: aliter enim semicirculus non uidebitur: quia sola diameter est, quæ diuidit circulũ per æqualia per 17 defn. 1. Ergo lineæ a b & a e semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur. Palàm ergo per 18 p 3, quoniam utraq; cum diametro b e angulũ rectum continebit: triangulus itaq; a b e habebit duos angulos rectos, & tertium angulum: quod est cõtra 32 p 1, & impossibile. Patet ergo propositum.



52. *Centro*

52. Centro foraminis uueæ existente in circumferentia uel in centro circuli: totalis circulus uidetur.

Esto centrum foraminis uueæ punctum a in circumferentia circuli d b: dico, quòd totus circulus d b uidebitur. Nec enim est punctus in toto circulo, à quo ad quemlibet punctum datum in circumferentia duci linea recta non possit. Et quia, ut ostensum est per 2 th. 3 huius, possibilis est solum illud uideri, inter cuius quodlibet pñctum & ali quod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile: formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediante. Totalis ergo circulus secundū omnia sua puncta uideri poterit cetro foraminis uueæ in illius circuli circumferentia collocata. Et quoniam centro foraminis uueæ in centro circuli existente, adhuc omnes lineæ ducibiles à punctis circumferentiæ ad centrum, ad ipsum uisum perueniunt: patet, quia fiet uisio secundum lineas, quæ à punctis circumferentiæ ducuntur ad centrum uisus per 17 th. 3 huius. Et hoc est propositum.



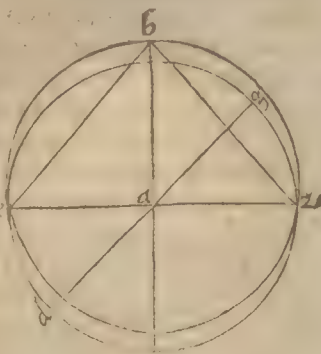
53. Existente cetro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ superficiei circuli insistentis æqualis semidiametro: omnes diametri in eodem circulo producta æquales uisui apparebunt. Euclides 35. 36 th. opt.

Esto circulus d e g: cuius centrum sit punctus a: erigaturq; linea a b perpendiculariter super circuli superficiem: & ducantur diametri e z & d g: ponaturq; centrū oculi in linea a b in puncto b. Dico, quòd omnes diametri ductæ trās superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinucem uidebuntur. Ducantur enim à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g. Quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a cōmunis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z est æqualis angulo a b g: & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales. Ergo per 19 uel 20 huius omnes semidiametri æquales apparent: imò & ipsi diametri: sub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes. Sed & omnes lineæ æquidistantes alteri diametrorum, uidentur minores diametris, & remotiores minores propinquioribus: quod patet ducta linea f h æquidistante diametro d g, cuius medio pñcto, qui sit k, incidat linea b k: & copulentur lineæ b f, & b h, & a k: eritq; linea a k per 3 p 3 perpendicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k. Quia itaq; in trigonis b a g & b k h anguli b a g & b k h sunt recti, ut b a g ex hypothesi, & b k h per 22 th. 1 huius: linea uerò b k est maior quàm linea b a, & linea a g est maior quàm linea k h: ergo per 37 th. 1 huius angulus b h k est maior angulo b g a: similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a. In trigonis ergo d b g & f b h erit per 32 p 1 angulus d b g maior angulo f b h: diameter ergo d g uidebitur maior, quàm linea f h per 20 huius. Similiter quoq; est de omnibus alijs lineis æquidistantibus diametro, respectu ipsius diametri, & ad inuicem demonstrandum. Quælibet ergo minor uidebitur minor: & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ. Et hoc est propositum primum. Si uerò linea a b non sit erecta super circuli superficiem, sed obliquè insistentis, sit tamen æqualis semidiametro circuli, ad huc diametri d g & z e uidebuntur æquales, centro uisus in puncto b existente. Cum enim ex hypothesi z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem: palàm quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a ad quantitatem semidiametri e a circulus describatur in superficie, in qua sunt lineæ a e, a z, a b: palàm quia transibit per punctum b: ergo per 31 p 3 angulus e b z est rectus: similiter quoq; ostendetur angulum g b d esse rectum. Et quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparēt per 19 uel 20 huius: palàm quia omnes diametri illius circuli, quotcūq; ducantur, æquales apparebūt, sicut diameter e z ipsi diametro g d: qd est ppositū secundū. Patet ergo totū, quod pponebatur.



54. Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli (cuius superficiei in centro obliquè est insistentis) æquales angulos cum diuersis semidiametris continens: illa diametri eiusdem circuli æquales apparebunt. Euclides secunda parte 36 & 38 th. opt.

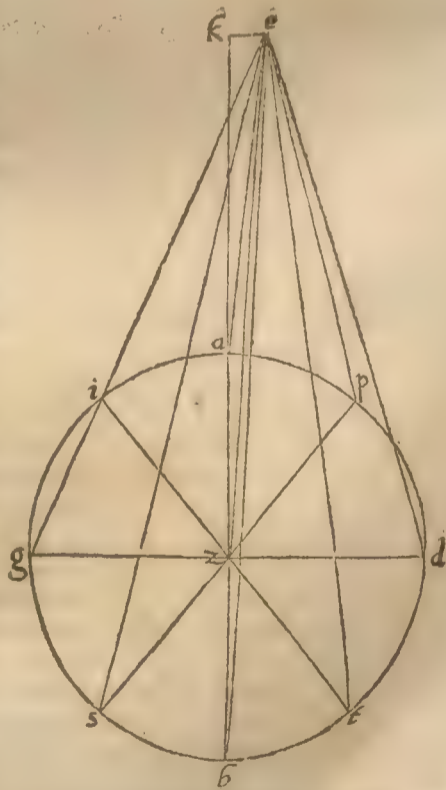
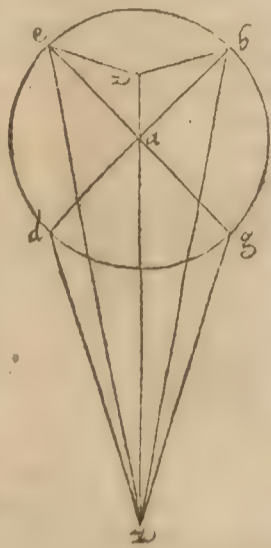
Sit circulus b g d e, cuius centrū a: & sit centrū uisus æ sitq; linea a z nō erecta, sed obliquè incidēs super-



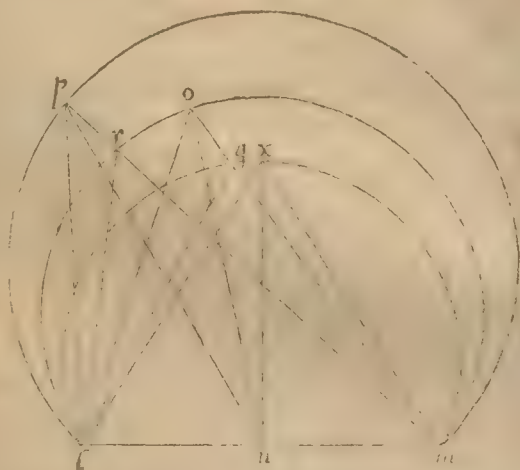
superficie circuli maior uel minor semidiametro da : sit tamé angulus $da z$ æqualis angulo $g a z$, & angulus $ea z$ æqualis angulo $ba z$. Dico, quòd adhuc diametri db & eg uidebuntur æquales: quoniam enim linea da est æqualis ga , & linea za communis duobus trigonis $z a g$, & $z a d$: est quoq; ex hypothesi angulus $da z$ æqualis angulo $g a z$: erit per 4 p i linea zd æqualis lineæ zg , & angulus $dz a$ æqualis angulo $g z a$: ergo per 19 uel 20 huius basis da uidebitur æqualis ga basi. Similiter quoq; per eadem demonstrabitur angulus $ea z$ æqualis angulo $ba z$: & per præmissa uidebitur linea ea æqualis lineæ ba , & angulus $az g$ æqualis est angulo $az d$, & angulus $ea z$ æqualis angulo $az g$: ideo accedit ut totalis angulus $dz b$ totali angulo $ez g$ sit æqualis. Videbitur ergo, ut supra patuit, diameter db æqualis diametro eg . Quod est propositum. Possibile est autem hoc in quibusdam diametris accidere, non autem in omnibus diametris circuli taliter uisui oppositi: nõ ergo oportet quòd omnes diametri illius circuli uideantur æquales: non enim illæ diametri uidebuntur æquales, cum quibus linea za facit angulos inæquales.

55. Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; maior semidiametro: diametri illius circuli inæquales apparebunt: totusq; circulus uidebitur sectio columnaris: cuius maxima est diameter illa, cui perpendiculariter incidit linea radialis. Euclides 37. 39 th. opt.

Esto circulus agb d: cuius centrum z : & ducantur diametri ab & gd , se ad inuicem orthogonaliter secantes: sitq; centrum oculi e : à quo ducatur linea ez ad centrum circuli, diametro quidem g secundum angulum rectum perpendiculariter incidens, diametro uerò ab obliquè, ut acciderit: non erit ergo linea ez erecta super superficiem circuli: sitq; linea ez maior semidiametro circuli. Dico, quòd diametri ab & gd uidebuntur inæquales: & gd maxima quidem, ab uerò minima: & quòd totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris: & quòd omnis diameter circuli, quæ ecciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa: & duæ tãtùm diametri apparebunt æquales, ut illæ, quæ æqualiter distant ab utraq; parte à minima diametro, quæ est ab . Quoniam enim diameter gd est perpendicularis super diametrum ab , & super lineam ez , palam per 4 p ii quoniam linea gz est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ ez & ab : ergo per 18 p ii erit circulus propositus orthogonalis super superficiem $ea z$: ergo & $ea z$ superficies erecta erit super circulum. Ducatur ergo à puncto e super superficiem circuli $abgd$ perpendicularis per ii p ii: hæc itaque per præmissa necessariò cadet in communem sectionem illarum superficierum, quæ est ab : cadat ergo, & sit $e k$: & ducantur lineæ ea , eb , ed , eg : producatuq; diameter circuli alia, quæ sit szp ; constituens cum diametro gzd angulum pzd æqualem angulo gzs per 15 p i: ducatur quoque alia diameter, quæ sit itz : ita ut anguli gzs & izg sint æquales. Quia itaque à puncto e in aere dato super substratam planam superficiem circuli, qui est $abgd$, ducuntur duæ lineæ, una perpendiculariter, quæ est ek , & alia obliquè, quæ est ez , & inter puncta incidentiæ, quæ sunt k & z , copulatur linea zk in ipsa superficie: patet per 39 th. i huius, quoniam angulus ekz minimus est omnium angulorum sub linea ez obliquè incidente, & semidiametro zi uel zp , uel quacunq; alia diametro contentorum: & omnis angulus istorum angulorum propinquior angulo ekz est minor remotiore: duo quoque anguli ex utraque parte æqualiter angulo ekz approximantes, ut sunt anguli izk , & pzk inter se sunt æquales. Copulentur quoq; lineæ ei , es , ep , et . Quia itaq; ab angulis duorù trigonorù $d e g$ & $t e i$, ad medietates suarù basiu æqualiu in trigono $d e g$ linea ez perpendiculariter incidit, & in trigono $t e i$ obliquè, estq; linea ez maior medietate utriusq; illarù basium gd , & it , ut patet ex hypothesi: ergo p 49 th. i huius erit angulus $d e g$ maior angulo $t e i$: ergo p 20 huius diameter dg uidebitur maior diametro it . Et quoniã, ut ostensum est p 39 th. i huius, angulus $ez i$ est maior angulo $ez a$, ambabus uerò basib. trigonorù $t e i$ & $a e b$, quæ sunt it & ab , ad medium



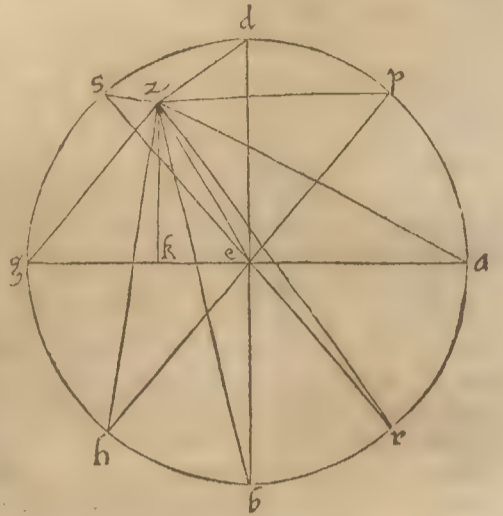
mediam punctum, quod est z , linea $e z$ incidit oblique: erit per 51 th. i huius angulus $t e i$ maior angulo $a e b$: ergo per 20 huius diameter $i t$ uidebitur maior diametro $a b$. Et sic per præmissa de qualibet aliarum diametrorum, respectu diametri $a b$, est demonstrandum. Omnium itaq; diametrorum circuli propositi $g d$ uidebitur maxima, & $a b$ minima: & propinquiores diametro $g d$ uidebitur maiores, & propinquiores diametro $a b$ uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes, uidentur æquales, ut sunt $i t$ & $s p$ per præmissam: quoniam propter æqualitatem angulorum aliquorum, qui sunt $e z i$ & $e z p$ per 39 th. i huius, anguli $t e i$ & $s e p$ sunt æquales per 4 p 1. Totus ergo circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris. Sed & suppositis ijs, quæ per 39 th. i huius declarata sunt, potest reliquum aliter demonstrari. Extra hanc enim figuram protrahatur linea $l m$ æqualis diametro $g d$ per 3 p 1, & diuidatur linea $l m$ per æqualia in puncto n per 10 p 1: & à puncto n ducatur linea $n x$ perpendiculariter super lineam $l m$ per 11 p 1, & refecetur linea $n x$ ad æqualitatem lineæ $z e$, quæ est ex hypothese maior quàm linea $n m$, æqualis semidiametro $z g$, ut patet ex præmissis: ductisq; lineis $l x$ & $m x$, compleatur trigonum $l m x$: & per 5 p 4 circumscribatur ei portio circuli, quæ sit $l m x$: est itaq; illa portio circuli $l m x$ maior semicirculo, ideo quia linea $n x$ est maior utraq; linearum $n m$ & $n l$. Et quoniam trigonorum $g z e$ & $l n x$ latus $g z$ est æquale lateri $n l$, & latus $z e$ æquale lateri $n x$, & angulus $g z e$ æqualis angulo $l n x$, quoniam, ut patet ex præmissis, uterq; ipsorum est rectus: erit per 4 p 1 basis $g e$ æqualis basi $l x$: & similiter iterata demonstratione in trigonis $d z e$ & $n x m$: erit linea $d e$ æqualis lineæ $m x$: & erit totus angulus $l x m$ æqualis totali angulo $g e d$. Fiat quoq; super punctam n terminum lineæ $l n$ per 23 p 1 angulus æqualis angulo $i z e$: & sit angulus $l n o$: fiatq; per 3 p 1 linea $n o$ æqualis lineæ $e z$: & ducatur lineæ $l o$ & $m o$: describaturq; ut supra, circa trigonum $l o m$ portio circuli, quæ sit $l o m$: erit quoq; secundum præmissam probandi modum angulus $l o m$ æqualis angulo $i e t$. Item, ut prius, per 23 p 1 constituitur super punctum n terminum lineæ $l n$ angulus $l n p$ æqualis angulo $a z e$: & fiat linea $n p$ æqualis lineæ $e z$: & ducantur lineæ $l p$ & $p m$: & circa trigonum $l p m$ describatur portio circuli, ut prius, quæ sit $l p m$: erit quoq; modo præmissis angulus $l p m$ æqualis angulo $a e b$: ducaturq; linea à puncto l ad punctum sectionis, ubi linea $m o$ secat circumferentiã portionis circuli, quæ sit $l x m$, quæ linea sit $l q$. Et quia per 27 p 3 angulus $l q m$ æqualis est angulo $l x m$, cadunt enim in eundem arcum, quem chordat linea $l m$: angulus uerò $l q m$ maior est angulo $l o m$ per 16 p 1, patet quia angulus $l x m$ maior est angulo $l o m$: angulus uerò $l x m$ æqualis est angulo $g e d$, & angulus $l o m$ æqualis est angulo $i e t$: palàm ergo, quoniam angulus $g e d$ maior est angulo $i e t$. Similiter quoq; ducta linea $l r$ ad punctum sectionis, in quo linea $m p$ secat arcum $l o m$: palàm ut prius, quoniam angulus $l o m$ maior est angulo $l p m$: & quoniam angulus $l p m$ est æqualis angulo $a e b$: erit angulus $i e t$ maior angulo $a e b$: ergo per 20 huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter $g d$, quàm diameter $i t$, & diameter $i t$ maior diametro $a b$. Et quoniam de omnibus diametris cadentibus in arcum $i a$ eadem est demonstratio, respectu diametri $a b$: patet quòd omnibus illis maior uidebitur diameter $g d$, & minor uidebitur diameter $a b$. Omnium itaq; diametrorum cõcurrentium cum lineâ $e z$ in puncto z diameter $a b$ uidebitur minima, & $g d$ maxima: diameter uerò media diuidens angulũ $a z g$ per æqualia, modo medio uidebitur inter diametros $g d$ & $a b$. Et quia per præmissa angulus $i e t$ æqualis est angulo $s e p$, palàm quia diametri $i t$ & $s p$ æquales uidebuntur, quoniam sunt à diametris $g d$ & $a b$ æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15 p 1. Hoc ergo est propositum.



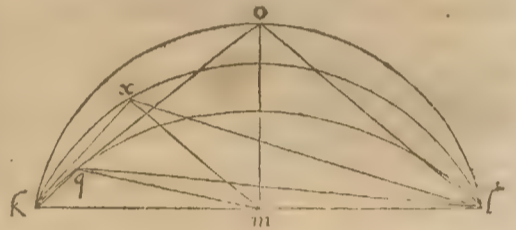
56. Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro: diametri illius circuli inæquales apparebunt: totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis. Euclides 37.39 th. opt.

Esto circulus $a b g d$: cuius centrum e : & ducantur duæ diametri $a g$ & $b d$ se inuicem ad rectos angulos secantes in centro e : & ducatur linea $e z$, quæ neque sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris $a g$ & $b d$: & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro $g a$, & inæquales cum diametro $d b$. Dico, quòd diametri propositi circuli apparebunt inæquales: & quòd totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter $g a$ apparebit omnium minima, & diameter $d b$ maxima: diametri uerò æqualiter ab istis ambabus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto z existente, ut sunt diametri $h p$ & $s r$. Quia enim angulus $z e g$ est rectus: ducantur lineæ $z g$, $z d$, $z a$, $z b$: & ducantur ad diametrum $h p$ lineæ $z h$, $z p$: & ad diametrum $s r$ lineæ $z s$ & $z r$, & omnibus alijs, ut in præmissa, dispositis, scilicet ducta linea $z k$ super diametrum $g a$, cui perpendiculariter incidit linea $z e$. Per 39 itaque th. i huius patet, quòd angulus $z e k$ est minimus omnium angulorum illorum:

illorum: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore. Quia uerò ab angulo trigoni gza descendit linea ze ad medium basis, quæ est a g, perpendiculariter, & ab angulo trigoni hzp descendit eadem linea ze obliquè ad medium basis hp: estq; linea ze minor medietate utriusq; illarum basium æqualiù, ut patet ex hypothesi: palàm per 50 th. i huius, quoniã angulus gza est minor angulo hzp: item per 51 th. i huius angulus hzp est minor angulo dz b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandum. Patet ergo per 20 huius, quoniam omnium illarum diametrorum a g uidetur minima, & db maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundum quod plus approximant hinc & inde. Duæ quoq; diametri æqualiter distantes ab extremis, uidentur æquales per 54 huius. Patet ergo propositum. Sed & suppositis ijs, quæ per 39 th. i huius declarata sunt, potest reliquum aliter demonstrari: Assumatur, ut in præmissa, linea kl æqualis diametro gd: & diuidatur in duo æqualia in puncto m: & producatur à puncto m perpendiculariter linea mo æqualis lineæ e z: erit ergo linea mo ex hypothesi minor semidiametro ge, & minor

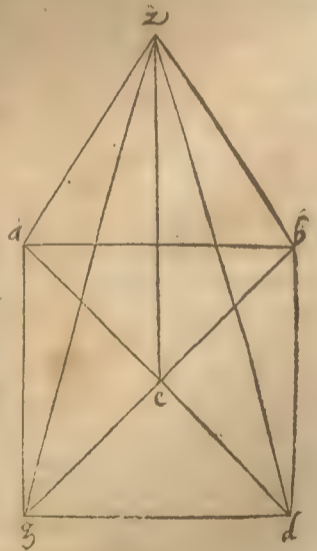


linea km: & ducatur lineæ ko & lo. Trigono quoq; kol circumscribatur circuli portio per 5 p 4, quæ sit kol: est autem illa portio minor semicirculo: quia linea mo est minor semidiametro: eritq; per 4 & 8 p i angulus kol æqualis angulo gza. Sit item per 23 p i angulo pe z æqualis angulus km x: & sit linea xm æqualis lineæ e z: ductisq; lineis kx & lx, circumscribatur trigono kxl portio circuli kxl: & erit modo præmissis angulus kxl æqualis angulo hzp. Item sit angulus km q æqualis angulo a e z: & sit linea mq æqualis e z: ductisq; lineis kq & lq, ut prius, describatur portio circuli kql: & erit angulus kql æqualis angulo dz b. Et quia ut in præmissa patet, erit angulus kol minor angulo kxl, & angulus kxl minor angulo kql: erit angulus gza minor angulo hzp, & angulus bzp minor angulo dz b. Apparebit ergo diameter db maior quàm diameter hp, & hp maior quàm gd. Diameter uerò hp & ei æqualiter condistans (quæ sr) à diametro ga, æquales apparebunt per 54 huius. Et hoc est propositum.



57. Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in pñcto intersectionis duorũ diagonorũ: latera quadrati equalia apparent, & diametri equalis. Euclides 59 th. opt.

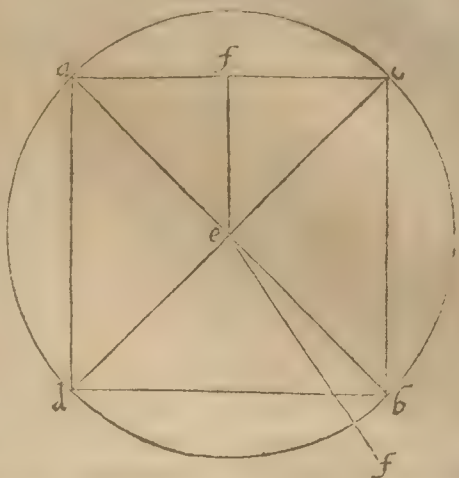
Sit tetragonus abgd: & protrahatur in ipso diagonij ag, bd: & earum intersectio sit e: erigatur ez super superficiem tetragoni per iz p ii: ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z, ut in z: & ducatur lineæ za, zb, zd, zg. Quia itaq; per 40 th. i huius medietates diagoniorum inter se sunt æquales, ut de & ge, & lineæ e z est communis duobus trigonis dze & gze, & anguli circa e sunt recti per definitionem lineæ super superficiem erectæ: erit per 4 p i basis zg æqualis basi zd, & angulus e zg æqualis angulo e zd: uidebitur itaq; lineæ de æqualis lineæ ge per 20 huius. Et similiter per eadem, quia angulus aze est æqualis angulo bze, uidebitur ergo lineæ ae æqualis lineæ be: tota quoq; lineæ db apparebit æqualis toti lineæ ag. Et quoniã lineæ gz est æqualis lineæ bz, & lineæ az æqualis lineæ dz, & lineæ ab est æqualis ipsi gd: quoniam sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius: ergo per 8 p i anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales: omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt. Et hoc est propositum: quoniam in omni puncto lineæ e z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20 huius.



58. Si recta lineæ maior uel minor medietate diagonij quadrati, à medio puncto centro uisus incidens, obliquata super eius superficiem, æquales angulos contineat cum diuersis medietatibus diagoniorum: diagonij illius quadrati apparebunt æquales.

Sit quadratum abcd: cuius medius punctus inueniatur per 40 th. i huius, quod sit e: & ducatur diagonija eb & ec d: sitq; cœtrum uisus f: & lineæ fe sit maior quàm lineæ ea medietate diagonij, uel minor illa: sit quoq; lineæ fe obliquata super superficiem quadrati, sit tamen angulus fe a æqualis angulo fe c. Dico, quod adhuc diagonij ipsius quadrati æquales apparebunt. Circa pñctum enim e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e a: palàm ergo (cum omnes medietates diagoniorum

niorum sint æquales per 40 th. 1 huius) quoniam per 9 p 3 circulus iste circūscribetur totali quadra-
to, omnes terminos diagoniorū attingens: erunt er-
go diagonij quadrati diametri descripti circuli. Sed
manifestum est per 54 huius, quoniam diametri cir-
culorum in hac dispositione omnes uidētur æquales:
ergo & diagonij quadrati, cum sint eēdem cū illis. Et
hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus
figuris polygonijs cuiusc unq; formæ: & per eadē ue
similia demonstrandum.



59. *Linea recta ad punctum medium superficiei i
quadrata obliquè à centro uisus incidente, & in æ-
quales angulos cum diagonijs continente, siue ma-
ior siue minor semidiagonio fuerit: semper diago-
nij quadrati in æquales apparebunt. Euclides 61
th. opticorum.*

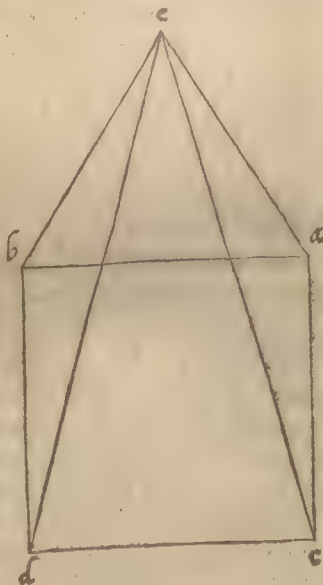
Remaneat dispositio proximè præcedentis: conti-
neatq; linea fe inæquales angulos cum diagonijs, ita
quod angulus fe a sit inæqualis angulo fe c: & circunducatur circulus quadrato circa centrum e, ut
prius: & si linea fe fuerit maior semidiagonio a e, concludetur per 55 huius diametros circuli (qui
sunt diagonij propositi quadrati) inæquales uideri. Quod si linea fe fuerit minor semidiagonio a e:
tunc similiter per 56 huius cōuincetur diagonios quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamē istarū
inæqualitatum fit secundum modum illic in circulis propositum, secundum diuersitatem angulorū
incidentiæ hinc inde. Patet ergo propositum. Et eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadran-
gulo altera parte longiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus polygonijs pa-
rium angulorum faciliter demonstrari, quod ipsorum diagonij quandoq; æquales uidentur, & quan-
doq; inæquales: nec in talibus duximus immorandum, quia quilibet huius scientiæ perscrutator
hoc faciliter comprehendet.

60. *Centro foraminis uuee in puncto medio superficiei cuiuscunq; figura recti linea existente,
semper figura secundum sui formam propriam uisui occurret.*

Verbi gratia sit figura data, exempli causa, quadrata: & inueniatur pūctus medius per 40 th. 1 hu-
ius, in quo ponatur centrum foraminis uuee: & hoc est, ut superponatur oculus illi puncto. Et quo-
niam ab illo puncto ad omnem punctum laterum & angulorum possunt duci lineæ æquales uel pro-
portionales ijs, quæ in ipsa superficiei: patet, quod forma cuiuslibet illorum punctorum uidebitur: &
propter æqualitatem linearū radialium ad eas, quæ in superficiei, lineas, figurabitur figura in oculi su-
perficie, sicut est extrā in superficiei rei uisæ. Patet ergo, quod totalis forma & figura illius superficiei
uidebitur, sicut est propria illi figuratio, cuiuscunq; sit figuræ. Et hoc est propositum.

61. *Figura quadrata uno solo latere directè uisui opposito, è di-
stantia uisa altera parte longior uidetur.*

Sit enim figura quadrata a b c d: & centrum uisus e: & latus qua-
drati, quod sit a b, opponatur uisui directè: palàm ergo, quoniam alia
uisui opponatur obliquè: sed per 26 huius quantitas obliquè uisui
opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: direc-
tè uerò uisui opposita uidetur suæ propriæ quātitatē, quàm obliquè
uisa: sub maiori enim angulo uidentur omnia directè uisibus opposi-
ta, q̄ sibi æqualia, quæ opponuntur uisibus obliquè. Tota ergo figura
quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uerò quadrata
è distantia uisa altera parte longior uidetur, ut proponitur: sed & est
possibile, altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus
eius breuius directè opponatur uisui & longius obliquè: tūc enim po-
test fieri propter dispositionē obliquitatis, ut longius latus appareat
æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote
irregularitas in quibuslibet polygonijs figuris æquilateris & equian-
gulis. In alijs quoq; accidit suæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia
relinquimus diligentē particulariter perquirentis: sufficit enim no-
bis hoc uniuersaliter propositum in radice.



62. *Si quadratum, cuius latus non sit excedens distantiam oculorum, uisibus propius appo-
natur: uidebitur altera parte longius: & latera uisibus obuiantia ex parte uisuum concurre-
re uidebuntur.*

Sit quadratum a b c d, ut in præmissa, cuius latus a b non sit excedens quantitatem lineæ conne-
ctentis centra oculorum, hoc est distantiam oculorum: & applicetur uisibus, ut propius potest, se-
cundum

N

cundum

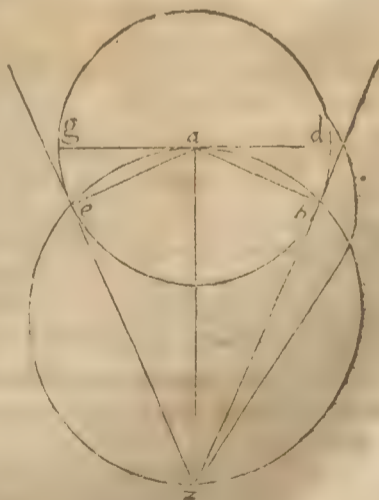
cundum latus suū a b: dico, quod uidebitur altera parte longius. Latera enim eius duo, scilicet a c & b d directè subijciuntur uisui, quoniam quodlibet illorum laterum imaginatum extendi secundum suum continuum & directum, penetrat centrum uisus, cui directè subijcitur: & sic forma eius directè depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directè opponitur uisui: uidebuntur ergo illa suæ propriæ quantitatis per 26 huius: latus uerò a b uidetur obliquè, quoniam cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualium: uidetur ergo minus per eandem 26 huius. Totū ergo quadratum a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus. Obuiantia, uidebuntur plus distare secundum lineam c d, quā secundum lineam a b: uidentur ergo concurrere uersus partem uisus. Quod est propositum. Et eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte longiori, hæc est differentia quod ad illam: quod etiam per eadem potest demonstrari. Patet ergo propositum. Et quoniam figura corporalis quædam figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quomodo uirtuti distinctiue error in uisione figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

63. Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdā auxilio uirtutis iudicatiue. *Alhazen 31 n 2.*

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundum trinā dimensionem: dico, quod ipsa quandoque comprehenditur in quibusdam corporibus à uisu per se: quædam enim corpora continentur à superficiebus planis secantibus se rectè uel obliquè adinuicem: & quædam à superficiebus concavis & conuexis: & quædam à superficiebus conuexis & planis: & quædam à superficiebus concavis & planis: & quædam à diuersis superficiebus conuexis, concavis & planis se interfecantibus: & quædam continentur ab una sola superficie rotunda. Corpus itaque contentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundum directā oppositionem siue obliquatam, ita tamen, quod cōmunis sectio duarum superficierum uideatur, & quod ambæ superficies se secantes occurrant simul uisui: tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatē à uisu comprehendetur. Sic ergo corporeitas comprehenditur. Corpora quoque, quorum superficies est conuexa, siue sit una, siue multæ, cum opponuntur uisui secundum directionem uel obliuationem, erunt remotiores partiū eius à uisu inæquales, & erit mediū conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8 p 3: reliquæ uerò partes eius erunt à uisu remotiores, qua comprehensione sentiet uisus corporeitatem: quoniam cōprehendet profunditatē partium plus remotarum à se respectu partium propinquiorum sibi: & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionum illorum corporum. Corporis quoque concavi concavitas percipi potest à uisu secundum mediocrem distantiam: tunc enim, quia medium eius maximè elōgatur à uisu per 8 p 3, ut prius: profunditas illius corporis cōprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum: sed ex consequenti lōgitudō & latitudo patent. Quod si plures sunt in ipso superficies se secantes, quarū communes sectiones se ad uisum offerant, corporeitas ipsorum cōprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarum superficierum. In ijs autē omnibus attendenda est mediocritas distantie, quoniam in maximis remotionibus est secus: tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficierum, sed auxilio uirtutis animæ superioris: est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum: & est tale, quod nihil uidetur nisi corpus. Vnde quando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, quod uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficierum cuiuscunque per 17 th. 3 huius: non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimensio ipsorum, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ. Patet ergo propositum.

64. Longior linea ab aliquo puncto superficierum conuexæ spherica ad uisum accedens, est linea contingens circulum magnum illius spheræ.

Esto data spheræ d g: cuius centrum sit a: circulus eius magnus d g e b: quæ spheræ sit uisa ab oculo, cuius centrū sit punctum z: & super lineam distantie centri spheræ, quod est a, & centri oculi, quod est z, positam pro diametro, quæ sit a z, figuretur circulus a b e z: & ducantur ad sectiones circulorum istorum lineæ z b & z e. Dico, quod hæc lineæ cōtingunt circulum d g e b, qui est circulus magnus oppositæ spheræ: & quod ipsæ sunt lōgiores omnibus alijs lineis ducibilibus à quibuscunque punctis superficierum spheræ ad centrum uisus. Ducantur enim à centro spheræ, quod est a, duæ lineæ ad terminos linearum z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos: fient enim anguli a e z & a b z recti per 31 p 3, quia uterque illorum cadit in semicirculo: ergo per 16 p 3 illæ duæ lineæ z e & z b sunt contingentes circulum d g e b: protractæ ergo circulum

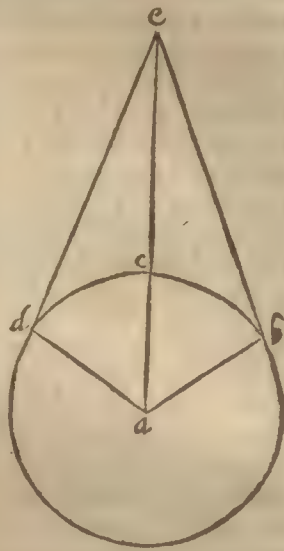


non se ca.

non secabunt. Si uerò dicatur, quòd illæ cõtinentes nõ sunt longissimæ, quæ perueniant à punctis superficiei sphæræ uisæ ad centrum uisus z: sint aliæ longiores. Et quia, ut patet ex præmissis, si linea z b protrahatur, ipsa non secabit circulum, quem contingit per 16 p 3: ergo si à puncto z centro uisus in superficie, in qua sunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior quàm sit linea z b usq; ad circulum: palàm ergo, quia ista recta cum linea z b superficiem includet: quod est impossibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulum, sunt omnibus alijs lineis longiores. Quod est propositum.

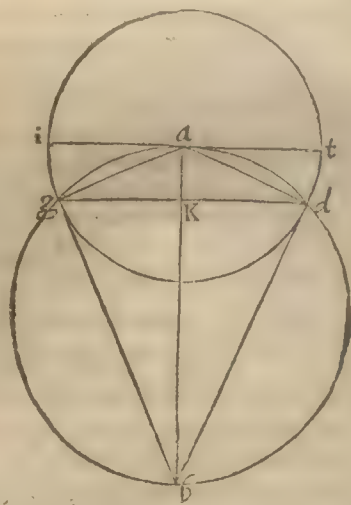
65. *Sphæra à remotissimo uisa superficies cõuexa uel cõcaua uidetur plana. Euclides 25 th. opt.*

Sit sphæra, cuius centrum sit a: & in ea circulus magnus b c d: & sit centrum uisus e: ducanturq; lineæ e a, e b, e c, e d: palàmq; per 50 huius, quoniam forma arcus b c d ipsi uisui e à remotiori incidentiæ arcus b c d, accedit ad rectitudinem: & idem est de alijs arcibus quibuscunq; uisus incidit in tota data sphæra. Totalis ergo portio cõuexæ superficiei sphæræ, cui uisus incidit, uidetur plana: & sicut arcus circulorum in superficie ipsius descriptibilium accedunt ad rectitudinẽ linearum, sic totalis sphæræ superficies ad planiciem accedit. Et per eadem potest fieri demonstratio de cõcaua superficie ipsius sphæræ. Cum enim nulla partium rei uisæ plus altera distare uidetur, necesse est unius dispositionis apparere totam superficiẽ rei uisæ. Cum itaque totum cõuexum corpus uel cõcauum in remotione maxima fuerit à uisu: tunc uisus non comprehendet cõcauitatẽ uel cõuexitatem, sed comprehendet ipsum quasi planũ: quia situs partium superficiei suæ adinuicem nõ comprehenduntur à uisu in aliqua diuersitate, sed secundum continuitatem æqualem perueniunt ad uisum, & in ipsius uisus superficie secundum diuersitatẽ situs figurantur: unde plana iudicantur, & plana uidebitur totalis superficies rei uisæ. Et ob hoc figuræ superficierum solis & lunæ uidentur planæ: semidiametri enim ipsorum ad lineam suæ distantie, quæ à centro uisus ad ipsorum solis & lunæ centra ducitur, non habet aliquã sensibilem proportionẽ: unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uisus productæ contingente sphæras illas per præmissam. Longior enim linea ab aliquo puncto superficiei cõuexæ ipsius sphæræ ad uisum accedens, est linea circulum magnum illius sphæræ contingens: & illæ lineæ omnes sunt æquales inter se per 58 th. 1 huius. Et quoniam sensibiliter non excedunt lineam à centro uisus superficiei illarum sphærarum productas: ideo omnes illæ lineæ uidentur quasi æquales ipsis perpendicularibus, quæ transeunt centra illorum corporum à centro uisus productæ, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales superficies uidentur planæ. Et hoc idem propter eandem causam accidit in omnibus alijs stellis, quæ propter remotionem maximã quasi quædam superficies paruorum circulorum uidentur. Patet ergo propositum.



66. *Sphærica superficiei cõuexa illuminata uno oculo uisa, semper minus hemisphærio apparet: & pars eius uisa circulo continetur. Euclides 23 th. opt.*

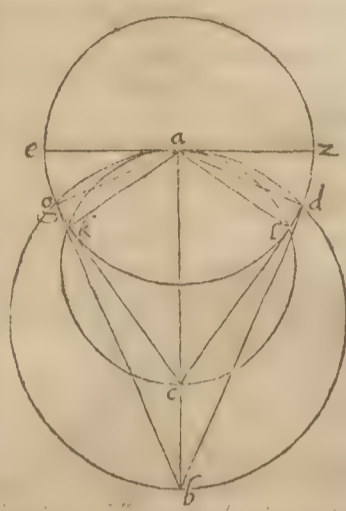
Sit sphæræ uisæ centrũ a: & sit centrum uisus b: producatuq; linea a b: sitq; ut superficies plana tranfians punctum b, secet sphæram: erit ergo per 69 th. 1 huius communis sectio illius superficiei & sphæræ circulus: sit ille circulus g d: & super diametrum a b, quæ interiacet centrum uisus & centrum sphæræ uisæ, describatur circulus, qui sit a g d b: & producatur lineæ g b, d b, a g, a d. Quia ergo arcus a g b est semicirculus, palàm per 31 p 3, quia angulus a g b est rectus: similiter autem & angulus a d b est rectus: ergo lineæ b g & b d sunt contingentes circulum per 16 p 3. Copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuum, quã secabit linea b a per æqualia per 58 th. 1 huius: sit ergo punctus sectionis k: eruntq; per 4 p 1 trigona g k b & d k b æquiangula: patet & hoc per 3 p 3. Ducatur quoque per centrum a linea i t æquidistans lineæ g d per 31 p 1: erit ergo per 29 p 1 linea a b perpendicularis super lineam i t, cum ipsa sit perpendicularis super lineam g d æquidistantem lineæ i t: ergo per 16 p 3 erit linea i a contingens circulum a g d: & ipsa est diameter circuli d g: arcus ergo d g, qui uidetur, minor est semicirculo, prout etiam patet per 51 huius. Trigonus itaq; b g k, manente fixo latere b k, intelligatur circũduci, quousq; redeat ad locum unde coepit: & palàm, quoniam linea b g contingens circulum d g, unumquodq; punctũ superficiei sphæræ, cui ipsa circũducitur, continget, & linea k g motu suo faciet circuli sectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctum b, quod est centrum uisus, basisq; eius erit circulus per motum lineæ k g factus: pars ergo uisa sub circulo continetur. Palàm quoque, quoniam uidetur minus hemisphærio: est enim, ut præmissum est, sphæræ uisæ diameter i t, & linea g d illi æquidistans minor diametro: N 2 metro:



metro: est autem linea g d diameter basis pyramidis uisionis: minus ergo hemisphaerio uidetur. Quod est propositum.

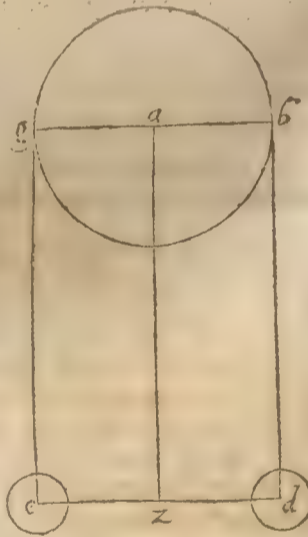
67. Visu sphaera illuminata conuexa approximante, minus superficiei sphaera uidetur: apparet autem quasi magis uideatur. Euclides 24 th. opt.

Esto, ut in praemissa, sphaera, cuius centrum a: sit quoque centrum uisus b: & ducatur linea a b: & circa diametrum a b describatur circulus g b d: & ducatur a puncto a linea e a z perpendiculariter super lineam a b per 11 p 1. Et quia lineae a b & e z sunt in una superficie per 2 p 11: intelligatur haec superficies plana secare sphaeram: ipsa autem per 69 th. 1 huius sectionis duorum propositorum circularum, quae g & d: & ducantur lineae g a, d a, b g, b d: & patet per modum proximae praecedentis, quoniam lineae b g & b d contingunt sphaeram, & uidetur ab oculo existente in puncto b pars sphaerae g d. Sit ergo, ut appropinquet oculus sphaerae, & fiat in puncto c: ducaturque c a, circa qua, ut diametrum, describatur circulus a k c l: ducanturque lineae c k, c l, a k, a l: ergo per praemissam uidebitur ab oculo existente in puncto c, pars sphaerae, quae est k l, quae minor est parte sphaerae g d uisae ab oculo existente in puncto b: quoniam arcus cadens inter puncta contingenti linearum c k & c l, quae per 64 huius contingunt sphaeram, minor est arcu g d, qui cadit inter puncta contingenti linearum b g & b d: quod patet per 60 th. 1 huius. Palam ergo quoniam appropinquante oculo ipsi sphaerae, minus superficiei sphaericae uidetur. Quia uero, ut patet per 60 th. 1 huius, lineae g b & c k concurrunt, si producantur uersus punctum g: palam per 16 p 1, quoniam angulus k c a maior est angulo g b a: similiter angulus a c l maior est angulo a b d: totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d. Pars ergo sphaerae, in qua est arcus k l, sub maiori angulo uidebitur, quam pars sphaerae, in qua est arcus g d. Apparet ergo per 20 huius maior uisui pars sphaerae, quae est k l, quam pars eius, quae est g d. Et hoc est propositum.



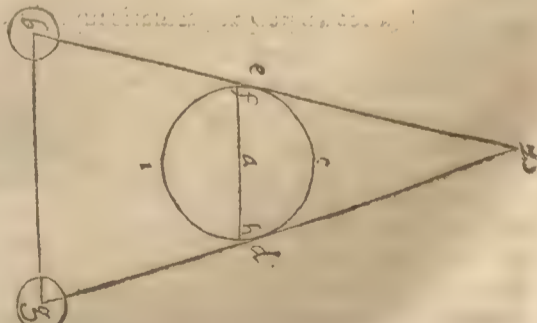
68. Diametro sphaera illuminata conuexa, linea connectenti centra amborum oculorum aequali existente: hemisphaerium est, quod ambobus uisibus uidetur. Euclides 26 th. opt.

Sphaerae datae sit centrum a: sitque circulus eius maior, cuius diameter sit b g: quae ex hypothese sit equalis distantiae oculorum, hoc est lineae connectenti centra uisuum amborum, qui sint e & d. Ducantur quoque a punctis b & g perpendiculares b d & g e, quae fiant equalis per 3 p 1: & copuletur linea d e: quae per 33 p 1 & ex hypothese erit aequalis & equidistans lineae g b. Ducatur quoque perpendicularis a puncto a centro sphaerae super lineam g b per 11 p 1: quae producta ad lineam d e secet ipsam in puncto z. Palam ergo per 29 p 1, quoniam linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 28 p 1 erit linea a z equidistans lineae g e: ergo per 33 p 1 patet, quod linea e d diuiditur per aequalia in puncto z, quia, ut patet ex hypothese, oculi sunt in punctis d & e: dico, quod hemisphaerium est quod uidetur. Manente enim fixa linea a z, circumuoluatur parallelogrammum a b z d, donec redeat ad locum, unde incepit: linea ergo a b mota describet circulum equalem circulo g b, cuius ipsa est semidiameter: est autem circulus magnus sphaerae datae circulus g d: ergo per motum lineae a b describitur circulus magnus: hic autem sphaeram diuidit in duo equalia. Patet ergo propositum.



69. Linea connectens centra amborum oculorum, si maior diametro sphaera illuminata conuexa fuerit: plus hemisphaerio est, quod ambobus uisibus uidetur. Euclides 27 th. opt.

Sit sphaera data, cuius centrum a: & eius circulus magnus sit e c d i: sintque centra amborum oculorum b & g: sitque linea b g producta maior diametro datae sphaerae & eius circuli magni. Dico, quod ambobus uisibus maius hemisphaerium uidebitur. Ducantur enim a centrīs oculorum lineae b e & g d contingentes circulum e d c i per 17 p 3: contingantque in punctis e & d: & ducatur a puncto a diameter sphaerae equidistans lineae b g

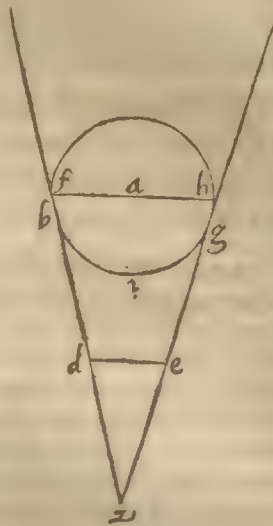


per 31 p 1.

per 31 p. Et quia diameter spherę ex hypothefi est minor quàm linea b g, palàm quoniam lineę b e & g d ultra diametrum f h concurrent per 16 th. I huius concurrant ergo in puncto z. Quia ergo ab uno puncto z ducuntur duę lineę contingentes circulum, fcilicet e z & z d: palàm, quia portio circuli, quę est e c d est minor semicirculo per 58 th. I huius: ergo portio eiusdem circuli reliqua, quę est e i d est maior semicirculo: hęc autem portio est illa, quę uidetur. Et quia idem est de omnib. circulis magnis in tota spherā signatis: palàm, quia maius hemispherio est, qđ de superficie spherica; hypothefi tali existente, uidetur. Et hoc est propositum.

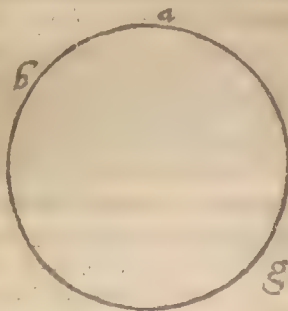
70. *Linea connectens centra amborum uisuum, si diametro spherę conuexa minor fuerit: minus hemispherio est, quod uidetur. Euclides 28 th. opt.*

Sit spherā data, cuius centrum a: & circuli eius magni diameter sit f h: sintq; centra oculorum d & e: & producatu linea d e, connectens centra oculorum minor existens diametro f h: ducanturq; lineę illū circulum cōtingentes, quę sint d b & e g. Dico, quod minus hemispherio est illud, quod uidetur. Protrahantur enim lineę b d & g e. Et quoniam linea d e, est minor diametro f h, palàm per 16 th. I huius, quoniā lineę b d & g e, concurrent ultra ambos uisus: sit ergo concursus punctus z. Palàm per 58 th. I huius, quoniam cum à puncto z ducatur duę lineę unum circulum contingentes, quę sunt z b & z g, quod arcus b i g est minor semicirculo: minus ergo semicirculo b g uidetur sub oculis d & e. Ergo, ut prius, minus hemispherio uidebitur sub oculis d & e. Et hoc est, quod proponebatur.



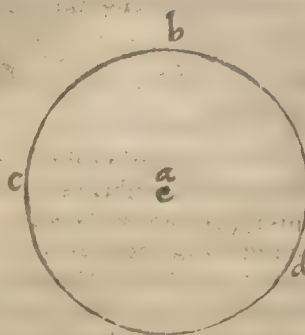
71. *Centro foraminis uueę in superficie spherę concaua illuminata existente, tota spherā intrinseca superficies uidetur. Alhazen 44 n 4.*

Esto centrum foraminis uueę punctus a: & sit spherā data, cuius maior circulus sit b a g tranfiens per centrum a. Patet ergo per 52 huius, quoniam sic uisu disposito totus circulus b a g poterit uideri. Et quia plurimi circuli magni spherę se secant super polos spherę, quilibet autem punctus spherę est polus spherę: palàm, quia omnes circuli magni spherę datę, qui per omnia puncta superficiei spherę imaginari possunt, transeuntes se intersecabunt super punctum a: erit ergo punctum a, quod est centrum foraminis ipsius uueę in quolibet illorum magnorum circularū: omnes aut illi circuli magni spherę totam spherę superficiem euacuant: quia non est dare punctum in spherę superficie, quem aliquis circulus magnus non transeat. Visu ergo taliter disposito, tota concaua spherę superficies uidebitur. Et hoc est propositum.



72. *Centro foraminis uueę intra spherę concaua illuminata superficiem, uel extra illam existente, portio circularis spherę uidebitur, cui incidunt æquales lineę à centro uisus ductę: eritq; uisum quandoq; hemispherium: quandoq; maior portio: quandoq; minor. Alhazen 44 n 4.*

Esto centrum foraminis uueę punctum a, & sit spherā concaua, cuius circulus magnus sit b c d: & centrum spherę sit punctum e. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto e centro spherę, quod est etiam centrum circuli magni, qui est b c d, per definitionem circuli magni: tunc manifestum est per 52 huius, quod totus circulus b c d uidebitur: sed & per eandē 52 huius, omnes alij circuli subiecti hemispherij æquidistantes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit centrum uisus: omnes quoq; lineę rectę ductę à polo ad peripheriam sui circuli sunt æquales per 65 th. I huius: & quoniam hi omnes circuli totum hemispherium exhauriunt: patet, quod in hoc situ existente uisu, totum hemispherium uidebitur. Quod si punctum a, centrum foraminis uueę sit sub centro spherę, quod est punctum e, tunc per eadem minus hemispherio uidebitur: si sit supra centrum e, siue sit intra spheram, siue extra: tūc similiter per 2 th. I huius, omnes circuli, ad quorum circumferentias possunt produci lineę rectę, uidebuntur: maius ergo hemispherio uidebitur. Et si linea à centro uisus ad superficiem spherę ducta, obliquę incidat superficiei ipsius spherę: tunc palàm, quod etiam superficiebus multorum circularū obliquę incidet: & potest accidere, quod tota figura spherę uidebitur in æqualis, suorum circularum peripherijs quibusdam tendentibus ad figuram sectionis columnaris per 55 & 56 huius. Patet ergo propositum.



73. *Visu hemisphaerio concavo appropinquante, minus superficiei sphaerae uidebitur: apparet autem plus uideri.*

Hec potest demonstrari, sicut & 67 huius, de sphaera conuexa est demonstrata: est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus. Vnde hic sphaera concava figuretur, ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur. Et haec quidem de uisione sphaerarum dicta sunt, superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde: quoniam hoc non existente, licet in sphaerarum superficiebus permaneat dictorum modorum uisibilitas, non tamen actu uidebuntur, nisi luminis interuentu, ut patet per 1 th. 3 huius, & secundum diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphaerarum, quae uidentur, nouae passiones uisibus generantur, quales sunt haec, quas nunc intendimus explicare.

74. *Diametro sphaerae uise illuminatae maiore distantia oculorum existente, & diametro sphaerae illuminantis eidem aequali uel maiore, circuloq; basis pyramidis uisionis aequidistante circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente: tota superficies basis pyramidis uisionis illuminata uisibus occurrit: uidetur autem in maiori distantia quasi plana.*

Patet enim per 26 uel 27 th. 2 huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum, ut proponitur: tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphaerae illuminatae, aut aequidistans ei. Circulus autem, qui est basis pyramidis uisionis, ut patet per 70 huius, semper est minor circulo magno sphaerae uise, quoniam, ut patet ex hypothese, diameter sphaerae uise est maior quam distantia oculorum. Si ergo circumferentia circuli minoris sit aequidistans circumferentiae circuli maioris: tunc per 68 th. 1 huius, centra duorum illorum circulorum in eadem sphaera diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata: uidetur autem superficies plana per 65 huius. Et hoc proponebatur. Sed etiam si centra istorum circulorum usque ad punctum contactus circumferentiarum mutantur, quandiu unus circulus alium non fecat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata: & lumen in sphaera uise superficie uideatur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminationis: plus tamen tenebescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, ubi fit contactus illorum circulorum per 21 th. 3 huius. Patet ergo propositum. Et quod hic de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo, per 66 huius.

75. *Si diametro sphaerae uise illuminatae maiore distantia oculorum existente, diametroq; sphaerae illuminantis eidem aequali uel maiore, basis pyramidis uisionis intersecet basim pyramidis illuminationis, ita ut ambo centra basium sint sub superficie communis sectionis: erit illa communis sectio pars superficiei sphaerica irregularis: uidebiturq; superficies plana gibberosa, ut duabus curuis lineis inaequalis quantitatis & curuitatis contenta.*

Imaginentur enim centra basium (quae per praecedentem in eadem diametro sphaerae uise fore disponuntur) tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se fecent quantumcumque, dum tamen centra ambarum basium sub superficie, quae est communis ambabus illis basibus, remaneant: tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphaericae figurae irregularis: quoniam, ut patet per 26 uel per 27 th. 2 huius, & ex 70 huius, & ut ostensum est in praemissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis: & si illius superficiei acciperetur punctus medius, linea ab illo puncto ad peripherias arcuum ductae, essent inaequales. Videtur autem superficies illa esse plana per 65 huius: & erit gibberosa, ut duabus praemissis curuis lineis inaequalis quantitatis & curuitatis contenta: quoniam arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suae circumferentiae, quam arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suae circumferentiae. Quod accidit propter inaequalitatem circulorum. Patet ergo propositum.

76. *Basi pyramidis uisionis sphaera intersecante basim pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant: communis earum sectio est quarta superficiei sphaerica: uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.*

Quod illuminatio cuiuslibet sphaerae fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphaerae illuminatae est circulus, hoc patet per 26 & 27 & 28 th. 2 huius: quod etiam basis pyramidis uisionis omnis sphaerae sit circulus, patet per 66 & 68 & 69 & 70 huius. Et quoniam axes istorum pyramidum ex hypothese producti ad inuicem angulum rectum continent: tunc patet per 33 p. 6, quod ab illorum axium concursu puncto secundum quantitatem semidiametri sphaerae uise circumducto circulo, interiacet quarta circuli inter axes. Et quoniam uterque axium est perpendicularis super superficie sphaerae illuminatae uise, palam per 111 th. 1 huius, quod uterque axium transibit per centrum illius sphaerae: punctus itaque intersectionis axium est in centro illius sphaerae: & solus ille punctus, qui est centrum sphaerae, ambobus axibus erit communis. Axibus itaque interiacet quarta magni circuli sphaerae equaliter distans a duobus punctis duarum intersectionum circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: communis

nis itaq; sectio istarum duarum basiū est quarta superficiei sphericę. Et quoniā tota superficies sphericā in maiori distantia uidetur plana superficies per 65 huius: palām & hęc superficiem sphericā planā à maiori distantia uideri: axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis, propter erectionem sui super axem illius pyramidis, quod patet per 4 p. II. Palām ergo cum centrū uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cū centro uisus: palām ergo per 50 huius quoniā ipse uidetur linea recta. Semicirculus uerò basis illuminationis, quia non est in eadē superficie cū centro uisus, uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis uidetur superficies plana, una linea recta & alia curua contenta. Quod est propositum.

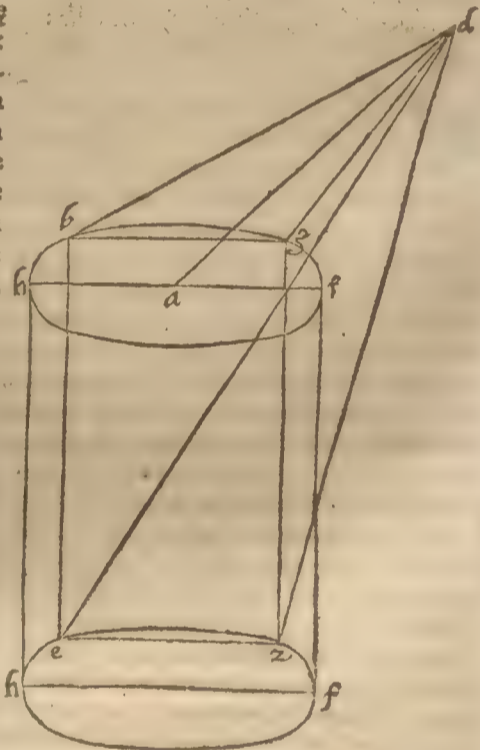
77. *Basi pyramidis uisionis sphaera interfecante basim pyramidis illuminationis, earum communis sectio, cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphericę: uidetur autem plana superficies duobus quasi equalibus circumferentiis basium arcibus contenta.*

Quia enim, ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphaerę fit secundū pyramidē, cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secūdi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66 huius: palām si isti circuli, qui sunt bases pyramidū, se non secant, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus superficiei sphaerę, cuius una pars est illuminata uel aliās uisa, nec incidentia luminis, quę sic superficiei sphaerę incidit, aliquāter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumini directē interponas, reuoluto autē globo ita ut lumē superficiei sphaerę ipsius globi incidens aliquāter appareat, tunc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quā recipit circumferentia basis pyramidis uisionis. Et quoniam illa pars uisa, ut illuminata est, terminatur per circumferentiam basis pyramidis illuminationis: patet quòd illa uisa portio sphaerę est minor quarta parte superficiei sphaerę. Cum enim neutrius pyramidū axis incidat superficiei cōmunis sectionis, ut patet ex hypothesi: palām per 33 p. 6, quia arcus diuidēs illā superficiē, æqualiter distās à duobus punctis intersectionū circulorū dictarū basium, diuidens totā sphaerā & illā cōmunem sectionis superficiē per æqualia, est minor quarta circuli. Quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quòd arcus ille est minor quarta circuli: & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65 huius. Et quia nullas illorū circulorum uel arcuū directē uisibus opponitur: quilibet illorū in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundū sitū suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio communis sectionis basium dictarum pyramidum uidetur quasi duobus æqualibus arcibus contenta propter insensibilitatem in æqualitatis, maximē cū à remotiori spatio fit uisio per 50 huius. Certū tamē est per 27 th. 2 huius, & per 70 huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli, quā arcus basis pyramidis uisionis: quoniā diameter sphaerę corporis illuminantis est maior diametro sphaerę illuminatę, & distantia oculorū minor illa. Patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet, quare forma lunę sit in recessu à coniunctione nouacularis. In tempore enim coniunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclipsis solis, ita quòd radij solis penetrantes diaphanitatem corporis lunę propter differentiā densitatis corporis lunaris ad diaphanitatem partium suę sphaerę uicinarum, & peruenientes ad uisum faciant corpus sphaericum lunę uisibile: tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distinctē: sed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunę, aut ualde obliquē aut nullo modo peruenient ad uisum: tunc corpus lunę non uidetur, eò quòd basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis illuminationis, nec secat una illarum basium aliam. Cum autem luna recedente à sole, itę bases se incipiunt interfecare: tūc ipsorum communis sectio (quę est portio superficiei sphaerici corporis lunę) uidetur, & propter magnitudinem distantię uidetur illa portio sphaerę quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & concuum contenta, quę uidentur æquales propter remotionem: non sunt autem æquales, sed semper illa, quę est in conuexo, quia est arcus circuli basis pyramidis illuminationis, est pars maioris circuli, quā illa, quę est in concuuo, quę est arcus circuli basis pyramidis uisionis. Et quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis super corpus solis, ut patet per III th. 1 huius: ideo semper conuexum lunę est auersum soli, & cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secundum situm solis, & secundum latitudinē motus lunę. Et durat semper in luna hęc figura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76 huius: tunc enim luna uidebitur in quadratura, quoniam quarta pars suę sphaerę interiaccens peripherias dictarum basium uidebitur: & in prima quadratura & in secūda semper arcus illuminationis, quia directē uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis semper curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis: uidebitur ergo luna gibberosa & planę superficiei per 65 huius: & hoc durabit, quousque circuli basium intrinsicus se contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum dictarum basium sibi ad inuicem superponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli sunt æquidistantes in eadem superficie sphaerę lunę, ut patet per 68 th. 1 huius: tunc erit uera lunę impletio, & lumen ex omni parte circumfertur equale: & deinde luna mota usque ad concuum circulorum ipsarum basium, uidetur semper plena, tamen aliquantum obfuscatur lumen

aproximans tenebrositati: & sic procedit luna in figuris eidem distantiae competentibus ab oppositione ad coniunctionem, sicut à coniunctione ad oppositionem. Et hoc quidem in luna propter eius propinquitatē ad uisus nostros euidentius apparet: in alijs tamen omnibus stellis suum lumē & actualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex præmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundum hoc cœlestium influentiarum aspectus & modi diuersificantur: non apparet autē hoc uisibiliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui, ut patet per 16 huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ, præter lunam semper rotundæ propter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur autē stellæ eadem maximè plenæ quādoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidē causæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel multitudini credimus ex præmissis adscribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uerò nobis sufficiat ex præmissis propositionibus demonstrationem præsentibus attulisse: siue enim stellarum diametri sint omnes ad inuicem æquales, siue una ipsarum sit maior altera: semper tamen patet, quod omnis diameter cuiuscunq; stellæ est maior quàm sit distantia oculorum cuiuscunq; uidentis: & sic hęc passio uisibus in ipsarum illuminatione accidere est necesse, quamuis illam distinctè non comprehendat uisus. Et hoc quidem & ante nos dixit arabs Messahala, sed super hoc nullam attulit demonstrationem.

78. *Columna rotunda uel cylindri conuexi sub uno oculo uisi, minus medietate curua superficiei uidetur. Euclides 29 th. opt.*

Esto columna rotunda, cuius una basis sit circulus gb : & eius diameter fh : & centrum a : sitq; in superficie illius circuli centrū oculi punctū d : & producat̃ur linea da , copulans centrū uisus cū centro circuli basis columnæ: & ducantur lineæ db & dg : quę contingant circulū gb per 17 p 3: & producantur à punctis g & b duę lineæ longitudinis columnæ per 101 th. 1 huius, quę sint be & gz : & erunt illę lineę orthogonaliter super basim gb erectę per 92 th. 1 huius: sitq; ut per lineas b & b d una transeat superficies plana, & per lineas g & g z alia superficies plana. Neutra ergo istarum superficierum secat columnam: quoniam lineę db & dg sunt contingentes circulū basis, & lineæ be & gz sunt lineę longitudinis in superficie columnæ non secantes illā: sunt ergo illę superficies ipsam columnam contingentes. Istarum quoq; superficierum contingentium columnā (quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex præmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3 p 11) intersectio sit in quadā linea transeunte centrum uisus æquidistanter axi columnæ: & hoc, quod inter ipsas de superficie colūne intercipitur, hoc solū uidetur. Quia uerò lineę longitudinis be & gz sunt æquidistantes per 6 p 11, palām per 33 p 1, quoniam chordę arcuum basium inter ipsas cadentes, quę sunt gb & ze , sunt æquales: ergo per 28 p 3, arcus illis chordis correspondentes erunt æquales. Portiones itaq; circulorū ipsarum basium interceptę inter has lineas lōgitudinis colūne be & gz , & omniū circulorum æquidistantiū basibus, sunt æquales portioni circuli gb : est autē hęc minor semicirculo per 51 huius: ergo & oēs portiones aliorū circulorū sunt minores suis semicirculis. Videbitur ergo minus medietate colūne. Quod est propositū. Idē quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt, quādoq; iuuant uisionis quātitatē, quorū uisionis modū propter infinitatem numerorū omittimus: quia radice præsentis supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.



79. *Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis cylindri fuerit, semicylindri conuexum uidebitur: si maior, maius: si minor, minus.*

Esto circulus basis cylindri, cuius centrum sit punctum a : punctus uerò extrā signatus sit z : & ducatur linea az : & producat̃ur à puncto a diameter gd orthogonaliter super lineam za per 11 p 1: & describatur super lineam az , ut super diametrum, circulus abz : & producantur lineę ab , bz , ae , ez : duę itaque lineę, quę ze & zb , contingunt circulum $bedg$ per 31 & 16 p 3. Producantur ergo à punctis b & e per 101 th. 1 huius duę lineę longitudinis: quę erunt perpendiculares super lineas ae , ab per 92 th. 1 huius: ideo quod sunt erectę super basim. Superficies quoque ductę super lineas ze & zb , & per lineas longitudinum sibi conterminales

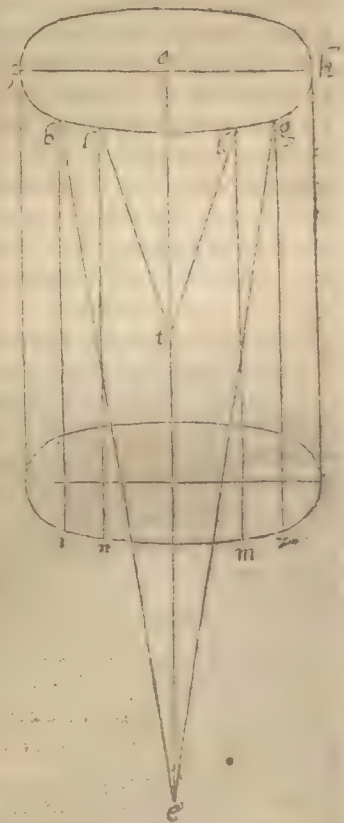
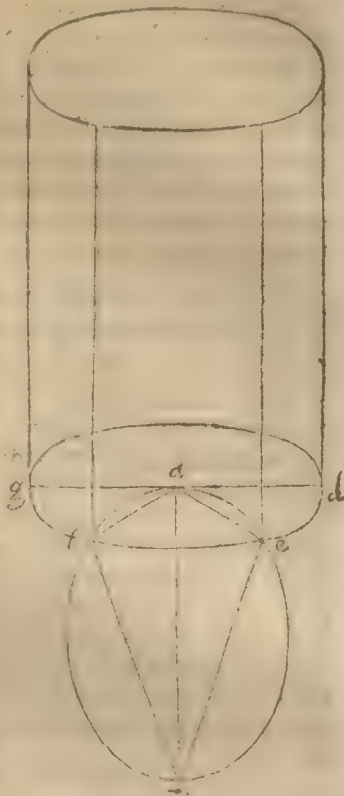
minales secabunt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquidistanter axi columnæ, quando linea connectens cætraamborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ: quæ si maior fuerit illæ diametri cõcurreret ad partem oppositã in aliqua linea superficie ductæ per lineam ductam per centrum cõmune æquidistanter axi & per ipsum axem. Si uerò fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea connectens centra oculorum æquales: tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquidistantis centris oculorum, & superficies productæ nunquã concurrent. Superficies autem columnæ inter has superficies columnã cõtingentes intercepta est portio superficie columnæ, quæ uidetur: sunt aut omnes portiones circularũ interceptæ inter eas, æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas cylindri uidebitur: si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e: tunc minus semicylindro uidebitur: si maior, maius: horum autem omnium deductio est euidentis ex præmissis pluries repetitis. Patet ergo propositum.

80. *Visu appropinquante cylindro conuexo, minus curua superficie uidebitur: apparet autem ac si magis uideatur. Euclides 30 th. opt.*

Sit cylindri basis circulus b g: cuius centrũ sit a: & diameter f h: oculi uerò cætrum sit in puncto e: & ducatur linea e a inter illa centra: & ducantur lineæ e b & e g circulũ cõtingentes per 17 p 3: & ducantur à punctis b & g per 101 th. 1 huius lineæ longitudinis cylindri, quæ sint b i & g z. Videtur itaq; per modũ præmissarũ sub oculo existente in puncto e, superficies cylindri i b g z: quæ minor est semicylindro per 78 huius. Appropinquet ergo uisus columnæ: & sit in puncto t: & ducantur lineæ cõtingentes basim columnæ, quæ sint t k & t l: & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis cylindri, quæ sint l n & k m. Videbitur ergo sub uisu existente in puncto t, superficies cylindri, quæ est l n k m, quæ minor est superficie i b g z uisa in puncto e: cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67 huius. Appropinquante ergo uisũ ad cylindrum, minus ipsius superficie uidetur: apparet autem ac si magis uideatur: quoniam per 60 th. 1 huius, & per 21 p 1 angulus l t k maior est angulo b e g: concurrunt enim lineæ t k & e g uersus punctũ g. Patet ergo propositum p 20 huius.

81. *Axe unius tantũ uisus cætro basis columnæ rotunde uel laterate & cuiuscunq; incidente: uel si distantia oculorũ equalis, uel minor fuerit diametro basis cylindri obiectæ directè uisui: sola basis uidetur: quæ si maior basi fuerit, totus uidebitur cylindrus, basi remotiore duntaxat excepta.*

Cum enim uno oculo fiat uisus, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotunde uel laterate: tunc quia oēs lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basim, ut patet per 92 th. 1 huius, nõ uidebitur forma puncti alicuius illarũ linearũ, nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & peripheriæ superficie basis: uidebitur ergo sola basis. Et idem est si uisus fiat ambobus uisibus, si tamẽ distantia oculorum, quæ est linea connectens cætra oculorum, fuerit æqualis uel minor diametro basis: tunc enim, ut patet per 4 huius, nulla linearum longitudinis columnæ, perueniet ad ambos uisus, nisi solam, ut prius ostensum est, punctus, qui est communis sectio alicuius illarũ linearũ & peripheriæ ipsius basis. Si uerò maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis: tunc omnes lineæ longitudinis columnæ perueniet ad ambos uisus: & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uiciniõr uisibus: inferior uerò basis nõ uidebitur: quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi peripheriæ suæ cũ lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam peripheriam terminatur. Quod si uno tantũ oculo uisione facta, axis ceciderit extra centrum basis: uidebitur aliqua pars linearum longitudinalis totius columnæ: quoniam tunc peripheria basis secat pyramidem uisionis. Patet ergo illud, quod proponebatur. Est autẽ possibile, ut uisu obliquè basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55 uel 56 huius. Et hoc est nota tu dignum.



82. *Vnius tantum uisus axe, centro columnaris sectionis (qua est basis absidis columnaris rotunda) incidente: tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.*

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscissa, ut axis non sit perpendicularis erectus super basim: palam ergo per 103 th. 1 huius, quod basis hæc est sectio, quæ dicitur columnaris uel sectio oxygenia: & ipsa pars columnæ abscissa dicitur absis. Dico, quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet, quæ in decliuori parte approximatur, uidebitur uno etiam uisu. Huius autem causa est obliquatio basis, quæ sub minori angulo uidetur per 26 huius: propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cum residui anguli perueniunt ad uisum: quod non accideret, si illa basis posset directè uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione. Patet ergo propositum.

83. *Centro foraminis uueæ in superficie illuminata concava columna cuiuscumque existente: semper columna tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarum concavarum uisionibus idem accidit, quod sphaerarum concauitati.*

Disposito enim uisu secundum propositum modum, respectu cuiuslibet colunæ concavæ, formæ omnium punctorum linearum longitudinis, quas secant superficies foraminis uueæ, tunc omnes perueniunt ad uisum: ideo quod ad centrum illius foraminis secundum lineas rectas pertingunt: & superficiem oculi contingit tantum una in illo centro: aliæ uero ipsam contingunt in punctis diuersis circuli foraminis. Videbuntur ergo omnes per 2 th. 3 huius. Et quoniam formæ omnium aliarum linearum longitudinum, & omnes puncti basium directè uel obliquè perueniunt ad uisum: palam, quia tota colunæ concauitas uidetur secundum omnia puncta suæ superficiem. Sed forte accidit figuræ uisæ irregularitas propter aliquarum suarum partium obliquationem ad uisum per 55 uel 56 huius. In alijs quoque uisionibus partium columnarum concavarum idem accidit, quod in sphaeris concavis: quoniam uisu posito in puncto medio quadranguli terminantis semicylindrum, ille totaliter uidebitur per 60 huius. Sed & quodlibet punctum superficiem concavæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo puncto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semicylindro. Patet ergo propositum.

84. *Pyramidis rotunda basi in eadem superficie cum centro unius oculorum existente: minus medietate superficiem conuexæ pyramidis uidetur. Euclides 31 th. opt.*

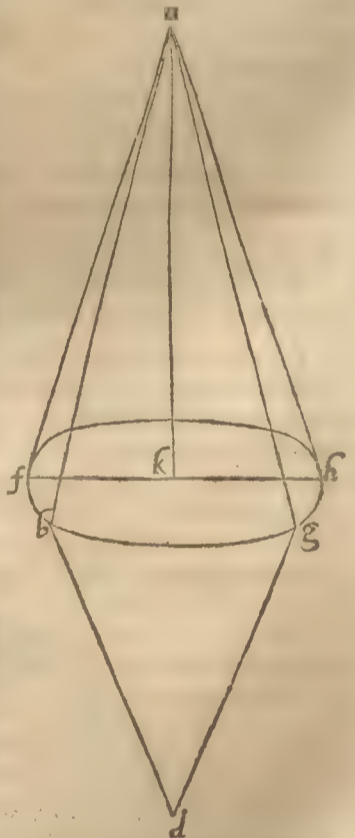
Sit pyramis rotunda, cuius basis sit circulus, qui b g: cuius diameter f h: centrum k: uertex uero illius pyramidis sit punctum a: & sit centrum uisus d: & ducantur lineæ d b & d g contingentes circulum b g per 17 p 3: est ergo per 58 th. 1 huius arcus b g minor semicirculo. Ducatur quoque a uertice a pyramidis dis per 101 th. 1 huius lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g. Palam itaque ad modum eorum, quæ demonstrauimus in columnis, quoniam superficies intercepta lineis a b & a g, sola uidetur. Et quoniam hæc lineæ ex omnibus circulis æquidistantibus basi pyramidis partes similes refecant, & intra se illas continent, & cum per 58 th. 1 huius arcus b g sit minor semicirculo: erunt necessariò arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis: ergo portio uisæ minor erit hemiconio: quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet: sic pars proportionalis ad totam conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basim: quoniam lineæ longitudinis productæ a uertice ad peripheriam basis, sicut diuidunt conicam superficiem: sic lineæ a terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam. Et potest hoc conuinci argumentò 5 p 12 Euclidis. Patet ergo propositum.

85. *Cætris amborum uisuum in eadem superficie cum basi conici existentibus, si linea connectens cætra uisuum equalis fuerit diametro basis, hemiconium uidebitur: si maior, maius: si minor, minus.*

Dispositione ordinata ad conum, quæ in 79 huius ad columnam, hoc solo adiecto, quod centra uisuum sint solum in eadem superficie cum basi pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi conici æquidistantem, sicut potest fieri in columna: si enim uisus in linea æquidistante axi columnæ eleuetur, idem accidit, quod eo in basi existente: quia in columna sufficit, etiã si sint in superficie basi æquidistanti. Patet ergo, quod hic proponitur, & est idem demonstrandi modus. Unde frustra est membranas denuò occupare.

86. *Appropinquante centro uisus in superficie basis conici: minus conica superficiem uidebitur: apparet autem plus uideri. Euclides 32 th. opt.*

Sit circulus a b basis conici: cuius centrum l: & sit uertex conici punctum g: centrum quoque oculi sit d: ducatur



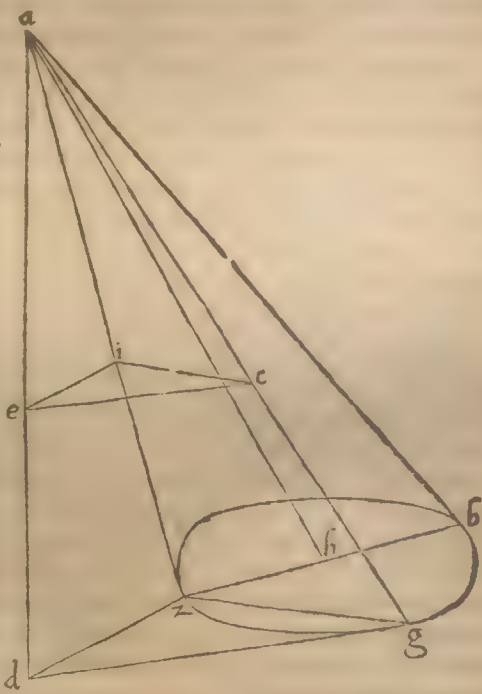
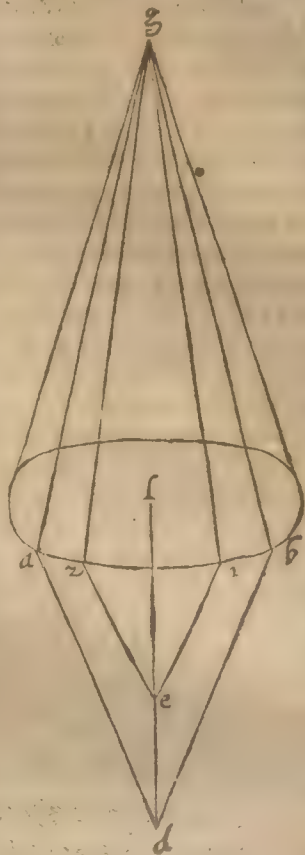
ducatur linea $d l$ ad centrum uisus à centro basis pyramidis: & ducantur lineæ $d b$ & $d a$ contingentes circulū, qui est basis conī, in pūctis b & a : & ducatur à uertice pyramidis lineæ lōgitudinis conī, quæ sint $g a$ & $g b$: ergo per ea, quæ prius in p̄cedētibus dicta sunt, superficies $g a b$ uidetur sub oculo d : & est minor hemiconio. Appropinquet autē oculus, & fiat in pūcto e : ducanturq; lineæ $e z$, $e i$ cōtingentes circulū, qui est basis conī: & à uertice conī cōtinuētur lineæ $g z$ & $g i$. Videbitur itaq; ab uno oculo existente in pūcto e portio superficiei conicæ, quæ est $g z i$ minor portione $g a b$. Videtur autē apparere maior portio $e g a b$ propter maioritātē anguli $z e i$ supra angulū $a d b$. Et hoc est propositum.

87. *Lineis à centro uisus ad basim conī cōtingenter ductis, & à pūctis contactuum ductis lineis lōgitudinis conī: si in cōmuni sectione superficierum per easdem lineas & per cētrum oculi productarum uisus cono appropinquet: eadē portio superficiei conicæ uidebitur, quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit. Euclides 33 th. opt.*

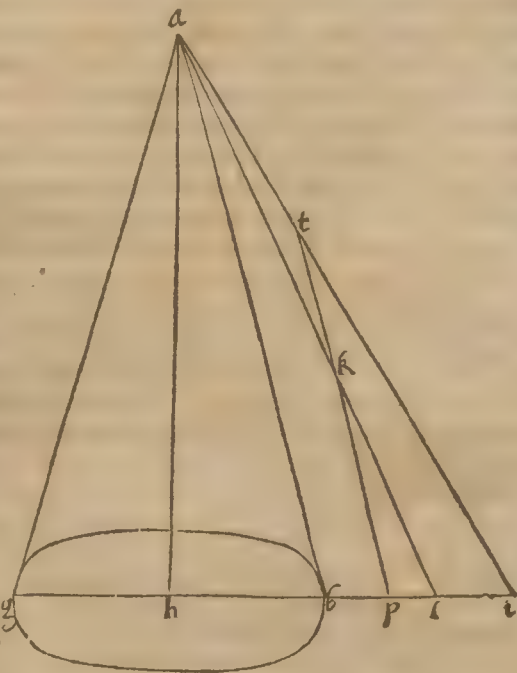
Esto conus, cuius basis sit circulus $b z g$: & uertex eius pūctū a : axis quoq; sit $a h$: centrumq; oculi sit d : & ducantur per 17 p 3 lineæ à centro uisus d contingentes circulū $b z g$, quæ sint $d z$ & $d g$. Et quoniam hoc fit ex hypothesi: tūc patet per 16 p 3 & 2 p 11, quoniā centrū uisus est in superficiei basis conī uisū. Et ducatur à pūctis contactuū z & g duæ lineæ lōgitudinis per conī uerticē pūctū a , quæ sint $z a$ & $g a$: quod fiet per 101 th. 1 huius: & à centro uisus pūcto d ad uerticē conī pūctū a ducatur linea $d a$: & ducatur duæ superficies, una per lineas $d g$ & $g a$, alia uerò per lineas $d z$ & $z a$. Et quoniā eę superficies cōcurrūt in centro uisus d & in uertice conī a : erit ipsarū cōmuni sectio linea $a d$ per 1 p 11 & per 19 th. 1 huius. Dico, quòd si oculus appropinquet cono secundum lineam $d a$: non uidebitur maior conicæ superficiei portio nūc quàm prius, oculo in pūcto d existente. Sit enim, ut approximando ipsi cono perueniat in pūctum e lineæ $d a$: & ducantur à pūcto e lineæ æquidistantes lineis $d g$ & $d z$ ad superficiē conī uisam: hæ erunt ergo necessariò cōtingētes aliquē circulū conī æquidistatē basi $b z g$: ergo necessariò cadent in aliqua pūcta linearum $a z$ & $a g$: ideo quòd illæ secant proportionaliter basim conī, & oēs circulos ei æquidistates: quoniā secundū lineas illas terminatur uisus, & secundū illas superficies contingētes terminatur uisio circulorū. Si enim dicatur, quòd illæ lineæ contingentes aliquē dictorū circulorū ductæ à pūcto e , cadant extra lineas $a z$ & $a g$, cū lineæ à pūcto e in lineas $a z$ & $a g$ ductæ terminent uisum, & similiter illæ cōtingentes terminēt uisum: sequetur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diaphani: quod est cōtra ea, quæ demōstrata sunt per 44 & sequētes secūdi huius: uel sequetur lineas radiales esse curuas: quod est cōtra 1 th. 2 huius: uel sequetur duas rectas lineas superficiē includere: quòd est impossibile. Cadent ergo dictę lineæ p̄tingentes ad superficiē conicā ductæ à pūcto e in lineas $a z$ & $a g$: cadant itaq; in ipsarū duo pūcta, quę sint i & c , & sint lineę $e i$ & $e c$. Quia ergo angulus $c e i$ est æqualis angulo $g d z$ per 10 p 11, sicut & anguli cōtenti sub lineis $c i$ & $g z$, quoniā oēs illi anguli cōtinentur sub lineis æquidistantibus angulariter cōiunctis, patet per 20. huius uerum esse quòd proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea $d a$ ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10 p 11, palam ergo est propositum. Et hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

88. *Elevato uisu, respectu superficiei conicæ: maius erit, quòd uidetur, uidebitur autem minus uideri: depresso uerò uisu, minus erit, quòd uidebitur, sed apparebit maius prius uiso. Euclides 34 th. optico.*

Esto conus, cuius basis circulus $b g$: & uertex pūctus a : & ducantur lineæ lōgitudinis, quæ sint $a b$

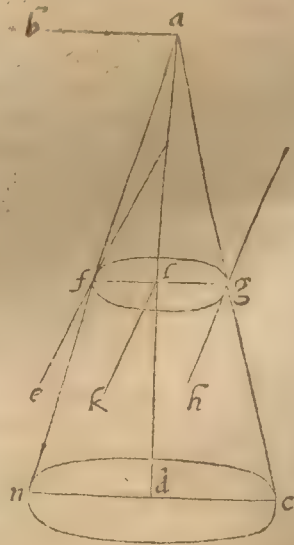


sint $a b$ & $a g$: & ducatur linea $b g$: & producaturs usq; ad punctum l : & à puncto t , quod sit inferius puncto a uertice conij, ducatur linea æquidistans lineæ $a b$ per $31 p 1$, quæ producta uersus lineam $b l$, secet illam in puncto p : & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k : & sit illa linea $t k p$. Dico, quod oculo posito super punctum t , qui est eleuatiore puncto k : pars superficiei conicæ uisa, maior quidem erit, minor aut uidebitur, quàm uideatur oculo existente in puncto k . Ducatur enim lineæ $a k$ & $a t$: & producaturs linea $a t$, donec cõcurrat cum linea $b l$: cõcurrent aut per conuersam $2 p 6$. Quoniã enim linea $t p$ est minor quàm linea $a b$, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquidistant, patet quod lineæ $a t$ & $b l$ cõcurrēt: sit ergo punctus cõcursus i : & similiter lineæ $a k$ & $b l$ concurrēt: sitq; punctus concursus l . Palàm itaq; quia magis uidebitur de cono super punctum i , quàm super punctum l per 86 huius: ppinquier enim est ipsi cono punctus l , quàm punctus i . Quod autē de superficie conica uideatur, oculo existente in puncto i , idem per præcedentem proximam uideatur cetro uisus existente per totã lineam $i a$, utpote in puncto t : & illud, quod uideatur uisus existente in puncto l , uideatur in quolibet puncto lineæ $l a$ existente uisus: ergo & in puncto k . Sed quod uideatur à puncto i maius est eo, quod uideatur à puncto l , & minus esse uideatur per 86 huius: ergo illud, quod uideatur à puncto t maius est illo, quod uideatur à puncto k , & minus uideatur esse. Et hoc est quod proponitur. Et hoc idē etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari. Patet ergo propositum.



89. *Linea à centro uisus ad uerticem conij ducta perpendiculari existente super axem: superficiei conicæ medietas uideatur. Alhazen 36 n 4.*

Verbi gratia sit pyramis $a c n$: cuius axis $a d$, & uertex a : palàm ergo per 89 th. i huius, quod punctum d est centrū circuli basis ipsius conij: sitq; centrū uisus b : & ducatur linea $b a$ faciens angulum $b a d$ rectū. Dico, quod conicæ superficiei $a c n$ medietas uidebitur. Secet enim aliqua superficies conum $a c n$ æquidistatèr basi $c n$: hæc ergo per 100 th. i huius secabit ipsam secūdum circulū, qui sit $f g$: & eius cetrū, quod sit punctum l , erit in aliquo puncto axis $a d$: secetq; superficies plana pyramidē per axem $a d$, & per cetrū uisus b : illa ergo superficies secabit circulū $f g$: linea quoq; cõmunis huic superficiei & circulo $f g$ erit orthogonalis super axem: quoniã axis est erectus super superficiei circuli, & trãsibit cetrū circuli. Sit quoq; illa linea $k l$: quæ erit per $28 p 1$ æquidistans lineæ $b a$, & est cū illa in eadē superficie. Ducatur quoq; per cetrū circuli diameter $f l g$ orthogonalis super lineam $k l$ per $11 p 1$: & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtinentes circulū per $17 p 3$, quæ sint $f e$ & $g h$: & ab eisdē punctis g & h ducatur duæ lineæ lōgitudinis ad uerticē conij per 101 th. i huius, quæ sint $f a$ & $g a$: duæ ergo superficies planæ, in quarū una sunt lineæ $f e$ & $f a$, & in quarū altera sunt lineæ $g h$ & $g a$, palàm quoniã cõtinent pyramidē secūdū lineas lōgitudinis, quæ sunt $f a$ & $g a$ per 95 th. i huius. Et quoniã linea $k l$ æquidistat lineæ $b a$, & lineis cõtinentibus circulū, quæ sunt $f e$ & $g h$, ut patet per $16 p 3$, & per $28 p 1$: erunt per $9 p 11$ lineæ $f e$ & $g h$ æquidistates lineæ $b a$: quælibet ergo ipsarū est in eadē superficie cū illa per 1 th. i huius. Illæ ergo duæ superficies necessariò secabūt se super lineam $b a$ per 19 th. i huius: utraq; ergo superficierū pyramidē propositā in terminis diametri unius suorū circularū cõtinentiū trãsit per cetrū uisus. Quod ergo superficiei conicæ inter illas superficies cadit, apparet uisui: est aut hæc medietas pyramidis, quoniã illas lineas cõtinentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uideatur. Quod est propositum.

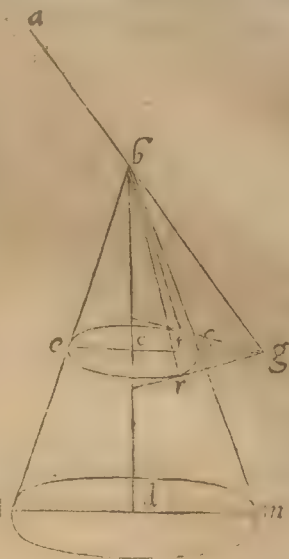


90. *Linea à centro uisus ad uerticem conij ducta angulū obrusum cū axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum lōgitudinis conij unita: uideatur superficiei conicæ pars maior medietate. Alhazen 37 n 4.*

Sit pyramis $b i m$: cuius axis $b d$: uertex b : palàmq; per 89 th. i huius, quod cetrū circuli basis est punctum d : sitq; punctum a centrū uisus: & ducta linea $a b$, fiat angulus $a b d$ obrusus, ita tamē, ut linea $a b$ nō fiat una linea cū aliqua linearū lōgitudinis conij, sed secet eas utcūq; possibile est producatas: eritq; tūc uisus altior uertice pyramidis: sitq;, ut in præcedēte, circulus $e h$ æquidistans basi pyramidis,

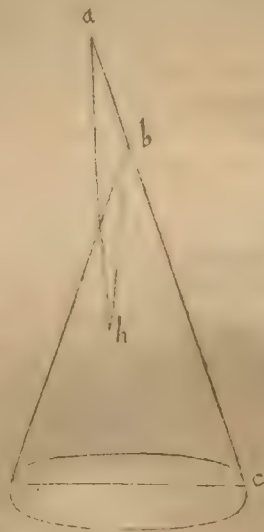
ramidis,

ramidis, quæ est i : & linea communis huic superficiæ & circulo, (in quo est centrū uisus punctū a , & axis conī, qui est $b d$) sit linea $e h$: eritq; linea $e h$ perpendicularis super axem $b d$: & producat̃ur linea $e h$ extra pyramidem, donec concurrat cum linea $b a$, producta ultra punctū b : cōcurrat autem per 14 th. 1 huius: ideo, quia angulus $a b d$ est obtusus ex hypothesi, & angulus $d b h$ est acutus per 32 p 1, & linea $e h$ est perpendicularis super axem $b d$. Sit ergo concursus punctus g : & à puncto g producantur duæ lineæ $g f$ & $g r$ circuli $e h$ cōtingentes per 17 p 3: contingatq; circuli in duobus punctis f & r : & ab ijs punctis per 101 th. 1 huius, producantur lineæ longitudinis ad uerticem conī punctū b , quæ sint $f b$ & $r b$: superficies ergo illæ, in quibus sunt lineæ $g f$ & $f b$, & lineæ $g r$ & $r b$ cōtingunt pyramidem, & in utraq; istarum superficiæ erit uertex pyramidis punctus b , & punctus g , in quo concurrunt linea $a b$ cum linea $e h$: ergo linea $a b g$ per 1 p 11 & 19 th. 1 huius est in utraq; illarum superficiæ: ergo utraq; superficies transit per punctū a centrum uisus. Et quoniam per 58 th. 1 huius duæ lineæ $g f$ & $g r$ includunt minorem partem circuli: quoniam arcus circuli interiacēs puncta contingentiæ duarum linearum ab eodem puncto productarum, est minor semicirculo: tunc patet quod illæ duæ superficies includūt minorem partē superficiæ conicæ quàm sit medietas: residuū ergo illius superficiæ est maius medietate: hoc autē uidetur à uisu taliter, ut proponitur, collocato. Pars ergo superficiæ conicæ maior medietate taliter uidetur. Et hoc est propositum. Ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.



91. Cum linea longitudinis conī producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiæ conicæ latebit: nisi linea longitudinis illa sola. Alhazen 38 n 4.

Sit pyramis, cuius uertex sit punctū b : & linea longitudinis sit $c b$: sitq; centrum uisus punctū a : & linea $c b$ producta ultra punctū b concurrat cū cetro uisus puncto a . Dico, quod non latebit uisum totius huius superficiæ conicæ pars aliqua, præter quandā lineam intellectualem, quæ est ipsa linea longitudinis $b c$. Omnis enim superficies, in qua est linea à centro uisus ad aliquem punctum axis ducta, secabit pyramidem, excepta tantū illa superficie, in qua est linea $a b c$: hæc enim contingit pyramidem secundum lineam $b c$ per 95 th. 1 huius. Et quoniam illud, quod sub superficie contingente pyramidem & transeunte centrum uisus continetur, occurrit uisui per 17 th. 3 huius: formæ enim omnium punctōrū superficiæ illius conicæ in superficie uisus depinguntur: palam ergo quoniam tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali, quæ est $b c$. Dato enim quocunq; puncto superficiæ pyramidalis extra lineam $b c$: dico, quod illud uidebitur. Sit enim illud punctū h : & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea $a h$: & ab illo eodē per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis, quæ sit $h b$: fietq; triangulus $h b a$, qui necessariō erit in aliqua superficie pyramidem secante, per transeunte centrū uisus a : ex lineis autē illius superficiæ non cadunt, nisi duæ in superficie conicæ pyramidis, scilicet linea longitudinis $b h$, & linea opposita lineæ $b h$ in alia parte pyramidis: quoniam, ut patet per 90 th. 1 huius, planæ superficiæ secantis conū trans axem & superficiæ conicæ cōmunis sectio est trigonū duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentū: linea uerō $a h$ secat lineam $b h$ in puncto h , & linea $c b$ secat eandem $b h$ in puncto b per 91 th. 1 huius: lineæ ergo $a h$ nulla linea cōcurrat à uertice pyramidis nisi in puncto a : nec enim ad aliquod punctū mediū lineæ $a h$ à uertice b ductæ lineæ incident: nō occultabitur ergo punctus h ab aliquo alio puncto, quod minus perueniat ad centrū uisus a . Occurrit ergo punctus h uisui, cū inter ipsum & uisum nō accidat solidi corporis interpositio. Eadē quoq; est probatio de quolibet alio dato puncto superficiæ pyramidalis: in linea uerō $b c$, quæ perpendicularis est super superficie uisus per 72 th. 1 huius, solū tantū punctū possibile est uideri, ut ostensum est in 4 huius: omnia uerō alia puncta lineæ $b c$ necessariō occultantur. Patet ergo propositū. Patet itaq; ex ijs, quoniam in hoc situ nulla superficiæ pyramidalis contingentiū peruenit ad centrū uisus, præter illā, quæ in linea $b c$ longitudinis centrū uisus transeuntis pyramidem cōtingit: & oēs superficies aliæ conum contingentes secant lineam productā à centro ad ipsam pyramidem inter uerticem conī & centrū uisus.

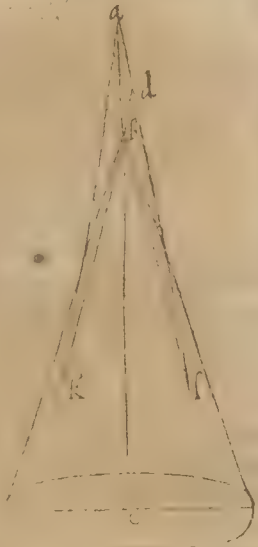


92. Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente: tota conica superficies uno oculo uidetur. Alhazen 39 n 4.

Esto data pyramis, cuius axis $b c$: uertex quoq; punctus b : & sit uisus centrū punctū a : sitq; ut axis $b c$ productus currat in punctū a . Dico, quod in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrit uni uisui: nullus enim punctus superficiæ conicæ totius pyramidis uisui occultatur. Dato enim quocunq; puncto, sit ille l : & ducatur ad ipsum à cetro uisus a linea $a l$: & ab ipso puncto l ducatur

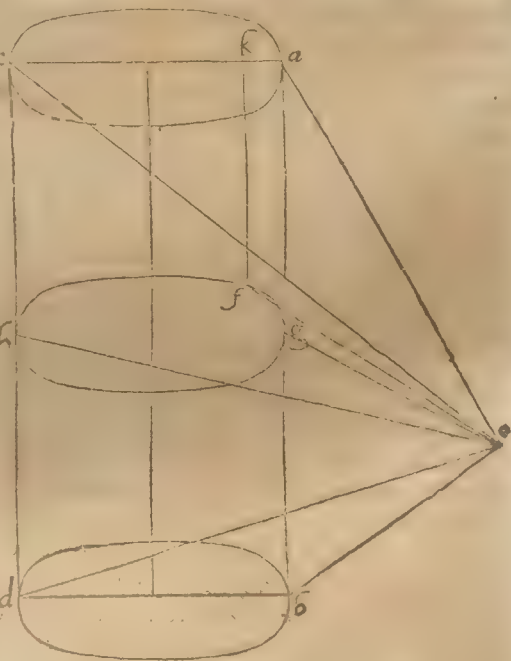
O per

per 101 th. huius linea longitudinis pyramidis, quae sit $l b$: fietq; trigonũ $l b a$, quod necessariũ erit in superficie pyramidẽ secante, ideo quod linea $a c$ ducta à centrũ uisus in-
 trat in ipsam pyramidẽ, secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1 p 11,
 quoniã linea $a b$ est in illa superficie: linea uerò $a l$ secat lineã $b l$ in puncto
 l : ex lineis uerò superficiei, in qua sunt duæ lineæ $a l$ & $b l$, nõ sunt, nisi duæ
 tantũ lineæ in superficie pyramidis, scilicet linea lógitudinis, quæ est $b l$,
 & linea alia longitudinis illi opposita, quæ sit $b k$, ut patet per 90 th. huius ipsa
 lineis $a b$ & $b l$, necessariũ secabit angulũ $a b l$: ergo per 29 th. huius ipsa
 secabit & basim $a l$: sit ergo ut secet illã in puncto d . Et quia linea $a l$ secat
 duas lineas $k b$ & $l b$, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidẽ secatis sunt
 in pyramidis superficie, secat enim linea $a l$ lineã $k b$ extra pyramidem in
 puncto d , & lineam $l b$ in superficie pyramidis, in puncto l : producta ergo li-
 nea $a k$ in infinitũ, nõ concurret cũ aliqua illarũ linearũ: nõ interponetur
 ergo solidũ punctũ, quod est k inter uisum & punctũ l : sed nec aliquod alio
 rũ punctorũ ipsius pyramidis: quoniã nullũ ipforũ cadit in illa superficie.
 Nõ occultabitur ergo tũc uisui existẽti in puncto a datũ punctũ l : cũ inter
 ipsum & centrũ uisus nõ accidat aliqua solidi corporis interpositio. Et eadẽ
 est demonstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis.
 Patet ergo propositũ. Palãm itaq; ex his, quoniã in hoc situ nulla superfi-
 cieriũ cõtinentiũ pyramidẽ transit per centrũ uisus, sed quælibet ipsarũ
 secabit lineam à centro uisus per uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidem,
 scilicet in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.



93. Omnes lineæ uel superficies, inter lineas uel superficies cõtinentes colũnã uel pyramidẽ
 rotãdã supficiẽ uisam terminãtes à centrũ uisus pducta, colũnã uel pyramidẽ necessariũ secabũt.

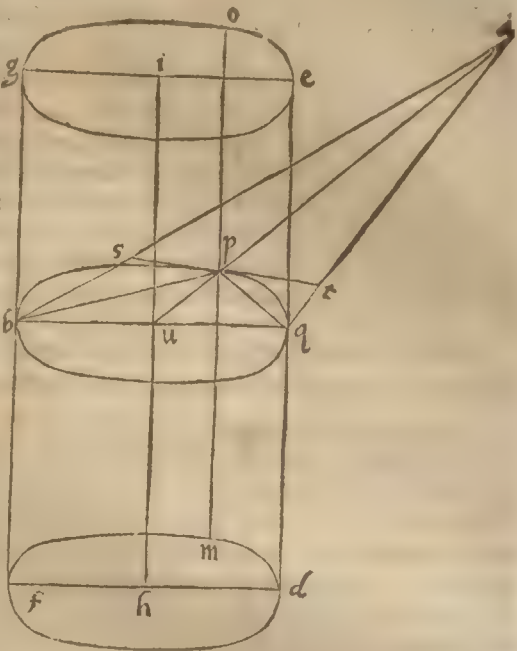
Verbi gratia, sint duæ lineæ lógitudinis colũnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiẽ,
 quæ sint $a b$ & $c d$. Dico, quod si à centro uisus (quod
 este) ducatur linea $e f$ inter lineas illas $a b$ & $c d$, quo-
 niã linea $e f$ secabit propositã colũnã uel pyrami-
 dẽ. Transeat enim superficies plana colũnã uel py-
 ramidẽ secans ipsam in puncto f æquidistanter basi:
 eritq; per 100 th. huius cõmunis sectio circulus, qui
 sit $g h$: qui secat lineas lógitudinis colũnæ uel pyra-
 midis, eam scilicet, quæ $a b$, in puncto g , & eam, quæ est
 $c d$, in puncto h : & ducantur à puncto e per 17 p 3 duæ
 lineæ cõtinentes illũ circulũ, quæ sint $e g$ & $e h$: palãm
 aut per 57 th. huius quoniã linea $e f$ in eadẽ superfi-
 cie cũ lineis illis existẽtes, secat circulũ $g h$: ergo seca-
 bit colũnã uel pyramidẽ, quæ per eundẽ circulum
 secatur. Idẽ quoq; accidit si per sectionem lineæ lon-
 gitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idẽm re-
 dit. Patet ergo propositum.



94. Pluribus planis superficiebus centrum uisus
 transeuntibus secundũ lineas longitudinis partis
 superficiei uisæ colũnã uel pyramidẽ conuexam
 secantibus: solã superficieẽ axem colũnæ pertran-
 seuntẽ, superficieẽ colũnarẽ uel pyramidalẽ uisam
 per aequalia diuidere: & econuerso superficieẽ per æ-
 qualia illam uisam superficiẽ diuidentẽ, axem transire est necesse.

Sit colũna cõuexa, cuius superficies uisã sit $e d f g$: & axis eius sit $h i$: & c centrũ uisus punctũ a :
 sintq; lineæ longitudinis colũnæ, continẽtes uisam superficiẽ, quæ $e d$ & $f g$. Imaginẽtur quoq; mul-
 tæ planæ superficies transeuntẽs centrũ uisus a , & secantẽs $e d f g$ uisam superficiẽ colũnæ. Dico,
 quod sola illa, quæ pertransit axem $h i$, ipsam uisam superficiẽ p equalia diuidit, & nulla aliarũ: sola e-
 nim hæc erecta est super cõuexam superficiẽ colũnæ: quoniã cõmunis sectio illius superficiei secan-
 tis, & superficiei colũnæ est rectangulũ sub duabus lineis lógitudinis colũnæ & duabus diametris
 basim cõtinenti, ut patet p 93 th. huius: ergo cõmunis sectio illius superficiei & uisæ superficiei con-
 uexæ ipsius colũnæ sit linea lógitudinis colũnæ, quæ $m o$: & imaginẽtur superficies plana cõtingẽs
 colũnã in puncto o lógitudinis $m o$ p 95 th. huius: erũt ergo illa cõtinentes superficies & superfi-
 cies secans per axem erectã ad inuicẽ per 97 th. huius. Si itaq; in linea $m o$ signetur punctũ p : & in
 superficie cõtingente ducatur linea $t p s$: tunc palãm quod linea $t p s$ cõtinet quedã circulũ superfi-
 ciei colũnæ æquidistantẽ basibus, qui sit $b q$: & eius centrũ sit u : ducaturq; per 17 p 3 lineæ $a b$ & $a q$
 à centro

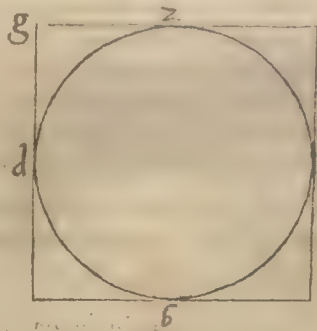
à centro uifus circulū b q cōtingentes: erūt ergo illæ lineæ æquales per 58 th. 1 huius: fecentq; lineā illā circulū contingentē, quæ est t p s, in punctis t & s: & ducatur linea a p: quæ producta, ut patet p 18 p 3 pertinet ad axem in pūctū u centrū circuli: & ducatur intra columnā lineæ b u & q u semidiametri circuli b q. Trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera: ergo per 8 p 1 sunt æquiangula: angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q: sed in trigono a t p angulus a p t est æqualis angulo a p s trigoni a p s per definitionē lineæ super superficiē erectæ: ergo per 32 p 1 angulus a t p est æqualis angulo a s p: ergo per 6 p 1 est linea a t æqualis lineæ a s. Et quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patuit: ablati ergo hinc inde lineis a t & a s, remanebit linea t q æqualis lineæ s b: sed linea t q est æqualis lineæ t p per 58 t 1 huius: quoniā à puncto t ductæ sunt duæ lineæ circulū contingentēs, quæ sunt lineæ t q & t p: similiter quoq; fit linea s b æqualis lineæ s p. Cū ergo per 13 p 1 anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4 p 1 chorda p b æqualis chordæ p q: ergo per 28 p 3 erit arcus p b æqualis arcui p q. Et quoniam idē accidit in basibus columnæ, & in quolibet aliorū circulorū æquidistāte basibus: patet ergo propositū primū, scilicet quod superficies plana secans columnā per axem & transiens cētrū uifus, secat superficiē uifam per æqualia. Et quoniā oēs aliæ superficies declinantes ab axe obliquē incidunt su-



perficiēi contingentī columnā in media linea superficiēi uifæ ipsius columnæ, quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarū illā superficiē uifam per æqualia secat. Sed etiā superficies, quæ uifam partem superficiēi columnæ per æqualia secat, necessariō transit per axem. Sit enim dispositio, quæ prius, & ducantur oēs lineæ priores: erit ergo linea m o, cui illa superficies incidit, diuidēs superficiē uifam per æqualia: & ipsa est cōmunis sectio superficiēi secantis & cōtingentis: erit itaq; per 61 th. 1 huius linea p t æqualis lineæ p s: sed linea p t est æqualis lineæ t q per 58 th. 1 huius: & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b: relinquitur ergo linea a t æqualis esse lineæ a s. Et quoniā in illis trigonis a p s & a p t linea a p est cōmunis ambobus ipsis: erit ergo per 8 p 1 angulus a p t æqualis angulo a p s: uterq; ergo illorū angulorū est rectus, & linea a p est perpendicularis super lineā t p s: linea ergo a p cū æquales angulos cōtineat cū linea m o: palā per definitionē quoniā ipsa est erecta super superficiē contingentē columnā in linea m o: ergo per 18 p 11 superficies, in qua est linea a p secans columnam, erecta est super superficiē ipsam contingentem columnam secundū lineam m o. Ergo per 97 th. 1 huius patet quod ipsa transit per illius columnæ axem. Et penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandum. Et hoc proponebatur.

95. Rectangula magnitudines à maiori distantia uifa circulares apparēt. Euclides 9 th. opt.

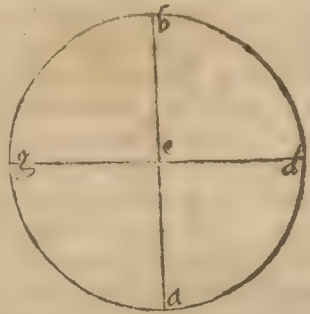
Sit magnitudo rectangula uifa ex magna distantia, quæ sit b g d z. Quoniā ergo unumquodq; uiforum habet longitudinē distantie, qua facta non fiet uisio, ut patet per 8 huius: corpus uerò angulare circa angulum est minus, quàm circa alias sui partes: est ergo necesse prius deficere uifui corpus circa angulū g quàm circa puncta remotiora, quæ sunt d, z: & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum. Tota ergo periphēria corporis quātū ad prominentiā angulorū propter sui distantia à uifū nō apparebit. Videtur itaq; uifui corpus rectangulū esse figuræ circularis: ut turris quadrata uidebitur rotunda. Quando itaq; uifus comprehendit quadratum aut polygonium à remoto, cōprehendet illud rotundū, si fuerit æqualium diametrorū: aut comprehendet ipsum oblongū figuræ teretis, si fuerit inæqualiū diametrorum, ut est figura altera parte longior: ut plurimū sunt quadrangulæ turres, quæ cū à remoto uidentur, apparent teretis figuræ: nec enim excessus radiorū ab angulis superficiēi quadratæ prodeuntium ad uifum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis respectu distantie totius corporis à uifū aliqua proportione sensibili: unde propter insensibilitatē excessus oēs radij æstimantur esse æquales: magis aut hoc solet accidere in alijs polygonis figuris: oxygona enim corpora plurimū ex aliqua magna distantia uifa uidentur rotunda: & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum. Et hoc est propositum.



96. Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quandoq; circulares, quandoq; oblonge apparent. Euclides 40 th. opt.

Quod supra per 55 & 56 huius cōclusum est de figuris superficialibus: hic proponimus similiter

de corporalibus figuris, passiones proprias ipsarum superficierū illis corporibus, quorū sunt ipsa superficies, applicates. Sit itaq; rota a b g d: cuius diametri sint b a & g d secantes se orthogonaliter super cētrū e: sitq; oculus in superficie circuli uel circa. Si ergo linea, quę cadit à centro oculi super centrum rotæ (quod est punctum e) obliquę incidat superficieri ipsius rotæ, ita ut non sit perpendicularis super rotæ superficiem, nec æqualis semidiametro: dico quod diametri rotę inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uerò minima: alia uerò omnes, quę sunt medię inter maximā & minimā, propinquiores minimę sunt minores remotioribus ab illa: quælibet autē duę æqualiter distantes ab altera diameterum, æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongę, ut sectio columnaris uel conica oxygonia uidentur. Et idē accidit in figuris lapidū molariū, & omnibus alijs quibuscūq; figuris. Et hoc est propositum.



97. In figura uisione uirtuti distinctiua error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisa. Alhazen 25.36.47.54.59.64.66.69 n 3.

Ex intemperata enim lucis dispositione figura polygonia æquilatera uidebitur de nocte circularis uel spherica: quoniam lux nimis debilis occultat angulos: & etiā spherā sub luce ualde debili uisa, æstimatur superficieri planę, quia propter lucis debilitatē occultatur uisui partiū præeminētia in superficie ipsius spherę. Ex intēperata etiā longitudine distantię figura quadrata quandoq; uidebitur rotunda spherica: & etiā figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59 huius: squādo etiā propter remotionē nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nō sentitur, tunc propter ipsam remotionē quadratū altera parte lōgius uidetur, ut patet per 62 huius. Accidit etiā error uisioni figurę ex longitudinis immoderatione: figura enim multorū laterū æqualiū opposita uisui directē, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet per 95 huius: & linea curua æstimatur recta per 50 huius: & figura spherica uidetur plana per 65 huius. Ex inordinatione etiā situs error accidit in figurę uisione. Si enim corpus circulare, ut scutella, ab axe elongetur, & modicū super lineam, cui axis perpendiculariter incidit, obliquetur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96 huius: & figura circularis per 55 & 56 huius uidebitur sectionis oxygonię uel columnaris figurę: & similiter propter æqualitatē oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte lōgior per 61 huius. Ex intemperantia etiā quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum. Cum enim superficies uisa fuerit multū parua, si fuerint in ea anguli, occultabuntur uisui: unde fortē forma eius angularis æstimabitur rotunda, spherica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquę præeminētię, latebunt uisum, & æstimabitur eorū superficies plana, ut hæc patere possunt in atomis solis, quarum certa figura nō comprehenditur, quoniā anguli ipsarum uisui à minori distātia occultantur, ut patet per 8 huius. Ex intēperata etiā soliditate accidit error uisioni figurarū. Si enim corpus fuerit minus solidum, in quo fuerint anguli, illi fortē occultabuntur uidenti, & angularis forma putabitur spherica, fortē & sphericitas illorū corporum uidebitur plana. Intemperata quoq; diaphanitas, in uisione figurarum errorem inducit: quoniā existente aere nubilofo, obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, fortē apparebit sphericitas: & si in ipso fuerit sphericitas, apparebit fortē planities: quoniā medium nō est taliter dispositum, ut per ipsum possit fieri cōpleta uisio, ad quā requiritur lumen, ut patet per 1 th. 2 huius. Breuitas etiā temporis errorē uisus in uisione figurarum adducit: modica enim gibbositas in re subitō uisa latet uisum, & æstimatur planities: & si fuerint res figurę angularis subitō uisę, fortē spherice apparebunt. Visus quoq; debilitas errorē causat in figurarum uisione: modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum: & uidentur res spherice planę, & angulares spherice: sic ergo patet propositum in omnibus circumstantijs uisibilium. Et hoc proponebatur.

98. In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uise, sunt ydem illis, qui in situs & figura accidunt uisione. Alhazen 25 n 3.

Corporeitas enim, ut patet in 63 huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum, quas faciunt superficies corpus continentes: est ergo eadem hinc inde erroris causa: & omnis error, qui potest accidere uisui in non comprehensione uerę corporeitatis, uel in erronea cōprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum: ut si superficies spherica conuexa uel concava æstimetur plana per 65 huius: quia in corporibus maximę remotionis à uisu non comprehendit uisus corporeitatem, quando non comprehendit obliquationem superficierum. Et hoc totum accidit propter deceptionem circa figuras factam: non enim cōprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram: unde cum certitudinaliter cōprehenditur figura, certitudinaliter comprehenditur corporeitas: & cum comprehenditur figura indistinctē, comprehenditur etiam corporeitas indistinctē. Et hoc accidit in omnibus modis, quibus error accidit in uisionibus figurarum. Et quia situs est causa figurarum, ideo etiam errores accidentes situi,

tes situi, accidunt & corporeitati: quia enim corporeitas includitur sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figura.

99. *Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum. Alhazen 46 n 2.*

Distinctio, quæ est inter quælibet duo corpora, aut est ex luce: aut ex colore actum lucidi habente: aut ex obscuritate: hæc enim sunt principium distinctionis formarum in superficie uisus: quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus. Quandoque autem lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis, quæ distinguuntur: quandoque uero lux & color uel obscuritas distinguuntur formas in ipsa superficie uisus, sunt in corporibus medijs secundum situm distinguentibus corpora, quorum formæ distinguuntur in uisu: & tunc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quæ est in loco distinctionis, non est in corpore continuato cum utroque corporum, quæ sunt in eius lateribus: tunc non sentiet distinctionem duorum corporum. Et etiam quandoque fit distinctio uisibilium ex hoc, quia non est possibile plura uisibilia æqualiter uideri per 49 th. 3 huius. Aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus in loco distinctionis, & est inæqualis obliquitatis: aut unius ipsorum forma est obliquata, alterius uero forma est uisui directe opposita, manifestior uisui quam alia, quæ est uisui oblique opposita, uel quæ sibi opponitur plus oblique: & secundum hoc comprehendet uisus distinctionem uisibilium formarum: siue ipsorum distinctio secundum spatium interiaccens sit ampla siue stricta, dum tamen sit sensibilis, respectu remotionis corporum uisorum & respectu quantitatis corporum distinctorum: quia forte quandoque distinctio formarum est quantitatis unius capilli: & illud diminutum non affert distantiam sensibilem in uisu. Patet ergo propositum.

100. *Continuitas uisibilium comprehenditur à uisu ex distantia priuatione. Alhazen 47 n 2.*

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendet ipsum esse continuum: & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa à uisu: comprehendet uisus illud corpus esse continuum, & discernet inter continuationem & contiguationem ex comprehensione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit, quod utrumque duorum corporum contiguum est diuersum ab altero & distinctum ab eo: tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisæ perfectam unitatem, quæ est continuitas. Patet ergo propositum.

101. *Numerus comprehenditur à uisu per hoc, quod unum uisibilem comprehenditur ab altero distinctum. Alhazen 48 n 2.*

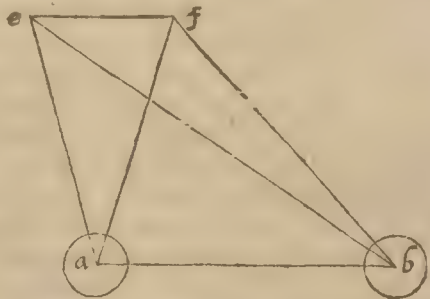
Quando enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & illorum distinctionem, comprehendet quod quodlibet ipsorum est ab altero diuisum. Comprehendit ergo multitudinem: & tunc uirtus distinctiua comprehendet numerum ex multitudine illorum, & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorum unitatem: & per hunc modum omnium rerum uisarum numerum comprehendit & mathematicum & naturalem. Patet ergo propositum.

102. *Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis. Ex quo patet quod formæ ambobus uisibus secundum æqualitatem angulorum obliquius incidentes plurimum à se distant.*

Quod hic proponitur, satis patet. Quando enim linea radialis superficiei uisus oblique incidit: tunc ipsa per 47 th. 2 huius refringitur à superficie oculi, & ad concuum nerui peruenit plus oblique: quoniam tunc secundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36 th. 3 huius. Palàm ergo quoniam illa linea oblique superficiei ipsius uisus incidens, propter suæ incidentiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suæ refractionis acutum: unde tunc linea refractionis interfecat lineam directe incidentem, & à superficie oculi æqualiter refractam: & sic forma obliqua uidetur ultra formam recte uisam. Et si ambæ formæ oblique incidant secundum eundem suæ obliquitatis modum, ita, ut utrobique sit æqualitas angulorum incidentiæ & refractionis: tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam, per quam directe incidens ad medium punctum concuuitatis nerui peruenisset, fit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro oblique incidens, respectu illius medij puncti concuuitatis nerui, fit dextra: & sic quandoque accidit illas formas à se plurimum distare. Et quoniam quælibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuæ, quoniam secundum lucem & colores, quæ sunt in ipsa forma, quæ est extra, depingitur ipsa forma in superficie organi membri sentientis in duobus locis secundum numerum oculorum, quibus incidit, & à quorum superficie refringitur: forma uero directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37 th. 3 huius. Forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis. Patet ergo propositum, & eius corollarium.

103. *Omne uisum, quod directè opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum: semper uidetur duo.* Alhazen 13 n 3.

Nam forma puncti, quæ directè incidit medio alterius uisuum, peruenit ad punctum mediū concavitatis nerui, ut patet per 29 th. 3 huius, quoniam forma illius puncti incidit uisui secundū axem pyramidis radialis: forma uerò puncti obliquè incidentis in medio superficiei alterius uisus uenit ad punctum aliud quàm ad medium punctū concavitatis ipsius nerui, secundum obliquationem puncti superficiei uisus: & sic non concurrunt illæ formæ in eodē pūcto medio concavitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorum uisuum a & b: sit linea e f quoddam uisum directè oppositū centro uisus a: sit autem ipsa linea e f obliquè opposita uisui, cuius centrum est punctum b. Quia ergo forma lineæ e f directè peruenit ad medium concavitatis nerui communis per 29 th. 3 huius: palàm quòd forma eius circa illum punctum medium concavitatis nerui secundum omnes situs suarum partium ordinatur per 37 th. 3 huius. Quia uerò forma eiusdem lineæ e f tota obliquè incidit superficiei uisus b: palàm per ea, quæ declarata sunt in 37 th. 3 huius, quòd forma eius non peruenit ad punctū medium concavitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non superponetur ergo priori formæ, sed remanebit distincta ab illa. Apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentiēti: & sic iudicat illas esse duas, & nō unā. Patet ergo, ppositū.



104. *Omnis forma rei uise intra axes radiales constituta, obliquè ambobus uisibus occurrit: unde semper uidetur duo.* Alhazen 11 n 3.

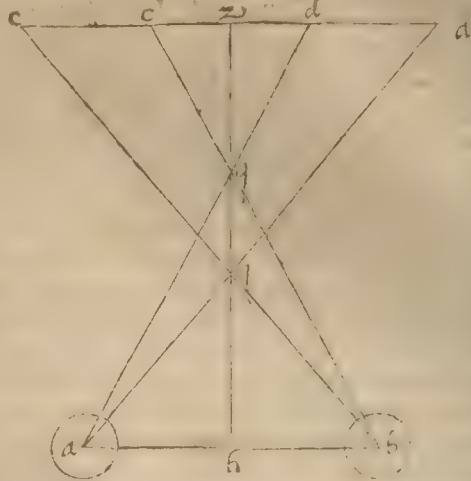
Verbi gratia, sint centra duorū uisuum a & b: & concurrant axes uisuales in puncto c: sit q; axis communis d c: & sit res intra axes uisa, quæ e. Dico, quòd forma rei uise, quæ est e, semper obliquè occurrit ambobus uisibus: unde semper uidebitur esse duæ. Quòd autè obliquè semper incidat ambobus uisibus, patet: cū enim à puncto c ducta sit linea ca perpendiculariter super centrum foraminis uicæ oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24 th. 3 huius, & cū linea cb ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis uicæ oculi, cuius centrū est punctum b: palàm per 13 p 11 quoniam ab aliquo puncto superficiei rei uise, quæ est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non possunt: omnes ergo lineæ à superficie corporis e ad superficieem uisuum productæ, sunt obliquæ per 24 th. 3 huius: non ergo propter refractionem concurrent in puncto medio concavitatis nerui, sed ultra, & plurimū à se distabūt per 102 huius. Videbuntur ergo semper duæ per præcedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uise, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes: tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte: nam illud uisum erit dextrū uni axium uisualiū, & sinistrum alteri ipforū: radij quoq; exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterū uisum, erūt dextri ab axe, & ad reliquū uisum exeuntes, erūt sinistri ab illius axe: & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte: & forma unius uisi incidit duobus uisibus in duobus locis diuersè positis, & peruenit ad loca diuersa concavitatis communis nerui à duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formæ non superponuntur sibi: erunt ergo duæ formæ. Et ita semper forma rei taliter ad uisum dispositæ uidentur duæ formæ, & res ipsa uisa uidetur semper duo. Quod est propositum.



105. *Linea recta uicina uisibus in superficie axis communis erecta super trigonum axiū radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum: omnia uerò alia dicta lineæ puncta uidebantur duo, & aequaliter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se interfecent in puncto coniunctionis.*

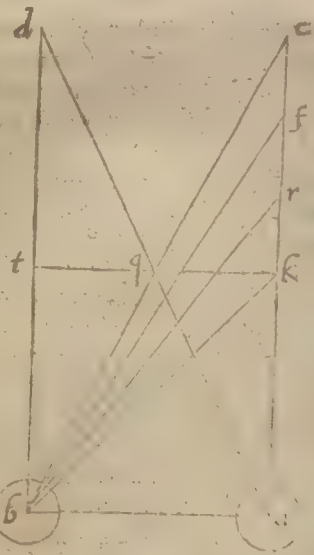
Sit centrum uisus sinistri punctum a, dextri uerò punctum b: & sit linea recta h z: quæ secundum medium pūctum nasi ambobus uisibus interposita extendatur taliter, ut in aliquo pūcto suo signato, quod sit q, concurrant axes uisuales: erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium. Et quoniam ipsum punctum est in linea h z, quæ sic extenditur inter ambos axes radiales: tunc palàm est, quòd ipsa est in superficie, in qua est axis communis, erecta super basim trigoni b q a per 33 th. 3 huius. Dico ergo, quòd ubicunque punctus coniunctionis, qui est q lineæ h z, obliquè incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum alteri, angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est: quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concavitatis nerui: & sic forma una uidetur rei unius,

unius, ut hoc patere potest per 46 & 47 th. 3 huius: reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur equaliter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se interfecerent in puncto cōiunctionis quod est q: quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur. Omnes enim radij exeuntes ab alijs pñctis lineæ h q ad uisum dextrum ex parte axis h q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q: perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro uicæ respicit axem communem: & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum, fiunt dextri: perueniunt enim utriusque radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis uicæ complente. Et quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4 th. 3 huius: palàm, quòd anguli utriusque axium & istarum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusque circuli foraminis. Anguli quoque c q z, & d q z, propter eadem sunt æquales. Ducta itaque lineæ à puncto z æquidistante lineæ a b per 31 p 1, quæ sit c z d: producatur lineæ a q in punctum d, & lineæ b q in punctum c: patet, quòd secundum illas lineas fit uisio illarum formarum. Quoniam enim anguli, secundum quos fit obliquatio uisionis, qui sunt c q z, & d q z sunt æquales: ergo p 13, 15. & 14 p 1 lineæ uisuales, quæ, exēpli causa, sint lineæ b q, & c q, cōiunctæ sunt lineæ una: & similiter est de lineis a q, & q d. Videtur aut lineæ una radialis duæ lineæ propter diuersitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q: forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad medium punctum concauitatis nerui pertingit, & formæ obliquè incidentes, circa ipsum se secantes figuratur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z ad ambos axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis: quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus pñcti medij, ut ostēdimus in præmissis. Patet ergo propositum. Patet etiam quòd mutato pñcto coniunctionis, linearum intersectarum quantitas mutatur: semper tamen ex utraque parte sectionis partes linearum sunt æquales: & secundum approximationem ad uisum anguli medij, ut sunt a q b, & c q d fiunt maiores, & secundum elongationem à uisu fiunt minores, quousque circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ: & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterque apertus referuetur, sic uices mutando quantum placet.



106. Si à puncto coniunctionis lineæ inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uisuum, eidem æqualis & æquidistans fuerit producta: forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo predicta lineæ, uidebitur tantum una: existentis autem in eadem perpendiculari remota à producta lineæ uidebitur semper duæ.

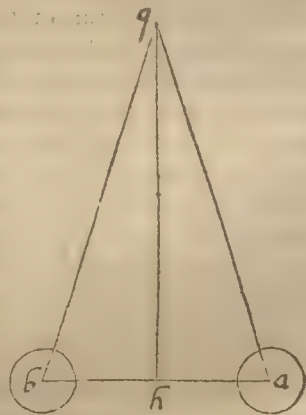
Sint centra duorum uisuum a & b: lineæ ergo connectentis centra est a b: & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11 p 1: & sit punctus coniunctionis q: erunt ergo axes uisuales a q & b q: à puncto uero q per 31 p 1 ducatur lineæ k q t æquidistans lineæ a b. Dico, quòd forma cuiuslibet puncti lineæ k t, aut rei super ipsam existentis, semper uidebitur una: & si in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res uisa: adhuc uidebitur eius forma una. Quòd si fuerit in puncto ualde remoto, ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur enim à puncto b lineæ b k, b r, b f. Palàm ergo per 47 & 19 p 1, quoniam lineæ b k est maior quàm lineæ b r: sed lineæ k q est æqualis lineæ q t ex hypothesi: ergo per 35 th. 1 huius angulus t b q est maior angulo q b k: est enim in trigono orthogonio, quod est t b k producta lineæ b q ab angulo t b k: ergo proportio anguli q b k ad angulum t b q minor, quàm partis basis, quæ est q k, ad partem basis, quæ est q t: sed partes illæ basis ad inuicem sunt æquales: ergo angulus t b q est maior angulo q b k per 10 p 5: sed p 4 p 1 angulus t b q est æqualis angulo k a q: angulus ergo k a q est maior angulo k b q: ergo p argumentū i petitionis factæ in principijs



et ipsi primi libri huius remotio lineæ $a k$ ab axe $a q$ est maior quā remotio lineæ $b k$ ab axe $b q$. Differentia tamen inter has duas remotiones est modica: quoniam differentia inter duos angulos $k a q$, & $k b q$ est modica. Forma ergo puncti k non multum obliquabitur ab axibus uisualibus, qui sunt $b q$, & $a q$. Non ergo uidebitur illius puncti k forma nisi una, quoniam forma eius non multum elongatur à puncto medio concavitatis nerui. Et quoniā corpore aliquo existente in puncto r , patet, quod radij exeuntes ad ipsum, sunt $b r$ & $a r$: & quia etiam duo anguli $r a q$ & $r b q$ nō multū differunt, quoniam angulus $k b r$, qui est illorum angulorum differentia, ut patet, non habet sensibilem quantitatem, quando punctus r fuerit ualde propinquus puncto k : forma ergo puncti r adhuc non uidebitur nisi una. Si uerò corpus aliquod, cuius forma se offert uisui, existat in aliquo puncto lineæ perpendicularis super superficiem uisus, quæ est $a c$, remoto ualde à puncto k , ut est punctum f : tunc quia anguli $f b q$ & $f a q$ sunt diuersi maxima diuersitate, ideo, quod angulus $f b k$, qui est illorum angulorum differentia, est sensibilis quantitatis: tunc corpus, quod est apud punctum f , uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto q : forma enim puncti f obliquè incidit superficie uisus b : unde nō peruenit ad medium punctum concavitatis nerui, ut patet per 102 huius, sed apparet ultra illud: sic ergo numeratur forma illius puncti f . Ex hoc itaq; patet, quod uisum, in quo concurrunt duo axes, semper uidetur unum, sicut etiam patuit per 46 th. 3 huius, & quod unum quodq; uisorum, in quo concurrunt radij consimilis positionis, inter quos non est magna distantia ab ambobus axibus, uidetur etiam unum: illud uerò uisum, in quo concurrunt radij multum distantes ab axibus, uidetur duo: propterea quod ipsum uni uisui incidit directè & alteri ualde obliquè: uel si ambobus uisibus incidit obliquè, & una illarum obliquitatum est sensibilibiter maior quā altera. Videtur ergo talis res duæ per 104 huius. Patet ergo propositum.

107. Puncto coniunctionis cadente in angulū trigoni, cui subtensa basis sit equalis linea connectenti centra oculorum, secundum terminos suæ basis applicati centris amborum uisuum: quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui representat.

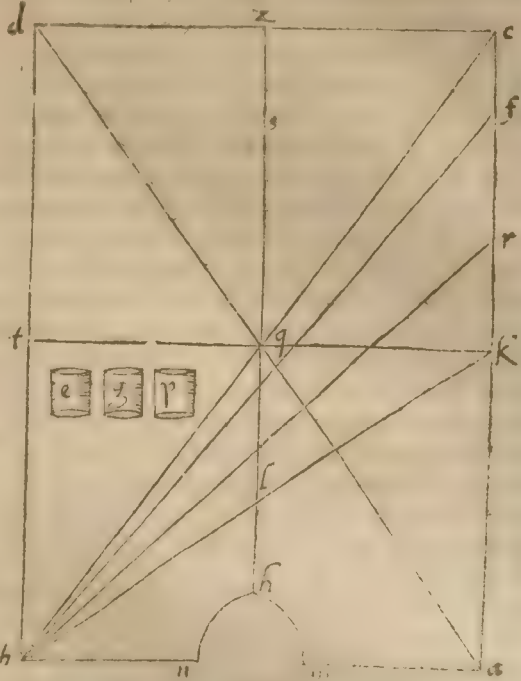
Sint centra amborum uisuum a & b : sitq; trigonum $a b q$ applicatum uisibus taliter ut proponitur: uel sit ita, ut trigoni $a b q$ basis $a b$ sit basiior centris oculorum, incidantq; axes uisuales in punctum q , qui sit punctus coniunctionis: & axis communis sit $h q$. Dico quod laterum trigoni, quæ sunt $a q$ & $b q$, unum quodq; duas formas uidenti presentabit. Quoniam enim utraque formarum linearum $a q$ & $b q$, utriq; uisui se offert directè & obliquè, ut linea dextra, quæ est $a q$, dextro uisui (qui est a) se offert directè, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in cætrum foraminis uisus per 24 th. 3 huius: & linea sinistra, quæ est $b q$, incidit obliquè uisui dextro, qui est a : & e converso linea $b q$ sinistro uisui (qui est b) directè incidit, & linea $a q$ eidem uisui sinistro, qui est b , incidit obliquè, ut hæc omnia patent per 24 th. 3 huius. Forma itaque obliquè incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & fit sinistra ab axe: & forma obliquè incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & fit dextra ab axe: eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata: præter solum punctum q , qui est punctus coniunctionis: & est ratio huius apparitionis eadē illi in præcedenti theoremate declarata. Patet ergo propositum.



108. Vnam rem nonnunquam uideri duas experimentaliter declaratur. Alhazen 12 n 3.

Assumatur tabula lignea planarum superficierum, cuius lineæ longitudinis æquidistantes & æquales sint $a c$, & $b d$: & sint unius cubiti: latitudinis uerò ipsius lineæ æquales & æquidistantes: sintq; $a b$, & $c d$: & sint quatuor digitorum, orthogonaliter super lineas longitudinis erecte: ducanturque duæ diagonij, quæ sint $a d$, & $b c$, secantes se in puncto q : & à puncto q , quod per 40 th. 1 huius est medius punctus superficiei totius tabulæ $a b c d$, ducatur ad utrumque latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per $z p$, quæ sit $k q r$: & ab eodem puncto q ducatur linea $h q z$ æquidistans lineis longitudinis $a c$, & $b d$: & intingantur omnes istæ lineæ $b c$, $a d$, k , h , z tincturis lucidis diuersorum colorum, ut bene appareant: sed tamen duæ diagonij, quæ sunt $a d$, & $b c$, sint unius coloris: & super punctum h interiorum terminum lineæ $z h$ in medio latitudinis ipsius tabulæ cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ibi possit intrare cornu nasi: ita ut cum tabula superponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ ferè duo media superficierum duorum uisuum: & sit hæc concavitas in $h n$. Fiant itaque de cera tria corpuscula columnaria, & sint diuersorum colorum: quæ sint e , g , p : & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea $k q r$, ita, quod corpus g sit sup punctū q , & corpus p super punctū k , & corpus e super punctū r : & applicentur illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita quod nō cadāt, & tūc applicetur tabula uisib. ut supra præmissū est. Deinde experimētator inspiciat forti intuitu corp⁹ g , quod est in puncto q medio puncto tabulæ: tūc ergo duo axes amborū uisuum concurret in aliquo puncto superficiei corporis g , & supponentur duabus diagonijs tabulæ, quæ sunt $b q$, & $a q$, aut erunt æquidistantes illis, & axis cōmunis superponetur lineæ $h q$. Et si in hac

hac dispositione intueantur ambo uisus omnia, quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas inuenietur forma uniuscuiusq; corporû, quæ sunt e, g, p, forma una, & tota forma lineæ k q t erit una: linea uerò h z extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ, secantes se super punctum q, uel super quodcunq; aliud punctû cõcurrant radij uisuales: & etiam quælibet duarû diagoniorû, quæ sunt b c & a d, apparebit duplicata, ita ut uideatur quatuor diagonij: angulus uerò a q b apparebit amplior quàm sit secundum ueritatem. Et si alter uisuû claudatur, uidebuntur duæ tantû diagonij: & diagonius remota à medio sequetur uisum coopertum. Ex quo patet, quòd duæ diagonij, quæ uidentur remotæ, sunt illæ, quarû utraq; uidetur uisu obliquo: & propter hoc cõprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros: unde instituuntur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicè remotæ: infiguntur enim in duabus partib. contrarijs respectu puncti medij nerui cõmunis, & in partib. remotis ab illo puncto: unde illæ duæ diagonij habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicè.



Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e & p, quæ sunt super puncta t & k extrema lineæ t q k: tunc enim apparebunt omnia numero, quo prius. Quòd si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in linea h z & quidistanter à puncto q: & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa punctum q: & corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis uisibus, figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio: tunc unû quodq; corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora obliquè à medio corpore g, duo scilicet in dextro, & duo in sinistro: & uidebuntur super duas lineas, quauis secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duo illorû quatuor corporum super alteram illarum duarum linearum. Idè quoq; accidit si corpora e & p ponantur super alteram duarû diagoniorû secundum omnem modum, quo posita fuerint super lineam h z: taliter ut æquidistant corpori g, & unû sit propinquius uisui quàm alterû: quia tunc utraq; diagoniorum apparebit duæ: unde super utramq; linearum, quæ sunt unius diagonij, duo apparebunt corpora, unû in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorû corporû. Et similiter si corpora e & p ponantur super ambas diagonios, unû super unam, & aliud super aliã, & ambo in parte uisus: tunc enim apparebunt quatuor corpora, duo propinqua, & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponatur alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c ultra punctum k, & tamè ualde uicinè illi puncto k, & sit super punctum r: & tunc applicata tabula uisibus, dirigantur adhuc axes ad corpus g positum in medio: & tunc apparebit forma puncti e tantum una. Quòd si corpus e in eadem linea a c ponatur super punctum f remotius à puncto k, quàm sit punctum r: sitq; puncti f à puncto k distantia sensibilis: & sic directis axib. uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idè quoq; accidit, si ambo axes uisuales secundum istam dispositionem dirigantur ad quodcunq; punctum lineæ t k: semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo. Hæc uerò, quæ præmissa sunt, omnia per 105 huius & propositiones sequentes declarantur, ut patet intuèti. Quòd si experimentator direxerit axes uisuales ad punctum aliquem tabulæ extra lineam k t: tunc ipsum corpus g, positum in medio superficie tabulæ in puncto q, uidebitur duo: & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k: tunc utrunq; ipsorum uidebitur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliquod punctum lineæ t k: tunc reuertetur prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres schedulas pergameni paruas & æquales, & inseribat oes ipsas una scriptura manifesta æqualis quãtitalis: & ponat unam ipsarum in medio primæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo eam supra, ut stent erectè, & applicata tabula ipsis uisibus, ut prius, intueatur schedulam positam super punctum q, & cõprehendet eius scripturam certam cõprehensione: & similiter scripturam schedulæ positæ in puncto k cõprehendet: sed nõ ita perfectè ut scripturam schedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ cõsimiles in figura, forma & quãtitate. Deinde assumatur tertia schedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ z, & manu pertractata secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum schedularum: tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in schedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia schedula, uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta: & si schedula puncti k deposita schedula tertia ponatur penes primam, quæ est in puncto q: tunc ambæ schedulæ cõprehendentur in suis scripturis æqualiter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia schedula moueatur plane super lineam q k, axibus illorû uisuû cadentibus in punctum q: uidebitur tunc diminui distinctio scripturæ schedulæ motæ secundum distantiam, quæ sit per motum, donec perueniat ad punctum k: & tunc paulatim

paulatim à puncto k extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protēsam: tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quòd tandem nulla erit discretio ipsius. Peraētisq; circa lineam c d eisdem, quæ cum his schedulis facta sunt circa lineam k t, eadem tunc uisibus apparent, quæ prius, seruata distantiae proportionē: & etiam si elongentur ultra longitudinem tabulæ. Quæ itaque ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accidunt uni uisuum, si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula quatuor digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40 th. i huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincta, & erigatur hæc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ: tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura, quæ est circa medium schedulæ, uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q: & tunc a uisibus uisuum cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta quàm prius, cum schedula fuerit super lineam k t: & si schedula plus obliquabitur, indistinctior uidebitur scriptura, & quanto magis obliquabitur schedula, tanto magis latebit utrunque uisuum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q: tunc patet, quòd medietas schedulæ cadet extra tabulam. Visu itaque cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo: & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliuationis & distantie à puncto q: & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ, erit litera legibiliter distincta: & si obliquetur schedula super punctum z: tunc erit scriptura latentior quàm prius. Et uniuersaliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spatio distantie: & etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ. Quod autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum, altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorum, quæ per plura theoremata proponuntur: & patet manifestè, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas. Patet ergo propositum.

109. *In uisione diuisionis, continuationis & numeri error accidit uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisa. Alhazen 27. 38. 48. 55. 59. 64. 67. 69 n 3.*

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione: quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit fortè diuisiones esse uel scissuras: & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantum una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicum distantia, apparebunt continua & unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam distantia fit error in præmissorum uisione. Pariete enim aliquo à longè uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus: fortè putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spatium illius coloris. Similiter etiã si prope parietem illum crescat altitudo herbarum, ut cõsueuit in talibus crescere hedera: uidebitur fortè paries secundum hederae spatium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, æstimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum æstimetur diuisum: & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa æstimantur continua, & plura æstimantur unum. Corpora enim à longè uisa in colore similia, & adinuicem propinqua, creduntur continua, & propter hoc tabule parietis uel scamni apparent quandoq; continua, cum modica diuisione ab inuicem sunt diuisa: & sic diuisa æstimantur propter remotionem à uisu esse continua, & plura æstimantur unum. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in præmissorum uisione: si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliuatio, in quo fuerint puncta sensibilia nigra uel ualde tenebrosa: illa quædã diuisiones putabuntur, & inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit cõtinuitatis unio: & si in hoc corpore fuerint linee tenebrosæ sensibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuisæ, cum sint cõtinuæ, & plures, cum sint unum. Similiter est ex obliuatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinate post alium modicum distans ab illo, ita quòd uno aspectu uideri ualeant, fortè occultabitur uidenti spatium, quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus, cum sint diuersi & plures. Qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem præmissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione præmissorum: adhærente enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum: quod ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim iaceret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitrum esse fissum. Similiter etiam accidit error in cõtinuitate: si enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana superficie constituta, & bene compressa sint, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiem ipsorum: huius autem erroris causa est paruitas quantitatis spatij & aeris, secundum quod se illa folia contingunt, & sic etiã numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; soliditatis fit error in præmissorum uisione: in corpore enim magne raritatis, ut in crystallo pura, si in aliqua parte superficie sue fuerit linea nigra, apparebit

apparebit totum corpus fissum secundū locum, in quem cadit illa linea, & ita æstimatur uitrū dīcō-
tinuum & plura: & hoc accidit propter perspicuitatem, quæ accidit ex defectu soliditatis. Et si duo
corpora talia fuerint modicum à se distantia, reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia e-
tiam raritatis accidit error in præmissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus ta-
men propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmissorum uisio-
ne. Si enim corpus, in quo sit linea nigra, subito à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium di-
uisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subito uideantur, æstimabuntur cōtinua, sicut ac-
cidit in tabulis scannorum subito inspectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperan-
tia etiam debilitatis uisus error accidit in uisione præmissorum, & secundum modos temporis bre-
uitate accidentes: quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tem-
pore, & fortè semper durante uisus debilitate: & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quan-
doq; iudicat duo: tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorū oculorum, quæ
diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & æqualis ordinationis, ut sa-
tis demonstratum est ex præmissis. Patet ergo propositum.

*110. Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secundum diuersos sui situs
in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus. Alhazen 49 n 2.*

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc, quàm prius: palàm quòd si res uisa mota
comprehensionis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non potest
do enim comprehenditur situs unius rei mobilis, respectu alterius rei uisibilis, tunc etiam compre-
henditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus
motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situ
tæ, respectu alterius uisibilis, quod est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisui
ra existente in suo loco: aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel par-
tium rei uisæ motæ, respectu illius uisibilis non secundum se totum in motu: & hoc modo compre-
dit uisus motum circulare. Similiter etiam accidit motum à uisu comprehendendi, si res uisa mota
ad multa immota uisibilia comparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum ui-
sum uel à uisu: tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum: aut enim
mobile tunc elongabitur aut appropinquabit uisui per motum. Et quia, ut patet per 9 huius, elon-
gatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palàm quia motus tunc sentitur. Quòd si mobile mouetur
tantum circa uisum circulariter, tunc cum superficies uisua oculi non sit tota sphærica, ut patet per
4 th. 3 huius, quoniam sola superficies foraminis uueæ est uisua, & non aliæ partes superficiæ oculo:
aliqua itaque re mota circa uisum, necessariò mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa
partis uisæ motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationem eius: & sic uisu existente in suo loco sen-
tiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, comprehendet tamè motum secundum quem
liber istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentièdo quòd illa di-
uersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quando ipse uisus & etià res uisa ambo mo-
uentur, adhuc discernit uisus motum: quoniam distinguit inter diuersitatem uisus, quæ accidit rei
uisæ motæ propter motum ipsius rei, uel propter motum ipsius uisus, quoniam non potest sentian-
tur etiam formæ corporum existentium non motæ, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri
propter sui ipsius motum, nisi fortè perueniat in uisum forma rei uisæ motæ. Et quoniam motus
omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore: diuersitas enim partium
re uisæ non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus: & quia inter quælibet
duo instantia cadit tempus medium: palàm quòd inter illa duo instantia cadit tempus medium: &
quoniam uirtus uisua est uirtus sensitua, oportet tempus ab ipsa comprehensum esse sensibile. Et
hoc proponebatur.

*111. Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij, super quod mouetur res
ipsa uisa. Alhazen 50 n 2.*

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æqui-
distantem illi, siue etiam nō sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis: semper qualitas motus
comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij, super quod mouetur res ipsa uisa. Qualitas enim
motus recti comprehenditur ex comprehensione spatij, super quod mouetur res uisa secundum se
totam motu recto, & tunc uisus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ spatij directi,
super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquidistante ei, aut in linea perpen-
diculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoque qualitas aliorum motuum ut
tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij tortuosi uel etiam circula-
ris, in superficie horizontis, aut æquidistante ipsi, aut erecta super ipsam: motum enim composi-
tum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spatij tortuosi, super quod fit mo-
tus. Comprehendit etiam uisus diuersitatem & æqualitatem motuum secundum uelocitatem &
tarditatem ex comprehensione spatiorum, super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione tem-
poris, in quo fiunt illi motus. Cum enim uisus sentit quòd unum spatium pertransitum ab uno
mobili in aliquo tempore, est maius alio spatio pertransito ab alio mobili in eodem tempore: uel
cum uisus senserit æqualitatem duorum spatiorum cum inæqualitate temporum duorum motuū:
tunc

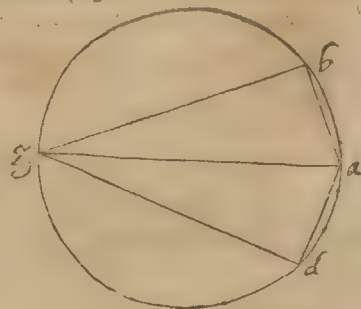
tunc enim statim auxilio uirtutis animæ distinctiue & cognoscitiue sentiet uelocitatē unius mobilis super alterum & duorum motuū inæqualitatem. Patet ergo propositum.

112. *Quies comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisæ in eodem loco & situ tempore sensibili permanente. Alhazen 52 n 2.*

Cum enim uisus comprehenderit rem uisam in eodem loco, & secundum eundem situm in duobus instantibus diuersis, inter quæ cadit medium tempus sensibile: tunc comprehendet rem in illo tempore non fuisse motam per 110 huius: quoniam si illa res in illo tempore fuit mota, mutatus est situs eius: comprehendet ergo illam rem quiescentem. Comprehenditur autem situs rei uisæ quiescētis non mutatus respectu alterius rei uel aliarum rerum uisarum, & etiam respectu ipsius uisus. Secundum hunc ergo modum fit comprehensio quietis uisorum corporum à uisu. Et hoc proponebatur.

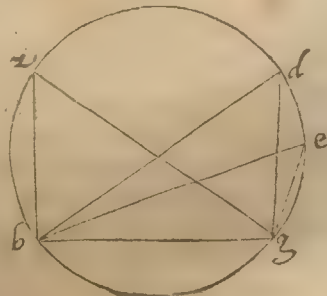
113. *Est locus, in quo oculo manente & transposita re uisæ, res semper æqualis apparet. Euclides 44 the. opt.*

Sit res uisæ b g: & sit centrum uisus in puncto a: & accedant formæ punctorum b & g ad uisum a secundum lineas b a & g a: fiatq; trigonum a b g. Dico, quod est locus, in quo non mutato centro uisus à puncto a, & transposita magnitudine b g, semper eiusede quantitatis uidebitur magnitudo b g. Trigono enim a b g circumscribatur circulus per 5 p 4: & super punctum g terminum lineæ a g cōstituatur angulus æqualis angulo a g b p 23 p 1, qui sit a g d: & producta lineæ g d ad peripheriā circuli copulentur lineæ a b & a d: eritq; per 26 p 3 arcus a d æqualis arcui b a: ergo per 29 p 3 est chorda a b æqualis chordæ a d: & arcus g d, qui est residuus semicirculi, est æqualis arcui b g: chorda quoq; g d erit æqualis chordæ b g per 29 p 3: ergo per 8 p 1, uel per 27 p 3 erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus, qui sunt d g & b g. Quia itaq; lineæ b g & d g æquales sub æqualibus angulis, qui sunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur: palam quoniam illæ lineæ æquales uisui apparent per 20 huius. Patet ergo propositum. Idē quoq; contingeret, si centro oculi in centro circuli manente fixo, res uisæ sup circuli peripheriā moueatur: tunc enim uisibili transmutato res uisæ semper uidebitur æqualis uisui nō transmutato: quoniam sub eodē semper angulo uidebitur, ut potest patere secundum præmissum modum. Patet ergo propositum.



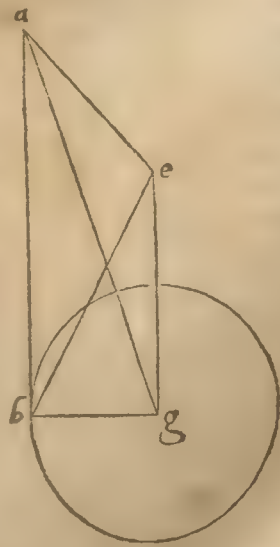
114. *Est locus, in quo oculo transmutato re uisæ non mota, semper res uisæ æqualis apparet. Euclides 45 th. opt.*

Sit res uisæ b g: & sit oculus in puncto z dato in aere, ut contingit: & ducantur à terminis rei uisæ lineæ b z & g z: & circumscribatur trigono b z g, circulus per 5 p 4, ut in præmissa: sitq; ille circulus z d g b: & mutetur centrum oculi à puncto z in punctum d: & ducantur lineæ b d & g d: eritq; per 27 p 3 angulus b z g æqualis angulo b d g: ergo per 20 huius in utroq; situ magnitudo b g semper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uisui per omnia puncta arcus b z g transmutato. Et hoc est propositum.



115. *Quantitas erecta super aliquam planam superficiem, in qua sit centrum uisus, mota secundum circuli peripheriam pro centro habentis centrum oculi, semper æqualis uidetur. Idemq; accidit secundum lineam à centro circuli erectam centro oculi super circuli superficiem eleuato. Euclides 41.42 th. opt.*

Est o a b aliqua magnitudo uisæ erecta super quamcunq; superficiē planam datam: in qua sit centrum uisus, quod sit g: & ducatur ab altero terminorum rei uisæ ad centrum uisus lineæ a g b: & secundū quantitatem lineæ g b, centro existente in puncto g, describatur circulus. Dico, quod si super illius circuli peripheriam moueatur magnitudo erecta, quæ est a b, quod semper uidebitur æqualis oculo ipso in puncto g existente. Quia enim lineæ a b est erecta super superficiem, palam per definitionē, quia semper facit angulum a b g rectū, & semper angulū æqualem tū lineæ g b, utcunq; contingit, ducta lineæ a b: sed & lineæ g b semper est æqualis sibi ipsi, cum sit diameter circuli, & lineæ a b semper est æqualis sibi ipsi: ducatur itaque lineæ a g: palamque quod per totam circuli peripheriam angulus a g b est æqualis sibi ipsi: ergo per 20 huius magnitudo a b semper uidebitur æqualis: quod est primum propositorum. Ducatur itaque lineæ g e à centro oculi erecta super superficiem circuli: erit ergo

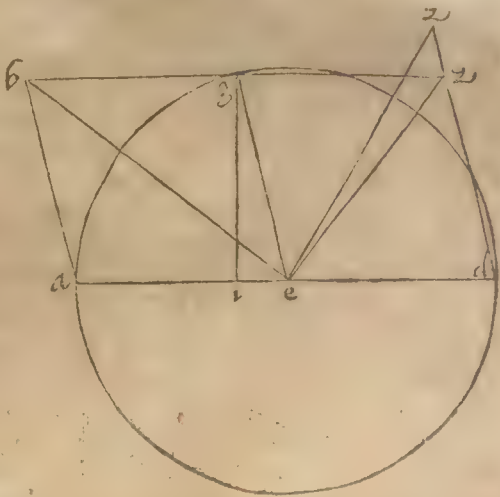


lineæ g e

linea $g e$ æquidistans lineæ $a b$ per 6 p 11, & centrum uisus eleuetur super superficiem circuli secundum aliquod punctum lineæ $g e$, quod sit e , in quo figatur uisus. Dico, quod adhuc magnitudo $a b$ mota super circuli peripheriam æquidistanter lineæ $g e$, semper uidebitur æqualis. Productis enim lineis $a e$ & $b e$: patet per 4 p 1 quoniam angulus $a e b$ semper est æqualis sibi ipsi. Cum enim angulus $b g e$ sit semper æqualis sibi ipsi, erit basis $b e$ sibi ipsi semper æqualis, & angulus $e b g$ æqualis sibi ipsi: ergo etiã angulus $a e b$ est semper æqualis sibi ipsi: ergo & basis $a e$, & angulus $a e b$ erit semper æqualis sibi ipsi: ergo per 20 huius linea $a b$ semper uidebitur æqualis sibi ipsi: patet ergo secundum propositum. Et hoc est totum, quod proponebatur.

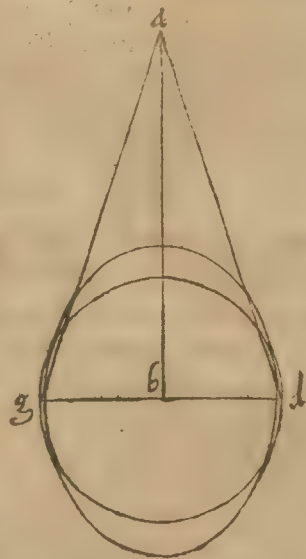
116. *Quantitas obliquè incidens superficiei plana, in qua est centrum uisus, uniformiter mota secundum circuli peripheriam, cuius centrum est centrum uisus, semper æqualis uidebitur: ipsa uerò existente æquali semidiametro illius circuli, mota quocq; secundum sui situs æquidistantiam per illius circuli peripheriam quandoq; æqualis, quandoq; minor, quandoq; maior uisui apparebit. Euclides 43 th. opt.*

Sit circulus $a d$: cuius centrum sit punctum e : & in eius peripheria sumatur punctum d : sit quoq; linea $d z$ obliquè incidens superficiei circuli: & sit centrum oculi in puncto e centro circuli. Dico, quod si linea $d z$ in circuli peripheria transponatur uniformiter, ita ut cum semidiametris illius circuli semper æqualem contineat angulum, quod ipsa semper æqualis appareat: hoc autè potest euinci per 4 p 1, ut in præcedente: est enim angulus $d e z$ semper æqualis sibi ipsi: ergo & res semper uidebitur æqualis per 20 huius. Et hoc est propositum primum. Rursum sit centrum uisus in puncto e centro circuli $a d$, cuius superficiei obliquè incidat linea $d z$, quæ sit æqualis semidiametro $d e$: moueaturq; per circuli illius peripheriam secundum sui primi situs æquidistantiam, sitq; exempli causa angulus $z d e$ acutus. Dico, quod aliquando apparebit linea mota, quæ $d z$, æqualis suæ propriæ quantitati, utpote semidiametro circuli, aliquando maior, aliquando minor. Ducatur enim à centro circuli e linea $e g$ æquidistans lineæ $d z$ per 31 p 1, quæ fiat æqualis eidem per 3 p 1: ducatur quoq; à puncto g perpendicularis super circuli superficiem per 11 p 11, quæ sit $g i$: & ducatur à centro circuli linea $e i$: quæ producat ad peripheriam circuli in punctum a : & à puncto a ducatur linea æquidistans lineæ $e g$ per 31 p 1, quæ sit $a b$: quæ refecetur per 3 p 1 æqualis lineæ $d z$: eritq; linea $a b$ æquidistans etiã lineæ $d z$ per 30 p 1 uel per 9 p 11. Et quoniam linea $g e$, ut patet ex hypothesi, est obliqua super superficiem circuli $a d$, & à puncto g in aere dato ad substratam planam superficiem incidit linea $g i$ perpendiculariter, & linea $g e$ obliquè: tunc patet per 39 th. 1 huius, quoniam angulus $g e a$ minimus est omnium angulorum sub illa linea obliqua $g e$, & quacunq; linea in substrata superficie circuli $a d$ protracta contento: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore: & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes sunt inter se æquales. Dico itaq; quoniam linea $a b$ omnium linearum æqualium lineæ $d z$ transpositarum secundum peripheriam circuli minima apparebit. Ducantur enim lineæ $g z$, $g b$, $e b$, $e z$, $e d$. Quia itaq; linea $g e$ est æquidistans lineæ $a b$ & æqualis ut patet per 34 p 1, quoniam linea $g b$ est æqualis lineæ $e a$ & æquidistans eidem: sunt ergo duæ superficies parallelogrammæ, quæ $e g b a$ & $e d z g$. Quia uerò angulus $g e a$ est acutus, ut patet ex præmissis, propter obliquationem lineæ $g e$ super superficiem circuli $a d$: erit ergo angulus $g e d$ obtusus per 13 p 1: quoniam enim, ut patet per 39 th. 1 huius, angulus $g e a$ est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunq; linea in superficie circuli ducta ad punctum e , & sub linea $g e$: est ergo angulus $g e a$ minor quàm angulus $g e d$: sed cū linea $e z$ sit diagonalis parallelogrammi $e d z g$: palàm quod angulus $d e z$ est medietas $g e d$ anguli per 4 p 1: & similiter angulus $b e a$ est medietas anguli $g e a$: angulus itaq; $d e z$ est maior angulo $b e a$. Ergo per 20 huius quantitas lineæ $b a$ minor uidebitur quàm quantitas lineæ $z d$. Et per præmissa cum angulus $g e a$ sit minimus omnium angulorum, qui continentur sub linea $g e$ & aliqua linea in superficie circuli $a d$ producta: palàm quia medietas anguli $g e a$ erit minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum. Quantitas ergo lineæ $a b$ uidebitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima. Et quoniam angulus $z e d$ est maximus omnium illorum aliorum angulorum: uidebitur ergo quantitas $z d$ maxima: mediæ uerò modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli peripheria æqualiter distantes ab utraq; quantitatū, quæ $a b$ & $d z$, ad inuicem uidebuntur æquales. Et hoc est propositum.



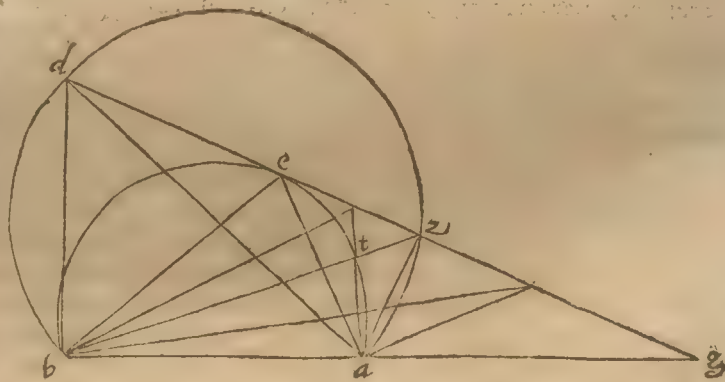
117. *Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli peripheriam moto circa punctum, in quo res uisa superficiei coniungitur: res semper æqualis uisui apparebit: quod non accidit centro uisus moto super peripheriam obliquæ sectionis.*

Sit $a b$ magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b : sitq; centrū oculi in puncto g in eadem superficie: & centro quidem existente puncto b , secundum spatium $b g$ lineæ describatur circulus, qui sit $g d$. Dico, quod si transponatur centrum oculi à puncto g , super totam circuli $g d$ peripheriā: apparebit uisui lineæ $a b$ semper equalis. Quoniam enim angulus $a b g$ est semper rectus per definitionem lineæ super superficiē erectæ: palàm quia omnes anguli $a g b$ per $4 p 1$ sunt ubiq; æquales: ergo per 20 huius res uisa, quæ $a b$, semper uidebitur æqualis. Et hoc est propositum primum. Non accidit autem hoc centro uisus moto super peripheriam oxygoniæ sectionis: quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ super ipsius sectionis punctum medium est erecta: quoniam sectio oxygonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circumferentiam ductæ sunt inæquales: appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximantes semidiametro minori sunt minores: contrarium ergo necessariò accidit ei, quod oculo moto secundum circuli peripheriam accidebat: quod patet per 7 & per 20 huius. Patet ergo totum, quod proponebatur.



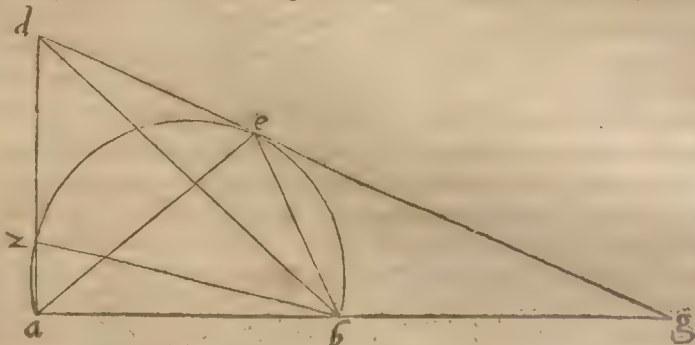
118. Re uisa fixa manente, oculo uerò moto secundum lineam rectam obliquè incidentē quantitati rei uisa: illa quæritas quandoq; equalis, quandoq; inæqualis uisui apparet. Euclides 46 th. opt.

Sit res uisa, quæ $a b$: & sit centrum uisus punctum e : incidatq; lineæ $e g$ obliquè lineæ $a b$: producatu enim lineæ $a b$ in punctum g , donec concurrat cum lineæ $e g$: & item producatu lineæ $e g$ in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d : sit illa lineæ indefinita $d e g$. Dico, quod oculo transmutato secundum lineam $d g$, quandoq; lineæ $a b$ uidetur minor: quandoq; maior: quandoq; æqualis. Sumatur enim per $13 p 6$ inter duas lineas $b g$ & $a g$ lineæ medio loco proportionalis, quæ sit, exempli causa, lineæ $e g$: hoc autem est possibile per resectionem lineæ $d g$ per $3 p 1$: ponaturq; centrū oculi in puncto e : producatuq; lineæ $e b$: & producatu in superficie trigoni $b e g$ à puncto b lineæ perpendicularis super lineam $b a$, quæ sit $b d$: quæ per $14 th$. huius concurret cum lineæ $e g$: ideo quod angulus $e g b$ est acutus, & angulus $g b d$ rectus: cōcurrant itaq; in puncto d . Dico, quod moto uisu per totam lineam $e d$, semper uisum $b a$ inæquale apparet. Ducantur enim lineæ $a e$, $a d$: & describatur per $5 p 4$ circa $a e b$ trigonum portio circuli, quæ similiter sit $a e b$. Et quoniam illud, quod sit ex ductu lineæ $b g$ in lineam $a g$, ut patet per $17 p 6$ & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ $e g$: patet per $37 p 3$ quoniam lineæ $g e$ est contingens circulum $b e a$ in puncto e . Et à termino quoq; a lineæ $g a$ ducatur lineæ $a z$ per $23 p 1$ ita, ut fiat angulus $g a z$ equalis angulo $g d b$: cadetq; punctum z in lineam $d g$ inter puncta e & g per $29 th$. huius: eritq; $b a z d$ quadrilaterum inscriptibile circulo per $22 p 3$: quilibet enim



eius duo anguli ex aduerso collocati ualent duos rectos: angulus enim $d z a$ per $32 p 1$ ualeat angulum $z g a$, & angulum $z a g$: sed angulus $z a g$, ut patet ex præmissis, est equalis angulo $g d b$: sed angulus $d b g$ rectus cum angulis $b d g$ & $d g b$ ualeat duos rectos per $32 p 1$: angulus itaq; $d z a$ cum angulo $d b g$ ualeat duos rectos: sed omnes anguli quadranguli cuiuscunq; ualent quatuor rectos: quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos: ergo anguli $z d b$ & $z a b$ ualent duos rectos: est ergo quadrilaterum $z d b a$ circulo inscriptibile. Circumscribatur ergo ei circulus per $22 p 3$ & per $9 p 4$: & sit circumscripta portio circuli, quæ sit $b d z a$: ducaturq; lineæ $b z$ secans arcum $e a$ in puncto t : secabit enim ipsum ideo, quia, ut patet ex præmissis, punctum z cadit inter puncta e & g : & ducatur lineæ $a t a$: eritq; per $16 p 1$ angulus $a t b$ extrinsecus maior angulo $a z b$ intrinsecus: sed angulus $a t b$ est equalis angulo $a e b$ per $27 p 3$, quoniam cadunt in eundem arcum, qui est $b a$, portionis circuli minoris, qui est $b e a$: angulus itaq; $a e b$ maior est angulo $a z b$: angulus uerò $a z b$ equalis est angulo $a d b$ per eandem $27 p 3$: quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum, qui est $a b$ circuli maioris, qui est $b d z a$: angulus itaq; $a e b$ maior est angulo $a d b$. Centro uerò uisus existente in puncto d , uidetur lineæ $a b$ sub angulo $a d b$: ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo $a e b$: maior itaq; uidebitur in puncto e , quam in puncto d per 20 huius. Mutato ergo oculo secundum puncta lineæ $e d$, semper inæqualis uidebitur magnitudo $b a$: quoniam semper minor se ipsa: & quanto plus accedit ad punctum d , tantò uidebitur minor: & quanto

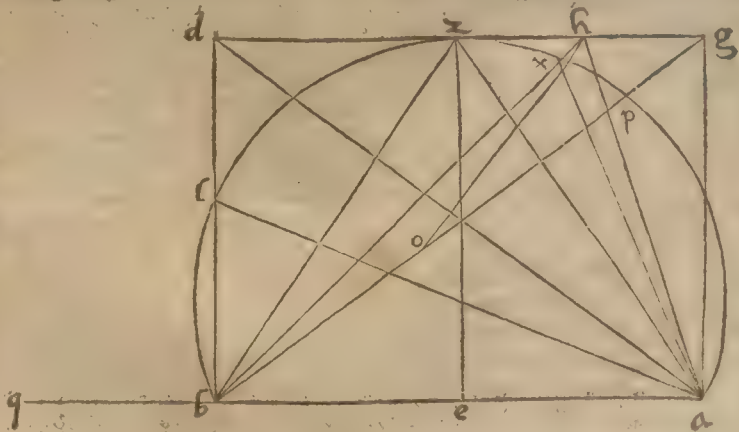
quantò plus appropinquat puncto e, tantò apparet maior: eodemq; modo uisu mutato super puncta lineæ e g, in æqualis uidebitur linea a b, & minor quàm super punctum e: quoniam linearum ductarum per punctum aliquod lineæ e g à terminis lineæ a b, semper angulus erit minor angulo b e a: quoniam angulus à lineis ad circumferentiam arcus e a ductis per 21 p 1 maior erit illo constituto super aliquod punctorum lineæ e g, per lineam trans idem punctum arcus ab altero terminorum lineæ a b productam, & per lineam à reliquo eius termino copulatam. Quilibet autem angulorum cõstitutorum super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productas est æqualis angulo b e a per 27 p 3: ergo per 20 huius linea a b maior uidebitur centro uisus existente in puncto e quàm ipso existente in aliquo punctorum lineæ e g. Semper quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat puncto g: ita quod centro uisus existente in puncto g, non uidebitur nisi unicus eius punctus, qui est a, ut patet per 4 huius. Maior autem semper apparebit secundum quod appropinquat ad punctum e: ad punctum uerò z apparebit sicut ad punctum d, æqualis sibi: ideo quod anguli b d a & b z a per 27 p 3, ut suprã patuit, sunt æquales. Et quoniam, ut iam ostendimus, uisu existente in puncto g, non uidebitur linea a b, imò tota linea g b, nisi punctus: palàm quod inter puncta g & z modica sit additio. Semper ergo uidebitur linea a b in æqualis: in æquidistantia uerò à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas propter æqualitatem angulorum proueniẽtium hinc & inde. Quod si linea e g non ex parte puncti a, sed ex parte puncti b cõcurrat cum linea a b, eadem est demõstratio. Sit enim, ut fiat



Sit enim, ut fiat cõcurfus, sicut prius, in puncto g: & sit linea g e medio loco proportionalis inter lineas a g & g b: & copulatis lineis e a & e b, trigono a e b circũscribatur portio circuli, quæ sit, ut prius, b e a: & ducantur lineæ d b & d a: sitq; cẽtrum oculi super punctum d: & ad punctum, in quo linea a d interfecat circumferentiam circuli b e a, qui sit z, ducatur linea b z. Et quia angulus b z a est maior angulo b d a per 16 p 1, & angulus b e a æqualis est angulo b z a per 27 p 3, quoniam cadunt in eundem arcum a b: palàm quia angulus b e a maior est angulo b d a. Uisu itaq; centro existente super punctum e maior apparebit linea b a per 20 huius quàm ipso existente in puncto d: in punctis uerò d & z apparebit linea a b æqualis: & omnia alia accidũt, ut prius declaratum est. Patet ergo propositum.

119. Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquidistantem rei uisa: eius quantitas quandoq; æqualis, quandoq; inæqualis uidetur. Euclides 47 th. opt.

Esto uisa magnitudo, quæ fixa & immota permanens sit a b: diuidaturq; per æqualia in puncto e: & erigatur super ipsam perpendiculariter linea e z per 11 p 1: sitq; cẽtrum oculi in puncto z: ducanturq; lineæ z a & z b, ita ut compleatur trigonũ a z b: & describatur circa a z b trigonum portio circuli a z b per 5 p 4: ducaturq; linea z d parallela lineæ b a per 31 p 1: moueaturq; cẽtrũ oculi in punctum d: & ducantur lineæ d a & d b: & ad punctum, in quo linea d b secat circulum, quod sit l, ducatur linea a l. Palàm ergo per 16 p 1 quoniam angulus a l b maior est angulo a d b: sed per 27 p 3 angulus a z b est æqualis a l b: est ergo angulus a z b maior angulo a d b: maior ergo uidebitur magnitudo a b, cẽtrũ oculi existente in puncto z quàm in puncto d, ut patet per 20 huius. Et si linea z g sit æqualis lineæ z d, æqualis uidebitur linea a b in punctis d & g: hoc enim cõcluditur per 34 & 4 p 1, ductis lineis g b & g a: angulus enim b g a æqualis est angulo b d a: & similiter patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g: ergo per 20 huius in talibus punctis uidebitur linea b a semper sibi ipsi æqualis. Si uerò linea z h sit minor quàm linea z d: tunc ducatur linea b h & a h: & pducatur linea a b ultra punctum b ad punctum q. Quoniã itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32 p 1 quoniam angulus z b e est acutus: erit ergo per 13 p 1 angulus q b z obtusus: ergo per 29 p 1 angulus h z b est obtusus: ergo per 16 p 1 angulus g h b est obtusus: linea ergo b g est maior quàm linea b h per 19 p 1. Quia uerò p 4 p 1 & ex hypothesis patet quod angulus z b a est æqualis angulo z a b: angulus ergo b a h est maior angulo h b a: ergo per 19 p 1 linea b h est maior quàm linea a h: ergo & linea b g est maior quàm linea a h. Et quoniam lineæ b g & a h se interse-



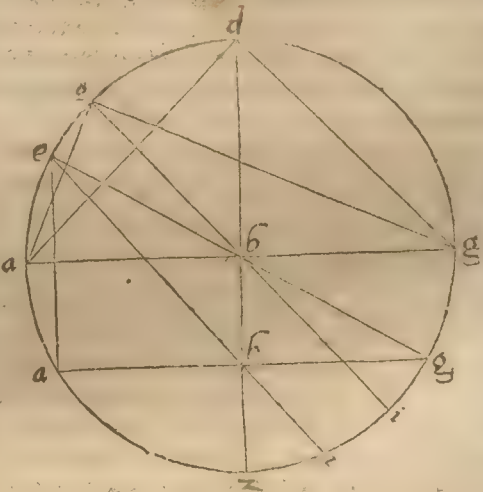
P 2 cant,

cant, sit punctus sectionis p: Et quoniam per 37 p 1 trigonum b g a est æquale trigono b h a, ablato ab ambobus communi trigono b p a: remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g: sed per 15 p 1 angulus a p g est æqualis angulo b p h: ergo per 15 p 6 & 16 p 5 erit proportio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p: ergo per 15 p 5 erit proportio totius lineæ a h ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p: sed lineæ a h est minor quàm lineæ b g, ut patet ex præmissis: ergo lineæ a p est minor quàm lineæ b p: lineæ ergo b p est maior quàm lineæ a p. Quæ est ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o per 3 th. 1 huius: erit ergo ex præmissis lineæ p o minor quàm lineæ p b: abscindatur ergo lineæ p o à lineæ p b per 3 p 1, & ducatur lineæ h o. Quia itaq; per 11 p 5 & ex præmissis est proportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g per 15 p 1, palàm per 6 p 6 quoniam trigona h p o & g p a sunt ad invicem æquiangula: est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p. Et quoniam lineæ h o dividit basim b p trigoni b h p, patet per 29 th. 1 huius quoniam ipsa lineæ h o dividit etiam angulum b h p: est ergo angulus b h a maior angulo o h p: ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a. Quantitas ergo lineæ b a per 20 huius maior videbitur, centro uisus existente in puncto h quàm in puncto g: minor autem quàm in puncto z. Sit enim punctus, in quo lineæ b h secat circulum b z a, punctus x: & ducatur lineæ a x: patet quoq; per 16 p 1 & per 27 p 3 quoniam angulus b z a est maior angulo b h a. Et quoniam quibuscunq; punctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue lineæ d z sit maior quàm lineæ z g, siue minor: semper eodem modo potest demonstrari: patet ergo propositum. Angulus enim b z a fit maximus omnium illorum angulorum: & ei propinquiores sunt remotioribus maiores: & æqualiter ab illo distantes sunt æquales: & secundum illorum angulorum quantitates per 20 huius mutatur quantitas rei uisæ.

120. *Sunt loca, in quibus oculo transposito, æquales magnitudines communiter loca quadam directe occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.*

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca sua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipsas, neq; secundum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctam, neq; secundum lineam alteri illarum magnitudinum angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d: & sint uisæ magnitudines æquales, quæ a b & b g, communiter occupantes locum b: & à puncto b super ambas illas magnitudines ducatur lineæ perpendicularis, quæ sit b z: sitq; oculus dispositus in tali situ, ut lineæ z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto, in quo est centrum uisus. Et quoniam in quocunq; puncto lineæ d z posito centro uisus, erunt semper

per 4 p 1 anguli b d g & b d a in centro uisus æquales: manifestum ergo per 20 huius quoniam secundum quemcunq; punctum lineæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebunt. Transponatur autem oculus: & sit extra lineam d z in puncto e: dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparerent: producantur enim lineæ e a, e b, e g: & describatur circa a e g trigonum circulus, qui sit a e d g, per 5 p 4, & adijciatur lineæ e b lineæ recta b i, attingens in parte opposita puncto e circumferentiâ. Quia itaq; arcus a z est æqualis arcui z g per 33 p 6 propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit centrum descripti circuli, siue non: semper enim ex hypothese, & per 3 p 3 & 4 p 1 & per 28 p 3 erit arcus a i maior arcui i g. Palàm ergo item per 33 p 6, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g: sed sub angulo a e i uidetur magnitudo a b ab oculo existente centraliter



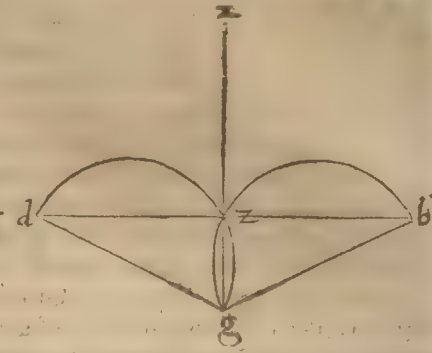
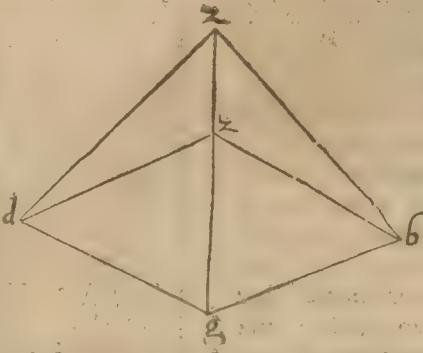
in puncto e, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g: apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20 huius. Palàm etiam per 118 huius quod si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus obliquè incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales: & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparerent maiores per 16 p 1 & per 20 huius: quoniam semper angulus extrinsecus maior fit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circumferentiâ centrum uisus moueri intelligatur: semper inæquales apparent magnitudines a b & b g: & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparent magnitudines a b & b g. Quod est propositum.

121. *Sunt loca, in quibus posito uisu, æquales magnitudines communiter loca quadam obliquè occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.*

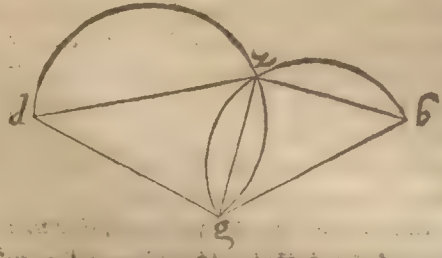
Esto centrum uisus in puncto z: & sint duæ magnitudines æquales uisæ: quæ g d & g b, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito: obliquè tamen coniungantur secundum angulum, qui sit d g b: hunc ergo angulum per æqualia diuidat lineæ g z per 9 p 1. Dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d. Potest autem hoc conuinci per 4 p 1 & per 20 huius: semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit, si super utranq; illarum linearum b g & g d semicirculus describatur: & à puncto sectionis illorum semicirculorum, qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g: tunc enim, quia uterq;

uterq; angulorum $b z g$ & $d z g$ erit rectus per 31 p 3: patet ergo per 20 huius propositum. Idē quoq;

accidit si ultra punctum sectionis semicircularum linea $g z$ producat: & in eius puncto z centrū oculi ponatur. Sed est etiā locus, in quo illę magnitudines datę æ-



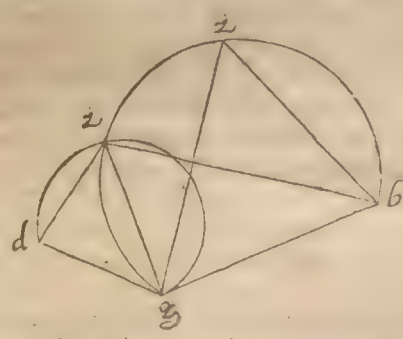
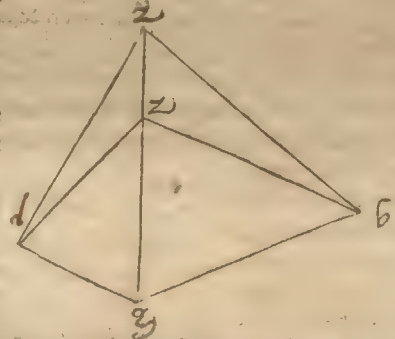
quales, quę sunt $b g$ & $g d$, uisui inæquales apparēt: ad quem inueniendum, circā lineam $g b$ semicirculus describatur, qui sit $b z g$, & circā lineam $g d$ portio maior semicirculo, quę sit $g z d$. Possibile quoque est hoc super $g d$ describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualē per 33 p 3: sed illa portio maior est semicirculo per 31 p 3: sit ergo descripta, & sit $g z d$: & ducantur lineę $b z$ & $g z$ & $d z$: angulus itaq; $b z g$ est rectus per 31 p 3, & angulus $g z d$ acutus per eandem 31: sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20 huius. Est itaque locus, in quo magnitudines æquales inæquales apparēt: ut punctus sectionis portionis maioris semicirculo constitutę super unam magnitudinum, & semicirculi super alteram constituti. Et hoc est, quod proponitur.



122. Est locus, in quo inæquales magnitudines communiter loca quadam obliquę occupantes, quandoq; inæquales, quandoq; æquales apparent. Euclides 49 th. opt.

Sit, ut in præcedente, centrum uisus in puncto z : & sint duę magnitudines quarum maior $b g$, minor uerò $g d$, coniunctę secundum angulum $d g b$: qui diuidatur per 9 p 1 per æqualia, ducta li-

nea $g z$. Dico, quòd oculo existente super quocunq; punctum lineę $z g$, semper magnitudines $b g$ & $g d$ uidebuntur inæquales: & $b g$ maior. Ductis enim lineis $b z$ & $d z$, anguli ad punctum z sunt inæquales, & maior, cui maior basis subten-



ditur per 25 p 1. Quoniā si detur quòd illi anguli sint æquales: erūt trigoni $b z g$ & $g z d$ æquianguli & æquilateri, quòd est cōtra hypothēsīm: palām ergo quòd illi anguli erunt inæquales: uidebūtur itaq; per 20 huius illę magnitudines inæquales: & maior uidebitur ipsa $g b$, quoniā sub maiori angulo uidebitur. Sed & quandoq; illę magnitudines uidentur æquales. Describatur enim, sicut in præmissa, circā lineam $b g$ maiorem ipsarum portio maior semicirculo, quę sit $b z g$: & ducantur lineę $b z$ & $z g$: & circumferibatur lineę $g d$ minori portio similis portioni $b z g$, hoc est angulum æqualem angulo $b z g$ capiens: sit quoq; communis punctus istarum sectionum punctus z : & ducantur lineę $z b$, & $z g$, $z d$. Quia itaq; angulus $d z g$ est æqualis angulo $b z g$, quoniā in similes cadunt portiones. Oculi itaq; centro posito in puncto z , qui est punctus communis sectionis illarum portionum, magnitudines $b g$ & $g d$ æquales apparēt. Quod est propositum.

123. Sunt loca, in quibus centro uisus posito, æquales magnitudines erectę super subiacētē planam superficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent. Euclides 48 th. opt.

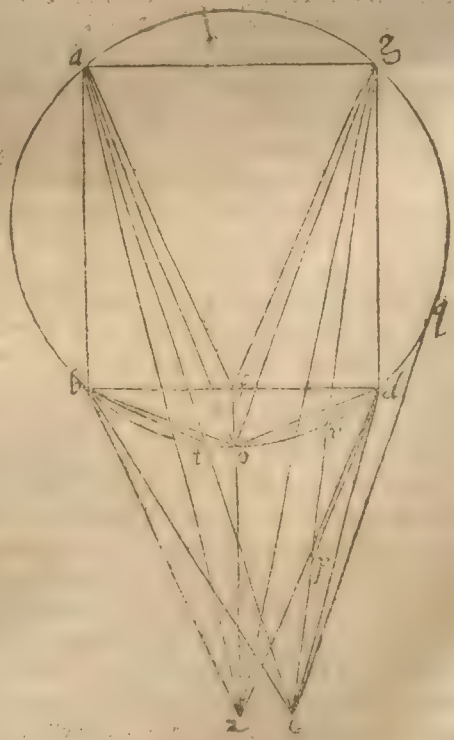
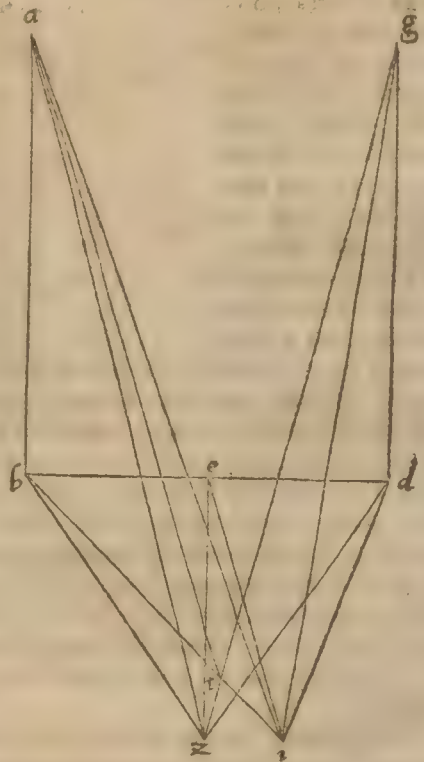
Sint duę magnitudines $a b$, & $g d$ æquales & erectę super subiacētē ipsis planam superficiem: dico quòd est locus ubi posito cētro uisus, magnitudines $a b$ & $g d$ apparēt æquales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta, quę sit $b d$: quę diuidatur in duo æqualia in puncto e per 10 p 1: & à puncto e protrahatur perpendicularitēr linea $e z$ super lineam $b d$ in eadem superficie per 11 p 1. Dico quòd, super lineam $e z$ perpendicularē super lineam $d b$ existente centro uisus, semper magnitudines $a b$, & $g d$ æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z : & ducantur lineę $z a$, $z b$, $z g$, $z d$. Quoniā ergo trigonorū $b e z$, & $d e z$ latus $b e$ est æquale lateri $d e$, & latus $e z$ est commune, anguli uerò $z e b$, & $z e d$ sunt æquales, quia recti: palām per 4 p 1 quoniā linea $z b$ est æqualis lineę $z d$: sed & linea $a b$ est æqualis lineę $g d$ per hypothēsīm, & anguli $g d z$ & $a b z$ sunt recti per definitionē lineę super superficiem erectę: erit ergo per 4 p 1 linea $z a$ æqualis lineę $z g$,

& reli-

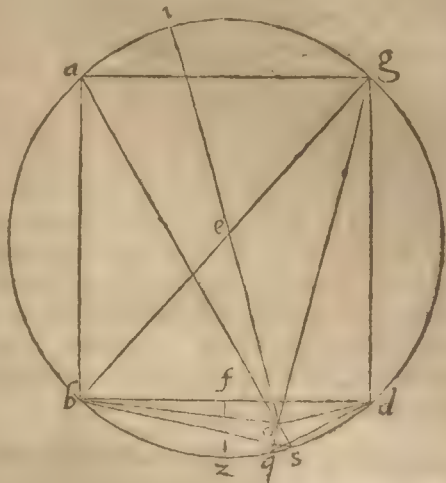
& reliqui anguli reliquis angulis. Angulus ergo $a z b$ æqualis est angulo $g z d$: ergo per 20 huius æquales apparent magnitudines $a b$, & $g d$. Dico etiam quod quandoq; inæquales apparent ipsæ magnitudines $a b$, & $g d$. Remanete enim præmissa dispositione in eadem subtrata superficie transmutetur centrum oculi extra lineam $e z$: & fiat in puncto i : & ducatur linea $i e$ ad medium punctum lineæ $b d$: & ducantur lineæ $i a$, $i b$, $i g$, $i d$: eritq; per 24 p 1 lineæ $i b$ maior quàm lineæ $i d$: ideo quod angulus $b e i$ est maior angulo $d e i$, æquis inter se lateribus contento: abscindatur ergo à lineæ $i b$ æqualis lineæ $i d$ per 3 p 1: sitq; lineæ $b t$ æqualis lineæ $i d$, & ducatur linea $a t$. Quia itaq; per definitionem lineæ super superficiem erectæ anguli $i b a$ & $i d g$ sunt æquales, quia recti: erit ergo per 4 p 1 angulus $b t a$ æqualis angulo $g i d$: sed angulus $b t a$ per 16 p 1 est maior angulo $b i a$, quia est extrinsecus trigono $a t i$: angulus ergo $g i d$ maior est angulo $b i a$: ergo per 20 huius visu existente in puncto i , maior apparet lineæ $d g$ quàm lineæ $a b$: & eodẽ modo de quolibet puncto extra lineam $e z$ dato est demonstrandum. Variantur autem magnitudines in visu secundum approximationem uel elongationem ab altero uisibili. Patet ergo propositum.

124. *Sunt loca, in quibus centro uisus posito, in eadem superficie æqualia latera rectanguli quandoque æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.*

Sit rectangulũ $a b g d$, cuius duo latera $a b$ & $g d$ sint æqualia. Dico quod sunt loca, in quibus cẽtro uisus posito, illa duo latera uidebũtur æqualia. Circumscribatur enim illi rectangulo per 40 th. 1 huius, & per 9 p 3 circulus, in cuius alterius arcuum (qui sunt $b d$ & $a g$) quocunq; puncto ponatur cẽtrum uisus: sit autẽ, exempli causa, positus in pũcto medio arcus $b d$, qui sit o : & copulentur lineæ, quæ $o a$, $o g$, $o b$, $o d$. Quia itaq; latera $a b$ & $d g$ sunt æqualia: erunt per 28 p 3 arcus $a b$, & $d g$ æquales: ergo per 27 p 3 erũt anguli $a o b$ & $g o d$ æquales: ergo per 20 huius latera $a b$ & $d g$ uidentur æqualia visu existente in puncto o . Similiter quoq; demonstrandũ est de quolibet puncto amborum arcuum $b d$, & $a g$: semper enim centro uisus in quorumcunq; illorũ punctorũ existente, uidebũtur $a b$ & $g d$ magnitudines æquales. Similiter quoq; si lineæ $b d$ diuidatur per æqualia in puncto f per 10 p 1: & in puncto f ponatur centrũ uisus: tunc item per 4 p 1 & 20 huius lineæ $a b$ & $g d$ uidebuntur æquales. Et si à pũcto f ducatur per 11 p 1 linea perpendicularis super lineam $b d$, quæ sit $f z$, secans peripheriam circuli in puncto o : tunc adhuc secundum præmissa, in quocũq; pũcto lineæ $f z$ ponatur centrũ uisus, semper per 4 p 1 & 20 huius dictæ lineæ $a b$ & $g d$ apparebunt æquales. Quod si centrũ oculi sit extra circulũ $a b g d$, ut in pũcto e , quod sit, exempli causa, propinquius lineæ $d g$, quàm ipsi $b a$: dico quod uidebitur lineæ $a b$ maior quàm lineæ $g d$. Protrahantur enim lineæ $e a$, $e g$, $e b$, $e d$: secetq; lineæ $e a$ peripheriam circuli in pũcto t , & lineæ $e g$ in puncto r : & copulentur lineæ $b t$ & $d r$. Et quoniã, ut supra patuit, lineæ $a b$ & $g d$ sunt æquales ex hypothesi: ergo per 28 p 3 erit arcus $a b$ æqualis arcui $g d$: erũt ergo per 27 p 3 anguli $a t b$ & $g r d$ æquales propter duorum arcuũ æqualitatẽ: ergo per 13 p 1 anguli $b t e$ & $d r e$ sunt æquales. Quia uerò arcus $b t$ est maior arcu $d r$, propter maiore propinquitatẽ puncti e ad lineam $d g$: erit ergo per 29 p 3 latus $b t$ maius latere $d r$: lineæ uerò $e t$ est minor quàm lineæ $r e$: quod patet ex 17 p 6 & 36 p 3 protracta prius à pũcto e per 17 p 3 lineæ $e q$ circuli contingente in pũcto q . Tunc ergo, cũ lineæ $a e$ sit maior quàm lineæ $e g$ ex hypothesi: patet etiã per 8 & 10 p 5 lineam $e r$ esse maiore lineæ $e t$. Quia ergo lineæ $b t$ est maior quàm lineæ $d r$, & lineæ $e t$ est minor quàm lineæ $r e$: fiat per 3 th. 1 huius, ut quæ est proportio lineæ $b t$ ad lineam $t e$, eadẽ sit lineæ $r d$ ad aliquam lineam quartam: quæ necessariò, ut patet ex præmissis, erit minor quàm lineæ $r e$. Abscindatur ergo per 3 p 1 æqualis illi à lineæ $r e$, quæ sit $r p$: copuletur quoq; lineæ $p d$. Ergo per 6 p 6 trigona $b t e$ & $r d p$ æquiangula erũt, eritq;

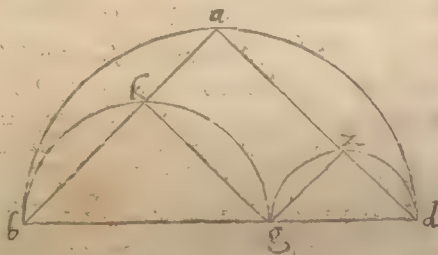


eritq; angulus $rp d$ æqualis angulo $b e t$: sed per 16 p 1 angulus $rp d$ maior est angulo $p e d$: angulus ergo $a e b$ est maior angulo $g e d$: ergo per 20 huius uidebitur linea $a b$ maior quam linea $g d$. Si autem centrum oculi consistat intra circulum: tunc immutetur figura, sitq; ut prius, circulus $a b d g$ d circumscriptus rectangulo $a b g d$, cuius latus $b d$ diuidatur per æqualia in puncto f : & ducatur a puncto f ad peripheriam circuli perpendicularis super lineam $b d$: que sit $z f$: consistatq; centrum uisus intra portionem $z f d$, ut in puncto o : dico quod linea $g d$ apparebit maior quam linea $a b$. Sit enim centrum illius circuli puncto e : ducanturq; lineæ $o a, o b, o g, o d$: producanturq; linea $a o$ usq; in punctum circuinferentia, quod sit s , & linea $g o$ usq; in punctum q , & linea $e o$ usq; in punctum i : & copulentur lineæ $q d$ & $g b$. Cum itaq; linea $a s$ sit maior quam linea $g q$ per 7 p 3: propter hoc quod punctus o , in quo est centrum uisus, datus est in portione $z f d$ propinquior lineæ $d g$ quam lineæ $a b$, & propinquior puncto g puncto a : linea quoq; $a s$ est propinquior centro e quam linea $g q$: est ergo portio circuli & arcus $a s$ maior portione circuli & arcu $q g$: sed, ut patet ex præmissis, arcus $a b$ æqualis est arcui $g d$ per 28 p 3 & ex hypothesi: ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus, remanebit arcus $b s$ maior arcu $q d$: ergo per 29 p 3 erit chorda $b s$ maior quam chorda $q d$: sed per 7 p 3 linea $o s$ est minor quam linea $o q$, cum linea $o s$ sit propinquior diametro e i quam linea $o q$, ut patet ex præmissis. Quoniam ergo anguli $b s a$ & $g q d$ per 27 p 3 sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales: in trigonis quoq; $b o s$ & $d o q$ latus $b s$ est maius latere $q d$, & latus $q o$ maius latere $s o$, ut patet ex præmissis: & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales: tunc per modum, quo in præmissis superius uisum fuit, patet quod angulus $b o s$ maior est angulo $q o d$: ergo per 13 p 1 angulus $b o a$ est minor angulo $g o d$: ergo per 20 huius uidebitur linea $g d$ maior quam linea $a b$, centro oculi existente in puncto o . Quod est propositum. Similiter quoq; si centrum uisus fuerit in portione $z f b$, uidebitur linea $a b$ maior quam linea $d g$. Hæc ergo latera rectanguli quandoq; uidentur æqualia, quandoq; inæqualia in diuersis locis centro uisus posito. Quod est propositum.



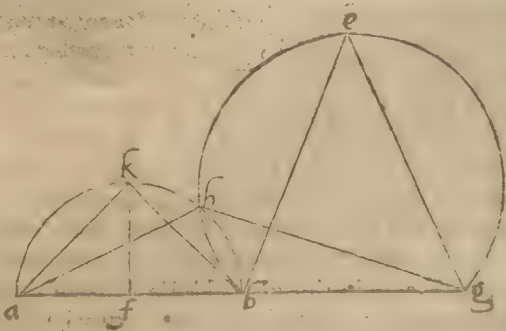
125. Sunt loca, in quibus oculo posito, inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales uerit, inæqualium apparent. Euclides 50 th. opt.

Sit duarum magnitudinum datarum $b g$ maior, & $d g$ minor: & circa utranq; semicirculus describatur, ut circa lineam $d g$ semicirculus $d z g$, & circa lineam $b g$ semicirculus $g k b$: & tertius semicirculus describatur circa totam lineam $d b$, qui sit $d a b$. Ductis itaq; lineis $d a$ & $b a$, palam quia productæ lineæ secant minores semicirculos: secet ergo linea $a b$ semicirculum $g k b$ in puncto k , & linea $d a$ semicirculum $d z g$ in puncto z : & ducatur lineæ $z g$ & $k g$. Palam itaq; per 31 p 3, quoniam anguli $d z g$ & $g k b$ & $d a b$ omnes sunt æquales: quia recti. Oculi itaq; centro secundum puncta k, a, z transmutato, uidebitur linea $b g$ æqualis lineæ $g d$, & linea $d b$ æqualis alteri datarum, & linea $d g$ æqualis ambabus lineis $d g$ & $b g$. Et idem accidit centro oculi secundum quæcunq; puncta formarum semicirculorū transmutato. Patet ergo propositum.



126. Possibile est inueniri loca, à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars: & uniuersaliter in ea proportione, secundum quam propositus angulus diuidetur. Euclides 51 theb. opt.

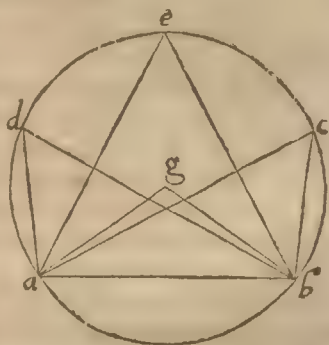
Sint duæ magnitudines $a b$ & $g b$ æquales: & circa $a b$ describatur semicirculus, qui sit $a k b$: qui per 30 p 3 diuidatur per æqualia in puncto k , ductis lineis $a k$ & $b k$: palamq; per 31 p 3 quoniam angulus $a k b$ est rectus: diuidaturq; angulus $a k b$ per æqualia per 9 p 1 ducta linea $a k f$: que per 33 p 6 necessariò erit perpendicularis super diametrum $a b$, & incidet centro semicirculi: idem quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in puncto k : & per 33 p 3 supra lineam $b g$ describatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo $a k f$. Et quoniam angulus $a k f$ est acutus, angulus enim $a k b$, q est rectus, est du-



plus angulo a k f: erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 21 p 3, quæ sit b e g: eritq; angulus a k b duplus angulo b e g: cadatq; punctus e in medio arcus b e g. Quia itaq; lineæ a b & b g uidentur directè uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e: uidebitur ergo per 20 huius lineæ b a in puncto k dupla lineæ b g uisæ in puncto e. Et quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales per 21 p 3, palàm quòd accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi scilicet præmissi, qui a k b, & portiois b e g, à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cū diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit semper eadē. Visu itaq; existente in puncto communis sectionis ipsarum, qui sit punctus h: tunc eodem intuitu uidebitur lineæ a b quasi dupla lineæ b g. Et eodem modo diuersificatur rerum æqualium apparentia, diuiso angulo per alium numerum quemcunq;. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secundum aliquam proportionē per 27 th. 1 huius, & circa magnitudinem describere portionem circuli capientem angulum alicui diuidentium æqualem: & semper posito centro uisus ad illum angulum uidebitur apparentia magnitudinis uariari secundum illum. Hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantie secundum rectam lineam protensæ à puncto concursus linearum illum angulum continentium: quoniam in omnibus uisus ex inæquali distantia, maior est proportio distantie maioris ad minorē, quàm anguli ad angulum, ut patet per 11 huius. Idem quoq; accidit, si angulus a k b secundum aliam proportionē fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli super lineam b g constituitur angulus: & eadem est demonstratio. Patet itaq; propositum.

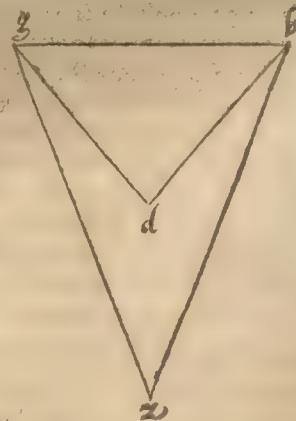
127. *Sunt loca, in quibus posito uisu, eadē magnitudo quandoq; totius sue quantitatis, quandoq; medietatis, quandoq; quartæ, uel secundum datam proportionem uidetur.*

Esto a b magnitudo uisa: dico quòd ipsa (transmutato centro uisus ad diuersa puncta) quandoque apparet suæ propriæ quantitatis, quandoq; in alia quacunq; proportionē. Describatur enim circa lineam a b circulus a e b, ita quòd lineæ a b non sit diameter illius circuli: quod potest fieri sumpta pro diametro circuli aliqua lineæ maiore quàm sit lineæ a b. Sit itaque centrum illius circuli punctum g: & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e. Palàm ergo per 20 p 3 quoniam angulus a g b duplus est angulo a e b. Oculi itaque centro existente in centro circuli g, lineæ a b apparebit duplo maior quàm appareat centro oculi existente in arcu a e b per 20 huius: quoniam omnes anguli contenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a, b ductis sunt æquales per 21 p 3: & cuilibet illorum duplus est angulus, qui ad centrum g, per 20 p 3. Patet ergo propositum.



128. *Oculo, ei, quod uidetur, propius accedente: uidebitur rei uisæ quantitas augmentari. Euclides 55. theo. opt.*

Sit lineæ uisæ b g: & sit oculus in puncto z: ducanturq; lineæ z b & z g: & accedat oculus propius lineæ b g: & sit super d punctum: intelligimus autem hic accessionem secundum lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam. Ducantur ergo lineæ b d & g d. Et quia per 21 p 1 angulus b d g est maior angulo b z g: res autem sub maiori angulo uisæ maior uidetur per 20 huius. Videbitur ergo augmentata quantitas lineæ b g, oculo super d existente, respectu eius, quod fuit, existente centro uisus in puncto z. Et hoc est propositum.



129. *Augmentata magnitudines uidebuntur oculo appropinquare. Euclides 58 th. opt.*

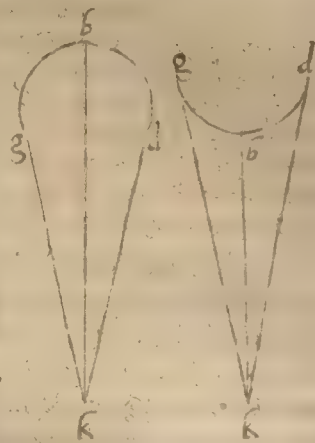
Sit magnitudo a b, quæ uidetur: & centrum oculi sit in puncto g: & ducantur lineæ g a & g b: & augmentetur b a magnitudo ita, ut fiat magnitudo b d maior quàm b a: & ducatur lineæ d g. Quia ergo angulus b d g maior est angulo b g a, ut patet per 29 th. 1 huius, quia est maior, sicut totū sua parte: palàm per 20 huius quoniam maior apparet magnitudo b d quàm b a: maiora uerò se ipsis prius uisus uidentur omnia postmodū aucta: in eo uerò quòd maiora sunt, sub maiori angulo uidentur. Et quoniam tale uisum uidetur idē ei, quod prius uisū est, & estimatur æquale sibi ipsi: omnium aut æqualiū, quod à propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7 huius: uirtus ergo



istinctiua animæ sentiens angulum, sub quo fit uisio, augmentari, & estimans rem eandem, iudicat e illam à propinquiori uidere. Omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare. Et hoc est propositum.

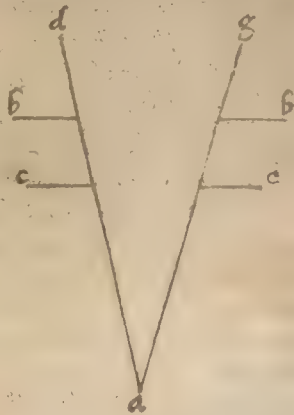
130. *Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes, extremis suis non in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quandoq; concauã, quandoq; uerò faciunt conuexam. Euclides 59. theo. opticorum.*

Verbi gratia uideatur magnitudo gbd iacens in aliqua superficie: & eius punctum medium, quod est b , non sit in directo suorum extremorum, sed extra illa: sitq; oculus in puncto k : & ducantur lineæ kg & kb & kd . Videbitur itaq; tota figura gbd concaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu. Accedat uerò medius punctus rei uisæ, quod est b , ad uisum: & fiat propinquior oculo: dico quod uidebitur tota magnitudo conuexa: uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorum formæ secundum ipsorum situm & distantiam describuntur in superficie uisus: & accedit uisui passio, quæ accedit ex superficiebus concauis & conuexis. Apparent ergo illa concaua & conuexa secundum diuersitatem situs sui puncti medij. Et hoc est propositum.



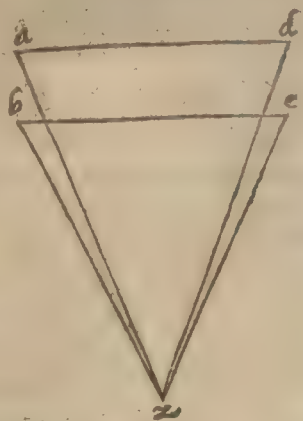
131. *Omnium mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motorum, ultra punctum cõiunctionis axium uisualium proximum uisui existentium, remotiora uidentur tardius moueri.*

Sint duo mobilia b & c , quæ moueantur æque uelociter: & sit centrum uisus a : & sit, ut mobilia b & c sint super lineam ag : & sit b remotius à uisu quàm c . Quia ergo linea ab est maior quàm linea ac : palam per 7 huius quoniam secundum lineam ab sub minori angulo fit uisio quàm secundum lineam ac . Visio ergo, quæ fit in puncto b , minus erit certa, quàm quæ fit in puncto c : & similiter per eandem 7 huius sub minori angulo uidetur spatium, quod in aliquo tempore pertransit mobile b , quàm illud spatium, quod in eodem tempore pertransit mobile c . Motus ergo mobilis b non comprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c : uidebitur ergo b tardius moueri, quia sub minore angulo uidetur mobile b , quàm mobile c . Et similiter spatium, quod pertransit mobile b , sub minori angulo uidebitur quàm spatium, per quod in eodem tempore transit mobile c . Minus ergo uidebitur spatium, per quod motum est mobile b , spatio, quod pertransit mobile c per 20 huius. Et si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea ad : tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus: minus autem adhuc uidebitur moueri b , quod est remotius à uisu, quàm ipsum c . Quod si amobus ipsis existentibus in uno axe uisuali, & aliquod ipsorum fuerit intra cotum cursum axium propinquissimum uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentium patuit: unde æstimabitur tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui. Patet ergo propositum.



132. *Omnium mobilium æque uelocium super lineas æquidistantes non proximas uisui motorum, remotiora uidentur tardius moueri. Euclides 56. theo. opt.*

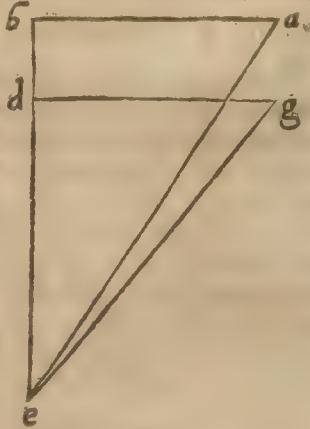
Sint duo mobilia a & b æque uelociter mota super duas lineas æquidistantes & æquales, quæ sint ad & bc , quarum remotior à uisu sit ad : sitq; centrum uisus punctum z : à quo ducantur lineæ za , zb , zd , ze . Dico quod mobile a , quod est uisui remotius, uidebitur fieri tardius quàm mobile b , quod est propinquius: quia per 7 & 20 huius linea ad uidebitur minor quàm linea bc , cum tamen sint æquales. Mobile ergo a , quod in æquali tempore æquales partes lineæ ad abscondit, uidetur tardius moueri quàm mobile b , quod in eodem tempore proportionaliter diuisioni lineæ ad , maiores partes lineæ bc abscondere uidetur, quamuis, ut patet ex hypothese, illæ partes hinc & inde sint æquales. Apparet ergo uelocius moueri mobile b , quàm mobile a remotius uisui. Quando enim mobile b peruenit ad punctum e : tunc mobile a peruenit ad punctum d , qui uidetur esse retro punctum e : & ita uidetur mobile a præposteratum mobili b : quia linea bc uidetur maior



maior quàm linea a d. Mobile ergo a estimatur tardius moueri quàm mobile b. Quod est propositū.

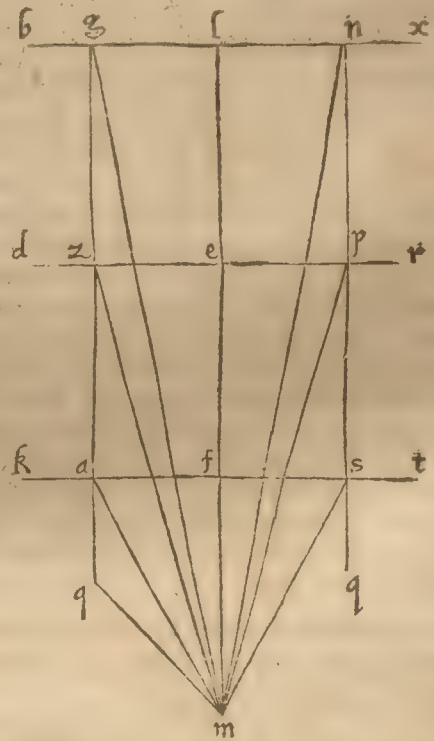
133. *Oculo fixo existente, & axe uisuali equaliter transmutato, remotior a uisum equaliter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur. Euclides 57. theo. opt.*

Sint duo uisibilia a & g existentia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d: sitq; centrum uisus e: & sit, ut axis uisualis transeat ex puncto d ad punctum b: erit ergo punctum b remotius à uisu, quàm sit punctum d. Palàm itaq; per 7 huius quoniam linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidetur, quàm sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui. Angulus ergo d e g est maior angulo b e a: ergo per 20 huius linea g d uidetur maior quàm linea a b. Manente itaq; oculo fixo in pucto e, & axe uisuali moto per spatium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatem anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, quàm uisibile g. Videtur ergo uisibile a fieri posterius uisibili g: quoniam uisio g uidebitur a retro illud. Quod est propositum.



134. *Mobilium secundū lineam, cui perpendiculariter insistant, æquidistantem lineæ ab oculo ductæ, equaliter ad ductam ab oculo lineam motorum: illud, quod remotius à centro uisus est, antecedere, propinquius uerò sequi uidetur: transitu uerò factō ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidē subsequi, propinquius uerò antecedere uidetur. Euclides 52 th. opt.*

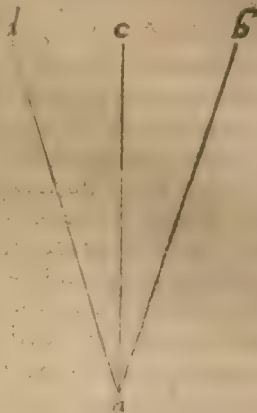
Sint æquali uelocitate mota tria mobilia, scilicet b g, d z, k a super lineam, quæ sit g a, cui orthogonally insistant secundū puncta g, z, a: sitq; mobile b g remotius à centro uisus, quod sit punctum m: & sit mobile k a uisui propinquius: ducaturq; à uisu à puncto scilicet m per 31 p 1 linea parallela lineæ g a, quæ sit m l: & ducantur lineæ m g, m z, m a: producanturq; lineæ k a, d z, b g ad lineam m l: incidatq; linea k a lineam m l in punctum f, & linea d z in punctum e, & linea b g in punctum l. Et quoniam lineæ g a & m l sunt parallelæ: palàm per 21 huius quoniam ad partem l concurrere uidentur: propinquior igitur uidebitur g ad punctum l, quàm z ad punctum e, uel a ad punctum f. Videtur igitur præcedens b g, subsequens uerò d z, & ultimū ipsorum k a. Protrahatur itaq; linea g a ultra punctum a ad punctum q, & copuletur linea q m. Quia ergo per 16 p 1 angulus m a q est maior angulo m z a, & angulus m z a est maior angulo m g z, palàm quod linea m g magis approximare uidetur ad punctum g, quàm linea m z ad punctum z, uel linea m a ad punctum a: quoniam anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis. Itaq; mobile b g, quod est remotius, uidebitur præcedere mobilia d z & k a (accidentibus secundum lineam rectam, quæ est g a, ad lineam m l æque uelociter ipsis mobilibus k a, d z, b g) mobile uerò k a, quod est postremum, uidetur subsequi: quia magis uidetur à linea m l elongari. Et hoc durabit, quousq; linea g a superponatur lineæ m l: tunc secundum lineam rectam m l mobile k a propinquius uisui uidetur quàm alia, & maius per 7 & 20 huius. Facto autem transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia, quæ fuerunt prius dextra uisui, fiant sinistra, uel e contrario: tunc mobile remotius uisui uidebitur sequi, & propinquius præcedere propter eandem causam, quam præmisimus. Et ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, quod est remotius à centro uisus m, pertransita linea m l, perueniat ad locum lineæ n x, & mobile d z ad locum lineæ p r, & mobile k a, quod est propinquius uisui, perueniat ad locum lineæ s t. Ducantur quoq; à centro uisus ad puncta n, p, s lineæ m n, m p, m s. Videbitur ergo mobile n x subsequi duo alia mobilia, ideo, quod, sicut præmissum est, linea n x magis approximatur ad punctum l, quàm linea p r ad punctum e, uel quàm linea s t ad punctum f. Igitur mobile b g, quod fuerat prius præcedens, cum peruenierit ad lineam n x, uidebitur sequi: & linea k a, quæ fuerat prius subsequens, super lineam s t uidebitur præcedere. Et sic istorum mobiliū mutato situ, motus uidebitur diuersus. Quod est propositum.



135. *Pluribus mobilibus non æquè uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æque uelocia uisui, quiescere: tardiora uerò cōtrā moueri: & celeriora antecedere uidebuntur. Euclides 53 th. opt.*

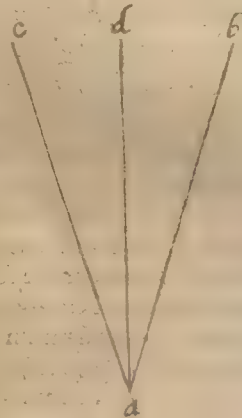
Sint

Sint tria mobilia b, c, d: & sit centrum oculi punctū a: sit autem inter hæc mobilia, b tardissimum, & c æqueuelox uisui, d uerò sit uelocius quàm c: & omnia moueantur ad eandem partem uniuersi: à centro quoq; uisus a ducantur lineæ a b, a c, a d. Cum itaq; motus fuerit oculus a: tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo, æqualiter motum est cum oculo: non ergo mutat situm respectu oculi: ergo per huius ipsum quiescere uidebitur. Mobile uerò b, quia est tardissimum, patet quòd motu uisu ipsum est pertransitum per motum uelociorē ipsius uisus: & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semper magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c super mobile b: uidetur ergo mobile b ad partem contrariam moueri. Mobile uerò d, quia uelocissimum est, præcedit mobile c, & ipsum uisum: & semper fit plus distans à uisu. Videtur ergo præcedere. Patet itaq; propositum.



136. Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisus apparet aliquid immotum: illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri. Euclides. 54 theo. opt.

Sint enim duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partem quamcunq;: & sit c aliquid non motum: sitq; centrum uisus a: & ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d. Quia itaq; mobile b mouetur ad aliquem terminum: palàm quoniam ipsum fit propinquius ad illum quàm corpus c, quod non mouetur: sed & mobile d æqueuelociter motum est mobili b: uidentur ergo mobilia b & d nõ mutare situm adinuicem: corpus uerò c mutat situm respectu illorum amborum mobilium: uidetur ergo c ad partem illis contrariam moueri, quod patet p̄ uo huius. Et hoc est p̄positum. Et ex hoc apparet, quare motis uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariam moueri. Quia enim partes nubium æqueuelociter mouentur, ut b & d: lunæ uerò motus proprius à uisu propter remotionē in paruo tempore non percipitur, ideo uidetur luna, ut mobile c, ad partem contrariam moueri.



137. Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli: & lineæ & superficies rotundæ.

Cum enim talia mobilia sic signata mouentur circulariter, quòdlibet suorum punctorum motu suo describit circulum: quoniam quòdlibet punctum non figitur in eodem loco tempore sensibili, sed in paruo tempore circumgyrat totam circumferentiam, super quam uoluitur: peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiem uisus per modum circumferentiæ circuli. Quoniam enim motus circularis est totus unus, non diuidens tempus: non potest uisus comprehendere formam puncti signati nisi secundum circumferentiam circuli: in minimo enim tempore comprehendit colorem illius puncti circumgyratū: & si plura sunt puncta secundum ordinem unius sub altero signata, plures uidebuntur circuli subalternatim & ordinatè cõtenti. Et hic est ludus puerorum in trochis super planas superficies circulariter exagitatis: quoniam quando trochus fuerit circumgyratus motu forti, & aspexerit quis ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidetur circulus: & si plura sunt puncta ab inuicē distãtia, uidebuntur plures circuli equidistantes, & circa idē centrum: & uidebit uisus differentiam colorum cuiuslibet illorū circulorū. Et si plura puncta diuersorū colorū sibi ad inuicē approximantur, cõprehendet uisus oēs illorū punctorū colores quasi unū colorem, diuersum ab omnibus coloribus, qui sunt in illis punctis, quasi sit color cõpositus ex omnibus coloribus illorū punctorū, & nõ cõprehendet lineationē neq; diuersitatē colorū. Et si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motū, quasi quiescēs & circulariter figuratū: ideo quòd nullū illius corporis pãctū figitur in loco tẽpore sensibili, sed in minimo tẽpore gyratur tota circumferentia, sup quã reuoluitur. Et similiter mota linea uidebitur secundum lineæ lōgitudinē latitudo cuiusdam superficiē rotundę descripta in superficie ipsius uisus: & si linea illa fuerit colorata: tunc propter motus uelocitatē, motus facit totã superficiē rotundã apparere coloratã. Et hoc est propositum.

138. In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiua ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 28. 39. 49. 55. 60. 65. 67. 70 n 3.

Ex intemperata enim luce accidit error in uisione motus & quietis. Si enim de nocte cõprehenderit uisus hominē ante aliquod nemus, fortè occultabitur ei distantia hominis ad nemus. Si itaq; uidens moueatur uersus hominē uisum, quãtò magis ad illū accesserit, tantò distantiam illam certius uidebit: unde cum prius simul unã cū nemore appareret ei homō uisus, & quãtò ad eum plus accedit, tantò plus uidetur à nemore remotus: & certū est ei nemus immotū remanere: æstimabit ergo hominē ad partem contrariã nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hominem uisum immotum & quietū esse. Et etiã si homo de nocte uisus non plenè cõprehenditur, qui modicū moueatur, nõ discernetur motus eius, & uidebitur quiescens: hi aut̄ errores non acciderent in temperata luce.

Ex in-

Ex intemperata etiam remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si quis enim ad partē, in qua lunam aut solem aut stellā aliquā uiderit, moueatur, cum post plurimū motum lunā ante se uiderit elongatā nō minus q̄ in principio sui motus, æstimat ipsam lunā ad eandem partē secum moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elongatiōes durare: & euenit hoc etiā in luna ad partē contrariā prope- rante. Acciditq; hic error ideo, quia notū est homini quōd in his naturis inferioribus existentibus duobus corporibus, quorū unum moueatur in partem aliquā, si tunc permanferit identitas situs re- spectu alterius corporis, tunc necesse est etiā aliud corpus in eandē partē æquali motu fuisse motū: hoc tamen non oportet sic æstimari in luna uel stellis, quoniā magnitudo uia, quā peragit quis mo- tu suo, non est proportionalis magnitudini corporis lunæ uel alterius stellæ: ergo neq; excessus po- stremę propinquitatis ad stellam super primā propinquitatē est sensibilis, respectu totalis remotio- nis. Idem etiā error accidit in motu nubium: creditur enim uelocissimus esse motus lunæ, quia par- tes nubiū, per quas uidetur luna, subito mutantur, & luna nunc cū his partibus nubiū, nunc cum il- lis uidetur esse sita: & quia luna est corpus luminosum uisibilius quā nubes, æstimatur luna moue- ri motu, quo secundū ueritatē nō mouetur. Similiter etiā accidit error in quiete: aliquis enim à lon- gē uisus non ueloci motu motus, quiescere uidetur: & propter hoc planetas credimus immotos, li- cet uelociter moueātur. Viq; enim, quas incedunt in tēpore paruo, nō sunt perceptibiles uisui à tāta remotione: unde durante situ ipsorum, respectu uidentis identitate quiescere putātur. Similiter et- iam accidit hic error, si in eadem linea uisuali uel axe corpus aliquod uisum uel à uisu moueatur. Tunc enim nisi motus eius fuerit ualde fortis, putabitur immotū: quia non percipitur an partes uel ipsum totū se aliter habeat nūc q̄ prius: uia enim, qua incedit, est imperceptibilis à tanta remotione. Ex intemperata etiā situs oppositionis obliquitate accidit error uirtuti distinctiue in præmissorū ui- sione: unde aliquo uelociter nauigāte in flumine, & obliquē inspiciēte arbores in ripa fluminis: tūc arbores ab axe uisuali multum elongatas æstimabit moueri, illæ uerō arbores, quibus axis uisualis incidet, quiescere uidebuntur. Similiter rota aliqua mota, ut molendini obliquē uisa uidetur quie- scere. Est autem hic error propter solam obliquationem situs rei ad uisum, quoniā talis rota directē intuita moueri uidetur. Ex intemperata etiā magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si enim moueantur duo, quorum unum sit paululū uelocius alio, putabit uidentis esse æqualem ipso- rum motum, cum insensibile sit uisui unius motus super alium excrementum, & similiter quantitas ex- cessus uia, quam transit alius, imperceptibilis est uisui: unde iudicatur æqualitas motū & uiarum: & similiter res parua mota fortē æstimabitur non moueri, etiam si distantia à uisu fuerit tēperata. Ex intemperata etiam raritate accidit error in præmissis. Si enim in aere nubiloso obscuro duo corpo- ra moueantur, quorū unum alio paululum uelocius moueatur: iudicabuntur forsitan æquales ipso- rum motus, cum propter intemperiam diaphanitatis aeris discerni nō possit motus unius ad motū alterius excessus: nec enim tunc percipitur à uisu excessus uia pertransitæ ab uno, à uia pertransitæ ab alio. Similiter etiam in tali aere à longitudine media, non tamen parua, si quis uideat aquā fluen- tem, aut iudicabit eam immotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabitur minus mota quā moueatur. Ex intemperata etiam temporis dispositione fit maximus error in uisione motus & quietis, quæ per se tempore mensurātur. Cum enim duorū mobilium unū paulō uelocius alio mouebitur: tunc motus in tēpore modico cōprehensi æquales iudicabuntur: quia nō est tam subito cōprehensi- bilis ipso- rum excessus: & si aliquid tardē moueatur, hoc in tēpore modico inspectū nō uidebitur mo- ueri: quoniā uia, per quā mouetur in modico tēpore, est imperceptibilis uisui propter sui paruitatē: sed & uelocissimē motum circulariter & in eodem loco manens, ut trochus, non æstimatur moue- ri: locus enim trochi non mutatur, & partes uelocissimē redeunt ad priorem situm. Ex intemperan- tia etiam dispositionis uisus accidit error uisioni præmissorum. Cum enim quis sæpius in circuitu fuerit reuolutus, & post quiescit: tunc putat quōd uicini parietes moueantur: ideo quia spiritus uisi- biles interioris moti discurrunt ex motu corporis ipsius facto, nec statim quiescente corpore exteriori spiritus intrinsecus moti quiescunt, eō quōd leuiores corpore grosso, sunt illo mobiliore, & mi- nor uirtus animæ mouet illos, illi autem moti formas motas uirtuti distinctiue representant: uiden- tur ergo omnia moueri, quorum formæ motis spiritibus uirtuti animæ offeruntur etiam post quie- tem ipsius uidentis. Et huius simile est etiam in alijs motis: trochus enim diu post quietem manus motricis mouetur, & non quiescit, quousq; uirtus influxa sibi definit mouere. Est etiam quædam corporis & oculorum infirmitas, in qua uidentur omnia circumuolui. Si etiam corpus similitum partiū uoluatur tardē, ut accidit in quibusdam rotis horologiorū: tunc uisus debilis non percipiet motū eius, neq; etiam sanus uisus percipiet motum parui temporis. Si uerō sit corpus dissimilium partium, ut in rotis molendini: tunc fortē etiam uisus debilis comprehendet motū, nisi ualde festi- na fuerit rotæ reuolutio: quia propter uelocitatem motus fortē dissimilitudo partium rotæ non po- terit comprehendi. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

139. *Asperitas comprehenditur à uisu ex cōprehensione lucis superficiēi corporis asperi inci- dentis, per quā comprehenditur diuersitas situū partium superficiēi corporis. Alhazen 53 n 2.*

Cum asperitas sit diuersitas situs partiū superficiēi corporis, palām per II th. 2 huius, quōd partes præminentes umbram faciunt, quando lux inciderit superficiēi illius corporis: partes ergo præ- minentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes profundas perueniūt umbræ, permiscen- tes lucem illis partibus incidentem. Diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod

quod non accidit in superficie plana: eius enim partes sunt consimilis situs, & fit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis. Visus itaq; cognoscit formam lucis in superficiebus asperis & planis diuersam, propter frequentationem uisionis superficialium asperarum & planarum: & secundum hoc diiudicat asperitatem superficialium uel planitiam in corporibus asperis quibuscūq;. Sed si superficie asperæ partes fuerint ualde præeinentes, potest etiam uisus comprehendere præeinentiam illarum partium ex comprehensione distantia, quæ est inter partes: & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficialium corporis asperi comprehendet etiam asperitatem illius: & erit etiam lux in illa asperitate maxime diuersitatis, quoniam maioribus umbris distincte permiscetur, & ex diuersitate formæ lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum: & ex hoc uidebitur corporis asperitas. Quod si præeinentiæ partium superficialium rei uisæ fuerint parua ualde, non comprehendet uisus illam asperitatem corporis, nisi cum multa appropinquatione intuitus. Sic ergo per diuersitatem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex cõsequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficialium corporis, asperitas comprehenditur à uisu. Patet ergo propositum.

140. *Lenitas siue planities comprehenditur à uisu comprehensione lucis superficialium lenis corporis incidentis, tum etiam per suarum partium omnimodam equalitatem. Alhazen 54 n 2.*

Quia enim lenitas est æqualitas situs partium superficialium, patet quod partes corporis lenis sunt consimilis situs: lux ergo illis corporibus incidens fit consimilis & nullis umbris permixta: unde etiam corporis tersitudo siue politio, quæ est quædam lenitas uel planities, comprehenditur à uisu ex scintillatione lucis in superficie illius corporis, & ex situ, secundum quæ reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum. Comprehendit etiam uisus quandoq; planitiam per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficialium uisæ æqualitatem: quandoq; etiam comprehendit ipsam planitiam superposito uisu in una parte illius superficialium uisæ: & cum formæ partium extreimarum illius superficialium, quæ sunt remotiores à uisu, secundum lineas rectas perueniunt ad uisum in ipsa superficie productas: tunc uisus sic ipsius superficialium planitiam comprehendit. Patet ergo propositum.

141. *In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiua ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 29.40.50.56.61.65.68.71 n 3.*

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis & lenitatis: quia de nocte uisæ asperitas fortè iudicabitur lenitas aut econuerso, secundum qualitatem rei uisæ. Et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summe plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eò quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantia errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis: unde in pictis capillis uel pilis alicuius pictæ imaginis propter longitudinem distantia æstimatur asperitas: ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris: & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatæ, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si à magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas: quia à tali distantia non potest discerni diuersitas partium aut projectio umbræ partium eminentium super depressas: unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si enim à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis, fiet comprehensio asperitatis capillorum, cum non sit nisi lenitas in illis: hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti: quia tunc uerè lenitas appareret. Cum etiam corpus aliquod, in quo est modica asperitas, obliquatum fuerit ab axe uisuali: tunc apparebit lene: quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offerret. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni præmissorum: cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur fortè lenitas, ubi est asperitas, aut econuerso: non enim comprehenditur præeinentia partium aliarum super alias propter nimiam corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni præmissorum. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas nõ magna, putabitur fortè lenitas: & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorum: æstimabitur hoc corpus, quod est rarum & lene, esse asperum: & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum: quia in aere nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene, propter lateñtes asperitatis causas, & uisæ re polita, cum non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur fortè aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum: cum enim subito uidetur aliquod asperum, æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito, nõ poterit discerni lenitas aut asperitas: unde sub dubio fit error. Ex uisus etiam debilitate fit error in uisione præmissorum: quia uisus debilis reputabit corpus modicè asperum fortè lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & lenis fuerit dissimilitudo. Patet ergo propositum.

142. *Diaphanitas cõprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diaphanum existentis. Alhazen 55 n 2.*

Quod diaphanitas cõprehendatur modo proposito, satis patet: dicimus enim, ut in principio 2
 Q huius

huius præmissimus; illa corpora diaphana, quæ sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda. Corpus itaq; diaphanum per se non uidetur, ut patet per 141 huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo, respectu diaphanitatis aeris interiacentis uisum, ut est crystallus & beryllus, & similia densa diaphana: sed etiam illorum diaphanitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diaphana peruenit ad uisum. Cum ergo uisus comprehendit, quòd forma lucis uel coloris comprehensum à se est solum corporis ultra corpus diaphanum existentis: tunc sentiet diaphanitatem corporis diaphani. Quòd si corpus diaphanum fuerit debilis diaphanitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diaphana, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris: tunc diaphanitas eius uix comprehenditur à uisu, nisi apponatur forti luci: tunc enim potest eius diaphanitas melius comprehenditur: propter applicationem autem proximam corporum ualde spissorum talibus corporibus diaphanis, ipsorum comprehensio à uisu, quantum ad partem applicationis, penitus impeditur, ut patet de hyaspide in auro. Patet ergo propositum.

143. *Spissitudo siue densitas comprehenditur à uisu ex priuatione diaphanitatis. Alhazen 56 n 2.*

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & non sentiet in ipso aliquam diaphanitatem, statim arguet ipsius spissitudinem: quia cum statim ad illud corpus terminatur operatio uisua, nec aliquid penetrat per illud, nec uisus exercetur ad uidendum ultra ipsum formas aliorum corporum: tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partium compactarum: & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diaphanitatis. Quod proponebatur.

144. *In raritatis & soliditatis uisione error accidit uirtuti distinctiua ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisa. Alhazen 30. 41. 50. 56. 61. 65. 68. 71 n 3.*

Ex lucis enim debilitate, ut de nocte, uidebitur corporis multum rari minor esse raritas: quia cum trans ipsum non plena fiat comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarum prohibere, & corpus modicè rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum: cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius, quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore: unde quia raritas non perpenditur, nisi quòd retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142 huius: æstimabitur diaphanitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, quia remotio tam modica, respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longè intueatur corpus rarum, retro quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum, sed solidum: quia retro ipsum non percipitur aliud corpus: quæ est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinum esse in uase uitreo: tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo: & non accideret hic error in transitu lucis per uas uitreum directè oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde paruum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ: iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum: similiter uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi comprehensio, assimilabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum. Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum: tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati: ut uitrum alij uitro superpositum non apparet ita rarum, sicut apparet adhibito uisu sibi soli: unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinquè corpus solidum: tunc primum iudicabitur solidum: & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud: iudicabitur fortè uinum ipsum cum uase uitreo esse unum corpus solidum. Idem etià accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aere enim nubiloso obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & fortè putabitur solidum: & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum: lucem enim declinata super corpus remissè rarum, ipso quoq; descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan, quòd illud sit rarum in fine raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipietur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remissè raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitum, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum: cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera: & cum fuerit in corpore raro color fortis, aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidum. Patet ergo uersaliter in omnibus illud, quòd proponebatur.

145. *Umbra comprehenditur à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera præsentè. Alhazen 57 n 2.*

Est enim

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis, existente actu præsentia lucis alterius in loco umbroso. Cum itaq; senserit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quam corpus existens in loco umbroso: tunc sentiet obumbrationem illius loci & priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi. Cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionem radiorum, percipiet tamen secundam, quæ fit ex diffusionem lucis primæ: ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domum sui diffusionem illuminantis: tunc uisus extra locum radij existens sentiet obumbrationem loci, & priuationem à prima luce solis, quæ est in radio, uel ab alia luce forti: & fortè uisus quandoque statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarum lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere. Vniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum, quos præmissimus, possunt uideri umbræ. Et hoc est propositum.

146. *Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis. Alhazen 58 n 2.*

Cum uisus comprehendit aliquem locum & nullam lucem in illo: tunc sentiet eius obscuritatē, licet fortè illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere tetro de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas: & nox obscura est ex umbra terræ. Est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur: sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquem actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata. Patet ergo propositum.

147. *In umbra & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiua ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 31.42.50.56.62.65.68.71 n 3.*

Ex intemperata lucis dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem album lux candelæ: potest accidere quod uidens illam obscuritatem, iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino. Et si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur fortè uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris: & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotio- nis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa, luce solis super corpus illud descendente: apparebit umbra in parte corporis tenebrosa: & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum: æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantie fit error in uisione umbræ. Si etiam à longe uideatur corpus album, in quo sint multe partes nigre, æstimabuntur fortassis in parte illa tenebræ: credetur enim aliquod corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quæ fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotio- ne. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotio- ne: corpore enim aliquo elongato, si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra: & si corpus aliquod fuerit circa illud primum positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum: & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur fortè in loco illo cuiusdam foraminis perforatio, per quam egrediantur tenebræ existentes retro corpus album: hoc autem non accideret in corpore approximante directioni oppositionis. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directè in parietem cadente uel propè: æstimabuntur à uidente singula puncta illa singula esse foramina, in quibus sit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente: & fit error umbræ ex sola punctorum paruitate: quod si illa puncta sunt maxime nigritudinis, tunc æstimabuntur esse foramina parua, per quæ transeant tenebræ: & sic etiam sola illorum punctorum paruitas est causa apparitionis tenebrarum. Ex intemperata etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione. Luce enim solis in domum per foramen aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa: apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur, si solidum esset fenestræ corpus: quoniam tunc lux non penetraret, & ita super solidum corpus lux apparet: fit ergo error in umbra propter defectum soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum siue obscuritatis ex indispositione soliditatis: quia luce solis in aquam fluminis directè non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in aqua, apparebit tenebrosa, & quanto fuerit clarior, tanto apparebit tenebrosior: & accidit hoc, quonia pars aquæ superior umbram proijcit super proximam partem aquæ inferiorem, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semper superior proijcit umbram super inferiorem usq; ad fundum aquæ: & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciunt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homo-

genium in substantiâ & colore, fit fortior idem color: Causa autem, quare in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hæc est: quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem: unde fit maior diffusio formarum plurium maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uerò mare fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem penetrabunt formæ partium pauca peruenientes ad uisum, & comprehendetur modica aquæ pars, quæ licet faciat umbrâ, tamen cum ipsa sit modica, erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus: unde & propter apparentiorem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenduntur in aqua tenebræ: & inde cum fuerit turbida, apparebit colorata, & cum est clara, apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directè super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijciuntur omnes tenebræ & umbræ apparentia. Ex defectu itaq; soliditatis causantur & umbra & tenebræ: quia per corpus perfecte solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fiet transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiâ raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aerem nubilosum uel tenebrosus, ut in crepusculis, uideatur corpus album, in quo sint particula rotundæ nigra: tunc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur præstantia uiam tenebris illius, apparebit in locis illis umbra, aut fortè reputabuntur foramina præstantia uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes: sic ergo propter corporis intemperatam raritatem accidit error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiâ temporis accidit error in uisione præmissorum. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ, descendente super ipsum parietem luce ignis: illæ partes nigrae subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uerò nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculae subnigræ, descendente luce super ipsas, apparent debili uisui esse umbræ: & si fuerint multum nigrae, apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis, quæ sunt retro illum album parietem, perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circumstantijs patet quod proponebatur.

148. *Pulchritudo comprehenditur à uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, uel coniunctione plurium uisibilium intentionum, habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ. Alhazen sq n 2.*

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quandoq; ex comprehensione simplici uisibilium formarum, ut patet per omnes species uisibilium discurrendo: ut enim exemplariter dicamus, & alia per hoc accipiantur: lux, quæ est primum uisibile, facit pulchritudinem: unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solam. Color etiam facit pulchritudinem, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formam sibi appropriati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatatio faciunt pulchritudinem in uisu: in quibusdam enim formis pulchris sunt maculae turpes parua & rugosa, displicentes animæ uidenti, quæ propter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones parua subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in propinquitate ad uisum apparent, & faciunt formam uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu: & propter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maximè patet in illis stellis, quæ sunt magnitudinis primæ uel secundæ. Situs quoq; facit pulchritudinem in uisu: quoniam plures intentiones pulchræ non uidentur pulchræ, nisi per ordinationem partium & situum: unde scriptura & pictura, omnesq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ non apparent pulchræ nisi per competentem sibi situm: quamuis enim figuræ literarum sint omnes per se bene dispositæ & pulchræ, si tamen una ipsarum est magna & alia parua, non iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiam facit pulchritudinem: unde artificiatæ bene figuratæ uidentur pulchræ, magis autem opera naturæ: unde oculi hominis cum sint figuræ amygdalaris & oblongæ, uidentur pulchri, rotundi uerò oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinem in uisu: unde uidetur pulchrum corpus sphaera & columna rotunda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu: unde spatia uiridia continua placent uisui, & plantæ spissæ uirides: quia quæ accedunt continuitati, sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiam facit pulchritudinem in uisu: unde stellæ separatae & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu: & propter hoc loca cœli multarum stellarum distinctarum sunt pulchriora locis paucarum stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciunt in uisu pulchritudinem: motus enim hominis in sermone & separations eius facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinatè uerba. Asperitas etiam facit pulchritudinem: uillositas enim pannorum catenatorum & aliorum placet uisui. Planities quoq; uisui pulchritudinem facit: quia planities pannorum sericorum & si etiam ad politionem

siue terfionem accedant, placet animæ, & est pulchrum uisui. Diaphanitas etiam facit pulchritudinem apparere: quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aere sereno, per quem in nocte uidentur stellæ, quod non accidit in aere condensato propter uapores. Spissitudo etiam facit pulchritudinem: quoniam lux & color & figura & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum, quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine caussatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem: quoniam in multis formis uisibilibus sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cum fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auium, ut pauonum & aliarum, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinem uisui propter umbram, quæ in sui admixtione cum lumine caussat uarios colores, qui tamen non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiam facit pulchritudinem apparere uisui: quoniam stellæ non uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiam pulchritudinem facit: quoniam membra eiusdem animalis, ut Socratis, non apparent pulchra, nisi quando fuerint consimilia: unde oculi, quorum unus est rotundus & alter oblongus, non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens: erit enim tota facies non pulchra, quando eius partes congenæ non fuerint consimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem: quoniam diuersæ partes uniuersi ornant & pulchrum faciunt uniuersum, & diuersæ partes animalium animalia: eandem quoq; partem ornant diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum. Sic ergo pulchritudo comprehenditur à uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilibus placentium animæ: quælibet tamen istarum uisibilium intentionum non facit pulchritudinem in qualibet formarum, in qua uenit illa intentio ad uisum: quælibet enim figura non facit pulchritudinem in qualibet formarum, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilibus quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurius intentionum formarum uisibilium adinuicem, & non solum ex ipsis intentionibus uisibilibus fit pulchritudo in uisu, ut colores scintillantes & pictura similiter proportionati sunt pulchriores coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili: & similiter est in uultu humano: rotunditas enim faciei cum tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quam unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grositudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilibus coniunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem non facit una illarum intentionum per se. Facit autem proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in coniunctione intentionum sensibilibus pulchritudinem magis, quam aliqua intentionum particularium: omnes enim pulchritudines, quas faciunt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione adinuicem, consistunt in proportionalitate debita formis, quas perficiunt sub modo illius coniunctionis. Cum itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam, in qua est aliqua intentio particularis, faciens per se pulchritudinem: tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutem sentientem, & comprehendit uirtus distinctiua pulchritudinem rei uisæ, in qua est illa intentio: & sic coniunctio diuersarum intentionum fit caussans pulchritudinem, cum per se uel illa coniunctio ad sentientem: tunc uirtus distinctiua comparabit illas intentiones adinuicem, & tunc comprehendit pulchritudinem rei uisæ compositæ ex illarum intentionum coniunctione, quæ sunt in ea. Et hi sunt modi, per quos accipitur à uisu omnium formarum sensibilibus pulchritudo: in pluribus tamen istorum consuetudo facit pulchritudinem: unde unaquæq; gens hominum approbat suæ consuetudinis formam, sicut illud, quod per se aestimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & proportionem partium corporis humani & picturarum approbat Maurus, & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsius proxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & sicut unicuique suus proprius mos est, sic & propria aestimatio pulchritudinis accidit unicuique. De his ergo topicè & figuraliter fit dictum. Et patet quod proponebatur.

149. Turpitude comprehenditur à uisu, cum intentiones sensibiles neq; per se, neq; ex coniunctione ipsarum adinuicem aliquam pulchritudinem sunt caussantes. *Alhazen 60 n 2.*

Turpitude formarum est priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmissum est, quod intentiones non faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum. Formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa, in quibus non est aliqua consuetudo proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine: & sic sunt turpes: & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes: tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi, auxilio uirtutis distinctiuae, quando fuerit intuens intentiones, quæ sunt in illa forma. Patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitude: sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, propter quam nonnunquam accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri perpulchrum.

150. In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiuae error accidit ex imperiecta dispositione cetero circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. *Alhazen 32. 43. 51. 57. 63. 65. 68. 71 n 3.*

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis: de nocte enim uidetur facies forinosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et

si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius decorantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uis detur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longè respicitur res aliqua, si fuerint in ea maculæ paræ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa: & si à magna distantia uideatur res, in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis: quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in quo sunt maculæ minutæ deformantes rem: tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis: & ob hoc facies lentiginosa obliquè uisa uidetur pulchra: unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur, latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum, latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis: cum propter solam sui paruitatem aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliqua paræ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferentes, & impenatur uasi illi uirum turbidam & turpe uel feculentum: tunc occultabuntur illæ decoris causæ, & iudicabitur uas deformis: & si uas tale deformant aliqua particulæ, & imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi, placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis, & apparebit uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aerem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quoque breuitate error accidit uisioni præmissorum: quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis uel deformitatis: sicut accidit cum aliquis inspicens per foramen uiderit aliquam faciem: tunc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso: & idem accidit mota re uisa subito, remanente oculo non moto. Ex uirtus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum: minuta enim, quæ sunt causa pulchritudinis uel deformitatis, uisus debilis non uidet: unde modo contrario iudicat unumquodque istorum. Patet ergo propositum.

151. *Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem. Alhazen 61 n 2.*

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re, in qua sunt consimiles. Cum itaque uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensione cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatione alterius illarum ad alteram. Uisus itaque comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum intentionum secundum suum esse, & ex comprehensione illarum ad inuicem.

152. *Diuerfitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis. Alhazen 62 n 2.*

Cum enim diuerfitas, ut hic accipitur, non sit aliud, quam differentia formarum sensibilium comprehensarum à uisu, hæc diuerfitas comprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alteram, & ex comprehensione priuationis consimilitudinis in eis. Diuerfitas ergo comprehenditur per sensum unius ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione ipsarum ad inuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

153. *In similitudinis & diuerfitatis uisione error accidit uirtuti distinctiua ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uise. Alhazen 33. 44. 51. 57. 63. 65. 68. 71 n 3.*

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione similitudinis & diuerfitatis corporum eiusdem coloris secundum speciem, uel eiusdem figuræ secundum speciem, in quibus partialis diuerfitas per latentia signa distincta est: tunc enim illa in luce debili non uidentur: & ob hoc inter illa corpora omnimoda iudicabitur similitudo. Et si aliqua corpora solum propter aliqua minuta signa ipsis communia participant similitudine: tunc propter lucis debilitatem illis causis consimilitudinis non perceptis, iudicabitur diuerfitas totalis, quod non accideret in luce temperata. Ex superflua etiam elongatione accidit error in præmissorum uisione, ut patet in præmissis exemplis. Minuta enim causæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per 8 huius. Et similiter etiã eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ res paruas non sinit comprehendere à uisu per 26 huius. Accidit etiã error in præmissorum uisione, propter causarum similitudinis uel dissimilitudinis paruitatem, propter quã, cæteris existentibus cõuenienter uisui dispositis, huiusmodi non uidentur. Ex defectu etiã soliditatis error accidit uisioni præmissorum. Si enim duo uasa multum rara cõueniant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositione: tunc uino eiusdem coloris & claritatis ambob. repletis latebunt causæ diuerfitatis, & reputabuntur omnino similia.

Et si differant specie, figura & raritate, sed solum in aliquibus partialibus formulis conueniant: tunc uino simili plena putabuntur omnino similia: qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis: quia cum sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione premissorum: in aere enim nubuloso & obscuro minutæ causæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidetur. Ex temporis etiam breuitate premissorum uisioni error accidit: quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causæ paruissimo tempore inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum scilicet similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest. Patet ergo propositum.

154. *Virtuti distinctiue error quandoq; accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum. Alhazen 72 n 3.*

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circumstantiarum octo omnium uisibilium concurrunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarum per se sufficeret ad causandum errorem. Si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subito uisum uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiam subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentem tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiam quandoq; concurrunt intemperantiæ plures ad unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causaret. Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum colorum motu tardo motu: tunc forte uidebitur quiescere: sed motus eius qualibet illarum causarum aliqua deficiente percipi forte posset: & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumstantiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes, quæ plus experientiam quam rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem: unde de his sic esse sufficit exemplatum.

155. *Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ, in intemperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisæ. Alhazen 21 n 3.*

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet quam sit in rei ueritate: tunc fit error uia scientiæ in uisu: quoniam formæ quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur, cui non conuenit: & hoc accidit propter intemperantiæ cuiuslibet octo circumstantiarum rerum uisibilium. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia errorem infert formæ uisæ: unde accidit error in crepusculis in omnibus uisus: unde etiam noctiluca uidetur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color: quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & e contrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut e contrario: & quandoq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et ueritas fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab individuo ad individuum eiusdem speciei: uel ab individuo speciei unius ad individuum speciei alterius, ut cum equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longè in aere, putat se stellam uidere: hæc enim omnia si propè essent, uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit: quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus putabitur esse asinus, quæ si directè uisui opponantur, error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiæ existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris: unde crystallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubini, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diaphanitas etiam nimis diminuta huius erroris est causa: uitro enim colorato uisui & rei uisæ coloratæ interposito, æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisus interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non quod secundum ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeunt cum coloribus filorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili propè adiuicem in uisus superficie situantur: unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adiuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus: unde si magna sint panni foramina, discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannum laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum: quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur: & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumdantibus imagines ligneas pictas moueri: tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia: & hoc propter defectum diaphanitatis mediæ, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Temporis etiam intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens uel loci motu, & non plene acquirat formam corporis, uel si quis subito aliquid uideat, quod statim à uisu recedat, errabit in individuo illius formæ: unde forsitan est error in specie uel in individuo uel in utroque: forsitan enim æstimabit equum fuisse mulum, uel Petrum Martinum, uel equum

Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoque uisus huius erroris est causa: laesus enim uisus à colore forti, cui incidit lumen forte, iudicat omnem colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti: & etiam propter oculorum ægritudinē aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperatiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Sic ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperatias & circumstantiarum rei uisæ, ut patet. His autem & eorum similibus non duximus multum insistendum, quia hæc, quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice. Et hoc est propositum.

156. *In solo uisu error quandoque accidit propter intemperatiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum propriè uisarum. Alhazen 20 n 3.*

Quia enim, ut patet per principium 3 huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore. Accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperatiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunq; in colore sibi similes uideri, cum tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus, in quo sit multa colorum diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris, apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrumque extremorum. Distantia etiã uisibilium errorem inducit uisui: quia propter improporionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspersa, uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit: quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particulæ: & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore: & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi fortè elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit: quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruorum partium corporis, diuersi coloris euadunt uisum, & uidetur res unius coloris: quod non fieret, si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit: unde crystallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem: quod non accideret, si crystallus plus solida esset. Ex diaphanitate etiam error accidit uisui: quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solam carentiam diaphanitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris: quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem præterdit in uisione præmissorum: luce enim forti in uisum agente, læditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus læsio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas: & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à temperamento recedente. Patet ergo quod secundum omnes circumstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile. Et hoc proponebatur.

157. *Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium, uisui colorem præsentat puniceum.*

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs: uidemus enim quod in speculis benè tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore: quod si speculum fulgidum nõ fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio 2 huius suppositum est, quod rerum ualde coloratarum colores lumenque ipsius medijs colori permixta feratur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quod color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur: & horum multas experientias planè poterit quis uidere. Euenit etiam humidis oculos habentibus, quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei phantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorum flammam rubeam appropinquare puniceo colori: quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossitiem materiæ, & humiditatem aqueam, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginem quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi: & hoc idem in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli, qui circa candelas uidentur, propter grossitiem aeris & nigredinem purpurei uidentur: quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliquantulum impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ. Et ad hoc etiam plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare. Patet ergo propositum.

158. *Visum protensum longè debiliorem fieri patens est.*

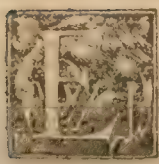
Non enim uisus uidet similiter de longè posita, quemadmodum propè existetia. Si enim uideatur de longè corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum: unde si aliquis

quis uaporem roridum de longè uideat, totum ipsum fore unum corpus continuum uisus iudicabit: quin etiam uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannum coloratum, in quo est minuta colorum diuersorum conspersio, ad quos proportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit: apparebit pannus ille unius coloris tantum, quoniam extra temperantiam est longitudo, respectu partialium colorum, licet omnia alia conueniant in debita temperantia, respectu uisus. Quia ergo uisibilem rei circumstantiam uisus protensus nõ perspicit, palam quia debilitatur ex protensione sui ad uisibile, siue ex remotione uisibilis ab ipso. Et hoc est, quod proponebatur.

159. *Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectiõne.*

Experientia similiter comprobatur, quod hic proponitur, auxilio præcedentis. Quia enim uisum protensum longè debiliorem fieri patens est, ut præmissum est: ideo accidit quod ea, quæ longè uidentur, propter uisus debilitationem omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora quàm sint, uisibus apparent: quoniam eminentiæ suarum partium asperitates & tumores in ipsis facientes non uidentur. Similiter etiam, quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorum distantia augetur, ideo propter remotionem, quæ accidit uisui, talia nigriora uidentur experimentanti. Quantò enim magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficiei speculi augmētatur, tantò magis color ille albus uisui ad nigredinem accedit: unde etiam nubes apparentes in aqua nigriores uidentur quàm in loco suo, uisu in eodem loco existēte, quoniam reflexio facta in aqua auget distantiam: nihil autem differt aliquid multum distans uisui apparere, aut uisum per multam distantiam uisionem rei complere: semper enim sit iudicium uirtutis uisus, secundum quod forma est in uisus organo recepta. Neq; latebit hic experimentantem, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebitur nisi alba: sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat: tunc illa nubes alba aliquem colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridē, & lazulium: unde sicut uisus colorem nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem album uidet minus album propter reflexionem. Nubem itaq; albam existentem uidet uisus propter distantia ampliorem, quæ fit per reflexionem, in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem. Et quoniam coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quod in omni corpore, cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimatur, eandem causam & effectum participem habebit. Et hoc est, quod proponebatur.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER QUINTVS.



EX PEDITIS aliquantulum his, quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt: restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequētes, de omni reflexionis modo à quibuscunq; speculis exquisitius pertractemus. Primum itaq; in presenti quinto huius scientiæ libro præmittemus qualibet illorum, quæ estimamus cõmunia omnibus speculis: & deinde adiungemus passiones, quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum: propter quod & speculorum planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt cõmunes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorum speculorum passiones proprias reseruamus. Veruntamen sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à quorum superficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium superficiebus accidit. Nec intelligimus, quod solum hæc reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiam ipsis uisibus non presentibus fit reflexio formarum, & accidit uisibus, si in locis reflexarum formarum disponantur, quod fiat reflexio ad ipsos: quod manifestè patet per hæc, quia non in omni loco fit reflexio ad quemcunq; uisum à speculo quocunq;. Est tamē in receptione harum formarum reflexarum in uisibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionum modis, in quibus

quibus fit aliqua deceptio in uisu. Quamuis autem, ut in prooemio huius scientiae diximus, idem immittatur in contrarium & in sensum: quoniam unius rei una & eadem forma semper diffunditur per medium, propter quod eadem forma reflectitur à superficiebus speculorum, quae etiam in modo simplicis uisionis directe uisibus occurrit: non potest tamen in reflexione facta à superficiebus speculorum quorumcunque, comprehendi ueritas formae, sicut comprehenditur in uisione simplici directa. In reflexionibus enim à quibuscunque, speculis factis apparet forma rei ut plurimum praec oculis, ipsis uisibus quasi opposita, cum tamen secundum ueritatem illis non opponatur. Lux quoque & color corporis uisi semper miscentur cum colore speculi, à quo fit reflexio, quam mixturam in reflexionibus uisus percipit, & non ueram lucem uel uerum rei uisae colorem. Omnis quoque reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores: unde in omni reflexione laet uisum ueritas lucis & coloris, plus quam in directa simplici uisione. Quae uero ad hunc uisionis modum, quae fit per reflexionem à quibuscunque, & à planis maximè speculis, praemittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Politio corporum est cōtinuitas partium superficiei politi corporis sine sensibilitate pororum uel diuisionis. 2. Speculum dicitur omne corpus politū opere artis uel naturae. 3. Linea incidentiae dicitur illa, secundum quam forma rei incidit superficiei speculi. 4. Linea reflexionis dicitur illa, secundum quam forma reuerberata, propter soliditatem speculi, quam penetrare non potest, reflectitur ad uisum. 5. Punctus incidentiae dicitur ille punctus, in quo linea incidentiae incidit superficiei speculi: & idem est punctus reflexionis, quoniam formarum reflexio ad uisum semper fit à puncto incidentiae. 6. Perpendicularis super superficiem speculi, à quo fit reflexio, dicitur linea orthogonally erecta à puncto incidentiae super superficiem speculi illius, à quo fit reflexio, si illa superficies sit plana: quod si illa superficies sit conuexa uel concava: tunc dicitur perpendicularis super ipsam, quae est perpendicularis super superficiem planam, illam superficiem conuexam uel concavam in puncto incidentiae contingentem. 7. Superficies reflexionis dicitur superficies continens lineam incidentiae & reflexionis, & perpendicularem à puncto contingentiae productam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contingentem. 8. Cathetus incidentiae dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiem planam speculi, aut super lineam rectam contingentem communem sectionem superficiei reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concavi, ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à cetro uisus, uel ab alio puncto quocunque, cuius forma à speculo reflectitur ad uisum. 9. Cathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel lineam à puncto, ad quem terminatur ipsa linea reflexionis, ut à centro uisus uel ab alio puncto, ad quem reflexio terminatur. 10. Superficies incidentiae dicitur superficies contenta à linea rei uisae, & à cathetis incidentiae terminorum illius lineae. 11. Angulus incidentiae dicitur angulus, quem in superficie reflexionis continet linea incidentiae, cum linea, quae est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, uel superficiei speculi in puncto reflexionis contingentis. 12. Angulus reflexionis dicitur angulus, quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cum dicta communi sectione. 13. Imago dicitur forma in speculo cōprehensa. 14. Locus imaginis dicitur locus uisionis illius formae, scilicet locus, in quo uidetur forma.

PETITIONES.

Supponimus autem haec. 1. Rei elongatae & approximatae speculo, extrema quandoque uideri. 2. Item quod uniformis situatio puncti rei uisae respectu superficiei cuiuscunque speculi, à qua eius forma reflectitur, fit solum secundum cathetum suae incidentiae.

THEO.

THEOREMATA

1. *Corporum tersorum politorum, cuiuscumq; figura sint, superficies à quolibet suorum punctorum luces, colores, & formas rerum oppositarum reflectunt secundum rectitudinem linearum. Euclides 2 hypothe. catoptr. Ptolemaeus 1 & 3 the. 1 catoptr. Alhazen 2 n 4.*

Quoniam enim, ut patuit per 1 th. 2 huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terso polito: quia in tali corpore non patet transitus lumini uel colori propter talis corporis densitatem & priuationem diaphanitatis, cū sint planarum superficierū, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formarum reflexio: & ob hoc opposito speculo lumini forti obliquè incidenti, manifestè fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris; si color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: & si à loco, cui incidit radius luminosus, manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectam ducatur ad superficiem corporis, à qua fit reflexio: patens erit quoniam secundum rectitudinem linearum reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus, à quo fit reflexio, redeunti, semper reflexionem luminis accidit uideri. In omni itaq; polita superficie cuiuscumq; sit figuræ, à quolibet suorum punctorum fit reflexio secundum rectitudinem linearum: cadit enim in quodlibet punctum corporis polito lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20 th. 2 huius super quodlibet punctum corporis polito fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis polito, & basis in superficie corporis luminosi: & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie corporis polito. Et si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundum lineas æquidistantes, illæ lineæ quasi columnam continentes terminantur ad bases pyramidum præmissarum. Per quas cumq; autem lineas lumen corpori polito incidit, secundum illarum proprietatem reflectitur, siue sint perpendiculares siue obliquæ: patet ergo propositum. Fit autè à corporibus politis reflexio lucis, non autem à corporibus non politis, asperis: quoniam in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtum cum umbra illorum corporum: unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

2. *Ab omni corpore colorato presente luce, color ad corpus oppositum politum mixtim cum lumine mittitur: & quandoq; totaliter, quandoq; partialiter reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen. Ptolemaeus 3 th. 1 catoptr. Alhazen 3 n 4.*

Quòd hic proponitur, experimentaliter declaratur. Sit enim, ut intra domum unius tantum fenestrate descendat lux solis super corpus multum coloratū forti colore: & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & iterum contra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album. Apparebit itaq; super faciem albi corporis color illius corporis, in quod primò fit descensus lucis. Color itaq; mixtim cum luce reflectitur: ergo etiam mixtim cum lumine incidit corpori polito: quod corpus politum si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politum. Si uerò corpus politum sit rarum & lucidum actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia: tunc reflectitur ab illo colores & luces, & penetrant in illud: quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus est debiliore lucis & coloris, quàm ab alijs corporibus densioribus, quàm sint illa: & etiam circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uidentur formæ lucis & coloris incidetes superiori superficie istorum corporum. Patet ergo illud, quod proponebatur.

3. *Omnis reflexio debilitat luces & colores: & uniuersaliter omnes formas. Alhazē 4 n 4.*

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per 1 petitionem 2 huius, & quantò lux ab ortu suo plus elongatur, tantò plus debilitatur per 22 th. 2 huius: patet quòd cum secundum aliquem punctum corporis luminosi procedit lux ad superficiem corporis polito in modum pyramidis, quòd quantò magis elongatur à puncto illo, tantò maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationem. Lux uerò reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tum propter elongationem à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoq; secundum lineas æquidistantes politis corporibus incidetes, sunt debiliores quàm luces obliquè incidentes, quoniam minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio quamuis fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per 1 huius: non tamen est multum sensibilis, propter debilitationem, quæ fit ex reflexione, & propter admixtionem coloris ipsius speculi conformis colorum reflexorum, nisi fortè à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debiliore, quoniam color ferri mixtus cum luce reflexa, & ipso colore reflexo debilitat ipsum colorem reflexum. Omnes itaq; reflexiones colorum optimè experiri possunt in domo unius foraminis, cui foramini albus paries opponitur. Tunc enim in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata: erit reflexio coloris ad parietem album sensibilis. Idem quoq;

accidit

accidit si in radio incidentiæ ipsius speculi ponatur corpus diaphanum coloratum, per quod transeat radius, incidens ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponatur vitrum coloratum, uel si modo simili, ut experimentanti uidebitur, disponatur. Cadete itaq; luce forti super speculum argenteum & ipsa reflexa super parietem album, notabiliter uidebitur lux parietis debiliior quam speculi. Reflexio ergo lucem debilitat. Et eodem modo color reflexus est debiliior colore, à quo fit reflexio. Palam ergo quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis quam luces. Colores enim debiliiori modo incidunt quam luces: unde etiam in reflexione facilius debilitantur. Color enim debilis cum ad speculū peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur propter illius admixtionem: quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus: & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores quam sint in loco, à quo reflectuntur. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis. Nam & hoc patet sensibiliter in luce: licet enim lux directæ & lux reflexa equaliter distent ab ortu suo, tamen debiliior est lux reflexa. Opponatur enim in aere radio solis intrati per fenestram domum aliquam, in qua unica est fenestra, speculum minus foramine, ita ut lux residua foraminis, quæ non incidit in speculo, cadat in terram super corpus album: & lux à speculo reflexa cadat similiter super corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ: uidebitur itaq; super corpus album eleuatum, ad quod fit reflexio, lux minor, quam super corpus iacens: cuius minoritatis sola reflexio est causa. Et idem potest in colorum reflexione facilius demonstrari, & eodem modo. Patet ergo propositum.

4. *Omnis lux reflexa, etsi debiliior sit luce prima, est tamen fortior quam lux secunda, equaliter ab origine distantibus ambabus: & idem est in colore. Alhazen 5 n 4.*

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo: uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor, quam in illo, quod est positum in loco reflexionis. Sit enim, quod in directo foraminis, per quod radius domum aliquam ingreditur, ponatur speculum in terra, suscipiens totam lucem radij incidentis per illam fenestram, quam lucem superius in principio 2 libri huius scientiæ diximus lucem primam: tunc enim fiet palam, quod erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, quam super aliud corpus simile positum extra illum locum tantundem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi non suscipiat radium directè, sed obliquè. Idem etiam patet in coloribus: quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo, corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris: aliud uerò corpus æquè album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratum, sed debilius ualde quam corpus positum in loco reflexionis: & si ferreum fuerit speculum fortè in corpore, quod est in loco reflexionis, modicus uidebitur color, extra uerò locum reflexionis in corpore æquè albo, quasi nullus apparebit color. Patet ergo propositum.

5. *Natura agit in omnibus secundum lineas breuiiores. Euclides in prefatione optiarum. Ptolemaeus 1 th. 1 catoptr.*

Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ. Omnes enim motus naturales sic fiunt: descendunt enim grauiata perpendiculariter super superficiem horizontis. Sagittæ etiam emissæ uolenter ab arcibus feruntur linea breuiori secundum angulum suæ emissionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter est motus. Et quia, ut in principio 2 libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neq; deficit in necessarijs: palam quod necessariò agit secundum lineas breuiiores. Si enim possit operatio nem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c: omnis actio, quam facit in linea b c est frustra, quoniam cõsecuta est finem in puncto b: non ergo agit secundum aliquod punctum lineæ b c. Et hoc idem per multa naturalia exempla patere potest. Vnde & animalia, quorum motrix est anima, secundum breuiorem lineam mouentur ad terminū, ut patet in rectitudine filorum araneorum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ etsi nonnunquã inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & in stamine, & in subtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idè quoq; patet in canibus, qui omisissis duobus lateribus trigoni currunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quod duo latera trigoni maiora sint tertio, quod homines geometres edocet 20 p 1. Patet itaq; propositum, prout possibile nobis fuit.

6. *Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes. Alhazen 16 n 4.*

Secundum enim tales lineas fit lucis incidentiæ, etiam lucis minimæ super corpus politum, ut patet per 3 th. 2 huius. Latitudo itaq; lineæ reflexionis est æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ est linea media totius lineæ reflexionis, eundem habet situm in loco reflexionis, quem habet linea mathematica, quæ est linea media lineæ incidentiæ sensibilis in loco incidentiæ: & similiter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea sensibili reflexionis eundem retinet situm, quem sua compar in linea incidentiæ sensibilis: & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum. Patet ergo propositum.

7. *In re-*

7. In reflexionibus factis à quibuscunq; speculis, fit deceptio propter intemperantiã lucis: uel propter diuersitatem situs: uel propter remotionem puncti, cuius forma reflectitur: uel etiã centri ipsius uisus à superficie cuiuslibet speculorum. *Alhazen 3 n 6.*

Vniuersaliter enim quibuscunq; modis contingit decipi uisum circa intentiones uisibilium per simplicem uisionem uisorum: eisdem etiam modis contingit uisum decipi in uisione, quæ fit per reflexionem: quoniam & hæc uisio est quædam uisio, in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uisibilium ipsi uirtuti distinctiuæ præsentantur. Et hoc, ut patuit per 1 th. 4 huius, & multis illius theorematibus, accidit octo modis. Plurimum tamen & manifestius fit hoc in speculis: uel propter debilitatem lucis: uel propter diuersitatem situs, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uisualibus: uel propter remotionem puncti rei uisæ, cuius forma reflectitur à superficie ipsius speculi: uel etiam propter remotionem ipsius centri uisus, ad quod remota fit reflexio à superficie ipsius speculi. In alijs uerò quinq; modis licet similiter caussetur error in uisione formarum reflexarum à quibuscunq; speculis ad uisum, non est tamẽ ille error tam sensibilis, ut in istis modis propositis: nec tamen fit totalis excusatio ab illis. Patet ergo propositum.

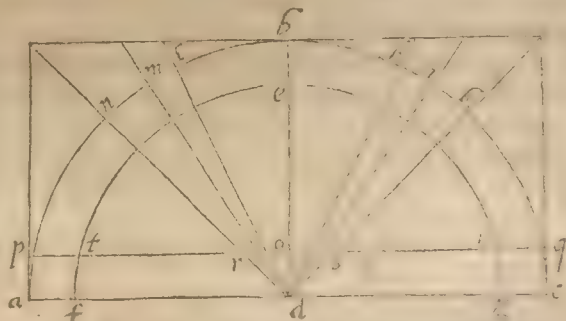
8. Specula, à quibus regularis fit reflexio, sunt tantum septem.

Quoniam enim regularis reflexio non potest fieri nisi à corporibus regularibus: corpora uerò regularia non possunt esse nisi corpora ut plurimum planarum superficierum uel unius superficiei concuæ uel conuexæ. Sicut autem patet sensui, licet corporum planorum species secundum figuras & numerum angulorum uariantur: quantum tamen ad naturam reflexionis, in omnibus illis est identitas superficiei planæ: nec enim in ipsis, quo ad hæc, uariatio inuenitur: ut autem patet per 18 th. 1 huius, omnis superficies conuexa uel concua regularis aut est pars superficiei spheræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerso septem specula: quorum unum est planum cuiuscunq; figuræ: & tria sunt conuexa, spherica, columnaria & pyramidalia: & tria sunt concua, spherica, columnaria & pyramidalia: nec est possibile plura esse specula, à quibus regularis fiat reflexio. Patet ergo propositum.

9. Instrumentum constituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuscunq; regularibus speculis instrumentaliter declarantur. *Alhazen 7 n 4.*

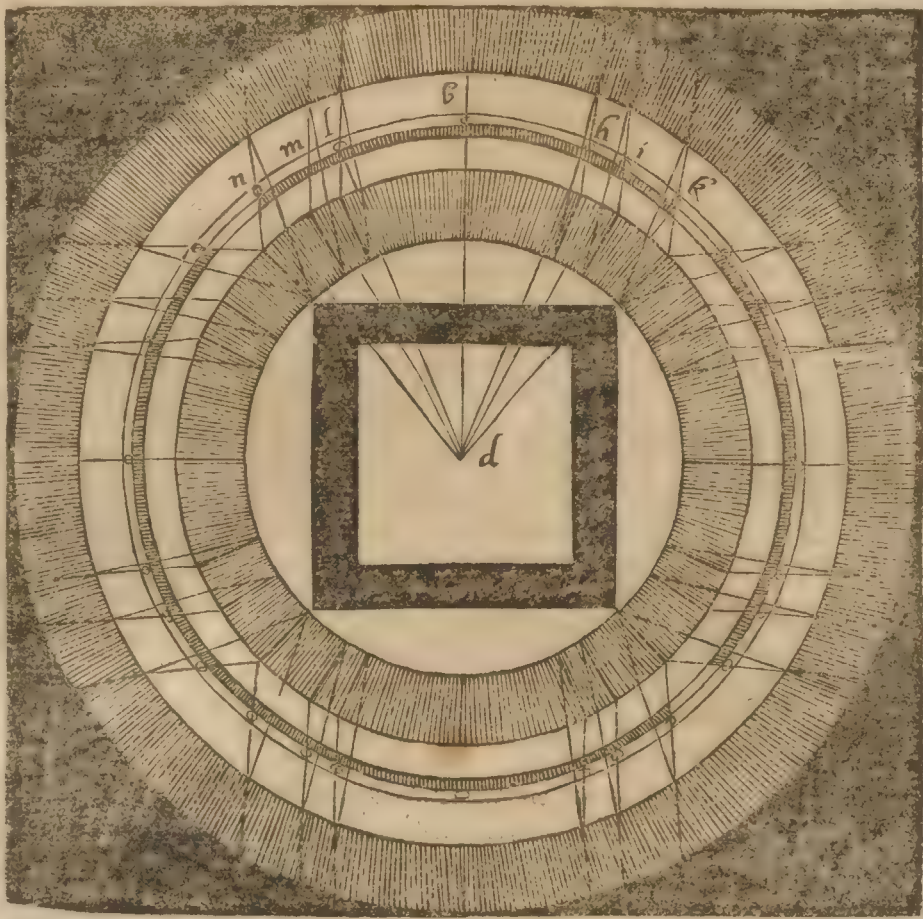
Assumatur semicirculus æneus cõuenientis spissitudinis, utpote medietatis grani hordei uel circa illud, & cõuenientis quantitatis: qui sit $a b c$, cuius diameter sit $a c$, & eius centrum d : producatuq; linea $d b$ perpendiculariter super diametrum $a c$ per 11 p 1: est ergo $d b$ semidiameter circuli diuidens semicirculum per æqualia per 33 p 6. Abscindatur itaq; ex linea $d b$ superius sexta pars ipsius per 9 p 6, quæ sit $b e$: & secundum quantitatem lineæ $e d$ à centro d fiat semicirculus, qui sit $f e g$. Arcus itaque $b c$ diuidatur in partes, quot libuerit, secundum puncta h, i, k : & arcus $b a$ in totidem partes diuidatur secundum puncta l, m, n : ita quod arcus $l b$ fiat equalis arcui $b h$, & arcus $m l$ arcui $h i$, & arcus $n m$ arcui $i k$, per 23 p 1 & 26 p 3, productis lineis $d h, d i, d k, d l, d m, d n$. Deinde iterum à semidiametro $b d$ inferius abscondatur sexta pars ipsius, quæ sit $d o$: & à puncto o ducatur linea æquidistans diametro semicirculi, quæ est $a c$, per 31 p 1: quæ sit $p o q$: hanc itaq; interfecabunt omnes lineæ ad partes diuisionis à centro d productæ. Punctus ergo, in quo linea $d n$ ipsam interfecat, sit r , & in quo linea $d k$ ipsam interfecat, sit s : & puncta, in quibus ipsam fecat semicirculus $f e g$, sint t & u . Deinde à totali semicirculo abscondatur pars $d a p$ ex una parte, & ex alia pars $d c q$: & planentur optimè superficies: & acuat d centrum assumpti semicirculi quasi punctus, ita ut ipsum punctum d maneat in eadẽ superficie semicirculi cū lineis productis. Nos autem quantitatem lineæ $b e$, quæ est sexta pars semidiametri $d b$, deinceps digitum appellamus: est ergo diameter $a c$ duodecim digitorum. Deinde assumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus sit 14 præmissorum digitorum, excedens diametrum $a c$ duobus digitis: & spissitudo eius sit 7 digitorum: & in hac tabula signetur punctus medius p 40 th. 1 huius: & super ipsum fiat circulus secundum quantitatem lateris tabule: hic ergo excedet circulum $a b c$ quantitate unius digiti ex omni parte: quoniam eius diameter in duobus digitis excedit diametrum $a c$. Fiat iterum super idem centrum tabule lignee circulus equalis circulo $f e g$: diuidaturq; circulus tabule lignee proportionaliter semicirculo æneo, qui est $a b c$, ita ut prima pars circuli lignei respondeat primæ, & secunda secundæ, & sic deinceps: & à centro tabule lignee ducantur ad puncta diuisionis lineæ rectæ: & rotundetur tabula lignea extrinsecus secundum circulum maiorem: & excidatur pars interior tabule minori circulo contenta: remanebitq; quædam armilla lignea, cuius latitudo est duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14 interioris circuli 10: & totius armille profunditas uel altitudo erit 7 digitorum: cuius superficies curuæ optimè planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in superficie

R eie pla-



cie plana illius armillæ, lineæ diidentes circulum secundum diuisionem semicirculi a b c. A' capitibus itaque illarum linearum producantur lineæ in superficie conuexa altitudinis armillæ, perpen-

diculares super planam superficiem latitudinis ipsius. Ponatur enim pes circini super terminum lineæ diidentis circulum: & fiat semicirculus in superficie cõuexa armillæ, qui diuidatur per 3 equalia per 30 p 3: & producatur à puncto ad punctum linea: palâq; p 105 th. I huius quoniam illa linea est perpèdicularis super superficiem latitudinis, quæ pars est basis colunæ: & eodem modo à terminis illarum diidentium producantur perpèdiculares in superficie armillæ conuexa. In qua etiam superficie



ex parte planæ superficie non diuisæ sumatur altitudo duorum digitorum: & in perpèdicularibus lineis omnibus in illa superficie productis fiant signa: & secundum signa illa fiat circulus æquidistans planæ superficie armillæ, immissa tabella acura, quantitatis circuli f e g, uel alio modo, prout conuenientius possit fieri: & secundum quantitatem medietatis grani hordei fiant item alia signa intra illos duos digitos: & circūducatur circulus æquidistans priori circulo secundum quantitatem præmissam medietatis grani hordei: & sub hoc secundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, secundum profunditatem semicirculi ænei a b c signentur alia puncta in prædictis perpèdicularibus, & iterum fiat circulus secundum illa puncta: & excepto per aliqua instrumèta illo corpore ligneo inter hos duos secūdos circulos existènte, fiat concauitas unius digiti profunda: & coaptetur huic cõcauitati ænea semicirculi portio, quæ est p b q, quæ intrabit concauitatem usq; ad portionem minoris circuli, quæ est t e uideo quòd distantia istorum duorum arcuum est unius digiti, & eadem est profunditas concauitatis factæ in tabula lignea. Fiat autem taliter, ut superficies circuli f e g diuisa per lineam à centro d ad circumferentiam producta, sit ad partem superficie armillæ diuisæ. Lineæ itaq; perpèdiculares ductæ in concaua superficie armillæ tangent lineas diuisionis circuli f e g, & cadent perpèdiculariter super superficiem circuli f e g. Item in cõuexa superficie armillæ ex parte superficie non diuisæ signetur punctus in qualibet perpèdicularium productarum secundum distantiam duorum digitorum ab ipsa plana superficie non diuisa: & posito pede circini super quolibet punctorum signatorum, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter sit equalis quantitati grani hordei: & secundum illorum circularum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda: & in aliquo ipsorum coaptetur baculus ligneus, qui cum transierit ad interiorem concauitatem armillæ, tãget semicirculi f e g superficiem: quoniam, ut patet ex præmissis, centrum cuiuslibet illorum circularum paruorum erit in circumferentia circuli prius signati in superficie concaua armillæ, à quo distat superficies circuli ænei, qui est f e g, secundum quantitatem medietatis grani hordei. Deinde sumatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter sit æqualis diametro armillæ ligneæ: & perquisito puncto medio ipsius per 40 th. I huius, ab illo puncto medio circūducatur circulus ad quantitatem semidiametri d e: & hic circulus erit equalis circulo f e g & basi concauitatis armillæ. Item super centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera sint quatuor digitorum lateribus suis æqualiter distantibus à lateribus huius tabulæ ligneæ: quod potest fieri per 41 th. I huius: & fodiatur hoc quadratum ad profunditatem unius digiti: & planentur omnes superficies concauitatis suæ, ut fiant rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter basis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur concauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquam

tulam

tulum spissa, cuius basis diameter sit æqualis quantitati grani hordei, sicut diametri foraminum: & ponatur illa columna in prius factis foraminib. quæ, cū peruenerit ad concavum armillæ, continget lineas in circulo fe g productas. Fiat aut in capite columnæ quodcunq; artificium, non permittens columnam intrare, nisi ad locum determinatum: & ut firmiter stare possit, modicum ceræ sibi circumponatur: & sit tantæ longitudinis columna, ut procedens super superficiem circuli fe g, contingere possit latus quadrati concavi in tabula ænea, quod est æquidistans lineæ r s, ductæ in superficie circuli ænei. Deinde fiant septem regulæ ligneæ planæ æquidistantium superficialium orthogonalium, æquales & penitus similes, quarum longitudo sit digitorum sex: latitudo quatuor: & spissitudo conueniens, ut inferius necessitas ipsius finis edocebit: & una ipsarum adaptetur quadrato concavo, ita ut orthogonaliter cadat super fundum quadrati concavi, & ut faciliter intret sine compressione: ducaturq; taliter ut punctus d centrum scilicet circuli a b c contingat unam superficialium latitudinis regulæ: & in puncto contactus fiat signum in regula, quod sit x: & a puncto signato x producat in extremitates regulæ linea æquidistans longioribus lateribus regulæ, quæ sit b x p. Et palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ. Deinde in longiori parte illius lineæ a puncto x signato sumatur altitudo medij grani hordei: & fiat ibi punctum z: erit itaq; z medius punctus longitudinis regulæ, centrisq; foraminum oppositus directe: centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c in quantitate medij grani hordei, & distant a basi armillæ per duos digitos: punctus ergo z distat ab eadē basi per duos digitos, & regula in quadrato concavo per digitum unum. Et quia ab extremitate regulæ usq; ad punctum z sunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ est tantum sex digitorum: patet, quod punctum z est medium longitudinis regulæ. Ducatur itaq; per punctum z lineæ æquidistans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ sit c q: est itaq; linea longitudinis regulæ, quæ est b p, diuisa p equalia in puncto z: cuius item medietates, quæ sunt b z & z p, diuidantur per equalia in punctis k & y, semper ductis lineis latitudinis a punctis sectionis: h & y perpendiculariter super lineam longitudinis b p & æquidistanter lineæ c q. Sic ergo erit linea b p, & consequenter tota regula diuisa in quatuor partes equalis. Et hoc modo omnes aliæ sex regulæ diuidantur & signentur: & sic factum est, quod proponebatur.



10. In speculis planis radij obliquè incidentis sit ad aliam partem reflexio: semperq; angulum incidentiæ æqualem esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur. Euclides 1 the. catoptr. Ptolemaeus 4 th. 1 catoptricorum. Alhazen 10 n 4.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figure: cuius diameter modo præmissa sit trium digitorum: & concuetur regula præmissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulæ circulariter ad quantitatem diametri speculi: & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi, apteturq; taliter, ut una fiat superficies speculi & regulæ: & ut centrum circuli rotunditatis speculi directè superponatur puncto z. Linea itaq; c q diuidens latiore superficie regulæ per duo equalia, diuidet etiam superficiem speculi per duo equalia: & in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod est acumen tabulæ æneæ, cadat super speculū: & tunc illa regula sit cū speculo in figura quadrato concavo per aliquod artificium appodiata, ne uacillet, sed stet firma. Deinde bene obturentur omnia foramina instrumenti, præter unum, quod obliquè super regulæ superficiem declinet: & sit exempli causâ, foramen correspondens lineæ d l in circulo a b c æneo: & hoc foramen apertum adhibeatur radio solis, & melius est radio solis per fenestram domus intrati. Radius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineæ d h in circulo a b c æneo: & si foramen illud puncti h aperiatur, & foramen prius opertum, quod fuit puncti l, obstruatur, reflectitur itè radius in illud foramen cooperatum. Angulus autem b d l est æqualis angulo b d h, ut patet ex hypothesi in præmissa: ergo angulus l d a est æqualis angulo h d c: quoniam totus angulus b d a est æqualis toti angulo b d c: quia uterq; est rektus. Si etiam imponatur foramini aperto columna ferrea concava, de qua præmissimus: descendet lux per columnæ concavitatē ad speculū, & reflectetur in foramine respiciens æqualem angulum, ut prius. Et si ad secundum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primū: semper tñ erit debilior lux per columnā descendens, quā sine columna per ipsum foramen descendens. Et idem est experimentandi modus, si aliquod foraminum cum cera obstruatur, & circa centrū eius cum stilo ferreo fiat modicum foramen: tunc enim lumen reflectetur in simile spatium parū circa centrū foraminis alterius, illud primū in anguli æqualitate respicientis. Et si concavitas columnæ ferreæ concava obturata fuerit, facto foramine primo secundum centrum suæ basis, descendet lux per axē colūnæ, & ad centrum alterius foraminis reflectetur, semper, æqualitate angulorum in omnibus obseruata. Et si aptetur instrumentū taliter, ut lux intret per duo foramina, reflectetur similiter per alia duo illis similia: semper enim declinatio linearū reflexionis est æqualis declinationi linearum incidentiæ. Et quoniam linea b x p (quæ est linea media longitudinis regulæ) est orthogonalis sup lineā latitudinis regulæ inferiorē æquidistantē lineæ c q: quoniam illa est cōmunis sectio superficie regulæ & superficie fun-

di quadrati concaui æquidistantis superficiei a b c circuli ænei: & linea media superficiei fundi æquidistant lineæ d b (quæ est media diameter circuli) & quia linea, quæ est cõmunis sectio semicirculi a b c & superficiei regulæ, in qua est linea latitudinis regulæ, est æquidistans cõmuni sectioni superficiei fundi & regulæ per 28 p 1, quoniam linea b x p cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulæ: & quoniam linea b x p est erecta super superficiem fundi: palâ per 23 th. 1 huius quoniam linea b x p est perpendicularis super superficiem circuli a b c æquidistantem superficiei fundi tabulæ. Ergo per definitionem lineæ super superficiem erectæ, diameter d b est perpendicularis super lineam b x p, cum secent se in puncto d: est ergo linea d b erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli diametrum: quia superficies circuli a b c est æquidistans superficiei circuli trãeuntis per cõtra foraminum: quoniam distantia omnium centrorum foraminum à superficie circuli a b c est eadem, scilicet medietas quantitatis grani hordei. Superficies uerò transiens centra omnium foraminum secat columnam ferream per axem: est ergo axis columnæ in illa superficie. Et quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam linearum in superficie circuli a b c, à cõtro d ad circumferentiã productarum, utpote lineam d b, uel lineam d m, uel aliquam aliam illarum linearum: palâ per præmissa, quia axis columnæ æquidistant illi lineæ, quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ. Et quoniam per quodcumque foraminum columna descendente, semper axis eius cadit in lineam b x p & in punctum z: linea uerò z b semper est perpendicularis super superficiem a b c: linea quoque à puncto z ipsius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod est contingens punctum n, est æquidistans lineæ d n, & similiter de alijs centrīs foraminum & punctis m, l, h, i, k signatis in circumferentiã a b c: oēs enim semidiametri foraminum sunt æquales & æquidistantes lineæ z b p 25 th. 1 huius: sunt enim oēs semidiametri foraminum perpendiculares super superficiem circuli a b c: quoniam sunt partes lineæ lõgitudinis armillæ. Lineæ itaque l d & d h sunt æquidistantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ, quod est z, ad centrum duorum foraminum cõtingentium puncta l & h per 33 p 1: ergo per 10 p 11 anguli ab illis lineis in superficiebus æquidistantibus cõtenti sunt æquales. Et si à puncto z ducatur linea ad centrum medij foraminis, erit ipsa per præmissa æquidistans lineæ d b, diuidens angulum linearum secum cõcurrentium per æqualia, sicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia. Patet ergo propositum.

11. *In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in se ipsum instrumenta-liter declaratur. Euclides 2 the. catoptr. Alhazen 11 n 4.*

Remanente enim omni dispositione instrumenti, ut prius: & regula, in qua situm est speculum planum, erecta super fundum quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quæ est basis instrumenti, obturentur omnia foramina, præter medium, cui respondet semidiameter d b circuli a b c: & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita, ut remaneat solus punctus, qui est terminus axis eius, qui immittatur per foramen ad speculum: signeturque incausto punctus, in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertum radio: cadetque radius super punctum signatum, & circa ipsum efficiet circulum. Signetur itaque in fine huius lucis circularis punctum, & secundum quantitatem lineæ interiaccntis puncta signata fiat circulus, qui erit maior circulo foraminis per 36 th. 2 huius: quoniam semper processus lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis: in nullo autem aliorum foraminum neque in aliqua parte cõcauitatis armillæ uidebitur lux reflexa. Palam ergo quod lux descendens per axem, reflectitur per eundem, & secundum illius reflexionem ordinatur totaliter reflexio luminis incidentis. Quæuis autem uideatur lux circularis circa basim interiorẽ foraminis maior luce incidente uel radio, & quæuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris circulo, palamque sit illam lucem apparere per reflexionem: non tamen accidit hoc per reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosæ: sed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorũ pyramidis obliquè speculo incidentium, qui etiã secundum modum suæ obliquitatis ad partes oppositas, & non in se reflectuntur: quod patet, si obturetur per ceram utraq; basis foraminis, facto modico foramine secundum axem: tunc enim radio solis per uiam tantum axis descendente, non apparebit lux reflexa circularis circa interiorẽ basim foraminis. Patet ergo quod non procedebat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis obliquè incidentis ipsi speculo. Quod si regula, in qua situm est dictum speculum planum, aliquantum retrorsum inclinetur: tunc palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi, uidebiturque lux reflexa à medio foramine remota secundum modum declinationis speculi: semper tamen centrum lucis cadet super lineam ductam in cõcaua superficie armillæ perpendicularè super superficiem a b c circuli ænei, & descendente per centrum basis foraminis medij: hoc enim secat semper lucem circularè reflexam, & diuidit circulum eius per medium. Et si regula ad latus dextrum uel sinistrum declinetur, semper radius secundum hoc obliquabitur: regula uerò ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorẽ basim foraminis, ut prius. Patet ergo propositum: semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum: sed in radijs obliquè incidentibus, angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam.

12. *In sphericis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum. Euclides 1 the. catoptr. Ptolemaeus 5 th. 1 catoptr. Alhazen 12 n 4.*

Fiat ex ferro mundo speculum sphericum cõuexum hoc modo. Describatur circulus maximus sphaeræ,

sphæræ, cuius diameter sit sex digitorum assumptorum prius: & inscribatur ei linea æqualis semidiametro per 1 p 4: itaq; erit chorda trium digitorum. Ducatur quoq; à centro sphæræ semidiameter perpendicularitèr super illam chordam per 12 p 1: & producat ad arcum, cadetq; in medium arcus punctum per 4 p 1, & per 28 p 3: eritq; sinus uersus minor medio digito. Abscindatur itaq; illa minor portio circuli, & secundum illius quantitatem & cõcauitatem fabricetur speculum, quod limetur & poliat planissimè extrinsecus: assumaturq; regula lignea similis penitus prius sumptæ in omni lineatione & creatione: & facta cõcauitate in linea ad modum speculi, applicetur speculum regulæ ita, ut medium punctum conuexi speculi cadat sup z medium punctum regulæ: & sit in superficie ipsius regulæ, quod potest sciri per applicationem alterius regulæ uel amussis, ut placuerit. Erigatur quoq; regula cum speculo orthogonaliter super fundum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori repetita, & luce per foramen obliquum uel medium descendente fiat reflexio, ut prius. Et similiter fiet, si regula declinetur. Semper enim luces per diuersas lineas obliquas speculo sphærico cõuexo incidetes, per diuersas lineas obliquas reflectuntur: & quæ secundum perpendiculares lineas speculo luces incidunt, reflectuntur in se ipsas, & semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Quod proponebatur.

13. In sphæricis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat speculum sphæricum ut supra: & secundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliat planissimè intrinsecus: & assumatur alia regula lignea similis priori, & coaptetur ei speculum taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ: & centrum illius circuli cadat in punctum z: & linea e q, quæ diuidit superficiem regulæ per equalia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorum diligens inquisitio per artificium, quod industriæ experimentantis committimus. Immittaturq; regula cum speculo ipsi instrumento, ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semper punctus d, qui est centrum semicirculi çnei, cadat super medium punctum speculi: hoc enim est semper in omnibus speculis cõuexis & cõcauis obseruandum: declarabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis equalitas, ut prius, tã in radijs obliquè incidentib; q̄ in ipso radio perpendiculari. Patet ergo ppositum.

14. In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Sumatur enim columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum: & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum: & resecetur portio circuli basis illius columnæ, ut prius in speculis sphæricis: fiatq; ex ferro mundo portio columnæ, cuius basis sit illa portio circuli, & altitudo ipsius trium digitorum: & secundum cõcauitatem illius formetur cõuexitas illius portionis: fiantq; omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares super utraq; bases: eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti. Hoc itaq; speculum optimè politum sui conuexo applicetur uni regularum simili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctum regulæ, qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per equalia, sit in superficie regulæ: & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius, quæ est b p: & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per equalia diuidatur, & puncta media signata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum speculo ipsi instrumento, ut prius, & fiat operatio similis priori: demonstrabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis equalitas, ut supra: nec est in aliquo à pãsiõne speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc: quod si radio per foramen medium incidente, regula hæc obliquetur secundum partem dextram uel sinistram: apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quæ lux in speculis alijs obliquatur. Quoniã enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarum incidit: propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis: & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum. Patet ergo ppositum.

15. In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ex ferro puro speculum pyramidale, cuius basis sit æqualis basi speculi columnaris: erit ergo chorda illius basis trium digitorum: & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit autem linea longitudinis speculi quatuor digitorum & dimidij, & hoc optimè exterius politum applicetur uni similibus regularum taliter cõcauatæ, ut medius punctus eius sit super punctum z medium punctum regulæ: & ut acumen eius sit in termino lineæ b p: & linea diuidens portionem pyramidalem per equalia, quæ scilicet à vertice pyramidis ad medium punctum arcus basis producitur, sit in superficie regulæ. Immissa quoq; regula cum speculo in instrumentum, fiat operatio, ut prius: & accidit omnia, quæ in speculis columnaribus conuexis accidebãt. Est ergo & in ipsis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexionis: & radius perpendicularis semper reflectitur in seipsum, ut patuit in pmissis. Patet ergo ppositum.

16. In columnaribus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ferreum speculum columnare cõcauum, cuius cõcauitas sit omnino æqualis prioris columna-

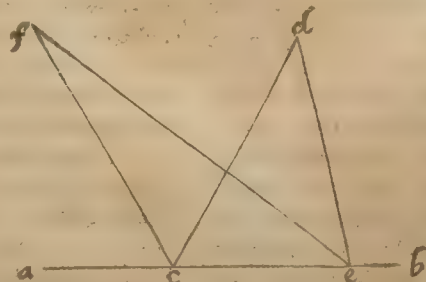
ris speculi conuexitati: sitq; optimè secundum concavitatè arcus portionis basis interioris politu: & hoc applicetur uni regularum similium concuatae, ut prius, taliter, ut chordæ arcus utriusq; basis cum extremis lineis longitudinis sint in superficie regulæ: & fiat operatio, ut prius: accidentq; omnia, quæ in speculis columnaribus conuexis accidebant. Et per hoc patet propositum.

17. In pyramidalibus concavis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat speculum ferreum pyramidale concuum, cuius concavitas sit omnino æqualis præmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati: & poliatur interior: appliceturq; uni regularum similium taliter, ut medius punctus eius sit super punctum z, & ut acumè eius sit directè in linea b p, & ut chorda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ. Cum autè linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorum & dimidij, restat ex longitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concavo quàm in conuexo. Immissa quoq; regula cum speculo in instrumentum, fiat operatio, ut prius: accidentq; omnia, quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radio rum obliquè incidentiũ ad angulos æquales: & in reflexione radiorum perpendiculariũ in se ipsos. Patet ergo propositum. Palà itaq; ex præmissis, quoniã in omni reflexione à quibuscunq; speculis politis regularibus (ut sunt hæc septem specula) semper radius secundum lineam rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur: & quod radius secundum lineam rectam obliquè incidens, secundum aliã lineam obliquam reflectitur, ita tamè quod angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis: unde hoc per rationabile sensus experiètiã inuèto, semp ut uniuersali principio, deinceps in omnib. his speculis utemur: & licet hoc, ut quidè huius scientiæ principium, sit experimentaliter declaratum: potest tamen etiam per aliquè demonstrationis modum ad ipsius scientiam perueniri: unde nos ipsum, prout diligentius poterimus, tentabimus demonstrare: propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

18. Omnis res uisa per speculum quocunq; sub breuissimis lineis comprehenditur à uisu. Ptolemæus 4 th. 1 catoptr.

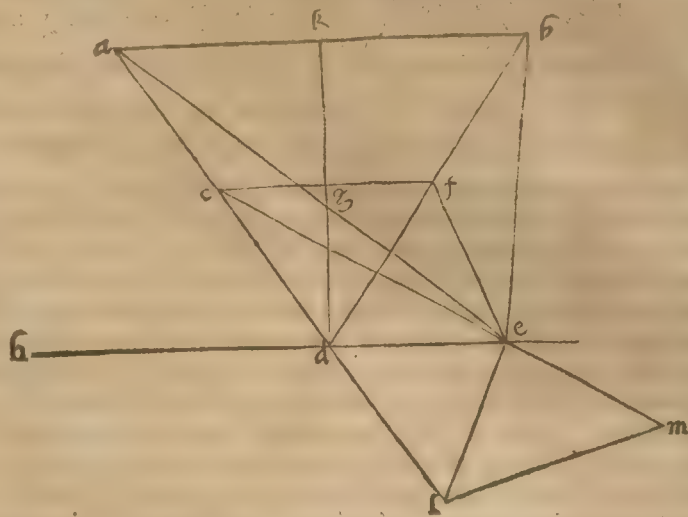
Sit speculum, in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b: rei quoq; uisa punctus sit d: & centrum oculi sit f: & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c. Dico quod lineæ f c & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à punctis d & f ad quælibet alia puncta speculi. Ducantur enim à puncto alio superficie speculi (quod sit e) lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neque æquales illis, sed longiores. Quia ergo, ut patet p 5 huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uerò formarum ad superficies speculorum est naturalis: quoniam sit opere naturæ, sicut & omnis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo de naturali actione ostendimus: & similiter reflexio formarum à superficieb. speculorum ad uisum est purè naturalis, quoniam sit ab opere naturæ, & completur per actionem animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totum quartum huius nostræ scientiæ librum: est autem anima tanquam natura animalium. Patet ergo quod hæc diffusio formæ & reflexio & comprehensio, quæ sit secundum ipsam, est uerè naturalis: fiet ergo secundum lineas breuiores: quod est propositum: frustra enim fieret secundum lineas longiores, cum possit melius & certius fieri secundum lineas breuiores.



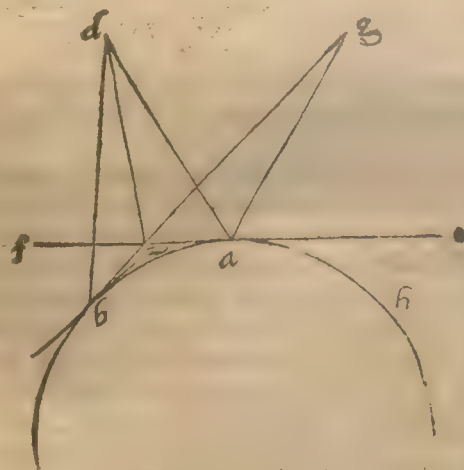
19. Linea incidentiæ & reflexionis, continentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores omnib. lineis ab eisdem terminis super eandem superficiem speculi productis, continentib. angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic proponitur, faciliter per 17 & 18 th. 1 huius potest demonstrari: sed quia aliter est idè demonstrabile, sit res uisa quæcunq; in qua sit punctus e: & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e: sit autem nunc, exempli causa, speculum datum planum: erit ergo linea h d e linea recta: lineæ quoq; continentes angulos æquales cum linea h d e, sint c d & d f. Aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquidistante lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut non. Si sit: esto itaq; punctum oculi f: & protrahatur linea c f: & extrahatur à puncto d perpendicularis super speculi superficiem per 12 p 11, quæ protracta, quia secat angulum c d f, patet per 29 th. 1 huius, quoniã ipsa secabit lineam c f: est enim in eadè superficie cū illa: hæc ergo perpendicularis, producta ad lineam c f, sit d g: erit ergo linea d g perpendicularis super lineam c f æquidistantè lineæ d e per 29 p 1. Quia ergo c d h angulus est æqualis f d e angulo, deptis illis angulis equalib. à duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales: est ergo angulus c d g æqualis angulo g d f. Et quoniã trigonorum c d g & f d g ambo anguli, qui sunt ad punctum g, sunt recti: palàm p 32 p 1, quoniã anguli d c g & d f g sunt æquales. Sunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli: latera ergo quos angulos respiciètia sunt, proportionalia p 4 p 6: & quoniam latus d g æquale est sibi ipsi, erit latus f d æquale lateri c d: ductisq; lineis f e & c e super punctum e

Sum e punctum lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis, est æquidistans lineæ e f, patet quòd linea c e est maior quàm linea f e per 19 p 1: est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est minor angulo g c d: restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e, & quòd linea c e sit maior quàm linea f e. Et quia super eandem basim, quæ c f, & inter lineas æquidistantes, quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d, cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt inæqualia, ut patet ex præmissis: dico quòd latera c d & d f ambo simul sumpta sunt minora ambo lateribus c e & f e simul sumptis. Producat enim linea



c d ultra punctum d in continuum & directum ad punctum l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f: sed & linea c e, quæ est longius latus trigoni c f e, producatul ultra punctum e ad punctum m, donec linea e m fiat æqualis lineæ e f: & copuletur linea l m & linea e l. Et quia angulus f d e est æqualis angulo d f c per 29 p 1, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis: angulus uerò e d l æqualis est angulo f c d per 29 p 1: erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l: sed linea d l est æqualis lineæ d f, & linea d e est ambobus trigonis (quæ sunt f d e & e d l) communis: ergo per 4 p 1, est linea f e æqualis lineæ l e: ergo & lineæ e m: ergo per 5 p 1 anguli e l m & e m l sunt æquales: totalis ergo angulus e l m est maior angulo c m l: ergo per 19 p 1 linea c m est maior quàm linea c l. Duo ergo latera c e & e f pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis. Quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sint in eadem linea æquidistante lineæ h e: sit punctus rei uisæ, ut prius, c: & centrum uisus sit b: & ducatur linea b a æquidistans lineæ h d e, quæ est in speculi superficie: & producatul linea d e ad punctum a: & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b: & sint lineæ continentes æquales angulos cum linea d e, quæ c d & d b: inæquales uerò angulos contineant c e & b e: erunt ergo, ut supra, lineæ a d & b d æquales, producta perpendiculari d k à puncto d. Comparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b: erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut patet secundum præmissa. Cum enim lineæ a d & d b sint æquales per 2 p 6, 18 p 5 & corollarium 4 p 5: ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales: lineæ uerò a e & b e sunt inæquales: erunt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iunctis: ergo cum a e & c e duo latera trigoni a c e per 20 p 1 sint longiora latere a e: erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b longiores duabus lineis, quæ sunt a d & d b: ergo dempta hincinde ipsa a c communi, remanebunt lineæ c e & e b maiores quàm lineæ c d & d b. Quod est propositum. Et eodè modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis conuexis. Sit ergo speculum non planum, cuiuscunq; figuræ conuexæ placuerit, & sit nunc, exempli causa, sphericum conuexum, quia idem accidit in alijs: & sit h a b: sitq; centrum uisus g: & punctum uisum d: & lineæ g a & d a æquales angulos contineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d: incidantq; lineæ g b & d b in punctum alium speculi, qui sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b. Dico, quòd lineæ g a & a d sunt minores lineis g b & d b. Quoniam enim angulus contingentiæ, qui est h a e æqualis est angulo b a f, uterq; enim est minimus acutorum per 16 p 3: angulus uerò e a g est æqualis angulo f a d: sit punctus, in quo linea g b secat lineam contingentem, quæ est e f, punctus z: & ducatur linea d z: palàm per 16 p 1, quoniam angulus e a g est maior angulo e z g: ergo angulus d a z est maior angulo g z a: sed angulus d z f est maior angulo d a z: ergo angulus f z d est maior angulo g z a: ergo per 17 th. 1 huius duæ lineæ g a & d a sunt minores duabus lineis g z & d z: sed lineæ g z & d z sunt minores lineis g b & d b: quoniam linea g b est maior quàm linea g z, ut totum parte: linea uerò d b est maior quàm linea d z per 8 p 3. Patet ergo propositum uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum conuexorum. Hoc autè idè ut prædiximus, potest per 17 uel per 18 th. 1 huius facilius demonstrari: quoniam in illis ostendimus, quod lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea, cui ad unum punctum incidunt, sunt breuiores



R 4 omnibus

omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unū punctum alium productis. Et hoc proposuimus per 17 th. 1 huius in lineis rectis, per 18 eiusdē primi in lineis conuexis.

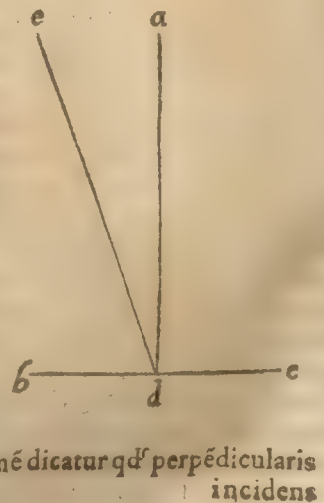
20. In omni reflexione à quibuscunq. speculis facta, semper angulus incidentiæ est equalis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat. Euclides 1 th. catoptr. Ptolemaeus 4. 5 th. 1 catoptr. Alhazen 10. 18 n. 4.

Quoniam enim, ut patet per 18 huius, omnis res uisa per quodcunq. speculū planū uel cōuexum uel concauū, sub breuissimis lineis comprehenditur: lineæ uerò ab eisdē punctis, utpote à pūcto rei uisæ, & cētro uisus ad superficiē cuiuscūq. speculi productæ breuissimæ sunt, quæ continēt angulos æquales, & cū lineis contingētibus superficiē speculorū, & cū perpēdicularibus à pūctis sui cōcurfus productis super superficiē speculorū, ut patet p. præmissam: angulus uerò, quæ facit lineæ à pūcto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus, quæ facit lineæ ab illo pūcto ad centrū uisus producta, est angulus reflexionis: patet ergo quòd angulus incidentiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq. speculo plano uel cōuexo fiat reflexio. Sed & idē patēt in cōcauis speculis quibuscunq. Sit enim aliquod speculū cōuexū, in quo sit circulus e b d: quæ in pūcto b cōtingat extrinsecus circulus a b c: & ducatur à pūcto b lineæ f b g ambos circulos cōtingēs in pūcto b: & sit pūctus rei uisæ h, cuius forma à pūcto b speculi cōuexi reflectatur ad uisum existentē in pūcto k: eritq. p. pmissa angulus h b f æqualis angulo k b g: sed & angulus a b f est æqualis angulo c b g per 16 p. 3, quoniā sunt anguli cōtingētis: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo cōcauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis. Patet ergo propositū. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cōcauis hæc demonstratio potest coaptari. Est autē etiā hoc rationabile. Si enim lineæ incidentiæ, quæ sit, exempli causa, a b, lineā rectā c b d protractā in superficie plani speculi, uel contingentē superficiē conuexam uel concauā alicuius speculi sine reflexione penetraret in pūcto b usq. ad pūctū e: palam per 15 p. 1, quòd angulus incidentiæ a b c fieret æqualis angulo e b d.

Si ergo fiat reflexio secundum lineam b f: convenientius est, ut fiat secundum angulum æqualem illi cōtraposito quàm secundum aliquem aliū angulū, ita ut angulus f b d fiat æqualis angulo e b d, & angulo a b c. Si enim pūctis c & d existētibus immotis, lineæ c d imaginetur reuolui: tūc enim lineæ e b propter æqualitatem angulorū e b d & d b f cadet super lineā b f: & hoc uidetur importare nomē reflexionis. Patet ergo propositū. Patet etiā ex hoc corollarū: linearū enim inæqualitas, quia nō immutat angulorū quantitatem: ergo neq. naturā reflexionis. Vnde pūcta eiusdem lineæ remotiora à pūcto reflexionis, possunt reflecti ad uisum, sicut pūcta eiusdem lineæ propinquiora pūcto reflexionis. Vniuersaliter enim omnia pūcta eiusdem lineæ secundum æqualem angulum reflecti possunt. Et hoc proponebatur.

21. Omnis forma secundum lineam perpendicularē super superficiē cuiuscūq. speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem. Euclides 2 th. catoptr. Alhazen 11 n. 4.

Verbi gratia, esto, ut forma pūcti a superficiē speculi b d c incidat secundum lineam a d perpendicularē super superficiē b d c: dico quòd reflexio formæ pūcti a erit secundum eandem lineam d a. Dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio: tūc, cum angulus incidentiæ semper sit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam: & in proposito angulus incidentiæ sit rectus: infiniti quoque sint anguli recti ordinatim super pūctum d, nec sit declinatio formæ plus ad unum pūctum superficiē b c, quàm ad aliud: æqualiter enim se habet lineæ a d, quæ est lineæ incidentiæ, ad pūctum b, & ad pūctum c, & ad omnia alia pūcta superficiē b c. Sic ergo erunt infinite reflexiones ad infinita pūcta superficiē b c: quia qua ratione ad unam differentiam positionis fieret reflexio: eadem ratione fieret ad aliam & ad omnem: quod est inconueniens. Dabitur ergo necessariò quòd fiat reflexio super unam & eandē lineā a d, secundū quā incidentia fiebat. Perpēdiculares ergo uel nō reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarū. Si tamē dicatur quòd perpēdicularis



incidens

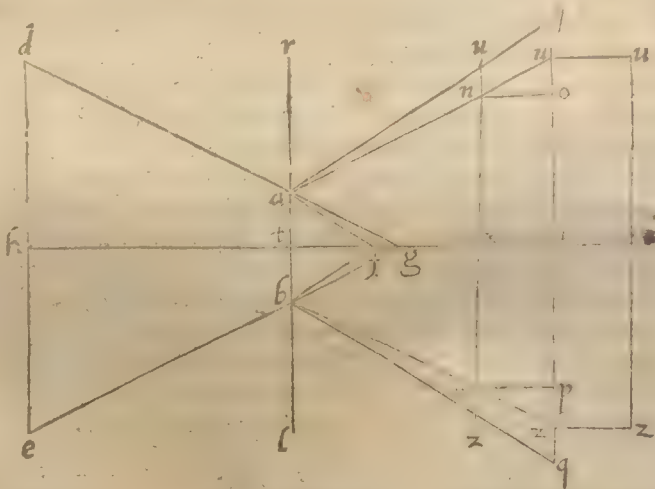
incidens per aliam lineam reflectitur: sit, ut reflectatur per lineam d e: tunc ergo cum angulus incidentiæ, ut patuit per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d e æqualis angulo a d e: sed angulus a d e æqualis est angulo a d b per hypothesim: erit ergo angulus a d e æqualis angulo a d b, pars suo toti: quod est impossibile. Patet ergo propositum.

22. *Inter puncta formæ superficiæ cuiuscunq; speculi incidentis & speculi oppositi superficiem, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes. Alhazen 14 n 4.*

Declaratum est enim per 1 huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi: oēs enim lineæ ductæ à quolibet puncto corporis recidunt in unum punctum speculi: & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiæ totius speculi: eò quòd ad omnē positionis differētiā fit diffusio formarum. Tota ergo formā corporis erit in unoquoq; puncto speculi: & forma cuiuslibet puncti corporis in tota speculi superficiē. Quot ergo sunt puncta in superficiē speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiē formæ corporis terminatæ, quæ superficies fit basis omnium illarum pyramidum: & quot sunt puncta in totali superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot sunt pyramides ad totam superficiē speculi terminatæ, quæ fit basis omnium illarū pyramidū. Et sunt oēs istæ pyramides cōtinuæ propter continuitatē punctorum in dictis superficiēbus existentium potētia, nō actu: eritq; axis cuiuslibet harū pyramidū punctus, secūdum quē speculo incidit, punctus medius totius formæ speculo incidētis: quoniam ab illo incidunt secundum æqualem distantiam omnes puncti alij circumstantes æqualiter medium punctum formæ. Patet ergo propositum.

23. *Impossibile est uideri imagines in quibuscunq; speculis propter reflexionem radiorum uisualium à speculis ad res uisas: sed solum propter reflexionem formarum à speculis ad uisum. Alhazen 20 n 4.*

Si enim radij uisuales reflecterētur à speculo ad res, quarū uisus accipit imagines, referretq; ipsas formas à speculis ad uisum: tūc quælibet imago uideretur in loco suæ rei, cuius est imago: quod est contra sensum. Et quia, ut præostēsum est per 2 huius, ab omni corpore colorato præsentē luce color ad corpus oppositū politū mittitur mixtim cū lumine, & quādoq; totaliter, quādoq; partialiter reflectitur ab illo: tūc si radij uisuales incidētēs speculis reflecterētur ab illis ad res ipsas, & deferrerēt secum formas: accideret quòd duæ uiderētur imagines uniuscuiusq; rei, quarū unam offerret uisui ipse uisualis radius reflexus, & aliā ipse radius formæ rei incidēs speculo, in quo formæ rerū imprimuntur, & reflexus à speculo ad uisum: quod totū est impossibile sensui. Sed ad huius oppositum quidā antiquorū demonstratiōē attulit, quā & nos ut indifferētē uigoratā fortius præsentī opposito applicamus. Sit itaq; exempli causā, speculū planū erectū super superficiē horizontis orthogonahiter: in quo sit lineā diuidēs superficiē speculi p u p u. Sit itaq; ut lineā g t cadat super lineā a b in punctū t: erit ergo lineā g t perpendicularis super lineā a b. Et ducantur à puncto g lineæ g a & g b æquales: erunt ergo per 5 p 1 anguli g a b & g b a æquales: & anguli ad punctum t sunt recti: ergo per 26 p 1, & per hypothesim erit lineā a t æqualis lineæ b t. Producatur itaq; lineæ g a & g b ultra speculū ad puncta d & e: ita ut lineæ g a d & g b e sint æquales: & cōiungatur lineā d e: producaturq; lineā g t ad lineā d e: & incidat illi in puncto h. Erit ergo p præmissa & 26 p 1 lineā d h æqualis lineæ h e: ergo p 8 p 1, & per definitionē perpendicularis, anguli ad punctū h sunt recti: ergo p 28 p 1 lineæ d h & a t sunt æquidistantes, & lineæ h e & t b æquidistantes: producaturq; lineā t g ultra uisum g, donec lineā t i sit æqualis lineæ t h: & ducatur à puncto i lineæ i u & i z æquidistāter lineæ a b: & sit lineā u z æqualis lineæ d e: & ducatur lineæ u a & z b. Quia ergo lineā t i est æqualis ipsi lineæ t h, & lineā u z æqualis lineæ d e, & lineā a b æqualis est sibi ipsi, erit superficies a b z u æqualis superficiē a b d e: Superposita enim nec excedet nec excedetur. Lineā ergo u a est æqualis lineæ a d, & z b est æqualis ipsi lineæ b e: & angulus a u z æqualis est angulo a d e, & angulus u z b est æqualis angulo d e b: & angulus d a b æqualis angulo u a b: radius ergo g a per 20 huius reflectetur ad punctum u. Si enim producatur lineā a b ultra punctū a ad punctū r, & ultra punctū b ad punctū l: palā ex præmissis & p 13 p 1 quia lineā a r diuinet angulū u a d p duo æqualia: erit ergo angulus r a u æqualis angulo r a d: & similiter erit angulus z b l æqualis angulo e b l: & erit angulus r a d æqualis angulo g a b, & angulus i b e æqualis angulo g b a



lo g b a p 15 p r: ergo angulus r a u est equalis angulo g a b, & angulus l b z equalis angulo g b a: ergo p 20 huius duo radij g a & g b reflectentur à duob. pñctis a & b ad duo pñcta u & z. Si itaq; cẽtrũ uisus, quod est g, appropinquet superficiei speculi, & lineæ a b, ut si perueniat in punctũ f: tũc quia angulus incidẽtię, qui est f a t minor est angulo incidẽtię, q̄ est g a t, erit per 20 huius angulus reflexiõis, qui sit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui est u a r: & erit angulus q a r maior angulo u a g, & lineæ q i maior lineæ u i. Approximante ergo uisu superficiei speculi, non uidebuntur extremitates rei prius uisę, quæ sunt u & z, secundum extremitates speculi, quæ sunt a & b. Sed & uisu persistẽte in puncto g, & lineæ u z approximante speculo usq; ad punctum x (quod sit punctum lineæ i h) non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ sunt u & z, sed solũ aliqua pñcta ipsius, in quibus radius g a uisualis reflexus à superficie speculi secat u z, quæ sint pñcta m & n: erit enim lineæ n m minor quàm lineæ u z: quod patet per 34 p 1, ductis lineis æquidistantibus & perpendicularibus, quæ sint n o & m p. Et si lineæ u z elongata fuerit à superficie speculi, nullum eius punctum uidebitur secundum radios a u & b z: quia alij radij uisuales à punctis extremis ipsius speculi, qui sunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, sed ultra illa: quod patet per 34 p 1, copulatis lineis æquidistantibus, quæ sint u u & z z. Non uidebitur ergo in tali dispositione respectu speculi aliquis punctorum lineæ u z: quod est contra experientiam & sensum. Accidit enim extrema rei approximata & elongata in speculo quandoque uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis: sic etiam patet in alijs speculis quibuscunq;: quoniam de omnibus eadẽ est demõstratio. Patet ergo ppositũ, aut ad minus ex his nõ cõcluditur oppositum ipsius.

24. *Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio, quæ ad uisum: unde secundum dispositionem linearũ reflexionis uisus necessariõ informatur.* Alhazen 21 n 4.

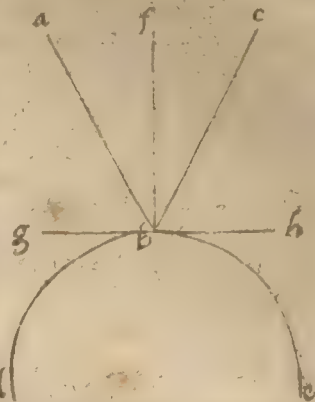
Quod enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per pmissam: quod autem forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc: quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscunq;. Intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam, quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixo uisę, non amplius uidet illam: & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodẽ pñcto speculi diuersi aspiciẽtes uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamẽ, ut quidam actus completiui, eandẽ partem speculi non possunt simul informare. Videtur etiam in speculis forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum: multa quoq; alia accidũt, quorum ratio posterior est, magnam tamẽ impossibilitatem demonstrat. Palam itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existẽtes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidẽtes ipsi speculis à rebus formati & à speculis ad uisum reflecti. Secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessariõ informatur: quandoquidẽ uisus uerẽ rem aliam non uidet, nisi cuius formam comprehendit à speculo reflexam. Patet ergo propositum.

25. *In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiem, uel super superficiem illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.* Alhazen 13 n 4.

Quoniam enim si lux uel forma alicui speculo secundum perpẽdicularem lineam incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21 huius: palam quod tũc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam: & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18 p 11. Si uerò lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscunq;, tũc angulus incidẽtię, quẽ facit lineæ incidentię cum perpẽdulari, semper est æqualis angulo reflexionis, quem continet lineæ reflexionis cum eadẽ perpẽdulari, ut patet per 20 huius: utraq; ergo ipsarũ est in eadẽ superficie cũ lineæ perpẽdulari per 2 p 11: ergo & ipsæ ambę sunt in eadẽ superficie, quæ est, ut patet per definitionẽ, superficies reflexiõis. Est ergo per 18 p 11 illa superficies erecta super superficiẽ speculi, uel super superficiẽ speculum contingentem in puncto reflexionis. Et hoc exemplariter patet in superficie circuli secantis armillam instrumẽti in 9 huius pmissi æquidistanter basibus suis per omnia cẽtra foraminum, & æquidistantis superficiei circuli ænei, qui est a b c. Radius enim per foramẽ medium incidẽte & speculo declinato secundum regulam eadẽ est demõstratio, quẽ in radijs obliquẽ incidẽtibus: reflectitur enim tunc semper radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquidistat lineæ b z p, quæ est lineæ longitudinis regulæ. Et quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundę, uel radij perpẽdulariter super lineam c q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per cẽtra foraminum, & huic axi æquidistat lineæ d b semidiameter circuli a b c: sunt ergo in eadẽ superficie per 1 th. 1 huius. Sed lineæ d b est perpẽdularis super lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c: ergo per definitionẽ superficiei super superficiẽ erectæ, superficies, in qua sunt axis columnæ forreæ uel radij incidẽtis & lineæ d b, est erecta super superficiẽ regulæ uel speculi: & in hac superficie est lineæ perpẽdularis, quæ est lineæ altitudinis armillæ, transtiens per punctum b, & per cẽtrum foraminis medij, in quã lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis. Patet ergo propositum etiam in unoquoq; speculorum: quoniam ad omne speculum hæc demõstratio se extendit, ut patuit ex pmissis.

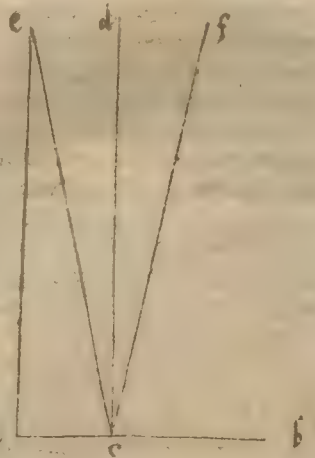
26. In omni reflexione à cuiuscunq; speculi superficie, linea recta per equalia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis, super lineam, quæ est cõmunis sectio superficiæ reflexionis & speculi, uel superficiæ in puncto incidentiæ speculum contingentis, necessariò perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectã esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit enim, ut forma puncti a incidat superficiæ alicuius speculi secundũ punctũ b: & reflectatur in punctum c: est itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficiæ erecta sup superficiæ speculi p præmissam: sitq; aliqua superficies plana cõtingens speculũ secundũ punctũ b: cõmunis aut sectio huius superficiæ & superficiæ reflexionis sit linea d b e: angulũ uerò a b c diuidat linea b f per equalia. Dico, quòd linea f b est necessariò perpendicularis super lineã d b e. Quia enim angulus d b a est equalis angulo e b c per 20 huius: angulus enim incidentiæ d b a est equalis angulo reflexionis, qui est e b c: & quia angulus a b f est equalis angulo f b c ex hypothesi: palãm quòd totus angulus f b d est equalis toti angulo f b e: est ergo linea f b perpendicularis super lineam d e per definitionem lineæ perpendicularis: & hoc si linea d b e sit linea recta: quæ si fuerit curua, sit, ut g h linea recta ipsam contingat in puncto b per 17 p 3. Et quia anguli contingentiæ g b d & h b e sunt æquales: relinquatur quòd anguli f b g & f b h sint æquales, & erit item linea f b perpendicularis super lineam g h, & super lineam d e. Cum itaq; linea f b sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est erecta super superficiæ speculi, uel super superficiem, speculũ in puncto incidentiæ contingentẽ, & cũ ipsa sit super ipsarum cõmunẽ sectionẽ perpendicularis: patet quòd linea f b est erecta super superficiæ speculum in illo puncto contingentẽ: continet enim cũ omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales. Et quoniam eodem modo potest fieri declaratio in sectionibus: patet ergo propositum.



27. In omni superficie reflexionis à speculis quibuscunq;, centrum uisus: & punctũ formæ uisæ: & punctum reflexionis: & terminum perpendicularis & catheti utriusq;, consistere est necesse: ex quo patet lineam perpendicularẽ à puncto reflexionis ductam, omnibus superficiibus reflexionis illi puncto incidentibus cõmunem esse. Alhazen 23 n 4.

Ostensum est per 25 huius quoniam in omni reflexione à quocunq; speculo facta, semper superficies reflexionis (in qua sunt lineæ reflexionis, incidentiæ & perpendicularis super superficiem speculi ducta à puncto reflexionis) erecta est super superficiæ speculi, à quo fit reflexio. Cum autem linea incidentiæ incipiat à puncto formæ comprehensæ, & terminetur in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminetur ad cẽtrũ oculi: palãm quòd hæc tria puncta sunt in eadẽ superficie. Sed cũ perpendicularis sit erecta super superficiem speculi, super quã per 25 huius & superficies reflexionis est erecta, quoniã & in illa superficie est tota perpendicularis: cũ enim ipsa perpendicularis in puncto reflexionis fecerit lineas incidentiæ & reflexionis, cũ quibus ipsa ex definitione est in eadẽ superficie: ergo per I p 11 terminus perpendicularis superior necessariò erit in eadem superficie cum punctis prædictis. Si enim illa perpendicularis ad punctũ aliũ extra superficiem reflexionis terminetur: patet quòd illa perpendicularis in alia erit superficie, quæ est contra definitionem superficiæ reflexionis: & etiam, si ipsa in alia fuerit superficie, erit rectus minor recto, quod est impossibile. Linea enim à puncto reflexionis producta in ipsa superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, cum linea in superficie speculi ab eodem puncto producta continet angulum rectum, & perpendicularis similiter. Si ergo illæ duæ lineæ ad diuersa puncta terminantur, sit rectus maior recto. Sed per eundem modum patet id, quod proponitur de cathetis. Et quoniam omnes superficies reflexionis, quæ transeunt eundem punctum reflexionis, & aliquem punctum formæ comprehensum, licet ad diuersa centra uisum terminentur, semper transeunt eundem terminum perpendicularis, quoniam omnes sunt erectæ super superficiem speculi, uel super superficiem speculum in puncto reflexionis contingentem: palãm quoniam omnes secant se in perpendiculari. Est ergo perpendicularis eis omnibus cõmunis. Sed & hoc figuratim est declarandum. Sit enim superficies speculi cuiuscunq; a c b: in cuius punctum c incidat radius à puncto rei uisæ, quod sit f, a per lineam f c: & reflectatur ad centrum uisus, quod sit e, per lineam c e: extrahatur quoq; perpendicularis super superficiem speculi, quæ est b c a, à puncto c, quæ sit c d, p 12 p 11. Intelligatur quoq; à puncto e perpendicularis protrahi super superficiem b c a, aut ei cõtinuã per 11 p 11, quæ sit e a: eritq; linea e a æquidistans lineæ d c per 6 p 11, quoniam ambæ sunt orthogonales super eandem



eandem superficiem speculi, quæ est b a. Et quoniam lineæ d c & e a sunt æquidistantes: palam per 17. huius quia sunt in eadē plana superficie: & linea recta a b cū utraq; illarū linearum, scilicet d c & e a continebit angulum rectū, & erit in eadē superficie cū utraq; ipsarū per 2 p 11: & linea e c tenebit cū his ambabus lineis, quæ sunt e a & d c, angulos acutos propter diuisionē angulorū rectorū. Et quoniā linea incidentiæ & reflexionis cū perpendiculari d c sunt in eadē superficie, & linea e c recta copulat extremitates linearū e a & d c, erit ipsa per 2 p 11 in eadē superficie cū dictis perpendicularibus. Omnes ergo lineæ, quæ sunt e a, e c, d c, f c sunt in una & eadē superficie. Quatuor ergo præmissa puncta sunt in eadē superficie reflexionis. Et hoc proponebatur: quoniam inspecto quocūq; alio puncto corporis uisi uel speculi, semper accidit idē situs linearū radialium cū ipsis perpendicularibus. Et similiter patet de utrisq; cathetis & incidentiæ & reflexionis per 1 p 11. Patet ergo propositum. Et ex hoc patet conclusio corollaria satis manifestè.

28. *Omnem punctum reflexionis formæ puncti obliquè speculo incidentis, inter cathetū incidentiæ & reflexionis in superficie speculi consistere est necesse.*

Sit superficies cuiuscunq; speculi, in quo cōmunis sectio superficiē reflexionis & superficiē speculi sit linea a b c, recta uel curua: & sit punctus rei uisæ, qui d: & centrū uisus pūctū e: sitq; cathetus incidentiæ, quæ d a, & cathetus reflexionis, quæ e b. Dico quòd omnem pūctum reflexionis formæ puncti d ad centrū uisus e, inter pūcta superficiē speculi a & b consistere est necesse. Si enim detur quòd in ipsis pun-

ctis a uel b fiat reflexio formæ pūcti d ad uisum e: sit ergo, ut fiat à puncto speculi, qd' est a: & ducatur linea a e: tunc cum linea d a sit perpendicularis, & linea a e non sit perpendicularis, & per 20 huius angulus incidentiæ sit equalis angulo reflexionis: erit ergo angulus e a b rectus, sed & angulus e b a est rectus: tri-

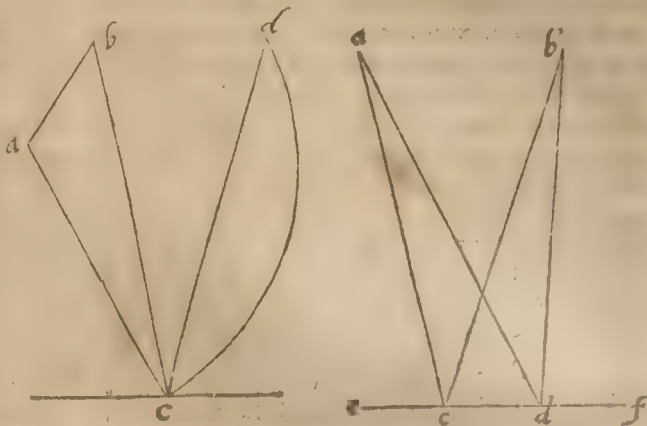
goni ergo e a b duo anguli sunt recti: qd' est impossibile. Similiterq; deducendum si detur reflexionē fieri à puncto b, quoniā idē accidit impossibile. Nō sit ergo reflexio ab aliquo pūctorū a uel b, quibus incidūt catheti. Sed neq; ab aliquo pūctorū lineæ a b c, extra puncta a & b: sit enim, ut forma puncti d reflectatur ad uisum e à puncto speculi c: ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia per 9 p 1: & ducatur linea c f secās lineam b e in pūcto fieri ergo p præmissam lineam c f perpendicularis super lineam a c: trigoni ergo b f c duo anguli sunt recti: quod est impossibile, ut prius. Et eodē modo deducēdū, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto lineæ a b c, ultra punctū a, ut à pūcto g, ducta linea g h angulum d g e per æqualia diuidere. Patet ergo quòd solū inter pūcta a & b fiet reflexio ab aliquo pūctorum lineæ a b, uidelicet inter cathetū incidentiæ & cathetum reflexionis. Quod est propositum in speculis planis: & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus à speculis quibuscunq;: quia danti oppositum eadem impossibilia sequentur, ducta chorda arcus interiacentis data puncta reflexionum & cathetorum productarum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, uel lineas, quæ sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficiē reflexionis. Patet ergo propositum.

29. *Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cuiuscunq; speculi reflecti ad idem centrū uisus: uel à duob; punctis speculorum planorū uel conuexorum formam unius puncti. Alhazen 51 n 4.*

Quòd enim puncto alicuius formæ perpendiculariter superficiē speculi incidēte, aliam lineam ab alio puncto rei eiusdē, uel alterius perpendiculariter duci super eandem superficiē ad idē punctum sit impossibile, patet per 13 p 11: quòd autem perpendicularis reflectatur in se ipsam patet per 21 huius: impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eodem puncto speculi ad idē centrū uisus reflecti perpendiculariter. Sed neq; est hoc possibile fieri, linea incidentiæ obliqua existente. Omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit speculo, & reflectitur ad uisum secūdū lineas breuiores per 18 huius: & omnis talis reflexio ad uisum & ipsarū formarū cōprehensio sit secūdū dispositionem linearū reflexarū per 24 huius: illæ ergo duæ formæ si ad unū pūctū, quod est centrū oculi, incidunt,

incidunt, & ab uno puncto reflectuntur: tunc illa duo puncta, à quibus suarum formarum fit incidentia, quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ, quæ ab uno puncto reflexe perueniunt ad uisum, uidebuntur unus punctus: & sic erit confusio formarum in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incidunt eidem puncto: palam quod aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui est cætrum uisus: & uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse: sicut ergo sunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuersis punctis formæ incidunt eidem puncto speculi: sic fient duæ lineæ reflexionis, quæ ad idem cætrum uisus terminantur: ut si à duobus punctis formæ incidentis speculo, quæ sunt a & b, incidant eidem puncto speculi, qui sit c, duæ lineæ a c & b c:

& ab illo reflectantur ad idem cætrum uisus, quod sit d: sequetur adhuc si ab uno puncto reflexionis c, diuersæ formæ punctorum a & b ad cætrum uisus d perueniant, duas lineas rectas, quæ sunt c d, superficiem includere: quod est impossibile. Patet ergo propositum. Sed neq; à duobus punctis alicuius speculi plani uel cõuexi ad idem cætrum uisus simul possibile est idem punctum formæ reflecti. Sit enim, si possibile est, ut forma puncti a reflectatur ad cætrum uisus b à duobus punctis speculi plani uel cõuexi cuiuscumq;, qui sint c & d, signati super lineâ, quæ est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi uel superficiæ contingentis speculum cõuexum, quæ sit e f. Cum ergo per 24 huius secundum dispositionem linearum reflexionis, uisus semper informetur: tunc forma puncti a, quæ est indiuisibilis, occurreret uisui, ut forma lineæ c d, quæ est diuisibilis linea. Nõ ergo occurreret uisui, nisi tantum unus punctus formæ reflexe ab uno puncto speculi: neq; unum punctum formæ à duobus punctis speculi plani uel cõuexi possibile est reflecti. Quod est propositum.



30. *Ab uno puncto superficiæ speculi cuiuscumq;, formam unius puncti rei uisæ ad duos uisus non est possibile reflecti. Alhazen 51 n 4.*

Linea enim reflexionis ad unum uisum procedens quia cum perpendiculari erecta à puncto reflexionis super superficiem speculi angulū tenet equalē angulo, quē tenet linea incidentiæ cum eadē perpendiculari, ut patet per 20 huius: palam quod non potest in eadē superficiē alia linea sumi, quæ æqualē angulū efficiat cū ducta perpendiculari: unde ab hoc puncto nõ reflectetur forma eiusdē puncti ad uisum aliū. Oportet igitur, ut à diuersis punctis speculi cuiuscumq; fiat ad uisus diuersos reflexio. Et quoniam duo tantum sunt uisus, oportet ad minus, ut à duobus punctis superficiæ speculi cuiuscumq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad ambos uisus. Patet ergo propositum.

31. *Ab uno puncto reflexionis cuiuscumq;, speculi ad diuersos uisus possibile est formas punctorum plurium reflecti: & à diuersis unam. Alhazen 51 n 4.*

Quamuis enim, ut patet per 29 huius, solum formæ unius puncti incidentis ab uno tantum puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum cætrum uisus: est tamē possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum punctorum formæ incidentis reflexionē: quoniam illa puncta secundum angulos diuersos incidunt, & secundum diuersos reflectuntur: ergo ad puncta diuersa terminantur lineæ reflexe, in quibus diuersi uisus cadentes puncta diuersarum formarum comprehendēt ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa. Et si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existente immoto: tunc etiam secundum situm sui diuersitatem ab eodē puncto speculi ad ipsum puncta diuersarum formarum reflectentur, semper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uisus motus, uel diuersi uisus eandē formam uidebunt à diuersis punctis speculi reflexam: quia quilibet punctus formæ incidentis totali superficiæ speculi incidens ad aliquam partem oppositam reflectitur, & secundum modum, quo in 22 & 24 huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuersantur. Et quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, qui sunt eiusdē formæ, accidit ut à diuersis uisibus una forma à diuersis punctis superficiæ speculi reflexa uideatur. Et idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum. Patet ergo propositum.

32. *A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscumq;, speculi plani uel cõuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uisum, nisi eum solum, in quo ducta perpendicularis superficiem oculi interfecat: & ab eo solo puncto, in quo ducta perpendicularis incidit ipsius speculi superficiæ. Alhazen 13 n 5.*

Sit cætrum uisus punctum a: & sit linea, quæ est cõmunis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi

S speculi

speculi cuiuscunq; plani uel conuexi, & sit nūc, exempli causa, speculi plani dati linea b g: sitq; perpendicularis ducta à pūcto a super lineam b g linea a g: sit quoq; ut linea a g secet superficiem sphericā cōuexam oculi in pūcto d. Dico quòd in tota perpendiculari a g quantumcūq; protracta non est pūctus, qui reflectatur ab hoc speculo ad centrū uisus a, nisi solus pūctus d. Si enim alius pūctus dictę perpendicularis ad uisum reflectitur præter pūctū d: aut ille pūctus est ultra centrū uisus a: aut sub uisu. Si ultra uisum, sit ille pūctus h: palā ergo quòd non perueniet forma eius ad speculū super perpendicularē h a, propter solidi corporis in epositionē, qd' est ultra uisum in capite uidentis. Nō reflectetur ergo forma pūcti h super perpendicularē h g. Si uerò dicatur qd' ab alio pūcto speculi præter pūctum g, potest reflecti forma pūcti h ad uisum a: sit illud pūctum b: & sit linea incidentiæ h b: & linea reflexionis h a: diuidaturq; angulus h b a p æqualia p lineā b t ductā ad perpendicularē h g auxilio q p r: erit ergo p 26 huius linea b t perpendicularis super lineā b g: sed linea t g est perpendicularis super eandē lineā h g. Ab eodē ergo pūcto t est ducere duas perpendicularares super lineam b g, & super ipsam superficiē speculi: qd' est impossibile. Sequetur enim trigoni a b g duos angulos esse rectos, scilicet angulos t g b & t b g: & ab eodē pūcto plures ducerētur perpendicularares lineæ super eandē superficiē, qd' est cōtra 20 th. 1 huius. Nulla ergo forma pūctorū lineæ h d potest reflecti ad uisum, nisi solum pūctū d: quoniā de omnibus alijs pūctis eodē modo est demonstrandū. Neq; enim potest dici quòd aliqua forma alicuius pūcti sumpti inter pūcta a & d reflectatur ad uisum, nisi per lineā perpendicularē d a: quoniā pūcti inter centrū uisus & superficiē eius positi sunt ualde rari: unde nō mittitur alicuius ipsorū forma in uisum, neque ab aliquo speculo reflectitur, ut sentiat. Sed neque forma alicuius pūctorū lineæ d g potest reflecti ad uisum a à pūcto speculi g, ut forma pūcti f: quoniā si illud pūctū d solidi corporis fuerit, patet quòd ipsum impedit reflexionē ad uisum p lineā d g: quia propter soliditatē ipsius forma pūcti f nō poterit transire & ad uisum puenire: & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei, & adheret sibi, neq; pueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius illorū pūctorū reflecti à pūcto alio speculi q' à pūcto g, ut à pūcto k: quoniā ductis lineis f k & a k, & diuiso angulo a k f p æqualia p lineā k l, sequetur idē impossibile, qd' prius, scilicet lineas l k & l g perpendicularares esse super superficiē speculi, uel super superficiē speculū cōtingentē: qd' est cōtra 20 th. 1 huius. Omnium itaq; pūctorū lineæ h g nō reflectitur aliquis ad uisum a nisi solū pūctū d. Et quoniā quodlibet pūctū totius uisibilis, in quo est linea h g, præter pūctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo nō ad angulū rectū: quoniā omnia pūcta circūstātia pūctū d cōcurrūt in cetro uisus a, & faciunt cōnū pyramidis, cuius bāsis est in superficie speculi circa axē a g: uidebūtur formæ omnium illorū pūctorū super perpendicularares ab eis ad superficiē speculi ductas. Patet ergo ppositū: quoniā in speculis cōuexis linea h g est semper perpendicularis super superficiē speculi, nec ab aliquo suorū pūctorū super speculi superficiē alia perpendicularis duci potest p 20 th. 1 huius: ita tamē quòd hæc, quæ præmissa sunt, in uno tantū uisu intelligātur in omnib; speculis planis & quibuscūq; conuexis, sicut ppositio proponit: quoniā forma eiusdē pūcti rei uisæ ad ambos uisus reflexa, si uni uisū perpendiculariter incidat, potest alij uisui obliquē incidere secundū lineā reflexionis obliquē à superficie speculi ad cētrum uisus procedētem: & uidebitur idē pūctus rei uisę à duobus uisibus secundū diuersum modum suæ reflexionis: in speculis uerò concauis quibuscunq; est secus.

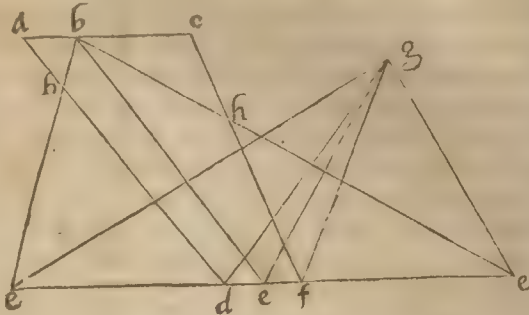
33. *Impossibile est formā obliquē speculo incidentē secundum lineam suā incidentiā ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris. Euclides 3 ih. catoptr.*

Esto ut speculo a d b incidat forma pūcti c obliquē in pūcto d, ita ut angulus c d b sit maior angulo c d a. Dico quòd forma pūcti c secundum lineam c d non reflectetur in se ipsam propter inæqualitatem angulorum: cum semper angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis per 20 huius: sed neq; ex parte sui anguli minoris, qui est c d a. Fiat enim, ut reflectatur secundum lineam d e diuidentem angulum c d a: erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a: sed angulus c d b maior est angulo d a c per hypothesin: erit ergo angulus e d a maior angulo c d a, pars suo toto: quod est impossibile. Semper ergo secundū angulū maiore, q' in pposito est angulus c d b fiet reflexio. Et hoc est ppositū.



34. In omni speculo formarum punctorum mediorum cuiuslibet rei uisa reflexio fit inter puncta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uise.

Sit res uisa per reflexionem à quocunq; speculo, quæ a b c: cuius extrema puncta sint a & c: aliquis uerò mediorum punctorum lineæ a b c sit punctus b: & sit superficies illius speculi, siue plana, siue conuexa, uel concaua fuerit, in qua sit communis sectio superficiem reflexionis & speculi linea d e f: & sit centrum uisus punctum g: reflectaturq; forma puncti a ad uisum g à puncto speculi, quod sit d: & forma puncti c à puncto speculi, quod sit f: & forma puncti b, qui sit aliquis mediorum punctorum lineæ a b c, reflectatur ad uisum à puncto speculi e. Dico, quod punctus e necessariò cadit inter puncta d & f, quæ sunt puncta reflexionum formarum punctorum extremorum a & c. Si enim cadat punctum e extra puncta d & f: linea ergo b e, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, secabit aliquam linearum, quæ sunt a d & c f: quam-



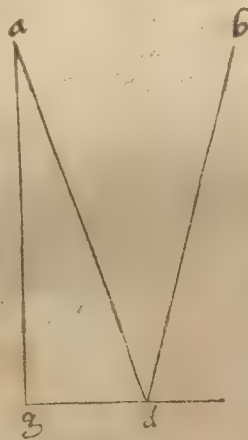
cunq; uerò illa secuerit, sit punctum sectionis h. Palàm itaq; quod forma puncti h reflectetur ad uisum g à duobus punctis speculi, quæ sunt e & f, uel e & d: quod in speculis planis & conuexis patet esse impossibile per 29 huius. In speculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis cõuenientium: nulla quoq; forma in aliquo speculorum secundum situm & ordinationem propriam suarum partium uidebitur: quod totum est impossibile. Patet ergo propositum.

35. Figura superficiem corporis incidentis & speculi, sit uq; similibus existentibus, erit in omni speculo complementum formæ corporis & figuræ. Alhazen 22 n 4.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem: ut si utraq; illarum figurarum sit plana & æquidistans: tunc forma puncti primi superficiem uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi puncto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Sic ergo in superficie speculi fit totalis figura superficiem corporis uisi: quod non accidit in speculo alterius figuræ. Similiter quoq; sumpta quacunq; speculi parte, cuius figura sit similis figuræ corporis, & situs æquidistans: erit semper complementum figuræ corporis in ea. Et cum infinitæ sint tales speculi partes, palàm quod infinitæ erunt formæ corporis speculo incidentes, quæ semper ad diuersa puncta reflectuntur, ex quibus formam corporis uisus diuersi in eodẽ speculo comprehendunt. Hoc itaq; accidit in omnibus speculis: sed maximè euidens est in planis. Cum enim quolibet puncto superficiem planæ superficiem speculi plani incidente, figura partium circũstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus punctis similis reflexio & simul & in eodem modo: & sic fit complementum in speculo formæ corporis & figuræ. Et hoc proponebatur.

36. In speculis quibuscunq; unumquodq; punctorum conspectorum in catheto suæ incidentiæ uidetur. Euclides 16. 17. 18. th. catoptr. Alhazen 9 n 5.

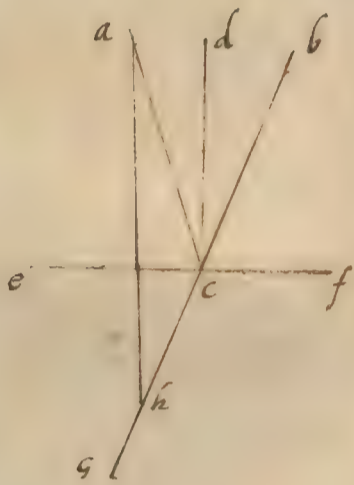
Sit speculum quodcunq;: & sit nunc, exempli causa, planum: quod sit g d, punctusq; uisus sit a: & centrum oculi sit b: & ducatur à puncto rei uisæ, quod est a, cathetus incidentiæ, quæ sit a g. Dico, quod imago puncti a semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri 2 suppositione quod uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiem cuiuscunq; speculi, à qua eius forma reflectitur, fit solum secundum cathetum suæ incidentiæ: forma autem, quæ in speculo uidetur, est imago rei uisæ, ut patet per definitionem: necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisæ ad speculum: quoniam aliàs non uideretur illa forma per modum imaginis. Videbitur ergo necessariò in ipsa catheto incidentiæ suæ. Quod est propositum: in alijs enim speculis est eodem modo declarandum.



37. Locum imaginis rei uisæ in speculis quibuscunq; in puncto concursus lineæ reflexionis cū catheto incidentiæ necesse est esse. Alhazen 2. 4. 6. 7. 8 n 5.

Huius exemplum est: si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscunq;: tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cum pyramide extrinseca quasi ad modum rhombi: & uidebuntur harum pyramidum uertices quasi uniformiter distantes à superficie speculi. Et si linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticem alterius: palàm quoniam ipsa erit perpendicularis super basim uisæ pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basim uisæ pyramidis, ut in speculis planis, uel basim uisæ pyramidis

S 2 æquidistes



æquidistet superficiæ speculi contingenti, ut in speculis conuexis, quorum speculorum superficies ipsa basis uisæ pyramidis est contingens, uel æquidistans superficiæ contingenti superficiæ speculi, ut in speculis concavis, in quibus basis pyramidis erectæ super speculum æquidistat superficiæ planæ speculi contingenti: uertex itaq; pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eoeducta ad speculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquidistans axi, semper incidet ad punctum simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide: & erit linea producta per 8 p II semper orthogonalis super bases dictarum pyramidum, & super superficiem speculi, uel super superficiem speculi contingenti. Imago ergo cuiuslibet punctorum pyramidis sic speculo oppositæ cadit in perpendiculari intellecta duci à puncto illo super superficiem speculi. Sed quicunq; punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsum speculum contingenti, uel superficiæ contingenti æquidistantem, ut patet per 22 huius, cuius pyramidis uertex est punctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies ei continua. Et conuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusq; est basis uel eadem, uel una basium est alteri æquidistans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem. Et quia imago cuiuslibet puncti speculo oppositi cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo puncto ad speculi superficiem aut ei continuam: patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculari, ut etiam patuit per præmissam. Sed quia in speculis quibuscunq; non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24 huius: palam etiã quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis: & quia quælibet taliũ linearum est recta: imago ergo cuiuslibet puncti formæ reflexæ cadit in punctum sectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Videtur ergo quandoq; citra superficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineæ reflexionis & catheti incidentiæ non potest fieri nisi sub superficie speculi. Concurrunt autem linea reflexionis protracta cum catheto incidentiæ. Quia enim linea reflexionis concurrunt cum linea perpendiculari educta à puncto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex præmissis: sed in speculis planis illa perpendicularis æquidistat catheto incidentiæ per 6 p II: sunt enim ambæ super speculi superficiem perpendiculares: manifestum ergo per 2 th. I huius, quia in illis speculis linea reflexionis concurrunt cum catheto incidentiæ. In alijs autem speculis est hoc magis manifestum, quonia in pluribus illis cathetus incidentiæ concurrunt cū perpendiculari ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi: de singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur: & in istarum linearum concursu uidetur imago. Est ergo ibi locus imaginis, ut proponebatur. Hoc autem est necesse ideo, quia cum medium distantiam inter punctum uisum comprehendit & speculi superficiem non sit uacuum, fit reflexio formæ corporis mediæ ad uisum, sicut & puncti corporis, ad quod intendit uisus: nec est differentia reflexionis formæ corporis mediæ à reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri: ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicetur ad uisum: nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus. Et quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunq; regularibus, retinent essentialiam ordinem suarum partium & figurarum, ut patet per 34 huius: ideo necesse est puncta formarum incidentium speculis quandoq; in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extrã, & quando linea reflexionis & cathetus concurrunt sub speculi superficie uel inter uisum & speculum, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadem uniuersalis causa, quæ præmissa est, differens solum secundum uarios modos reflexionum. Accidit enim rebus secundum quod formæ ipsarum diffunduntur per medium ad superficiem speculi, in formis suis specificis differre, cū sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quæ non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiam, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quæ uisibus directè uidentibus sub talibus accidentibus occurrunt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessariò partes remotiores à speculi superficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarum confundantur: sic accidit necessariò de rebus uis per medium aerem, ut præordinata forma aeris in situ suo, respectu formæ rei per medium aerem uisæ, omnium suorum punctorum formæ uideantur: aliàs enim figura & forma rerum multiplicatarum ad speculi superficiem confunderentur. Et hæc mihi uisa est esse causa rei per alios multis ambagibus perquisitæ. Videtur itaq; res necessariò in perpendiculari, quoniam, ut patet per 21 th. I huius, hæc est breuissima eius distantia à superficie speculi, à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficie ei continua: & secundum hanc fit rei uisæ, respectu speculi, uniformis dispositio: & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa. Licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum: iudicium tamen uirtutis uisus fit secundum lineam breuissimam, secundum quam incidit forma uisa superficiem ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarum in speculi superficie & in uisum, & propter certiore cognitionem suæ propriæ quantitatis. Cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra cathetum propinquior ad uisum, uideretur maior: si ultra cathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in catheto uerò quantum permittit figura speculi & uisus distantia, secundum sui propriam quantitatem uidetur. Est ergo necessariò ipsam uideri in puncto concursus lineæ reflexionis cū catheto incidentiæ. Uisus enim cū per reflexionem

formas

formas comprehendit, non animaduertit quòd hæc comprehensio fiat per reflexionem: quoniam reflexio, ut supra in præmio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus: uisu enim remoto, nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum: sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis, reflectitur ab illis: & si contingat uisum esse in loco, in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarum linearum: & est quælibet formarum reflexarum à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi: cum tamen non sit aliquid essentia ipsius speculi. Patet ergo propositum.

38. *Formam omnis rei uisæ comprehensa per reflexionem à superficie alicuius speculi: figura superficiæ illius speculi est necessarium aequaliter assimilari.* Alhazen 37 n 6.

Quoniam enim, ut patet per præmissam, locus imaginis cuiuscunq; puncti formæ uisæ est in cursu lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ: harum autem linearum concursus diuersificatur secundum figuram superficiæ speculorum, à quibus fit reflexio: quoniam secundum illius figure dispositionem fit diuersitas concursus catheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à puncto formæ incidentis super superficie speculi, uel super superficie contingente speculū in puncto reflexionis superficiæ speculi, à qua fit reflexio ad uisum: quarum perpendicularium concursus diuersificat concursum linearum reflexionis cum catheto incidentiæ, in quo concursu est locus imaginum, ut declaratum est in præmissa. Habet itaq; superficies speculi, à qua fit reflexio, aliquam dignitatem in formatione imaginum uisarum, quæ ab ipsis reflectuntur: non tamen fit semper hæc assimilatio secundum totam dispositionem formarum, nisi cum loca imaginum cadunt in ipsis superficiebus speculorum non intra specula uel extra ipsa: sed & tunc secundum aliquid assimilantur formæ uisæ ipsis formis uel figuris speculorum: quoniam in speculis pyramidalibus apparet formæ aequaliter pyramidales: & sic aequaliter accidit in alijs speculis. Patet ergo propositum.

39. *Diuisa cuiuscunq; speculi superficiæ, accidit formam unius puncti rei uisæ numero illarum partium numerari.*

Hoc, quòd hic proponitur, uerum est, quando per diuisionem superficiæ alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficiæ & in se, & respectu ipsius uisus: ut plurimum accidit in speculis uitreis plumbatis, quæ per diuisionem ab unitate superficiæ defacili recedunt: quod non accidit in alijs speculis tam faciliter. Quando itaq; aliorum speculorum superficies propter diuisionem in ipsis factam ab unitate superficiæ secundum situm & ordinem præmissa modo recedunt: accidit formam unius puncti rei uisæ numero illarum partium numerari. Tunc enim diuersæ fiunt catheti incidentiæ formæ eiusdem puncti rei uisæ, respectu illarum diuersarum partialium superficiæ, & similiter diuersa fiunt puncta reflexionum & diuersæ reflexionum lineæ ad centrum eiusdem uisus. Et quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in puncto concursus lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ, ut patet per 37 huius: ideo patet quòd secundum numerum istarum linearum, & sui concursus formæ eiusdem puncti imagines numerantur. Patet ergo propositum.

40. *In omni speculi superficiæ fit formarum reflexio in longitudine & latitudine secundum modum polituræ.*

Quod hic proponitur, exemplariter patet in speculis quibuscunq; artificio politis. Si enim forbiantur in longum, ut accidit in superficiebus ensium: tunc facies intuentis uidebitur oblonga respectu suæ propriæ dispositionis: & si forbiantur aliquæ superficies secundum ipsarum latitudinem: tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quam sit eius proprietas uera secundum illam dispositionem: & quandoq; uidebitur imago transuersalis propter transuersalitatem forbitionis. In omnibus uero his causa est unio maiorum superficiæ ipsarum corporum politorum, à quibus & à quarum partibus conuenit reflexio ad unionem formarum reflexarum, quæ secundum illud perueniunt ad uisum. Etenim, ut in principio huius libri: I. definitione diximus, politio est continuas partium superficiæ politæ corporis sine sensibilitate pororum uel diuisionis: unde cum ad aliquam differentiam positionis illi pori complanantur: necesse est secundum illam differentiam formas pluribus punctis illis incidentes in unitatem formæ confluere & uniri, & secundum illum modum formam uisam secundum reflexionem augmētari & uideri maiorem: secundum alias uero positionum differentias necesse est ipsam uideri suæ dispositionis propriæ, uel circa illam. Et sic accidit quædam monstruositas in imaginibus formarum taliter uisarum: quia ipsarum reflexio est inæqualis hinc inde: & fit irregularis secundum illud. Ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & conueniens dispositioni formarum reflexarum: necesse est ipsorum superficies forbiari secundum modum circularē non in longum nec in latum uel transuersum, ne secundum illos modos formarum propria dispositio difformetur. Patet ergo propositum.

41. *In omni speculo accidit eandem imaginem à duobus uisibus quandoq; uideri duas.*

Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocunq; speculorum reflexæ, sicut & idem error sibi accidit in simplici rerum uisione, cum eadem causæ concurrunt uel illarum aliqua, quas declarauimus in 103, 104, 105, 106 & 107 th. 4 huius: utpote cum eiusdem rei forma ab eodem speculo reflexa uni uisui offertur directè, & alteri obliquè: uel cum forma reflexa constituta intra axes radiales ambobus uisibus occurrit obliquè. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdem modis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secundum modum suæ uisionis ad uisum ab aliquo

aliquo speculo reflectatur. Et propterea talibus non oportet aliter immorari, quam ut in simplici uisione dictum est: non enim accidit illud propter diuersitatem punctorum reflexionis formae eiusdem puncti ad ambos uisus: quoniam illa diuersitas aut nulla est, aut non est sensibilis: unde nullum sensibilem inducit uisibus errorem, sed ambo uisus secundum illum bene perueniunt ad uisionem unitatis eiusdem formae, ut posterius declarabitur: patet ergo propositum.

42. *Imago rei uisae mota in omni speculo moueri uidetur.*

Huius causa non est alia, nisi uniformitas reflexionis a quolibet puncto speculi, super quo d fit motus. Et quia omnia puncta rei uisae a diuersis, quam prius, punctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uisae, secundum quod per eius motum puncta, a quibus facta est reflexio, permutat. Videtur itaque forma moueri, licet secundum ueritatem non moueatur, sed potius noua imago in utato situ rei uisae generetur. Hoc autem accidit propter continuitatem punctorum reflexionis in superficie speculorum. Patet ergo propositum. His itaque communibus omnium speculorum passionibus praemissis: restat ut ad planorum speculorum passiones proprias calamus conuertamus.

43. *In omni reflexione a speculis planis facta, linea incidentiae & reflexionis proportionales sunt cathetis a punctis suorum terminorum demissis, & ipsis basibus in speculorum superficie interiectis. Euclides 3 hypothesi catoptr.*

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea d c e: & sit linea incidentiae a c: reflexionis uero c b: & ducantur catheti a d incidentiae & reflexionis b e. Dico quod quae est proportio a d ad b e, eadem est a c ad b c & d c ad c e. Quoniam enim in trigono a d c angulus rectus, qui a d c, est aequalis angulo, qui b e c, recto: & angulus a c d, qui est angulus incidentiae, est per 20 huius aequalis angulo b c e, qui est angulus reflexionis: erit necessarium angulus d a c trigoni a d c aequalis angulo c b e trigoni b e c per 32 p r: ergo per 4 p 6 latera istorum trigonorum aequales angulos respicientia sunt proportionalia: quae est ergo proportio lineae a d ad lineam b e, eadem est proportio lineae a c ad b c, & lineae d c ad e c. Et quoniam semper manet eadem proportio resultans ex aequalitate angulorum: patet ergo propositum.



44. *Forma puncti rei uisae superficiei plani speculi incidente: locum, in quo uisus constituto, ad ipsum fiat reflexio, inuenire.*

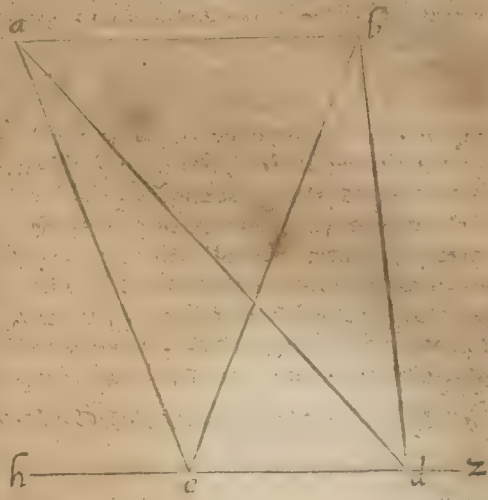
Esto punctus, cuius forma speculo plano incidat a: & sit linea b c d communis sectio superficiei reflexionis & speculi ducta in superficie speculi: incidatque punctus a speculo secundum punctum c: & ducatur linea incidentiae, quae a c: & a puncto a ducatur linea a b perpendicularis super lineam b c d per 12 p r: & producatur usque ad punctum e, donec per 3 p 1 linea b e fiat aequalis ipsi a b: & continuetur linea e c: quae producatur ultra c ad punctum f. Dico quod uisu existente in quocumque puncto g, si semper fiat reflexio ad ipsum, & uidebitur forma puncti a. Copuletur enim linea a c: eritque angulus a b c aequalis angulo c b e, quia, ut patet ex praemissis, ambo illi anguli sunt recti. Quoniam ergo per 4 p 1 cum ex hypothesi linea b e sit aequalis ipsi a b, & latus b c commune, trigona a b c & c b e sunt aequiangula: erit angulus a c b aequalis angulo b c e: sed per 15 p r angulus f c d est aequalis angulo b c e: ergo angulus f c d est aequalis angulo a c b: ergo per 20 huius, cum linea a c sit linea incidentiae, erit c f linea reflexionis. Visu ergo in illa posito, fiet reflexio ad uisum. Quod est propositum.



45. *Forma puncti a speculo plano non reflectitur ad eundem uisum, nisi ab uno puncto tantum. Alhazen 14 n s.*

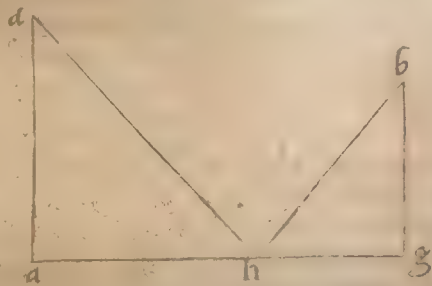
Esto centrum uisus a: & punctum uisum b: & sit z h superficies speculi plani. Dico quod ab uno tantum puncto superficiei z h reflectitur forma puncti b ad uisum a. Si enim a duobus punctis sit possibile illa reflecti, sint illa duo puncta d & e: & ducatur linea a centro uisus puncto a ad punctum uisum b: quae sit a b. Linea itaque a b, producta ultra alterum punctorum, quae sunt b uel a, aut concurrat cum superficie speculi, aut aequidistat. Si concurrat siue sit perpendicularis super superficie speculi, a quo fit reflexio, siue non, semper ipsa erit necessarium in una sola superficie reflexionis. Si enim ipsa sit perpendicularis super superficie speculi: tunc patet quod ipsa erit in una superficie reflexionis per 27 huius: quoniam ipsa reflectitur in se ipsam per 21 huius. Si uero linea a b super superficie speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extrema, quae ambo per 25 huius necessarium sunt in una superficie reflexionis erecta super superficie speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficie: quoniam si in duabus talibus superficiebus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiebus orthogonalibus super superficie speculi per 19 th. 1 huius: unde sumpto in ea puncto

ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficieum super lineam comunem huic superfici
 ciei & superficiei speculi, erit hęc linea erecta super superficiem speculi per definitionem superficie
 super superficiem erectę: & similiter ab eodem pun
 cto ducatur linea in alia superficie super lineam com
 munem ei & superficiei speculi, & erit iterum hęc li
 nea orthogonalis super superficiem speculi. Ab eo
 dem ergo puncto con tingeret ducere duas perpen
 diculares super eadem superficiem speculi: quod est
 impossibile & contra 20 th. i huius. Ergo linea b a e
 rit in una sola superficie reflexionis, erecta super su
 perficiem speculi plani: eruntq; tria puncta a, e, b in
 eadem superficie reflexionis per 1 p ii: & erunt lineę
 a e & e d & e b per 25 huius in illa superficie reflexio
 nis, in qua est linea a b: & similiter lineę e d & d b &
 d a. Quare lineę e a & e b erunt in eadem superficie
 cum lineis d a & d b per 2 p ii. Sed angulus a e h est
 maior angulo a d e per 16 p i, extrinsecus enim est
 maior intrinsecus: sed per 20 huius angulus inciden
 tię, qui est a e h, est æqualis angulo reflexionis, qui
 est b e d: & angulus a d e est æqualis angulo b d z: an
 gulus ergo d e b maior est angulo a d e: ergo & ipsius æquali, scilicet angulo b d z, quod est contra 16
 p i, extrinsecus enim, qui est b d z, maior est intrinsecus, qui est b e d: ergo & angulus a d h maior est
 angulo b e d: & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile. Aucto er
 go puncto speculi plani sit reflexio formę puncti b ad uisum a. Si uero linea a b sit perpendicularis
 super superficiem speculi plani, patet per 32 huius, quod unus tantum punctus reflectitur secundū
 ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto. Quod si linea a b non concurrat cum aliqua linea u
 protractarum in superficie speculi, sed sit equidistans alicui illarum: ergo per 29 p ii ipsa erit equidi
 stans cuilibet æquidistanti illi lineę in speculi superficie productę. Sit ergo equidistans lineę h z: e
 runt quoq; per 1 th. i huius lineę a b & h z in eadem superficie: fiat ergo deductio, ut prius, quoniam
 intrinsecus angulus erit maior extrinsecus: quod est impossibile. Ergo & illud, ex quo sequebatur.
 Patet ergo, quod proponebatur.



46. In speculis planis dati puncti uisi ad cętrum uisus datum, punctum reflexionis inuenire.
 Alhazen 12 n 5.

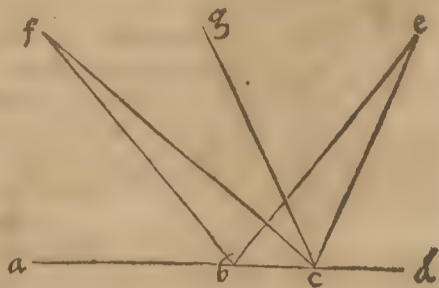
Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g: & sit centrum uisus b: punctusq; rei uisę sit
 d: & ducantur catheti a d & g b perpendiculariter super
 superficiem speculi per 11 p ii: diuidaturq; linea a g in pũ
 cto h, ita ut sit proportio lineę a h ad lineam h g, sicut li
 neę a d ad lineam g b per 119 th. i huius. Dico itaq; quod
 forma puncti d reflectetur ad uisum b a pũcto speculi h.
 Ducatur enim lineę d h & b h. Palę itaq; p 6 p 6 & ex hy
 pothesi quoniam triangulus d h a est æquiangulus trian
 gulo h g b: angulus enim h a d est æqualis angulo h g b,
 quia sunt ambo recti, & est proportio lineę a d ad lineam
 g b, sicut lineę a h ad lineam h g: angulus itaque a h d est
 æqualis angulo g h b. A puncto itaq; speculi, quod est
 h, reflectetur forma puncti d ad uisum b per 20 huius: angulus enim incidentię est æqualis angulo
 reflexionis. Si autem punctus h obstruatur per aliquod superpositum, utpote per ceram uel per pi
 cem aut simile: nulla uidebitur imago puncti d, cętro ipsius uisus, quod est b, disposito secundum
 præmissum modum: quoniam a puncto alio impossibile est fieri reflexionem per præmissam: acci
 dit enim a puncto alio uariari proportionem, & angulos incidentię & reflexionis fieri inæquales.
 Patet ergo propositum.



47. Lineę reflexionis formę eiusdem puncti a diuersis punctis speculi plani non sunt æquidi
 stantes: attamen in centro unius uisus non concurrunt. Ex quo patet quod unus uisus uidere nō
 potest idolam eiusdem formę a diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum. Euclides 4 the.
 catoptr. Ptolemęus 7 th. i catoptr.

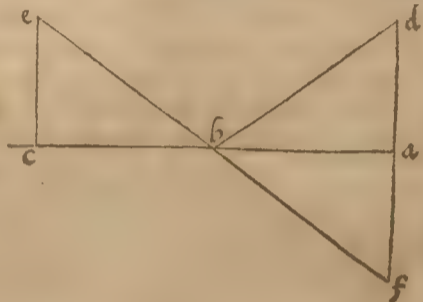
Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c d: cuius duobus punctis b & c a puncto
 rei uisę, quod sit e, incidant lineę e b & e c: & sit centrum uisus g: & reflectatur linea e b secundum li
 neam b f, & linea e c secundum lineam c g. Dico quod lineę c g & b f non sunt æquidistantes, nec tñ
 concurrent in centro unius uisus, quāuis eũ sint in eadē superficie: angulus enim incidentię, qui est
 e c d, est æqualis angulo reflexionis, qui est g c a: & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per
 20 huius. Quia ergo trigoni e b c latus b c protrahitur ad punctum d: erit per 16 p i angulus e c d ex
 trinsecus maior angulo intrinsecus, qui est g b d: palę ergo per 20 huius quia & angulus g c a maior
 est an

est angulo fb : ergo per 14 th. 1 huius lineæ gc & bf non sunt æquidistantes: angulus enim extrinsecus maior est intrinseco cadente linea a d super ambas lineas gc & bf : sed neq; concurrent in centro unius uisus. Dato enim quod concurrant in centro uisus, quod sit f , & linea ec reflectatur ad uisum secundum lineam cf : tunc quia per 20 huius angulus incidentiæ, qui est fb , æqualis est angulo reflexionis, qui est ebd , & angulus ecd æqualis angulo bcf : sed angulus fb maior est angulo fc per 16 p 1: ergo & angulus ebc intrinsecus maior est angulo ecd extrinseco: quod est contra eandem 16 p 1, & impossibile. Patet ergo propositum. Et ex hoc patet et planè totum corollarium. Si enim lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti non possunt in centro unius uisus concurrere: tunc est manifestum, quod unus uisus non potest idolum eiusdem formæ uidere reflexum à diuersis punctis superficiei eiusdem speculi plani. Quod est totum propositum.



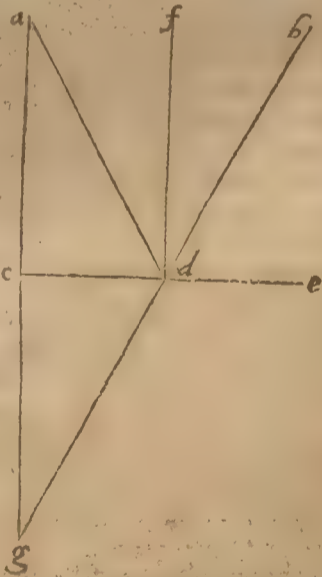
48. In speculis planis forma puncti ad centrum uisus reflexa, locum imaginis inuenire.

Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea abc : sit quoq; ut forma puncti rei uisæ, quod sit d , reflectatur ad centrum uisus, quod sit e , à puncto speculi b : & ducatur linea incidentiæ, quæ sit db , & linea reflexionis, quæ sit be . Dico quod est possibile inueniri locum imaginis, in quo uidetur forma puncti d . Quoniam enim per 27 huius puncta d, b, e sunt in eadem superficie: patet per 1 & 2 p 11 quoniam linea abc est cum lineis db & be in eadè superficie. Imaginetur ergo extendi linea abc in continuum, quousq; à puncto e super ipsam producat per 12 p 1 linea perpendicularis, quæ sit ec , & ei æquidistans à puncto d , quæ sit da , per 31 p 1. Quia itaque linea eb concurrat cum linea ec in puncto e , palà per 2 th. 1 huius quoniam ipsa concurrat cum linea da producta: sit concursus punctus f . Dico per 37 huius quoniam punctus f est locus imaginis formæ puncti d . Patet ergo propositum.



49. Eadem est distantia loci imaginis à superficie speculi plani sub speculo, quæ est puncti uisæ ab eadem superficie supra speculum planum existentis. Euclides 19 th. catoptr. Alhazen 11 n 5.

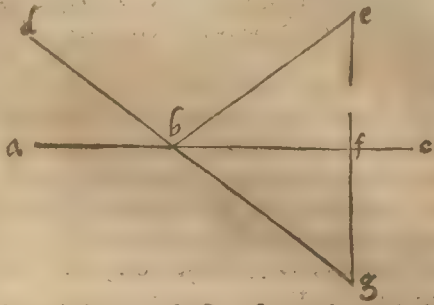
Sit punctus rei uisæ a : & sit centrum uisus b : & sit d & e linea communis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani: sitq; d punctus reflexionis: & à puncto d ducatur linea df perpendiculariter super lineam cd per 11 p 1, uel super totam superficiem speculi plani per 12 p 11: & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem speculi per 11 p 11, quæ sit ac , quæ producat ultra speculum: & ducatur linea incidentiæ, quæ sit ad , & linea reflexionis, quæ sit bd . Patet ergo per 27 huius quoniam lineæ a, d, f, b, d sunt in superficie reflexionis. Et cum linea fd sit æquidistans lineæ ac per 28 p 1, uel per 6 p 11, & linea bd concurrat cum linea fd in puncto d , patet per 2 th. 1 huius quia linea bd protracta concurrat cum linea ac protracta: concurrat ergo in puncto g . Dico quod linea gc est æqualis lineæ ac . Quoniam enim angulus bde est æqualis angulo adc per 20 huius, sunt enim anguli incidentiæ & reflexionis: sed angulus bde est æqualis angulo cdg per 15 p 1, quoniam sunt anguli contra se positi: angulus ergo adc est æqualis angulo cdg : angulus uerò acd est æqualis angulo dgc , quoniam uterque est rectus: erit ergo per 32 p 1 angulus c ad trigoni c a d æqualis angulo e g d trigoni c g d : erunt ergo per 4 p 6 latera æquos angulos continentia proportionalia: sed latus cd æquale est sibi ipsi: erunt ergo cætera latera æquos angulos respicientia inter se æqualia, ut a c ipsi c g , & a d ipsi a g . Quia ergo in puncto g est locus imaginis per 37 huius, & linea cg est æqualis ipsi ac : patet ergo propositum. Si ergo è perpendiculari ultra superficiem speculi imaginetur linea cg æqualis lineæ ac reflectari: semper erit in puncto g locus imaginis tantum distans à superficie speculi plani sub speculo, quantum punctus rei uisæ, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi supra speculum. Patet ergo propositum.



50. In omni reflexione à speculis planis facta, linea à centro uisus ad locum imaginis producta, æqualis est lineæ incidentiæ & reflexionis simul iunctis.

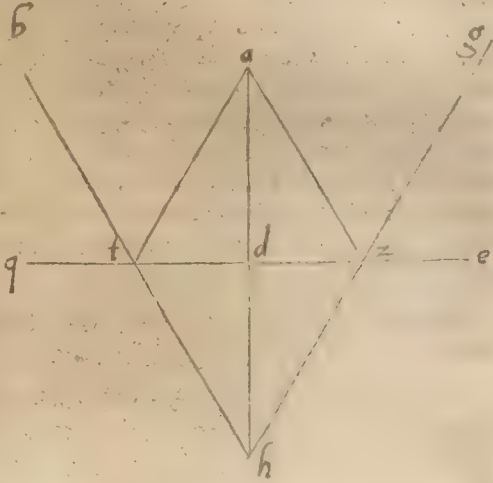
Esto in speculo plano linea abc : & sit centrum uisus d : & punctus rei uisæ sit e : fiatq; reflexio formæ

in puncto e ad uisum d à puncto speculi plani, quod sit b: erit ergo linea incidentiæ, quæ e b, & li-
nea reflexionis, quæ b d: sitq; locus imaginis punctus g:
hic ergo per 37 huius erit in concursu lineæ reflexionis
d b cum catheto incidentiæ. Sit ergo, ut cathetus e g pro-
ducta secet lineam a c in puncto f. Quia itaq; angulus inci-
dentiæ, qui est e b f, est æqualis angulo reflexionis, qui est
a b d, per 20 huius: & angulus g b f æqualis a b d per 15 p
1: est ergo angulus g b f æqualis angulo e b f: sed & angu-
lus e f b æqualis est angulo g f b, quia ambo recti: ergo
per 32 p 1 trigoni b g f & b e f sunt æquianguli: ergo per
4 p 6 latera illorum æquos angulos continentia sunt
proportionalia: sed latus b f est æquale sibi ipsi: ergo g b
est æquale ipsi b e. Ergo linea d g à centro uisus ad locum imaginis g producta, est æqualis ambabus
lineis d b & b e simul acceptis. Quod est propositum.

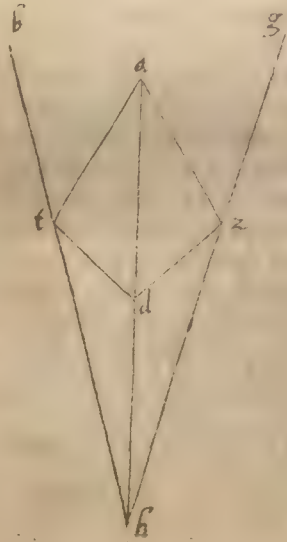
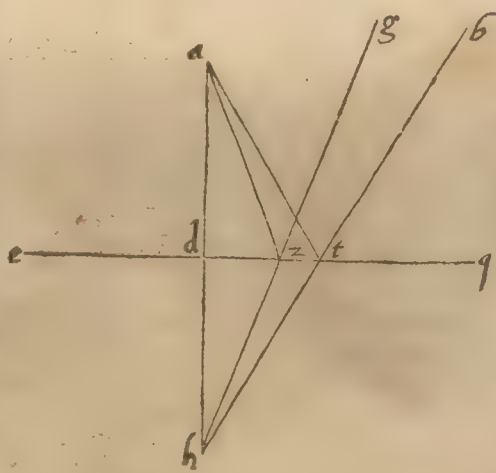


51. In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto comprehenso, idem erit imaginis locus uisib. am-
bobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit. Alhazen 15 n 5.

Sint duo uisus b & g: & sit a punctus rei uisæ: & sit q d z e linea in superficie speculi plani ducta:
sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a super superficiem speculi. Et quia per 30 huius ab u-
no puncto speculi propositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus à duobus: sint i-
taq; illa duo puncta t & z: & ducatur lineæ b t, a t, a z, z g. Palàm ergo per 25 huius quia linea b t & a t
& a d sunt in eadè superficie reflexionis, erecta super
superficiem speculi: & similiter lineæ a d, a z, z g sunt
in eadem superficie: & linea d t est communis sectio
superficiæ reflexionis, quæ est a d t b, & superficiæ i-
pſius speculi: & linea d z est communis sectio superfi-
ciæ reflexionis, quæ est a d z g, & superficiæ speculi
per 19 th. 1 huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis, quæ
sunt b t & g z, fuerint in eadem superficie erecta su-
per superficiem speculi: palàm quia linea t d z erit li-
nea una recta: ideo quia communis sectio superfi-
ciæ speculi, & superficiæ cuiuscunque super ipsam
erectæ est linea una recta per 3 p 11: tunc ergo & per-
pendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflex-
ionis, quæ t b & g z, aut erit in eadem superficie cum
illis, aut extra illas in alia superficie: quodcumq; isto-
rum fuerit, semper linea reflexionis, quæ b t, protra-
cta secabit ex perpendiculari, quæ est a d, ultra specu-
lum protracta partem æquale ipsi a d per 49 huius, quæ sit d h: quoniã semper lineæ b t & a d sunt in
aliqua eadem superficie per 27 huius, ut præmissum est. Et similiter per 49 huius linea g z protracta
ultra speculum seca-
bit ex protracta ca-
theto ad lineam æqua-
lem ipsi lineæ a d: se-
cabit ergo ipsam in
puncto h. Imago ergo
puncti a in eodè
puncto perpendicu-
laris, quod est h, peci-
pietur ab utroq; uis-
u, & idem erit ima-
ginis locus. Vna ergo
tãtũ erit imago,
& in uno eodèq; lo-
co uidebitur ab am-
bobus uisib. in quo
puncto uno tantũ
uisu perciperetur.



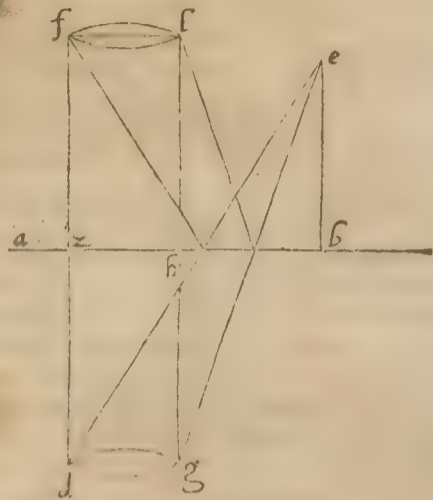
Si uerò puncta t & z non fuerint in eadem superficie reflexionis, ad-
huc eadè facta deductione una tantũ imago uidebitur, & unus tantũ
erit imaginis locus, ut prius. Sèper. n. utraq; linea reflexionis secabit ex ppèdiculari, ptracta partè æ-
qualè ipsi a d: eritq; sectio ambarũ linearũ reflexionis cũ illa ppèdiculari in eodè puncto h, q per 37
huius, erit semp imaginis locus. Et hoc est ppositũ: quoniã si cètra amborũ uisũ, quæ sunt b & g, fue-
rint ex eadè parte rei uisæ, quæ est a, semper eodè modo est demonstrandũ: cõcurrent enim lineæ re-
flexionum



flexionum cum catheto in eodem puncto: & erit idē imaginis locus, & eadem imago uisib. occu ret

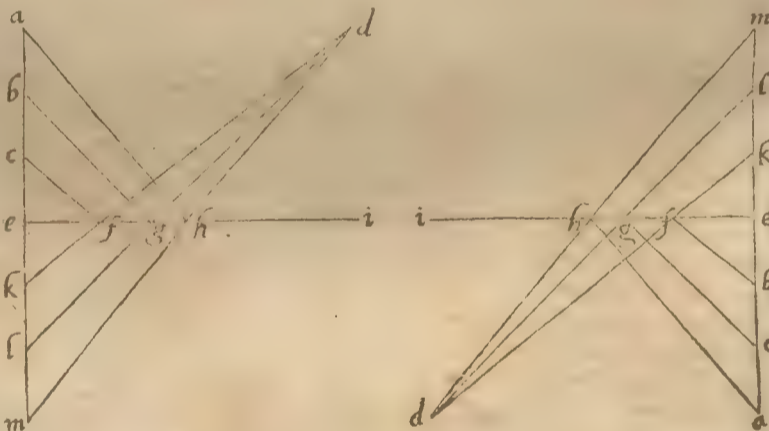
52. In speculis planis figura rei uisa & situs partium secundum quantitatem longitudinis & latitudinis non mutatur. Ex quo patet, quod imago cuiuslibet rei uisa in speculo plano aequalis est formae rei extra. Euclides 19 th. catoptr. Alhazen 2 n 6.

Sit speculum planum, in quo sectio communis superficiei illius speculi & superficiei reflexionis sit linea a b: & duo puncta extrema alicuius rei uisae sint f & l: erigaturq; cathetus perpendiculariter super superficiem speculi à puncto l, quae sit l h: & à puncto f cathetus, quae sit f z: & erunt z & h duo puncta in superficie reflexionis per 27 huius: producanturq; taliter sub speculum, ut linea h g sit aequalis ipsi l h, & linea z d aequalis ipsi f z: sit quoq; centrum uisus e: ducaturq; per e p n à puncto e cathetus super speculū, quae sit e b. Palā itaq; ex 28 huius quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto speculi lineae h b: & locus imaginis suae per 49 huius est punctum g, tantū distans à superficie speculi ultra speculum, quā tum punctus l supra speculum. Similiter forma puncti f reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto lineae z b: & locus imaginis est punctū d. Ducta quoq; linea f l, & linea d g: palā quia quodcūq; punctum lineae f l reflectitur ad uisum e, similiter locus imaginis suae est tantū distans à superficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est supra speculū. Quilibet ergo punctus lineae f l tantū uidetur distare sub speculo, quantum ipse punctus à superficie speculi supra speculum. Si ergo linea f l fuerit recta, erit linea d g recta: si linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; lineae d g arcus circuli, & semper eiusdem curuitatis & dispositionis. Linea ergo f l semper apparebit eiusdem quantitatis & figurae, cuius est extra speculum. Et hoc est propositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sit aequaliter politum: quoniam si ad longitudinem uel latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma secundum idem per 40 huius: nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formae.



53. Altitudines & profunditates à planis speculis reuersa uidentur, cum speculorum superficibus perpendiculariter insistant. Euclides 7 th. catoptr.

Estō altitudo uisa, quae a b c e: sitq; centrum uisus d: linea uerò communis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani sit e f g h i: incidatq; forma puncti a secundum lineam a h, & reflectatur secundum lineam h d: & forma puncti b incidat secundum lineam b g, & reflectatur secundum lineam g d: & forma puncti c incidat secundum lineam c f, & reflectatur secundum lineam f d. Dico, quod altitudo e a uidebitur reuersa. Protracta enim linea e a, quae perpendicularis est super lineam e i, sub speculum, & protractis omnib. lineis reflexionis ad concursum eum protracta linea a e ultra punctū e incidat linea d h in punctum m: & linea d g in punctum l: & linea d f in punctum k. Palā per praemissam quoniam linea k e aequalis est ipsi lineae e c, & l e ipsi e b, & m e aequalis ipsi e a. Puncta ergo altitudinis e a propinquiora superficiei speculi superius existentia, propinquiora uidebuntur eidem sub speculo inferius, & puncta remotiora superficiei speculi superius, remotiora uidebuntur sub speculo inferius. Videbitur ergo altitudo reuersa sub speculo: quod enim est superius in altitudine, uidebitur inferius, quoniam sub maiori distantia à uisu uidetur: & quod est inferius in altitudine, uidebitur superius, quoniam propinquius uisui uidetur. Et eodem modo demonstrandū, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei. Patet ergo propositū.

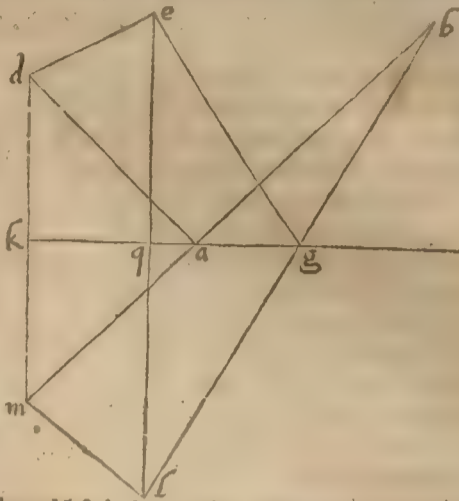


54. Obliquae longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent. Euclides 9 th. catoptr.

Sit d e longitudo obliquè distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius, quod est e, sit remotius ab ipsa superficie speculi: cōmunis quoq; sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea

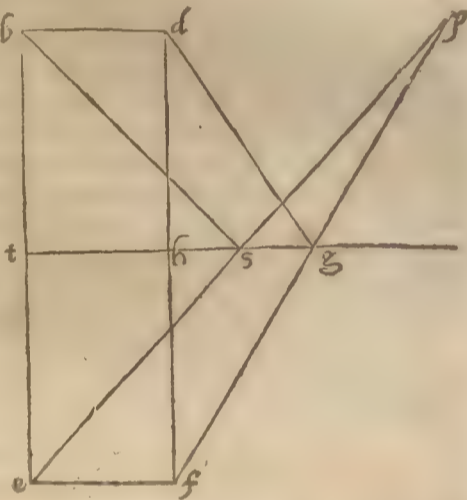
fit linea

fit linea k q a g: cētrumq; uisus sit punctus b: & incidat forma puncti d ipsi speculo secundum lineā d a, & reflectatur secundum lineā a b ad centrū uisus: & incidat forma puncti e secundum lineam e g, & reflectatur ad uisum secundum lineam g b: protrahaturq; cathetus d k perpendiculariter, & linea reflexionis, quę est b a, donec concurrant in puncto m: & protrahatur cathetus e q perpendiculariter, donec concurrat cū lineā b g in puncto l: eritq; per 49 huius lineā d k æqualis lineā k m, & lineā e q æqualis lineę q l. Et quoniam lōgītudo d e obliquē se habet ad superficiem speculi, (etenim punctum e remotius est à speculo q̄ punctum d) erit lineā e q longior quā lineā d k: ergo & lineā q l longior quā lineā k m. Punctū ergo illius obliquę magnitudinis, quod est remotius super superficiē speculi, hoc similiter sub superficiē speculi à remotiori uidetur: & quod superius propinquius est speculo, hoc sub speculo etiā uidetur esse in loco propinquiori. Videntur ergo tales magnitudines quēadmodū se habēt. Et hoc est, quod p̄ponebatur.



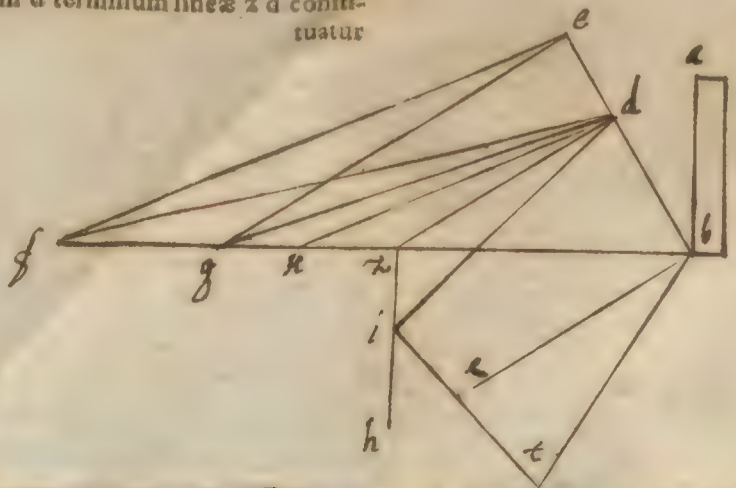
55. In speculis planis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra. Euclides 19 th. catoptr.

Est speculum planum g s t: & uisa res sit d b: sint quoq; lineę incidentię d g & b s: & sit centrum uisus p: lineę quoq; reflexionis sint p g & p s: & sit, ut lineā reflexionis, quę est p g, concurrat cū catheto incidentię, quę d h in puncto f: & lineā reflexionis, quę est p s, concurrat cum catheto b t in puncto e: producatuq; lineā f e, quę est per 52 huius imago rei uisę, quę d b: apparebunt ergo dextra sinistra, & sinistra dextra. Quoniam enim per 33 huius semper ad angulum maiorem angulo incidentię fit reflexio, & i: a ad partem oppositam parti incidentię: patet quod dextrum rei uisę semper uidebitur sub lineā reflexionis magis sinistra, & sinistrum sub lineā reflexionis magis dextra: illa enim lineā reflexionis, quę plus est dextra, cadet super dextram partē imaginis, & sinistra cadet super sinistram. Sic ergo dextrum rei apparet sub sinistro imaginis, & econuerso: quoniam imago rei uidetur se habere ad rem, sicut homo stans erecta facie contra aliquem alium: tunc enim pars sinistra opponitur dextrę, & dextra sinistra: quia semper cum aliquis homo alij opponitur, contrarius est eis oppositis adinui cem situs: ad eandem enim positionis differentiam est dextrū unius sinistrum alterius, & econuerso: & sic quod est rei uisę dextrū, fit suę imaginis sinistrū & quod est rei uisę sinistrum, in imagine dextrum erit secundum uisum. Patet ergo propositum.

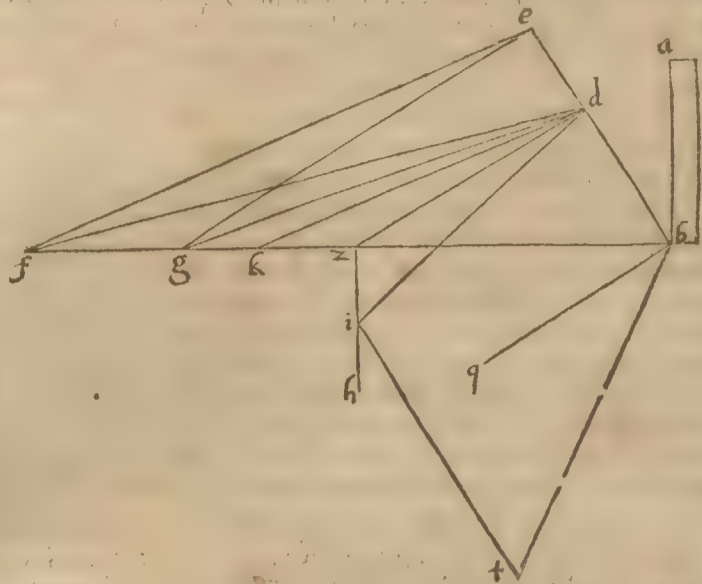


56. Possibile est speculum planum taliter fisti, ut intuens propria imagine non uisa, uideat imaginem rei alterius non uisę. Ptolemaeus 9 th. 2 catoptr.

Sit a b lignū horizonti perpendiculariter infixū, uel superficiēi sibi æquidistanti, uel aliter quomodo cunq; dispositę, quę sit b g: sitq; speculum planū, in quo sit lineā d b: & sit quadratum. Et quia lignum a b est perpendiculariter erectum super g b superficiem, ducatur lineā g b, ut cōtingit: palam ergo quod angulus a b g est rectus: diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales per 28 th. 1 huius: inclineturq; speculum d b taliter à ligno a b, ut angulus d b a sit tertia pars unius recti, q̄ est a b g: erit ergo angulus d b g duę tertię partes unius recti. In hoc autem consistit bonitas operationis mechanicę & utilior effectus: quęcunq; tamen alia pars recti anguli abscindatur, ad idē peruenit demonstratio, ut patet. Sit itaq; angulus a d b tertia pars unius recti: & producatuq; lineā speculi, quę est b d, ultra punctum d in continuum & directum usq; ad punctum, quod sit e. Et quoniam lineā g b est perpendicularis super lineam a b, cum lineā quoq; speculi, quę est d b, continet angulū æcutum: tunc à puncto g, quod sit in superficie orthogonaliter erecta super speculi superficiem, ducatur lineā perpendicularis super lineam b e per 12 p 1, quę sit g e: angulus igitur b e g erit rectus. Sit itaq; locus ipsius uisus punctū g, à quo ad punctum d protrahatur lineā g d: à puncto quoq; d producatuq; lineā cadens sup lineam b g, quę incidat in punctum z, ita ut angulus z d g sit æqualis angulo e g d cōstituito super terminum lineę g d per 23 p 1: erit ergo lineā z d æquidistans lineę g e per 27 p 1: ergo p 8 p 11: erit lineā z d erecta perpendiculariter super superficiē speculi, & perpendicularis super cōmunem sectionē superficiē reflexionis & speculi, quę est b d: angulus ergo z d b est rectus æqualis angulo g e d ex præmissis, & etiam per 29 p 1. A puncto quoque z ducatur lineā z h perpendicularis super superficiem g b per 11 p 11: & super punctum d terminum lineę z d constituat



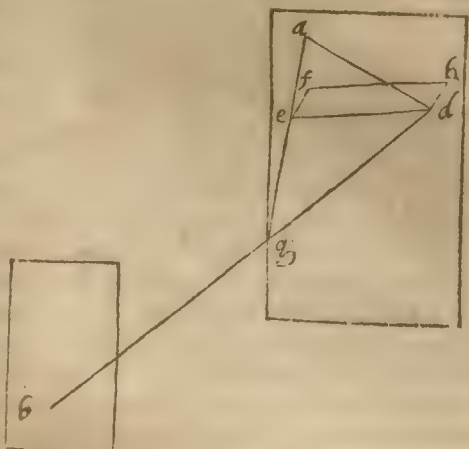
tuatur angulus æqualis angulo gdz , qui sit angulus zdi . Et quoniã p 2 th. 1 huius cõcurret linea d i cõ linea z h: ideo quia linea d i producta ultra punctũ d , cõcurret cõ linea a b, ut patet ex præmissis, & per 14 th. 1 huius: sit ergo linea $rũ$ d i & z h, concursus in puncto i : & à puncto i ducatur linea equidistans lineæ bd per 31 p 1, quæ sit linea it : & à puncto b extrahatur perpendicularis super superficiẽ speculi per 12 p 11, quæ sit bq : eritq; p 28 p 1 linea bq æquidistans lineæ ge : ergo per 8 p 11 linea bq , sicut & linea ge , erecta est perpendiculari ter sup superficiẽ speculi, quæ est db : Super punctũ ergo b terminũ lineæ qb constituatur angulus æqualis angulo gbq , qui sit qbt : cõcurret ergo linea bt cum linea æquidistanter ducta lineæ db à puncto i , quæ est linea it , per 2 th. 1 huius: sit concursus punctus t : & cõpleatur tabula it . Depingatur itaque in tabula, in qua est linea it , i-



mago quæcunq; placuerit: & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ it , secundum medium lineæ tabulæ correspondens lineæ zi : & perforetur superficies gb secundum lineam z b, ita ut forma picturæ possit uenire ad speculum db . Cũ itaq; centrum uisus fuerit in puncto g , uidebit intus formam imaginis depictæ in tabula it , propriam uerò non uidebit imaginẽ: cuius hæc est demõstratio. Quia enim angulus geb est rectus, patet per 16 p 1 quoniã angulus gdb est obtusus: & similiter omniũ punctoꝝ formæ uel faciei ipsius uidentis incidentium speculo db , anguli sunt obtusi p eadẽ 16. Quia uerò anguli incidentiæ semper sunt æquales angulis reflexionis per 20 huius: palã p 13 p 1 quoniã nunq̃ erit reflexio formæ ipsius uidentis ad centrum uisus, sed semper ad puncta, quæ sunt sub uisu, quod patet per 33 huius. Nũquã ergo uidebit quis existens secundũ centrũ uisus in pũcto g propriam imaginẽ in speculo plano taliter ordinato secundũ situm. Et si uisus elongetur à speculo secundũ quodcunq; punctũ ultra punctũ g , utpote ad punctum f : palã quoniã angulus feb est maior recto: sed & angulus fdb est maior angulo feb per 16 p 1: nunquã ergo fiet reflexio ad pũctum f , sed semper ad alium punctum sub linea. Similiter quoq; accedente uisu ad speculũ secundũ quodcunq; punctum lineæ gz , præterq̃ secundum ipsum punctũ z , nunq̃ uidebit uidens sui ipsius imaginem: sola enim perpendicularis, quæ est linea zd , ut patet ex præmissis, per 21 huius reflectitur in se ipsam: & ita in puncto z constituto centro uisus uidebit intus formã sui ipsius oculi à speculo plano taliter disposito reflexã, non aut aliã partem faciei: quoniã sola perpendicularis, quæ est linea unica, reflectitur in se ipsam: & ita solius illius puncti sit reflexio, non aut punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uisus à puncto g appropinquet speculo secundũ punctũ k cadentẽ inter puncta g & z : si à pũcto k ducatur linea ad punctũ d , quæ sit kd : palã per 14 th. 1 huius, & ex præmissis quod lineæ dk & eg cõcurrãt ultra lineã gk : sola enim linea d z æquidistat lineæ eg : angulus uerò ged est rectus, & angulus zdb rectus: ergo angulus kdb est obtusus: fiet ergo reflexio ad alium pũctũ sub pũcto k . A pũcto uerò z , ut prædictũ est, fiet reflexio in ipsam punctum z : ideo quia linea z d æquidistat lineæ ge , est perpendicularis sup lineam db per 29 p 1, & ex hypothesi. Similiter quoq; posito uisu in quocũq; puncto lineæ zb (quoniã à quolibet punctoꝝ illorũ est ducere perpendicularẽ super superficiẽ speculi, uel super lineã db) reflectitur illarum quælibet in se ipsam p 21 huius. Palã itaq; quoniã cõstituto uisu in linea gz , non uidebit intus imaginẽ sui ipsius: quia, ut dictum est, sola perpendicularis secundum unicum punctũ reflectitur ad uisum, non aut alia puncta formæ. Quia uerò angulus idz est æqualis angulo zdg , & linea zd est perpendicularis super superficiẽ speculi db : ergo per 20 huius forma puncti i à puncto speculi d reflectitur ad uisum in puncto g existentem. Et quia angulus tbg est æqualis angulo gbq , ut patet ex præmissis, & linea bq perpendicularis est super superficiẽ speculi: palã per 20 huius quoniam forma puncti t à puncto speculi b reflectitur ad uisum in puncto g : ergo per 34 huius forma totius lineæ it reflectitur à speculo db ad uisum in puncto g . Non uidebitur autem ipsa tabula depicta it , quoniã est sub superficie, cui superstat speculũ & uisus. Potest aut sic fieri ut secundum longitudinẽ lineæ zb sit factus murus super terram ad altitudinem uidentium, qui interius sit concavus, superius uersus speculum apertus: & in illo muro deponatur tabula picta, quæ est it , equidistanter speculo bd , & sit uisus in distantia à speculo secundum situm puncti g , & sit prohibitus per aliquod medium, ne possit propius accedere: tunc enim omnes formæ pũctoꝝ depictæ imaginis incidẽt uisui. Disponatur ergo taliter p ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur: & sit speculũ sitũ uersus lumen, ita ut aer circa ipsum sit luminosus: sitq; tabula depicta similiter lumẽ habens: quia aliter in tenebris latens non posset uideri: mediãte enim lumine formã suã multiplicat p medium, & peruenit ad speculum, & reflectitur ad uisum. Palã ergo propositum.

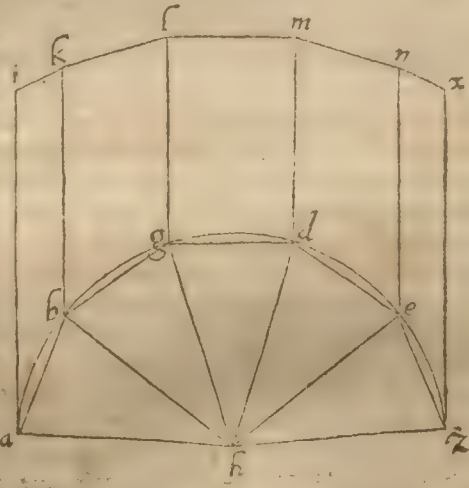
57. *Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter fisci, ut in ipso uideantur ea, quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis. Ptolemæus 7 th. 2 catoptr.*

Sit in camera uidentis locus aliquis, in quo existentē uisu placet uidere per speculum planum omne illud, quod alibi agitur: qui locus cameræ, in quo siltitur centrū uisus, sit signatus puncto a: & sit locus, in quo est uoluntas aliquid uidendi, quod in illo loco agitur, signatus puncto b: sitq; rima siue fenestra in camera uidentis opposita locō b, quæ sit g: & ducatur linea b g: & producat in continuū & directū intra cameram ad aliquem punctum, qui sit d: quod totum potest fieri per astrolabium siue quadrantē uel aliud instrumentum certificationis uisum: uiso enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumēto, & cadat uisus per easdem pinnulas immotas in punctū cameræ d. Ducantur ergo lineæ d a & g a: & diuidatur linea g a per 119 th. i huius in puncto e, ita ut sit proportio lineæ a e ad lineā e g, sicut lineæ a d ad lineam d g: quæ ambæ per instrumēti acceptionē sunt notæ: ducaturq; linea e d: diuidet ergo per 3 p 6 linea d e angulum a d g per æqualia. Ponatur itaq; speculū perpendiculariter erectū super lineā d e in puncto d per cōuersam 11 p 11, in quo speculo sit linea f h. A puncto itaq; speculi d reflectetur forma puncti g ad uisum a per 20 huius: ergo & forma puncti b per eandē 20 huius: distantia enim secundū eandem lineam naturā reflexionis nō immutat. Videbit itaq; uisus secundū eius centrū in puncto cameræ, quod est a, existens, omne, qd̄ erit, & quod agetur in loco b, siue sit domus alia siue uicis siue platea. Et hoc est, quod p̄ponebatur.



58. *Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum. Ptolemæus 6 th. 2 catoptr.*

Assumatur arcus circuli a z, cuius centrum sit h: & quoniam arcus a z indefinitus assumitur, esto, ut ipse exempli causa, diuisus sit in quinq; partes æquales, uel quocūq; quis uoluerit, partes, ita ut arcui a b sint æquales arcus b g, g d, d e, e z: & ducantur chordæ a b, b g, g d, d e, e z, quæ omnes erunt æquales per 29 p 3: & a centro h ducantur lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h z: & ablati arcubus super chordas a b & b g & alijs, erigantur specula plana quadrangula parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, z x sint æquidistantia: & sint specula cōtinua ad inuicem taliter, ut latera eorū, quæ sunt b k, g l, d m, e n sint cōmunia: sint autē specula ad inuicem taliter cōposita, ut anguli contenti à lineis a i & i k: b k, & k l: g l, & l m: d m, & m n: e n, & n x sint æquales angulis contentis à lineis h a & a b: h b & b g: h g & g d: h e & e z: sintq; superficies insistentes lineis a b, b g, g d, d e, e z uersè inferius, & suppositæ superficibus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x: & sint superficies superiores inferioribus æquidistantes: hæc enim omnia specula taliter disposita aspectum uniformē habebunt ad uisum existentē in centro h. Quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h z ducuntur à centro h ad puncta cōmunia chordis & arcubus, patet per 18 p 3 quoniā omnes sunt perpendiculares super lineas circulum a z in illis punctis contingentes: ergo per 21 huius omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas: erit ergo distinctio imaginū secundum illas: sed & perpendiculares, quæ à puncto h ducuntur super superficies speculorum planorū, quæ

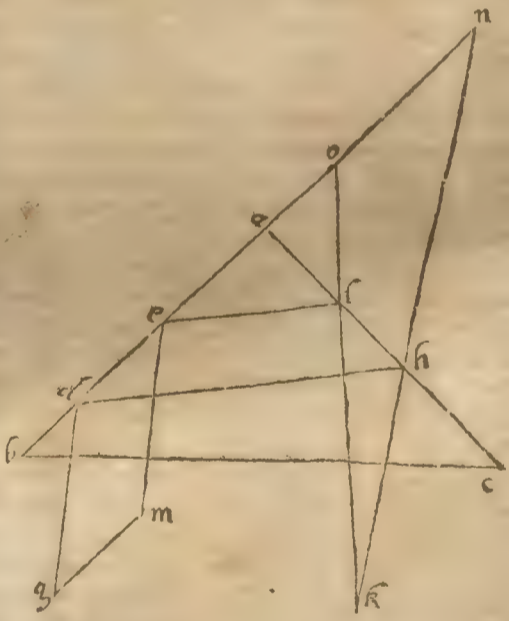
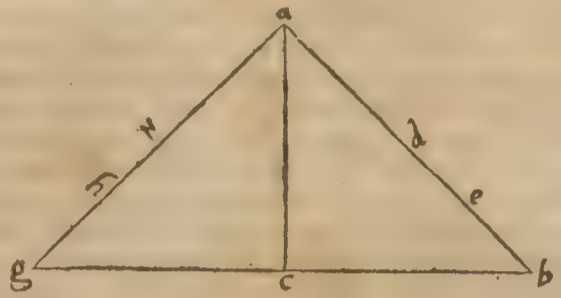


per 20 th. i huius solū numerantur numero superficierum speculorū: & circa omnes illas sit uniformis reflexio ad uisum: numerabuntur ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur: ideo quia à puncto h productæ perpendiculares non concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant: est autem locus cuiusq; imaginis in concursu catheti cum linea reflexionis per 37 huius. Et cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h: patet quod qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadem ratione fit reflexio à quolibet aliorum: & sic reflexionum lineæ numerantur numero cathetorum. Plures ergo uidebuntur imagines dispositæ ad inuicem numero & ordine speculorum. Quia uerò specula respiciunt uisum, ut sui centrum, ad modū arcus circuli, & imagines ipsius uidentis respicient uidentem ad modum chorearū. Quod est propositū. Possunt & per hoc speculū uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industriæ censuimus relinquendū, ut si speculū a b secundū basim a i situeretur æquidistantis superficiei horizontis, uel secundū alios inodos diuersos, ut libuerit, diuerfetur.

T 59. *Possibile.*

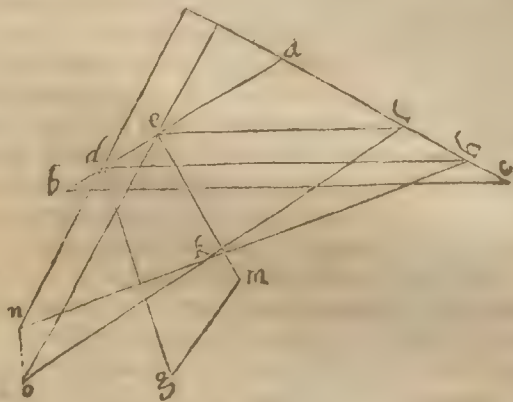
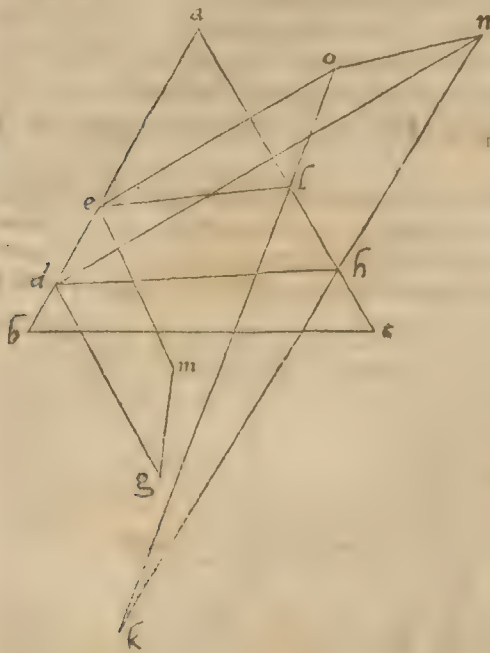
59. Possibile est speculum ex speculis planis compositum construui, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem. Ptolemaeus 6 th. 2. catoptr.

Assumatur trigonum isosceles rectangulum, quod sit $b a g$: & sit angulus eius, qui $b a g$, rectus: & linea $b g$ secetur in duo aequalia in puncto c : & ducatur linea $a c$: & super lineam $a g$ ponatur speculum planum, quod sit $z h$: & super lineam $b a$ ponatur aliud speculum planum, quod sit $d e$: & sit uisus intuentis in linea $a c$, respiciens in quocunq; illorum speculorum uoluerit, ut in $z h$: & alterum speculum, quod est $e d$, iaceat in plana superficie, super quod stat intues: & accedat & recedat intues, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum $e d$: dico quod reuerberabitur in aliud speculum, quod est $z h$, in quo aspiciens purabit propriam imaginem uolare: quoniam uidebit ipsam eleuatam secundum se totam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terrae uel alterius rei, in qua est speculum $e d$: quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo, quod est $e d$, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis. Et si intuens mouerit se aliquantulum, ita tamen, ut non mutetur situs respectu reflexionum, quae sunt a speculo: moueri uidebitur imago in aere per 42 huius: & sic uidebit aspiciens suam imaginem uolantem. Quod proponitur. Et circa hoc plura alia diligentia artificis perquireret. Ut autem idem propositum & aliter melius pateat figuratim demonstratum: sit orthogonium trigonum $a b c$, cuius angulus $b a c$ sit rectus: & in cuius latere $a b$ situetur speculum planum, cuius media linea sit $d e$: cuius punctus d sit propinquior puncto b , quam punctus e : & sit trigonum $a b c$ secundum eius latus $a b$ positum in superficie horizontis uel alia quacunq; superficie, super qua eleuata sit statura intuentis, cuius plantae pedis stent in puncto g aliquantulum eleuato super lineam $a b$: & ducatur linea $g d$: & super punctum d terminum lineae $b d$ fiat per 23 p 1 angulus aequalis angulo $g d b$, qui sit $h d a$, producta linea $d h$ ad lineam $a c$: & super punctum h terminum lineae $c h$ fiat angulus $d h k$ aequalis angulo $d h a$, producta linea $h k$ ad lineam $b c$: positusq; centro uisus in puncto k : patet ex praemisissis & per 20 huius, quoniam forma puncti g a puncto h reflectetur ad uisum, si punctum h fuerit punctum speculi alicuius: inuenitq; per 46 huius in speculo $d e$ puncto reflexionis formae puncti m , quod sit in uertice uidentis: sit formae puncti illius punctus reflexionis e : & ducatur linea $m e$: & angulo $m e d$ super punctum e terminum lineae $m e$ per 23 p 1 fiat aequalis angulus, qui sit $a e l$, producta linea $e l$ ad lineam $a c$: & inter puncta a & h situetur speculum, quod sit $l h$, ita quod puncta l & h sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a . Et quoniam forma puncti m a puncto speculi $d e$ (quod est e) reflectitur ad totam superficiem speculi $l h$ per 22 huius, & ab illo puncto speculi $l h$, in quo anguli $e l a$, & $h l k$ sunt aequales, (quocunq; enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l) fiet reflexio ad uisum k . Quonia enim, ut patet per 26 huius, anguli $k l c$, & $k h c$ sunt acuti, patet per 14 th. 1 huius quoniam illae lineae concurrent, sitq; punctus concursus k . Palam ergo per 34 huius quod tota imago aspicientis, quae est linea $g m$, a superficie speculi $e d$ reflectitur ad speculum $l h$, & a superficie speculi $l h$ reflectitur ad uisum existentem in puncto k . Et quoniam, ut patet per 37 huius, locus imaginis formae uniuscuiusq; puncti est in concursu catheti suae incidentiae cum linea suae reflexionis: producatu itaq; a puncto speculi $d e$, a quo fit reflexio formae puncti g , quod est d , per 11 p 11 linea perpendicularis super speculum $l h$ superficiem: & patet, cum ex hypothese angulus $d a h$ sit rectus, quod illa perpendicularis est linea $d a$. Similiter quoq; perpendicularis a puncto reflexionis formae puncti m , quod est speculi $d e$ punctum e , ducta super superficiem speculi $l h$, est eadem linea, quae est $a h$: haec itaq; linea est cathetus incidentiae formarum punctorum g & m reflexorum a punctis d & e ad speculum $l h$. Et quoniam, ut praemissum est, patet per 26 huius, quod anguli $k h c$ & $k l c$ sunt acuti, quonia linea angulum $d h k$ uel $e l k$ per aequalia diuidens, est perpendicularis super lineam $l h$: angulus uero $d a h$ est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea $d e a$ concurret cum ambabus lineis $k l$ & $k h$: sit ergo, ut punctus concursus linearum $d a$ & $k h$ sit n : & punctus concursus linearum $e a$ & $k l$ sit o . Erit ergo linea $o n$ imago formae totius



totius lineæ m g: eritq; punctum, quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis altius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uerticis ipsius uidentis. Videbit ergo ex puncto k intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem: quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput, collocatos. Per eadem quoq; demonstrandum, si trigonum a b c fuerit oxygonium, nisi quòd imago intuentis aliam recipit situs dispositionem: catheti enim

incidentiæ aliter superficiæ speculi incidunt quàm prius: semper tamen trigono a b c exiltente orthogonio uel oxygonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo. Quòd si trigonum a b c fuerit amblygonium, possibile est fieri, ut imago sit uolans in aere retro uisum: quoniã ut patet per 14 th. 1 huius, catheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus. Non uidebitur auté talis imago, quoniam semper fugiet abscoisa ab ipso uisu, nisi fortè ab

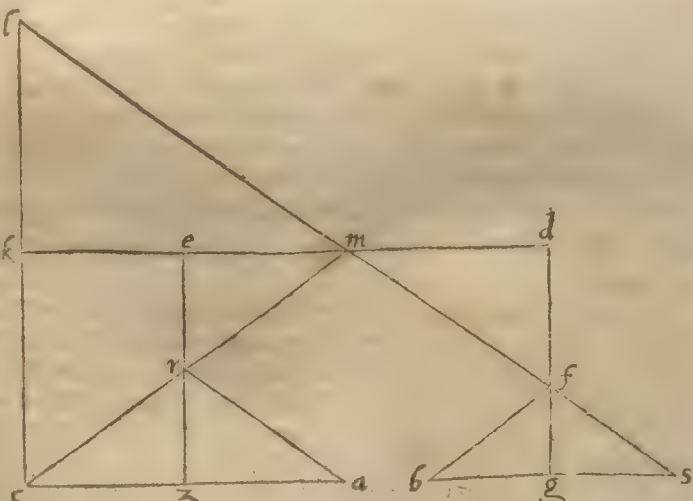


alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio. Patet ergo illud, quod proponebatur: & hoc: uisu solùm respiciente in speculum a h, non in speculũ d e. Et hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur catheti incidentiæ: quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multò fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ, ut uolantes.

60. Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicè disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 13 th catoptr.

Sit uisibile aliquod, in quo sit punctum a: & sit centrum uisus punctũ b: & sint tria specula plana g d, d e & e z orthogonaliter ad inuicè disposita: ducatur quoq; à puncto a linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z per ii p i: & producatu r linea a z in continuũ: abscindaturq; in puncto c taliter per 3 p i, ut linea z c sit

æqualis lineæ a z: & à puncto b, qd est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter super speculũ d g: & producatu r taliter, ut linea g s sit æqualis lineæ b g. A puncto quoq; c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k: & producatu r ultra punctũ k ad punctũ l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l: & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, secans speculum d e in puncto m, & speculũ d g in puncto f: & à puncto m ducatur ad punctum c linea m c secans speculum e z in puncto r: & ducantur lineæ a r & b f. Quia ergo linea b g est æqualis lineæ g s, & linea g f cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti: erit per 4 p i linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g: sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15 p i: ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b. Potest ergo p 20 huius forma puncti m reflecti ad uisum b. Quia uerò linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis est ambob. trigonis c k m & l m k: angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti: erit per 4 p i linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k



T 2 æqualis

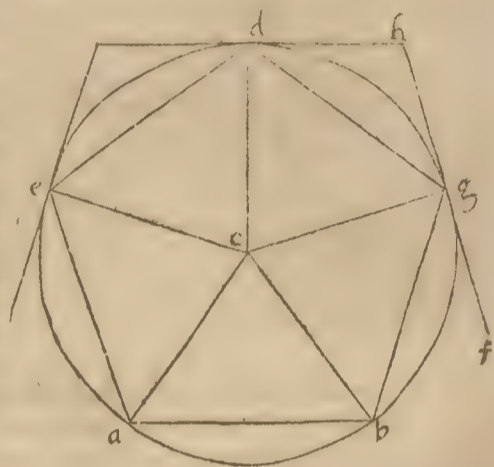
æqualis angulo km c: ergo angulus dm f est æqualis angulo km c: quoniam per 15 p 1 ipse est æqualis angulo lm k: ergo per 20 huius forma puncti r potest reflecti à puncto m ad punctum f: & à puncto f ad punctum b centrum uisus. Per duo ergo specula, quæ sunt de & dg, uidetur forma puncti r reflexa ad idem centrum uisus, quod est b. Et quia linea az est æqualis lineæ zc, & linea zr communis est ambobus trigonis arz & zrc: angulus quoq; arz est æqualis angulo rzc, quia ambo recti sunt: erit angulus arz per 4 p 1 æqualis angulo zrc: ergo per 15 p 1 angulus mre est æqualis angulo arz. Forma ergo puncti a reflectitur à puncto r speculi ze ad punctum m speculi de, & à puncto m ad punctum f speculi dg, & à puncto f ad centrum uisus b. A' tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a. Quod est propositum: & hoc accidit uisu solùm respiciente in speculum dg.

61. *Possibile est per quotcumq; quis noluerit plana specula secundum dispositionem polygoni æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita, eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 14 th. catoptr. Ptolemaeus 8 th. 2 catoptr.*

Sit centrum uisus punctum a: & punctum rei uisæ sit b: & ducatur linea ab: & secundum quantitatem lineæ ab describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum, quotcumq; laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc, exempli causa, polygonum aedgb pentagonum: cui circumscribatur circulus per 14 p 4: & ducantur lineæ ad centrum circuli, quod sit c, ab angulis polygoni, quæ sint ac, ec, dc, gc, bc: palam itaq; quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per definitionem circuli: anguli ergo ad bases omnes sunt æquales per 5 & 8 p 1: & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatur speculum planum, præterquam in punctis a & b, ut ad puncta e, d, g: uel si fuerit polygonum plurium laterum, ponantur plura: & erigantur omnia orthogonaliter super lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæ lineæ dc & gc: quod fiet per 11 p 1: ita ut speculum fh super lineam gc sit perpendiculariter insistent: ad unum uerò angulum sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrum uisus, ut sunt hic puncta a & b. Quia itaq; angulus cgf est æqualis angulo hgc, quia ambo sunt recti per 18 p 3: sed & angulus cgb est æqualis angulo cgd, ut patet per præmissa & per 8 p 1: angulus ergo bgt æqualis est angulo dgh. Ergo forma puncti b à puncto g speculi fh reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum d: per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20 huius. Et quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se, sunt æquales: palam quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod est centrum uisus. Visus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctum e, uidebit formam b, quæ immediatè nõ reflecteretur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d. Quod est propositum. Quod si centrum uisus sit in puncto c, quod est centrum circuli, cuius peripheriam contingunt omnia specula in angulis polygoniorum constituta: palam quod forma puncti c ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam: quoniam omnes lineæ, quæ sunt ca, cb, cg, cd, ce sunt perpendiculares super speculorum superficies: reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c per 21 huius. Palam ergo est propositum. Et si plurima ordinantur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circumscribendi circulum alteri polygono, qui & pentagono. Per hæc itaq; duo theoremata patet quod rei, quæ nõ uidetur, imago potest in speculo uideri: ut si res taliter disponatur ad primum speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit: hoc autem faciliter accidit cogitanti.

62. *A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ, uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.*

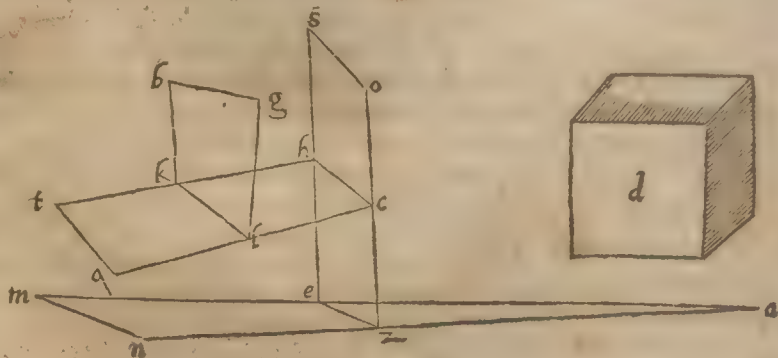
Sit centrum uisus in puncto a: & punctus rei uisæ b: & inter illos punctos, si placet, exempli causa, sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud aliquid, quod sit pg: & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquidistantes per 31 p 1, quæ sint ad & be: & copuletur linea de: sintq; exempli causa, lineæ be & ad perpendiculares super lineam ed: & diuidatur angulus ade per æqualia per 9 p 1 ducta linea dz: & similiter diuidatur angulus bed per æqualia per lineam eh: & super punctum d terminum lineæ dz erigatur perpendiculariter linea kd c per 11 p 1: & similiter super punctum e terminum lineæ eh erigatur perpendiculariter linea le m: & his duabus lineis kd c & le m imaginentur superponi duo plana specula. Forma itaq; puncti b incidet speculo plano, quod est mel, in puncto e, & reflectitur in punctum d per 20 huius: quia anguli bem & del sunt æquales: anguli enim hel & hem sunt æquales, quia recti: sed & anguli hed & heb sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo kd c ab eius puncto d reflectitur ad punctum a, quod est centrum uisus per 20 huius: quoniam, ut supra patuit, anguli edz & zda sunt æquales. Videbitur ergo forma puncti b per uisum existentem in puncto a, cum tamen res, in qua est punctum b, non sit uisibilis per se ipsam. Linea quoq; reflexionis ad uisum, quæ est da, est semper una, quæuis lineæ incidentis.



incidentiarū secundum numerum talium speculorum numerentur. Et si à puncto rei uisę, quod est b, ducatur per ii p ii linea perpendicularis super superficiem speculi, quę sit b m, secans lineam e l in puncto m: erit angulus b m e rectus: ergo per 32 p i erit angulus e b m acutus. Cum ergo angulus b e d sit rectus: palam per 14 th. i huius quia lineę b m & d e concurrent: sit concursus ipsarum in puncto n. Quia itaq; linea m e l eadens super lineas e h & b n facit angulum e m b intrinsecū æqualem angulo l e h extrinsecō: patet per 28 p i quoniã lineę b n & e h sunt equidistantes. Ergo angulus d e h extrinsecus est æqualis angulo e n b intrinsecō per 29 p i, & angulus e b n est æqualis angulo b e h: quia sunt coalter ni: sed angulus b e h est æqualis angulo h e d, ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus b e d per æqualia per lineam h e: erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b: ergo per 6 p i lineę n e & b e sunt æquales: est aut per 37 huius punctū n locus imaginis formę puncti b reflexi ad uisum existentem in puncto d à speculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis super lineam c d k per 12 p i: quę sit n k. Patet ergo, ut prius, per 32 p i quod angulus d n k est acutus: sed angulus n d a est rectus: ergo per 14 th. i huius lineę n k & a d productę concurrent: sit punctus concursus s. Quia itaq; linea d k cadens super lineas z d & n s facit angulū z d c extrinsecū æqualem angulo n k d intrinsecō, uterq; enim illorū angulorū est rectus: patet ergo per 28 p i quod lineę n s & z d æquidistant: ergo per 29 p i est angulus z d a extrinsecus æqualis angulo n s d intrinsecō: sed & anguli s n d & n d z sunt æquales, quia coalterni: & anguli n d z & z d a sunt æquales, ut patet ex præmissis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineam z d: angulus ergo d n s est æqualis angulo d s n: ergo per 6 p i duę lineę d s & d n sunt æquales. Quia itaq; linea e n est æqualis lineę e b: erit linea d n æqualis duabus lineis d e & e b: ergo linea d s est æqualis illis eisdē duabus lineis. d e & e b. Et q̄a per 37 huius punctū s est locus imaginis formę puncti n reflexę à puncto speculi k d c, quod est d, ad uisum existentē in puncto a: patet quod linea a s, quę est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duabus lineis incidētię, quę sunt b e & e d, & insuper lineę reflexionis, quę est d a. Et hoc est propositum: quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio, eodem penitus modo erit demonstrandum.

63. Reflexione à pluribus speculis planis ad eundē uisum facta, ab imparibus quidē dextra apparet sinistra, & sinistra dextra: à paribus uerò dextra apparent dextrā, & sinistra sinistra: & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineę reflexionis. Ptolemaeus 3 th. 2 catoptr.

Sit centrū uisus a: & linea rei uisę sit b g: & si placet, sit inter centrū uisus & rem uisam aliqd̄ corpus densum simplicē prohibens uisionē, ut paries uel aliquid simile, quod sit d: fiatq; reflexio ex tribus speculis, quę sunt e z & h c & k l: reflectaturq; forma lineę b g per hæc tria specula ad uisum existentē in puncto a: sitq; ut punctus b lineę b g incidat speculo k l in pūcto k, & speculo h c in puncto h, & speculo e z in puncto e: reflectaturq; ad uisum a secundū lineam e a. Et similiter forma puncti g incidat speculo k l in pūcto l, & speculo h c in pūcto c, & speculo e z in puncto z: & reflectatur ad uisum secundū lineam z a. Et ducantur hæc lineę incidentię & reflexionis, quę erunt b k, k h, h e, e a: & g l, l c, c z, z a: sitq; locus imaginis formę puncti b in primo speculo, qđ est k l, punctū r: & locus imaginis formę puncti g in primo speculo sit pūctū q: & ducatur linea t q: quę per 49 huius erit æqualis lineę b g. In secundo uerò speculo, qđ est h c, linea imaginis sit s o. In tertio uerò speculo, qđ est e z, linea imaginis sit m n. Patet itaque quoniam in quolibet istorum speculorum tāta est distantia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formę, quę reflectitur à speculo, à superficie ipsius speculi per 49 huius: linea ergo k b, quę est distantia puncti

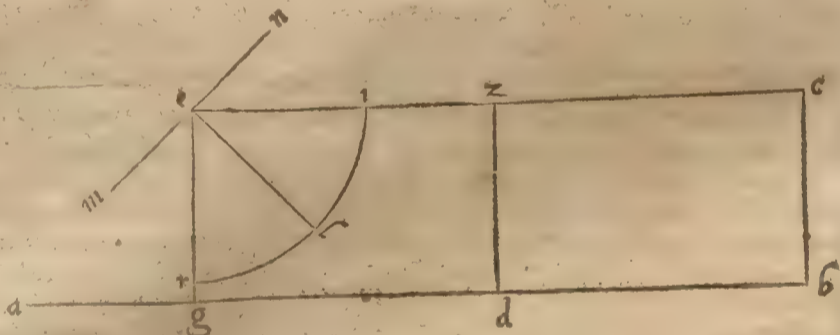


lineę k b, quę est distantia puncti

puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum, est æqualis lineæ kt , quæ est distantia imaginis à speculo sub illo: & linea gl est æqualis lineæ lq ite linea th , quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi. hc , est æqualis lineæ hs , quæ est distantia loci imaginis sub eodẽ speculo: & linea qc est æqualis lineæ co : linea quoque ps , quæ est distantia formæ reflexæ à speculo z est æqualis lineæ em , quæ est distantia formæ ab eodẽ speculo sub illo: & similiter linea oz est æqualis lineæ zn . Et quoniã, ut patet per 37 huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisæ est in puncto concursus catheti suæ incidentiæ cū linea reflexiõis: & in speculis planis imago semper est æqualis rei uisæ p 52 huius: patet quod unius exiens in puncto a , cõprehendet imaginẽ formæ lineæ bg in loco lineæ mn æqualis ipsi rei uisæ: & eius distantia à uisu, quæ est secundũ lineas am & an , est æqualis omnibus lineis incidentiis: quoniã linea am est æqualis lineæ reflexionis, quæ est ea , & lineæ me , quæ est æqualis lineæ es , quæ secundũ præmissa est æqualis lineæ incidentiæ, quæ est eh , & lineæ hs , æquali lineæ th , quæ est æqualis lineæ kh , & lineæ tk , quæ linea tk est æqualis lineæ kb . Et similiter linea an est æqualis lineæ reflexiõis, quæ est az , & omnibus lineis incidentiis, ut iam patuit. Et quoniã, ut patet per 55 huius in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra: palàm quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculũ lk , fit imago formæ rei bg uisæ, quæ est imago tq , trãsmutata modo dicto: sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est hc , mutat dextrum in sinistrũ & sinistrum in dextrum. Redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiũ imaginis ad dispositionem partiũ ipsius rei uisæ. Et quia in speculo tertio, quod est ez , imago secunda, quæ est so , mutat situm partiũ suarum: patet quod imaginis mn situs est alius à dispositione formæ rei, quæ est bg . In speculis itaq; numeri paris sit imago similis rei secundum dextrum & sinistrum, & in speculis imparibus trãsmutatur. Et sic uniuersaliter quocunq; speculis paribus uel imparibus positis, secundum hæc imaginum dispositio uariatur secundum dextrum & sinistrum. Patet ergo propositum.

64. Duo specula plana rectangula & æqualia possibile est sic fieri, ut intruens in uno speculorũ suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem. Ptolemaeus 4 th. 2 catoptr.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia, cuiuscũq; placuerit quantitatis suorũ laterũ, dum tamen latera unius sint æqualia lateribus alterius: & sint latera eiusdẽ speculi inter se proportionalia, ita ut longitudo sit dupla latitudini eiusdẽ speculi: assumaturq; linea, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorũ speculorũ: & sit, exempli causa, quatuor cubitorũ, quæ sit ab : & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per 3 p 1, eaq; sit ag : & diuidatur linea gb in duo æqualia in puncto d : & à puncto d ducatur linea perpendiculariter super lineam ab per 11 p 1: producatq; in continuũ & directum: & abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi, quæ sit linea dz : & à puncto b ducatur linea æqualis & æquidistans lineæ dz , quæ sit bc : & producatq; linea cz orthogonaliter super lineam bc , quæ erit æqualis lineæ bd per 33 p 1: & producatq; linea cz in continuũ & directũ: ducaturq; à puncto g linea ge æquidistans & æqualis lineæ dz : erit ergo linea ge per 30 p 1 æqualis & æquidistans lineæ bc . Et sup punctum e centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placite, quæ sit ri : diuidaturq; arcus ri per 30 p 3 in puncto l : & ducatur linea le : & à puncto e



ducatur una linea perpendicularis super lineam le , quæ sit em : & ite alia, quæ sit en , quæ tamen lineæ a diuicem coniunctæ sunt linea una per 14 p 1: & sit linea me æqualis lineæ ne : & tota linea mn sit æqualis longitudini speculi. Si ergo duorum speculorũ planorum rectangulorũ & æqualiũ angulorũ coniunctio fiat super lineam mn : tunc diuident lineæ me & ne superficies illorũ coniunctorũ speculorum per æqualia: patetq; quod illa specula non erunt in una plana superficie disposita: perpendicularares ergo à centro uisus super illa specula ductæ, quæ sunt catheti incidentiæ formæ ipsius uidentis, sunt diuersæ. Posito ergo centro uisus in puncto d , & motis speculis super lineam le fixam: uidebit homo seipsum super unũ duorum speculorum uenientem & in altero recedentem: est enim longitudo amborum illorũ speculorũ, quæ est linea mn , quasi dupla latitudinis unius ipsorũ: & sic punctum est quasi mediũ superficiẽ amborũ illorum speculorũ: unde circa ipsum æqualior sit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter se existentes uariant, cum reuoluentur: multa deformitas efficitur imaginũ unius etiam rei: anguli tamen taliter sint dispositi, ut ab uno speculo in aliud fieri possit reflexio: nec æstimamus hæc demonstratione alia q̄ in his, quæ præmissæ sunt in simplicibus planis speculis, indigere: & hæc præcticæ artificũ ducimus cõmittenda: quia & hæc, quæ præmissimus, plus habilitatem operis mechanici respiciunt, q̄ firmitudinẽ demonstrationis: fuit enim istud diligens inuentio antiquorũ, cui potest addere & detinere ille, qui diligenter perspexerit ea, quæ demonstrationis necessitate cõscripsimus in hoc libro.

65. *Ab uno speculo plano soli appposito ignem est impossibile accēdi: à pluribus uerò possibile.*

Hoc enim euidens est: quia ignis non accenditur nisi per aggregationem plurium radiorum: lineæ uerò reflexionis à speculorum planorum diuersis punctis productæ non concurrunt, ut per 47 huius demonstratum est: in nullo ergo puncto conueniunt illi radij reflexi ad generationem ignis possibilis in materia combustibili quacunq;. Patet ergo primum propositum. Iam autē dixit Anthemius nescio qua ductus experientia, quod solum uiginti quatuor reflexi radij concurrentes in uno puncto materię inflammabilis, ignem in illa accendant: & coniunxit septem specula plana hexagona colligatione stabili fixa, scilicet sex extrema circa unum, quod statuit in medio illorum, & uniebantur illa specula in quibuslibet angulis hexagoni: ideo quia figuræ hexagonæ replent locū superficialē: ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos. Et dixit Anthemius quod ad quamcunq; distantiam sic ignis potuit accendi: quæ si ad complendā unam planam superficiem coniunxerat, non poterat, ut ex præmissis patere potest, intentionem suam aliter consequi, quàm sicut ex uno speculo plano: quoniam, ut prædictum est, tres superficies hexagonæ replent punctum unum: quia angulus quilibet hexagoni ualeat duas tertias duorum rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos: concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt: nihil est ergo quod punctum sui concursus distinguat à natura planæ superficiē & unius. Quod si ijdem hexagoni taliter adinuicem inclinentur, ut ab una sphaera fiant circumscriptibiles: tunc ad centrum illius sphaeræ fiet reflexio, omnium radiorum perpendiculariter ab uno puncto illis superficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis: unde tale speculum melius posset ex trigonis quàm hexagonis componi: quoniam numero superficieum numerabuntur radij, & uirtus augebitur caloris: hæc tamen, quia facilia sunt, non duximus prosequenda ipsa, relinquentes artificis industrię animæ.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SEXTVS.



IATIUS, quoad potuimus, speculorū planorū passionibus percursis: superest nūc ut ad aliorum speculorum passiones proprias diuertamus. Et quia specula conuexa sunt simpliciora concavis: quoniam quædam passionū speculorum conuexorum descendunt in concava, ut in illa, quorum passiones proprie diuersimodè uariantur: cōuenit ut primò tractatum speculorum conuexorum alijs præmittamus. Sed quia inter specula conuexa (quorum quædam sunt spherica, quædam columnaria, quæ tã pyramidalia) ipsa specula spherica sunt alijs simpliciora: passiones enim & causæ reflexionum speculorū sphericorum conuexorum descendunt in specula columnaria & pyramidalia cōuexa, cum in illis ab aliquibus punctis suorū circularum accidit fieri reflexionem, sicut & passiones speculorū planorum descendunt in eadem specula columnaria & pyramidalia, quādo ab aliquo puncto alicuius linearum longitudo illorum speculorum ad uisum fit reflexio: post tractatum ergo planorum speculorū de speculis sphericis conuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs, & concavis speculis prosequi dignum uisum est. Quæ ita; ad speculorū sphericorum proprias passiones prosequendas præmittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Maius speculum sphericū conuexū uel concavū dicimus, cuius sphaeræ diameter est maior: & minus, cuius minor. 2. Diametrum speculi sphericī dicimus diametrum sphaeræ, cuius portio est speculū. 3. Centrū speculi dicimus centrum sphaeræ, cuius portio est speculū. 4. Diametrum uisualē dicimus lineam à centro uisus per centrū speculi sphericī transeuntē: & eadē dicitur cathetus reflexionis. 5. Lineā rectā æquidistare speculo sphericō conuexo dicimus, quæ secundū eius punctū mediū æquidistat lineæ aliquem arcū circuli magni illius speculi secundū mediū eius punctū contingentī. 6. Finis contingentiæ dicitur punctus ubi altera cathetorū secat lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. 7. Metam locorum imaginū dicimus punctū uel lineam, ultra quam imagines non uidentur.

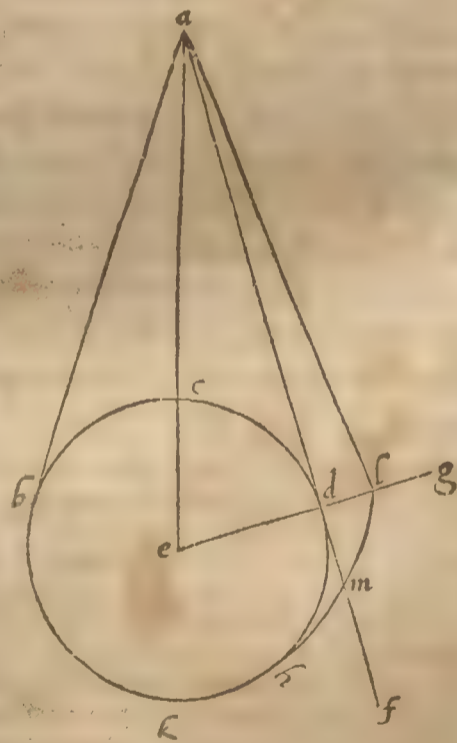
VITELLONIS OPTICAE
THEOREMATA

1. *Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni sphaera esse: ex quo patet quod omnis superficies reflexionis diuidit sphaeram speculi per aequalia.*

Quoniam enim, ut patet in principio 5 huius, 7 definitione, superficies reflexionis dicitur superficies continens lineam incidentiae & lineam reflexionis & perpendicularem à puncto contingentiae productam super superficiem sphaericum speculum in puncto incidentiae contingentem, quae omnes lineae rectae sunt: patet quod superficies reflexionis est superficies plana. Omne autem speculum sphaericum conuexum, aut sphaera est, aut pars sphaerae, ut patet per 8 th. 5 huius: ergo per 69 th. 1 huius si superficies reflexionis secet speculum, ipsorum communis sectio necessario erit circulus uel pars circuli. Et quoniam perpendiculares super superficies sphaeras contingentes, necessario transeunt per centrum sphaerae, ut ostendi potest per 72 th. 1 huius, & per definitionem lineae perpendicularis super superficiem sphaerae positam in principio huius: patet quod, omnis superficies reflexionis transit centrum speculi: est ergo illa communis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphaerae illius speculi per definitionem circuli magni. Et hoc est propositum. Patet etiam corollarium: quia cum omnis superficies reflexionis transeat per centrum speculi: patet manifestè quoniam ipsa diuidit sphaeram speculi per aequalia. Et hoc proponebatur.

2. *A centro uisus ad superficiem speculi sphaerici conuexi ducta contingens, circa fixam uisualem diametrum aequaliter mota portionem superficiei speculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum. Alhaz. en 25 n 4.*

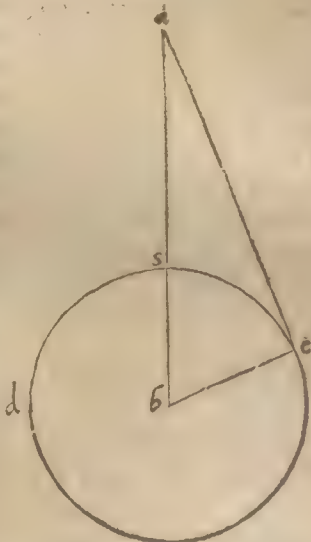
Sit centrum uisus punctus a: & communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi sit circulus b c d k: cuius centrum sit e: & à puncto a ducatur per 17 p 3 linea contingens circulum in puncto d, quae sit a d: ducatur & diameter uisualis, quae sit a e, secans peripheriam circuli b c d in puncto c. Dico, quod si diametro a e manente fixa, linea contingens, quae est a d, imaginetur aequaliter moueri super peripheriam speculi, seruans semper aequalitatem anguli e a d, quousque redeat ad locum, unde exiit: quod ipsa motu suo secundum punctum d describet circulum determinantem portionem speculi sphaerici conuexi, à qua fit reflexio omnium formarum ad uisum existentem in puncto a, ab illa parte alia superficiei speculi, à qua non fit reflexio. Producatur enim linea a d ultra punctum contingentiae d ad punctum f: & ducatur linea e d: quae producat extra speculum ultra punctum d usque ad punctum g. Erunt ergo per 18 p 3 anguli omnes ad punctum d recti: omnes ergo puncti in linea d f constituti uidebuntur directe: ideo quia linea a f manens una non reflectitur à puncto d. Quia tamen eadem linea contingit speculum, incipiunt puncta lineae d f aliquid participare naturae reflexionis: unde uidebuntur à puncto d reflecti secundum lineam d a ad uisum a per 20 th. 5 huius: quoniam angulus incidentiae, qui est f d g, est aequalis angulo reflexionis, qui est g d a. Dico etiā quod à nullo puncto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod à puncto h arcus d k b fiat reflexio formae alicuius puncti ad uisum existentem in puncto a: & ducatur linea reflexionis ad uisum a, quae sit h a: haec ergo non potest transire solidum corpus speculi, scilicet arcum circuli b c d secando: transibit ergo extra circulum. Quia itaque angulus contingentiae, qui est h d f est indiuisibilis per 16 p 3, patet quod illa linea reflexionis, quae est h a, non transibit punctum d: secabit ergo lineam d g: sit, ut secet ipsam in puncto l. Et quia linea reflexionis, quae est h a, non secat angulum h d f: palam, cum non secet arcum h d, quod secat lineam d f: sit, ut secet ipsam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m perueniat ad punctum a: patet quod duae rectae, quae sunt m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile. Vel deducatur sic: trigoni d l m angulus m d l est rectus: ergo angulus d l m per 32 p 1 est acutus: ergo per 13 p 1 angulus a l d est obtusus: sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus: ergo per 14 th. 1 huius, cum linea e g cadat super ambas lineas a d & h a, & faciat angulos praedicto modo dispositos: patet quod lineae h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores. Non ergo reflectetur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod est oppositum dati. Patet ergo propositum: quoniam quocumque puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.



3. Oppo-

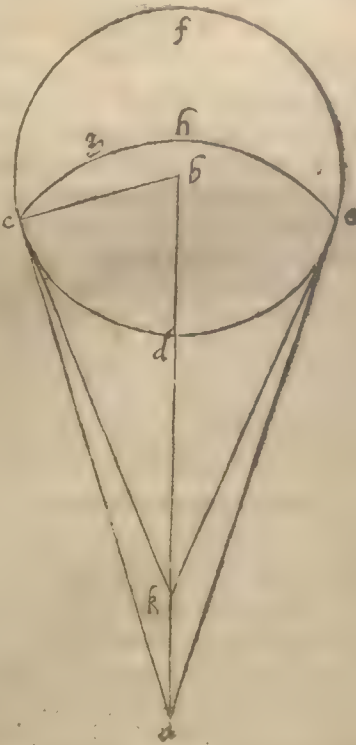
3. *Opposito uisui speculo sphaerico conuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua: erit communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphaeram speculi per equalia secante. Alhazen 24 n 4.*

Opponatur uisui speculum sphaericum taliter ut uisus non sit in superficie illius speculi aut in superficie ei continua: dico quod pars speculi a uisu comprehensa erit pars sphaerae circulo inclusa, quem efficit motu suo radius contingens superficiem sphaerae. Quia enim, ut patet per 16 th. 2 huius, longior radius ad sphaerae superficiem pertingens, quasi linea speculum contingens est: si ille radius imaginetur per gyrum moueri attingendo sphaeram, donec redeat ad punctum primum, a quo sumptus motus principium: palam per praemissam quia punctus contingentiae in sphaerae superficie circulum describet. Hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphaerae. Quoniam si intelligantur superficies secantes se super diametrum sphaerae transeuntes polos praedicti circuli & sphaeram per equalia secantes: patet quod omnes illi circuli contingentes lineas habent illas, quae sunt lineae longitudinis pyramidis uisionis: ergo per 58 th. 1 huius quilibet arcuum interiacentium ipsi superficiei sphaerae, & his superficiebus planis secantibus sphaeram, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia, sic per 69 th. 1 huius circulus, qui est communis sectio superficiei sphaerae & superficiei planae transeuntis per uisum a extra sphaeram existentem, & per centrum sphaerae, quod sit b, circulus c s d: cuius centrum sit b: sitq; polus circuli intellecti, secundum quem basis pyramidis uisionis secat superficiem speculi punctus s: producatuq; b s semidiameter ad uisum a: & sit linea b s a: & a puncto a centro uisus ducatur linea contingens circulum, quae sit a c: & a puncto contingentiae, qui est c, ducatur ad centrum b linea c b. Dico quod arcus c s est minor quam quarta circuli magni. Angulus enim b c a est rectus per 18 p 3: angulus ergo c b a est acutus: quia non possunt esse duo recti in eodem trigono a b c per 32 p 1: hunc autem angulum in centro existentem respicit arcus c s: palam ergo per 33 p 6 quonia ipse minor est quam quarta circuli. Et quia idem accidit in omnibus punctis imaginatorum circularum, manifestum quonia quilibet arcuum illorum circularum est minor quam quarta circuli magni. Ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphaerae propositae. Et hoc est quod proponebatur. Tenet autem haec demonstratio in uno uisu tantum, uel in ambobus uisibus, dum modo diameter speculi sphaerici sit maior quam distantia oculorum: quonia istis existentibus equalibus circulus maior sphaerae erit circulus propositae sectionis, & medietas sphaerae uidebitur. Si uero distantia oculorum sit maior diametro speculi, plus medietate sphaerae uidebitur: & erit communis sectio circulus minor, ut haec sunt demonstrata in 4 huius.



4. *In speculis sphaericis conuexis secundum accessum uisuum ad specula, circularum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.*

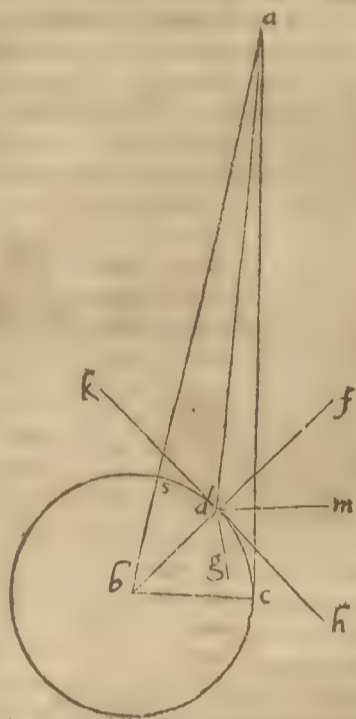
Esto enim speculum sphaericum conuexum, cuius centrum b: & sit centrum uisus a: sitq; circulus terminans uisum in superficie speculi, qui c g h e. Dico quod secundum accessum & recessum uisuum a speculis, illorum circularum quantitas mutatur: diminiuitur enim secundum accessum, & augetur secundum recessum. Sit enim communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e f: cuius arcus c d e sit erectus super circulum c g h e, uisam partem speculi continentem: sitq; ipsius arcus c d e medius punctus d: & ducatur lineae a c, a d b, c b, a e: eritq; per 18 p 3 angulus a c b rectus: accedat ergo uisus secundum lineam a b ad punctum k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius: ducatur linea k c. Et quoniam per 16 th. 2 huius longior radius a uisu ad sphaeram pertingens quasi linea contingens est: patet per 18 p 3 quoniam angulus k c b est rectus: sed & angulus a c b fuit rectus: est ergo rectus minor recto: quod est impossibile. Existente ergo uisu in puncto k, non terminabitur uisio ad circulum c g h e, sed ad aliquem circulum ipso circulo c g h e minorem. Quia enim inter duas lineas contingentes circulum, quae sunt a c & a e, ab uno puncto a ductas, a puncto k ducuntur aliae duae lineae eundem circulum contingentes: palam ergo per 60 th. 1 huius quod puncta contingentiae interiorum cadent intra puncta contingentiae exteriorum. Minorem ergo arcum circuli comprehendent lineae propinquiores quam remotiores. Patet ergo propositum.



5. *Ad qua*

5. *A quolibet puncto superficiei speculi sphaerici conuexi opposita uisui potest fieri reflexio ad uisum. Alhazen 25 n 4.*

Esto dispositio eadem, quæ in 3 huius: dico quod à quolibet puncto portionis oppositæ uisui, ut à quolibet puncto arcus cs , & omnium sibi similium arcuum potest fieri reflexio ad uisum. Signetur enim aliquis punctus arcus cs , qui sit d : & ducatur semidiameter db . Palàm per 72 th. 1 huius quoniam linea db est perpendicularis super superficiem planam contingentem speculum in puncto d . Cum itaq; forma puncti rei uisæ puncto d inciderit, palàm per 27 th. 5 huius quia linea reflexionis erit in eadem superficie cum semidiametro db & cum catheto ab orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eò quod transeat per centrum eius b . Et ducatur à puncto d linea contingens circulum cds per 17 p 3, quæ sit linea hd : erit ergo per 18 p 3 angulus bdk rektus: erit ergo trigoni dba angulus adb obtusus. Si ergo producaturs linea bd extra sphaeram ad punctum f : erit per 13 p 1 angulus $fd a$ acutus: ideo quod angulus bda sit obtusus, ut patet ex præmissis per 13 p 1: & etiã ex hoc, quia cum linea $a d$ cadat intra lineam ac speculum contingentem: palàm per 57 th. 1 huius quia linea $a d$ producta secabit sphaeram speculi: & superficies contingens sphaeram in puncto d , in qua sint lineæ hk , $d g$, decliuior erit quàm linea $a d$, secabitq; lineam ab . Et quia semidiameter bd est perpendicularis super superficiem $hkd g$ speculum in puncto d contingentem, erunt anguli fdk & fdh rekti: ergo etiam erit angulus bdk rektus: angulus quoq; bda maior rektis, & angulus $fd a$ minor rektis. Resecato ergo ab angulo rektis, qui est fdh , angulum acutum æquale angulo $fd a$ per 27 th. 1 huius, qui sit mdf : eruntq; lineæ continentis hos angulos in eadem superficie. Punctus ergo rei uisæ existens in linea md , & superficiem speculi incidens ad punctum d , reflectetur ad uisum per lineam da per 11 uel 20 th. 5 huius: continent enim lineæ md & $a d$ angulos æquales cum perpendiculari bf : & lineæ illæ incidentiæ & reflexionis, ut ostensum fuit per 25 th. 5 huius, erunt in eadem superficie, quæ erit superficies reflexionis erecta super superficiem sphaeram speculi in puncto d contingentem. Et eodem modo demonstrabitur de quolibet puncto arcus cs , & cuiuslibet arcus sui similis: hoc est de tota portione speculi uisui opposita: quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demonstrari. Patet ergo quoniam à quolibet puncto superficiei speculi sphaerici conuexi oppositæ uisui potest fieri reflexio ad uisum, sicut proponebatur.



6. *In omni superficie reflexionis à speculis sphaericis conuexis, centrum uisus: & centrum speculi: punctum reflexionis: & punctum reflexum consistere est necesse: ex quo patet lineam à centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficiebus sectionum secundum diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse. Alhazen 23.25 n 4.*

Hoc patet per 25 th. 5 huius. In omni enim superficie reflexionis necessariò sunt linea incidentiæ & linea reflexionis: hæ autem lineæ continent tria puncta: punctum reflexum, & punctum reflexionis, & centrum uisus. Et quia quælibet illarum superficierum est erecta super superficiem speculi, à quo fit reflexio: erunt lineæ in ipsa productæ, quæ sunt erectæ super superficiem speculi, centrum speculi transeuntes per 72 th. 1 huius: manifestum ergo quia quælibet illarum superficierum transit centrum sphaeræ. In qualibet ergo superficierum reflexionis sunt prædominata quatuor puncta: centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum reflexum. Ex his patet, quia cum superficierum planarum se intersectantium communis sectio sit linea recta, ut patet per 3 p 11, istarum superficierum necessariò communis sectio erit linea à centro uisus ad centrum speculi producta: quoniam alijs duobus punctis uariatis secundum numerum superficierum reflexionis, hæc duo puncta scilicet centrum uisus & centrum speculi in talibus superficiebus semper manent. Patet ergo propositum.

7. *Omnis linea reflexionis (præter lineas contingentes) secat circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici conuexi) in duobus tantum punctis: in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentis.*

Sit communis sectio superficiei speculi sphaerici conuexi & superficiei reflexionis circulus abc d : cuius centrum sit punctum g : & sit centrum uisus e : à quo ducantur lineæ contingentes illum circulum, quæ sint ea & ec . Palàm ergo per 2 huius quoniam à toto arcu abc fit reflexio ad uisum, sit ergo ut à puncto b , quod est inter puncta a & c , fiat reflexio ad uisum e : & sit linea reflexionis be . Dico quod linea eb producta ultra punctum b secabit circulum abc in aliquo puncto arcus speculi non apparentis, quod sit d . Ducatur enim diameter uisualis efg diuidens circulum per æqualia in duos semicirculos, qui sunt feh , & $fa h$: ostensum est autem per 57 th. 1 huius quoniam

quoniam ab uno puncto ad datum semicirculum tantum unam lineam contingentem duci est possibile: & coostentum ibi est quod omnis linea ab eodem puncto sub linea contingente ducta, secat semicirculum in puncto uno supra punctum contingentiam & in alio sub ipso. Patet ergo, cum a puncto e ducatur linea e c circulum contingens, & ab eodem puncto e ducatur sub linea contingente linea e b, quoniam linea e b secat semicirculum f c h in uno puncto supra illum punctum contingentiam, qui sit d, & in alio puncto b sub illo puncto c, qui est terminus portiois arcus apparentis uisui. Punctus ergo d cadit in portione e d a non apparente uisui. Quod est propositum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f potest demonstrari. Patet ergo, quod proponebatur.

8. In omni reflexione a speculis sphericis conuexis, linea a centro speculi ad punctum reflexionis ducta, diuidit angulum a lineis incidentie & reflexionis contentum per duo equalia. Alhaz. 13 n 4.

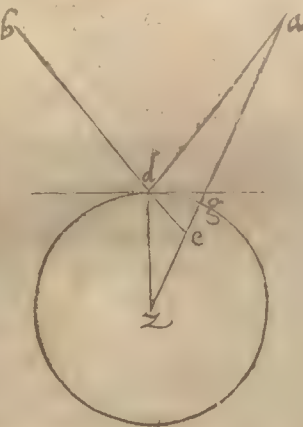
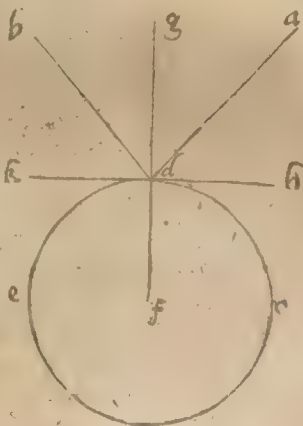
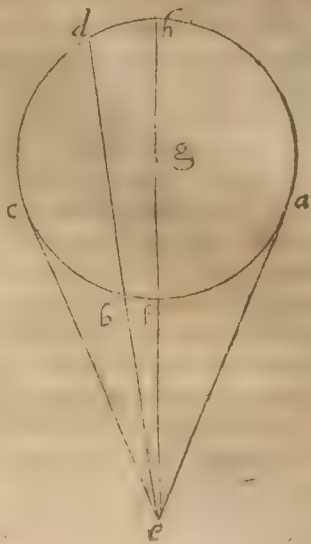
Sit centrum uisus a: & punctus rei uisæ per reflexionem a speculo proposito sit b: sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e: cuius centrum sit f: & reflectatur forma puncti b ad uisum a a puncto speculi d: & ducatur linea d f. Dico quod linea f d, producta extra circulum ad punctum g, diuidit angulum a d b per equalia: ita ut angulus a d g sit equalis angulo g d b. Ducatur enim linea contingens circulum c d e in puncto d per 17 p 3, quæ sit h k: erunt ergo per 18 p 3 anguli f d k & f d h recti: ergo per 13 p 1 anguli g d k & g d h sunt recti & equalia: sed angulus b d k cum sit angulus incidentie, est per 20 th. 5 huius equalis angulo a d h, qui est angulus reflexionis: remanet ergo angulus a d g equalis angulo g d b. Linea ergo f d producta a centro speculi ad punctum reflexionis, quod est d, diuidit angulum a d b per equalia. Patet ergo propositum.

9. In conuexis speculis sphericis omnem lineam reflexionis cum catheto incidentie ab eodem puncto ad centrum speculi productam, concurrere est necesse. Alhazen 8 n 5.

Est communi sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi sphericus circulus g d: cuius centrum sit z: & sit centrum uisus punctum b: punctusq; rei uisæ sit a: reflectaturq; forma puncti a ad centrum uisus b a puncto speculi d: & sit linea reflexionis d b: linea quoq; incidentie sit a d. Ducatur itaq; linea a puncto dato a ad centrum speculi z, quæ sit cathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g: & copuletur linea d z: & producat b d intra speculum, donec concurrat cum linea a z (concurrat autem per 29 th. 1 huius: quonia enim linea b d producta secat angulum a d z, ut patet per præcedentem & per 15 p 1: ergo secabit & basim a z) sit itaq; punctus concursus e: est autem linea a z cathetus incidentie puncti a, ut patet per definitionem catheti, & per 72 th. 1 huius. Patet ergo propositum, quoniam linea reflexionis concurrat cum catheto incidentie. Quod autem hic de concursu lineæ incidentie cum catheto incidentie demonstrauimus, hoc adiunximus propter 37 th. 5 huius: secundum enim utramq; illarum linearum est necessarium fieri uisionem: quoniam secundum lineam reflexionis forma reflectitur ad uisum, & secundum cathetum incidentie respicit res ipsum speculum, a cuius superficie forma rei uisæ reflectitur ad uisum.

10. Centro uisus posito in catheto incidentie super speculum sphericam conuexum incidente: ab uno tantum puncto speculi fiet reflexio: & uidebitur imago in superficie speculi in ipso scilicet puncto reflexionis: nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs forma uisæ ad alium locum imaginis pertrahatur. Alhazen 19 n 5.

Ostentum est per 22 th. 5 huius quod omnis perpendicularis reflectitur in seipsam: nunc autem ostendemus, quod hic proponitur. Sit ergo g centrum uisus: & d centrum speculi propositi: sitq; k e d cathetus incidentie, ducta a centro uisus ad speculum, secans superficiem oculi in puncto k, & incidens superficiei speculi in puncto z. Dico quod solius puncti k forma reflectitur ad uisum: quoniam de alijs punctis lineæ d g quibuscunq; datis, quantum ad ipsorum reflexionem, eodem modo demonstrandum, ut in 32 th. 5 huius. Sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectitur ab alio puncto speculi. Dato enim quod ab alio puncto fiat reflexio: sit illud aliud punctum a: & ducatur linea g a, quæ sit linea reflexionis: ducatur quoque linea incidentie ad punctum a ab aliquo puncto



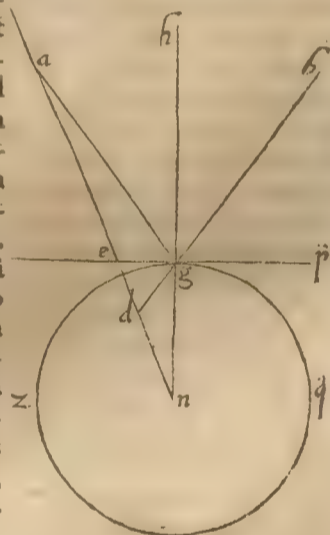
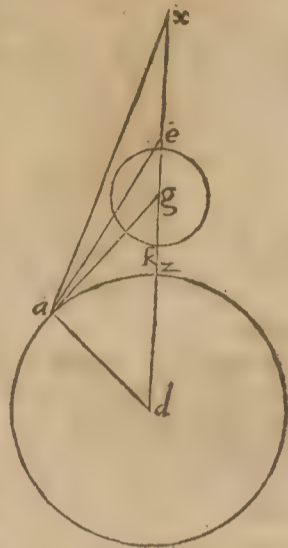
lineæ

linea $g d$, cuius forma à puncto a reflectitur, qui sit x : hæc ergo linea $x a$ cõtinebit angulum cum linea $g a$, qui sit $x a g$: & ducatur diameter $d a$: hæc ergo extra circulum producta necessario diuidet angulum $x a g$ per æqualia per 8 huius: eò quòd ueniens à cõturo speculi & ad istum punctum reflexionis est perpendicularis super ipsum: concurret ergo diameter $d a$ cum perpendiculari $g d$ inter punctum x reflexum & punctum g cõturo uisus. Sic ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt $x d$ & $d a$, in duobus punctis concurret, & superficiem continebunt: quod est impossibile. Patet ergo propositum: quoniam ab uno tantum puncto speculi reflexionem fieri est necesse: ergo & una tantum uidebitur imago. Et quia locum ipsius nulla linearum interfectio determinat, ut patet per 37 th. 5 huius, palam quòd illa imago uidetur in proprio loco suo: hoc autem est in superficie ipsius speculi in puncto scilicet reflexionis: nisi forte propter cõtinuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis pertrahatur. Patet ergo propositum.

11. *Locum imaginis uisæ in speculis sphericis conuexis in cõtursa linea reflexionis cum catheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quòd in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum producta: patet etiã quòd in his speculis possibile est locum imaginis inueniri. Euclides 17 th. catoptr. Alhazen 3. 10 n. 5.*

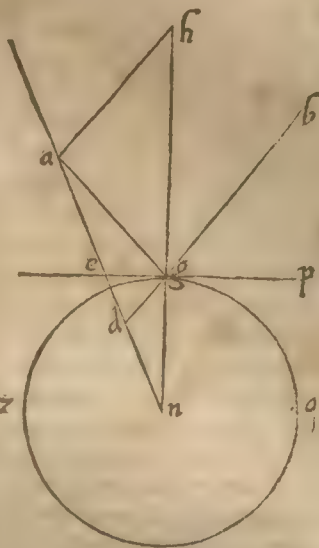
Quòd linea reflexionis concurret cum catheto incidentiæ, patet per 9 huius: potest & idem demonstrari aliter. Sit enim punctus rei uisæ a : cõturo oculi b : punctus reflexionis g : cõturo speculi n . Palam itaq; per 25 th. 5 huius quòd $a g$ linea incidentiæ, $g b$ linea reflexionis sunt in eadem superficie erecta super superficiem speculum in puncto g contingentem. Linea itaq; communis superficiæ reflexionis & superficiæ speculi sit circulus $z g q$: & linea cõtunis superficiæ contingentem speculum in puncto g & superficiæ reflexionis sit linea $e g p$: ducaturq; linea $h g$ perpendicularis super lineam $e g p$ per 11 p. 1. Et patet per 19 p. 3 quòd linea $h g$ producta pertinet ad cõturo circuli $z g q$: qui cum sit circulus magnus, ut patet per 1 huius: palam quòd cõturo eius est cõturo ipsius speculi. Transit ergo linea $h g$ producta ultra punctum g per cõturo speculi, quod est n : aliter enim linea à cõturo speculi ad punctum g ducta erit etiam perpendicularis super lineam $p g e$, & linea $h g$ producta est perpendicularis super eandem: ab eodem ergo puncto ad eundem punctum lineæ rectæ continget ducere duas perpendiculares super unam lineam: quod est impossibile. Pertinet ergo linea $h g$ ad punctum n . Ducatur ergo linea $a n$ à puncto uisæ ad cõturo speculi: eritq; linea $a n$ per 72 th. 1 huius perpendicularis super superficiem speculi: ergo & super superficiem contingentem speculum in puncto illo, per quem transit. Et quia inter duas lineas $h g$ & $p g$ angulum rectum cõtinentes cadit linea $b g$: palam quia ipsa non contingit circulum $z g q$: ipsa ergo producta secat circulum: concurret ergo cõturo linea $a n$ sit, ut concurret in puncto d . Cum itaq; ut patet per 6 huius, punctum a , cuius forma à puncto speculi g reflectitur, & cõturo speculi, quod est n , necessario sint in eadem superficie: erit ergo per 1 p. 11 linea $a n$ in eadem superficie cum linea $b g$. Palam ergo per 37 th. 5 huius quia punctus d erit locus imaginis: quoniam ipse est punctus cõtunis lineæ reflexionis, in qua necessario est forma, & lineæ $a n$, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti a , secundum quam, ut secundum lineam breuiorem, necessario uidetur forma. Patet ergo principaliter propositum per 37 th. 5 huius. Et per hoc patet corollarium, quòd in omni reflexione à speculis sphericis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum producta: quoniam catheti incidentiæ punctorum mediorum cadunt semper inter cathetos incidentiæ punctorum extremorum: nec enim catheti incidentiæ ab aliquo illorum punctorum extremorum productæ ad cõturo speculi, secare possunt aliquam cathetum incidentiæ punctorum mediorum. Patet etiam quòd in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri: producta enim linea recta à puncto quocunq; uisæ per reflexionem ad cõturo speculi, & producta linea reflexionis ad cõturo cum illa: erit punctus cõtunis sectionis illarum linearum semper locus imaginis. Et hoc proponebatur.

12. *Cathetum incidentiæ lineæ reflexionis à circulo (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi spherici conuexi) secante, & à puncto reflexionis ducta recta illum circulum contingente, quæ secet cathetum: erit totius catheti proportio ad inferiorem partem sui resectam uersus*



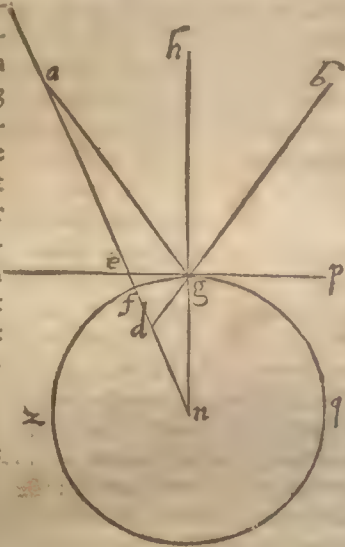
uersus centrum, sicut partis extrinsecus resēctæ per contingentem ad eam partem, qua utraq; interiacet sectiones. *Alhazen 18 n 5.*

Maneat dispositio figuræ præcedentis: dico quòd proportio totius lineæ a n ad lineam n d est, sicut proportio lineæ a e ad e d. Quia enim angulus b g h æqualis est angulo h g a per 8 huius: angulus uerò b g h æqualis est angulo d g n per 15 p 1, quia sunt anguli cõtra se positi: patet quòd angulus h g a æqualis est angulo d g n. Et quia anguli n g e & h g e sunt recti per 18 p 3: ideo quòd lineæ e g est perpendicularis super lineam h g n: patet quòd æqualibus angulis ab his hinc inde demptis, erunt anguli a g e & d g e æquales. Et quia in trigono a g d lineæ g e angulum a g d per æqualia secat: palàm ex 3 p 6 quia proportio lineæ a e ad lineam e d est, sicut lineæ a g ad lineam d g. Protrahatur itaq; à puncto a lineæ æquidistans lineæ d g per 31 p 1 concurrens cum lineæ h n in puncto h: quæ sit h a (cõcurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius) erit ergo per 29 p 1 angulus n g d æqualis angulo g h a: sed ex præmissis patet quòd angulus n g d æqualis est angulo a g h: est ergo angulus a g h æqualis angulo a h g: ergo per 6 p 1 erit latus a g æquale lateri a h: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ a g ad g d, sicut lineæ a h ad g d: sed proportio lineæ a h ad g d est sicut proportio lineæ a n ad d n per 29 p 1 & per 4 p 6: quia ergo quæ, est proportio lineæ a h ad g d, eadem est lineæ a n ad d n: proportio uerò lineæ a h uel a g ad d g, ut patet ex præmissis, est, sicut proportio lineæ a e ad e d: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ a n ad n d, sicut lineæ a e ad e d. Quod est propositum: quoniam lineæ e d utraq; interiacet sectiones.



13. In omni speculo spherico conuexo lineæ rectæ interiacens centrum speculi, & locum imaginis, maior est rectæ interiacente locum imaginis & punctum reflexionis. *Alhazen 17 n 5.*

Sit dispositio quemadmodum in præcedente: dico quòd lineæ n d est maior quàm lineæ d g. Secet enim lineæ p g e lineam a n in puncto e: palàm quòd punctum e dicitur finis contingentie, ut patet ex principijs libri huius 6 definitione. Et quia per præcedentem est proportio lineæ a n ad lineam n d, sicut lineæ a e ad lineam e d: proportio uerò lineæ a e ad e d per 3 p 6, est sicut proportio lineæ a g ad g d: quoniam, ut præostensum est, lineæ e g diuidit angulum a g d per æqualia: est ergo proportio lineæ a n ad n d, sicut lineæ a g ad lineam g d per 11 p 5: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ a n ad a g, sicut lineæ d n ad d g: sed per 19 p 1 lineæ a n est maior quàm a g: ideo quòd angulus a g n est obtusus, cum sit maior angulo n g e recto: ergo lineæ n d est maior quàm lineæ d g. Et quia per 11 huius punctus d est locus imaginis: patet quòd lineæ n d interiacens centrum speculi & locum imaginis est maior lineæ d g interiacente locum imaginis & punctum reflexionis, quod est g. Patet ergo propositum.



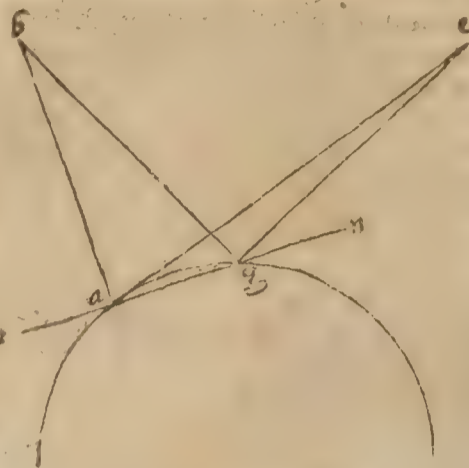
14. Ducta catheti incidentia ad centrum circuli, qui est communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi spherici conuexi: ducta quoq; & lineæ in puncto reflexionis eundem circumulum contingente: pars catheti interiacens finem contingentie & circumferentiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor. *Alhazen 18 n 5.*

Remaneat omnino dispositio, quæ supra. Et quia punctus e est finis contingentie: interfecet lineæ a n circumferentiam circuli in puncto f. Dico quòd lineæ e f est minor semidiametro circuli, quæ est f n. Quoniam enim, ut patet ex præmissis in proximo theoremate, proportio lineæ a g ad g d est, sicut proportio lineæ a e ad e d: & proportio lineæ a n ad d n est, sicut lineæ a d ad d g: igitur per 11 p 5 erit proportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e ad e d: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e: sed lineæ a n est maior quàm lineæ a e, quoniam totum est maius sua parte: ergo lineæ d n est maior quàm lineæ d e: erit ergo lineæ d n multò maior quàm lineæ f e, quæ est pars ipsius d e: multò magis ergo lineæ n f erit maior quàm lineæ f e. Quod est propositum.

15. Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi spherici conuexi non sunt æquidistantes: attamen in centro unius uisus non concurrunt. Ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi spherici conuexi. *Euclides 4 th. catoptr. Ptolemaeus 8 th. 1 catoptr.*

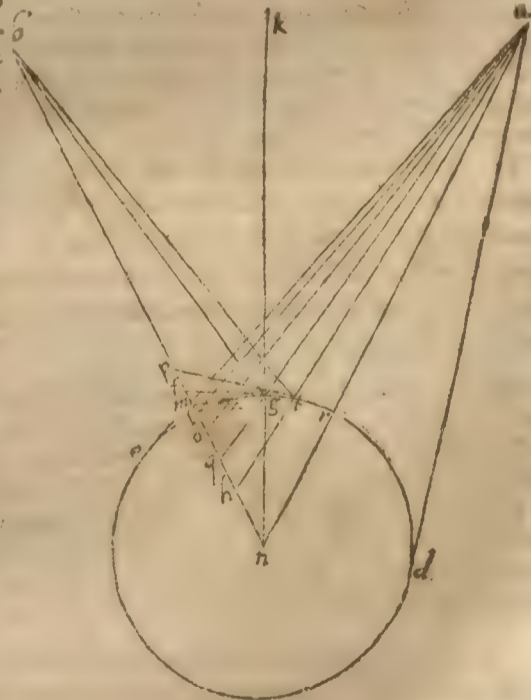
V Esto

Est centrum uisus b : & punctus rei uisæ sit e : sitq; cõmunis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphericæ conuexi circulus $a g$: incidatq; punctus e diuersis punctis speculi in circulo $a g$: quæ sint a & g . Dico quod duæ lineæ reflexionis $b a$ & $b g$ non sunt æquidistantes: at tamen in unius centro uisus non concurrent. Dato enim quod concurrant in puncto b : ducatur intra circulum chorda arcus $a g$: quæ sit recta $a g$: & producat extra circulum usq; ad punctum f ex parte a , & ex parte g usq; ad punctum n . Et quia per 20 th. 5 huius angulus $e g n$ est æqualis angulo $b g a$: sed angulus $e g n$ maior est angulo $e a g$ per 16 p 1: ergo angulus $b g a$ maior est angulo $e a g$: sed angulus $b a f$ maior est angulo $b g a$ per 16 p 1: ergo angulus $b a f$ est maior angulo $e a g$. Non ergo reflectitur forma puncti e ad uisum existentem in puncto b à puncto speculi a per 20 th. 5 huius. Et tamen quia angulus $b a f$ non est æqualis angulo $b g a$, sed minor: ideo quia per 16 p 1 angulus $e g n$ est maior angulo $e a g$: ergo per 20 th. 5 huius, & ex hypothesi erit angulus $b g a$ maior angulo $b a f$. Palàm ergo per 14 th. 1 huius quia duæ lineæ $b a$ & $b g$ non sunt æquidistantes: sed ut patet ex præmissis, ipsæ nunquam concurrent in puncto b , in quo est centrum uisus. Patet ergo propositum. Et per hoc patet quod unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ à diuersis punctis talium speculorum reflexum. Quod proponebatur.



16. *A superficie speculi sphericæ conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum, nisi à solo puncto reflecti: & una sola imago uisui occurrit. Alhazen 29 n 5.*

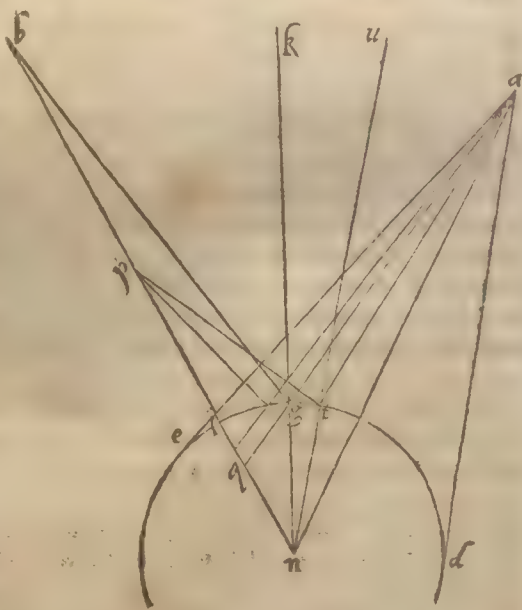
Quoniam enim per 10 huius patet quod forma perpendiculariter huiusmodi speculo incidens, centro uisus in illa perpendiculari existente, ab uno tantum puncto reflectitur ad uisum: non oportet nos nunc propositum nisi de lineis obliquè his speculis sphericis conuexis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctum uisum b : & centrum uisus a : & non sit punctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi, quod sit n . Dico quod forma puncti b reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi: & una sola imago uisui occurrit. Palàm enim per 5 huius quod uisibili, in quo est punctum b , modo conuenienti opposito ipsi speculo, ab aliquo puncto superficiæ speculi potest reflecti forma puncti b ad uisum a . Sit illud punctum reflexionis g : & ducantur lineæ $b g$ & $a g$: & ducatur cathetus incidentiæ, quæ sit $b n$, secans superficiem speculi in puncto l : & sit $a n$ diameter uisualis, secans superficiem speculi in puncto r . Sint quoq; puncta d & e termini portiois superficiæ speculi uisui oppositæ: producatq; linea reflexionis $a g$: quæ producta ultra punctum g secabit per q huius perpendicularem $b n$: secet ergo illam in puncto q , qui punctus q , ut patet per 11 huius, est locus imaginis. Palàm itaque per 6 huius quia puncta a, n, b sunt in eadem superficie orthogonaliter super superficiem speculi. Et quia superficiem erectarum super spheram speculi, in quibus sunt puncta b & n , nulla extrahi potest ad punctum a , quod est centrum uisus, nisi una tantum: quoniam punctus a est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum uel lineam, in qua est, non secantes communes esse non potest: tunc palàm quia puncti a & b sunt tantum in una superficie erecta super spheram speculi, & non in pluribus. Non ergo fiet reflexio puncti b ad uisum a , nisi in circulo spheræ, qui est cõmunis sectio superficiæ speculi & superficiæ $a n b$. Sit ergo hic circulus $d g e$. Dico quod à nullo puncto huius circuli $d g e$, præterquam à solo puncto, quod propositum est esse g , fiet reflexio formæ puncti b ad a centrum uisus. Si enim sit possibile fieri reflexionem ab alio puncto circuli $d g e$, quàm à puncto g : sit ille datus punctus l , in quo cathetus incidentiæ, quæ est $b n$, secat superficiem speculi. Cum itaq; linea $b n$ sit perpendicularis super superficiem speculi, & linea $a l$ nõ sit perpendicularis super illam, quia non transit centrum speculi, quod est n : & forma secundum lineam perpendiculararem ueniens, necessariò secundum perpendiculararem reflectatur quoniam semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: palàm quia non reflectitur forma puncti b ad uisum a à puncto l . Palàm etià quod non reflectetur ab aliquo puncto ar-



Et arcus le : hoc enim est impossibile: quia ad quodcunq; punctū illius arcus ducatur linea à puncto b , tenebit cum linea contingente circum in puncto illo, angulū obtusum ex parte e . Ideo enim quod angulus contentus sub diametro circuli, & linea in illo puncto circum contingente est rectus per 18 p 3, & illa semidiametereducta non peruenit ad punctum b , quoniam ibi peruenit semidiameter nl : erit ergo angulus contentus sub linea ducta à puncto b , & sub illa linea contingente ex parte puncti b , necessariò obtusus: & linea ducta à puncto a tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uersus l : linea enim à centro speculi ad punctum illum cōtingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circum in illo puncto angulum rectum per 18 p 3: à puncto uerò a linea ueniens cum eadem contingente tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l : hæc enim contingens à puncto a duci non potest, quod patet per 57 th. i huius, quoniam linea a e superficiem speculi est contingens ex hypothesi: propter hoc, quia lineæ a e & b d continent arcum circuli d g e uisui apparentem, qui per 2 huius à superficie speculi non apparente uisui per lineas contingentes determinatur. Quare si ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20 th. 5 huius accideret, quod esset angulus acutus æqualis obtuso: quod est impossibile. Non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus le . Sed etiam à nullo puncto arcus gl potest in hac dispositione fieri reflexio. Sit enim, si possibile est, ut fiat à puncto z : & ducatur linea az , secans cathetum incidentiæ, quæ est bn , in puncto o : & ducatur linea contingens circum in puncto z : hæc ergo contingens necessariò cadet inter lineas bg & bl , quoniam punctus z est inter puncta g & l . Sit ergo illa contingens linea zm : & sit gl linea contingens circum in puncto g : secetq; linea zm cathetum incidentiæ in puncto m : & linea gf in puncto f . Palàm ergo per 12 huius quod proportio lineæ bn ad lineam nq est, sicut lineæ bf ad lineam fq : & similiter erit proportio lineæ bn ad no , sicut proportio lineæ bm ad mo : sed quia linea on maior est quàm linea qn , quoniam totum maius est sua parte: erit per 8 p 5 lineæ bn ad nq maior proportio quàm ad lineam no : maior ergo proportio est lineæ bf ad fq quàm lineæ bm ad mo : quod est impossibile, & contra 9 th. i huius, cum linea bf sit minor quàm linea bm , & fq sit maior quàm mo : restat ergo ut à puncto z non fiat reflexio. Sed neq; ab aliquo alio puncto arcus gl : quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z , potest fieri deductio præmissio modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus gd fiet reflexio. Si enim fiat ab aliquo, sit istud t : & ducatur linea bt , & linea at secans cathetum bn in puncto h : & ducatur contingens circum in puncto t , quæ sit tp , secans cathetum bn in puncto p . Erit ergo per 12 huius proportio lineæ bn ad nh , sicut lineæ bp ad ph , & lineæ bn ad nq est sicut lineæ bf ad fq : sed maior est proportio lineæ bn ad nh , quàm lineæ bp ad ph , & lineæ bn ad nq per 8 p 5: maior est ergo proportio lineæ bp ad ph , quàm lineæ bf ad fq : quod est impossibile, & contra 9 th. i huius: maioris enim ad minorem maior est proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9 th. i huius: est enim linea bf maior quàm bp , & ph maior quàm fq . Palàm ergo quod à nullo puncto arcus gd fiet reflexio formæ puncti b ad uisum a . Quodlibet ergo punctū formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi spherici ad uisum reflectitur: una sola ergo erit linea reflexionis cuiuslibet puncti uisæ: sed est etiam unica cathetus incidentiæ per 20 th. i huius: uicinis ergo punctus est, in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11 huius. Vnius ergo puncti eius est unica imago. Et hoc est propositum.

17. In una catheto incidentiæ superficiem speculi spherici conuexi sumptis duobus punctis, quorum forma à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum: erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus. Alhazen 30 n 5.

Remanente dispositione, quæ in præcedente, sint in catheto incidentiæ, quæ est nb , duo puncti signati, qui sint p & b : sitq; punctus p propinquior centro speculi puncto scilicet n , centro circuli d g e, qui est communis sectio superficiem reflexionis & superficiem speculi dati: & sit punctus b remotior ab eodem centro: & sit a cætrum uisus: & sit locus reflexionis puncti b punctus g . Dico quod punctus reflexionis formæ puncti p remotior est à cætro uisus, qui est punctus a , quàm g , qui est punctus reflexionis formæ puncti b . Ducantur enim à puncto a duæ lineæ contingentes circum, & portionem circuli oppositam uisui continentes per 2 huius, quæ sint ae & ad : & sit punctus, in quo cathetus bn secat circum propositum, punctus l . Palàm ergo quod forma puncti p non reflectitur à puncto l ad punctum a : quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10 huius: neq; reflectitur forma puncti p à puncto g : quoniam ab illo reflectitur forma puncti b , ut patet per



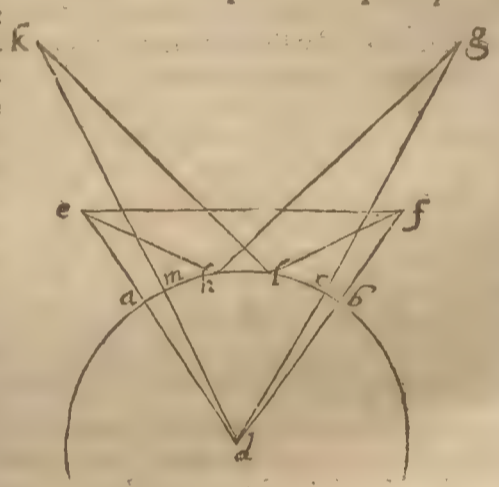
præmissam: sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus gl inter puncta g & l . Si enim datur quod ab aliquo puncto arcus gd fiat reflexio formæ puncti p ad uisum: sit illud punctum t : sitq; pt linea incidentiæ formæ puncti p : ducatur itaq; ad punctum t perpendicularis nt : hæc ergo per 8 huius necessariò diuidit angulum pta per æqualia. Ducatur quoq; ad punctum g perpendicularis ngk : palàm ergo per 21 p quod angulus nta maior est angulo nga : angulus ergo uta (qui per 13 p est residuum duorum rectorum super angulum nta) est minor angulo kga , qui est residuum duorum rectorum super angulum nga : sed angulus kga per 8 huius æqualis est angulo bgk : angulus ergo uta est minor angulo bgk : angulus ergo ptu (qui per 8 huius est æqualis angulo uta) minor est angulo bgk : sed angulus ptu ualet angulum pnt , & angulum tpn per 32 p 1, & angulus bgk ualet angulum gbn , & angulum gnb per eandem 32 p 1: erunt ergo duo anguli tpn & tpn minores duobus angulis gbn & gnb : quod est impossibile: cum angulus pnt contineat angulum gnb , tanquam partem sui, & angulus tpn sit maior angulo gbn per 16 p 1. Palàm ergo quod punctus p non reflectitur nisi ab aliquo puncto arcus gl interiacente puncta g & l . Et quoniam inter puncta g & l punctus g est propinquior puncto a , qui est centrum uisus: patet quod omne punctum arcus gl aliud à puncto g , est remotius à centro uisus a , quàm punctum g , quod est punctum reflexionis formæ puncti b . Punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquois centro speculi, est remotius à centro uisus, quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro speculi. Quod est propositum.

18. *Forma omnium punctorum æqualiter distantium à centro speculi spherici conuexi, secundum æquales angulos sub cathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.*

Sit communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi spherici conuexi circulus abc cuius centrum sit d : patetq; per 1 huius quoniam punctum d est centrum speculi: sintq; duo puncta e & f æqualiter distantia à centro speculi, quod est d : erunt ergo lineæ ed & fd æquales. Dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales: ut si forma puncti e reflectatur ad uisum existentem in puncto g à puncto speculi h : & forma puncti f , quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g à puncto h , reflectatur ad uisum existentem in puncto k à puncto l : & ducantur lineæ gd & kd : dico quod angulus edg est æqualis angulo fdk . Sit enim, ut cathetus incidentiæ, quæ est ed , secet circulum in puncto a : & cathetus fd in puncto b : & diameter uisualis gd secet circulum in puncto c , & diameter kd in puncto m . Quia itaque lineæ ed & fd sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis, quæ sunt h & l , æqualiter distant à uisibus, ad quos reflectuntur, ut quantum distat h punctus reflexionis à puncto c , in quo diameter uisualis gd secat circulum, tantum distat punctus reflexionis, qui est l , à puncto m , in quo diameter uisualis, quæ est kd , secat circulum: quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus distantis à centro speculi sit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior. Ergo in illis, quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantiarum à uisibus, ad quos reflectuntur. Nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis cathetis incidentiæ, uel in una: semper enim punctorum æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis: arcus ergo hc est æqualis arcui lm : & eadem ratione est arcus ah æqualis arcui bl . Quoniam ergo per 33 p 6 peripheria circuli (sicut & per 87 th . 1 huius tota superficies speculi) æqualiter se habet ad centrum: & puncta e & f æqualiter distant ab eodem centro: totus ergo arcus ac est æqualis toti arcui bm : ergo per 27 p 3 angulus edg est æqualis angulo fdk . Quod est propositum.

19. *Impossibile est duo puncta æqualis distantia à centro speculi spherici conuexi; ex eadem parte diametri uisualis existentia, ab arcu (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi) ad eundem uisum reflecti.*

Sit communis sectio superficiæ reflexionis & speculi spherici conuexi circulus abc , cuius centrum sit punctum d : & sint duo puncta æqualiter distantia à centro speculi, quæ sint e & f : sitq; centrum uisus in puncto g , in eadem superficie cum punctis e & f , & ex una parte ipsorum: sitq; punctum e remotius à puncto g quàm punctum f . Dico quod illa duo puncta e & f non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g . Ducantur enim lineæ ed , fd , gd : patet itaq; ex hypothese quod angulus edg est maior angulo fdg , sicut totum sua parte: fiat itaq; super punctum d terminum lineæ fd angulus æqualis angulo edg per 23 p 1, qui sit fdh . Palàm ergo per præcedentem, quoniam



quoniam forma puncti si reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g: nō ergo ad punctum g per 15 huius. Patet ergo propositum. Si enim detur, ut reflectatur ad punctum g, erit per præmissam angulus partialis, qui f d g, æqualis angulo e d g: quod est impossibile.

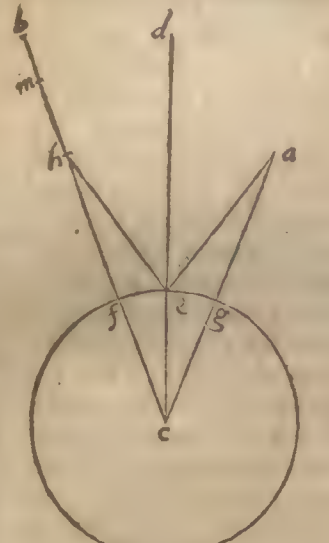
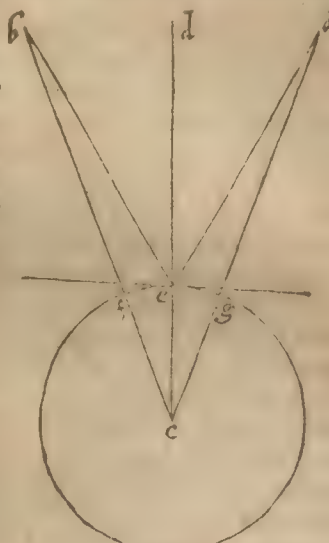
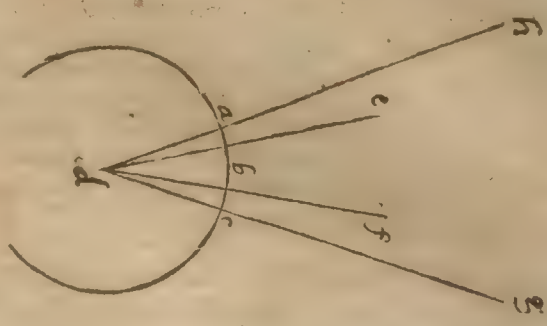
20. Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi spherici conuexi distantibus, punctum reflexionis inuenire.

Alhazen 31 n 5.

Esto b punctus rei uisæ: & sit a cœtrum uisus: sit quoq; dāti speculi conuexi spherici cœtrum c: & sit circulus (qui est cōmunis sectio superficierum reflexionis & speculi) qui e f g: & ducantur catheti b c & a c, secantes circulum in punctis f & g. Quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cum cœtro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea, quæ patuerūt in demonstratio-
 ne 17 huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g interfaciens cathetos incidentiæ & reflexionis necessariō fiet reflexio: secetur itaq; per 9 p 1 angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e. Patet quoq; per 26 p 3 quoniam arcus f e est æqualis arcui e g: eritq; lineæ c d perpendicularis super lineam circuli contingentem in puncto e per 18 p 3. Ducantur ergo ad punctū e duæ lineæ a e & b e: erūtq; duo trianguli a e c & b e c per 4 p 1 & ex hypothesi equianguli & æquilateri: angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b: erit ergo per 8 huius punctus e, qui est medius punctus arcus f g, punctus reflexionis forme puncti b ad uisum a. Et hoc est propositū. Si uerō lineæ b c & a c fuerint inæquales, fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si lineæ b c sit longior quàm a c, cū f e sit æqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdē circuli: refecetur lineæ b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h: sitq; f h æqualis ipsi a g: palam ergo per præmissa quoniā forma puncti h reflectitur ad uisum a à puncto e. Puncta uerō uiciniora centro c, quia per 17 huius sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto, quod est cœtrum uisus, nec possunt cadere in punctum e: palam quia reflectuntur à punctis arcus e f, & secundum elongationem sui à cœtro circuli c, erit punctorum ipsorum reflexionis approximatō ad cœtrum uisus secundum puncta suæ reflexionis. Remotiora uerō puncta, ut illa, quæ sunt supra punctum h, scilicet puncta m & b, erunt secundum puncta suæ reflexionis propinquiora cœtro uisus quàm punctum e: cadent ergo in arcum e g, & secundum approximationem sui ad cœtrum circuli c, erit punctorum reflexionis maior elongatio à cœtro uisus b. Hoc autem licet sic in grosso scientiam afferat: est tamen secundum singulorum punctorum reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.

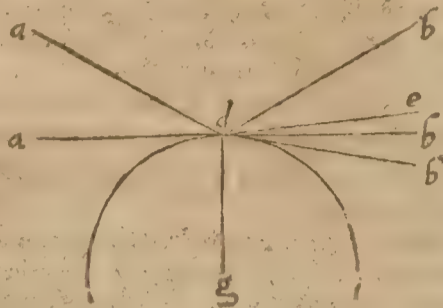
21. Si angulus contentus sub lineâ incidentiâ à puncto rei uisæ obliquè ductâ ad punctum aliquem superficiei speculi spherici conuexi, & lineâ à cœtro speculi ad eundem punctum ductâ nō fuerit maior recto, impossibile est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illum punctum. Alhazen 40 n 5.

Esto a cœtrum uisus: & b punctus rei uisæ: sit quoq; punctum g cœtrum speculi spherici conuexi: sitq; c cœtrum superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius cœtrum erit punctū g per 1 huius: sit quoq; d punctus aliquis reflexionis: & ducantur lineæ g d, b d & a d, quæ necessariō erūt in superficie reflexionis per 6 huius, uel per 27 th. 5 huius: Dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto: quia si non sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto: aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus: ergo per 16 p 3 lineæ b d contingit circulum in puncto d: sed per 20 th. 5 huius angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ergo & angulus a d g erit rectus & contingens circulum in puncto d: ergo per 14 p 1 duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d sunt lineæ uisæ. Non ergo fit reflexio secundum naturam reflexionis forme puncti b à puncto speculi d ad uisum existentem in puncto a, sed sit simpliciter uisio secundum lineam a d b, quod est contra hypothesim: quoniam punctum d est positum esse punctum reflexionis. Si uerō angulus b d g dicatur esse minor recto: tunc à puncto d ducatur lineæ circulum contingens in puncto d per 17 p 3, quæ producat



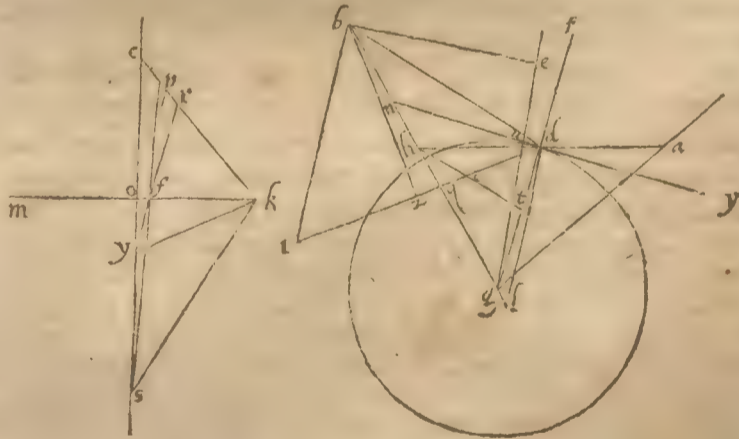
V 3 ad par-

ad partem lineae db, & sit de: erit ergo per 18 p 3 angulus gde rectus. Et quoniam angulus bdg est datus minor recto: est ergo angulus bdg minor angulo edg. Et quoniam lineam bd, quae est linea incidentiae formae puncti b, extra speculum cadere est necesse: erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiae lineae de: quod est impossibile, & contra 16 p 3. Non est ergo possibile angulum bdg esse minorem recto, sed neq; aequalem: necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.



22. Puncto rei uisae dato plus distante à cetro speculi sphaerici conuexi quam centrum oculi: possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formae dati puncti ad datum centrum uisus. Alhazen 39 n 5.

Esto punctum a centrum uisus: & sit b datus punctus rei uisae: sitque g centrum speculi sphaerici conuexi: ducanturque lineae a g & b g: sitque exempli causa, linea b g maior quam linea a g, ideo ut punctus b plus distet à centro speculi g quam centrum uisus a. Et quoniam lineae a g & b g sunt in superficie reflexionis per 25 th. 5 huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum g. Dico quod in hoc circulo possibile est inuenire punctum reflexionis, à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a. Diuidatur enim angulus b g a per aequalia per 9 p 1, ducta linea e g secante peripheriam circuli in puncto u. Sumatur quoque alia linea, quae sit m k: & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars fm se habeat ad fk, sicut linea b g ad lineam g a per 19 th. 1 huius: & diuidatur linea m k per aequalia in puncto o per 10 p 1: & à puncto o educatur perpendicularis indefinita super lineam m k per 11 p 1, quae sit o c: & ducatur à puncto k linea ad lineam c o, tenens cum ipsa linea c o angulum aequalem angulo e g b, quae sit k c: est autem possibile hoc fieri: Cum enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita, ducatur per 12 p 1 à puncto b perpendicularis super lineam g e, quae sit b e: eritque angulus b e g aequalis angulo c o k, quia uterque rectus: super punctum ergo k terminum lineae o k fiat per 23 p 1 angulus o k c aequalis angulo e b g, producta linea k c, quae per 14 th. 1 huius necessariò concurret cum linea o c: quoniam cum angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est aequalis angulo e b d, est acutus: palam per 32 p 1 quoniam angulus o k c est aequalis angulo b g e. Quia ergo trigonum k o c est orthogonum, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137 th. 1 huius à dato puncto f ducatur linea ad basim trigoni c k, quae sit f p: & concurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineae s p ad p k sit, sicut lineae b g ad semidiametrum circuli, cuius centrum est punctum g: quae sit g u. Ex angulo quoque b g a secetur angulus aequalis angulo f p k per 27 th. 1 huius, qui sit b g d: hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est aequalis medietati anguli b g a: est autem angulus p c s maior angulo c s p per 18 p 1: quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quam linea c p, ad quae situm propositum inueniendum: aliàs enim non posset per lineam m k punctus quaerendae reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi: est ergo angulus f p k minor angulo b g a per 32 p 1: & ducantur lineae k s, & b d. Quia ergo proportio lineae s p ad p k est, sicut lineae b g ad semidiametrum g d, & anguli his lineis proportionalibus contenti sunt aequales: erunt per 6 p 6 trianguli s p k & b g d aequianguli: eritque angulus s k p aequalis angulo b d g. Sed forte secundum quod proponitur in 133 th. 1 huius, & declaratur in 137 th. 1 huius, possibile est à puncto f duci lineam aliam ad lineam c k similem lineae s p: ut si ducatur hoc modo linea y f r, secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r taliter, ut proponitur, scilicet ut sit eius proportio ad r k partem lineae, quam secabit ex linea c k, sicut lineae s p ad p k: & tunc à puncto k ad lineam o s ducatur linea k y alia quam linea s k, aliumque cum linea c k angulum continens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his non fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per praemissam: quoniam & tunc angulus contentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uerò



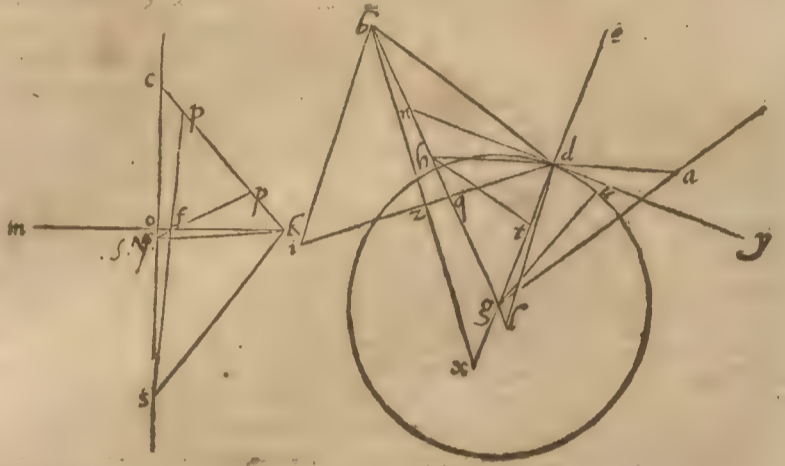
Sic autem fieri requiritur ex tali dispositione, nam locus, c o, uisus est non minus, o k, sed maior, ut dicitur -e 133. p. Senius

uerò

uerò aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, erit possibile fieri reflexionem, & punctum eius inueniri. Sit igitur primò angulus $ck s$ maior recto, eritq; possibile inueniri punctum reflexionis. Palàm enim si angulus $c k s$ est maior recto, quòd eius æqualis $b d g$ est maior recto: ducatur itaq; à puncto d linea contingens circulum per $17 p 3$, quæ sit $n d y$: cuius punctus n cadat in lineam $b g$ per $14 th. 1$ huius. Et cum angulus $p k o$ sit minor recto per $32 p 1$, ideo quia angulus $c o k$ est rectus, ut patet ex præmissis: secetur ergo ex angulo $b d g$ æqualis angulo $p k o$ per $27 th. 1$ huius, qui sit angulus $q d g$, ducta linea $d q$ secante lineam $b g$ in puncto q . Cum igitur angulus $s p k$ sit æqualis angulo $d g q$, & angulus $p k f$ æqualis angulo $q d g$, erit per $32 p 1$ triangulus $f p k$ æquiangulus triangulo $q d g$: erit ergo angulus $p f k$ æqualis angulo $d q g$: ergo per $13 p 1$ erit angulus $d q b$ æqualis angulo $k f s$. Et quia angulus $b d q$ est æqualis angulo $f k s$: ideo quia cum totus angulus $b d g$ sit æqualis toti angulo $c k s$, & angulus $q d g$ sit æqualis angulo $p k f$: restat ut angulus $b d q$ æqualis sit angulo $f k s$: ergo per $32 p 1$ angulorum duorum illorum trigonorum $b d q$ & $f k s$ erit tertius tertio æqualis, scilicet angulus $d b q$ angulo $k s f$: trianguli ergo $b d q$ & $f k s$ sunt per $4 p 6$ similes. Producat autem linea $q d$ extra circulum: & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam: quæ sit $b z$: erit ergo angulus $b q z$ per $13 p 1$ æqualis angulo $s f o$, & angulus $b z q$ rectus æqualis est angulo $s o f$ recto: erit ergo per præmissa triangulus $b q z$ similis triangulo $s f o$. Producat ergo linea $d z$ ultra punctum z usq; ad punctum i , ita quòd linea $z i$ sit æqualis lineæ $z d$ per $3 p 1$: palàm ergo ex similitudine triangulorum quoniam proportio lineæ $z q$ ad $q b$ est, sicut lineæ $o f$ ad $f s$: & proportio lineæ $b q$ ad $q d$ est sicut lineæ $f s$ ad $f k$: erit ergo per $22 p 5$, proportio lineæ $z q$ ad $q d$, sicut $o f$ ad $f k$: ergo per $18 p 5$ erit coniunctim proportio lineæ $z d$ ad $q d$, sicut lineæ $o k$ ad $f k$: ergo per $15 p 5$ erit proportio lineæ $i d$ ad lineam $q d$, sicut $m k$ ad $f k$: est enim linea $i d$ dupla ad lineam $d z$, sicut linea $m k$ dupla ad lineam $o k$: ergo per $17 p 5$ erit diuisim proportio $i q$ ad $q d$, sicut $m f$ ad $f k$: est autem ex præmissis proportio $m f$ ad $f k$, sicut $g b$ ad $g a$: ergo per $11 p 5$ erit proportio $i q$ ad $q d$, sicut $b g$ ad $g a$: quoniam accepta est proportio $m f$ ad $f k$, sicut $b g$ ad $g a$. Ducatur itaque linea $b i$: cui à puncto d ducatur æquidistans $d l$ per $31 p 1$: & producat linea $b g$ donec concurrat cum linea $d l$ in puncto l : concurrent autem illæ lineæ per $2 th. 1$ huius: eritq; per 15 & per $29 p 1$, & $4 p 6$ triangulus $l d q$ similis triangulo $b q i$: & erit proportio $q i$ ad $q d$, sicut $b i$ ad $d l$. Et cum linea $i z$ sit æqualis lineæ $z d$, & linea $b z$ perpendicularis sit super lineam $d i$, ut patet ex præmissis: erit per $4 p 1$ linea $b d$ æqualis $b i$: erit ergo proportio lineæ $b d$ ad $d l$ per $7 p 5$ sicut lineæ $b i$ ad $d l$: est ergo proportio lineæ $b d$ ad $d l$, sicut lineæ $i q$ ad $q d$: ergo per $11 p 5$, sicut lineæ $b g$ ad $g a$. Ducatur autem à puncto d linea, quæ sit $d h$, æqualem tenens angulum cum linea $d l$ angulo $b g a$ per $23 p 1$: qui sit angulus $h d l$: cadatq; punctus h in linea $b g$. Cum ergo lineæ $h l$ & $d l$ concurrant in puncto l : erunt duo anguli $l h d$ & $l d h$ minores duobus rectis per $32 p 1$ uel per $14 th. 1$ huius: ergo duo anguli $a g h$ & $d h g$, qui sunt æquales istis, ut patet ex præmissis, sunt minores duobus rectis: quare linea $h d$ concurret cum linea $g a$ per $14 th. 1$ huius. Di-
 to quòd concurret in puncto a . Palàm enim quòd angulus $g d n$ est rectus per $18 p 3$: sed per $32 p 1$ cum trigoni $o k c$ angulus $c o k$ sit rectus, & duo anguli $o c k$ & $c k o$ sint æquales recto: est angulus $g d n$ æqualis illis duobus angulis $o k c$ & $o c k$, & angulus $o k c$, ut patet ex præmissis, æqualis est angulo $g d q$: restat ergo, ut angulus $q d n$ sit æqualis angulo $o c k$, qui, ut patet ex præmissis, æqualis est angulo $b g c$, scilicet medietati anguli $b g a$: est ergo angulus $q d n$ medietas anguli $b g a$, & ita medietas anguli $h d l$: sed angulus $q d b$ est medietas anguli $b d l$ per $3 p 6$: quoniam est proportio lineæ $b q$ ad $q l$, sicut lineæ $b d$ ad $d l$: cum, sicut supra ostensum est, triangulus $d q l$ similis sit triangulo $b q i$, & linea $b d$ æqualis sit lineæ $b i$, ut patet ex præmissis: restat igitur ut angulus $b d n$ sit medietas anguli $h d b$: & ita angulus $b d n$ erit æqualis angulo $n d h$. Cum enim angulus $b d q$ sit æqualis angulo $q d l$, patet quòd angulus $b d h$ excedit angulum $h d l$ in duplo anguli $q d h$: est ergo angulus $b d n$ æqualis angulo $n d h$. Producat itaq; linea $g d$ ultra punctum d ad punctum f . Et quia anguli $f d n$ & $g d n$ sunt recti: restat ut angulus $b d f$ sit æqualis angulo $h d g$: ducatur ergo per $31 p 1$ linea $h t$ æquidistans lineæ $b d$, cuius punctus t cadat in lineam $d g$. Palàm ergo per $29 p 1$ quòd angulus $b d f$ est æqualis angulo $h t d$: sed & angulus $b d f$ æqualis est angulo $h d g$: ergo per $6 p 1$ linea $h t$ est æqualis lineæ $h d$: sed est proportio lineæ $b d$ ad $h t$ sicut lineæ $b g$ ad $g h$ per $29 p 1$ & per $4 p 6$: cum lineæ $b d$ & $h t$ sunt æquidistantes: est ergo per $7 p 5$ proportio lineæ $b d$ ad $d h$, sicut lineæ $b g$ ad $g h$: sed ex præmissis patet quòd linea $h d$ producta ultra punctum d concurret cum linea $g a$, & fiet per $32 p 1$ triangulus similis triangulo $h d l$, cum habeant angulum $l h d$ communem, & angulus $h d l$ sit ex præmissis æqualis angulo $h g a$: igitur per $4 p 6$ est proportio lineæ $h d$ ad lineam $d l$, sicut lineæ $b g$ ad lineam, quam secat linea $h d$ ex linea $a g$: & proportio lineæ $b d$ ad $d l$ per $13 th. 1$ huius constat ex proportionibus lineæ $b d$ ad $d h$, & lineæ $d h$ ad $d l$: igitur, ut patet ex præmissis, proportio lineæ $b d$ ad lineam $d l$ constat ex proportionibus lineæ $b g$ ad $g h$ & lineæ $g h$ ad lineam, quæ $h d$ secat ex $g a$: sed proportio $b d$ ad $d l$, ut patuit superius, est sicut $b g$ ad h , & lineæ $g h$ ad lineam, quæ $h d$ secat ex $g a$: constat ex proportionibus $b g$ ad $g h$, & ipsius $g h$ ad lineam, quæ secat $h d$ ex $g a$: constat autem proportio lineæ $b g$ ad lineam $g a$ per $13 th. 1$ huius ex proportione lineæ $b g$ ad $g h$, & lineæ $g h$ ad $g a$: igitur $g a$ est linea, quæ secat $h d$ ex linea $a g$: & ita linea $h d$ concurret cum $a g$ in puncto a . Quia itaq; ut patet ex præmissis, angulus $b d f$ est æqualis angulo $h d g$, & angulus $h d g$ æqualis est angulo $f d a$ sibi contraposto per $15 p 1$: patet quòd angulus $b d f$ æqualis est angulo $f d a$. I-
 lud ergo punctum d est punctus reflexionis per 8 huius: quoniam in ipso angulus incidentiæ t.

*bdl hdl
 ndh siue bdl*

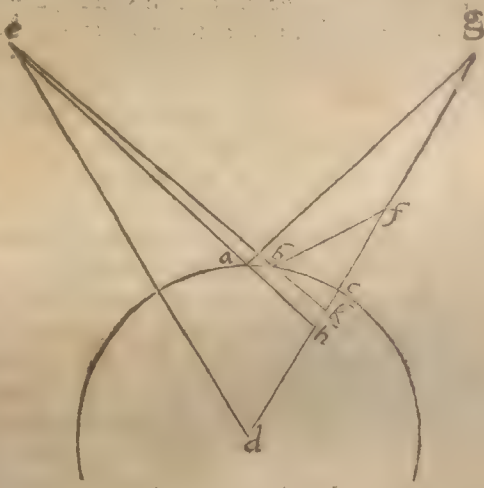
æqualis angulo reflexionis. Quod est propositum, quando angulus cks est maior recto. Quod si
 neuter angulorū, qui sunt cks & cky fuerit maior recto: dico quod non fiet reflexio ab aliquo pun-
 cto speculi ad uisum. Si enim dicatur quod hoc sit possibile: sit ergo punctus reflexionis d , ductis
 lineis $a d, b d, a g, b g, d g$. Et quia fit reflexio à puncto speculi d , patet per præmissam, quod oportet
 angulum $b d g$ esse maiorem recto: non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum dispositionem
 talē figuræ, ut angulorum cks & cky quilibet sit maior recto. Sed & idem aliter demonstnan-
 dum. Producaturs itaq; linea $a d$ intra circulum usq; ad h punctum lineæ $g b$: & producaturs linea $d l$
 intra circulum taliter, ut fiat angulus $l d h$ æqualis angulo $a g b$ per 23 p 1: protracta quoq; lineæ $b g$,
 quousq; cōcurrat cum lineæ $d l$ in puncto l : concurreret autē per 14 th. 1 huius: quoniam angulus $g d l$
 est minor recto per 42 th. 1 huius, & angulus $d g b$, ut patet p 3 huius, & p 33 p 6, est etiā minor recto:
 & ducatur lineæ cōtingēs
 circulum in puncto d , quæ
 sit $n d y$: & à puncto d pro-
 tracta lineæ $d q$ secante li-
 neam $g b$ in puncto q , fiat
 angulus $q d n$ æqualis me-
 dietati anguli $a g b$ p 9 &
 23 p 1: palā ergo quod trian-
 gulus $h d l$ æquiangulus
 est triangulo $h g a$. Quia e-
 nim angulus $h d l$ æqualis
 est angulo $h g a$, & angulus
 à $h g e$ est cōmunis, erit per
 32 p 1 tertius tertio æqua-
 lis: ergo per 4 p 6 erit pro-
 portio lineæ $h d$ ad $d l$, si-
 cut lineæ $h g$ ad $g a$. Duce-
 tur itaq; à puncto h per 31 p 1 lineæ æquidistans lineæ $b d$, quæ sit $h t$: erit ergo per 29 p 1 & per 4 p 6
 proportio lineæ $b d$ ad $t h$, sicut lineæ $b g$ ad $g h$. Quia uero ex hypothese forma puncti b reflectitur
 ad uisum a à puncto speculi d , ducatur lineæ $g d$ extra circulum ad punctum e : erit quoq; per 8 hu-
 ius angulus $e d b$ æqualis angulo $e d a$: ergo per 15 & 29 p 1 erit angulus $d t h$ æqualis angulo $h d t$:
 ergo per 6 p 1 erit lineæ $d h$ æqualis lineæ $h t$. Quia ergo, ut patet per 4 p 6, cum lineæ $t h$ sit æquidi-
 stans lineæ $d b$, erit proportio $b g$ ad $g h$, sicut $b d$ ad $t h$: sed lineæ $t h$ æqualis est ipsi $d h$: est ergo per
 7 p 5 proportio $b d$ ad $d h$, sicut $b g$ ad $g h$: fuit autem proportio $h d$ ad $d l$, sicut $h g$ ad $g a$: ergo per
 22 p 5 erit proportio $b d$ ad $d l$, sicut $b g$ ad $g a$: sed cū angulus $b d e$ sit æqualis angulo $h d g$ per præ-
 missa, & angulus $n d e$ æqualis angulo $n d g$, quia uterq; rectus: relinquitur angulus $b d n$ æqualis
 angulo $n d h$: est ergo angulus $h d n$ medietas anguli $b d h$: sed angulus $n d q$ est medietas anguli $a g b$
 b ex præmissis: ergo & est medietas anguli $h d l$, qui est æqualis angulo $a g b$: igitur angulus $b d q$
 est medietas anguli $b d l$: est ergo angulus $b d q$ æqualis angulo $q d l$: ergo per 3 p 6 in trigono $b d l$
 erit proportio $b q$ ad $q l$, sicut $b d$ ad $d l$. Ducatur quoq; à puncto b per 31 p 1 lineæ æquidistans lineæ $d l$,
 quæ sit $b i$: & concurrat lineæ $d q$ cum lineæ $b i$ in puncto i : concurreret autem per 2 th. 1 huius: & diui-
 datur lineæ $d i$ per æqualia in puncto z per 10 p 1: & ducatur lineæ $b z$. Palā itaq; per 15 & 29 & 32
 p 1 quoniam trigona $b q i$ & $q d l$ sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ $b q$ ad
 $q l$, sicut lineæ $b i$ ad $d l$: fuit autem ex præmissis proportio $b q$ ad $q l$, sicut $b d$ ad $d l$: ergo per 11 p 5
 est proportio $b i$ ad $d l$, sicut $b d$ ad $d l$: ergo per 9 p 5 lineæ $b i$ & $b d$ sunt æquales: ergo per 31 th. 1 hu-
 ius lineæ $b z$ est perpendicularis super lineam $d i$: est autē, sicut ex præmissis patet, proportio $i q$ ad
 $q d$, sicut $m f$ ad $f k$: ergo per 18 p 5 erit cōiunctim proportio $i d$ ad $d q$, sicut $m k$ ad $f k$: & erit per 15 p
 5 proportio $d z$ ad $q d$, sicut $o k$ ad $f k$: ergo per 17 p 5 erit proportio $z q$ ad $q d$, sicut $o f$ ad $f k$. Produ-
 catur quoq; lineæ $b z$ intra speculum, donec concurrat cum lineæ $e g$: concurreret autem per 14
 th. 1 huius: cum angulus $d z b$ sit rectus, ut præostensum est, & angulus $z d g$ sit minor recto, qui
 est angulus $n d g$: sit ergo punctum concursus x . Palā autem ex præmissis, quoniam est propor-
 tio lineæ $b g$ ad $g d$, sicut lineæ $s p$ ad $p k$. Cum ergo angulus cks dicatur non esse maior recto: fiat
 super punctum k lineæ ck angulus maior recto: hoc autem est possibile fieri: quia cum sicut pa-
 tet ex præmissis, angulus $q d n$ sit æqualis medietati anguli $a g b$, & eidem æqualis constitutus
 sit angulus $k c o$, necesse est quod angulus $q d n$ sit æqualis angulo $k c o$: erit ergo, ut patet ex præ-
 missis, angulus $q d g$ æqualis angulo $ck o$, quod patet ut prius. Cum enim trigonum $ck o$ sit br-
 thogonium, palā quod duo anguli $k c o$ & $c k o$ ualent unum rectum per 32 p 1: sunt ergo æ-
 quales angulo $n d g$. Et quia angulus $k c o$ est æqualis angulo $n d q$: relinquitur angulus $ck o$ æ-
 qualis angulo $q d g$. Fiat ergo super punctum k lineæ $f k$ angulus æqualis angulo $b d q$: & ponat-
 ur quod lineæ tenens hunc angulum, concurrat cum lineæ $c o$ in puncto s : & ducatur lineæ $s p$
 transiens per punctum f , quæ sit alia à priori lineæ $s f p$. Dico quod istius lineæ $s p$ ad lineam
 $p k$ partem lineæ ck erit proportio, sicut lineæ $b g$ ad $g d$. Cum enim angulus $b z d$ sit re-
 ctus, æqualis angulo $s o k$: erit triangulus $b z d$ ex præmissis similis triangulo $s o k$: est ergo
 proportio lineæ $b z$ ad $b d$, sicut lineæ $o s$ ad lineam $s k$, & lineæ $b z$ ad $z d$, sicut lineæ $s o$ ad
 $o k$: fuit



o k: fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o f ad f k: ergo per 5 th.1 huius erit e contrario proportio lineæ q d ad z q, sicut f k ad o f: ergo per 18 p 5 est proportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o f: ergo per 22 p 5 erit z b ad z q, sicut s o ad o f: ergo per 6 p 6 trigona z q b & o f s sunt æquiangula: angulus ergo z b q est æqualis angulo o s f: remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k: sed & angulus f k s factus fuit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis est angulo q d g: totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g: ergo per 32 p 1, & ex 4 p 6 erit triangulus b d g similis triangulo s p k: & totus triangulus b d x similis totali triangulo c k s: est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d. Constituto ergo super centrum g angulo, æquali angulo isti s p k, & ducta semidiametro circuli, quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis. Et quia, ut patet per 16 p 1, & ex præmissis, prior angulus s p k est maior præsentis angulo s p k, quoniam est extrinsecus: palam quod à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio: quod est contra 16 huius. Non ergo potest angulus s p k unquam esse non maior recto, si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexionis inuentio: quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & centro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli constituti super lineam m o sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, cum super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super idem centrum angulus alius diuersus ab isto: quem efficiet super k m alia linea similis priori lineæ s k: & ita à puncto d & ab alio puncto illius circuli fiet reflexio formæ eiusdem puncti ad uisum eundem: quod est contra 16 huius. Oportet ergo ut tantum unus illorum angulorum sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto. Patet ergo propositum.

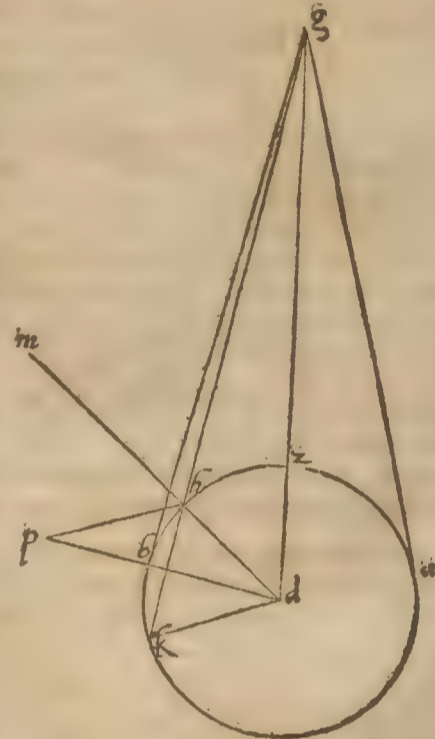
23. Super unam cathetum incidentiæ superficiæ speculi spherici conuexi, uel super diuersas ad uisum, ad quem fit reflexio, consimiliter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum: erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus (qui est cõmunis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi spherici cõuexi,) a b c: cuius centrum d: sitq; centrum uisus e: & cathetus incidentiæ sit d f g: in qua sint duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum: & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius: secetq; eadem cathetus circulum a b c in puncto c. Dico quod locus imaginis formæ puncti f remotior est à centro speculi, quod est d, quàm locus imaginis formæ puncti g. Quoniam enim, ut patet per hypothesim, quælibet formarum istorum punctorum ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum: patet cum illa puncta sint in eadem catheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum ambobus illis punctis in eadem superficie reflexionis per 6 huius: fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorum ad uisum e ab aliquo puncto circuli a b c. Sit ergo, ut forma puncti g reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b: erit ergo per 17 huius punctus b remotior à centro uisus e quàm punctus a. Ducatur itaq; diameter uisualis, quæ e d: & ducantur lineæ incidentiæ, quæ sint g a & f b: & lineæ reflexionis, quæ sint a e & b e: quæ productæ intra circulum secabunt cathetum d f g p q huius. Et quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d: sit ergo, ut linea e a secet cathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k. Erit ergo punctum h locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f per 11 huius. Quoniam uero punctum h est propinquius centro d quàm punctum k per 29 th.1 huius: quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basim illi subtensam, quæ est d k: est ergo punctum h propinquius centro speculi, quod est d, quàm punctum k. Et quoniam, ut patet secundum hunc modum, omnes lineæ ductæ à centro uisus, quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, intermedia punctorum a & c ad cathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiora quàm punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi, quod est d. Et quoniam omnes catheti incidentiæ concurrunt in centro speculi: palam quod de punctis diuersarum cathetorum ad uisum, ad quem fit reflexio, consimiliter se habentium, eadem est demonstratio: quæ de punctis eiusdem catheti: quoniam unicuiq; punctorum in una simili catheto signatorum, punctus similis, qui sit eiusdem distantie à centro speculi, in catheto alia responderet: & illorum quorumcunq; punctorum (quia consimiliter respiciunt uisum) loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur. Patet ergo propositum.



24. Si ab aliquo puncto speculi sphaerici conuexi linea reflexionis producta circumferentiam (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi) taliter secuerit, quod linea producta pars, quae est intra circumferentiam, sit aequalis semidiametro circumferentiae: locus uisae imaginis semper erit intra conuexum speculi. Alhazen 20 n 5.

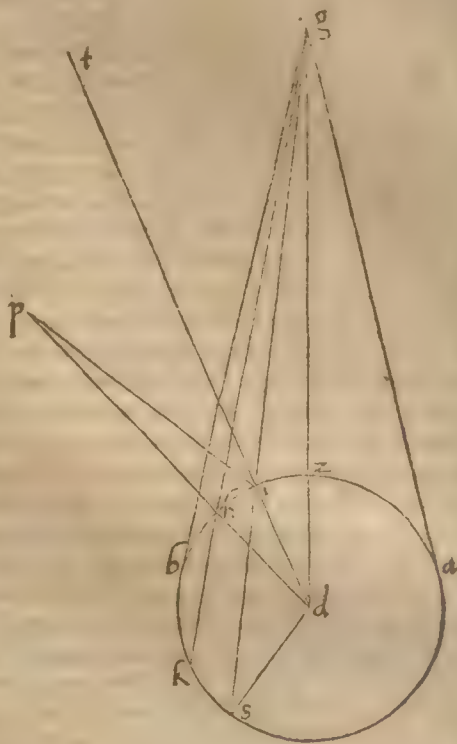
Esto centrum uisus g : & centrum speculi sphaerici conuexi sit punctum d : sitque communis sectio superficiei reflexionis & speculi circumferentia abk a centro quoque uisus puncto g ducantur per 17 p 3 duae lineae contingentes circumferentiam abk , quae sint ga & gb : eritque p 2 huius circumferentiae abk portio ab aequalis uisui: & centrum eius sit punctum d . Quonia autem uisus & specula mutant locum: sit talis facta dispositio uisus ad speculum, ut a puncto g centro uisus ducta linea secans circumferentiam abk , pars intra circumferentiam, quae est chorda arcus circumferentiae, qui hk , sit aequalis semidiametro illius circumferentiae: & sit illa linea ghk , cuius pars hk intra circumferentiam sit aequalis semidiametro dk . Hoc autem possibile est fieri, si p 4 inscribatur circumferentiae abk linea hk aequalis semidiametro illius circumferentiae: & in illa linea kh producta extra circumferentiam ponatur centrum uisus. Dico quod locus imaginis reflexe a puncto h semper est intra conuexam superficiem speculi. Producatur enim a puncto h super lineam contingente circumferentiam in puncto h perpendicularis, quae sit hm : haec ergo producta in circumferentiam transit per centrum d per 19 p 3. Dico quod cum forma aliquid rei uisae reflectatur a puncto h , locus imaginis suae erit semper intra conuexum speculi. Ducatur enim a puncto h linea constituens super punctum h terminum lineae hm angulum aequalem angulo ghm per 23 p 1, qui sit phm , producta linea hp : reflectetur ergo per 20 th. 5 puncta huius lineae hp ad uisum g a puncto speculi h : nec alterius lineae puncta a puncto h ad uisum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius punctum, quod sit p : & ducatur linea ab ipso ad centrum speculi, quae sit pd : erit quoque per 1 huius, & per 72 th. 1 huius linea pd perpendicularis super superficiem contingente speculum in puncto h , quo ipsa linea pd secat circumferentiam circumferentiae abk : copuletur quoque linea dk . Et quia angulus phm incidentiae est aequalis angulo mhg reflexionis, ut patet ex praemissis, angulus uero ghm per 15 p 1 aequalis est angulo khk : angulus igitur phm est aequalis angulo khk : sed angulus khk aequalis est angulo hdk per 5 p 1, ideo quia latus hk ex hypothesis aequale est semidiametro dk : angulus ergo phm est aequalis angulo hdk . Quia ergo linea md cadens super lineas hp & dk facit angulum extrinsecum, qui est mhp , aequalem angulo intrinseco, qui est mdk : linea ergo hp per 28 p 1 aequidistat lineae dk : lineae ergo hp & dk in infinitum protractae nunquam concurrent. Et linea pd , quae est cathetus incidentiae formae puncti p , uel quaecumque alia linea ducta a quocumque puncto lineae hp ad centrum d , semper inter puncta h & k intersecabit lineam hk interiacentem lineas aequidistantes, quae sunt kd & hp , ut patet per 29 th. 1 huius: diuidunt enim omnes illae catheti angulum hdk : ergo & secabunt basim hk : quaelibet enim illarum cathetorum incidentiae semper ducitur ad centrum speculi, ut ad punctum d . Quodcumque ergo punctum sumatur in linea hp : semper linea ducta ab illo puncto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quae est ghk intra conuexum speculi: quoniam semper cathetus incidentiae producta ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi; sicut nunc est pd . Imago ergo cuiuscumque puncti lineae hp per 11 huius apparebit intra conuexum speculi. Et hoc proponebatur.



25. A quocumque puncto arcus circumferentiae (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi) interiacentis puncta, in quibus cathetus reflexionis & linea reflexionis, (cuius pars intra circumferentiam est aequalis semidiametro circumferentiae) secant circumferentiam, fiat reflexio: locus uisae imaginis semper erit intra speculum. Alhazen 21 n 5.

Sit dispositio, quae in praemissa, ita ut linea reflexionis, quae ghk secet circumferentiam abk , taliter ut eius pars intra circumferentiam, quae est hk , sit aequalis semidiametro circumferentiae: ducaturque cathetus reflexionis a uisu ad centrum speculi: quae sit gd , secans circumferentiam abk in puncto z . Dico quod a quocumque puncto arcus hz fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita, ut a puncto illius arcus hz (quod sit i) fiat reflexio: ducaturque a puncto g centro uisus ad punctum i linea secans circumferentiam super punctum i , quae sit gis : & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis a puncto i : quod fiet per 72 th. 1 huius, si a centro speculi puncto d producatur linea, quae sit di : super cuius punctum

punctum i fiat angulus æqualis angulo t i g per 23 p 1, qui sit p i t. Palàm ergo quòd solùm puncta li-
 neæ p i reflectuntur à puncto i ad uisum g per 20 th. 5 huius. Palàm etiam per 15 p 3 quòd lineæ i s
 maior est quàm lineæ h k: ergo lineæ i s est maior semi-
 diametro s d. In trigono ergo s i d angulus s d i est ma-
 ior angulo s i d per 18 p 1: ergo per 15 p 1 angulus s d i est
 maior angulo t i g: est ergo angulus s d i maior angulo t
 i p; q ex præmissis est æqualis angulo t i g: ergo p 14 th. 1
 huius lineæ p i & d s non sunt æquidistantes: in infini-
 tum tamen protractæ ex parte suorum punctorum p &
 s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d pro-
 tractæ concurrent. A quocunq; ergo puncto lineæ p i
 ad centrum d ducatur cathetus incidentiæ, illa secabit
 lineam g i s, quæ est lineæ reflexionis, intra conuexum
 speculi: & omnis lineæ ducta à quocunq; puncto lineæ
 p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi su-
 perficiem per 72 th. 1 huius: ergo ipsa est cathetus inci-
 dentiæ, sicut nunc est lineæ p d. Et cum locus imaginis
 sit in concursu catheti incidentiæ, & lineæ reflexionis
 per 11 huius: palàm quia locus imaginis cuiuscunq; pun-
 cti lineæ p i semper erit intra conuexum speculi. Et quo-
 niam dato quocunq; puncto arcus h z, semper eadem
 est demonstratio: manifestum ergo quòd omnium ima-
 ginū arcus h z proprius locus erit intra speculū. Quod
 est propositum.

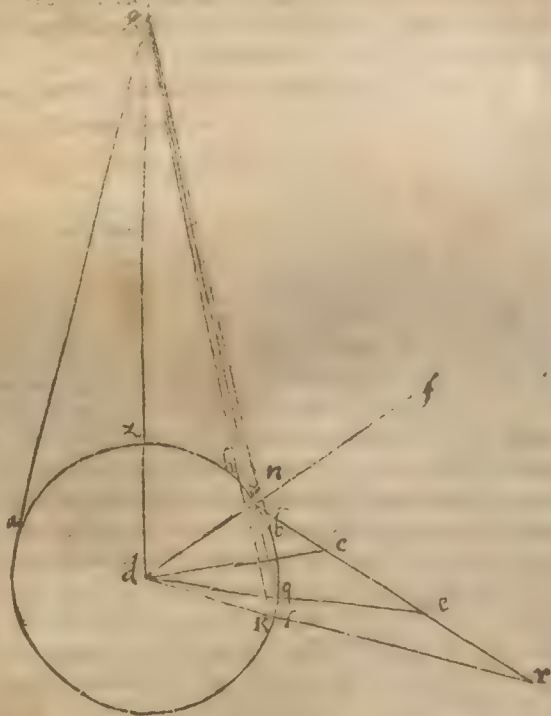


26. A quocunq; puncto arcus circuli (qui est cõmuni
 sectio superficiæ reflexionis & speculi spherici cõue-
 xi) interiacentis punctū, in quo lineæ reflexionis, cui-
 us pars intra circulū est æqualis semidiametro circu-
 li, secat circulū, & punctum proximū, in quo lineæ

ducta à centro uisus continet circulū, fiat reflexio: locus uise imaginis quandoq; erit intra spe-
 culum: quandoq; in superficie conuexa speculi: & quandoq; extra speculum. Alhazen 22 n 5.

Remarceat totalis dispositio figuræ, quæ in præcedente & in 24 huius, in hoc scilicet ut lineæ re-
 flexionis, quæ g h k, secet circulū a b k, cuius centrum est punctum d, taliter, ut eius pars intra ci-

culum, q i est h k, sit æqualis semidiametro d z:
 & lineæ g a & g b sint contingentes circulū a
 b k in punctis a & b: & sit punctus b propinquior
 puncto h. Deo quòd à quocunq; puncto arcus
 h b fiat reflexio: erit locus uise imaginis quan-
 doq; intra speculum: quandoq; in superficie spe-
 culi: quandoq; extra speculum. Sumatur enim
 aliquod punctū arcus h b, à quo fiat reflexio ad
 uisum g: & illud punctum reflexionis sit n: & dū
 ducatur lineæ reflexionis secas circulū, quæ dū-
 cta trans circulū, sit g n q: & ducatur à centro
 d semidiameter d q: & ad punctum reflexionis
 ducatur perpendicularis d n f: & producat, ut
 in præmissis, lineæ n e continens eum catheto d
 n f angulum æqualem angulo f n g: qui sit angu-
 lus f n e. Et quoniam lineæ n q per 15 p 3 minor
 est q̄ lineæ h k: palàm quia lineæ n q est minor se-
 midiametro q d. Quoniam enim lineæ h k est æ-
 qualis ipsi q d ex hypothesi: erit ergo lineæ q n
 minor q̄ lineæ q d: angulus ergo q d n trigoni q d
 n est minor angulo d n q p 18 p 1: ergo p 15 p eius
 dē angulus q d n minor est angulo g n f: ergo &
 suo æquali, qui est e n f. Igitur lineæ d q & n e cõn-
 current ad partem minorum angulorum per 14
 th. 1 huius: sit ergo concursus earum in puncto
 e. Palàm autem, ut in præmissis, quia lineæ e q d est perpendicularis super superficie speculi per 72
 th. 1 huius: est ergo lineæ e d cathetus incidentiæ forni puncti e: & secat lineam g n q, quæ est lineæ
 reflexionis in puncto q, qui est punctus superficiæ speculi. Imago ergo puncti e, quando fuerit refle-
 xio facta à puncto arcus h b (quod est n) uidebitur in puncto q, quod est in superficie conuexa
 speculi. Et quoniam lineæ reflexionis, quæ est g q, peripheriam arcus b k in unico tantum pun-
 cto



cto interfecat, ut patet per 7 huius: palam quia non accidit uideri imaginem formae alicuius punctorum lineae nec in ipsa superficie speculi, nisi solum in illo uno puncto, in quo ad ipsum ducta cathetus secat lineam reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est in proposito cathetus puncti e. Si uero in linea e n sumatur punctum ultra e, quod sit punctum r: sitq; cathetus incidentiae ducta ab illo puncto r ad centrum speculi, quae sit r d, secans lineam reflexionis, quae est g n q productam ultra punctum q, in puncto l: tunc erit sectio extra superficiem speculi. Quare imago puncti cuiuslibet lineae n e ultra punctum e sumpti uidebitur extra superficiem speculi secundum distantiam puncti incidentis, & semper, ut patet per 11 huius, erit locus imaginis in puncto sectionis linearum catheti & reflexionis: ut formae puncti r locus imaginis est nunc in puncto l, qui est communis sectio praemissarum linearum. Si uero in linea e n inter puncta n & e sumatur aliquod punctum, ut e, cathetus ab eo ducta ad speculi centrum, secabit lineam reflexionis, quae g n q, intra speculum: secabit enim ipsam in puncto aliquo eorum, quae sunt inter puncta n & q. Imago ergo cuiuslibet puncti lineae e n interrit idem & eodem modo de diuersis punctis linearum incidentiae demonstrari, & hoc est propositum. Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in praemissis tribus theorematibus: sic etiam figuratiōe adhibita in arcu z a poterit demonstrari: quoniam est omnimoda similitudo hinc inde: & idem est de omnibus circulis speculi sphaerici conuexi, circulo a b k similibus. Si enim perpendiculari g z d manente fixa, linea g h secundum aequalitatem anguli d g h imaginetur moueri quousq; redeat ad locum suum, unde moueri incepit: tunc linea g h mota secabit ex tota speculi conuexa superficie motu suo portionem superficiei: & imago formae cuiuslibet puncti reflexi ab aliquo punctorum huius portionis uidebitur semper intra speculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea contingens circulum a b k, quae est g b, moueatur, quousq; ad locum, unde exiit, redeat, secabit ex sphaera portionem maiorem: & facta reflexione formae cuiuslibet puncti a quibuscuq; punctis superficiei speculi descriptae per arcum h b, uel a punctis arcum illi similiū: tunc catheto incidentiae secante lineam reflexionis in ipsa superficie speculi, semper locus imaginis formae puncti illius erit in ipsa superficie speculi: sed aliorum punctorum in illa eadem linea existentium quorundam locus imaginis est intra speculum, quorundam extra speculum, secundum quod catheti ab illis punctis ad centrum speculi productae secant lineas suarum reflexionum. Et quoniam situs centri uisus, uel superficiei speculi, uel etiam ipsius rei uisae potest multipliciter uariari: hoc experimentanti relinquimus, ut speculorum sphaericorum conuexorum, quorum usus ut plurimum apud homines nostrae habitabilis est communis (quoniam uitra, quae speculantur, modo sphaerico diffundente se, artificum spiritu exufflantur) quamcuq; portionem quis taliter collocet, ut quandoq; imago puncti uisi appareat intra speculum, hoc est ultra superficiem ipsius, quandoq; in ipsa superficie speculi: & quandoq; extra superficiem speculi, ita quod superficies speculi non sit media inter imaginem, quae uidetur, & oculum uidentis, sed ad latus extra uideatur: & hoc iam pluries experimentantibus euenit. Vnde & per ista patet, quod speculum sphaericum conuexum centrumq; uisus, & res uisa sic sibi possent, ut imago extra speculum in aere appareat: quod relinquimus artificio perquirentis.

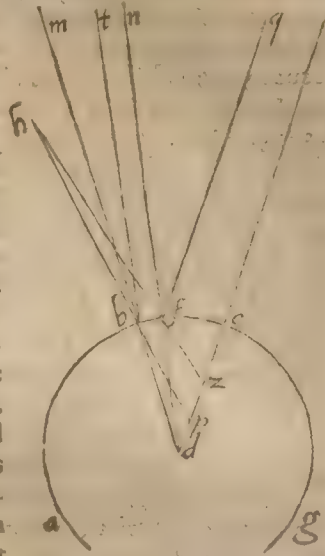
27. *Omnis diameter speculi sphaerici conuexi, in quam locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum: portioni sphaerae speculi non apparenti uisui necessario applicatur. Ex quo patet, quod ipsa est demissior qualibet linearum contingentium a centro uisus ad speculi superficiem productarum.*

Quod hic proponitur, patet per praemissas, resumpta figuratiōe praecedentis. Et quia, ut patet, a quolibet puncto arcus a b potest fieri reflexio: omnis quoq; linea reflexionis, quoniam a centro uisus sub linea a centro uisus producta circulum contingente, ducitur, patet per 57 th. i huius quoniam ipsa secat circulum. Et quandoq; locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet quod hoc non potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b: non enim potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie: quoniam catheti incidentiae & lineae reflexionum illorum punctorum in illis punctis concurrere non possunt. Sed neq; extra speculorum superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis: quoniam lineae reflexionum ad partem illam extra speculum non concurrent. Omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphaerici conuexi, in quibus loca imaginum sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessario applicantur portioni speculi non apparenti uisui. Et quoniam portio speculi apparens & non apparens per lineas contingentes a centro uisus ad speculi superficiem ductas determinatur, ut patet per 2 huius: ideo manifestum est propositum corollarium. Quaelibet enim diametrorum, in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculum, oportet ut sit demissior qualibet linearum contingentium a centro uisus ad speculi superficiem productarum. Et hoc proponebatur. Potest autem diameter, in qua apparet locus imaginis intra speculum, esse uel altior uel demissior illa contingente, ut patet ex his, quae sunt in praemissis demonstrata. Restat autem, ut nos deinceps loca imaginum certius determinemus.

28. *Ad diametrum speculi sphaerici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductae lineae inter axes superficiem speculi & diametrum, sit aequalis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi: in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis. Alhazen 23 n 5.*

Esto circulus communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi, qui

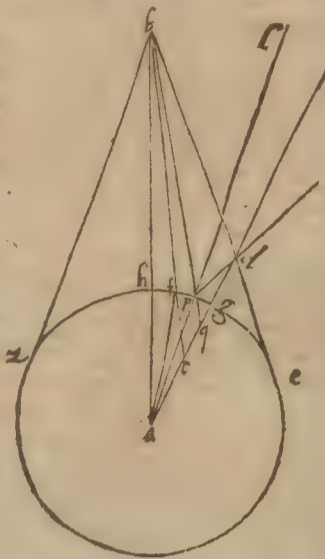
qui a b f e g: & sit punctum b centrum uisus, punctum quoq; d centrum speculi: & sit d e semidiameter speculi, quæ necessarid est perpendicularis super superficiem speculi per 72 th. i huius: & sit linea z h linea reflexionis, secans superficiem conuexam speculi super punctum f: & concurreris cum e d semidiametro speculi super punctum z. Sit quoq; linea z f equalis lineæ z d: quod potest fieri per 136 th. i huius. Dico quod in linea z d non est locus alicuius imaginis. Neque enim punctus z potest esse locus alicuius imaginis, nisi solū alicuius punctorum lineæ e d protractæ: quia ut patet per 11 huius, locus imaginis formæ cuiusque puncti semper est super cathetum suę incidentiæ: & hæc est in speculis sphericis conuexis in linea ab illo puncto ad centrum spheræ ducta. Quod uerò punctus z nõ sit locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, patet. Ducatur enim perpendicularis à centro d super punctum f, quæ producta extra circulum sit d f n: & super ductam perpendicularem fiat in puncto f angulus equalis angulo n f h per 23 p 1, qui sit q f n: est ergo per 15 p 1 angulus q f n equalis angulo z f d: sed cum z d & z f lineæ ex hypothesi sint æquales: erit per 5 p 1 angulus z d f æqualis angulo z f d: ergo & angulus q f n æqualis est angulo z d f: ergo per 28 p 1 lineæ z d & q f sunt adinuicem æquidistantes: in infinitum ergo protractæ nunquã concurrent. Nullius ergo puncti lineæ e d quantumcunq; protractæ forma mouebitur ad punctum f per lineam incidentiæ q f: sed nõ potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f: alias enim linea f h non fieret linea reflexionis, in cuius interseccione cum diametro d e est punctus z. Non est ergo punctus z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d: ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e. Et eadem erit demonstratio quantacunq; sumpta diametro e d. Sed & nullus alius punctus lineæ z d præter z, potest esse locus alicuius imaginis. Dato enim quod punctus p possit esse locus alicuius imaginis: ducatur linea h p secans conuexam superficiem speculi in puncto b: & ducatur perpendicularis d b m: & ut supra, angulo m b h fiat æqualis angulus super punctum b, qui t b m. Palam ergo, ut prius, quod angulus t b m est æqualis angulo p b d: sed angulus d p b per 16 p 1 est maior angulo p z h, cum sit ei extrinsecus in trigono p z h: igitur duo alij anguli trigoni p d b sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f: sed angulus p d b est maior angulo z d f, eod quod totum maius est sua parte: & etiam patet hoc per 29 th. i huius. Sequitur ergo ut angulus d b p sit minor angulo d f z: angulus uerò d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit: angulus ergo d b p minor est angulo z d f: multo ergo minor est angulus d b p angulo p d b: angulus itaq; t b m minor est angulo p d b: lineæ igitur t b & e d per 14 th. i huius nunquã concurrent ad partem, à qua posset fieri reflexio. Nulla ergo forma incidens puncto b reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neque imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquem punctum lineæ z d. Tota ergo linea z d erit semper uacua imaginibus: nec unquã erit locus imaginum in ipsa. Et similiter potest de qualibet alia diametro propositi speculi demonstrari hypotheli seruata. Patet etiam ex præmissis quoniam linea z d est meta imaginum. Quoniam si linea f z fuerit maior quã linea z d, nulla unquã apparebit imago: quoniã angulus z d f per 18 p 1 erit maior angulo d f z: ergo & angulo n f h per 15 p 1: ergo & angulo q f n per 8 huius. Lineæ ergo e d & q f per 14 th. i huius non concurrent ad partem punctorum e & q, sed ad partem punctorum d & f: non ergo aliqua poterit apparere imago in puncto z: ergo nec in aliquo punctorum lineæ z d. Quod si linea f z sit minor quã linea z d: tunc secundum præmissum modum erit angulus z d f minor angulo q f n: ergo per 14 th. i huius lineæ e d & q f concurrent ad partem punctorum e & q: & ab illo puncto potest alicuius punctorum lineæ e d fieri reflexio ad uisum: & locus imaginis erit per 11 huius in puncto z: & erit linea z d locus imaginis secundam omnem suam partem, quousq; linea incidentiæ respectu diametri recipiat propositam diuisionem. Patet ergo quod cum linea z d est equalis lineæ z f, quod linea z d est meta imaginum ultra quã nulla, & citra quã omnis uidetur imago. Et similiter punctus z est meta imaginum: quoniam, ut patet ex præmissis, omnis linea incidentiæ à quocunq; puncto speculi ad uisum h inter puncta z & d ducta, est maior quã linea, quæ per illam refecatur ex linea z d: quoniam ista est maior quã linea z f, per 15 p 3: est ergo etiam maior quã linea z d ex hypothesi, ut patet de linea b p, quæ est maior quã linea p d, uel linea z d: omnisq; linea inter puncta z & e ad uisum h ducta interiaccens peripheriam circuli & diametrum, est minor quã linea f z: ergo & minor quã linea z d: ergo est etiam minor quã linea, quã ipsa refecat ex semidiametro d e. Sunt ergo, ut patet p præmissa, in linea z e loca imaginum, præter quã in puncto z: in linea uerò z d non sunt aliqua loca imaginum. Et sic patet quod punctus z est meta imaginum: nec est differentia an punctus z cadat intra circulum an extrinsecus: in ipsa superficie speculi: quia semper ubicunque acciderit lineam z d equallem fieri parti lineæ reflexionis interiaccenti punctum reflexionis & punctum z: erit semper in puncto z meta imaginum: & similiter est de tota linea z d. Patet ergo propositum.



29. Assignata meta imaginum in quacunque diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphericum conuexam ductas, præter uisualem diametrum: in punctis tantum datae diametri,

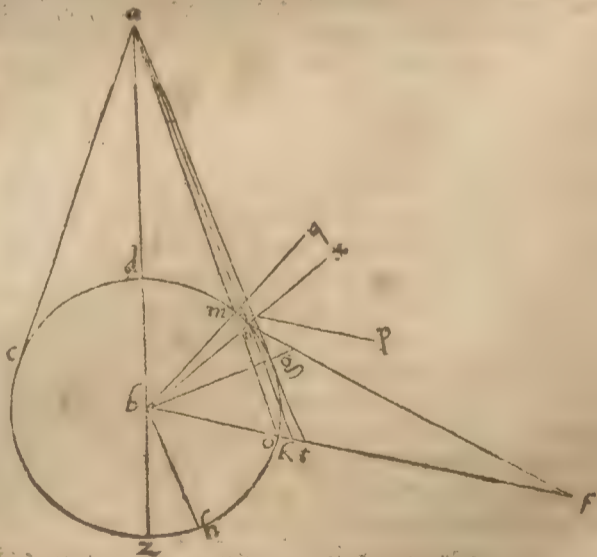
diametri, inter superficiem sphaerae & punctum, qui est imaginum meta, existentibus sunt loca imaginum illius diametri. Alhazen 24 n 5.

Sit b centrum uisus: & sint bz & be lineae speculum sphaericum conuexum contingentes in punctis z & e : & sit a centrum speculi: & ba diameter uisualis: & sit ag diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t per praecedentem, & per 136 th. 1 huius: secetq; linea a d superficiem speculi in puncto g . Dico quod solum in punctis lineae tg , quae sunt inter puncta g & t , sunt loca imaginum diametri dga . Quod enim imagines illae non cadant in punctum g , qui est in superficie speculi: uel quod non cadant extra superficiem speculi, palam per 27 huius: oportet enim semper diametrum, in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra, demissioem esse puncto contingentiae: diameter uero a d est inter lineas contingentes: nec ergo in superficie speculi, nec extra sphaeram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed quod quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur enim aliquod punctum lineae gt : quod sit q : & ducatur linea a uisu ad illum punctum, quae sit bq , secans superficiem speculi in puncto p : & ducatur perpendicularis apl : & secundum saepius praemissa angulo lpb fiat per 23 p 1 angulus aequalis, qui sit dpl : & ducatur linea bt secans superficiem speculi in puncto f . Ducatur quoq; perpendicularis af . Triangulus itaque apb continet triangulum afb . angulus ergo afb maior est angulo apb per 21 p 1: sed angulus afb cum angulo afb ualeat duos rectos, & angulus apq cum angulo apb ualeat duos rectos per 13 p 1. Palam ergo quia angulus afb minor est angulo apq : sed angulus afb est aequalis angulo fat per 5 p 1, quoniam latus ft est aequale lateri ta per 136 th. 1 huius, & ex hypothesi: angulus ergo apq maior est angulo fat : quare etiam erit maior angulo paq , qui est pars anguli fat . Et quia anguli apq & lpb sunt aequales per 15 p 1: sunt enim contra se positi: erit angulus lpb maior angulo paq : est ergo per 8 huius angulus dpl maior angulo paq . Patet igitur quod lineae pd & aq concurrent per 14 th. 1 huius: sit ergo d punctus concursus ipsarum. Forma igitur puncti d reflectetur ad uisum in punctum b a puncto superficie speculi, quod est p , per lineam pb : & locus imaginis suae est punctum q per 11 huius. Eadem quoq; est demonstratio sumpto quocumq; puncto inter g & t . In diametro uero bha (quae est diameter uisualis) non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10 huius. Patet ergo propositum.



30. Linea reflexionis, circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi) taliter secante, quod pars lineae productae intra circulum sit aequalis semidiametro speculi: pars diametri in termino huius lineae secantis speculum, interiaccens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea contingenter a uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri: & nullus punctus alius diametri eiusdem: eritq; locus imaginis semper extra speculum. Alhazen 25 n 5.

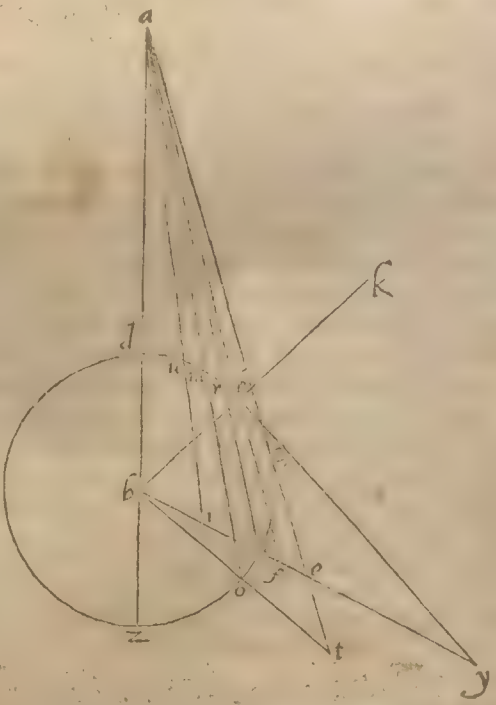
Sint a & g lineae contingentes circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi, cuius centrum sit punctum b : sit quoq; in puncto a centrum uisus: sitq; linea abz diameter uisualis, secans superficiem speculi in punctis d & z : protrahaturq; a centro speculi b ad punctum contingentiae g linea bg . Palam ergo per 59 th. 1 huius quod arcus d g est minor quarta circuli: arcus ergo gz est maior quarta circuli: ergo per 33 p 6 patet quod angulus z bg est maior recto. Hoc etiam patet sic. Cum enim in triangulo bag angulus agb sit rectus per 18 p 3, erit angulus g ba minor recto: palam ergo per 13 p 1 quod angulus z bg est maior recto. Abscindatur ergo ab ipso angulus h bg rectus per 23 p 1: erit per 28 p 1 linea hb equidistans lineae contingentiae circulum, quae est ag . Palam ergo quoniam lineae bh & ag productae nunquam concurrent: & quaelibet diameter cadens in arcum hg inter puncta h & g , concurret cum linea ag producta per 2 uel 14 th. 1 huius, quoniam angulum acutum continebit cum linea bh . Ducatur ergo a puncto a linea secans speculum, quae sit am , ita quod chorda mo sit aequalis semidiametro speculi, quae sit bo : hoc autem possibile



possibile est fieri per 136 th. 1 huius: eritq; linea b o, & punctum o meta imaginum per 28 huius: concurratq; diameter b o cum linea a g in puncto t. Dico quod in quolibet puncto lineæ t o est locus imaginis: & quod in nullo alio puncto diametri t b est locus alicuius imaginis: & sunt puncta o & t metæ locorū imaginū, punctum o in superficie speculi, & punctū t extra speculum: solū enim in his duobus punctis concurret diameter b o cū lineis reflexionis, quæ sunt a m & a g. Sumatur enim ali quod punctū lineæ t o, quod sit k: & ducatur linea a n k, secans convexam superficiē speculi in puncto n: & ducatur perpendicularis b n x: & angulo a n x fiat equalis angulus sup punctū n, ut in alijs pmissis: & producatut linea n f taliter, ut angulus x n f sit equalis angulo a n x per 23 p 1: protrahaturq; perpendicularis b t ad lineam n f in punctum f punctum enim concursus, quicumq; fuerit, uocabimus f: palam uerō per 14 th. 1 huius quoniā concurrunt. Linea itaq; n f nō cadet inter puncta circuli, quæ sunt h & g: non enim secat speculum: neq; secat lineam ipsam speculum contingentem in puncto g, quæ est a g t, nisi in uno puncto, quod est extra superficiem speculi supra punctum g. Si aut daretur quod linea n f caderet inter puncta h & g: oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam a g in duobus punctis: in uno infra punctum g, & in alio supra punctum g, ubi sit reflexio ad uisum existentem in puncto a: & sic duæ lineæ rectæ superficiem includerent: quod est impossibile. Forma ergo puncti f mouebitur per lineam n f ad punctum n, & reflectetur ad a per lineam a n: apparebitq; imago eius in puncto k, in concursu catheti incidentiæ, quæ est f b, cum linea reflexionis, quæ est a k extra speculi superficiem. Et eodem modo de omnibus punctis lineæ o t est demonstradum: & imagines omnium uidentur extra speculum. Et quoniā a puncto m nulla potest fieri reflexio formæ alicuius punctorū lineæ b f: quoniā omnes lineæ reflexionum a puncto m ad punctum a factarum æquidistant diametro b f: quod patet, si ducatur perpendicularis b m, quæ producatut usque ad punctū q: & fiat angulus p m q æqualis angulo q m a. Tunc enim, quia anguli b m o & m b o sunt æquales ex hypothesi, & per 5 p 1: erunt, sicut ostēdimus in 28 huius, anguli p m q & m b o æquales: ergo per 28 p 1 lineæ m p & b f æquidistant: non ergo concurrunt: nec unquam fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f a puncto speculi m: punctum ergo o non erit locus alicuius imaginis punctorū diametri b t. Omnia ergo illa loca sunt extra speculū in linea t o: ita quod puncta t & o sunt loca imaginū. Patet ergo propositum: ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum, pro ut diximus in 2 huius: quoniā ipsum cadit in linea contingente.

31. Catheta incidentia secante quemcung; punctum arcus circuli (qui est communis sectio superficiē reflexionis & speculi spherici conuexi) interiacentis punctum contingentia linea a centro uisus ducta, & punctum, quo linea reflexionis (cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli) secat arcum circuli non apparentem uisui: erūt locorum imaginum plura intra speculi conuexam superficiem: unum tantū in ipsa superficie, & plurima extra ipsam. Alhazen 26 n 5.

Disponantur omnia, ut in præhabita demōstratione: secetq; linea a m o circulum taliter, ut linea m o sit æqualis semidiametro speculi: & linea a g t contingat speculum in puncto g. Dico quod in arcu g o erunt loca imaginum, ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l: & protrahatur a cetro speculi diameter b l, usquequod secet lineam contingentem circulum in puncto g, quæ est a t: secabit aut per 14 th. 1 huius, & p ea, quæ declarata sunt in proxima præcedente. Sit ergo punctus sectionis e: & producatut linea a l secans apparentem superficiem speculi in puncto r: & palam ex 15 p 3 quoniā linea l minor est quā linea m o. Cū ergo ex hypothesi linea m o sit æqualis semidiametro b l, patet quod linea r l minor est semidiametro b l. Si ergo per 136 th. 1 huius a puncto a ducatur linea ad diametrum b l, cuius pars interiaccēs circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b: hæc linea reflexionis cadet inter puncta b & l. Quia si detur, quod cadat inter puncta l & e: erit linea r l maior quā linea l b: omnis enim linea interiaccēs centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri, sicut in commento 28 huius per 15 p 3 ostēdimus. de linea b p, quæ est maior quā linea f z, æquali parti diametri z d, ut ibi patet: est aut linea r l minor quā linea b l: quoniā per 15 p 3 linea r l est minor quā linea m o, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi l b. Non ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neque in punctum l, propter eandem

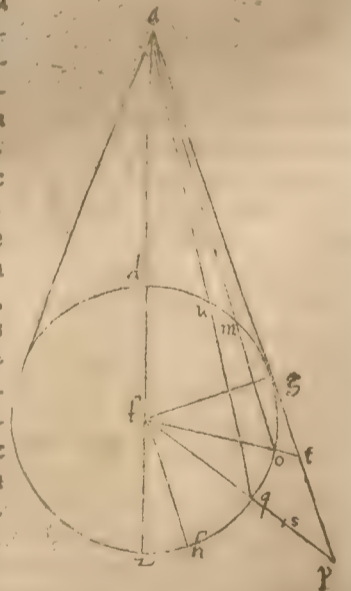


X 2 causam:

causam: cadit ergo inter puncta b & l. Sit ergo punctus, in quem cadit illa linea, punctus i: & ducatur linea a i secans portionem apparentem speculi in puncto u: cuius pars u i sit æqualis parti diametri, quæ est b i. Dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i sumpto est locus imaginis: & sunt puncta e & i metæ imaginum. Sumatur enim aliquod punctum lineæ l e, quod sit f: & ducatur linea f a secans apparentem portionem speculi in puncto h: & ducatur à centro speculi perpendicularis, quæ sit b h k: fiatq; per 23 p 1 super punctum h terminum lineæ k h angulus æqualis angulo a h k, qui sit k h y: palamq; ex præmissis in præcedente, quoniam lineæ b e & h y productæ concurrent per 14 th. 1 huius: sit punctus concursus y. Et quoniam linea h y cadit extra speculum: forma ergo puncti y mouebitur per lineam y h ad speculum: reflectetur quoq; à puncto speculi, quod est h, ad uisum existentem in puncto a: apparebitq; imago eius in puncto f, in concursu catheti incidentiæ, quæ est b f, cum linea reflexionis, quæ est a h, extra speculi superficiem. Et eodem modo est de omnib. punctis lineæ l e demonstrandum. Imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum, excepto solo l, in quo diameter b l secat speculi superficiem: quoniam in illo puncto locus imaginis est in superficie speculi: ideo quod in superficie eius se intersecat linea reflexionis, quæ est a l, cum catheto incidentiæ, quæ est b y: eritq; punctum, cuius formæ imago uidetur in puncto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b y producta ultra punctum l, ut patet per 27 huius: sed, ut patet p 30 huius, omnes formæ punctorum cadentium in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginum omnium illorū punctorum sunt in linea i l: ideo, quia, ut patet ex præmissis, punctum i est metæ imaginum, ultra quod punctum nunquā apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculo sic disposito, ut patet ex hypothesi. Palam ergo quod in quolibet puncto lineæ e i sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ aliqui punctorum diametri b e eductæ ultra punctum e. Quædam ergo imagines in diametro e b fortuntur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi, scilicet in puncto l. Et eodem modo in quolibet puncto arcus o g poterit demonstrari diametris data puncta arcus o g trāseuntibus & superficiem speculi secantibus, prout demonstrationum necessitas requirit.

32. In quocumq; punctum arcus circuli (qui est cōmunis sectio superficiæ reflexionis & speculi spherici conuexi) interiacentis punctū, in quo linea reflexionis (cuius pars intra circulum) est æqualis semidiametro circuli, in portione nō apparente secat circulum, & punctum distans à puncto contingentie per quartam eiusdem circuli cathetus, incidentiæ ceciderit: locus imaginis semper erit extra speculum. Alhazen 27 n 5.

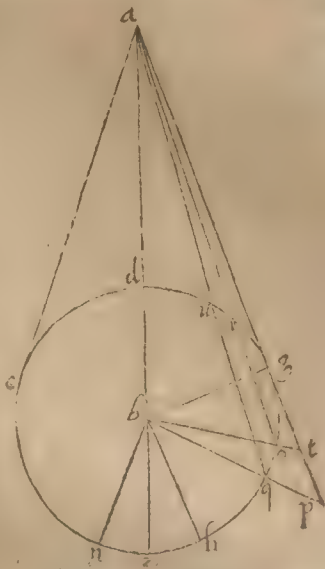
Disponantur omnia, ut in præcedentibus, ita ut linea a m o sic fecet circulum speculi, ut linea m o sit æqualis semidiametro speculi: & sit, ut in 30 huius, angulus h b g rectus: & linea a g p contingat speculum in puncto g. Dico quod arcui o h cathetis incidentiæ concurrentibus, locus imaginis erit semper extra speculum. Ducatur enim per aliquod punctorum arcus o h diameter b q: quæ concurrat cum contingente a g p in puncto p: & ducatur à centro uisus linea a u q, secans superius in portione uisui apparente speculum in puncto u. Et quia, ut prius patuit, linea m o est æqualis lineæ b q, & linea u q est maior quā linea m o per 15 p 3: ergo linea u q est maior quā linea q b. Linea quoq; ducta à circumferentia ad diametrum b p, quæ est æqualis parti diametri b p, interiacenti ipsam & centrum speculi, non cadet inter puncta q & b. Si enim hoc sit possibile, tunc, ut prius, erit linea u q minor quā linea q b: quoniam si linea illa caderet in punctum q, esset eius pars intra circumferentiam maior quā linea u q per 15 p 3: restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q. Quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b est rectus: est ergo per 19 p 1 in trigono p b g latus p b maius latere p g. Cadat itaque linea taliter ducta citra p: & sit punctus, in quem cadit, s: erit ergo per 28 huius punctus s metæ locorum imaginum: & quilibet punctus inter puncta p & s erit locus imaginum: & est eadem demonstratio, quæ in superioribus scilicet 30 & 31 huius: in quolibet quoque puncto arcus h o est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis propositionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o omnes sunt extra superficiem speculi: imaginū uerò diametri f y, ut in 31 huius, una sola est in superficie speculi, ut illa, quæ est in puncto l: aliæ uerò sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri, quæ est i l: aliæ uerò omnes sunt extra speculum, ut quæ cadunt in linea l e. Omnium quoque imaginum diametrorum arcus o g quædam sunt intra superficiem speculi: quædam extra ipsam: quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est. Patet itaq;, quod proponebatur.



33. In arcum circuli (communis sectionis superficiæ reflexionis & superficiæ speculi spherici conuexi) interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentia

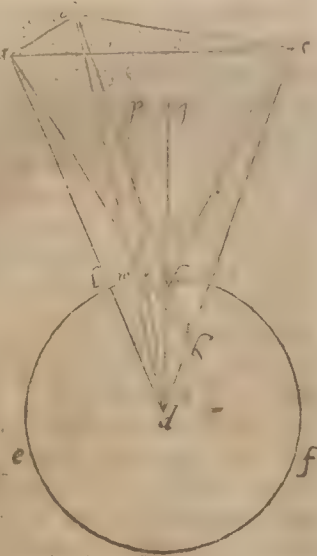
gentia per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere cathetus incidente, in qua aliquis locus imaginis occurrat. Alhazen 28 n s.

Omnibus alijs dispositis, ut in proxima superiori figura: dico quod in arcum h z non potest cade re aliqua diameter, in qua sit locus alicuius imaginis. Quoniam enim linea contingens, qua est a g p, equidistat diametro b h per 28 p 1: tunc patet quod uersus punctu p nulla diameter cadens in arcum z h, concurrat cum linea contingen te, qua est a p: & a quocunq; puncto talium diametroru ducatur li nea ad superficiem speculi conuexam, cadit in portionem no appa rentem ipsius speculi, utpote in portionem circuli, qua est g z c: & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c uisui oppositam, nisi secando sphaeram speculi. Nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentem uel ad uisum. Omnia aut ista, qua in semicirculo d g z, & in eius arcubus in praemissis sex theorematib, declarata sunt, in arcubus quoq; semicircu li d c z similiter possunt demonstrari, ut in arcubus semicirculi d g z. Similibus enim acceptis utrinq; dispositionib, arcuum, & similibus factis protractionibus linearu, eadem in omnibus occurrat passio nes: & idem est demonstrandi modus. Et similiter etiam quod nunc declaratur in circulo c d g z, potest in unoquoq; circularu, qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficieru con uexi speculi sphaerici declarari. Vnde omnes passiones probate se cundum quoscunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis ac cidunt per totam speculi superficiem: sicut si punctus g, uel alius pu ctus signatus moueatur per sphaere superficiem, & circulum descri bat. Passiones uero arcuum circuli d g z c perueniunt in quadam lata superficiei contenta sub ter minis equidistantium circularum per totam sphaeram speculi: sicut si arcus aliquis aequiditans po lo, motus speculi aliquam superficiem distinguat, ut patet intueti. Si itaq; linea b h moueatur, eade manente angulo h b z: signabit ipsa motu suo secundum punctum z portionem sphaera: in cuius dia metris nullus erit imaginis locus. Et si linea b h immota existente, moueatur arcus o h, describetur portio sphaerae, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta existentes, sunt extra spe culum: motu uero arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quaedam imagines sunt in super ficie speculi: quaedam extra: & quaedam intra speculam. Verum uisus non semper comprehendit, qua imagines sint in superficie speculi, uel qua sint extra: nec certificatur in istorum comprehensio ne, nisi in tantum, quia sentit, quod sunt ultra portionem sphaerae apparentem. Sic ergo exprami ssi sex theorematib, patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantum uisui offeruntur.



34. Ambobus uisibus a duobus punctis reflexionis superficiei speculi sphaerici conuexi forma unius puncti occurrere: unicus imaginis est locus: & imago tantu unica uidetur. Alba. 41 n s.

Sint centra duorum uisuum a & b: & punctus uisus sit c: sitq; d centrum circuli magni, qui est se cans ambos circulos, qui sunt communes sectiones superficierum ambaru reflexionis & speculi, a cuius punctis sit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e: sitq; punctus reflexionis formae puncti c ad uisum a, punctus g: & punctus reflexionis formae puncti c ad uisum b sit punctus h: & ducatur cathe tus incidente a puncto c ad centrum speculi, qua sit c d, secans cir culum in puncto o: secetq; linea reflexionis, qua est a g, producta i ipsam cathetum c d in puncto k, & linea b h in puncto i: sintq; primo uisus ambo aequaliter distantes a centro speculi d: & a puncto rei uis e, quod est c. Dico quod ambobus uisibus a & b, formae puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta, qua g & h, una tantum imago ui detur: quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineae a d & b d a centris amborum uisuum ad centrum sphaerae secantes specu lum in punctis l & m. Et palam quoniam illae lineae sunt aequales, ocu lis enim aequaliter distantib, a centro speculi, quod est d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambarus lineis a d & b d continet angulos aequales argumento 30 th. 3 huius: ergo per 6 p 1 li neae a d & b d sunt aequales. Si ergo situs puncti c respectu utriusque uisus a & b sit idem, ita ut linea a c sit aequalis lineae b c: tunc patet per 8 p 1 quod utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d cum ca theto c d continet angulos aequales: ergo per 26 p 3 arcus speculi l o & m o sunt aequales. Quia enim a d & b d diametri uisuales secant ex circulis communibus superficierum speculi & reflexionis arcus, & continent angulos aequales cu catheto c d in centro d: palam per 26 p 3 quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d



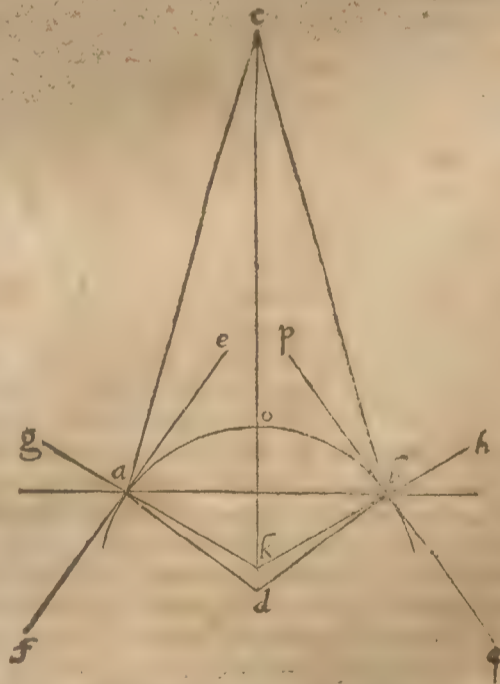
& a d interiacentes duo puncta reflexionis, quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 26 p 3: quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales. Et quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales: erunt etiam lineæ reflexionum, quæ sunt h b & g a, æquales per 4 p 1: quoniam ad uisus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes: eruntq; similiter lineæ g c & h c æquales: lineæ uerò b h & a g necessariò se secant: quoniam cum anguli sint minores duobus re-ctis, palàm per 14 th. 1 huius quia lineæ b h & a g in aliquo puncto necesse habent còcurrere. Et quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisæ, & à centro speculi, sunt æquales: erunt & anguli c g a & c h b inter se æquales: palàm ergo per 13 & 32 p 1 quia trigonum g c k est equiangulum trigono h c i, & linea c h est æqualis ipsi lineæ c g: erit ergo per 4 p 6 linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineæ c i: puncta ergo k & i sunt punctus unus. Super idem ergo punctum catheti c d erit sectio ambarum linearum reflexionis, quæ sunt a g & b h, cum catheto incidentiæ quæ est c d: & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago. Videbitur ergo una sola imago: quia unus & idè imaginis locus erit. Quòd si uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisæ: adhuc tamen unica uidebitur imago. Licet enim imago puncti uisi cadat in diuersis punctis perpendicularis: hoc tamen est imperceptibile, quia distantia illorum punctorum est imperceptibilis. Imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis: & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim puncti uisi ab uno uisu modico est maior q̄ ab alio: & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota: & ob hoc apparent simul: quoniã ex illis fit una imago compacta: quia loca imaginis non totaliter à se distant, licet partialiter aliquatulum distent. Patet ergo propositum. Potest tamen quandoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquè incidat alteri uisui: quòd ppter obliquitatè una forma uideatur due: ut cū in una superficie reflexionis sunt centra amboru uisui: tūc enim præmissi anguli in cetro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uideði dixim⁹ in quarto libro huius, capitulis de uisioe numerali: sed hoc euenit ut rarò, & nos de hoc aliquid dixim⁹ in 7 th. 5 hui⁹.

35. In speculo spherico conuexo est ordinatio punctorum imaginum in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ. Alhazen 42 n 5. Item 4 n 6.

Ducantur à terminis lineæ, quæ est in re uisæ, due catheti ad cetro speculi. Palàm ergo quòd tūc erit triangulus, in quo continebuntur omnes imagines omniu punctorum illius lineæ: & q̄ in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum uisui: imago puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & propinquioris in propinquiori: quoniã semper imago cuiuslibet puncti rei uisæ uidebitur in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ ducta ab illo puncto ad cetro speculi, ut patet per 11 huius. Sic ergo obseruabitur situs partium in imaginib; sicut fuerit situs in pūctis uisib; Sumpta uerò linea, in qua est punctū eiusdè situs, quodlibet punctū illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorū. Si aut sumatur linea, quæ angulū, què continent due lineæ à centris oculorum ad punctum uisum producit, diuidit per a qualia: situs cuiuslibet puncti illius lineæ quantumcunq; productæ est situs còsimilis utriq; uisui sicut uni. Patet ergo propositum.

36. In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphericis conuexis, plurib; uisibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.

Sit còmunis sectio superficiè reflexionis & speculi spherici conuexi circulus a b: cuius cetro sit d: & sit punctum c punctum rei uisæ: ducaturq; linea c d à puncto uisio in cetro d, secans speculi peripheriam in puncto o: sitq; arcus a o æqualis arcui o b: & ducatur lineæ c a & c b, quæ per d p 3 & ex hypothesi erūt æquales. Et à puncto a ducatur linea f a e contingens circulum per 17 p 3, & à puncto b linea p b q: & ducatur linea a b. Patet ergo per 5 p 1 quoniam anguli c a b & c b a sunt æquales: sed & anguli o a b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43 th. 1 huius: sed & anguli contingentis o a e & o b p per 16 p 3 sunt æquales: relinquatur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; super punctū a terminum lineæ c a constituatur angulus æqualis angulo c a e per 23 p 1, qui sit g a c, & super b terminū lineæ c b constituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c: eritq; angulus h b c æqualis angulo g a c. Positis itaq; uisib; in pūctis g & h: palàm per 20 th. 1 huius quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h: ad punctū quidem g à puncto a, ad punctū quoq; h à puncto b. Producaturo quoq; ultra punctū a linea g a ad lineam c d, quæ còcurrerit cū illa p 14 th. 1 huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores duobus



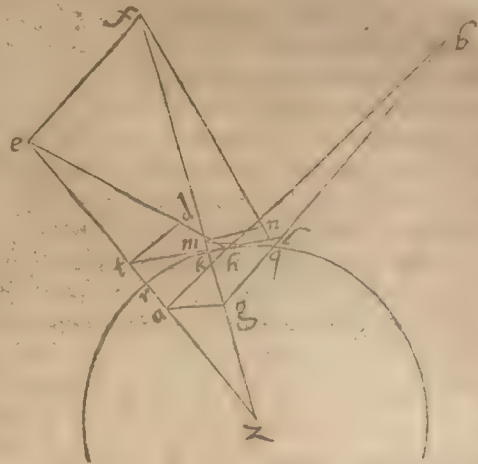
duobus rectis: cōcurrāt itaq; in pūcto k: & pducatur linea h b ad lineā c d: que similiter cōcurrēt p
 p̄missa, & in eōdē pūcto k. Quia enim, ut patet ex p̄missis, linea a c est æqualis lineæ e b, & a d æ-
 qualis ipsi b d, quia semidiāmetri, & linea c d cōmunis est ambobus trigonis a c d & b c d: erūt angu-
 li a c d & d c b æquales per 8 p 1, & angulus g a c, ut patet ex p̄missis, est æqualis angulo h b c: sed &
 angulus p b c ostēsus fuit æqualis esse angulo e a c: est ergo angulus h b c æqualis angulo g a f per 13
 p 1: sed angulus e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b c: ergo an-
 gulus e a k æqualis est angulo p b k: erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k: ergo
 per 32 p 1 trianguli c a k & c b k sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 cū a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k
 æquale lateri b k: cōcurrēt ergo in uno pūcto k: quoniā latus c k est in ambobus trigonis æquale
 sibi ipsi. Sed pūctus k est locus imaginis pūcti c: erit ergo ambobus uisibus idē locus imaginis. Siue
 ergo propriā faciē aspicientes uideant, siue res alias à loco pūcti c à pūctis a & b reflexas ad uisus in
 pūctis g & h existentes, idē accidit utrobique. Idem quoque accidit in toto circulo transeunte pūcta b
 & a: quoniā in quolibet pūcto illius circuli modo p̄dicto dispositis uisibus eadem est demonstra-
 tio. Palam ergo propositū. Si autē anguli reflexionū sint diuersi: tūc res una diuersis uisibus in locis
 uidebitur diuersis, & plura idola obtinebit. Et hoc est notandū, & satis patuit p̄ p̄missa: quia illæ
 reflexionū lineæ in diuersis pūctis diametri speculi concurrunt: & ob hoc loca imaginū constituūt
 diuersa, ut patet per 11 huius. Patet ergo propositum.

37. *In speculis sphericis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quam ipsius
 rei extra. Euclides 20 th. catopttr.*

Esto circulus (qui est cōmunis sectio superficie reflexionis & speculi sphericī cōnexi) q h k r: cu-
 ius cētrū z: & linea uisa obliquē incidēs speculo sit e f: sit q; cētrū uisus b: & reflectatur pūctus e à
 pūcto speculi h ad uisum b, & f à pūcto q; ducaturq; lineæ e h, h b, f q, q b: & ducatur p̄pendiculariter
 super superficiē speculi catheti e z, f z: fecetq; lineæ e z circulū speculi in pūcto r: & f z in pūcto k: &
 b h producta intra speculū, fecet e z in pūcto a: & b q
 fecet f z in pūcto g: & producatur lineā a g: que per 11
 huius erit imago lineæ e f: ducaturq; à pūcto h lineā
 circulū cōtingens p 17 p 3, que sit h t: & h z c̄ pducta
 fecet lineā e z in pūcto t: eritq; pūctus t finis cōtin-
 gentiæ lineæ h t: fecetq; lineā t h pducta ultra h, lineā
 b g in pūcto k: & à pūcto t ducatur p̄pendicularis su-
 per lineā e z p 11 p 1, que producta fecet e h lineam in
 pūcto d, & sit r d. Quia itaq; angulus b h l est æqualis
 angulo e h t p 20 th. 5 huius: sed & angulus t h a equa-
 lis est angulo b h l p 15 p 1: ergo angulus e h t est equa-
 lis angulo t h a: ergo p 3 p 6 erit proportio lineæ e h
 ad h a, sicut lineæ e t ad lineā t a: sed lineā e h est ma-
 ior q̄ lineā h a: ergo & lineā e t est maior q̄ t a. Quod
 autē lineā e h sit maior q̄ lineā h a, patet. Cū enim an-
 gulus e t d sit rectus: erit angulus e t h maior recto:
 est ergo p 13 p 1 angulus e t h maior angulo a t h: sed
 & angulus e h t maior est angulo e h t per 32 p 1: sed angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex
 p̄missis. Quia itaq; anguli trigoni e t h oēs simul sumpti, sunt æquales angulis trigoni a t h omni-
 bus simul sumptis p 32 p 1: relinquitur ergo angulus t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e
 t. In trigono itaq; a e h angulus e a h maior est angulo a e h: ergo in trigono e a h latus e h maior est la-
 tere h a p 19 p 1: maior est ergo lineā e t q̄ lineā t a: multo magis ergo lineā e r est maior q̄ lineā r a: sed
 lineā r a est distātia imaginis pūcti a à superficie speculi intra speculū: & lineā e r est distātia pūcti ui-
 si, q est e, à superficie speculi extra speculū. Et si à pūcto q ducatur lineā cōtingēs circulū, q̄ pducta ad
 cathetū f z fecet ipsam in pūcto m: & à pūcto m ducatur p̄pendicularis super f z, q̄ producta ad f q sit
 m n: patebit similiter quoniā lineā f k est maior q̄ lineā k g. Hoc est ergo propositū: quoniā si à me-
 dijs pūctis lineæ e f ducantur lineæ, sicut ab extremis, patebit idē in omnibus imaginibus ipsorum,
 que per 11 huius cadunt omnes in lineām a g. Patet ergo hoc, quod proponebatur.

38. *Re conspecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uisu comprehendere non possit:
 nonnunquā uidebitur imago rei uisæ in speculo spherico conuexo æqualis: quandoq; maior quā
 forma per se uisui occurrens. Alhazen 6 n 6.*

Sit a cētrum speculi sphericī cōnexi: & circulus (qui est cōmunis sectio superficie reflexio-
 nis & superficie speculi) sit e d b: & sit e d diameter illius circuli: & educatur diameter e d ultra d
 usque ad z taliter, ut illud, quod sit ex ductu e z in z d sit æquale quadrato a d semidiāmetri per 127
 th 1 huius: ac si e d & a d sint due lineæ datæ. Diuidaturq; lineā z d per equalia in pūcto h per 10 p 1:
 erit igitur a h medietas lineæ e z: ergo per 1 p 6 illud, quod sit ex ductu a h in h d, est æquale medie-
 rati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem 1 p 6 illud, quod sit ex ductu a h in h d æquale est quartæ
 parti quadrati a d. Et quia illud, quod sit ex ductu a h in h d maior est quadrato h d per 3 p 2: sit il-
 lud, quod sit ex ductu a h in h d æquale quadrato h d: erit ergo h t minor quā h d. Fiat ergo cir-
 culus secundum quantitatem lineæ a h: qui necessariò equidistabit circulo priori: quoniā ipso-
 rum est



rum est idem centrum punctum a , & ipsorum semidiametri sunt inequales: & a puncto h ducatur chorda equalis medietati lineæ hd per $1p 4$; quæ sit hq : & producantur lineæ qa , qt : & super punctum q lineæ hq fiat angulus equalis angulo qa per $23 p 1$, qui sit hn , ducta linea qn super lineam ah . Et quoniam trianguli hq a angulus qa h equalis est angulo hn trigoni hnq , & angulus a h q utrique communis, erit tertius tertio equalis per $32 p 1$, scilicet angulus aq h angulo hnq : ergo per $4 p 6$ erit proportio ha ad qh , sicut qh ad hn : ergo per $17 p 6$ illud, quod fit ex ductu ah in hn equale erit quadrato hq : sed quadratum hq est quarta pars quadrati hd per $4 p 2$: est enim hq medietas lineæ hd : ductus ergo ah in hn est equalis quartæ parti quadrati hd : ergo & quartæ parti ductus ah in ht : est ergo linea hn equalis quartæ parti lineæ ht per $1 p 6$: cadit ergo punctum n inter puncta h & t : remanetq; linea tn tres quartæ lineæ ht : restat ergo, ut ductus ht in tn sit tres quartæ quadrati ht per $2 p 2$: sed & per $1 p 6$ erit ductus lineæ ah in tn tres quartæ quadrati hd . Quoniam autem angulus aqh est acutus per $42 th$. i huius, & ipse est equalis angulo qh a per $5 p 1$, quoniam latera ah & aq sunt equalia: patet ergo quia angulus qh a est equalis angulo hnq in minori triangulo: ergo per $6 p 1$ latus nq est equalis lateri hq : & angulus hnq est acutus: ergo per $13 p 1$ angulus qn t est obtusus: ergo quadratum lineæ tn amplius est quadrato lineæ qn , & quadrato lineæ tn , in illo, quod fit ex ductu tn in n per $12 p 2$: Si enim a puncto q ducatur perpendicularis super hn : palam per $31 th$. i huius, cum latera qh & qn sint equalia, quod ipsa cadet in medio puncto lineæ hn : ex prima uero ductus nt in hn equipollet illi, quod fit ex ductu tn in medietatem hn bis: sed ductus tn in nh cum quadrato n t equalis est ductui ht in tn per $3 p 2$: igitur ductus ht in tn est excessus quadrati lineæ tq supra quadratum lineæ nq : ergo & supra quadratum hq , cum h q sit equalis ipsi n q . Quia uero quadratum tq est maius quadrato hq , & linea tq erit maior linea h q : sit ergo per $3 th$. i huius, proportio ai ad ah , sicut tq ad qh . Quia ergo linea qt est maior linea qh , erit linea ai maior linea ah : erit quoq; per $20 p 6$ proportio quadrati lineæ ai ad quadratum lineæ ah , sicut quadrati lineæ tq ad quadratum lineæ hq : quoniam sicut simpli ad simpli, sic dupli ad dupli: proportio uero quadratorum dupla est proportioni laterum ex $20 p 6$: erit ergo per $17 p 5$ excessus quadrati ai supra quadratum ah ad quadratum ah , sicut ductus ht in tn ad quadratum qh . Et quoniam ex $4 p 2$ & ex præmissis quadratum lineæ qh quater sumptum efficit quadratum lineæ hd , & ductus ht in t quater sumptus efficit triplum quadrati ht : ideo quod ductus ht in tn est tres quartæ quadrati ht , ut præmissum est, quater uero tria sunt 12 , in quibus tria integra continentur: erit ergo per $15 p 5$ ductus ht in tn ad quadratum qh , sicut tripli quadrati ht ad quadratum hd . Sit autem ho linea tripla ad lineam hn : erit ergo per $1 p 6$ ductus oh in t triplus quadrati ht : sed quoniam ductus ah in ht est equalis quadrato hd , erit per $17 p 6$ proportio ha ad hd , sicut hd ad ht : erit ergo ht ad ha , sicut quadrati ht ad quadratum hd ex corollarijs $20 p 6$ & $4 p 5$. Verum proportio lineæ oh ad lineam ha est, sicut ductus oh in ht ad ductu ah in ht ex $1 p 6$: & ita per $11 p 5$ est proportio lineæ oh ad lineam ha , sicut tripli quadrati ht ad quadratum hd : sed hæc erat proportio excessus quadrati lineæ ai supra quadratum lineæ ah ad quadratum ah : est ergo coniunctim per $18 p 5$ proportio lineæ oh ad lineam ha , sicut quadrati lineæ ai ad quadratum ah : excessus enim quadrati ai supra quadratum ah cum quadrato ha efficit quadratum ai : igitur ex $20 p 6$ erit linea ia medio loco proportionalis inter lineas oa & ha : est enim ut in corollario $20 p 6$ proponitur, trium linearum continuè proportionalium proportio primæ ad tertiam, sicut quadrati constituti super primam ad quadratum constitutum super secundam: igitur proportio lineæ oa ad ia est sicut lineæ ia ad ha : erit ergo per $19 p 5$ eadem proportio residui ad residuum, scilicet oi ad ih . Cum itaque ia sit maior quam ah : erit oi maior quam ih : ergo linea ih est minor medietate lineæ oh . Item, ut prius ostensum est, ductus lineæ ah in lineam hd est equalis quartæ parti quadrati lineæ ad : sed linea ad est minor quam ah : ductus ergo ad in hd est minor quarta parte quadrati lineæ ad : linea ergo hd est minor quarta parte lineæ ad . Quoniam si esset linea hd equalis quartæ parti lineæ ad : tunc per $1 p 6$ ductus ad in hd esset equalis quartæ parti quadrati lineæ ad , cum ambo sint altitudinis lineæ ad : est ergo linea hd minor quinta parte lineæ ah . Cum itaque linea ah sit maior quam quintupla lineæ hd : ductus uero lineæ ah in lineam ht sit equalis quadrato lineæ hd , ut patet ex præmissis: erit per $17 p 6$ linea hd maior quam quintupla lineæ ht : quoniam quæ est proportio lineæ ah ad lineam hd , eadem est proportio lineæ hd ad lineam ht : est ergo ht minor quinta parte lineæ hd , & hd est minor quinta parte lineæ ah : ergo ht est minor 25 parte lineæ ah . Est autem ex præmissis proportio lineæ oi ad lineam ih , sicut lineæ ia ad ha : ergo per $18 p 5$ erit coniunctim proportio lineæ oh ad lineam ih , sicut lineæ ia cum lineâ ah ad lineâ ah : ergo per $13 p 5$ erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad secundam, sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartam. Quia uero linea ho assumpta est tripla lineæ ht : patet quod linea ht est tertiæ pars lineæ oh : est ergo proportio lineæ ht ad lineam ih , sicut tertiæ partis lineæ ia cum tertiæ parte lineæ ah ad lineam ah . Est igitur proportio lineæ ht ad ia , sicut duarum tertiarum lineæ ah cum una

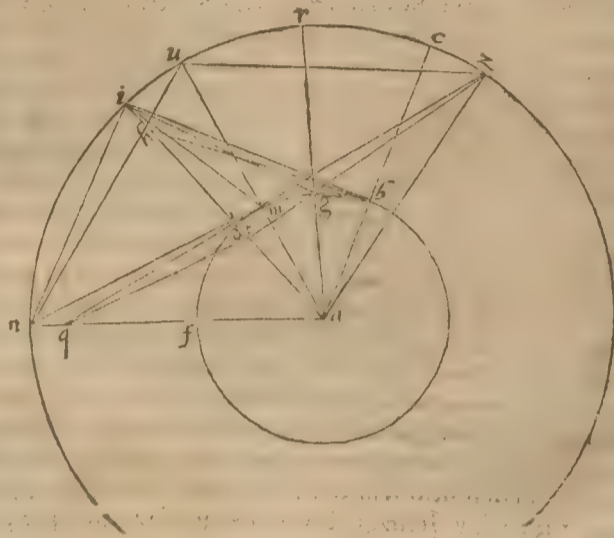


duo ergo anguli hba & hpb sunt æquales: ergo per 6 p 1 duo latera hb & hp sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera tg & tr sunt æqualia. Quia itaque in trigono hpb duo anguli hpb & hbp sunt æquales: patet per 32 p 1 quoniam uterque ipsorum est acutus: angulus ergo hpa est obtusus: ergo per 19 p 1 in trigono hpa latus ah est maius latere hp : ergo & linea ah est maior quam linea hb : & similiter erit linea at maior quam linea tg . Amplius quoniam linea hp est æquidistans lineæ i b: erit per 29 p 1 & per 4 p 6 proportio lineæ ai ad lineam ah , sicut lineæ ab ad lineam ap . Et similiter cum linea tr sit æquidistans lineæ i g: erit proportio lineæ ai ad lineam at , sicut lineæ ag ad lineam ar : ergo erit e contrario per 5 th. I huius proportio lineæ ah ad lineam ai , sicut lineæ ap ad lineam ab : sed linea ag est æqualis lineæ ab per definitionem circuli: ergo per 7 p 5 eadem est proportio lineæ ah ad lineam at , sicut lineæ ap ad lineam ar : est ergo proportio lineæ ai ad lineam at , sicut ab ad ar . Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt ai & ab , erit per 22 p 5 proportio lineæ ah ad lineam at , sicut lineæ ap ad lineam ar . Verum cum angulus hpa sit obtusus: palam per 12 p 2 quia quadratum lineæ ah excedet ambo quadrata linearum hp & ap in eo, quod fit bis ex ductu lineæ ap in lineam ductam à puncto p usque ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam ap : sed perpendicularis ducta à puncto h super lineam ap productam, necessario cadet in medio lineæ pb per 32 th. I huius: quoniam lineæ hb & hp sunt æquales: ergo per 1 p 2 quadratum lineæ ah excedit ambo quadrata linearum hp & ap in eo, quod fit ex ductu lineæ ap in lineam pb : sed per 3 p 2 illud, quod fit ex ductu lineæ ab in lineam ap , est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ ap in lineam pb & quadrato lineæ ap . Quadratum ergo lineæ ah excedit quadratum lineæ hp in eo, quod fit ex ductu lineæ ab in lineam ap . Eodem quoque modo demonstrandum, quod quadratum lineæ ah excedit quadratum lineæ tr in eo, quod fit ex ductu unius linearum ag uel ab in ar : cum lineæ ag sit æqualis ipsi ab . Ducatur ergo linea ab in ambas lineas ap & ar , & provenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per 1 p 6 est sicut lineæ ap ad lineam ar , cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ ab . Est autem ex præmissis proportio lineæ ap ad lineam ar , sicut lineæ ah ad lineam at : erit ergo proportio excessus quadrati ah supra quadratum hp ad excessum quadrati at supra quadratum tr , sicut lineæ ah ad lineam at . Et cum hp sit æqualis ipsi hb , & tr sit æqualis ipsi tg : erit proportio excessus quadrati ah supra quadratum hb ad excessum quadrati at supra quadratum tg , sicut lineæ ah ad lineam at . Quia uero per 36 p 3 illud, quod fit ex ductu lineæ eh in hd , est æquale quadrato lineæ contingentis, ductæ à puncto h ad circulum db e, quæ per 60 th. I huius, & per 8 p 5 erit minor quam linea hb : illud ergo, quod fit ex ductu lineæ eh in lineam hd est minus quadrato lineæ hb : patet ergo quod illud, quod fit ex ductu ah in hd , minus est quadrato hb . Fiat ergo per 127 th. I huius ut illud, quod fit ex ductu ah in hu maiorem lineam hd , æquale sit quadrato lineæ hb . Et quoniam linea ah est maior quam linea hb , erit quoque ah maior quam hu : abscindatur ergo hu à linea ah per 3 p 1 in puncto u : patet itaque per 2 p 2 quia quadratum lineæ ah est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ ah in hu , & in au : illud ergo, quod fit ex ductu ah in au , est excessus quadrati ah supra quadratum hb . Est ergo proportio lineæ ah ad lineam at , sicut eius, quod fit ex ductu ah in au ad excessum quadrati at supra quadratum tg . Si itaque duxerit lineam ah & at ducatur in lineam au : erit per 1 p 6 proportio eius, quod fit ex ductu ah in au ad illud, quod fit ex ductu at in au , sicut lineæ ah ad lineam at : ergo per 9 p 5 illud, quod fit ex ductu lineæ at in au , est æquale excessui quadrati at supra quadratum tg : sed per 2 p 2 quadratum lineæ at est æquale ei, quod fit ex ductu at in au , & at in tu : est ergo illud, quod fit ex ductu at in tu æquale quadrato tg . Palam ergo quoniam ductus lineæ ah in hu est æqualis quadrato hb , & ductus at in tu est æqualis quadrato tg . Item arcus bg diuidatur per æqualia in puncto o per 30 p 3: ducaturque linea ao : & à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam ah per 12 p 1 scilicet bf , oy , gk : & à puncto g ducatur linea æquidistans lineæ ah per 31 p 1, quæ sit gs : & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam ag , quæ sit bc : & hæc quidem bc si produceretur ad peripheriam circuli, diuideret ipsam lineam ag in duo æqualia per 3 p 3: & similiter diuideret arcum, cuius chorda esset producta bc , per æqualia in puncto g : & ita secaretur alius arcus æqualis arcui bg : quoniam in illum arcum caderet angulus cbg : & ita angulus cbg est medietas anguli, qui super centrum a caderet in illum arcum per 20 p 3: sed ille angulus per 27 p 3 est æqualis angulo gab : quoniam cadunt in arcum æquales super centrum a : igitur angulus cbg est medietas anguli gab : est ergo per 27 p 1 angulus cbg æqualis angulo oag . Duo autem anguli bsg & bcg sunt recti: ergo per 31 p 3 si imaginetur circulus, cuius diameter sit bg , transiens per punctum s : ille necessario transibit per punctum c : & fiet arcus cs , in quem cadent duo anguli cbg & bcg : ergo hi duo anguli per 27 p 3 sunt æquales: sed angulus gab æqualis est angulo cbg per 29 p 1, quoniam lineæ gs & ay æquidistant: est ergo angulus gab æqualis angulo cbg : ut autem prius ostensum est, angulus cbg est æqualis angulo oag : ergo totalis angulus oag æqualis totali angulo gab : sed anguli ayo & gbs sunt recti: est ergo trigonum ayo equiangulum trigono gbs : ergo per quartam pr. sexti est proportio lineæ gb ad lineam bs , sicut lineæ oa ad lineam ay , & proportio gb ad gs , sicut oa ad oy . Itē quia angulus ahb est acutus per quadragesimum secundum th. primi huius, palam per decimam tertiam pr. secundi, quia quadratum lineæ ab minus est ambobus quadratis linearum ah & hb in eo, quod fit ex ductu lineæ ah in lineam hb bis: igitur quadratum lineæ ah cum quadrato lineæ hb , maius est quadrato lineæ ab , uel qua-

*Imaginatur
ducta recta, bg
corba arcus, g,*

uel quadrato eius æqualis, quæ est a d, in eo, quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis: sed illud, quod fit ex ductu a h in h f bis est per 1 p 2 æquale ei, quod fit ex ductu a h in h d bis, & ex ductu a h in d f bis: illud autem, quod fit ex ductu a h in h d bis, cum quadrato lineæ a d, est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d per 7 p 2: quadratū ergo lineæ a d cū eo, quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobique, auferatur: remanet ergo quadratū lineæ d h, quod cū eo, quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis, æquale quadrato lineæ h b. Sed ex præmissis patet, quod illud, quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, & illud quod fit ex ductu a h in h u est æquale quadrato h b: erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f: ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobique: relinquatur, ut illud, quod fit ex ductu a h in t u semel sit æquale ei, quod fit ex ductu a h in d f bis. Ergo per 1 p 6 erit linea t u dupla lineæ d f. Item cū angulus a t g sit acutus, erit secundum prædictum modum quadratum lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei quod fit ex ductu a t in t k bis, & ita ei, quod fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis: remanebitque ut prius, quadratum lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei, quod fit ex ductu a t in d k bis. Sit autem per 10 p 6 ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t æ: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu a t in t æ est æquale quadrato t d: sed ex præmissis illud, quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g: ablato ergo utrobique eo, quod fit ex ductu a t in t æ, restat, ut illud, quod fit ex ductu a t in æ u semel, sit æquale ei, quod fit ex ductu a t in d k bis: igitur per 1 p 6 linea æ u est dupla lineæ d k: sed iam ostensum est quod t u est dupla ipsi d f: restat ergo ut linea æ t sit dupla lineæ k f. Item quia ex præmissis illud, quod fit ex ductu a h in h t est æquale quadrato h d: ergo per 17 p 6 erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t: est ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t æ est duplicata proportio a t ad t d: sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d per 4 th. 1 huius, quoniam eiusdem lineæ quæ t h, prioribus antecedenti & consequenti fit additio: ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ a h ad lineam a t: ergo per 10 th. 1 huius erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t æ ad lineam h t: sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte: ergo h t est maior quàm t æ: sed t æ est dupla ad f k, ut patuit superius: ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item, ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s est, sicut o a ad o y: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y: sed o a est æqualis ipsi b a per circuli definitionem, & g s est æqualis ipsi f k per 34 p 1: erit ergo per 7 p 3 proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia, ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas: sed linea h t est minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea t d: sed linea n d est maior quàm t d: ergo i h est multò minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multò minor quàm n d: & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z: ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud, quod fit ex ductu e z in z d suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d: igitur illud, quod fit ex ductu e m in m d est minus quadrato a d: est autem id, quod fit ex ductu e m in m d, æquale quadrato lineæ contingentis circulum, quæ m g, per 36 p 3: quadratum ergo lineæ m g est minus quadrato lineæ a d: ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, quæ est æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigoni a g m & m g k habent unum angulum a m g communem: sed & angulus a g m est rectus per 18 p 3, & angulus m k g est rectus per definitionem perpendicularis: ergo per 32 p 1 illi trigoni sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 est proportio m k ad k g, sicut m g ad g a: sed m g est minor quàm a g, ut iam patuit: ergo m k est minor quàm k g: sed k g est minor quàm o y per 15 p 3: & h d est minor quàm m k: erit ergo h d minor quàm k g: erit ergo h d minor quàm o y. Et quia per præmissa & per 17 p 6 est proportio a h ad h d, sicut h d ad h t: cum itaque linea h q sit medietas lineæ h d: erit per 15 p 5 proportio lineæ a h ad lineam h q, sicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t: patuit autem supra quod linea h t est magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d est minor quàm linea o y: est ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y per 9 th. 1 huius: est ergo per 11 p 5, & per 5 th. 1 huius proportio q h ad a h maior quàm f k ad o y. Item linea a q secat circulum e b d: sit punctus sectionis æ: & ducatur chorda d æ, quæ propter æquidistantiam arcuum h q, d æ, erit æquidistans chordæ h q per 43 th. 1 huius, & per 28 p 1: eritque per 29 p 1, & per 4 p 6 proportio h q ad a h, sicut d æ ad a d: sed proportio h q ad h a est maior quàm f k ad o y: erit ergo proportio d æ ad d a, maior quàm f k ad o y: est autem ex præmissis f k ad o y, sicut g b ad a b: est ergo maior proportio æ d ad d a, quàm b g ad b a: sed d a est æqualis ipsi b a, quia semidiametri: ergo per 10 p 5 chorda æ d est maior quàm chorda b g: ergo per 28 p 3 erit arcus d æ maior arcu b g. Producatum item linea a q extra circulum ad punctum s, donec per 3 p 1 fiat a s æqualis lineæ a i: & copuletur lineæ s i, quæ per 7 p 5, & per 2 p 6 erit æquidistans lineæ h q: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 erit proportio s i ad h q, sicut i a ad a h: est autem præostensum quod est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h: ergo per 9 p 5 linea s i est æqualis lineæ t q: cum ipsarum ambarum ad lineam q h eadem sit proportio, quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uerò numerus assumendarum linearum excedit multipliciter numerum literarum latinarum, ne fortè fiat intricatio in omnibus ipsarum linearum, mutetur figura. Et quoniam linea nouiter assumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrum

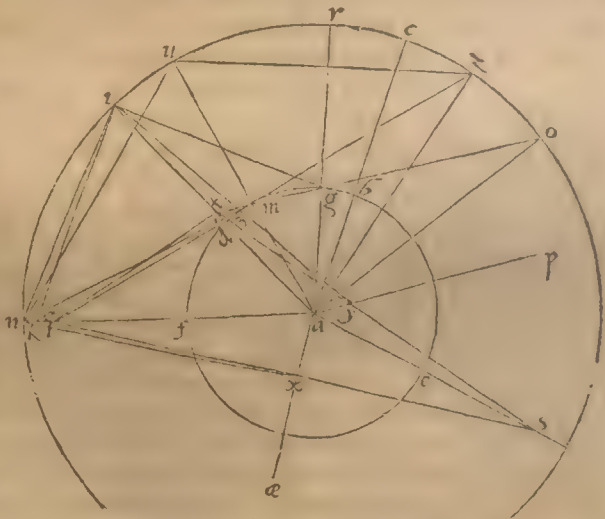
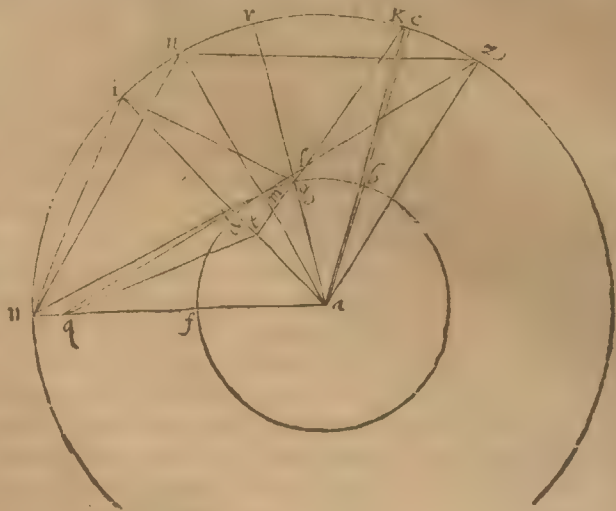
centrum a secundum ipsarum quantitatem, & loco s ponatur litera n: sitq; circulus d g b similis priori circulo, qui d b e, & producatur linea a b & a g usq; ad circulum exteriorem in puncta c & r: & sint lineae a b c & a g r, permuteturq; lineae a i & a s, ita ut linea a d i sit loco lineae a c s, & loco lineae a d i sit linea a f n: ponaturq; loco literae s litera n, & loco literae c ponatur f: eritq; ut praestensum est, arcus d f maior arcu g b. Sit ergo arcus b m aequalis arcui d f, quod fiet per 33 p 6, si prius per 23 p 1 super a terminum lineae a b fiat angulus aequalis angulo d a f, qui sit b a m: producatur quoque linea a m ad exteriorem peripheriam in punctum u: & sit a m u: ducantur etiam lineae i b, i g, i m, n m, q m: quae producatur usq; ad exteriorem circulum: & cadat in punctum z: & ducantur lineae z a, z g. Cum itaq; arcus b m sit aequalis arcui d f, addito communi arcu d m, erit arcus m f aequalis arcui d b: ergo per 27 p 3 erit angulus n a m aequalis angulo i a b. Quia itaq; trigonorum n a m, i a b duo latera unius sunt aequalia duobus lateribus alterius, & angulus angulo: ergo per 4 p 1 erit linea n m aequalis lineae i b, & angulus n m a aequalis angulo i b a: remanet ergo p 13 p 1 angulus n m u aequalis angulo i b c. Et cum in praemissa proxima figurazione linea a h fuerit polita aequalis ipsi lineae a q: erunt trigonorum q a m & a h b duo latera a q & a m aequalia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est aequalis angulo h a b: erit ergo per 4 p 1 linea q m aequalis lineae h b: & angulus q m a aequalis angulo h b a: remanet ergo angulus q m n aequalis angulo h b i: & angulus q m u aequalis angulo h b c per 13 p 1. Et quia lineae a n & a i sunt aequales per definitionem circuli, & linea a q est aequalis ipsi a h ex hypothesi: remanet linea n q aequalis lineae i h. Quia itaq; angulus n m u est aequalis angulo i b c, & angulus i b c, ut praestensum est, aequalis est angulo h b a: angulus uero h b a



est aequalis angulo q m a: erit angulus n m u aequalis angulo q m a. Patet etiam quod linea m z tota est extra circulum: quia cum linea contingens circulum ducta a puncto b cadat inter puncta i & h, ut praestendimus: & quia est eadem remotio puncti b a puncto h, quae puncti m a puncto q: quoniam ostensum est, quod linea b h est aequalis lineae q m, & linea i h est aequalis lineae n q: patet quod contingens ducta a puncto m cadet inter puncta n & q. Igitur cum linea q m cadat sub linea contingente, patet per 16 p 3 quoniam ipsa secat circulum: est ergo tota linea m z extra circulum: quoniam linea q m z posita est esse linea una recta: propter qd etiam erit per 15 p 1 angulus q m a aequalis angulo u m z: sed angulus n m u ostensus est esse aequalis angulo q m a: erit ergo angulus n m u aequalis angulo u m z: ergo per 8 huius forma puncti n reflectitur a puncto speculi m ad uisum existentem in puncto z: & erit per 11 huius locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u est aequalis angulo u m z: erunt per suppositionem 1 huius lineae n m, z m aequaliter distantes a diametro a u: ergo per 7 p 3 ipse sunt aequales. Ducantur itaq; lineae n u & z u, quae per 4 p 1 erunt aequales, communi existente linea m u amobus trigonis n m u, & z m u: ergo p 28 p 3 arcus n u est aequalis arcui u z: ergo per 27 p 3 angulus n a u est aequalis angulo u a z. Sed ex praemissis patet qd angulus n a u est aequalis angulo i a c: erit ergo angulus i a c aequalis angulo u a z. Angulus uero b a g aut erit aequalis angulo g a m, aut minor, aut maior: sit primo aequalis. Si igitur ab angulo i a b subtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus g a m, remanebit angulus i a g aequalis angulo z a g: & quia duo latera i a & a g sunt aequalia duobus lateribus z a & a g: ergo per 4 p 1 erit linea i g aequalis lineae z g, & angulus i g a aequalis angulo z g a: ergo per 13 p 1 angulus i g r est aequalis angulo z g r. Fiat itaq; super g terminum lineae a g angulus aequalis angulo i g r per 23 p 1, qui sit angulus t g a, ducta linea g t super lineam i a: erit ergo angulus t g a aequalis angulo z g r. Si igitur linea t g producatur ad peripheriam circuli: palam per 15 p 1 quoniam ipsa perueniet ad punctum z: lineae enim z g & t g coniunctae in puncto g fiunt linea una per 14 p 1: est ergo t g z linea una recta. Forma ergo puncti i reflectitur a puncto speculi g ad uisum existentem in puncto z: & locus imaginis eius est punctum t. Palam itaq; quoniam ad uisum existentem in puncto z reflectuntur formae duorum punctorum n & i a duobus punctis speculi sphaerici convexi, quae sunt m & g: & loca imaginum sunt puncta t & q. Igitur per 11 huius linea t q erit imago totius lineae i n: probatum est autem supra quod linea t q est aequalis lineae n i: palam ergo quoniam accidit in his speculis imaginem esse aequalem rei uisae. Quod est unum propositorum. Quod si angulus b a g fuerit maior angulo g a m: abstrahatur b a g ab angulo i a b, & angulus g a m ab angulo z a u aequalis angulo i a b: remanebit ergo angulus z a g maior angulo i a g. Sit ergo angulus k a g aequalis angulo i a g per 23 p 1, ducta linea a centro ad circumferentiam in punctum k, & copuletur linea k g: erit quoque angulus k a g minor angulo z a g: punctum ergo k erit altius puncto z, & punctum m est altius puncto g: linea ergo k g secabit lineam z m. Sit, ut secet ipsam in puncto l: & producatur k g super lineam i a in punctum t: har quoque deductio, ut statim in proxima linea t g. Palam ergo quod t i u existente

*A la clava
Figura*

su existente in puncto l, reflectetur ad ipsum forma puncti n à puncto m: & locus imaginis erit q: & similiter ad ipsum reflectetur forma puncti i à puncto g, & locus imaginis erit t secundum priorem probatione: erit quoque linea r q imago lineæ n i, quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est: & sic sequitur idem propositum quod prius. Si uero angulus b a g fuerit minor angulo g a m, erit, ut supra, angulus z a g minor angulo i a g. Sit ergo angulus o a g ducta linea æ o ad peripheriam circuli æqualis angulo i a g: erit ergo angulus o a g maior angulo z a g: est ergo punctum o inferius puncto z: & producatur linea o g, quæ incidat lineæ i a in puncto t. Palam itaque quod forma puncti i reflectitur ad uisum existentem in puncto o à puncto speculi g. Linea itaque o g aut secabit lineam z m q extra circulum speculi, aut non: si sit possibile, secet ipsam extra circulum. Si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectentur ad ipsum duæ forme punctorum n & i à punctis speculi m & g. & loca imaginum erunt puncta q & t: & tota linea q t imago totius lineæ n i, & erit per præmissa æqualis ei: patet itaque hoc quod prius: quoniam imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea o g secet lineam z m q intra circulum speculi: tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inueniri punctum, in quo posito uisu reflectantur ad ipsum forme duorum punctorum n & i à duobus punctis speculi, & ipsorum imagines erunt puncta q & t. Quoniam enim, ut patet ex prius præostensis, angulus n a z est duplus angulo i a b: quoniam est duplus angulo n a u æquali angulo i a b, ut patet ex præmissis: & angulus i a o est duplus angulo i a g: est autem angulus i a b maior angulo i a g in angulo g a b. Et quia angulus g a b est ex hypothesi minor angulo m a g: patet quod angulus g a b est minor medietate anguli m a b: totus uero angulus m a b est per 33 p 6 æqualis angulo n a i, quoniam arcus d f est æqualis arcui m b: ergo angulus g a b est minor medietate anguli n a i: angulus ergo n a z excedens angulum i a o in duplo anguli g a b, non excedet ipsum in angulo maiori quam sit angulus n a i: duo ergo anguli n a i & n a z sunt maiores tertio, qui est i a o: & duo anguli n a z & i a o sunt maiores tertio, qui est n a i: & duo anguli i a o & n a i sunt maiores tertio, qui est n a z: sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quorum quilibet duo sunt maiores tertio, oes autem tres simul 4 rectis sunt minores: quoniam angulos, qui super centrum a 4 rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet. Igitur per 23 p 11 possibile est ex illis fieri unum angulum solidum: fiat ergo ille super centrum a per eandem 23 p 11: & sit linea s a eleuata super superficiem circuli in puncto a taliter, ut angulus i a s sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s sit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat, ut est in superficie circuli immotus. Fiat itaque linea a s æqualis alicui linearum a n, uel a i, uel a o, quæ oes sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli: & producatur lineæ r s, q s. Quia itaque angulus t a s est æqualis angulo t a o, ut patet ex præmissis, & duo latera t a & a o sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o est æqualis angulo t a s, ut patet ex præmissis: erit per 4 p 1 basis t s æqualis basi t o, & totus triangulus toti triangulo: erit ergo angulus o t a uel g t a æqualis angulo s t a. Similiter quoque angulus q a s est æqualis angulo q a z, & duo latera duobus lateribus erit ergo, ut prius, angulus z q a q est in q a, æqualis angulo s q a. Diuidatur itaque angulus t a s per æqualia p lineam a y ex 9 p 1: & sit y punctus, in quo linea diuidens angulum, secat lineam t s: palam cum angulus i a g sit medietas anguli i a o, ut patet ex præmissis, erit angulus t a g æqualis angulo t a y: sed & angulus g t a ostensus est æqualis angulo y t a. Et quia duobus trigonis y t a & g t a latus t a est commune, erit per 26 p 1 trigonus y t a æqualis trigono g t a: quoniam latus t y erit æquale lateri t g, & latus a y æquale lateri a g: erit ergo punctus y in superficie speculi, sicut & punctum g: cum ambo æqualiter distent à centro speculi, quod est a. Et quia angulus t a g est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g æqualis angulo i a y, & latera lateribus sunt æqualia: quoniam i a est commune, & a y est æquale ipsi a g: ergo per 4 p 1 erit angulus a g i æqualis angulo a y i, & linea i y



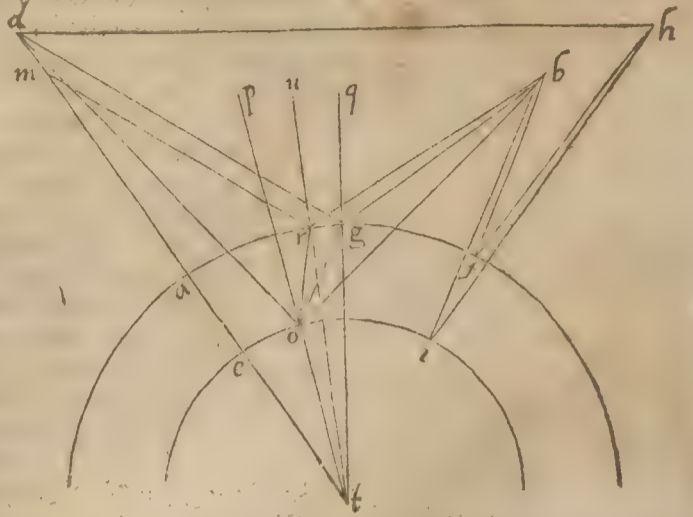
producta
Y

producta erit æqualis lineæ ig . Et producat a y extra speculū usq; ad punctū p : restat ergo angulus igr æqualis angulo iy . Verū cū lineæ ts sit æqualis lineæ to , ut supra patuit, & ty æqualis ipsi tg : restat lineæ go æqualis lineæ ys : duo ergo latera ay & ys sunt æqualia duobus lateribus ag , & go , & basis as est æqualis basi ao : ergo per 8 p 1 trigonorū ays , ago anguli æquis lateribus contenti sunt æquales: angulus ergo ays est æqualis angulo ago : restat ergo per 13 p 1 angulus syp æqualis angulo ogr : igitur duo anguli igr & ogr æquales sunt duobus angulis iy , syp . Verū lineæ as secat superficiē cōuexā speculi: sit punctus sectionis e : tria ergo puncta, quæ sunt e , y , d sunt in superficiē cōuexa speculi: lineæ ergo à centro speculi, quod est a , ad illa tria puncta productæ sunt æquales. Quia uerò trigonū tas est per 2 p 11 totū in eadē superficiē: patet quòd ista tria puncta d , y , e , quæ sunt in lateribus illius trigoni, sunt in eadē superficiē: ergo lineæ ey & ed est per 9 p 3 arcus circuli magni sphaeræ speculi, cuius centrū est a centrū speculi: est autē in superficiē reflexionis cōmunis sectionis superficiē speculi & reflexionis ts p 1 huius: ergo forma puncti i reflectitur ad uisum existētē in puncto s à puncto speculi y : & locus imaginis est punctū t . Similiter diuiso angulo nas per æqualia p lineā ax ductā super qs in punctū x , & productā extra speculi superficiē in punctū ce , demonstrabitur prædicto modo, quia lineæ qx erit æqualis lineæ qm , & lineæ ax æqualis lineæ am , & lineæ xs æqualis lineæ mz : & duo anguli nxc , & sxc erunt æquales duobus angulis nmu , & zmu : & ita forma puncti n reflectetur ad uisum existētē in puncto s à puncto speculi x : & locus imaginis est punctū q : & ita ut prius, formæ duorū punctorū n & i reflectuntur à duobus punctis speculi x & y ad uisum existētē in puncto s : & erit lineæ tq imago lineæ in : est autē lineæ tq æqualis lineæ in . Patet ergo propositū, ut prius. Itē si à puncto i ducatur perpendicularis super lineā na , illa cadet inter puncta n & q , nō extrapunctū n : quia cū per 42 th. 1 huius angulus ina sit acutus, si caderet extra punctū n , fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior per 16 p 1: quod est impossibile: cadet ergo illa perpendicularis cōtra punctū n : faciet ergo illa perpendicularis angulū rectū super lineā nq , quæ respiciet lineā in : ergo p 19 p 1 erit lineā in maior illa perpendiculari: ergo illa perpendicularis erit minor quàm lineā tq , quæ est æqualis lineæ in . Punctus itaq; lineæ nq , in quæ cadit illa perpendicularis, qui sit k , reflectitur ad uisum in puncto s existētē ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis suæ erit in lineā na per 11 huius: erit autē remotior à cōtro speculi, quod est a , ultra punctū q , quàm sit ipsum punctū q , ut patet per 17 huius. Quāto enim remotiora sunt puncta, quorū formæ reflectuntur à speculis sphaericis cōuexis, tantò loca imaginū magis accedunt ad centrū speculi: sed punctus i illius perpendicularis reflectitur ad uisum à puncto speculi y : & locus suæ imaginis est punctū t . Quæcunq; uerò lineæ ducitur à puncto t ad aliquod punctū lineæ nq ultra q , propius ad punctū n , ut lineæ tk , illa cū opponatur angulo obtuso, ut patet, erit per 19 p 1 maior quàm lineā tq : ergo etiam erit maior quàm lineā in , quæ est maior illa perpendiculari, cuius imago uisui occurrit. Patet ergo quòd imago illius perpendicularis erit maior ipsa perpendiculari. Et idē accidit, quæcunq; lineæ ducatur à puncto i ad lineam nq , inter illā perpendicularē ik & lineā in : erit enim semper lineā in maior illa lineā per 47 uel 19 p 1: & imago illius lineæ semper erit maior quàm lineā q : & ita semper erit imago ipsius maior quàm ipsa. Quod est propositū. Possunt autē hæc clarius patefieri. Quia enim forma puncti n reflectitur ad uisum existētē in puncto z à puncto speculi m : & locus imaginis est punctū q : patet quòd lineæ reflexionis, quæ est zm , secat circulū: sit punctū sectionis z : patet ergo quòd contingens ducta à puncto z ad circulū, qui est cōmunis sectionis superficiē reflexionis & speculi, non potest cadere in punctū m : quia per 21 huius angulus amz oportet quòd sit maior recto, quod esset contra 18 p 3, si lineæ zm esset circulū contingens: neq; potest cadere in punctū z , quia ibi secat & non contingit: cadet ergo in aliquod punctū arcus me , & producta ad lineā na , cadet altius quàm punctū q : quoniam punctus, in quæ cadit, dicitur finis cōtingentiæ, qui sit n : & est meta imaginū, ut patet p 7 definitionē: huius & puncta sub illo puncto, quæ est meta imaginū existētia, non poterunt reflecti ad uisum, superiora uerò illo poterunt reflecti. Igitur perpendicularis ducta à puncto i super lineam nq , si ceciderit altius puncto n , qui est meta imaginū, potest reflecti ad uisum punctus ille lineæ nq , in quæ ipsa perpendicularis cadit: & erit, ut præmissum est, imago perpendicularis maior ipsa perpendiculari. Si uerò perpendicularis cadat in ipsum punctum n , qui est meta imaginum, uel inferius illo: tunc forma puncti, in quæ cadit perpendicularis, nō reflectetur: quare nulla erit imago ipsius perpendicularis: uerū tamē quando n finis cōtingentiæ est inferior quàm lineā in , & plus ad centrū: erunt inter punctum, qui est finis cōtingentiæ, & punctū n infinita puncta, quorū quodlibet reflectitur ad uisum: & imago cuiuslibet erit super lineā nq : & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i ad quodlibet illorū, erit imago maior illa lineā, cuius est imago. Patet ergo propositū longis ambagibus certius perquisitum.

39. In omni distantia, qua certa quantitas rei à uisu potest cōprehēdi, imago cuiuslibet rei uisa in speculo sphaerico cōuexo minor uidetur q̄ forma rei extra. Eucl. 21 th. catoptr. Alhazen 5 n 6.

Sit ab lineæ uisa: & sit zx arcus circuli, qui est communis sectionis superficiē reflexionis speculi sphaerici cōuexi, cuius centrum d : sitq; e centrum uisus: & reflectatur forma puncti a ad uisum e à puncto reflexionis h arcus zx : & forma puncti b à puncto n : intelligaturq; lineæ ab produci intra speculum. Aut ergo ipsa transit centrum speculi: aut non. Sit autem primò, quòd transeat: & ducatur lineæ abd : ducatur quoq; à puncto n lineæ contingens circulū, quæ sit nl : & à puncto h ducatur contingens, quæ hm : & ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis, quæ sint bn , en , ah , eh : producanturq; lineæ

g est equalis angulo q g b p 15 p: ergo angul^o p o g extrinsecus erit equalis angulo o g t intrinsecus in trigono t o g: quod est contra 16 p 1 & impossibile: non ergo transibit linea reflexionis o b punctū g. Sed neq; ultra punctū g versus punctum a ad aliquod aliud punctū speculi maioris incidere potest. Si enim hoc sit possibile: sit, ut ad punctū r incidens reflectatur linea d o ad b: palā autē per 17 huius (cum a punctus lineæ d a cadat in superficie speculi, & reflectatur ab illo puncto, cui incidit, & punctum d reflectatur à puncto g) quia quodlibet punctorū lineæ d a reflectitur ab aliquo punctorū arcus a g & sūt propinquiora centro speculi, quod est t: quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uisus, quod est b. Ali-



quod ergo punctorū lineæ d a reflectetur à puncto r ad b: sit illud m: & accidet idē impossibile, qd' prius, ductis lineis m r, r b, r t. Vel si forma puncti d reflectitur à puncto speculi maioris, qd' est g: & itē p reflexionē à puncto speculi minoris, qd' est o, incidit puncto speculi maioris, qd' est r: à duob. ergo punctis maioris speculi, quæ sunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uisum b: coincidunt ergo radij à duob. punctis huius speculi reflexi, qd' est contra 15 huius, & impossibile. Nō cadet ergo radius reflexionis à puncto o speculi minoris in aliqd' punctū arcus a g speculi maioris, à quo fit reflexio formarū punctorū lineæ a d, sed directē puenit ad uisum in punctū b, trās aliquē punctorū arcus circuli speculi maioris, citra punctū g. Similiterq; sit, ut punctus h lineæ d h ex alia parte uisus b, q̄ sit punctū d, reflectatur ad uisum b ab aliquo puncto speculi maioris, qd' sit f: eritq; f per 17 huius ex alia parte puncti g: reflectaturq; forma puncti h à puncto i minoris speculi ad punctū b: fiet quoq; reflexio à puncto i ad b similiter, ut prius. Quia ergo angulus g b f, sub quo apparet idolū in maiori speculo, est maior q̄ angulus o b i, patet p 20 th. 4 huius quoniā in maiori speculo maius apparet idolū q̄ in minori: formæ enim magis coangustatur circa cētra minorū speculorū, q̄ circa cētra maiorū: unde fiunt semper maiores in speculis maiorib. Vniuersaliter autē in omni situ, pportionato rerū ad specula potest patere propositū per 46 th. 1 huius: quoniā partes diametri circuli maioris sunt maiores & minoris minores: & fiunt ex cōsequenti imagines maiores & minores, ut patet per 11 huius. Patet ergo propositū.

41. *In eodem speculo spherico conuexo, centro uisus immoto existente: imago rei approximata superficiē speculi uidetur maior, & secundum eandem lineam elongata minor.*

Quoniam enim, ut patet per 11 huius, imagines punctorum rei uisæ uidentur in cathetis suæ incidentiæ, & imagines rerum uisarum inter cathetos incidentiæ suorum terminorum: catheti uerò punctorū terminalium rei à speculi superficie elongatæ continent angulum minorē, & approximata maiorem per 34 th. 1 huius: linea enim æqualis & æquidistans basi trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo subtenditur. Et quoniam mutata re secundum locum, mutatur ipsius imago in omni speculo, ut patet per 42 th. 5 huius: patet quod imago rei elongatæ fit minor: unde & uidetur minor: & approximata superficiē speculi fit maior: unde & uidetur maior: quoniam secundum præmissa in proxima præcedente uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsorum punctorum terminalium illius rei, ut patere potest per 34 th. 1 huius, & per 23 huius. Patet ergo propositum. Et per hæc & per præmissam potest patere, quoniam si sit proportio elongationis rei uisæ à superficie speculi maioris ad elongationē à superficie speculi minoris; sicut excessus imaginum, quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundum proportionē diametrorum speculorum: possibile est in speculo maiori plus elongato à re uisa, & in speculo minori plus approximato eidē rei, equalē imaginem uideri eiusdem rei, quæ aliās in speculo maiori appareret maior, & in speculo minori minor, ut patet per præmissam. Et hoc est notatu dignum.

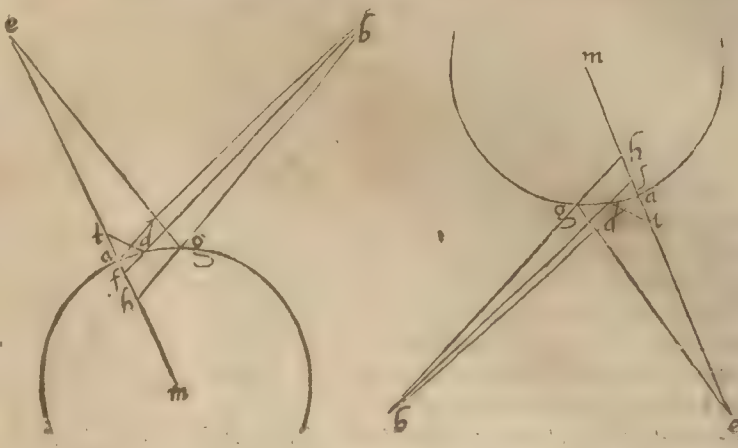
42. *In speculo conuexo spherico dextra rei uisa apparet sinistra, et sinistra dextra. Euc. 20 th. catop.*

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa, quæ similem passionem declarat in speculis planis: unde eodem modo demonstrandum: nec aliter oportet immorari.

43. *Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes speculis sphericis conuexis, reuerse apparent. Euclides 8 th. catoptr.*

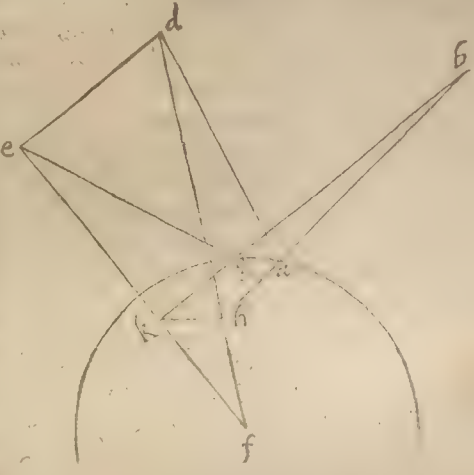
Esto speculum sphericum conuexum a d g: cuius centrū m: incidatq; superficiē speculi perpendiculariter altitudo, quæ sit e a, cuius altius punctum sit e: & sit centrum uisus b: reflectaturq; punctus a à puncto speculi, qui sit a: & sit linea reflexionis, quæ a b: reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e à puncto speculi g: sitq; linea reflexionis g b: & alter punctus lineæ e a (qui sit t) inferior puncto e, reflectatur ad uisum b à puncto speculi d: & sit linea reflexionis d b. Producatur itaq; linea altitudinis e a ultra punctum a: palamq; ex hypothesi, & per 72 th. 1 huius quoniā ipsa transibit centrum m: &

trū m: & pducatur linea reflexionis b g intra speculū. Et q̄a lineæ e a & b g sunt in eadē superficie reflexionis p 27 th. 5 huius: palā cū nō sint æquidistātes, ut patet per 9 huius, quia concurrent: cōcurrant itaq; in puncto h: sed & b d linea reflexionis cōcurrat cū linea e a producta, in puncto f. Et quoniā per 11 huius pūcta h & f sunt loca imaginū pūctorū e & t: palā quod linea h f est imago lineæ e t: similiter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonstrādū. Eritq; imago lineæ e a linea a h: reuersa ergo uideatur altitudo: quod enim supremū est, uideatur infimū, & ecōuerso. Patet enim p 23 huius quoniā super unā cathetū incidētiē signatis duob. pūctis, erit locus imaginis pūcti à cētro speculi p̄p̄inquiris, remotior à cētro speculi, & remotioris propinquir: remotior itaq; uidebitur à cētro m imago pūcti t, q̄ est f, q̄ imago pūcti e, q̄ est h. Palā itaq; est p̄positū primū. Et eodē modo est de p̄funditatib. demonstrādū: infimū. n. pūctū reflectitur ad pūctū imaginis supremū, & ecōuerso. Media quoq; pūcta modo medio reuersē disponūtur. Propositū autē est hoc.



44. *Obliquarum longitudinum idola à conuexis speculis reflexa apparent suæ propria dispositionis. Euclides 10 th. catoptr.*

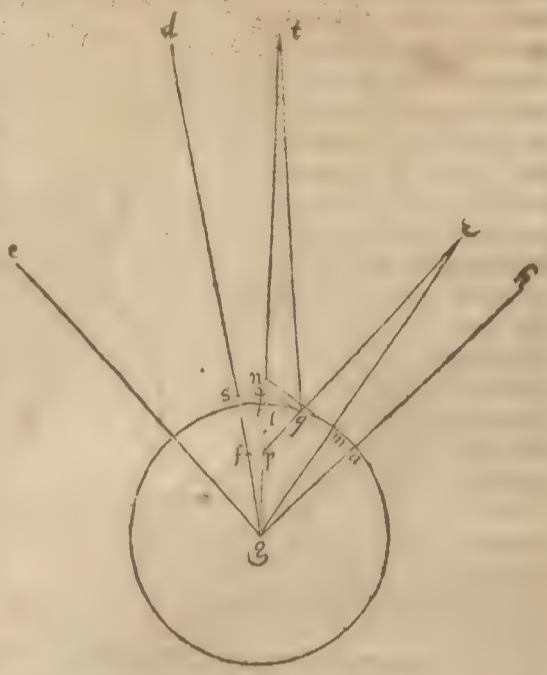
Esto longitudo d e obliquē incidens speculo spherico conuexo, quod sit a g: & eius centrū f: & sit altius pūctū d quā e pūctū à superficie speculi dati: sitq; centrū oculi b: & reflectatur punctus d ad uisum b à pūcto speculi a, & pūctus e à pūcto g. Et à puncto d ducatur perpendicularis super superficiē speculi, quæ per 72 th. 1 huius necessariō transibit centrum speculi, quod est f: quæ sit d f: & similiter ducatur cathetus e f: ducanturq; lineæ reflexionum b a & b g: & producātur intra speculū: cōcurratq; b a cū d f in puncto h, & b g cū e f in pūcto k: & ducatur linea h k, eritq; p 11 huius linea h k imago lineæ d e: est autē linea h k obliquē se habēs ad uisum b, sicut linea d e ad speculū. Quoniā p 23 huius pūcti e, qd' est p̄p̄inquiris cētro speculi, imago, q̄ est k, remotior sit à cētro speculi f: & punctū h, qd' est imago pūcti d remotioris à cētro speculi, sit p̄p̄inquiris cētro speculi: qd' patet p hoc: quoniā alius cuius pūcti catheti d f tātū distantis à pūcto f, quantū pūctū e: locus imaginis est remotior à cētro f, q̄ locus imaginis pūcti d p 23 huius: est itaq; h remotius à conuexa superficie speculi apparēs, & pūctū k propinquiris eidē superficiē. Sic autē & pūctus d fuit remotior à superficie speculi, & pūctus e p̄p̄inquiris. Patet ergo p̄positū, quoniā obliquē lōgitudines apparēt illius distantie à superficie speculi, cuius sunt secundum ueritatē in sua propria dispositione.



45. *Duobus punctis rei uise equaliter distantibus à centro speculi spherici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadē superficie uel diuersis: erunt imago & finis cōtingentia puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quā imago & finis cōtingentia puncti propinquiris: ex quo patet quod punctōrū equaliter distantiu à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi equaliter distabunt. Alhazen 7 n 6.*

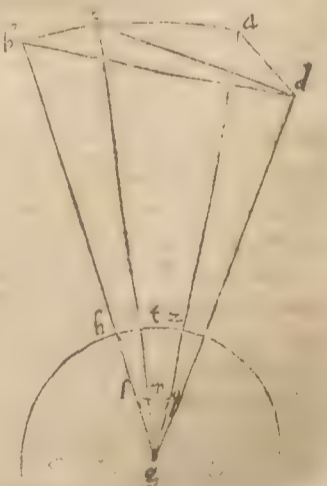
Sint t & d duo pūcta æqualiter à puncto g cētro speculi remota: & sit e cētrū uisus: & sit cōmunis sectio superficiē reflexionis & speculi spherici conuexi circulus a b: cuius cētrū erit pūctū g p 1 huius. Sitq; pūctū d p̄p̄inquiris uisui, q̄ est e, q̄ pūctū t: & ducātur duæ catheti incidētiæ à pūctis t & d ad cētrū circuli g, q̄ sint t g & d g: secetq; cathetus t g superficiē speculi in pūcto b: fiatq; angulo e g d super lineā t g equalis angulus, q̄ sit t g z: & angulo e g t equalis angulus, q̄ sit t g h p 23 p 1: secetq; linea h g circulū in pūcto z: & sumatur p 20 uel 22 huius in circulo pūctū, à quo forma pūcti t reflectatur ad pūctū z: qd' sit pūctū q. Palā ergo qd' forma pūcti t nō reflectitur ad pūctū h ab aliquo pūcto arcus b q: nō. n. à pūcto b: quoniā cū ille sit in catheto incidētiē, palā p 10 huius q̄a reflectitur in seipsum & nō ad pūctū h. Sed neq; à pūcto q: quoniā ab illo forma pūcti t reflectitur ad pūctū z. Quocūq; uerō pūcto sumpto in arcu b q, linea à pūcto h ad illud pūctū ducta secabit lineā q z: igitur ad illud pūctū sectiois reflectitur forma pūcti t à pūcto aliquo arcus b q, & ad idē pūctū sectiois reflectitur à pūcto q: ergo forma puncti t reflectitur à duob. punctis superficie speculi ad unū punctū: qd' est impossibile, &

le, & contra 16 huius. Restat ergo ut forma puncti t reflectatur ad punctum h ab aliquo puncto arcus
 qa. Sit illud punctum m: & a puncto m ducatur linea cotingens circulum p 17 p 3: & pducatur usq; ad ca-
 thetulum g t: & sit m n: eritq; punctus n finis cotingentiae
 puncti t respectu puncti h: & a puncto q ducatur
 linea cotingens circulum, quae pducta ad cathetum t g,
 sit q o: haec ergo necessario cadet sub linea n m per
 6o th. 1 huius: & pducatur linea z q donec cadat
 super cathetum g t in puncto p (cadet aut p 9 huius)
 & erit p 11 huius punctus p locus imaginis formae
 puncti t: erit quoq; p 12 huius proportio g t ad p g,
 sicut t o ad o p: ergo p 16 p 5 erit permutatim p-
 portio g t ad t o, sicut g p ad p o: sed maior est pro-
 portio g t ad t n, quia ad t o p 8 p 5: cum t n sit minor
 q t o, ut patet ex praemis: maior ergo erit ppor-
 tio g t ad t n, q g p ad p o: est autem p 8 p 5 maior p-
 portio g p ad p o, q ad p n: ergo multo maior est
 proportio t g ad t n, q g p ad p n: quonia p o minor
 est q p n. Diuidatur ergo p 19 th. 1 huius linea g n
 in puncto l taliter, ut sit proportio t g ad t n, sicut g l
 ad l n: eritq; g l maior q g p, non equalis neq; minor
 p 8 p 5: eritq; p 16 p 5 proportio t g ad g l, sicut t n ad
 l n: ergo p couersam 12 huius erit punctum l locus i-
 maginis puncti h. Sint ergo lineae h g, e g, z g aequa-
 les inter se: & g f sit equalis g p, & g s equalis lineae g o. Cum igitur angulus e g d sit equalis angulo t
 g z erit p 1 sup pos. 1 huius remotio puncti d a puncto t e, sicut remotio puncti z a puncto t. Quonia cu
 puncta d & t sint eiusdem distantiae a centro speculi, qd est g: erunt lineae d g & t g aequales: erit ergo per 23
 huius imago formae puncti d respectu uisus & taru eleuata in catheto g o, quantum imago puncti t eleuata
 est, respectu puncti z in catheto g t: erit ergo locus imaginis formae puncti d in puncto f, sicut locus uisus
 puncti t erit in puncto p: cum lineae g t & g p sint aequales. Et similiter finis cotingentiae puncti d, re-
 spectu puncti e erit eiusdem altitudinis, cuius est finis cotingentiae puncti t, respectu puncti z: erit ergo
 secundu praemissa finis cotingentiae puncti d in puncto s. Veru qa angulus e g t equalis est angulo t g h, & li-
 nea h g equalis est lineae e g, erit p 33 p 6 ppter aequalitate anguloru, aequalitas arcuum interioru etium
 cathetu t g & lineas h g & e g: erit ergo p praemissa punctus l locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est
 respectu h: & erit punctus u finis cotingentiae respectu puncti e, sicut est respectu puncti h. Imago ergo pun-
 cti remotioris ab e centro uisus remotior est a centro speculi q imago puncti p p i uioris: & finis coting-
 entiae puncti remotioris remotior est ab eodem centro q finis cotingentiae p p i uioris. Et hoc est pposi-
 tum. Ex quo patet qd si puncta uia in speculo sphaerico couexo equaliter distent a centro speculi, & a ce-
 ntro uisus, qd imagines ipso ru a centro speculi aequaliter distabunt: nec enim, ut patet ex praemis, sit di-
 uersitas in locis imaginu, cu finis cotingentiaru semper sint aequaliter a centro speculi distantes, secun-
 dum quos accidit distantia imaginu a centro speculi, quod est g. Patet ergo, quod pponeretur.



46. Imago arcus concentrici speculo sphaerico couexo (diametro uisuali recta super superficiem incidentiae) uidetur curua, & semper equidistans arcui, cuius est imago. Aliaz. 11 & 6.

Esto a b arcus oppositus speculo sphaerico couexo: in quo conu-
 nio superficie reflexionis & speculi sit circulus h t z: & sit g centrū
 illius arcus a b, & similiter centrū speculi: quonia ex hypothesi arcus
 uisus & speculum sunt cocentrica: sitq; d centrū uisus: & ducatur lineae d
 g, a g, b g: & sumatur in arcu a b punctus e quocumq; modo, & ducatur
 linea e g: erit itaq; superficies a g b superficies incidentiae, in qua erit li-
 nea e g: & linea d g est diameter uisualis, q ex hypothesi est erecta su-
 per superficie a g b: erunt ergo p definitione lineae sup superficie erectae an-
 guli d g a, d g b, d g e recti & oēs aequales: sed & latera laterib. equalia
 sunt, quonia d g est equalis sibi ipsi, & alia latera sunt aequalia p defini-
 tione circuli: ergo p 4 p 1 bases illoru trianguloru sunt aequales. Oēs
 ergo puncti arcus a b eiusdem distantiae sunt a centro uisus: quare imagi-
 nes omnium illoru punctoru eiusdem distantiae erunt a centro speculi p corollariū
 praemissa. Sitq; q m l imago arcus a b: erit igitur linea g q equalis
 lineis g m & g l: quare p 9 p 3 linea q m l erit arcus circuli, cuius centrū
 erit punctum g: erit ergo couexitas ipsius respectu centri g, non respectu su-
 pperficie couexae speculi siue loci reflexionis. Et quonia curuitas arcus
 a b respicit couexitate superficie speculi, ut cocentrica ipsi ex hypothesi, patet qd idē arcus est cocen-
 tricus suae imaginis: ergo per 73 th. 1 huius patet qd imago equidistat arcui uisus: quonia est semper
 in superficie incidentiae: est enim semper imago cuiuslibet puncti in catheto lineae incidentiae per 11
 huius: omnes autem catheti illae sunt in superficie incidentiae. Patet ergo propositum.



47. Imago

47. *Imago arcus concentrici speculo spherico conuexo (diametro uisuali superficiē incidentiā obliquē incidente) uidetur curua, non æquidistans arcui, cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum uisi arcus incidente. Alhazen 12 n 6.*

Disponatur omnia, ut in pcedēte theoremate, nisi qd' diameter uisualis, q̄ est d g, nō sit erecta, sed obliquē incidēs sup̄ficiē a b g. Dico qd' imago arcus a b uidetur curua. Ducatur enim ppendicularis à p̄cto d sup̄ hāc sup̄ficiē p u p u. Cū itaq; illa ppendicularis sit minor omnib. lineis ductis à p̄cto d ad hāc sup̄ficiē p z t. i huius, erit angulus reētus, quē cōtinet hęc ppendicularis uersus p̄ctū g, minor quolibet angulo uersus punctū g imaginato, quē cōtinet alia lineā à p̄cto d ad superficiē illā ducta p 16 p 1: & lineā à p̄cto d ad sup̄ficiē illā ducta, quātō remotior erit à ppendiculari, tātō maior erit & maiore angulū cōtinebit uersus g: q̄a minore cōtinet uersus ppendicularē p 21 p 1. Si ergo hęc ppendicularis nō cadat in arcū a e b, sed ultra ipsum: tūc erūt oēs lineæ ductę à p̄cto d ad hūc arcū declinatę in partē unā, & remotiores maiores & maiore angulū cōtinentes uersus p̄ctū g, q̄ p̄p̄inquoies ppendiculari. Si ergo sumatur tria p̄cta in arcu a b, q̄ sint e, c, b: & finis cōtingētię p̄cti b sit l: & finis cōtingētię p̄cti c sit m: palā p 45 huius, q̄a ex eo, qd' p̄ctū c est p̄p̄inquiū uisui d q̄ p̄ctus b: erit p̄ctus m p̄p̄inquiōr cētō g q̄ p̄ctus l: sunt autē lineę g b & g c æquales ex hypothesi, & p̄ definitionē circuli: est ergo lineā c m maior q̄ b l. Sit autē q̄ imago p̄cti c, & sit r imago p̄cti b: & ducatur lineā q r: & ducatur lineę c b & m l: q̄ qd' p̄ductę cōcurrēt. Quia si à p̄cto m ducatur lineā æquidistans lineę c b, illa secabit ex lineā g b lineam æqualem ipsi m c per 2 p 6: est autem c m maior quā b l: concurrant ergo lineę c b & m l in puncto o. Et quoniam per 12 huius proportio est lineę



g c ad g q, sicut lineę c m ad m q: erit p 16 p 5 permutatim proportio g c ad c m, sicut g q ad q m: & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l: ergo per 12 4 th. i huius, cum lineę g c & g b angulariter cōiunctę sint proportionaliter diuisę, & à punctis sectionum ducantur lineę cōcurrētes, quę c o & m o: palā quōd lineā q t cōcurrēt cum lineis c b, m l: & erit ipsarum concursus in puncto o. Finis uerō cōtingētię puncti e sit n. Et quoniam p̄ctus n per 45 huius demissior est puncto m: erit, ut prius, e n lineā maior quā lineā c m. Productis ergo lineis e c & n m, patet, ut prius, quōd concurrēt: sit ergo punctus concursus p: & ducatur lineā q p, & procedat donec secet lineam e g in puncto f: & producat lineā o q usq; ad lineam e g, quā secet in puncto k. Palā quoq; propter hoc, quōd punctus n est demissior puncto m, quia punctum k erit superius quā punctum f, & lineā g k maior erit quā g f: patet autē per 12 3 th. i huius quoniam proportio lineę g e ad e n est sicut lineę g f ad f n: sed finis cōtingētię est punctus n: locus ergo imaginis erit punctus f per 12 huius. Igitur lineā f q t erit imago arcus circuli e c b: & erit lineā curua, nō reēta, utpote arcus illis tribus punctis per 5 p 4 circūscriptus. Nō erit autē ille arcus æquidistans arcui speculi neq; arcui uiso: quoniam, ut patet, lineę t b & q c & f e sunt inæquales, propter qd' remanēt lineę g t, g q & g f inæquales. Similiter quoq; demonstrādū si perpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia parte arcus a b citra ipsum: tunc enim similis erit probatio. Patet ergo propositum primum. Si uerō perpendicularis ducta à puncto d super sup̄ficiē incidentię cadat in medio arcus a b: lineę à puncto d ex diuersis partibus ad arcum ductę æqualiter distantes à perpendiculari, erunt æquales, & æquales angulōs continentes uersus punctum g: & imagines ipsarum æqualiter distabunt à centro g: & fines cōtingētiarum similiter. Imago itaq; æquidistabit arcui a b, & arcui speculi: quoniam imago figurabitur super centrum speculi, quod est g: & erit illi cōcētrica per 73 th. i huius. Potest quoq; probari p̄dicto modo de utraq; parte arcus per se, secundum quod diuiditur à perpendiculari: quōd eius imago sit lineā curua modo p̄dicto æquidistans arcui uiso propter æqualitatem linearum à centro speculi & arcus uisi ad loca imaginū productarū. Quod est propositū: de imagine enim arcus a e potest secūdū p̄missā idem patere.

48. *Imago arcus eccentrici circulo (qui est cōmunis sectio superficiē incidentiē & speculi spherici conuexi) secundū mediū eius punctum propinquois cētō speculi (uisu existēte extra sup̄ficiē incidentiē) uidetur maioris curuitatis quā arcus eidē circulo speculi æquidistans. Alha. 3 n 6.*

Esto arcus uisus b e a: circulusq; cōmunis superficiē reflexionis & speculi sit h z: cuius centrū sit g: sitq; arcus b e a eccentricus arcui h z: sint tamē isti arcus in eadē superficiē: & sit e mediū punctus arcus b e a, p̄p̄inquiōr cētō g: sitq; uisus extra superficiē incidentię. Dico quōd imago arcus b e a erit curua, & maioris curuitatis q̄ imago alterius arcus cōcētrici ipsi speculo. Ducatur enim lineā à cētō speculi, qd' est g, ad cētū arcus b e a, qd' sit f: p̄ductaq; lineā g e, palā p 7 p 3 quoniam ipsa est bre-

nior omnibus lineis à cetro g ad arcū a e b productis. Et quoniā arcus b e est æqualis arcui e a, palā per 7 p 3 quoniam linea g a æqualis est lineæ g b: ductisq; lineis g a, g b, secundum ipsarū quantitatem describatur arcus à centro g: palāq; per præmissa, quoniam arcus descriptus secundum sui punctum medium magis distabit ab arcu h z, quā arcus b e a. Sit ergo descriptus arcus b d a: & ducatur linea g d ad medium punctum illius arcus, quæ erit æqualis g b: excedit ergo arcus b d a arcum b e a. Manifestum aut ex præcedentib. quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis. Puncta ergo cōmūnia istis duobus arcubus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter priorib. sed cum punctū d sit remotius à centro g quā punctum e: eius imago erit propinquior centro speculi quā imago puncti e per 23 th. huius: & ita cuiuslibet pūcti arcus b d a imago est propinquior centro imagine puncti sibi correspondentis in arcu b e a. Quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b. Et hoc est propositum. Et secundum hunc modū in alijs sitibus arcuū & speculorū potest fieri demonstratio, quando uisus non fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.

49. *In speculis sphericis cōuexis, uisu nō existēte in superficie linea recta æquidistans speculo, imago uidetur curua. Alha. 14 n 6.*

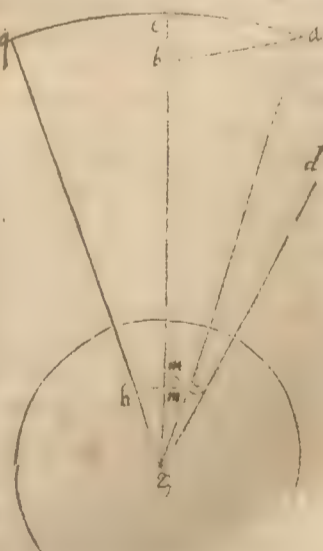
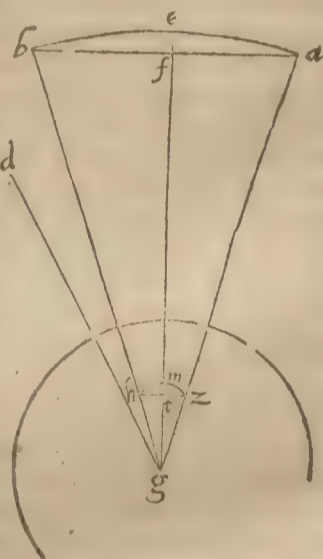
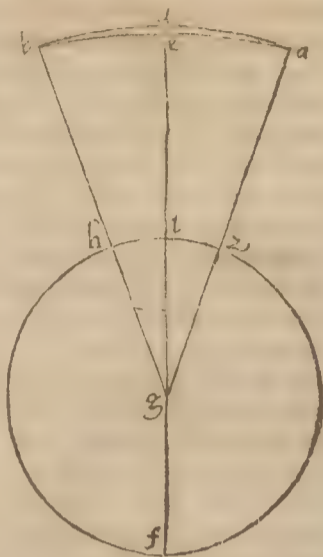
Sit linea recta uisa a b: & sit speculi sphericis cōuexi centrum g: erit ergo superficies incidentiæ a g b: extra quā sit centrum uisus, quod sit d: sitq; linea a b æquidistans speculo: hoc est lineæ contingenti arcum circuli (qui est communis sectio superficiem incidentiæ & superficiem speculi) secundum mediū punctum illius arcus. Dico quod imago lineæ rectæ a b curua uidebitur. Ducantur enim lineæ rectæ: d g à centro uisus ad centrum speculi, & g b, g a à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g, cum linea a b æquidistet speculo, palā quod sunt æquales. Fiat ergo circulus concentricus speculo secundum quantitatem illarum linearum, qui sit a e b: cadet ergo linea a b intra illum circulum: eritq; per 46 uel 47 huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita quod imago pūcti a sit z, & imago pūcti e sit t, & imago puncti b sit h: & ducatur linea g e secans rectā a b in pūcto f. Palā ergo quod punctus e est in eadē linea cū puncto f, sed remotior à centro g: erit ergo per 23 huius imago puncti e propinquior centro speculi, quā imago puncti f: cōmūniū uerò punctorū, quæ sunt a & b, imagines sunt eadē. Sit itaq; punctus m imago puncti f: erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. Patet autem quod linea z m h est linea curua, cum linea z t h sit recta: & omnium punctorum lineæ rectæ, quæ a f, loca imaginum ordinentur secundum conuenientem sibi proportionē inter puncta z & m, respectu arcus z m, & omnium punctorū lineæ b f loca imaginū ordinentur secundū conuenientē sibi proportionē inter puncta h & m respectu arcus h m. Patet ergo propositū: resectisq; lineis a f & b f æqualiter, eadē est demōstratio.

50. *Linea recta non æquidistans speculo, quæ producta non cōtingeret, uel secaret superficiem speculi sphericis cōuexi (uisu nō existēte in superficie incidentiæ) imago uidetur curua. Alha. 15 n 6.*

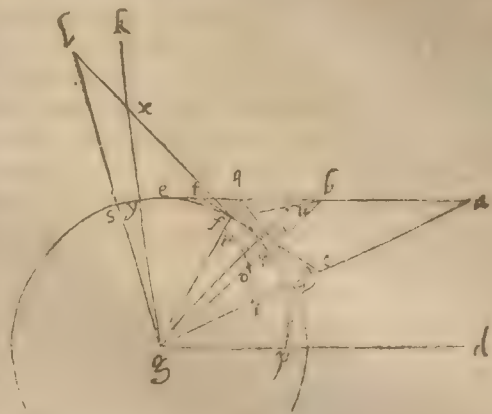
Disponantur omnia, ut in præcedente, nisi quod linea a b non æquidistet speculo, nec contingat, nec secet speculum, sed tantū obliquetur super ipsum. Palā ergo quod lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g maior quā g b: & fiat circulus super centrū g ad quantitatem lineæ a g maioris, qui sit a e q: & ducatur g b ultra b, usquequod cadat in circulum, in punctū e. Patet autem ex 46 uel 47 huius quoniā imago arcus a e est curua: punctus aut imaginis a sit z, pūctus uerò imaginis e sit m: eritq; z m imago arcus a e. Et quoniā imago pūcti b est remotior à cetro imagine pūcti e per 23 huius: patet quod erit imago lineæ a b curua: qd' etiā per pūcta media arcus a e & lineæ a b faciliter poterit ostendi. Patet ergo propositū: resecta q; linea a b ex quacūq; sui parte semper eadē est demōstratio, quæ prius.

51. *Imago linea recta, quæ producta cōtingeret speculum sphericum cōuexum (uisu non existēte in superficie incidentiæ) semper uidetur curua. Alha. 16 n 6.*

Sit dispositio, quæ prius, ita tamen ut linea a b producta, contingat speculum in puncto e: & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a: sitq;, ut superficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum

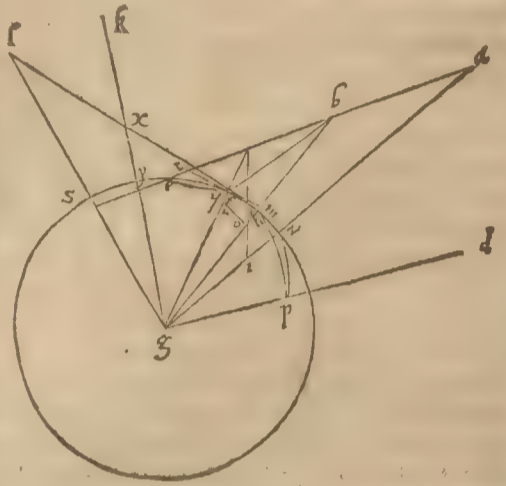


speculum in arcu e h z: & sit d cetrū uisus: sitq; sectio communis superficiei reflexionis (in qua sunt lineæ g a & g d) & superficiei speculi, arcus z p. Communis uerò sectio superficiei reflexionis (in qua sunt lineæ g h & g d) & superficiei speculi, sit arcus h p. Palam ergo per ea, quæ demonstrata sunt in 16 huius, quod forma puncti b reflectitur ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea cōtingēs arcū h p, illa secabit lineā b g: & inis cōtingētiae erit punctus illius sectionis. Sit punctus ille m. Palā etiā quod si à puncto m ducatur linea cōtingēs arcū e h, qd' illa cadet citra punctū e p 60 th. i huius: quoniā lineā a b producta est cōtingēs circulū in puncto e, & punctus b est altior puncto m. Cadat ergo cōtingēs à puncto m ducta in punctū t. & hęc cōtingēs producta in cōtinuū & directum per 60 th. i huius secabit lineam a e: ergo secet in puncto t: & ex alia parte secabit lineam g a per 14 th. i huius, cum illæ omnes lineæ sint in una superficiei: secet ergo ipsam in puncto c. Fiat quoque super g terminum lineæ b g angulus æqualis angulo b g d per 23 p 1, qui sit angulus b g s, cadente puncto s in peripheriam circuli: & producat lineā g s ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 26 p 3 arcus s h æqualis arcui h p. Sicut ergo reflectitur forma puncti b ad uisum in puncto d ab aliquo puncto arcus h p: sic reflectetur ad punctum l ab aliquo puncto arcus h s: & erit reflexio à puncto f, sicut in arcu h p fit reflexio à puncto, à quo ducitur cōtingēs ad punctum m: quoniā illi arcus necessariò sunt æquales, ut patet per 58 th. i huius. Et quoniā à puncto m uenit utraq; illarum linearum contingentium: palā quod ipsæ ambæ sunt æquales per 58 th. i huius. Ducantur ergo lineæ b f & l f. Similiter quoq; forma puncti a reflectitur per 16 huius ad uisum d ab aliquo puncto arcus z p. Verūm in triangulo curuilineo h z p duo arcus h z & h p sunt maiores tertio per 28 p 3 & per 20 p 1: sed arcus h p est æqualis arcui h s: igitur arcus z p est minor arcu z s. Rescindatur ergo arcus z s ad æqualitatem arcus z p (quod potest fieri auxilio 34 p 3) sit ergo factum in puncto y: & ducatur lineā g y quæ producta ad æqualitatem lineæ g s, secabit necessariò lineam f l: ideo quia lineā g d est æqualis lineæ g l. Quia itaque lineā illa secat angulum l g z: ergo secabit etiam basim ei subtensam per 29 th. i huius. Secet ergo in puncto x: & sit lineā g y k æqualis lineæ g d. Palā ergo quoniā sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d ab aliquo puncto arcus z p: similiter eadem forma puncti a reflectitur ad k ab aliquo puncto arcus z y. Sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto, quod est citra punctum f ex parte puncti z. Si enim dicatur quod a puncto f uel ab alio puncto arcus f y reflectitur forma puncti a ad punctum k: sit, ut fiat illa reflexio à puncto f: palā ergo quod tunc lineā ducta à puncto a ad punctum reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f: quia lineā cōtingēs circulum in puncto e transit per punctum b. Ad illud ergo punctum communis sectionis illarum linearum a f & b f reflectetur punctus k, & ad idem punctum à puncto f reflectetur punctus i: & ita duo puncta in his speculis reflectentur ad idem punctum ab eodem puncto f & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 16 huius. Sed neque ab alio puncto arcus f y: quoniā tunc, ut prius, lineā ducta à puncto a ad punctū reflexionis, secabit lineā b f: sit punctū sectionis u. Ad illud ergo punctū sectionis u reflectetur forma puncti k & forma puncti l: & ita duo puncta eiusdem distantie à centro propositi speculi, quod est punctū g (quoniā ambæ l g, k g sunt æquales ipsi g d ex hypothesis) reflectentur ad idem centrum uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quod est u, est ducibilis ad punctum g centrū speculi. Erit ergo per 18 huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totum suæ parti: quod est impossibile. Non ergo reflectetur forma puncti a ad punctum k ab aliquo puncto arcus f y: restat ergo, ut punctus a reflectatur ad punctum k ab aliquo puncto arcus z f alio, quàm sit punctum f. Si igitur ab illo puncto ducatur lineā cōtingēs circulum, illa producta necessariò secabit lineā a z: & cadet inter puncta z & c per 60 th. i huius: ideo quod punctus f respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z f: & ita lineā cōtingēs à puncto f, quæ est f c, altior est alijs contingentibus à punctis arcus z f ductis. Cadat ergo cōtingēs illa in punctum n: & ducatur lineā in n: quæ quidē lineā cum transeat per acumen trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t per 15 p 1, quoniā & ipsa diuidit angulū g m c, ut patet ex præmissis. Quia ergo diuidit b m t, ergo necessariò secabit basim b t per 29 th. i huius. Secet ergo ipsam in puncto q: & ducatur lineā g q: sit autē i imago puncti a: & sit o imago puncti b: & r sit imago punctum a, quod erit imago puncti b remotior a puncto g quā i imago puncti a. Ducatur ergo lineā o i, quæ per 11 huius erit imago lineæ a b. Palā etiam per 12 huius & per 16 p 5 quod proportio a g ad a n est, sicut g i ad i n, & proportio b g ad b m per eadem est sicut g o ad o m. Cum ergo lineæ a g & b g diuidantur secundam proportionem similem, utraq; ipsarum in duobus punctis, & à punctis diuisionum ducantur lineæ, quarum duæ scilicet g q & m n concurrant ad idē punctum q, tertia (quæ est i o) necessariò concurrent ad idem punctum per 124 th. i huius. Lineā ergo i o producta cadet super punctum q: est ergo lineā i o q lineā recta. Igitur lineā i o r non erit recta: sed lineā i o r est imago lineæ a q. Quare palā quod imago lineæ a q erit curua. Posito autē b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b posito



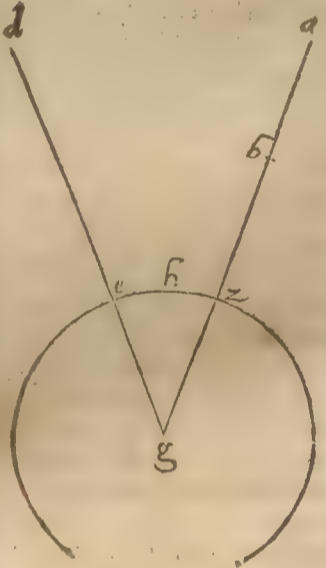
bposito loco pñcti b, eodē modo penitus pbatur, qđ imago lineæ a b est curua. Et hoc est ppositū.
 52. Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulum (qui est communis sectio superficiē incidentiæ, & superficiē speculi sphericū conuexi) non tamen per centrum, uisū non existente in superficie incidentiæ, uidetur curua. Alhazen 17 n 6.

Manente priori dispositione, sit, ut lineæ a b producta, circulū e h z (qui est cōmunis sectio superficiē incidentiæ & speculi) secet in pñcto e: & punctus reflexionis formæ puncti b ad punctum l sit punctum f: & sit m finis contingentiæ lineæ contingentis circulum e h z in pñcto f productæ ad lineam b g. Reflectetur itaque b ad d ab aliquo pñcto arcus h p, sicut in præcedente propositione pmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflexionis usq; ad pñctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior, aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedente arcus ille sit æqualis arcui h f: ideo quia à puncto m productæ lineæ contingentes pertingunt ad arcus æquales per 59 th. i huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à puncto m ex parte e. Igitur lineæ a e transit per punctum q: & ita lineæ m q secat lineam a e trās punctū e: quoniam utrunq; pñctorum e & q est in peripheria circuli, & est punctum unum. Si uerò arcus ille sit minor arcu h e: secabit lineam q in lineam a e ultra punctū q: sit, ut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triāngulus ducta lineæ e q. Si uerò arcus ille fuerit maior arcu h e: secabit lineam m q lineam a e citra punctum q: quodcunque istorum acciderit: iteretur probatio præmissæ: & eodem modo penitus probabitur, quod imago lineæ a b est curua. Quod est propositum.



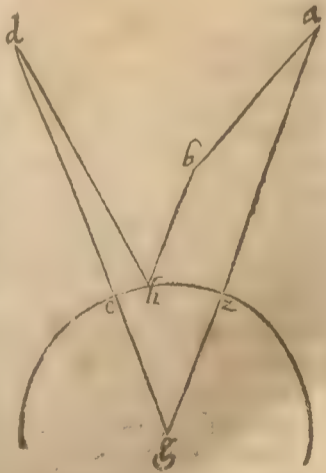
53. Imago lineæ rectæ, quæ producta transiret centrum circuli (qui est cōmunis sectio superficiē incidentiæ & speculi sphericū conuexi) centro uisus existente in eadem superficie, uel extra illam, nō tamen in illa lineæ, semper uidetur recta. Alhazen 18 n 6.

Disponatur omnia, ut in præcedentibus, nisi quod hætenus locuti sumus de passionibus harum linearum, uisū non existente in superficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus quandoq; esse in superficie incidentiæ, qui sit, ut prius, in pñcto d: & ducatur lineæ g d: concurratq; lineæ a b protracta cum circulo e h z, transiens ipsius centrum g. Patet ergo quod angulus illarum linearū a g, & d g cadet super g centrū speculi: uidebiturq; imago lineæ a b una lineæ recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cum ipsa sit in catheto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa lineæ a b producta ad centrum g per h huius: erit ergo imago illius totius lineæ recta, sicut & ipsa lineæ a b producta, est lineæ recta. Patet ergo propositum.



54. Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli (qui est communis sectio superficiē incidentiæ & speculi sphericū conuexi) centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisū, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur. Alhazen 19 n 6.

Ordinentur omnia, ut prius in 51 huius: & sit lineæ a b declinata super circulū e h z, ita qđ nō attingat centrū eius: sitq; uisus d in superficie incidentiæ: & sit declinatio lineæ ad partē aliā ab illa, in qua est uisus: ut si uisus sit in parte dextra, declinet pñctū a ad sinistrā, uel ecōtrario: & lineæ pertingat ad superficiē speculi: dico quod tantū unius pñcti lineæ a b imago uidebitur. Sumatur enim per auxiliū 16 huius pñctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, q sit h: & sumatur aliqua lineæ reflexionis pñctorū a b lineæ declinatæ, ut pñcti b: & illa cadet forsitan super hanc lineam reflexionis d h: quod si fuerit, nō uidebitur quidē imago lineæ huius declinatæ, quæ a b, nisi secundū solū illū pñctū b: quod patet ducta catheto incidentiæ à pñcto a, qui sit a g: tunc enim arcus interiaccens pñctū h, à quo reflectitur forma puncti b, & punctum sectionis circuli e h z per cathetū a g (quod sit z) continet omnia puncta reflexionis formarū pñctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50 huius. Producta ergo à cetro uisus ad centrum speculi lineæ, quæ sit d g, secans circulum e h z in puncto e: si sumatur in arcu circuli

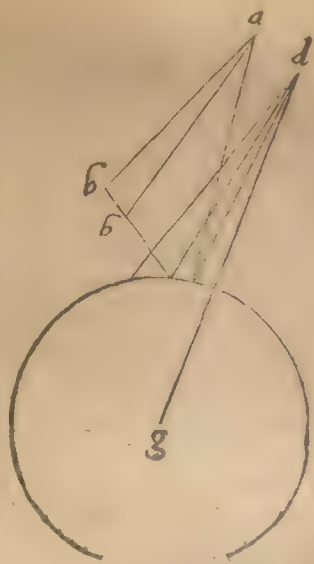


qui

qui e h, citra hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b: sed ille punctus reflectitur à puncto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis: cum linea suæ reflexionis sit ultra lineam reflexionis formæ puncti b: & ita illæ punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi: quod est impossibile, & contra 16 huius. Non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculo. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflecteretur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h interiacentis lineam d g & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus: tunc patet per 1 p 11 quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie: linea ergo incidentiæ illius puncti secaret lineam incidentiæ formæ puncti b. Forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundem uisum d à duobus punctis, scilicet à puncto h puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato: quod totum est impossibile, & contra 16 huius. Non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uisum d ab aliquo puncto arcus e h discooperiti. Licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b ab aliquo puncto arcus h z prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in linea reflexionis, quæ occultatur uisui per præcedentia puncta lineæ solidæ: & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b non uidetur, uisu sic disposito, ut præmissum est. Patet ergo propositum.

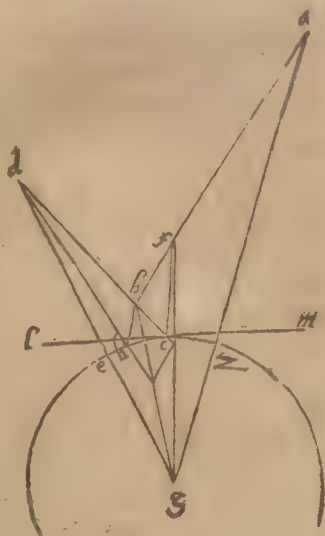
55. *Linea recta declinata à cetro circuli (qui est cõmunis sectio superficiæ incidentiæ & speculi sphericæ cõuexi) cetro uisus existere in eadẽ superficie incidentiæ, ita qd declinatio lineæ sit ad partẽ uisus, siue sit tangens superficiẽ speculi siue non, nullus puncti imago uidetur. Alhaz. 20 n 6.*

Sit dispositio, quæ supra: & sumatur a b linea declinata, ut proponitur: & eius declinatio fit ex parte uisus d: dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim, quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacentis lineam reflexionis, non impeditam per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à centro uisus ductam ad centrũ speculi: & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum: hæc itaque secabit lineam reflexionis: & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi: quod est impossibile. Si uerò dicatur quod punctus sumptus in linea a b reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile: quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui & speculo, abscidentem omnes lineas reflexionum suorum punctorum. Et præterea secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ obliquæ speculo incidentis: reflexio uerò solũ sit ex parte anguli maioris, ut patet per 33 th. 5 huius. Non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatum. Nullius ergo puncti illius lineæ a b imago uidetur. Quod est propositum.



56. *Linea recta obliqua, non tangens superficiem speculi sphericæ cõuexi uisu existente in superficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ sit ad partem aliam à uisu: modicum imaginis uidetur: & erit imago semper curua. Alhazen 21 n 6.*

Disponantur omnia, ut in præcedentibus: sitq; linea a b obliquata super superficiem speculi: ita quod producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi: sed distet punctus b aequaliter ab illa in aere existens: sitque uisus d in superficie incidentiæ illius lineæ a b. Dico quod modicum imaginis lineæ a b uisui occurret. Ducatur enim linea d b super superficiem speculi, incidens in punctum c circuli e h z, (qui est communis sectio superficiæ incidentiæ & superficiæ speculi.) A puncto quoque c ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit l c m: & super c terminum lineæ m c fiat angulus æqualis angulo d c l, per lineam c f secantem lineam a b in puncto f: & à puncto f ducatur cathetus f g ad centrum speculi: & ducatur cathetus b g. Palam itaque quod forma puncti f reflectitur ad uisum d à puncto c per 20 th. 5 huius: eritque locus imaginis in linea f g: similiterque forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis erit in linea b g per 11 huius. Et quia propter interpositionem lineæ solidæ, quæ f b, alia puncta lineæ a b non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta à punctis sectionum linearum reflexionum punctorum b & f, & cathetorum b g & f g: (quæ est res modica) patet quod imaginis lineæ a b pars modica uidetur. Quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus

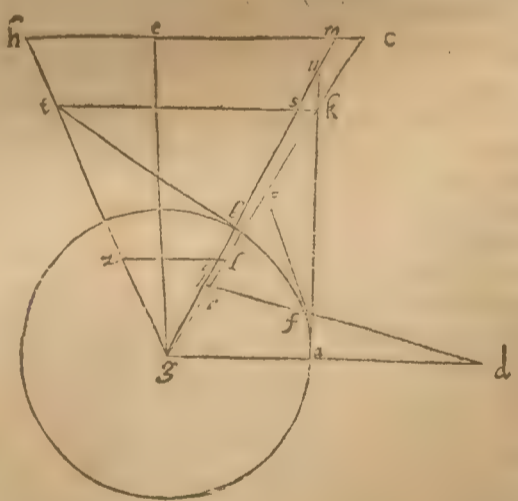


uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi. Vnde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b: totius lineae a b uidebitur imago. Tunc enim cadit haec linea a b inter lineam reflexionis formae puncti a, & inter productam cathetum puncti a ultra lineam a g. Et si taliter situeretur haec linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c & inter lineam per punctum reflexionis puncti b transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineae. Videbitur autem imago totius lineae a b uel partis eius semper curva: quod potest ostendi per modum 50 huius: & minuitur curuitas imaginis huius lineae, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctum reflexionis formae puncti b. Vniuersaliter uero quicquid interpositum uisui & speculo impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum: illius imago non uidebitur in his speculis. Haec autem, quae hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu, qui interiorum duas contingentes ductas a centro uisus ad speculum: quoniam ille solum opponitur uisui per 5 huius: linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui, aliqua potest esse aequidistans lineae contingenti, & illa non uidebitur: similiter & coterminalis illi aequidistans, quae cadit sub aequidistante, penitus occultabitur uisui: sed linea conterminalis aequidistans cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri. Et haec experimentantium industriae ex praehabitis principijs relinquimus demonstranda: erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuae.

57. Visu existente in superficie incidentia linea recta, non concurrentis cum superficie speculi sphaerici conuexi, sed aequidistantis lineae interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus: imago uidebitur curva. Alhazen 22 n 6.

Sit d centrum uisus: & g centrum speculi: & h e sit linea uisa: quae quidem linea non concurrat cu circulo, qui est communis sectio superficiei incidentiae & speculi, sed sit aequidistans lineae d g, uel fecet eam ex parte d. Sit quoque a b circulus, qui est communis sectio superficiei incidentiae uel reflexionis, in qua sunt lineae d g & h e, & superficiei speculi propositi: & producatur linea h g, in qua sit punctus z imago puncti h. Punctus quoque circuli, a quo reflectitur forma puncti h ad uisum d, sit b: ducaturque a puncto b linea circulum contingens, quae fecet lineam h g super punctum t: eritque punctus t finis contingentiae. Ducatur etiam linea g b, quae producta necessario concurret cum linea h e. Si enim h e fuerit aequidistans d g, concurret quidem per 2 th. i huius: si uero d g concurrat cum h e, multo fortius g b concurret cum eadem per 29 th. i huius. Concurfus quoque ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam: si ultra, concurrat in puncto m. Ducatur quoque linea m g: quae erit cathetus incidentiae puncti m: & imago puncti m sit q. Imaginata quoque linea a puncto reflexionis formae puncti m ad lineam g m producta: finis contingentiae sit punctus s: & ducatur linea z q copulans loca imaginum: similiter ducatur linea t s cupulans fines contingentiarum. Sit quoque, ut linea d g fecet circulum a b in puncto a: & producatur a puncto a linea contingens circulum, quae sit a u. Palam itaque quoniam arcus a b est minor quarta circuli, cum uisus d uideat ex circulo minus medietate per 3 huius: quare angulus a g b est acutus per 33 p 6, & angulus u a g est rectus per 18 p 3: igitur linea a u concurret cum linea g b per 14 th. i huius: concurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u cadet ultra punctum s. Quia cum per 16 huius punctus m reflectatur ab aliquo puncto arcus a b: & punctus a sit demissior illo puncto reflexionis formae puncti m: erit finis contingentiae lineae ductae a puncto a contingentis circulum, altior sine contingentiae illius puncti per 60 th. i huius: & ita erit punctus s demissior puncto u. Protrahatur ergo linea t s, donec concurrat cum linea u a: concurret autem per 14 th. i huius: & sit concursus in puncto k: & ducatur linea g k: quae producta concurret cum h m per 2 uel per 29 th. i huius: sit concursus in puncto c. Punctus itaque c reflectitur ad uisum d ab aliquo puncto arcus a b: quod patet per e a, quae demonstrata sunt in 16 huius: sit ille punctus f: a quo ducatur linea contingens speculum usque ad cathetum g c: quae quidem erit demissior quam linea a k: & sit f o, secans lineam g c in puncto o: qui sit finis contingentiae: ergo per 60 th. i huius erit punctus o demissior puncto k: sunt enim puncta k & o fines contingentiarum. Producatur quoque linea d f, usquequod cadat super g e cathetum: cadet autem per 9 huius: sit ergo, ut cadat in punctum r: & producatur linea z q usque ad lineam g c: & cadat in punctum l. Dico quoniam punctum l est altius quam punctum r. Lineae enim h c & t k, & z l aut sunt aequidistantes aut concurrunt. Sint primò aequidistantes: cu ergo haec lineae aequidistantes secant lineam c g, super tria puncta c, k, l, & secant utranque linearum m g & h g: & cum sit proportio lineae h g ad h t, sicut lineae g z ad z t per 12 huius, & per 16 p 5: & similiter cum sit proportio lineae m g ad m s,

*Incollyca, Se,
mau quid in figura
pau, colla
modo m s,
et, c k*



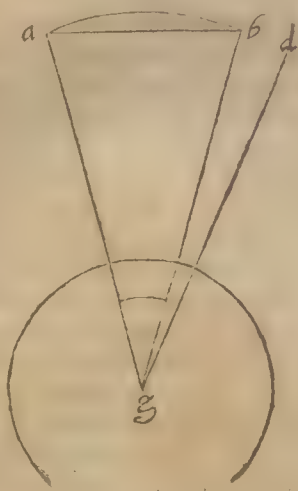
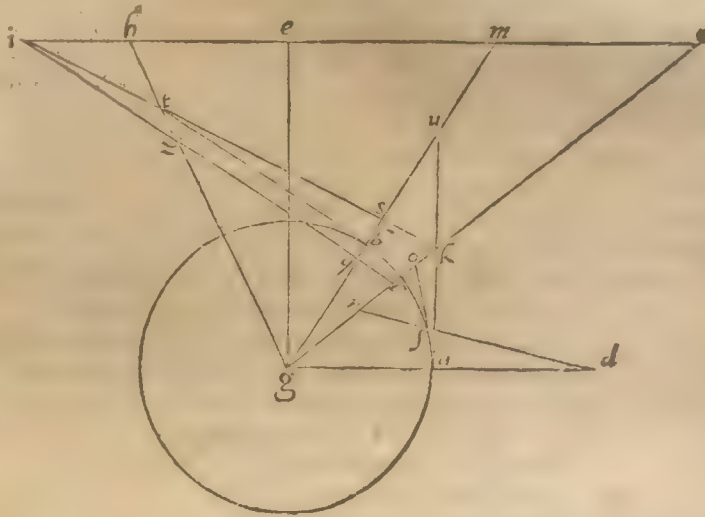
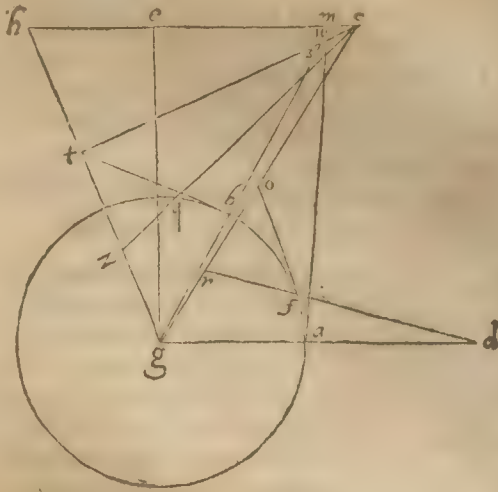
ad m , sicut g q ad q fuerit eadem proportio g e ad e k, quæ g l ad l k per 122 th. 1 huius: sed palam per 11 huius quoniam r est imago puncti c : linea enim d f est linea reflexionis, concurrens cum catheto o g in puncto r : & o est finis contingentie: est ergo per 12 huius, & per 16 p 5 proportio g e ad e o, sicut g r ad r o: sed maior est proportio g e ad e k, quam g e ad e o per 8 p 5: & ita erit maior proportio g l ad l k, quam g r ad r o: ergo e contrario conuersim per 6 th. 1 huius erit minor proportio l k ad g l, quam r o ad g r: est ergo maior proportio o r ad g r, quam k l ad g l: ergo coniunctim per 11 th. 1 huius maior proportio est o g ad r g, quam k g ad l g: sed k g est maior quam o g: ergo per 14 p 5 l g est maior quam r g. Est ergo punctus r demissior puncto l : sed z q l est linea recta: ergo linea z q r est linea curua: ergo imago lineæ h c est curua. Posito ergo alio puncto lineæ h e, loco puncti m , & puncto e loco puncti c : erit probare quod imago lineæ h e rectæ sit curua. Si uero lineæ h m, r s, & z q non sunt æquidistantes, concurrant ergo: & erit cõcurfus aut ex parte d , aut ex parte h : sit ex parte d , & concurrant in puncto c : erit ergo per 53 huius z q l linea recta: quare z q r erit linea curua: est ergo imago lineæ h e rectæ curua, demonstratione completa, ut prius. Hoc ergo est propositum.

58. Omnis arcus circuli, in cuius superficie incidentiæ fuerit centrum uisus, imago sensibiliter apparens intra speculum sphericum conuexum, uideatur semper curua. Alhazen 23 n 6.

Sit arcus uisus a b: & sit centrum speculi punctum g : & centrum uisus punctum d : si q , hoc centrum uisus in superficie incidentiæ, quæ est a b g. Dico quod imago arcus a b uideatur semper curua, quando sensibiliter intra speculum uideatur: Ducatur, enim chorda a b: palamq; ex præmissis propositionibus, quoniam imago chordæ a b secundum omnem sui situm, respectu speculi uideatur semper curua: nisi solùm tunc, quando ipsa sit in catheto incidentiæ unius suæ extremitatis: ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiens eius centrũ: tunc enim ipsius imago uideatur recta, ut patet per 53 huius. Arcum uero a b esse in catheto incidentiæ suarum extremitatũ est impossibile: cum quilibet suorum punctorum diuersam habeat incidentiæ cathetum. Ergo nunquam uidebitur imago arcus taliter dispositi in linea recta: quoniam semper loca imaginum diuersorum punctorum in diuersis sunt cathetis. Curuitas uero imaginum potest faciliter concludi secundum modum, quo in præcedentibus in lineis rectis uisum sumus: & coadiuuabit ad hæc 45 huius. Patet ergo propositum.

59. Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum, cum locus ipsarũ est intra speculum sphericum conuexum uel extra ipsum, conuexitati arcuum sit contraria secundum situm.

Esto quod arcus a b respiciat secundum sui concauum uel conuexum centrum speculi sphericæ conuexi, quod sit punctum g . Dico quod conuexitas ipsius imaginis erit cõtraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, quando imago taliter est intra speculũ, uel totaliter extra, uel secundum



dum partem intra, secundum partem extra, & secundum partem in ipsa superficie speculi Loca enim imaginum punctorum remotiorum a superficie speculi sunt propinquiora centro speculi, & loca punctorum propinquiorum superficie speculi sunt remotiora a centro speculi, ut patet per 23 huius. Et quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium a continuitate rerum, quarum ipsae sunt imagines: patet quod conuexitas ipsarum imaginum conuexitati ipsorum uisorum arcuum fit contraria secundum situm, prout etiam ostendimus in 46 huius. Patet ergo propositum.

60. Imaginum curuarum eiusdem arcus nisi remotioris a centro speculi sphaerici conuexi curuior uidetur.

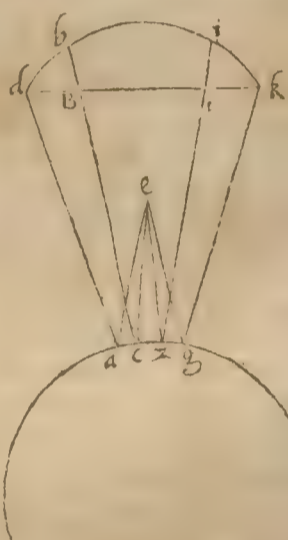
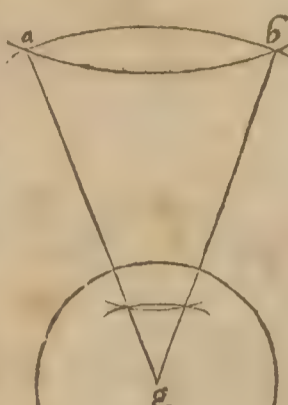
Sit a b arcus uisus, cuius punctus medius sit e: & cuius arcus imago sit curua: & eius chorda sit a b linea recta: sitq; centrum speculi g. Dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius fit minoris curuitatis, & recedente ipsa fit maioris. Ducantur enim catheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorum a & b per 11 huius. Quia itaq; accedente linea recta a b ad superficiem speculi, angulus a g b fit maior, & recedente ipsa angulus a g b fit minor per 34 th. 1 huius: imago uero puncti e plus elongati a centro speculi fit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo fit remotior a centro per 23 th. huius: extrema uero puncta illius imaginis semper sunt in cathetis a g & a b: patet ergo quod imago arcus a b remotioris a centro speculi plus coangustatur, & approximati plus ampliatur: & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito. Quoniam ipsius remotioris a centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua: quoniam ipsa semper fit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & fit pars circuli minoris in recessu a centro: & secundum quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum. Patet ergo propositum.

61. Omnis imago in superficie speculi sphaerici conuexi uisui occurrens, semper apparet conuexa. Euclides 23. th. catoptr.

Esto speculum sphaericum conuexum a g: & sit centrum uisus e: & sit linea recta uel curua uisa, quae d k: in qua signentur puncta b & i, sitq; ut loca imaginum istorum punctorum sint in superficie ipsius speculi, lineis incidentiae existentibus ipsis, quae d a, b c, i z, & k g: lineis quoq; reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super superficie speculi: palam per 72 th. 1 huius quonia ipsa transibit centrum speculi: ergo p 8 p 3 uel per 21 th. 1 huius illa erit breuissima omnium linearum illarum reflexionis, & illi propinquiores sunt remotioribus breuiores. Patet ergo quonia illa imago uidetur curua: quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior. Idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficie: quoniam ducta perpendiculari linea a puncto e super superficiem speculi per 11 p 11: palam quod omnes lineae reflexionis illi perpendiculari propinquiores remotioribus sunt breuiores: & sic item imago lineae rectae uel curuae, quae est d k, occurrens uisui in superficie speculi, uidetur semper curua. Et quonia eodem modo est demonstrandum de qualibet imagine apparente in superficie speculi: patet ergo propositum.

62. Imago linea curuae secundum eius concauitatem respiciens superficiem speculi sphaerici conuexi, nonnunquam uidetur recta. Alhazen 23 n 6.

Sit linea curua a b c, opposita speculo sphaerico conuexo secundum sui partem concauam. Dico quod nonnunquam imago ipsius potest uideri linea recta. Ducatur enim eius chorda recta linea, quae sit a c: palamq; per plures praemissarum propositionum huius, quonia in aliquo situ imago ipsius lineae rectae uidetur curua curuitate respiciens centrum speculi. Quia ergo extremitates lineae curuae a b c, quae sunt a & c, uidentur in extremitatibus imaginis lineae rectae a c: imaginetur ipsi curuae imagini lineae rectae a c subtendens chorda intra speculum: Si itaq; hoc acciderit, quod est possibile, ut curuitas ipsius arcus (quae est a b) sit similis curuitati imaginis ipsius chordae, ita quod eius sinus uersus hinc inde sint simi-



A.

A.

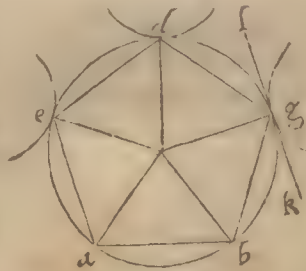
les: palā p 23 & p 45 huius quōd imago lineę curuę, quę a b c, erit lineā recta, subtēsa per modū chor-
dę ipsi imagini curuat e. Videbitur ergo lineā recta imago ipsius curuę lineę a b c. Quod est propo-
sitū. Patet hoc etiā aliter. Quia enim, ut in præmissa proxima dictū est, omnis imago in superficie spe-
culi spherici cōuexi uisui occurrēs, semper uidetur cōuexa, centrū speculi respiciens secundū eius
concauitatē, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respicit centrū speculi secundum sui
concauum. Cum ergo non eatur ab extremo in extremū sine medio in huiusmodi reflexionibus &
superficiebus partium eiusdem imaginis: palām quōd illā imago in aliquo situ habeat dispositionē
rectitudinis. Et quia omnia loca imaginū punctorum illius arcus cadunt in unā lineam rectam,
quem situm tamen & uisus & rei uisū & speculi perquirere esset longum & inutile: patebit tamen
simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti. Per hunc itaq; modum accidit circulum quan-
doq; uideri ad modū semicirculi & diametri, & ex portione circuli sit portio reuerſa, ita quōd ima-
go rectę lineę sit curua, & curuę lineę sit recta: & quandoq; ambę uidentur curuę ad eandem par-
tem, si curuitas arcus uisui sit minor curuitate imaginis suę chordę: & quandoq; ad partes diuersas,
sicut interſeptione duorum circularū inæqualium superficies inclusa: & harum imaginum est mul-
ta diuersitas, quā ex præmissis principijs diligenti solertię relinquimus exquirendam. In his itaq;
speculis imago lineę rectę apparet curua, & lineę curuę imago semper uidetur curua: & quandoq;
apparet uisui recta. Et quōd ostendimus de lineis, accidit etiā in ipsis superficiebus planis conca-
uis & cōuexis per lineas, quę insunt illis superficiebus: & idem penitus est in lineis longitudinis
& latitudinis ipsarū. Si autem proponatur uisui in his speculis corpus curuū longum, modicum
habens latitudinis: apparebit illius corporis curuitas manifestē; cū ipsa discerni possit per ea, quę
sunt supra corpus, aut circa illud aut infra: non enim bene discernitur curuitas non magna, quando
occultę fuerint extremitates longitudinis & latitudinis: unde in corpore conuexitatis modicę, &
quantitatis magnę non bene discernitur eius conuexitas; licet imago ipsius sit conuexa, cum non
appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadiuuant nō modicē com-
prehensionem conuexitatis.

63. *A superficie speculi spherici conuexi ex diuersis superficiebus spherarum composita, for-
ma reflexa monstruosa imaginis uidentur.*

Quia enim diuersarū sphericarū superficieū diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq;
puncti in speculis sphericis cōuexis per se huius est in catheto suę incidentię, ducta a puncto uiso
ad centrū speculi: hæc aut centra diuersificantur in huiusmodi speculis irregularibus: patet ergo
quōd forme diuersorum punctorum in partes diuersas protrahuntur. Et quoniam a tota superficie
fit reflexio, & puncta reflexa secundum loca diuersificantur, non secundum eundem situm: patet
quōd imago tota, quę ex locis talium punctorum aggregatur & unitur, suarū partiū recipit inor-
dinatū situm. Videtur ergo imago in talibus speculis monstruosa: & fit extensio uniformis aliqua-
rum suarū partiū secundum uniformem extensionem illarū superficieū, & aliarū partiū
fit deformitas ab alijs. Unde quędā imaginis partes trahuntur in longū, quędā in latum; quędā
in transuersum, secundum quod partes aliq; superficiē speculi respiciunt diuersa centra diuersa-
rum spherarū. Patet ergo propositum.

64. *Possibile est per plura, quotcūq; quis uoluerit, conuexa spherica specula eiusdem puncti
imaginem uid. ri. Euclides 15 th. catoptr.*

Erat hic dispositio, quę in 61 th. 5 huius de speculis planis dicta est: sitq; a centrū uisus: & pun-
ctus uisus b: & describatur, exempli causa, polygonium æquilaterū
& æquiangulū, quod sit a b g d e: & ad puncta g, d, e sint specula spherica
conuexa contingentiā puncta angulorū æqualium: & imaginem
tur lineę contingentes specula in eisdem punctis, ut in puncto g, li-
nea l k. Et quoniam angulus b g k est æqualis angulo d g l: palām per
20 th. 5 huius quoniam forma puncti b reflectetur a puncto g ad pun-
ctum d: & eadem ratione a puncto d ad punctum e, & a puncto e ad
punctum a. Hoc autem est, quod proponebatur.



65. *A superficie unius speculi spherici conuexi ignem impossi-
bile est accendi: ex plurium tamen compositione possibile.*

Quoniam enim, ut ostensum est in 15 huius, lineę reflexionis for-
mę eiusdem puncti a diuersis punctis eiusdem speculi spherici conuexi non sunt æquidistantes,
attamen in centrū uisus non concurrunt: ergo neq; radij solares uel alij, superficiē huius spe-
culi incidentes in aliquo unquam puncto possunt cōcurrere, sed disperguntur in ipso medio. Non
ergo illi radij aggregati unquā corpus aliquo modo quodcūq; etiā ipsum sit combustibile, possunt
incendere, ut reflectantur a superficie speculi unius: ex plurium tamen speculorū compositione
posset aliquid huiusmodi effici, ita ut a quolibet illorum speculorū uno puncto reflecteretur unus
radius ad unam punctum, cum aliorum speculorū radijs concurrēns: & sic fortificaretur actio ra-
diorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel
aggregatio uirtutis. Hęc autem speculorum compositio plus esset difficilis quā utilis: unde tali
operi nos non dignum credimus insisti. Patet itaq; propositum.

VITELLONIS FILII

THRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SEPTIMVS.



Rdinis realis series nos admonet, ut qui planorū specularū & sphericorum conuexorū passiones proprias, prout potuimus, trāscurrimus: nunc ad specularū columnariū & pyramidalīū proprietates diuertamus. Sunt enim si specularū istorū aliqua passiones ex passionibus præmissorū specularū constantes uel cōpositæ, sicut & figuræ istorum specularū ex figuris illorum præmissorū specularum aliquo modo cōponuntur. Speculū enim columnare cum sit pars columnæ rotundæ (sicut in 8.14 & 15 th. 5 huius declarauimus.) palām ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs II Euclidis quoniam sit ex transitu quadrilateri rectanguli, quod uno suorum laterum fixo, motis alijs circumducitur, quousq; redeat ad locū, unde motus accepit principiū. Speculū quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unū laterū rectum angulum continentīū figitur, & alia duo modo præmissis, quousq; ad locū, unde moueri cæperunt, circumducuntur. Vtrumq; ergo istorum specularum, quia ex motu linearū rectarum ortū habet, palām quia rectarū linearū passiones proprias non euadit. In quantum uerò illæ lineæ causant circularū figuras, cū circulariter circumferuntur: in tantū hæc specula passiones circulares, hoc est sphericas, quarum origo est circulus, cōmuniter consequuntur: & hoc maxime in speculis columnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Propriè uerò istorū specularū passiones, ut illæ, quæ secundum oxygonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis siue sint conuexa, siue concaua, conueniunt, ex quadam cōmuni natura linearum rectarum & motus accidunt in illis: hæc ergo specula posteriorē ordinem recipiunt ad plana specula & spherica conuexa. Prius uerò de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur, quàm de quibuscunq; concauis & sphericis, propter simplicitatem passionum specularum conuexorum respectu concauorum, ut illarum, quæ in alias descendunt. Quæ uerò præmittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

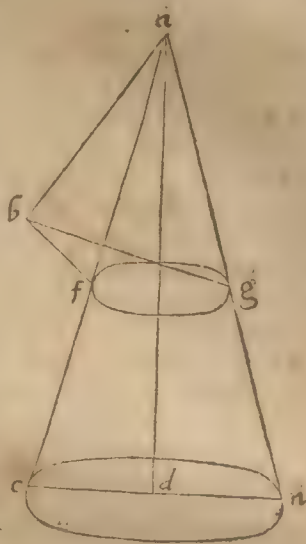
1. Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauū dicimus, quod est pars maioris columnæ uel pyramidis: & minus, quod est pars minoris. 2. Axem speculi columnaris uel pyramidalis dicimus axem illius columnæ uel pyramidis, cuius pars speculum existit. 3. Bases specularū propositorū dicimus bases suarum columnarum uel pyramidarum quarumcunq;. 4. Diametrū uisualē dicimus lineam à centro uisus perpendicularem super superficiem speculi & ad axem productam: & eadē dicitur cathetus reflexionis. 5. Cathetus incidentiæ dicitur, ut prius, linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam, quæ est cōmunis sectio superficiem reflexionis & speculi: utpote super lineam rectā, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulū, uel super oxygoniā sectionē, secundum quod ab aliqua istarum linearum reflexio procedit. 6. Finis contingentiæ dicitur punctus, in quo altera cathetorum secatur lineam in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxygoniam contingentem. 7. Metam locorum dicimus, ut in speculis sphericis, punctū uel lineam, ultra quā imagines nō uidentur.

THEOREMATA

1. Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uisus non sit in superficie speculi, aut ei continua: linea recta à centro uisus ducta, cum axe speculi in uertice

uertice acutum angulum tenente: à parte superficiei speculi interiacente superficies contingentes ductas à centro uisus ad speculi superficiem solum fit reflexio ad uisum: Alhazen 35 n 4.

Hoc, quod hic proponitur, uniuersaliter conuenit speculo columnari conuexo, siue secundum angulum rectum siue secundum acutum sibi incidat linea uisualis: semper enim sicut per 78 th. 4 huius ostensum est, minus medietate superficiei columnaris uisui occurrit; & ab illa solum fit reflexio ad uisum. Hæc autem superficies speculi columnaris contenta est duabus superficieiibus à centro uisus productis, secundum lineam longitudinis contingentibus columnam. Et quoniam huius passionis idem est demonstrandi modus in utroque oppositorum speculorum: difficillius uero in pyramidalibus, sufficit, exempli causa, propositum in speculis pyramidalibus demonstrari. Sit itaque speculum pyramidale conuexum, cuius axis sit $a d$: & uertex a : diameter basis $c n$: centrum basis d : & sit hæc pyramis erecta super superficiem horizontis, ita quod non inclinetur super illam: & sit centrum uisus b : & curratque linea $b a$ à uisus centro ad uerticem speculi producta cum axe datæ pyramidis, continens cum ipso angulum acutum, qui est $d a b$. Dico quod solum à parte superficiei conicæ huius pyramidis, quæ interiacet superficies contingentes ductas à centro uisus ad eandem superficiem, fit reflexio ad uisum. Imaginemur enim superficiem à centro uisus prodeuntem, quæ secet pyramidem orthogonaliter per axem: & palam per 100 th. 1 huius quoniam communis sectio illius superficiei, & superficiei pyramidis erit circulus æquidistans basi pyramidis. Sit ergo ille circulus $f g$: & à centro uisus ducantur duæ lineæ $b f$ & $b g$ illum circulum contingentes per 17 p 3: & per 101 th. 1 huius ducantur à punctis f & g duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sint $c f a$, & $n g a$. Palam itaque quoniam superficies, in qua sunt lineæ $c f a$ & linea $b f$ continget pyramidem. Si enim dicatur quod secet illam, & non contingit: palam quoniam linea $b f$, quæ est in illa superficie, secabit circulum $f g$, & non continget: ducta autem est ad contingentiam: secare igitur est impossibile. Superficies ergo illa pyramidem continget. Et similiter ostendendum est de superficie, in qua sunt lineæ $n g a$ & $b g$, quod & illa pyramidem contingat. Superficies ergo pyramidis interiaces has duas superficies contingentes, uisui occurret, & solum ab hac fiet reflexio ad uisum: quia, ut per 16 th. 2 huius ostensum est, longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniens, quasi linea contingens est. Patet ergo propositum quoniam in speculo columnari est similiter demonstrandum.



2. Si à centro oculi ad lineas, quæ sunt termini superficierum speculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uisui, duæ superficies reflexionis producantur: necesse est per ipsas ambas speculum contingi. Alhazen 26 n 4.

Verbi gratia, sint conuexo speculo columnari, quod sit $d f e g$, duæ lineæ longitudinis, quæ sint $d e$ & $f g$: sintque illæ lineæ termini superficiei columnæ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissa & per 78 th. 4 huius: & sit centrum uisus a : productisque lineis $a d$, $a f$, $a g$, $a e$: erunt superficies trigonæ $a d e$, & $a f g$. Dico quod illæ superficies continget columnam. Si enim dicatur quod altera ipsarum secat columnam, ut superficies $a d e$, planum est quod illa sectio erit super lineam longitudinis $d e$, in qua cadit illa superficies: & similiter erit procedendum si superficies $a f g$ secet columnam: & sit sectio super lineam $f g$. Sit ergo, ut superficies plana pertransiens centrum uisus, secet columnam æquidistanter basibus: eritque per 100 th. 1 huius sectio communis illi superficiei & speculi circulus, qui sit $b c$: hic ergo transit per duas lineas longitudinis $d e$, & $f g$: ducantur ergo lineæ $a b$ & $a c$ ad hunc circulum. Hæc ergo cum sint in illis superficieiibus secantibus superficiem columnæ, secabunt circulum $b c$: inuenitur ergo uidebitur de arcu $b c$, quam sit illud, quod sub lineis circuli $b c$ & contingentibus à centro uisus puncto scilicet a ductis continetur, quod est contra ea, quæ declarata sunt in 51 th. 4 huius: & similiter de basibus columnæ declarandum. Non erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos superficiei columnæ apparentis uisui, sed citra illas: quod est contra hypothesim. Eodem modo quoque est de speculis pyramidalibus demonstrandum: & sequitur idem impossibile, quod prius, per 84 th. 4 huius: quod est contra hypothesim. Patet ergo propositum.



3. Communis sectio omnium superficierum à uisu productarum, contingentium speculum columnare conuexum, est linea transiens centrum uisus æquidistanter axi illius speculi. Alhazen 26 n 4.

Z 3 Quod

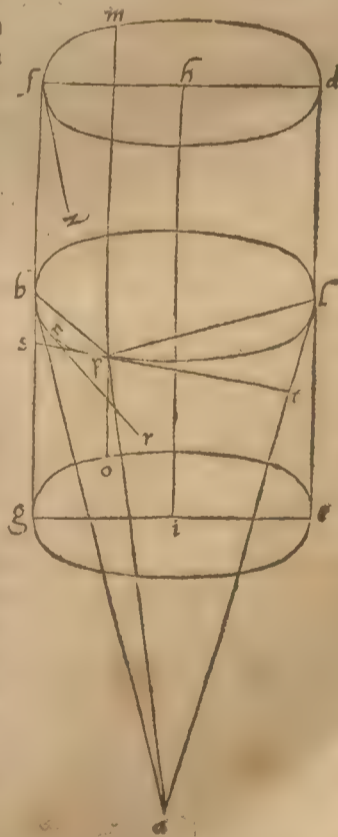
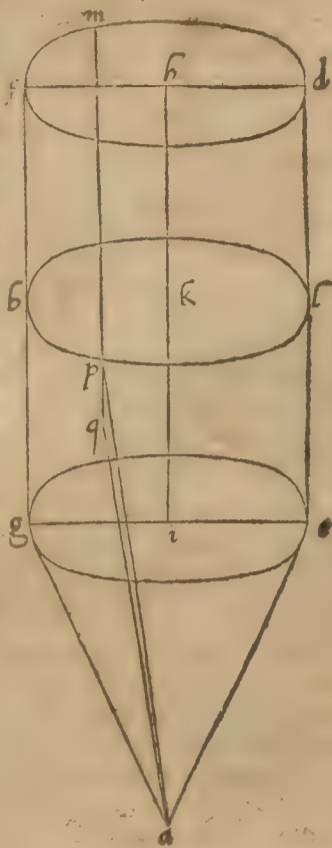
Quod hic proponitur, patet. Esto enim axis speculi columnaris conuexi hki & basis superior columnarum circulus fd : cuius centrum sit h : & interior basis circulus g eiusdem centrum i : & communis sectio alicuius superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris sit circulus bl : cuius centrum k . Cum itaq; axis hi , qui orthogonalis est super bases, ut patet per 92 th. 1 huius, sit etiam orthogonalis super circulum bl per 100 & per 23 th. 1 huius: & per eadem sint lineae longitudinis columnarum de & fg orthogonales super circulum bl . Superficies ergo contingentes columnam secundum illas lineas de & fg , erectae erunt super circulum bl per 18 p 11: ergo & super superficiem reflexionis, secantem columnam secundum illum circulum bl : ergo per 19 p 11 communis sectio illarum superficierum contingentium columnam orthogonalis erit super illam superficiem reflexionis. Ergo per 6 p 11 illarum superficierum communis sectio aequidistans erit axi columnarum, qui super eandem superficiem est orthogonaliter erectus. Secant autem illae superficies se in centro uisus: quoniam centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de superficierum planis speculum propositum contingentibus, & de superficie reflexionis ex 27 th. 5 huius. Patet ergo propositum.

4. *Ad quodcuq; punctum signatum in superficie apparète speculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uisus ducatur linea recta: illa producta necessario speculum secabit.* Alhazen 27 n 4.

Sit dispositio omnimoda praemissa: signeturq; in apparète uisui portione speculi, quae est $edfg$, punctus q : & producat lineam aq . Dico quod linea aq producta necessario speculum secabit. Producat enim à puncto q lineam longitudinis columnarum, quae sit qm , per 101 th. 1 huius: haec itaq; linea erit aequidistans ambabus lineis longitudinis de & fg per 92 th. 1 huius, 6 p 11 & 30 p 1. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet columnam ultra punctum q secundum circulum bl per 100 th. 1 huius. Linea ergo qm necessario transibit per circulum sectionis, qui est bl , secans ipsum in puncto: sit ergo illud punctum p : ducaturq; linea ap . Haec ergo, quia cadit inter lineas à centro uisus a ad circulum bl productas illum contingentes, quae sunt ab & al , palam quia secabit circulum. Ergo etiam superficies à centro uisus ad speculi superficiem protensa, in qua sunt lineae ap & aq , secabit speculum: quia illa superficies secabit superficiem columnaris speculi secundum lineam longitudinis, quae est qm . Palam ergo quoniam linea aq producta secabit speculum: eodemq; modo patet de quolibet alio dato puncto. In speculis quoq; pyramidalibus conuexis eodem modo demonstrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctum quocunq; in illius speculi superficie datum. Palam est ergo propositum.

5. *Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparentis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, contingens speculum, secat superficies à uisu productas, quae contingunt portiones apparentis extremitates: omnesq; illae superficies inter uisum & speculi superficiem extenduntur.* Alhazen 27 n 4.

Maneat superior dispositio: contingatq; aliqua superficies plana superficiei apparentis speculi secundum lineam longitudinis, quae est mo , per 95 th. 1 huius: ducaturq; superficies reflexionis, quae sit abl : & in ea producat lineam contingens circulum bl in puncto p , quae sit sp . Palam ergo quod linea sp secabit lineas ab & al . Ducatur enim linea pl . Quia ergo linea sp secat angulum apl , patet per 29 th. 1 huius quoniam ipsa secabit lineam al . Similiter ducta linea pb , patet quod linea sp secabit lineam ab : palam ergo quoniam lineae al & pb concurrent. Sed linea pt est in superficie contingente columnam secundum lineam longitudinis mo : linea uero al est in superficie contingente columnam secundum lineam longitudinis de , quae est extremitas portiones apparentis. Patet ergo propositum primum. Sed & oes tales superficies, qualis est superficies, in qua est linea st , inter uisum & speculi superficiem extenduntur. Et de speculi quidem superficie patet, cum sint illae superficies contingentes ipsam speculi superficiem, & non secantes illam: sed & patet de centro uisus. Sit enim punctum n proximum punctum signabile sub puncto b , in arcu bl : & imaginetur aliqua superficies contingens superficiem columnam in linea longitudinis, in qua sit punctus n : haec ergo necessario secabit superficiem reflexionis, quae est abl : quoniam est orthogonalis super illam per 18 p 11. Sit itaq; superficiei reflexionis, quae est abl , & dictae superficiei communis sectio linea recta, quae sit nr . Palam ergo per praemissa quoniam linea nr contingit circulum bl in puncto n : sed punctum n demissius est puncto b : ergo



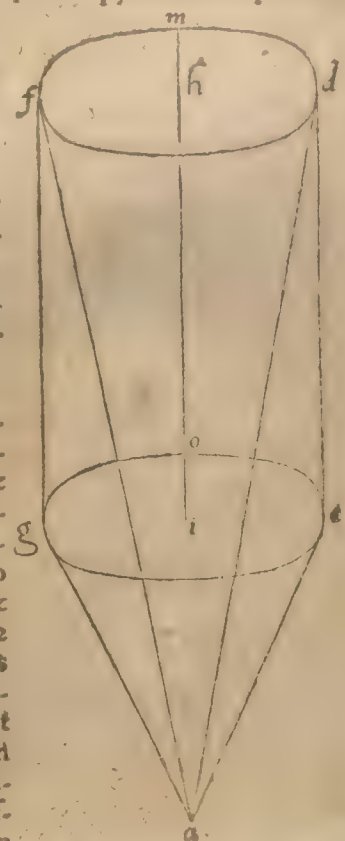
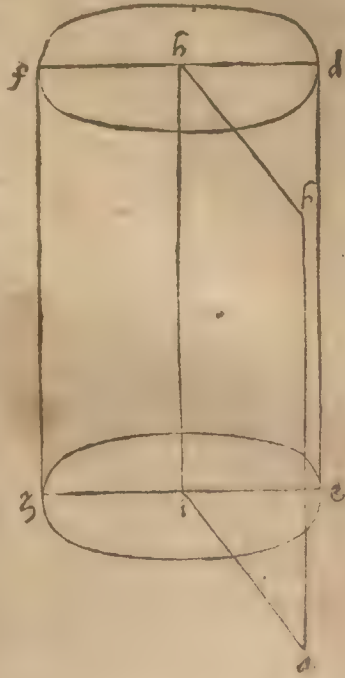
ergo cōtingēs linea, quę n r, erit demissior linea cōtingēte, quę est a b, p 60 th. i huius. Nō ergo per-tinget linea n r ad punctū a centrū uisus. Eodē modo, demōstrandū in alijs qbuscūq; superficiebus taliter cōtingentibus superficiem apparentem speculi columnaris. Similiter quoq; demonstrandū est de superficiebus contingentibus specula pyramidalia quęcunq;. Patet ergo propositum.

6. *Omnia superficies reflexionis, in qua sunt linea contingens basim speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi: idem speculum secundum lineam sua longitudinis necessario est contingens.*

Hoc patet per modum 2 huius: quoniam eadem huius & illius est demōstratio. Sit enim, resum-pta figura præcedenti, superficies reflexionis g a f, in qua sit linea z f contingens columnam uel pyramidem in puncto f, & linea longitudinis columnę uel pyramidis, quę sit g f. Dico quod illa super- ficies reflexionis continget columnam uel pyramidem. Si enim de- tur quod illa superficies columnam uel pyramidē speculi secet: tunc & linea z f basim illius speculi secabit: quod est contra hypothesim. Palam ergo propositum.

7. *Opposito uisui speculo columnari uel pyramidalis conuexo, ita ut centrum uisus non sit in superficie columna uel pyramidis, & punctus rei uise sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante: communis sectio superficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linea longitudinis speculi: & si illa communis sectio sit linea longitudinis, superficies reflexionis secat speculum per axem. Alhazen 29 n 4.*

Sit speculum columnare conuexum, cuius axis sit h i: cuius super- ficies apprens uisui sit e d f g: sitq; a centrum uisus, & b punctum ui- sum: secetq; superficies reflexionis (in qua per 27 th. 5 huius neces- sario sunt puncta a & b) ipsum speculum secundum axem h i. Dico quod communis sectio illius superficiei reflexionis & superficiei e d f g, est linea longitudinis speculi. Quoniam enim per 93 th. i huius comunis sectio illius superficiei planę & superficiei totius columnę speculi est quadrangulum rectangulum sub duabus lineis longitu- dinis & duabus diametris basium columnę contentum, cum super- ficies reflexionis transeat per centrum uisus, cui directē in speculo opponitur superficies apprens uisui, per i huius: patet quod com- munis sectio illarum duarum superficierum erit linea una longitu- dinis, quę est unum latus illius rectanguli, quod est communis sectio illius superficiei planę & su- perficiei totius columnę. Similiter quoq; patet per 90 th. i huius de speculo pyramidalis: quoniam communis sectio superficiei reflexionis & superficiei conicę specu- li uisui apparentis, est unum latus illius trigoni (qui est communis sectio huius planę superficiei & totius superficiei ipsius pyramidis speculi) quod est una linearum longitudinis pyramidis. Patet ergo propositum.



8. *Omnia superficierum planarum superficiem speculi colu- mnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica super- superficiem reflexionis speculum secundū axem secantem est erecta, ut quę secundum comunem sectionem illius superficiei & specu- li, lineam scilicet longitudinis, superficiem apparentem speculi per equalia diuidentem, speculum est contingens.*

Sit speculum columnare conuexum, cuius apprens uisui super- ficies sit e d f g: & axis h i: sitq; centrum uisus punctum a: & commu- nis sectio superficiei reflexionis speculum secundū axem secantis & speculi sit linea longitudinis, quę m o, per equalia diuidens super- ficie e d f g: cōtingantq; superficiei speculi superficiei planę quot- cunq;. Dico quod unica illa, quę secundum lineam longitudinis m o speculum contingit, erecta est super illam superficiem reflexionis: & quod omnes alię super ipsam sunt obliquatę. Ut enim patet per 92 th. i huius linea m o rectos est angulos cōtinens cum semidiamentris basium columnę, & similiter cum semidiamentris omnium circulo- rum basibus illis æquidistantium, secantium columnam, ut patet per 100 & per 23 th. i huius: palam quoq; per 96 th. i huius quoniam omnes perpendiculares, quę intra columnam ducibiles sunt su- per ipsam superficiem contingentem speculum, necessariō trans- eunt per axem speculi: omnes uerō illę perpendiculares cadunt in

2 4 superficie

superficie speculum secundum axem secante. Ergo per definitionem illa superficies contingens est erecta super superficiem illam reflexionis. Omnes ergo aliae superficies dictae superficiem speculi secundum alias lineas longitudinum contingentes, super illam superficiem reflexionis sunt obliquae. Aliter enim cum illae superficies contingentes se necessario interfecerint: si ab aliquo puncto lineae (quae per 3 p 11 est communis sectio illarum superficialium) duae lineae in illis superficialibus contingentiibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa superficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur: erunt procreati illius trigoni duo anguli recti: quod est impossibile. Non est ergo aliqua aliarum superficialium speculorum contingentiū super illam superficiem reflexionis erecta nisi unica in illa communi sectione speculum contingens. Et eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstratio formari. Patet ergo propositum.

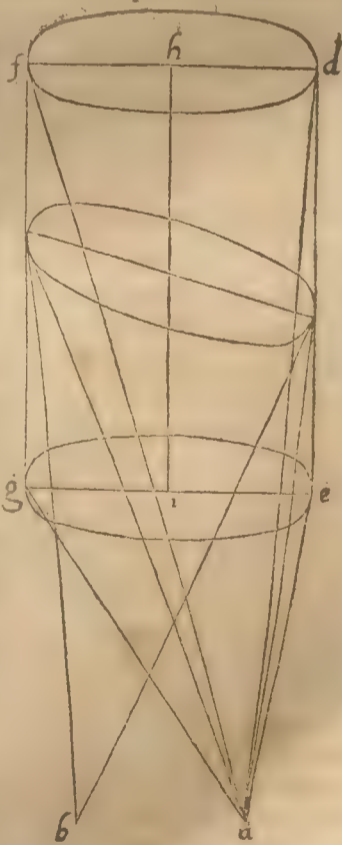
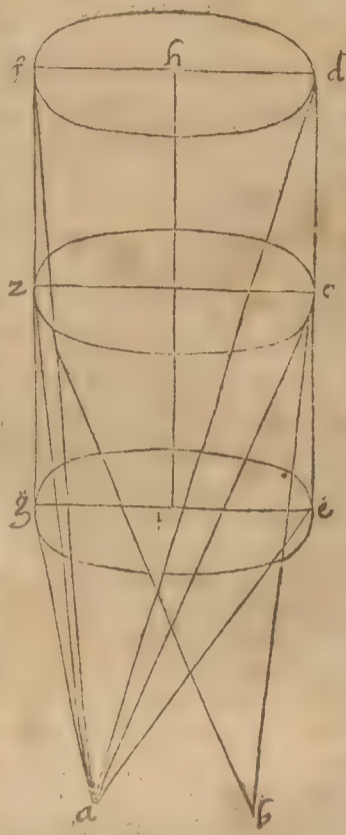
9. *Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columna, & punctus rei uisae sit cum uisu in eadem superficie aequidistanti basibus columna: communis sectio superficiali reflexionis & speculi erit circulus aequidistans basibus columna. Alhazen 30 n 4.*

Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit hi : & basis superior circulus fd : inferior basis circulus ge : & sit centrum uisus punctum a : & punctum rei uisae sit b : sitque speculum directe uisui oppositum, ut proponitur. Dico quod superficies reflexionis (quae sit ab & z) secabit superficiem propositi speculi taliter, quod communis sectio, quae sit cz , erit circulus aequidistans basibus speculi. Hoc enim patet ex hypothesi, & per 100 th. 1 huius: uel etiam hoc modo. Ducantur enim duae lineae productae a uisu contingentes speculum, quae sint az & ac : sintque z & c puncta contingentiae opposita adinuicem in eadem superficie: & ab utroque illorum punctorum ducantur lineae secundum longitudinem columna, quae sint dc & ez . Et quoniam linea dc est aequalis lineae ez , & linea ce aequalis lineae zg ex hypothesi & per 25 th. 1 huius, propter aequidistantiam basium speculi & superficiali reflexionis: palam quia linea zc (quae est communis sectio superficiali reflexionis & superficiali & speculi) aequidistabit arcibus basium, qui sunt df & ge . Ductis enim rectis lineis df , cz , ge , erunt illae lineae rectae aequidistantes per 33 p 1: ergo & haec curuae, quae in eisdem sunt superficialibus, erunt aequidistantes: & sunt circulares: quoniam sunt aequidistantes in eadem superficie columnari. Patet ergo propositum.

10. *Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columna uel pyramidis, superficie reflexionis oblique axi speculi incidente: communis sectio superficiali reflexionis & speculi erit oxygonia sectio. Alhazen 31 n 4.*

Esto, ut in praemissis, speculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis sit linea hi : & superficies eius apparens uisui sit $edfg$: sitque centrum uisus punctum a : & punctus rei uisae b : secetque superficies reflexionis speculum oblique trans axem, scilicet non aequidistanter basibus columna. Dico quod communis sectio superficiali reflexionis & superficiali speculi uisui apparentis est pars oxygoniae sectionis. Quoniam enim per 103 th. 1 huius patet quod omnis superficiali secantis columnam uel pyramidem trans axem non aequidistat basibus & superficiali totius pyramidis uel columna communem sectionem circulum esse est impossibile, uel etiam lineam longitudinis per 7 huius, cum talis superficies plana non secet pyramidem uel columnam secundum axis longitudinem: patet quod communis sectio superficiali reflexionis (quae plana est) & partis superficiali speculi pyramidalis uel columnaris oppositae uisui, non poterit esse arcus circuli, neque linea longitudinis. Erit ergo pars sectionis oxygoniae: quia totam talem sectionem totius superficiali pyramidalis uel columnaris, & superficiali planae secantis pyramidem uel columnam diximus oxygoniam sectionem in 98 th. 1 huius. Patet ergo propositum.

11. *Communi sectione superficiali reflexionis & speculi columnaris circulo existente: omnes superficies plana speculum contingentes, super superficiem reflexionis sunt erectae.*



Remaneat

Remaneat dispositio, quæ præcessit in 9 huius. Et quia per 95 th. 1 huius omnes planæ superficies columnam contingentes, secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92 th. 1 huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum semidiametris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectæ. Ergo per 100 & 23 th. 1 huius illæ lineæ omnes sunt erectæ super circulum æquidistantem basibus columnæ. Hic autem est circulus (qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi per 9 huius.) Ergo per definitionem superficierum erectarum super superficies, omnes illæ superficies contingentes columnam, super præfatam superficiem reflexionis eriguntur. Quod est propositum.

12. *Communem sectionem superficie reflexionis & speculi pyramidalis conuexi circulum impossibile est esse. Alhazen 41 n 4. Item son 5.*

Sit pyramidale speculum conuexum a b c: cuius uertex a: diameter basis b c: sitq; axis speculi linea a d: est ergo per 89 th. 1 huius punctum d centrum basis: sitq; centrum uisus e: & punctus rei uisæ sit f. Dico quod forma puncti f non potest reflecti ad uisum e ab aliquo puncto speculi propositi, ita ut communis sectio superficie reflexionis & speculi sit circulus. Si enim hoc sit possibile: esto quod reflectatur forma puncti f ad uisum e à puncto speculi g: sitq; circulus g h communis sectio superficie reflexionis & speculi: cuius centrum sit k: eritq; per 100 th. 1 huius circulus g h æquidistans basi b c. Producatur ergo à puncto g extra speculum linea g m perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto g per 12 p 11. Quia uero superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95 th. 1 huius, & linea longitudinis obliquè superstat superficiei basis: palàm quod superficies circuli h g æquidistantis basi, non est orthogonalis super superficiem speculum contingentem in puncto g. Producta ergo linea perpendiculari, quæ est g m, intra pyramidem: palàm quod ipsa non pertinet ad centrum circuli, quod est k, sed cadet sub illo in alio puncto axis, qui sit punctus n: & continebit lineam m g n acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulum g n a, qui necessariò est acutus per 32 p 1, ideo quod angulus g k n est rectus per 29 p 1: cum angulus a d c sit rectus. Et quoniam, ut patet per 27 th. 5 huius, punctum m, qui est terminus lineæ perpendicularis super superficiem speculi (quæ perpendicularis est linea n g m) in superficie reflexionis consistere est necesse: linea ergo h k g non est in illa superficie. Palàm ergo quod forme puncti f ad uisum e non fiet reflexio à puncto speculi g, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h: oporteret necessariò superficiem circuli g h perpendicularem esse super superficiem planam contingentem speculum in puncto g, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k: quod est impossibile per præmissa. Patet ergo propositum.



13. *Opposito uisui speculo pyramidalis conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uisæ sit cum centro uisus in eadem superficie æquidistante basi pyramidis: impossibile est reflexionem fieri ad uisum.*

Existente enim tali dispositione centri uisus & puncti rei uisæ, respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur: palàm per 100 th. 1 huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus. Patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum impossibile esse, ut communis sectio superficie reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus. Quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100 th. 1 huius æquidistans basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficie reflexionis. Et quia axis a d est perpendicularis super illum circulum per 23 th. 1 huius: erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis: & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiem reflexionis. Ergo in illa superficie non posset duci perpendicularis super lineam longitudinis: sed per 27 th. 5 huius perpendicularis ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendicularis super lineam longitudinis: cum quælibet superficies contingens pyramidem, contingat illam secundum lineam longitudinis. Ergo nunquam fiet reflexio ad uisum in hoc situ formæ alicuius punctorum rei uisæ, superficie reflexionis speculi pyramidalis, ut pyramidale, contingente. Si uero superficies, in qua est linea contingens speculi circulum, secundum aliquod punctum illius circuli fecet superficiem speculi: tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum conuexa superficies communicat cum speculis sphericis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis: nec tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidalium accedit. Patet ergo propositum.

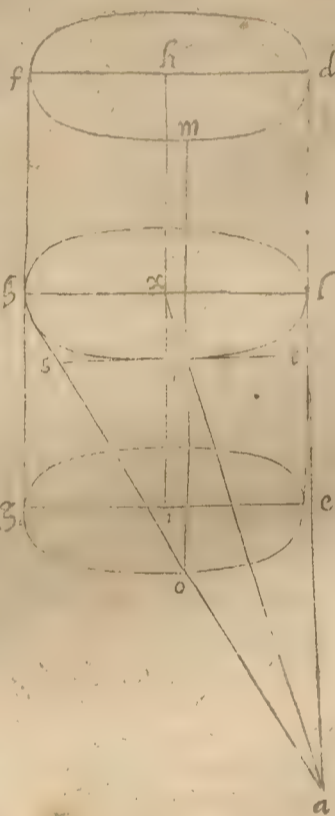
14. *Superficie reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis est li-*

14. *Superficierum reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis est linea recta) secundum diversas uisus situationes quandoq. solum unam, quandoq. plurimas ad eundem uisum possibile est applicari.*

Quocunq. enim modo uisu taliter disposito, ut minus medietate superficiei conicæ pyramidis uideatur per 84 th. 4 huius: tunc solum unica superficiei reflexionis transit per uisum, cuius communis sectio cū superficie pyramidis fit linea longitudinis: quoniam unica tunc transibit per axem pyramidis. Ostensum est enim per 7 huius quoniam in omni superficie reflexionis factæ à speculis pyramidalibus (quādo communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi) necesse est esse axem speculi. Taliter uerò disposito uisu, ut tota pyramis uideatur per 92 th. 4 huius, nō solum plures, sed etiam infinitæ superficiei reflexionum (quarum communis sectio est linea longitudinis) ut proponitur, possunt ad oculum applicari: quoniam tunc centrum uisus omnibus lineis longitudinis totius speculi est commune: & omnes se æqualiter habent ad uisum. Cum enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis: tota pyramis uidetur per 92 th. 4 huius. In quālibet ergo superficie reflexionis fit totus axis & linea perpendicularis super speculi superficiem, ad axem transiens à puncto reflexionis: eritq. cuiuslibet superficiei reflexionis, & superficiei pyramidalis speculi sectio linea longitudinis in hoc situ: quoniam quælibet superficies, in qua est totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum superficie pyramidis per 90 th. 1 huius. Patet ergo propositum.

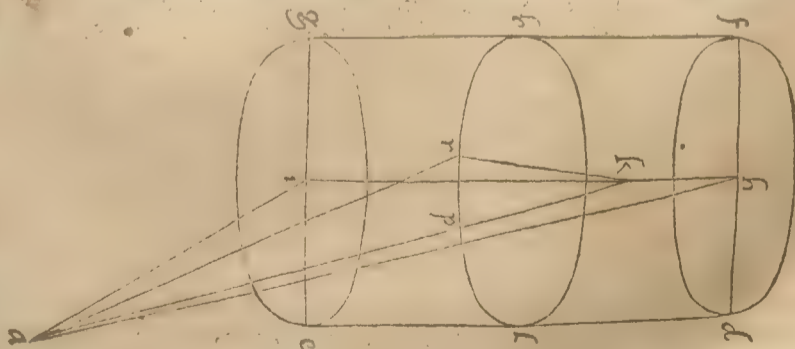
15. *Omnis superficies reflexionis (cuius communis sectio & superficiei speculi columnaris uel pyramidalis conuexi est linea longitudinis speculi) per æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.*

Esto speculum columnare conuexū, cuius apparens superficies uisui sit e d fg: & axis h i: & sit cētrum uisus a, ut prius in præmissis. Patet itaq. per 7 huius quoniā superficies reflexionis taliter secans speculum columnare uel pyramidale, secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis, secundum quam illa superficies reflexionis secat speculum, linea m o. Dico quod linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d fg uisui apparetem. Patet enim per 25 th. 5 huius quod illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o. Si ergo in linea m o signetur punctum p: & ducatur linea a p: & à puncto p ducatur linea t p s in superficie speculum contingente, taliter ut linea s p t contingat quendam circulum columnæ æquidistantem basibus, qui sit b l: erit linea a p perpendicularis super lineam t p s: quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erecta: ergo per 19 p 3 linea a p producta transit centrum circuli b l, quod sit x. Ducanturq. lineæ a b & a l, quæ sunt æquales per 58 th. 1 huius: copulentur quoq. semidiametri x b & x l. Erunt ergo trigoni a b x & a l x æquianguli per 8 p 1: & erit angulus p a l æqualis angulo p a b: ergo per 38 th. 1 huius linea a p diuidit arcum l p b per æqualia in puncto p: sed arcus l p b est æquidistans basibus columnæ. Lineæ quoq. rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparetem æquidistant lineæ m o: quod patet per 92 th. 1 huius, & per 28 p 1. Linea itaq. m o diuidet per æqualia bases columnæ: est autem linea m o in superficie reflexionis. Palam ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia. Et quoniam in speculo pyramidali siue unica siue plurimæ sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissam, semper eadē est demonstratio. Patet ergo propositum.



16. *Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari conuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius cōmunis sectio & superficiei speculi est linea lōgitudinis illius speculi. Alhazen 29 n 4.*

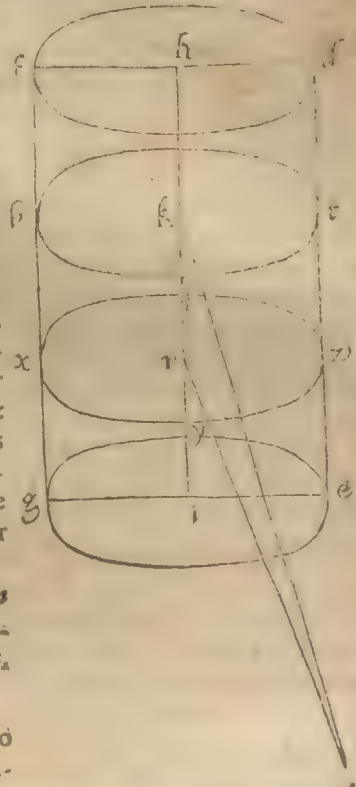
Sit dispositio figuræ eadem, quæ in præcedente. Et quia nunquā cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi propositi est linea longitudinis speculi, nisi solum superficie reflexionis columnam per axem secante per 7 huius: in hoc autem situ superficies reflexionis (quæ est a h i) secat superficiem e d fg appa-



apparetem uisui per duo æqualia, ut patet per præmissam huius, & superficies transiens per axem $h i$, est unica: patet quod huius solius & superficiæ speculi communis sectio est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & alia superficiæ reflexionis est, cuius communis sectio & superficiæ speculi est linea longitudinis speculi: ergo per 7 huius illa superficies secat speculum secundum axem $h i$. Ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem $h i$, quæ sit $a r k$: & ducatur in proposita superficie reflexionis superficiæ apparente speculi per æqualia secante, linea $a p k$. Palàm ergo quod istæ duæ rectæ includet superficiæ: quod est impossibile. Patet ergo propositum. Unica enim potest imaginari superficies, in qua sint axis columnæ & centrū uisus & pūctus rei uisæ, & nō plures.

17. *Omnium superficiæ reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiæ speculi est circulus æquidistans basibus columnæ. Alhazen 30 n 4.*

Sit dispositio, quæ supra, ita ut cōmūnis sectio superficiæ reflexionis & speculi columnaris cōuexi sit circulus. Quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea perpendiculariter erecta super superficiem contingentem speculum in puncto reflexionis, est diāmetet circuli basibus columnæ æquidistantis: & non potest esse in superficie columnæ, nisi unus circulus æquidistans basibus columnæ, qui cum centro uisus sit in eadē superficie: palàm quia omnium superficiæ reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundē uisum factarū unica est, cuius communis sectio & superficiæ speculi est circulus æquidistans basibus columnæ. Si enim dicatur quod sint plures: sit communis sectio unius illarum superficiæ & superficiæ speculi linea circularis, quæ sit $b p t$: alterius uerò $x y z$: puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum sint k & r : & producantur lineæ $a k$ & $a r$ à cetro uisus ad illa puncta. Palàm ergo propter æquidistantiam basium ad illas, quoniā in trigono $a k r$ duo anguli ad basim $k r$ sunt recti: linea enim $k r$, cū sit pars lineæ $h i$ axis columnæ, sicut est e recta super bases columnæ per 92 th. 1 huius: ita & super superficies circulorum illis basibus æquidistantium per 23 th. 1 huius. Ergo & super diāmetros illorū circulorum est perpendicularis: sunt autē illæ diāmetri in lineis $a k$ & $a r$. Linea ergo $k r$ est perpendicularis super ambas lineas $a k$ & $a r$: quod est impossibile. Patet ergo propositum.



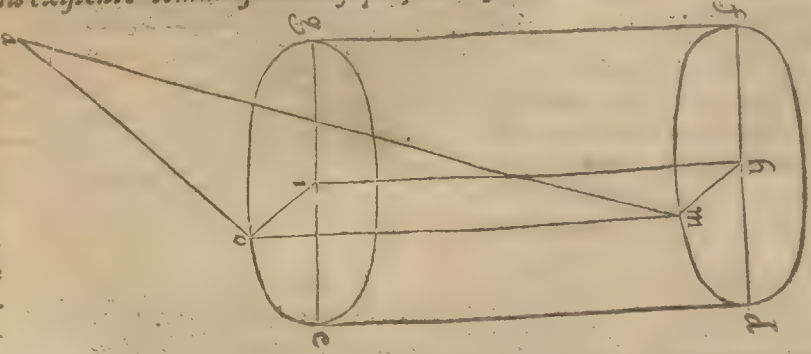
18. *Superficiæ reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis cōuexi est sectio oxigonica) plures ab eadem portione apparente speculi ad eundem uisum est possibile applicari. Alhazen 31 n 4.*

Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15 huius: sitq; cōmūnis sectio superficiæ reflexionis transeuntis per axem $h i$, linea $m o$: & cōmūnis sectio superficiæ reflexionis æquidistantis axibus columnæ circulus $b p l$. Palàm ex præhabitis, quoniā ab omnibus punctis superficiæ columnaris $m n l$ & $m p l$ potest fieri reflexio ad uisum a secundū partes sectionis columnaris. Quia enim ad quodlibet illorum punctorum potest aliquis punctus rerum uisarum incidere: patet quod à quolibet illorū punctorum fieri potest reflexio ad uisum per 1 th huius. Manifestum est ergo quod partes illarū sectionum columnarum uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum eandem lineam perpendicularem super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet per 104 th. 1 huius. Patet ergo propositum.

19. *Linea longitudinis existente cōmūni sectione superficiæ reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis cōuexi: à quocunq; puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum: semper omnes lineæ*

reflexio ad uisum, semper fit in eadē superficie. Alhaz. 32.42 n 4.

Signata, ut in præmissa 15 huius, superficie reflexionis tali, ut proponitur, quæ secet superficiem speculi secundum lineam $m o$. Dico quod à quocunq; puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum: semper omnes lineæ reflexionis erunt in eadem superficie $a m o$. Quoniā enim in superficie $a m o$ est per 7 huius axis $h i$: & unica superficies contingens speculum in illa linea $m o$, erecta est super superficiem



refle.

reflexionis, ut patet per 8 huius: palam quia quocumq; pūcto in illa linea $m o$ sumpto, perpendicularis ab eo ad axem $h i$ ducta, semper erit in eadē superficie cū axe $h i$: & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingētem superficiem columnæ secundū illam lineam $m o$: quia per 18 p 3 illa linea à puncto contactus ad centrū circuli ducta est perpendicularis super lineā, contingētem circulum ductā in superficie columnā contingente. Superficies ergo $m o h i$ est erecta super superficiē in linea $m o$ speculum contingētem: sed centrū uisus est in superficie orthogonalī super eandē superficiem: quoniam in superficie una est cētrum uisus & linea $m o$ & axis speculi $h i$, ut patet per præmissa: una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingētem secundum lineam $m o$: quoniam dato opposito, contingeret duas lineas super pūctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13 p 11. Omnes ergo reflexiones à punctis lineæ $m o$ factæ sunt in una & eadem superficie. Quod est propositum.

20. *Sectione communi superficiē reflexionis & speculi columnaris conuexi, existēte circulo: à quocumq; puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie. Alhazen 32 n 4.*

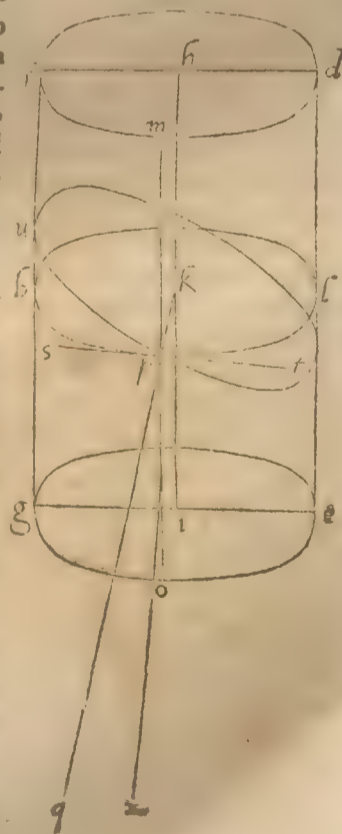
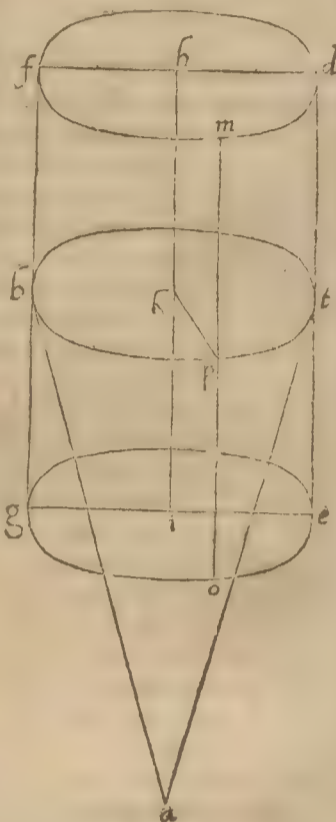
Fiat figuratio ut in 17 huius: & signetur quodcūq; punctum placuerit in circulo $b p t$: palam quoniam semper semidiameter illius circuli ducta à puncto k centro illius circuli $b p t$ erit perpendicularis super superficiem contingētem speculum in illo puncto reflexionis dato: erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingētem columnam in eadem superficie consistens tota per 1 p 11: est autem illa superficieseducta extra columnam superficies reflexionis. Quia ergo quælibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & pūctum uisus, quod est a , similiter est in eadem superficie. In hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscūq; puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis suæ uisæ. Quod est propositum.

21. *Omnis perpendicularis à puncto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta, producta intra speculum est diameter circuli aequidistantis basibus columna: & conuerso. Alhazen 34 n 4.*

Sit dispositio figuræ, ut prius: sitq; punctum reflexionis p , siue communis sectio superficiē reflexionis & speculi sit lineæ longitudinis uel circulus uel sectio columnaris: & à puncto p ducatur linea perpendicularis super superficiem contingētem speculum in eodem puncto p : quæ sit $p q$. Dico si linea $p q$ intelligatur produci intra speculum, quod ipsa cadet in punctum k , quod est centrum circuli $b p l$: & erit diameter illius circuli. Quia si detur, quod non: cum constet per 18 p 3 diametrum $k p$ perpendicularem esse super lineam $s t$ contingētem circulum $b p l$ in puncto p , & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingētem columnam, in qua per 6 huius est linea $s t$: cum etiam linea $q p$ sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingētem: palam quod erunt hæ duæ perpendiculares $q p$ & $k p$ coniunctæ in puncto p lineæ una per 14 p 1: ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p lineæ $s p$, & continet quælibet ipsarum angulum rectum cum eadem: & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficiē contingētis duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13 p 11. Producta enim diametro $k p$ extra speculum, si ipsa non pertingat ad punctum q : sit, ut ipsa pertingat ad pūctum z extra speculum super superficiem contingētem: accidit ergo ipsam $p z$ & perpendicularem $q p$ super eandem superficiem ad idem punctum p productas perpendiculares esse: quod est impossibile. Patet ergo propositum primum. Conuersa quoq; patet per eundem modum.

22. *Superficiē reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione quacumq; linea existente: formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto. Alhazen 33 n 4.*

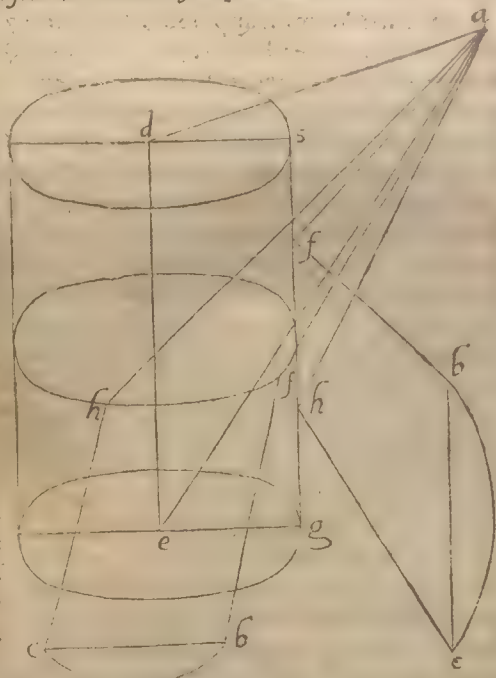
Communi enim sectione superficiē reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7 huius: tunc non fiet reflexio,



xio, nisi ab uno tantum puncto illius lineæ, sicut de speculis planis ostensum est per 45 th. 5 huius. Si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9 huius: tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiet reflexio, quemadmodum in speculis sphericis conuexis ostensum est per 16 th. 6 huius. Si uero illa communis sectio fuerit oxygonia, ut patet per 10 huius: tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrandum. Fiat ergo dispositio figuræ, ut in præmissa proxima: sitq; pars colūnaris sectionis lineæ, quæ est p u. Dico quod ab uno tantum puncto lineæ p u fiet reflexio ad uisum in illa superficie. Dato enim quocunq; puncto alio, palam quoniam perpendicularis ab illo puncto reflexionis effecta super superficiem columnaræ, orthogonalis est super lineam longitudinis columnæ per illum punctum transeuntis: quare & super axem perpendicularis erit per 29 p 1: & erit illa perpendicularis, diameter circuli æquidistantis basibus speculi per præmissam. Et superficies reflexionis & circulus ille secant se, & linea eis communis est diameter illius circuli per 104 th. 1 huius: & diameter illa est perpendicularis super superficiem speculum in illo puncto contingentem: & superficies reflexionis est secans illam lineam longitudinis columnæ, super quam fit contingentia: & est declinata super eam: ergo & super axem erit illa superficies reflexionis declinata. Sed in superficie plana super aliquâ lineam declinata (ut specialiter patet de sectione oxygonia per 112 th. 1 huius) non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineam uel in ipsum axem: quoniam linea terminans illam superficiem, in uno tantum puncto secat illam lineam, super quam superficies declinatur: ab uno itaq; puncto tantum illius sectionis fiet reflexio. Si enim à duobus punctis illius sectionis daretur fieri reflexio ad eandem uisum: sequeretur quod in eadem superficie illius reflexionis essent duæ lineæ illius superficiei orthogonales super axem columnaræ: quod esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axem. Perpendicularis enim ducta à puncto reflexionis, cadit in circulum æquidistantem basibus columnæ in punctum axis: & est communis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexionis per 104 th. 1 huius. Si itaq; fieret reflexio etiam ab alio puncto: tunc ite perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquidistantis, & caderet in punctum axis, in quod nõ cadit superficies reflexionis. In omnibus ergo his reflexionum superficiei ab uno tantum puncto lineæ communis fit reflexio in eadem superficie, respectu eiusdem uisus: quamuis respectu duorum uisuum possit fieri reflexio à duobus punctis superficiei speculi, ut à duobus diametri circuli terminis, quæ est perpendicularis super ipsam sectionem: ita tamen si diameter illa sit æqualis distantie oculorum, uel minor, non aliter: ad unum uero uisum hæc fieri non potest: quoniam ab illo semper uidetur minus medietate columnæ speculi per 78 th. 4 huius. Patet ergo propositum: quod nos demum particularius prosequemur, ostendentes quod in his speculis quacunq; linea communi sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantum puncto totius speculi fiet reflexio ad uisum.

23. *Linea uisa non existente in eadem superficie, in qua est centrum uisus & axis speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel basior centro uisus, siue reflexio fiat à linea longitudinis speculi siue à circulo: semper fiet secundum oxygonias sectiones superficiem speculi secundum puncta illarum linearum continuâ secantes.*

Sit linea uisa siue sit recta siue curua, quæ b c: & sit centrum uisus a: sitq; axis speculi columnaris uel pyramidalis conuexi d e: ducanturq; lineæ a d & a e continentibus cum axe d e trigonum a d e, in cuius superficie non sit linea b c, sed extra illâ, siue secet trigonum a d e, siue non. Secet ipsum: fiatq; lineæ b c reflexio ad uisum a à superficie speculi propositi. Palam autem quod ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti non potest per 29 th. 5 huius. Dico quod si linea b c reflectatur ad uisum a à linea longitudinis speculi, quæ sit s g (ut si linea b c æquidistet axi d e, & superficies, in qua est linea b c, secet speculum trans axem orthogonaliter super basim speculi: secetq; superficiem, in qua sunt centrū uisus & axis speculi, qui est d e, ita quod communis sectio illarum superficierum sit axis d e) fiet tamen reflexio ad uisum secundum oxygonias sectiones, quamuis fiat à linea longitudinis speculi, quæ est s g. Palam enim per 27 th. 5 huius quoniam in omni superficie reflexionis oportet ut sit centrū uisus, & punctus, cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est punctus reflexionis. Sit ergo, ut punctus b reflectatur ad uisum a à puncto speculi f: & punctus c à puncto h. Et ducantur lineæ a f, b f, a h, c h: Quia itaq; punctus b lineæ b c non est in superficie a d e ex hypothese: patet quod superficies suæ reflexionis, quæ est a f b, secat superficiem a d e super punctum a,



A a & su-

& super punctum speculi fiseat ergo ipsam secundum lineam a f: & secat speculum trans axem d e, non autem æquidistat basi ex hypothesi: quoniam illa linea uisa, quæ b c, non est in superficie a d e, sed extra illam. Superficies ergo b f a, quæ est superficies reflexionis; transversaliter secat axem d e: quoniam linea uisa est altior uel basior centro uisus ex hypothesi. Communis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per r o huius est oxygonia sectio. Similiterq; est de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c. Licet itaq; omnia puncta lineæ b c reflectantur ad centrum uisus a à lineæ longitudinis speculi: cuiuslibet tamen puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxygoniam sectionem. Similiterq; demonstrandum, si superficies incidentiæ lineæ b c orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e: tunc enim communis sectio superficiei incidentiæ lineæ b c & superficiei speculi fiet circulus æquidistans basi speculi per r o o th. 1 huius. Vnde si fiat reflexio ad uisum, fiet ab arcu circuli æquidistantis basi speculi: quælibet tamen superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit obliquè axem speculi secundum aliquod punctum illius arcus. Licet itaq; omnia puncta lineæ b c reflectantur ad uisum a ab arcu circuli speculi: fit tamen cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio secundum oxygoniam sectionem. Si tamè aliquis punctorum lineæ b c fuerit cum centro uisus in eadem superficie æquidistans basi speculum secante: illius solius reflexio fiet secundum circulum, aliorum uerò omnium punctorum reflexio fiet secundum oxygonias sectiones: & sic puncta illius lineæ diuersas afferent uisui passiones. Patet ergo propositum.

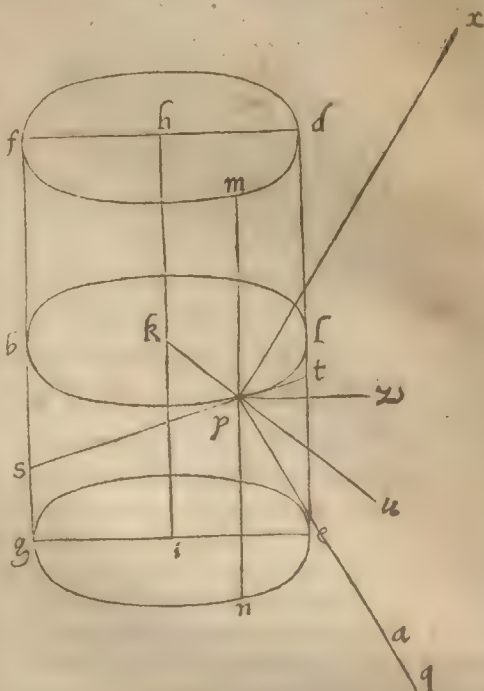
24. *In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis, centrum uisus: punctum uisum: punctum reflexionis: punctum axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi, consistere est necesse. Alhaz. 23. 34 n 4.*

Quòd centrum uisus: & punctum reflexionis: & punctum reflexum sint in superficie reflexionis patet per 27 th. 5 huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta. Et si superficies reflexionis secet speculum secundum lineam suæ longitudinis: palàm per 7 huius quòd totus axis & punctum, in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta, sunt in hac superficie. Si uerò communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus: palàm quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quem per 21 huius omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, est in superficie reflexionis: quoniam tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si autem communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sectio oxygonia: palàm per r o huius quia hæc sectio decliuis est super axem columnæ, interfecans axem in puncto, cui incidit perpendicularis producta à puncto reflexionis super superficiem contingentem columnam in puncto sectionis. Patet ergo propositum secundum omnem diuersitatem dictarum sectionum.

25. *In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxygonia sectio: à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum. Alhazen 28 n 4.*

Signentur termini apparétis portiois colūnæ, ut prius: & sit illa portio d e f g: & sit p punctus datus in superficie illa apparète: sitq; x punctus rei uisæ. Dico quòd à puncto p potest fieri reflexio formæ puncti x ad centrum uisus, quod sit a. Sit enim primò, ut superficies reflexionis (in qua sunt punctus uisus, qui est x, & centrum uisus a, & punctus, à quo fit reflexio, qui est p) secet columnam speculi secundum axem h k i: erit ergo per 7 huius communis sectio illius superficiei & speculi lineæ longitudinis columnæ, quæ sit m p n. Ducatur itaq; linea x p: & à puncto p erigatur lineæ perpendicularis super lineam m n per r p i, quæ sit p z: & super punctum p terminum lineæ z p fiat angulus æqualis angulo x p z, qui sit z p q. Si itaq; centrum uisus, quod est a, fuerit in lineæ p q, palàm per 20 th. 5 huius, cum angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, quoniam à puncto p fiet reflexio formæ puncti x ad uisum a existentem in lineæ p q. Quòd si superficies reflexionis secet columnam speculi æquidistans basibus: palàm quia communis sectio erit circulus per 9 huius: fietq; iterum à puncto p reflexio ad uisum. Ducatur enim per r o z th. 1 huius circulus æquidistans basibus columnæ, transiens per punctum p, qui sit b p l: cuius centrum sit k: in cuius superficie extensa extra speculum si fuerit punctum uisum, & ducatur lineæ x p, quæ producta si transeat centrum circuli k: palàm, cum axis columnæ h k i sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per r o o & 27 th. 1 huius, quoniam & ipse axis h k i orthogonalis erit super lineam x p: ergo & lineæ longitudinis columnæ (quæ est m p) erit orthogonalis super lineam x p per 29 p 1. Reflectetur ergo per 21 th. 5 huius lineæ x p in seipsam, & in ea existente uisu formæ puncti x uisui occurret. Si uerò lineæ x p producta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo: tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ, ut patet ex præmissis, erit orthogonalis super axem h i: erit ergo lineæ k p perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est m p per 29 p 1: erit ergo k p perpendicularis super superficiem contingentem columnam secundum lineam longitudinis m p: in qua ducatur lineæ contingens circulum b p l in puncto p, quæ sit s p t: educaturq; lineæ k p perpendiculariter super illam superficiem in punctum u: sitq;, ut prius, centrum uisus, quod est a, in lineæ q p in eadem superficie circuli. Et quoniam in illa superficie circulum contingente est lineæ s t, erit angulus k p t rectus: ergo & angulus s p u est rectus per 15 p 1. Palàm ergo quia angulus a p s est minor recto: ergo est acutus:

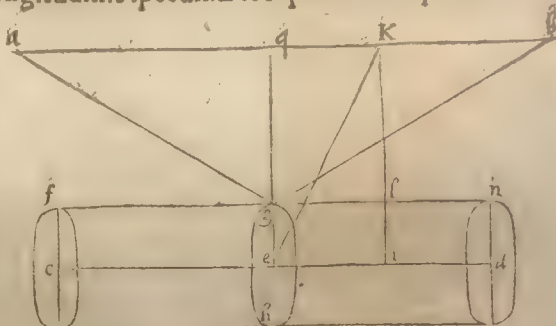
acutus: ergo per 13 p 1 angulus a p t est obtusus: rescindatur ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u per 27 th. 1 huius. Si ergo linea x p illum angulum contineat: palàm per 20 th. 5 huius quoniam à pũcto p reflectetur forma pũcti x ad punctum a centrum uisus. Quòd si linea x p illum angulũ non contineat: tunc, ut prius, super punctum p terminum lineæ u p fiat angulus æqualis angulo x p u per 23 p 1. In linea quoq; illum angulum continente posito centro uisus a, patet propositum, ut prius. Et quoniã perpendicularis k p u est cum puncto a in eadem superficie per præmissam, erit linea a p in eadem superficie cum linea x p: & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiẽ speculum contingente in secundũ lineam m n: quoniam perpendicularis p u (quæ est in superficie reflexionis) erecta est super superficiem secundũ lineam m n speculum contingente: & est in ea circulus b p l æquidistans basibus columnæ. Et similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie speculi. Idem quoq; patet si cõmunis sectio superficiẽ reflexionis & speculi colũnaris fuerit sectio oxygonia per 10 huius: quoniam, ut ostendimus in 21 huius, patet quòd semper perpendicularis ducta à pũcto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli cuiusdam secãtis superficiem speculi æquidistanter basibus columnæ: ductãq; linea in puncto dato speculum secundum oxygoniam sectio nem contingente, & producta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ & centrũ uisus cadant in eandem perpendicularem, uel in lineas in eadem superficie cum perpendiculari existentes, & æquales angulos cum ipsa continentes: fiet secundum præmissa reflexio ad uisum. Patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectioe communi superficiẽ reflexionis & superficiẽ speculi columnaris.



26. Superficiẽ reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectioe linea longitudinis speculi existente: forma eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantũ puncto totius superficiẽ speculi ad unum uisum fit reflexio. Alhazen 46 n 5.

Esto speculum columnare conuexum, cuius axis sit c d: sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b reflectatur ad a cẽtrum circuli à puncto g superficiẽ speculi: & sit communis sectio superficiẽ istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi. Dico quòd forma puncti b non potest reflecti ad centrum uisus a ab alio puncto speculi quàm à puncto g.

Ducatur enim à puncto g perpendicularis super superficiem contingente columnam secundum lineam f g n per 12 p 11: quæ sit linea g q, secans lineam a b productam inter punctum uisum & centrũ uisus in puncto q. Palàm per 21 huius quoniam hæc linea g q producta intra speculum secat ipsum trans axem c d: secet ergo in puncto e. Et quia linea longitudinis, quæ est f n, est in superficie reflexionis: palàm quoniam axis c d erit in eadem per 7 huius: ergo & pũctum e erit in illa superficie. Cum itaq; una sola superficies possit intelligi, in qua sunt simul omnia pũcta a, b, g & e, & lineæ f n & c d: palàm quòd à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b ad a centrum uisus, nisi à linea longitudinis f n: sed per 45 th. 5 huius ostensum est quòd in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum: ergo & in his speculis non potest fieri reflexio ab alio pũcto quàm ab uno solo puncto scilicet lineæ f n. Forma ergo puncti b reflectitur ad uisum a ab uno solo puncto superficiẽ totius speculi. Quod est propositum.



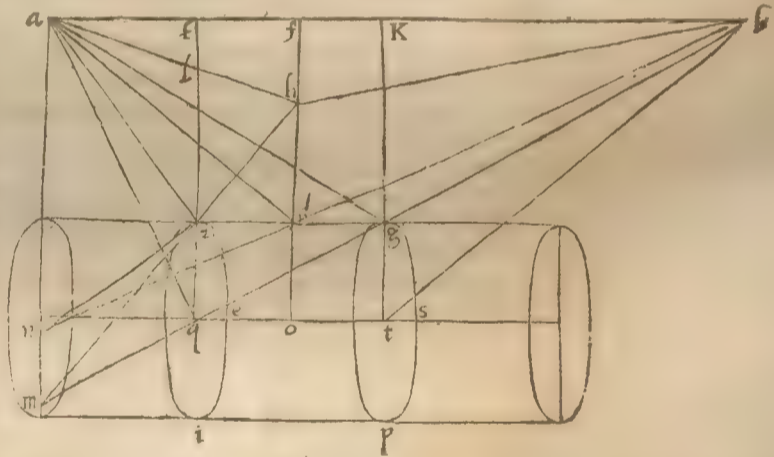
27. Superficiẽ reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectioe existente circulo basibus speculi æquidistante: ab uno solo puncto superficiẽ totius speculi forma eiusd. m puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum. Alhazen 46 n 5.

Sit dispositio, quæ in præcedente, palàmq; per 17 huius quoniam hac hypothese existẽte, superficies reflexionis a b g erit æquidistans basibus columnæ: circulus quoq; qui est communis sectio superficiẽ a b g & columnæ, cuius axis est c d, qui est æquidistans basibus columnæ, sit g h: cuius centrum sit punctum e. Dico quòd à circulo g h (qui est communis sectio superficiẽ a b g & superficiẽ speculi) non potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantũ puncto g. Patuit enim per 16 th. 6 huius quia in speculis sphæricis conuexis à circulo, super quem fit reflexio, non potest fieri

fieri reflexio, nisi ab uno tantum puncto: ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantum puncto, quod sit g . Si uero detur, quod ab alio puncto speculi huius (ut à puncto l) similiter fiat reflexio, sicut à puncto g : producatur à puncto dato linea lk per 12 p 11 perpendicularis super superficiem columnæ: hæc ergo producta cadet orthogonaliter super axem cd per 21 huius: cadat in punctum axis, quod sit i . Similiter quoque linea k , ut patet ex præmissis, secabit lineam ab productam inter punctum rei uisæ & centrum uisus: secetque ipsam in puncto k : quod siue fuerit idem cum puncto q , siue aliud à puncto q , ducatur semper linea ke ad centrum circuli gh : eritque linea ke orthogonalis super axem cd : quoniam est in superficie reflexionis orthogonaliter axem cd secante. Duæ ergo lineæ ke & ki cum linea ei , parte axis continent triangulum, cuius duo anguli sunt recti: quod est impossibile. Palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti b ad uisum a , ab aliquo puncto superficie totius speculi alio, quam à puncto g . Et hoc est propositum.

28. *Superficie reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxygonia: forma eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficie speculi fit reflexio ad uisum. Alhaz en 47 n s.*

Sit superficies reflexionis abg : cuius communis sectio cum superficie speculi columnaris sit oxygonia sectio, transiens in superficie speculi punctum g : & sit b punctus rei uisæ: & a centrum uisus: & g punctus reflexionis. Dico quoniam forma puncti b non reflectitur ad centrum uisus a ab aliquo puncto totius superficie speculi, nisi à puncto g . Ducatur enim à puncto a superficies æquidistans basibus columnæ, secans speculum secundum circulum, qui sit e & i : quod sic fiet. Producta enim à puncto a linea perpendiculari super axem columnæ per 12 p 11 erit hæc linea perpendicularis erecta super superficiem columnæ: quia erit perpendicularis super lineam longitudinis columnæ, cui ipsa incidit per 29 p 1 . Ducatur item ab eodẽ puncto axis, quod sit q , alia linea rectum continens angulum cum axe, quæ sit linea qe . Ergo per 18 p 11 patet quoniam superficies plana lineas illas aq & qe imaginata pertransire, super superficiem speculi erit orthogonaliter erecta. Et quoniam per 4 p 11 axis speculi erectus est super illam superficiem, patet per 14 p 11 & per 92 th. 1 huius quoniam illa superficies æquidistat basibus speculi: ergo per 100 th. 1 huius, cum ipsa secet superficiem columnæ æquidistanter basibus: patet quod ipsa secat secundum circulum, qui sit e & i , cuius centrum erit punctum q . Et eodem modo à puncto g ducatur superficies æquidistans basibus speculi, quæ secet speculum secundum circulum sgp : cuius centrum sit t : & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctum g , quæ sit tg : & hæc per 21 huius erit perpendicularis super superficiem contingentem columnam in linea longitudinis, in qua est punctus g . Linea quoque tg producta concurrat cum linea ab in puncto k : concurret autem per 29 th. 1 huius: ideo qa diuidit angulum agb , & puncta g, a, b sunt in eadem superficie reflexionis per 24 huius. Ducatur etiam à puncto g linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, quæ sit gz , cadens inter duas sectiones æquidistantes basibus speculi nunc ductas: & erit per 25 th. 1 huius pars axis æqualis lineæ gz , linea tq : & à puncto b rei uisæ ducatur linea perpendicularis super superficiem, secantem speculum secundum circulum e & i per 11 p 11 : quæ sit bh : & ducatur duæ lineæ az & hz : & ducatur à puncto z in superficie illa ad axem speculi linea zq : eritque hæc linea zq perpendicularis super axem qt per 21 huius, sicut & superficies e & i , in qua protrahitur: & erit per eandem 21 huius linea zq perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto z . Quia ergo linea zq educta extra speculi superficiem necessariò diuidit angulum hza , eò quod à concursu linearum hz & az orthogonaliter producitur super superficiem contingentem, cui superficiei lineæ az & hz obliquè incidunt: palam per 29 th. 1 huius quia producta linea zq concurrat cum linea ak , quæ subtenditur angulo azh : concurrat ergo in puncto l . Dico quoniam forma puncti h lineæ bh reflectitur ad uisum a à puncto speculi z . Ducatur enim à puncto a linea æquidistans kg lineæ, quæ sit am : hæc utique per 2 th. 1 huius concurrat cum linea bg , cum qua sua æquidistans concurrat: sunt enim lineæ ab, bg, k & omnes in eadem superficie reflexionis: sit ergo punctus concursus linearum bg & am punctus m . Palam quoque per 6 p 11 quoniam linea gz æquidistat lineæ bh , cum utraq; ipsarum sit orthogonalis super superficiem e & i æquidistantem basibus columnæ: est ergo per 7 p 11 linea bgm in eadem superficie, cum secet illas duas lineas æquidistantes. In superficie ergo reflexionis (quæ est abg) sunt tria



tria puncta m, z, h . Itē quia linea $a m$ est æquidistans lineæ $k g$, sed & linea $z l$ est æquidistans lineæ $k g$ per 33 p 1: sunt enim lineæ $g z$ & $t q$ æquales & æquidistantes, ut patet ex præmissis, & lineæ $t g$ producitur in punctum k : & lineæ $q z$ in punctum l : erit ergo per 30 p 1 lineæ $l z$ æquidistans lineæ $a m$. Sunt ergo per 2 th. 1 huius lineæ $l z$ & $a m$ in eadē superficie: & in eadem est linea $h a$ per 7 p 11. Igitur tria puncta m, z, h sunt in eadem superficie; in qua sunt lineæ $l z$ & $a m$ & $h a$; quæ est superficies $h l z m$. Sed iam patuit suprā quod sunt in superficie $m b h$: Igitur sunt in lineâ cōmuni illis duabus superficiebus: ergo per 3 p 11 lineæ $h z$ est linea recta. Cum itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi: erit per 20 th. 5 huius angulus $a g k$ æqualis angulo $k g b$: sed angulus $k g b$ per 29 p 1 est æqualis angulo $a m g$, cum sit extrinsecus ad illum, & lineæ $k g$ æquidistet lineæ $a m$: sed & angulus $a g k$ est æqualis angulo $m a g$ per eandem 29 p 1, quia est illi coalternus: ergo anguli $a m g$ & $m a g$ sunt æquales: ergo per 6 p 1 duæ lineæ $a g$ & $m g$ sunt æquales. Quia uerò linea $g z$ est erecta super superficiem $a h z$, ut patet ex præmissis: erit linea $g z$ orthogonalis super quamlibet lineam superficiem $a h z$, ductam à puncto z : ergo erit perpēdicularis super lineam $z m$: angulus ergo $m z g$ erit reclusus: erit quoq; per 47 p 1 quadratum lineæ $m g$ æquale quadratis duobus linearū $m g$ & $g z$: & similiter quadratum lineæ $a g$ est æquale quadratis linearum $a z$ & $g z$: sed quadratum lineæ $m g$ æquale est quadrato lineæ $a g$: quoniam lineæ $m g$ & $a g$ sunt æquales: ablato ergo utrobique quadrato cōmuni, quod est quadratum lineæ $g z$: relinquitur quadratum lineæ $m z$ æquale quadrato lineæ $a z$: est igitur linea $m z$ æqualis lineæ $a z$: ergo per 5 p 1 angulus $a m z$ est æqualis angulo $z a m$: sed per 29 p 1 angulus $l z h$ extrinsecus æqualis est angulo $a m z$ intrinseco, & angulus $z a m$ est æqualis angulo $l z a$ per eandem 29 p 1, quia illi anguli sunt coalterni: ergo angulus $a z l$ est æqualis angulo $l z h$. Forma ergo puncti h incidens speculo in puncto z reflectitur ad a cētrum uisus à puncto speculi, quod est z , ut patet per 20 th. 5 huius. Si uerò dicatur quod ab alio puncto quàm à puncto g potest forma puncti b reflecti ad uisum à illud aliud punctum aut erit in linea longitudinis, quæ est $g z$, aut in alia. Si est in linea $g z$, ducatur à dato puncto lineæ $g z$, quod sit d ; linea perpēdicularis super lineam $g z$ quæ ad utramque partem producta sit linea $o d f$: & copulentur lineæ $a d$ & $b d$. Linea itaq; $o d f$ per 29 th. 1 huius necessariò secabit lineam $a b$: & erit æquidistans lineæ $a m$ per 28 p 1: & linea ducta à puncto b ad illud punctum d , necessariò cōcurrerit cum lineâ $a m$ per 2 th. 1 huius: & erit punctus d & punctus m in eadem superficie: quoniam lineæ $d f$ & $a m$; cum sint æquidistantes, sunt in eadem superficie per 1 th. 1 huius. Linea ergo $b d$ aut cadet super punctum m , aut super aliud punctum lineæ $a m$. Si cadat super punctum m , erit ducere à puncto b ad punctum m duas rectas lineas, ut lineam $b g m$, & lineam $b d m$: quod est impossibile: quoniam tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uerò ad aliud punctum lineæ $a m$, quàm ad punctum m , incidat linea $b d$: sit illud punctum n : & ducatur à puncto n linea $n z$ ad punctum z : & potest probari, quod hæc linea $n z$ cum lineâ $h z$ facit lineam rectam, sicut prius probatum est de lineâ $m z$. Quoniam enim puncta n, z, h sunt in duabus planis superficiebus: ergo sunt in illarum cōmuni sectione: ergo per 3 p 11 erit linea $h z n$ linea recta: & ita à puncto h erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ $a m$ cadentes: quod est impossibile per 1 p 11. Palam ergo quod à nullo puncto lineæ $g z$ potest forma puncti b reflecti ad uisum a , nisi à solo puncto g . Si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit reflecti forma puncti b ad a uisum: ducatur super illud punctum speculi linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius: & à puncto circuli $e z i$, in quem cadit hæc linea, probabitur forma puncti h reflecti ad uisum a secundum prædictam probationem: sed iam probatum est quod forma puncti h à puncto speculi z reflectitur ad uisum a : & ita formæ eiusdem puncti h ad eundem uisum a à punctis duobus unius circuli fiet reflexio, quod est contra 16 th. 6 huius, & impossibile. Superest ergo, ut à solo puncto speculi propositi reflectatur forma puncti b ad uisum a . Palam enim, quia si cōmuni sectione superficiem reflexionis & speculi columnaris fuerit oxygonia sectio, quia tunc nō fiet reflexio, nisi ab uno tantum puncto: quoniam, ut patet per 24 huius in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet, ut sit punctus axis, in quem cadit perpēdicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineam longitudinis speculi per punctum illud transeuntem: ergo & super axem speculi per 28 p 1: quoniam linea longitudinis columnæ & axis semper æquidistant per 92 th. 1 huius. Est autem illa perpēdicularis cōmuni sectioni oxygoniæ, à cuius puncto fiet reflexio, & cuidam circulo æquidistanti basibus speculi per 104 th. 1 huius: est ergo semidiameter illius circuli. Superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpēdiculari semidiametro circuli super peripheriam circuli per 21 huius: & superficies reflexionis, in qua est illa sectio oxygonia, est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrum, quæ est perpēdicularis à puncto reflexionis ducta: super aliam quam uerò superficiem declinatam super axem columnæ non potest intelligi, nisi una tantum lineâ perpēdiculariter cadens super axem per 112 th. 1 huius. Si uerò ab eadem oxygonia sectione fieret à duobus punctis reflexio: esset necessarium, ut in illa sectionis superficie possent duci duæ perpēdiculares super axem speculi: quod est impossibile: cum unus uisus semper uideat minus medietate columnæ. Et similiter patet per 79 th. 4 huius quod duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ maior est quàm distantia oculorum: hoc autem planius declaratum est in 22 huius. Patet itaq; propositum.

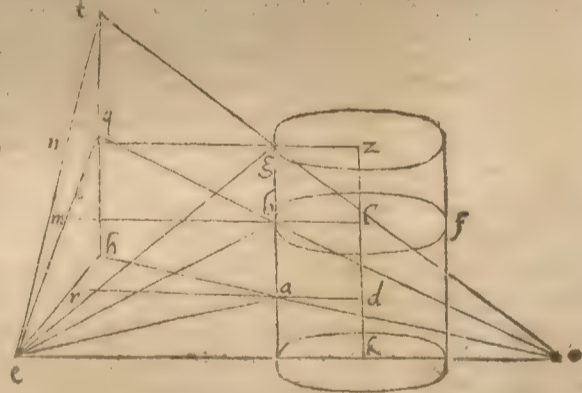
29. Oxygonia sectione existente cōmuni superficiem reflexionis & speculi columnaris con-

uixi: dati puncti uisi ad datum centrum uisus punctum reflexionis nuenire. Alhazen 48 n 5.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis per 46 th. 5 huius ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus: tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphaericis conuexis ostensum est per 20 uel 22 th. 6 huius. Si autem illa communis sectio sit oxygonia sectio, qualis proponitur: sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxygoniæ ad a centrum uisus. Dico quod possibile est inueniri punctum reflexionis. Ducatur enim à puncto a, ut in præcedente propositione, superficies æquidistans basibus columnæ: quæ secabit columnam super circulum, qui sit e z i: & ducatur à puncto b perpendicularis super hanc superficiem per 11 p 11, quæ sit b h, & per 20 uel 22 th. 6 huius, sicut in speculis sphaericis conuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus, à quo reflectitur forma puncti h ad uisum a, qui sit punctus z: & à puncto z per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis, quæ sit z g: & ducatur linea h a: & à puncto z ducatur perpendicularis super lineam h a per 12 p 1, quæ sit z l: & huic ducatur æquidistans à puncto a per 31 p 1, quæ sit a m: & linea h z producaturs usquequò concurrat cum linea a m: & sit cõcursus in puncto m: & à puncto m ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam z g, cum sit in eadem superficie cum illa: quoniam cum linea b h sit æquidistans lineæ g z per 6 p 11, eò quod ambæ lineæ b h & g z sunt perpendiculares super eandem superficiem e z i æquidistantem basibus columnæ: erit ergo linea h m in superficie illarum per 7 p 11: & ita linea m b erit in eadem superficie: quæ si secuerit lineam z g in puncto g: palàm ex his, quæ in præcedente propositione præmissa sunt, quod punctus g erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum. Hæc omnia pluraq; alia patent per ea, quæ dicta sunt in præcedente demonstratione. Et hoc est propositum: quoniam secundum hunc modum cuiuslibet dati puncti ad datum uisum punctus reflexionis poterit inueniri.

30. Linea recta æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, uisu non existente in eadem superficie, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum. Alhazen 26 n 6.

Est axis speculi columnaris conuexi linea z k: & sit linea uisa axi æquidistans, quæ t h: sitq; centrum uisus e extra superficiem t h z k. Dico quod forma lineæ t h reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est communis sectio superficiei t h z k, & superficiei speculi. Et quia uisus e non est in superficie t h z k: sit superficies per ipsam uisum transiens secans columnam speculi æquidistanter basibus: eritq; hæc superficies secans columnam secundum circulum per 100 th. 1 huius: qui circulus sit b f. Palàm ergo cum linea h t ex hypothesi æquidistanti axi z k, quod aliquis eius punctus reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto circuli b f: sit ergo hoc à puncto b. Punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uisum e à puncto speculi b, sit q: & ducantur lineæ q b, e b, q e: & ducatur per 101 th. 1 huius à puncto b linea longitudinis columnæ, quæ sit a b g: & ducatur à puncto b perpendicularis cadens super axem z k in punctum l: quæ producta ad lineam q e, secabit ipsam per 2 th. 1 huius: quoniam illæ duæ lineæ æquidistant, ut patet ex præmissis. Et quoniam superficies e q b est superficies reflexionis: patet quod punctum b cum lineæ e q est in eadem superficie. Secet ergo linea b l producta ipsam lineam q e in puncto m: & sit linea m l: ducatur q; à puncto e linea æquidistans lineæ m l per 31 p 1, quæ sit e o: & producaturs ultra punctum b: quæ quia concurrat cū lineam m l: palàm per 2 th. 1 huius quia ipsa cõcurrat cum eius æquidistante, quæ est linea e o: sit ergo punctus cõcursus o. Palàm aut per 20 th. 5 huius quoniam angulus incidentiæ, qui est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a: anguli uerò m b g & m b a sunt æquales, quia recti: relinquitur ergo angulus q b m æqualis angulo reliquo, qui est e b m: sed per 29 p 21 angulus q b m est æqualis angulo b o e: quoniam extrinsecus intrinsecus est æqualis: sed & angulus m b e æqualis est angulo b e o: quia coalternus est: ergo angulus b o e æqualis angulo b e o: ergo per 6 p 1 in trigono b e o latus b e est æquale lateri b o. Sumatur autē & alius punctus in lineam t h, qui sit punctus t: & ducatur linea t o. Quia ergo linea t h æquidistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g per 30 p 11: ideo quod utraq; illarum est æquidistans axi z k: palàm ergo per 1 th. 1 huius quod lineæ t h & a g sunt in eadem superficie, cum etiam linea t h & z k axis sint in eadem superficie. Ergo per 7 p 11 linea q b o secans illas lineas æquidistantes, quæ sunt t h & a g, sit e m illis in eadem superficie: & similiter linea t o est in eadem superficie cum illis per 1 p 11: sunt enim puncta t & o in dicta superficie: secabit ergo linea t o lineam a g: sit punctus sectionis g: & ducantur lineæ e g & e t. Quia itaq; a g, quæ est linea longitudinis speculi, est perpendicularis super superficiem circuli b f per 8 p 11: ideo quod axis z k, cui æquidistat linea a g, perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 23 th. 1 huius, cum ipsa sit perpendicularis super basim columnæ per 92 th. 1 huius.

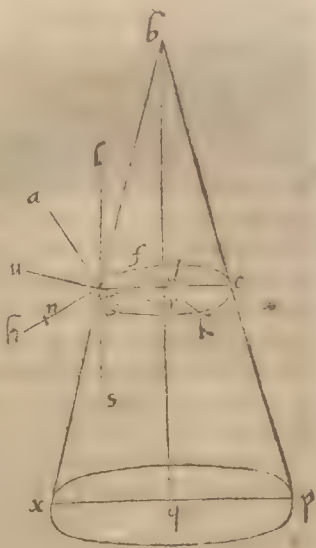


Super-

Superficies autem circuli b f est pars superficie e o b f: hæc enim superficies secat columnam æquidistantem basi, ut patet ex præmissis: ergo per definitionem lineæ super superficie erectæ angulus g b o est rectus, & angulus g b e rectus: ergo per 47 p 1 quadratum lineæ g o ualeat ambo quadrata linearum g b & b o: & quadratum lineæ g e ualeat ambo quadrata linearum g b & b e. Et quoniam ostensum est quod lineæ b e & b o sunt æquales, erunt etiam ipsarum quadrata æqualia, & quadratum b g utriusque est commune: erit ergo quadratum lineæ g e æquale quadrato lineæ g o: erit igitur per 6 p 1 in trigono e g o linea g e æqualis lineæ g o: ergo per 5 p 1 erit angulus g e o æqualis angulo g o e. A puncto itaque g ducatur perpendicularis super axem speculi, qui est z k, per 12 p 1, quæ sit linea g z: & hæc producta ultra punctum g ad lineam t e, sit z g n: eritque linea z n æquidistans lineæ l m per 28 p 1: quoniam lineæ n z & m l ambæ sunt perpendiculares super axem z k: sed & linea e o æquidistat lineæ m l, ut patet ex præmissis. Linea ergo z n æquidistat lineæ e o per 30 p 1. Erat ergo per 29 p 1 angulus t g n existens extrinsecus, æqualis angulo g o e intrinseco: & angulus n g e æqualis angulo g e o, quia sunt alterni: sed angulus g e o ostensus est esse æqualis angulo g o e: ergo angulus t g n est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o & linea n g z sint in eadem superficie, in qua est punctus g: puncta ergo o, g, t erunt in eadem superficie: ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g, t g per 1 p 11. Forma ergo puncti t reflectitur ad uisum e à puncto speculi g, ut patet per 20 th. 5 huius, propter æqualitatem angulorum t g n & n g e. Sumpto autem in linea t h puncto h eiusdem distantia à puncto q, & à centro uisus e, cuius est punctus t: & ducta linea h o, transibit hæc per lineam longitudinis speculi, quæ est a g: sit punctum transitus a: & ducta à puncto a linea perpendiculari super axem z k, quæ sit a d, & quæ producta ad lineam h e, sit d r, & ducta linea e a, patebit, sicut prius, quia duo anguli a b e & a b o sunt recti, & latera a e & a o sunt æqualia: suntque, ut prius, duo anguli h a r & e a r æquales. Forma ergo puncti h, ut supra patuit, reflectitur ad uisum e à puncto speculi a. Similiter quoque sumpto quocumque puncto lineæ t h, erit probare, quod ille punctus reflectitur ad e ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g. Tota ergo linea t h reflectitur ab una linea longitudinis speculi, quæ est a g, ad uisum e: quod est propositum. Est tamen notandum, quod in hac dispositione figuræ punctum q lineæ t h est medius punctus illius lineæ: & est in eadem superficie cum centro uisus e: propter quod puncta t & h æqualiter distant à uisu: & similiter puncta reflexionum, quæ sunt g & a: propter quod patet, quod lineæ g b & b a sunt æquales: & tota dispositio figuræ fit secundum illa. Quod si uisus sit inferior tota linea t h: notandum quod fit reflexio à linea a g, prout secat plurimas oxygonias sectiones, ut patet per 23 huius: aliàs uerò quandoque ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

31. Linea longitudinis existente communi sectione superficie reflexionis & speculi pyramidæ conuexi: à quolibet puncto superficie speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum. Alhazen 40 n 4.

Esto speculum pyramidale conuexum b x p: cuius uertex sit b: & diameter basis x p: sitque centrum basis q: erit ergo linea b q axis ipsius speculi. Sit quoque quicumque datus punctus in ipsius superficie apparente, punctus g: & sit centrum uisus a: & punctus rei uisæ sit n. Dico quod forma puncti n reflecti potest à puncto g ad uisum a, si fuerit in situ conuenienti reflexioni. Circunducatur enim per 102 th. 1 huius à puncto g circulus pyramidæ speculi æquidistans basi x p: cuius centrum sit d, & cuius diameter sit g c: semidiameter g d, quæ necessario erit perpendicularis super axem b q per 29 p 1: eò quod x q semidiameter basis speculi est perpendicularis super eundem axem b q, sicut & alia semidiameter basis in eadē superficie existēs cū diametro g c æquidistat illi: est enim axis b q perpendicularis super superficies amborum circularum x p & g c per 23 th. 1 huius: & producat lineam g b à dato puncto g ad uerticem pyramidæ b. Palam ergo per 32 p 1 quoniam angulus g b d est acutus: cū angulus b d g sit rectus. In superficie quoque trigoni g b d sit linea reflexionis, quæ est a g per 7 huius, & ex hypothesi erunt lineæ reflexionis a g & longitudinis b g & axis b d q in eadem superficie. Et quoniam angulus b g d est acutus, fiat per 23 p 1 angulus b g r rectus, producta linea g r ad axem: eritque r g linea perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est b x: eritque g r linea in eadem superficie cum alijs lateribus trigoni b g r per 2 p 11. A puncto quoque g ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit linea l g s: eritque per 18 p 3 linea l g s perpendicularis super diametrum g c: ducaturque alia diameter circuli g c perpendicularis super diametrum g c: quæ extrahatur à puncto d per 11 p 1: & sit f k: eritque, sicut prius, diameter f k perpendicularis super axem b q: erit ergo per 4 p 11 diameter f k perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ g c & b q: eritque diameter f k æquidistans lineæ contingenti circulum, quæ est l g s, per 18 p 3 & per 28 p 1: ergo per 8 p 11 linea contingens circulum g c, quæ est s g l, perpendicularis est super superficiem, in qua sunt diameter g c & axis b q: ergo per definitionem lineæ erectæ a g angulus l g r est rectus. Si ergo imaginemur superficiem contingentem pyramidæ, in qua sit linea l g s contingens circulum b c: palam quoniam linea r g erecta est super illam superficiem.

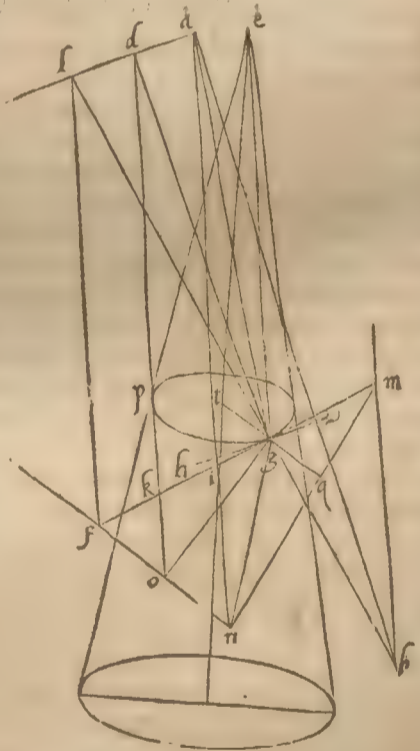


Aa 4 ficiem.

ficiem. Si ergo linea reflexionis, quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cû linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentem speculû in puncto g: fiet ergo per 21 th. 5 huius formæ secundû illam lineam superficiem speculi incidentis reflexio per eandem. Et si punctus n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a puncto speculi g per lineam a g. Si uerò linea a g non fiat una linea cum linea g r: palam per cõuersam 14 p 1 quod angulus a g l est minor recto uel maior: quoniã si erit rectus, tunc lineæ a g & g r ambæ coniunctæ sunt linea una per eandem 14 p 1. Sit ergo angulus a g l acutus: & producatûr linea r g in continuû & directû usq; ad punctû u: eritq; linea u g perpendicularis super superficiem contingentem speculû in puncto g: & erit angulus u g l rectus per 15 p 1: erit ergo angulus u g a acutus. Ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h æqualẽ continẽs angulum cum linea u g angulo u g a per 23 p 1. Si ergo punctus rei uisæ, qui positus est esse n, fuerit in linea b g: palam per 20 th. 5 huius quoniã possibile est a puncto g fieri reflexionẽ ad uisum a: eritq; linea incidentiæ, quæ est n g cû linea reflexiõis, quæ est g a, in eadẽ superficie orthogonalĩ super superficiẽ, contingente pyramidem in puncto reflexionis, quod est g: reflecteturq; forma puncti rei uisæ secundû punctum n ad uisum, qui est in puncto a, a puncto speculi, quod est g. Et eodem modo de quolibet alio dato puncto superficiem speculi demonstrandum. Patet ergo propositum.

32. Dato puncto speculi pyramidalis conuexi, a quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus a puncto oxygonia sectionis, uel a linea longitudinis speculi: possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodẽ dato puncto speculi, prout est punctus circuli æquidistantis basi. Alhazen 52 n 5.

Sit a centrum uisus: b punctus rei uisæ: & sit g punctus reflexionis superficiem speculi pyramidalis conuexi, cuius uertex sit e. Dico quod possibile est inueniri id, quod proponitur. Ducatur enim, prout docuimus in 28 huius, super punctum g superficies æquidistans basi, secans pyramidem super circumf. basi æquidistantem per 100 th. 1 huius, quæ sit p g: cuius centrum sit t: & ducantur lineæ a g, b g, a b: & a puncto g ducatur ad centrum circuli linea g t: & a uertice pyramidis, qui est punctus e, ducatur axis e t. Et quoniam superficies reflexionis semper est erecta super superficiem speculû in puncto reflexionis contingente, ut patet per 8 huius, uel per 25 th. 5 huius: ducatur in superficie reflexionis linea perpendicularis super superficiem, contingentem speculû in puncto reflexionis, quod est g, quæ sit h g: & palam per 26 th. 5 huius quoniam hæc diuidit angulum a g b per æqualia: ipsa ergo producta secabit lineam a b per 29 th. 1 huius: sit ergo, ut secet eam in puncto z, Ducatur quoq; a puncto e uertice pyramidis linea longitudinis speculi, quæ sit e g: & huic lineæ e g ducatur æquidistans a puncto a centro uisus, quæ necessariò secabit superficiem circuli p g: secet ergo ipsam in puncto n: & sit a n. Et similiter a puncto b ducatur linea æquidistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiem circuli p g in puncto m. Quia itaq; ambæ lineæ a n & b m æquidistant eidem lineæ longitudinis speculi, quæ est e g: patet per 30 p 1 quia ipsæ adinuicem æquidistant, scilicet lineæ a n & b m. A puncto ergo n ducatur per 31 p 1 linea æquidistans semidiametro circuli, quæ est g t, sitq; illa æquidistans linea n f: & ducantur lineæ n g, m g, n m. Palam itaq; per 29 th. 1 huius quia linea t g producta secabit lineam n m: ideo, quia secat angulum in g n: est enim transuersim ducta in eadem superficie: & etiam lineæ n f & g t sunt æquidistantes: sed linea n m secat lineam n f: ergo & ipsa secabit per 2 th. 1 huius lineam g t: secet ergo in puncto q. Palam etiam per 2 th. 1 huius quod linea m g producta secabit lineam n f, cum secet lineam g t æquidistantem ipsi n f: sitq; punctus sectionis f: & a puncto a ducatur linea æquidistans lineæ perpendiculari super superficiem, contingentem speculû in puncto g, quæ est linea h z: & sit illa æquidistans linea a l. Palam ergo per 2 th. 1 huius quod linea b g concurrent cum linea a l: quia secat eius æquidistantem lineam h z: sit ergo punctus concursus l. Ducatur quoq; linea, quæ est sectio communis superficiem contingentem speculû in puncto g, & superficiem circuli p g, quæ sit linea g o. Palam quod linea g o erit orthogonalis super semidiametrum circuli, quæ est g t per 18 p 3: ideo quia linea g o est contingens circumf. p g: quoniam ipsa ducta est in superficie plana contingente speculû in puncto g. Et quoniam lineæ n f & g t æquidistant: erit per 29 p 1 linea g o orthogonalis super lineam n f æquidistantem lineæ g t. Sumatur etiam linea, quæ est communis sectio superficiem reflexionis & superficiem contingentem speculû in puncto g, quæ sit linea g d: quæ quidem, cum secet lineam g h in puncto g, palam per 2 th. 1 huius quia ipsa



ipſa ſecabit lineam a l æquidistantem lineæ g h: ſit ergo punctus ſectiõis d: & erit lineæ g d perpendicularis ſuper lineam a l per 29 p 1: eſt enim lineæ g d perpendicularis ſuper lineam g h. Quia cū lineæ h g ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentẽ circum in puncto g: erit neceſſariõ perpendicularis ſuper lineæ g d productã ab eodẽ puncto in illa ſuperficie per definitionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ. Palam autẽ ex prædictis, quoniã lineæ n eſt æquidiftans ſemidiametro circuli p g, quæ eſt g t: ſimiliter quoq; lineæ a l eſt æquidiftans lineæ g h: igitur per 15 p 11 ſuperficiẽ, in qua ſunt lineæ n f & a l (quæ pductæ ultra pũctã l & f, neceſſariõ cõcurrẽt p 14 th. 1 huius: quonã anguli f n a & l a f, ut patet, ſunt minores duobus rectis) eſt æquidiftans ſuperficieĩ g t h: ſed & lineæ e g æquidiftat lineæ b m, ut patet ex præmiſſis: ergo per 1 th. 1 huius ipſæ ſunt in eadẽ ſuperficie ſecante prædictas duas ſuperficiẽs æquidiftantes: unã ipſarum ſuper lineam e g: aliã uerõ ſuper lineã fl. Ergo per 16 p 11 cõmunes ipſarum ſectiõnes erunt æquidiftantes: erit ergo lineæ f l æquidiftans lineæ e g: ſed lineæ a n eſt æquidiftans lineæ e g, ut patet ex præmiſſis: ergo per 30 p 1 erit lineæ f l æquidiftans lineæ a n. Verũ ſuperficiẽs contingens ſpeculũ in puncto g ſecat eadẽ ſuperficiẽs æquidiftantes, quæ ſunt g t h & n f a l: unã earum ſuper lineã e g, ſecundum quã ipſa eſt ſpeculũ contingens: & aliam ipſarũ ſuper lineam o d: ergo per 16 p 11 lineæ o d æquidiftat lineæ e g: igitur per 30 p 1 erit lineæ o d æquidiftans lineæ a n, & l f æquidiftantibus lineæ e g. Et quia lineæ n f & a l, inter quas ducuntur lineæ n a, o d, f l, ſunt in eadẽ ſuperficie per 2 p 11: patet quod lineæ a n, o d, f l ſunt in eadẽ ſuperficie. Ducatur itaq; à puncto f lineã æquidiftans lineæ l a per 31 p 1 ſecans lineã o d in puncto k, & lineam a n in puncto i: eritq; lineæ f i æqualis lineæ l a per 34 p 1: & ſimiliter erit lineæ k æqualis lineæ l d, & k i æqualis ipſi d a. Eſt autẽ per 2 p 6 proportio i k ad k f, ſicut n o ad o f: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ a d ad lineam d l, ſicut lineæ n o ad lineã o f. Et quoniã ex præmiſſis angulus b g z eſt æqualis angulo a g z: quoniã lineæ g z diuidit angulũ a g b per æqualia per 26 th. 5 huius: ſed angulus b g z eſt æqualis angulo g l a per 29 p 1, extrinſecus enim intrinſeco eſt æqualis: & lineæ h z & a l ſunt æquidiftantes: ſimiliter angulus z g a per eandẽ 29 p 1 æqualis eſt angulo g a l, quia coalternus: angulus ergo g l a æqualis eſt angulo g a l: ergo per 6 p 1 lineæ g a & g l ſunt æquales: & lineæ g d eſt perpendicularis ſuper lineã a l, ut patet ex præmiſſis: trigonũ ergo a g l diuiſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles p 31 th. 1 huius: eſt ergo pportio lineæ a d ad lineã d l, ſicut lineæ g a ad lineã g l: ſed lineæ a g, ut patet ex præmiſſis, eſt æqualis lineæ g l: eſt ergo lineæ a d æqualis lineæ d l: ergo & lineæ n o eſt æqualis lineæ o f: & lineæ g o eſt per 29 p 1 perpendicularis ſuper lineã n f: quoniã lineæ g o eſt perpendicularis ſuper lineã g t, ut patet ex præmiſſis per 18 p 3, & lineæ g t & n f æquidistant, ut præmiſſum eſt. Quia itaq; angulus o f eſt æqualis angulo g o n, & lineæ o f æqualis lineæ o n, & lineæ g o cõmunes: erit ergo per 4 p 1 angulus o f g æqualis angulo o n g: ſed angulus q g m æqualis eſt angulo o f g per 29 p 1, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q g n æqualis eſt angulo o n g, cum ſit ei coalternus, & lineæ t q & n f æquidistant, ut patet ex præmiſſis: erit ergo q g m angulus æqualis angulo q g n: ergo per 20 th. 5 huius à puncto g circuli p g poteſt forma puncti m reflecti ad uifum exiſtentẽ in puncto n: non tamen quod ſecundũ circum ſiat reflexio ab his ſpeculis pyramidalibus conuexis, ſed ſic ſcilicet quod punctus g cõmunicat circulo, qui eſt ſectio ſphæræ uel columnæ intra ſpeculũ pyramidæ le imaginatæ: quoniã ſuperficiẽs contingens circum p g eſt erecta ſuper ſuperficiẽm reflexionis: propter quod neceſſe habet pyramidem ſpeculi in ſui parte ampliõre, ut in ea, quæ eſt uerſus baſim, ſecare ſecundũ æquidiftantiã axis pyramidis ſpeculi: & ſic ſuperficiẽs reflexionis (in qua ſunt centrum uifus, & punctus rei, & circulus p g) erecta eſt ſuper illam ſuperficiẽm cõtingentẽ: & puncta n & m ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecundũ angulos æquales contentos cum diametro ipſius. Collocato ergo centro uifus in puncto n & puncto rei uifæ in puncto m uel econuerſo: reſte eſtetur ſemper forma ad centrum uifus corpore ſpeculi pyramidalis nõ præſtante impedimentum: ut ſi fortẽ lineæ a n & b m cadant in ipſo circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeat à puncto g ad uifum aliquid reflecti. Et hoc eſt propoſitum.

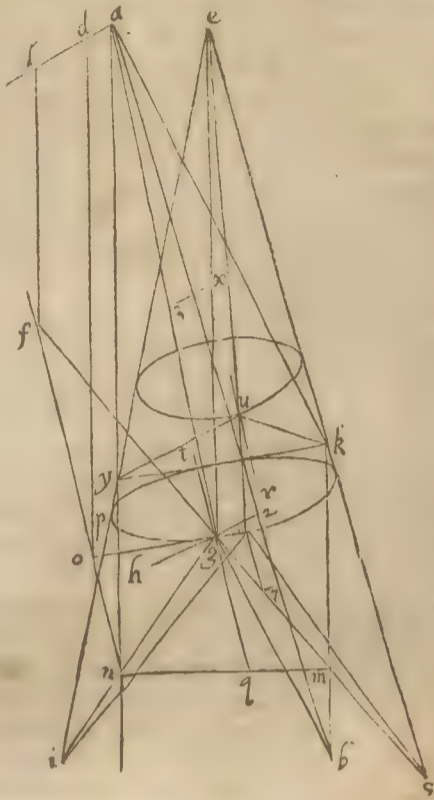
33. *Communi ſectiõne ſuperficieĩ reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente lineæ longitudinis ſpeculi, ab uno tantũ puncto ſuperficieĩ ſpeculi ſit forma unius puncti rei uifæ reflexio ad uifum. Alhazen 53 n 5.*

Sit omnino diſpoſitio, quæ eſt in proximã præcedente: & reflectatur forma puncti b ad uifum exiſtentẽ in puncto a, à puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi, quod ſit g: ita quod cõmunes ſectio ſuperficieĩ reflexiõis & ſpeculi ſit lineæ lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt e g. Dico quod forma puncti b reflectitur ad uifum a à ſolo puncto ſuperficieĩ ſpeculi, quod eſt g. Si enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficieĩ ſpeculi: tunc illud punctũ aliud aut erit in lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, aut nõ. Si ſit in lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g: ſit illud punctũ x: & ab eo ducatur perpendicularis ſuper ſuperficieĩ cõtingentẽ ſpeculũ in illo pũcto p 12 p 11: hæc ergo perpendicularis ſit x z: eritq; lineæ x z per 6 p 11 æquidiftans lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpendicularis ſuper eandẽ ſuperficiẽm: cum punctũ g & x ſint in eadem lineæ longitudinis, ſecundum quã ſuperficiẽs illa pyramidẽ contingit. Et quia lineæ h z & a l ſunt æquidiftantes, ut patet per illa, quæ dicta ſunt in præmiſſa: erit ergo per 30 p 1 illa perpendicularis x z æquidiftans lineæ a l. Et quia lineæ x z ſicut & lineæ z h, eſt in ſuperficie reflexionis, quæ per 8 huius uel 25 th. 5 huius eſt erecta ſuper ſuperficiẽm cõtingentẽ ſpeculũ in lineæ e g: erit ergo per 1 th. 1 huius lineæ a l in ſuperficie reflexionis huius lineæ perpendicularis, quæ eſt x z: & erit ſimiliter in ſuperficie reflexionis lineæ perpendicularis, quæ eſt z g. Igitur illæ duæ ſuperficiẽs reflexionis ſecant ſe ſuper lineã a l per 19 th. 1 huius: ſed ſecant ſe etiã ſuper pun-

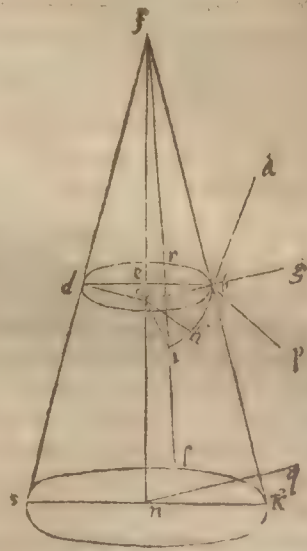
per punctū b: quoniā illud est, quod reflectitur per utranq; hoc autē est impossibile: quoniā punctū b nō est in linea a l. Oīsum est enim prius lineam f l æquidistantē esse, lineæ b m: quæ duæ lineæ uel concurrerēt si punctū b esset in linea a l: uel sequeretur puncta m & n cadere ex una parte lineæ g q. Non ergo fieret reflexio punctōrū m & n aduicē à puncto g, quod est cōtra demonstrata in præmissa. Restat ergo, ut à nullo puncto lineæ longitudinis, quæ e g, præterquā à puncto g, forma puncti b possit reflecti ad centrū uisus existens in puncto a. Si autē possibile est, ut reflectatur forma puncti b ad uisum a ab aliquo puncto speculi extra lineā longitudinis g e, sit ille punctus u: & per 101 th. i huius ducatur lineā longitudinis speculi, quæ sit lineā e u c: quæ in puncto c secet peripheriā circuli p g. Et sumatur superficies æquidistans basi transiens per punctū u: palām ergo per 8 p ii quoniā lineā a n secat hanc superficiem: ideo, quia lineā e g, cui æquidistat lineā a n, secat eandē superficiē: sunt autē per 1 th. i huius lineæ a n & e g in eadē superficiē, cū sint æquidistantes: sit ergo ut lineā a n secet illā superficiem in puncto y. Similiter quoq; lineā b m æquidistans lineæ e g, secabit eandē superficiē: sit quoq; punctus sectionis k: & ducatur lineæ k u, y u, a k. Et cum illa superficies per 100 th. i huius secet pyramidē secundū circulū, transeuntē per punctū u, ducatur à pūcto u lineā ad centrū huius circuli, quæ sit r u: & producat extra speculum: & sit item u r: & à uertice pyramidis speculi pūcto scilicet e ducantur lineæ e k, e y, quæ necessariō secabūt superficiē circuli p g: & sint puncta sectionū i & s: & ducantur lineæ i c & s c. Sicut ergo per præcedentem probatum est de forma puncti m, quod non impediēte pyramide potest reflecti ad uisum existentem in puncto n à puncto speculi g: eodē modo probari potest de puncto k, quod reflectetur ad uisum existentē in pūcto y à puncto speculi u: angulus ergo r u y erit æqualis angulo r u k. Et quoniā lineā b h æquidistat lineæ e g, & lineā cōmunis superficiē b g e k & superficiē circuli p g est lineā m g per 19 th. i huius: quoniā lineā m g est in utraq; illarū superficiē: patet quōd lineā e k, cum sit in hac superficiē b g e k, & secet superficiē circuli p g, cadet super lineam cōmunē, quæ est m g: cadit autē in punctū illius superficiē, quod est s, ut præmissum est: quoniā lineā e k s est lineā una: erit igitur lineā s m g lineā recta. Eodē modo cū superficies n y e g secet superficiē circuli p g super lineā n g, lineā e y cōcurreret cū lineā n g in puncto i per modū præmissum: ergo lineā i n g est una lineā recta. Palām etiā quōd superficies i c e secabit superficiem circuli p g super lineā i c: secat autē superficiē huic superficiē æquidistantē, quæ transit per punctū u super lineam y u: ergo per 16 p ii lineā i c æquidistat lineæ y u. Similiter superficies s c e secat superficies illas æquidistantes, scilicet superficies g p & u y super duas lineas s c & k u: ergo per eandē 16 p ii lineæ s c & k u sunt æquidistantes. Similiter si sumatur superficies secans speculū super lineā longitudinis, quæ est e c, in qua superficie sunt puncta r & u: sunt enim puncta r, u, c, M in eadē superficie: cū puncta r, u, t, & aliquis punctus lineæ s g sint in eadē superficie: quia eadē est demonstratio dato alio quocunq; puncto lineæ c M: semper enim superficies hoc modo secans speculū secundū lineā e c, secabit illas superficies æquidistantes super duas lineas M c & r u: igitur, ut prius per 16 p ii illæ duæ lineæ M c & r u sunt æquidistantes: igitur per 10 p ii angulus s c M æqualis est angulo k u r: & angulus M c i æqualis angulo r u y: sed iam patuit quōd angulus k u r æqualis est angulo r u y: ergo angulus s c M æqualis est angulo M c i. Quare forma pūcti s potest reflecti ad uisum existentē in puncto i à puncto speculi c, nō impediēte corpore pyramidis speculi. Sed iam probatū est per præmissa, quōd forma puncti m reflecti potest ad uisum existentē in puncto i à puncto g circuli p g: quoniā potest reflecti ad punctū n: & puncta n & i sunt in eadē lineā recta cōsistentia, ut præostensum est. Poterit ergo forma puncti m à pūcto speculi g reflecti ad uisum existentē in puncto i: & ita punctū s, qd' est in lineā s m g, potest reflecti ad uisum existentē in puncto i à puncto g. Igitur forma pūcti s reflectitur ad uisum in pūcto i à duobus punctis circuli p g, qd' est impossibile, & cōtra 16 p 6 huius, & contra 27 huius. Restat ergo, ut primū sit impossibile: scilicet quōd forma puncti b reflecti possit ad uisum existentē in puncto a ab aliquo alio puncto speculi, quā à puncto g. Ab uno solo ergo puncto fiet reflexio formæ eiusdē puncti cōmuni sectione superficiē reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente lineā longitudinis speculi. Quod est propositum.

34. Cōmuni sectione superficiē reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente oxygonia sectione: à quolibet puncto superficiē speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum: & ab uno uel à duobus punctis tantum. Alhazen 43 n 4.

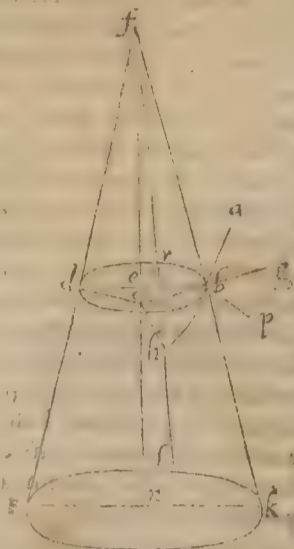
Esto speculum pyramidale conuexum f k s: cuius uertex f: diameter basis k s: centrum q; basis n: erit



erit ergo axis speculi linea $f n$: sitq; centrum uisus punctus a . Dico quod cōmuni sectione superficiē reflexionis & speculi existente sectione oxygonia, quæ sit $b i$ possibile est à quolibet puncto speculi propositi fieri reflexionē alicuius puncti uisi ad punctum a , quod est centrū uisus. Sit enim punctus b datus in superficie speculi, de quo dubitatur utrū ab eo possit fieri reflexio formæ alicuius puncti rei uisæ ad centrum uisus, quod est a . Ducatur ergo à puncto b linea longitudinis pyramidis speculi per 101 th. i huius, quæ sit $b f$: ducaturq; à puncto b perpendicularis super illā lineam longitudinis extra speculum, quæ sit $b g$: & super punctum b terminum lineæ $b g$ fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo $a b g$, qui sit $g b p$, ducta linea $b p$ in eadem superficie reflexionis: patetq; per 20 th. 5 huius quia omnis punctus rei uisæ existens in linea $b p$ reflectetur ad uisum in punctum a : sed & à solo puncto b uel duobus tantum fiet reflexio ad uisum existentē in puncto a . Palam enim per 96 th. i huius quod si perpendicularis $g b$ producat in intra pyramidem: quoniā concurreret cum axe $f n$: sitq; punctus concursus c . Palam ergo quoniam angulus $g c f$ cum sit in superficie sectionis, uersus uerticem pyramidis est acutus per 32 p 1 , quoniā in trigono $b c f$ angulus $c b f$ est rectus. Circunducatur ergo per 102 th. i huius à puncto reflexionis, quod est b , circulus speculo pyramidalis: cuius diameter sit $b d$: & eius centrum e , secās axem $f n$ in puncto e . Et quia ille circulus per 100 th. i huius est æquidistans basi speculi, palam quia perpendicularis $g e$ acutum angulum tenens cum axe $f n$, declinata erit super circuli illius superficiem: quia linea æquidistans lineæ $g c$ si produceretur à puncto n centro basis speculi, patet quod declinata est super basim pyramidis, ut sit lineā $n q$. Producta ergo linea $c d$ à puncto axis c ad circuli peripheriam, cum angulus $b e c$ sit æqualis angulo $d e c$, quoniam uterq; ipsorum est rectus: omnes enim anguli contenti sub semidiametris circuli & axe $f e$ sunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, $e c$ uerò linea est communis: palam per 4 p 1 quoniam latus $b c$ æquale est lateri $c d$: & omnes anguli factorum trigonorum sunt æquales: quia idem est de omnibus lineis à puncto c ad circuli $b d$ circumferentiam productis per 65 th. i huius: quoniam punctus c est polus circuli $b d$. Fiet ergo noua pyramis, cuius basis est circulus $b d$, uertex c , & axis $c e$. Superficies ergo reflexionis secans speculum secundum oxygoniam sectionem: aut continget hanc pyramidem $c b d$: aut secabit. Si contingat, dico quod à solo puncto b , quod est punctus reflexionis, tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem. Palam enim quod superficies reflexionis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95 th. i huius: hæc autem erit linea $b c$, in qua est punctus b , à quo ducitur linea $b c$ perpendicularis super superficiē speculi, & linea reflexionis $b a$. A puncto quoq; f , quod est uertex pyramidis speculi, ducatur lineæ plures ad sectionē oxygoniā, quæ est cōmuni sectione superficiē reflexionis & pyramidis speculi, quæ est $f k s$. Omnes itaq; illæ lineæ prius cadent in superficie circuli $b d$, quæ est basis pyramidis intellectæ, & cadant in ipsam sectionē, præter unā solam, quæ cadet in punctū reflexionis b , quæ est linea $f b$. A solo itaq; puncto b fiet reflexio ad uisum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ sectionis oxygoniæ, ut à puncto i , fiat ad uisum a reflexio: tunc linea ab illo puncto i ad punctū c , quod est uertex pyramidis intellectæ, ducta, quæ sit $i c$: erit, ut prius, perpendicularis super superficiem speculi per 96 th. i huius. Cum enim illa perpendicularis necessario sit in superficie reflexionis, in qua est sectio: oportet quod ipsa cadat in punctū c . Ergo erit perpendicularis super lineam longitudinis pyramidis speculi per illud punctū i transeuntē, quæ sit $f i l$. Sit quoq; punctus, in quo linea $f i$ secat circulū $b d$, punctus r . Patet aut per præmissa & per 96 th. i huius quoniā linea $c r$ à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illā lineam longitudinis necessario est perpendicularis super illā, sicut linea $c b$ est perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est $f b$: quoniā, ut patet per 89 th. i huius anguli omniū linearū longitudinis cum semidiametro basis & cū axe ad uerticē sunt æquales: erunt ergo in triangulo $c i r$ duo anguli recti: quod est impossibile & cōtra 32 p 1 . Non ergo fiet reflexio ab alio puncto sectionis oxygoniæ, quæ est $b i$, & à puncto b , superficie reflexionis pyramidem $c b d$ contingente. Quod si superficies reflexionis secet pyramidē $c b d$, palam per 104 th. i huius quoniā secabit circulū $b d$, quæ est basis eiusdem pyramidis, in duobus tantum punctis. Dico ergo quod in his solis duobus punctis potest fieri reflexio ad uisum à tota data oxygonia sectione. Quoniā enim ab utroq; istorū punctorū linea ducta ad punctū c , quæ est uertex pyramidis $c b d$, est perpendicularis super lineam longitudinis speculi transeuntē per illum punctū, ut patet ex præmissis: ab illis ergo duobus punctis potest fieri reflexio ad uisum a , prout modo præmissis demonstrari potest. Quod si dentur puncta alia illius sectionis oxygoniæ, à quibus dicatur posse fieri reflexio: tunc semper linea à dato puncto, quod sit h , ducta ad punctum c uerticem imaginatæ pyramidis, tenebit angulum rectum cum linea longitudinis speculi per illum dictum punctum transeuntē: & fiet angulus extrinsecus æqualis intrinseco sibi opposito, quod est cōtra 16 p 1 : aut duo anguli trianguli fient recti, quod est cōtra 22 p 1 , ut prius. Lineæ enim à puncto c ad communem sectionem eiusdem lineæ longitudinis & circuli $b d$ ducta

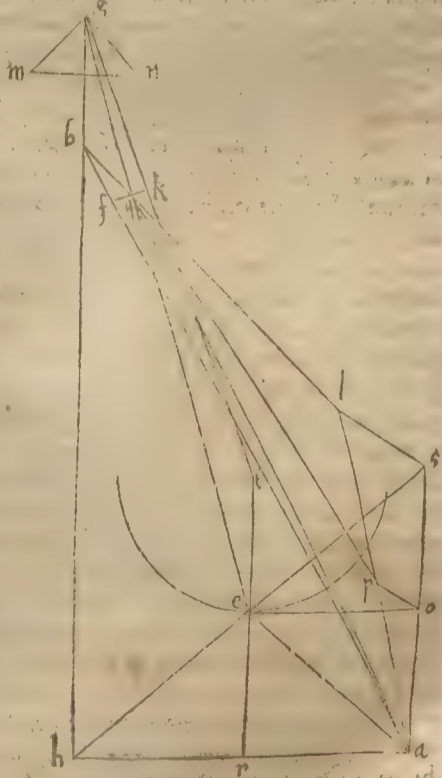


b d ducta tenebit cum linea longitudinis angulum rectum. Si uero angulus f h c sit acutus, ideo quod angulus c r h sit rectus: palam per 13 p 1 quod angulus c h l est obtusus. Omnes enim lineæ ductæ à puncto c, quod est uertex pyramidis intellectæ, quæ est c b d, ad puncta sectionis, quæ interiacent uerticem speculi & peripheriam circuli b d, facient angulos obtusos cum lineis longitudinis uersus uerticem pyramidis, qui est f: & omnes lineæ, quæ ducuntur à puncto c ad puncta interiacentia circulum b d & basim speculi k s, facient cum lineis longitudinis angulos acutos uersus uerticem speculi, qui est f, & obtusos ex parte basis. A nullo ergo omnium illorum punctorum fiet reflexio, sed à solis punctis circuli b d: sed neq; ab illis potest fieri reflexio per 25 huius, nisi in sectione oxygonia ceciderint: hoc autem non est possibile, ut præmissum est, nisi in uno tantum puncto sectione oxygonia imaginatam pyramidem contingente, uel tantum in duobus punctis dicta sectione basim pyramidis imaginatæ secante: nec enim possunt hæc per modos alios uariari. Patet ergo propositum.



35. Dato speculo pyramidali conuexo, centroq; uisus & puncto rei uisæ existentibus inter superficiem æquidistantem basi speculum in uertice contingentem & inter ipsam basim: possibile est inueniri punctum reflexionis. Alhazen 54 n 5.

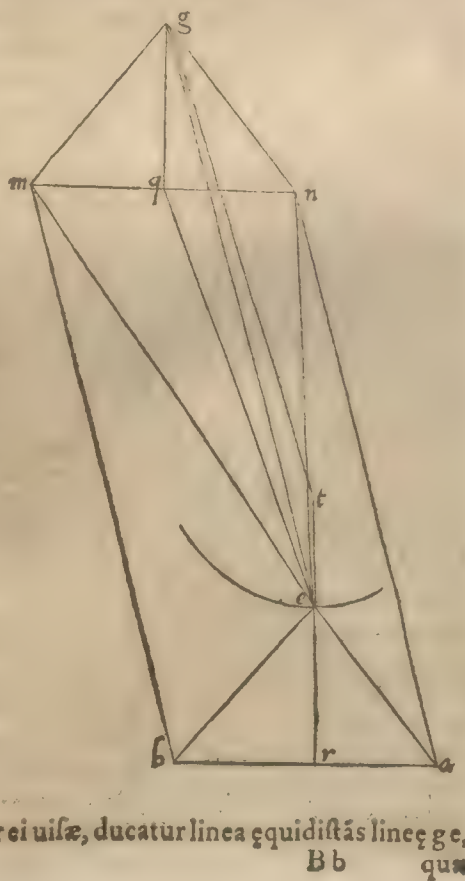
Esto datum speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g: & fiat super ipsum uerticem superficies æquidistans basi pyramidis, quæ sit m n g: quod fiet ductis à puncto g uertice speculi tribus lineis perpendicularibus super axem speculi per u p i, & imaginata plana superficie inter illas lineas extensa: sitq; a punctus rei uisæ: & b centrum uisus: quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsam scilicet & basim speculi: sitq;, exempli causa, punctum b propinquius uertici speculi g, quam punctum a: quoniam si positum fuerit esse econuerso, semper eadem est demonstratio. Dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Ducatur enim à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans pyramidem æquidistantem basi, ut prius: & ducatur à uertice speculi, qui est punctum g, linea ad punctum b, quod est centrum uisus, quæ sit g b. Hæc itaq; linea producta cadet in superficiem à puncto a rei uisæ ductam æquidistantem basi pyramidis: cum illa linea g b sit inter superficies æquidistantes ducta à uertice axis ambas illas superficies transcuntis: punctus ergo, in quem cadit hæc linea g b, sit punctus h. Ergo per modum demonstrandi, quo usi sumus in 22 huius, demonstrari potest quoniam forma puncti a reflectetur ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto circuli, quem efficit superficies secans pyramidem, ducta à punctis a & h: cuius circuli centrum sit punctum axis speculi, quod est t: & sit punctus reflexionis inuentus in illo circulo punctus e: & ducatur inter a punctum rei uisæ & centrum uisus b linea a b: & linea longitudinis speculi, quæ sit g e: & axis pyramidis speculi sit g t: & ducatur à puncto e linea ad centrum sui circuli, quæ sit e r: hæc enim cadet super axem g t perpendiculariter per 100 & per 89 th. 1 huius, uel per 21 huius: & etiam ideo quod axis g t cum sit perpendicularis super basim pyramidis speculi & etiã erectus super superficiem circuli æquidistantis illi basi per 23 th. 1 huius: est ergo per definitionem lineæ super superficiem erectæ axis g t perpendicularis super semidiametrum e t, & erit linea e t erecta super lineam contingentem illum circulum in puncto e per 18 p 3: & hæc linea t e producta extra circulum ductis lineis h e & a e, secabit angulum ab eis contentum per æqualia, scilicet angulum h e a per 26 th. 5 huius: ergo per 29 th. 1 huius eadem linea t e producta lineam h a ductam secabit: cum sit cum illa in eadẽ superficie reflexionis, ut patet per 24 huius: sit ergo linearum t e & h a punctus sectionis r. Et quia lineæ g e & e t efficiunt superficiem secantem lineam a b: sit punctus sectionis f: & ab illo puncto f ducatur per 12 p 1 linea perpendicularis super lineam longitudinis g e, quæ sit f q: eritq; linea f q per definitionem lineæ super superficiem erectæ, perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem super lineam g e. Deinde à puncto a ducatur linea æquidistans lineæ f q, quæ sit linea a l: productaturq; linea f q, donec concurrat cum axe g t in puncto k. Ducatur item à puncto a linea æquidistans lineæ r t, quæ sit a s: & ducatur à puncto e linea, quæ sit communis sectio superficie reflexionis, quæ



nis, quæ est a e h, & superficiæ contingentis pyramidem speculi in linea longitudinis, quæ est g e: & sit hæc linea e o: quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli, quæ est e r, ut patet per 18 p 3: contingit enim linea e o circum, cuius est centrum punctum t: palàm quòd ipsa est perpendicularis super lineam e r: ergo per 29 p 1 erit linea e o perpendicularis super lineam a s: quoniam linea a s æquidistat lineæ t r, ut patet ex præmissis. Ducatur quoque linea b q, quæ producta necessario concurret cum linea a l per 2 th. 1 huius: quia concurret cum eius æquidistante, scilicet linea f q: sit punctus concursus l: & ducatur à puncto q linea, quæ est communis sectio superficiæ contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e & superficiæ a b l: quæ sit q p: quæ per 2 th. 1 huius secabit lineam a l: quia secat eius æquidistantem, quæ est f k: sit punctus sectionis p: producatuq; linea h e, donec concurrat cum linea a s: concurret autem per 2 th. 1 huius: sit punctus concursus s: & ducantur duæ lineæ l s & p o. Quia itaq; linea r t est perpendicularis super axem g t, & linea f k acutum angulum continet cum axe g t, angulus enim f k g per 32 p 1 est acutus: ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmissis, est rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineæ r t & f k concurrent in aliquo puncto ultra axem g t: sed & illarum æquidistantes lineæ, quæ sunt a l & a s cõcurrunt in puncto a: suntq; in alia superficie, & lineæ r t & f k, quæ sunt in superficie g e k p 11: palàm ergo quoniam superficies a l s est æquidistans superficiæ g e k p 15 p 11. Lineæ quoq; q e & p o sunt in superficie cõtingente speculũ in linea longitudinis g e, & secant illas duas superficies æquidistantes sup duas lineas, quæ sunt q e & p o: igitur linea q e æquidistat lineæ p o per 16 p 11. Et quia linea h e producta concurret cum linea a s in puncto s: erit ergo linea e s in superficie h e g per 1 p 11, & in eadem superficie est linea b l: & hæc superficies secat prædictas superficies æquidistantes, quæ sunt a l g & g e k, in duabus lineis e q & l s: igitur per 16 p 11 linea e q est æquidistans lineæ l s: ergo per 30 p 1 linea p o, quæ est æquidistans lineæ q s, ut supra patuit, erit æquidistans ipsi lineæ l s. Erit ergo per 2 p 6 proportio lineæ a o ad lineam o s, sicut lineæ a p ad lineam p l: sed quoniam per 20 th. 5 huius angulus h e r est æqualis angulo r e a, & angulus h e r æqualis angulo e s a per 29 p 1: quoniam extrinsecus intrinsecus est æqualis: & angulus e a s æqualis est angulo r e a, quia coalternus: palàm quia angulus e s a est æqualis angulo e a s: ergo per 6 p 1 erit linea e a æqualis lineæ e s, quia linea e o est perpendicularis super lineam a s, erunt per 31 th. 1 huius trigoni a e o & s e o similes: ergo per 1 definit. 6 ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Sed ex præmissis patet quòd latus a e est æquale lateri e s: ergo & latus a o erit æquale lateri o s: ergo & linea a p est æqualis ipsi lineæ p l: & linea p q est per 29 p 1 perpendicularis super lineam a l: cum ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquidistantem lineæ a l. In trigonis ergo q p a & q p l anguli ad p sunt æquales, quia recti, & latus l p est æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a est commune: ergo per 4 p 1 erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis est angulo q a l: sed angulus q l a æqualis est angulo b q f per 29 p 1, cum sit ei extrinsecus: & angulus q a l æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus: erit ergo angulus b q f æqualis angulo a q f. Igitur per 20 th. 5 huius forma puncti a reflectitur ad uisum b à puncto speculi q. Quod est propositum.

36. *Dato speculo pyramidali cõnexo, centroq; uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquidistans basi in uertice contingente: possibile est inueniri punctum reflexionis. Alhazen 55 n 5.*

Fiat dispositio, ut proximè præcedētis: sitque uertex speculi pyramidalis punctus g: in quo ipsum contingat superficies plana, quæ sit m n g, æquidistans basi ipsius: & sint centrum uisus & punctus rei uisæ in superficie m n g, ita quòd unum sit in puncto m, aliud in puncto n. Dico quòd possibile est punctum reflexionis inueniri. Ducantur enim lineæ m g, n g, m n: & diuidatur angulus m g n per equalia per lineam q g. Palàm ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum m. Palàm etiã quòd linea m g & axis pyramidis speculi, qui sit g t, sunt in superficie secante pyramidem super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e. Et à puncto q ducatur perpendicularis super hanc lineam longitudinis, quæ est g e, per 12 p 1, quæ sit q e: & super punctum e ducatur superficies æquidistans basi speculi: quæ secabit pyramidem secundum circulũ, per 100 th. 1 huius. Linea uerò communis superficiæ q e g & huic circulo sit linea e t. Palàm ergo quoniam hæc linea cadet super axem speculi in centro circuli, quod sit t. Deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquidistans lineæ longitudinis speculi, quæ est e g per 31 p 1: quæ producta in superficiem illius circuli, cadat in punctum b: & similiter à puncto n, qui est punctus rei uisæ, ducatur linea æquidistans lineæ g e,

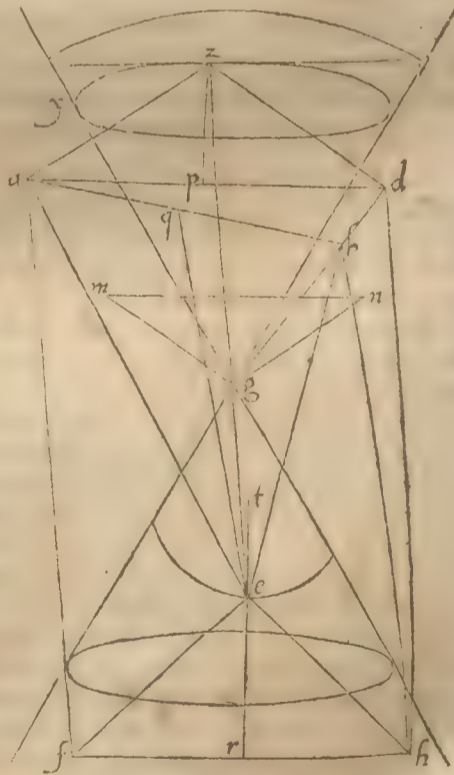


B b quæ

quæ producta in dictam superficiem, cadat in punctum a: & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum: & producat lineam t e extra speculum, quæ secabit necessariò lineam b a per 29 th. 1 huius: cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli: secet ergo ipsam in puncto r. Quia uerò linea m b æquidistat lineæ e g: palàm per 1 th. 1 huius quia est cum ipsa in eadem superficie: quæ superficies secat superficiem m n g, & superficiem b e a super duas lineas m g & b e: superficies uerò m n g & b e a sunt æquidistantes per 24 th. 1 huius: quoniam ipsæ ambæ æquidistant basi speculi: ergo per 16 p 11 lineam m g est æquidistans lineæ b e. Similiter quoque lineæ a n & g e sunt in superficie secante illas æquidistantes superficies super lineas n g & e a: igitur per 16 p 11 lineam n g æquidistat lineæ a e. Similiter superficies q g e secat easdem superficies æquidistantes secundum duas lineas r e & q g: igitur, ut prius, lineæ r e & q g æquidistant. Igitur duæ lineæ q g & m g æquidistant duabus lineis b e & r e: ergo per 10 p 11 angulus m g q est æqualis angulo b e r: & angulus q n e eadè ratione est æqualis angulo r e a. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e. Si ergo à puncto a ducatur linea æquidistans ductæ lineæ q e, & alia æquidistans lineæ r e: & copulentur lineæ m e & n e, & producat lineam m e, donec concurrat cū linea æquidistante lineæ q e ductæ à puncto a, & ducantur lineæ communes, ut in proxima precedenti, & iteretur probatio, ut in illa: patebit quoniam forma puncti n potest reflecti ad uisum m à puncto speculi e. Igitur punctus e erit punctus reflexionis. Quod est propositum.

37. Dato speculo pyramidali conuexo, & centro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquidistantem basi specularem in uertice contingentem: possibile est punctum reflexionis inueniri. *Alhazen 56 n 5.*

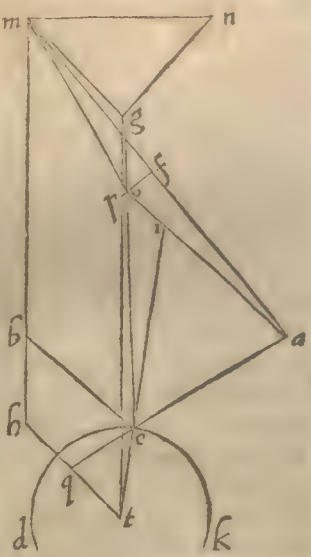
Sit dispositio, quæ prius: & sit b centrum uisus: & a punctus rei uisæ ultra superficiem m n g specularem in puncto g uertice pyramidis contingentem. Dico quòd est possibile inueniri punctum reflexionis. Fiat enim pyramis huic opposita: & est hoc per 91 th. 1 huius possibile, lineis omnibus longitudinis pyramidis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum cõmunem sectionem, quæ sit in uertice g: eritque basis huius pyramidis æquidistans basi pyramidis primæ. Ducatur itaque à puncto a (qui est punctus rei uisæ) superficies secans hanc secundam pyramidem æquidistantem basibus unius & alterius pyramidum. Et quoniam illæ bases ad inuicem æquidistant: palàm per 23 & 24 th. 1 huius quoniam illa superficies æquidistat ambabus basibus pyramidum: palàm autem per 100 th. 1 huius quoniam illa superficies secabit pyramidem illam secundam secundum circulum, qui sit y z. Centrum itaque uisus (quod est b) aut erit in hac superficie pyramidem secante, aut non. Si fuerit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & compleatur demonstratio sicut in 35 huius, quantum ad hoc quòd fiat reflexio formæ puncti a ad centrum uisus b ab aliquo puncto secundæ pyramidis, quod sit z: quo habito, compleatur demonstratio, ut infra statim patebit. Quòd si punctus b (qui est centrum uisus) non fuerit in illa superficie: ducatur à puncto g uertice ipsius speculi ad centrum uisus, quod est b, linea g b: quæ producat usquequò concurrat cum hac superficie circuli y z: & sit concursus in puncto d. Palàm itaque quòd forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto d ab aliquo puncto circuli y z arcus sui interioris, ut patuit per 32 huius. Sit ergo ille punctus z: & ducantur lineæ a z, d z, a d: angulum quoque a z d diuidat linea p z per æqualia: cadetque punctus p in linea a d: & ducatur linea a b: & à puncto z ducatur linea z g per 101 th. 1 huius, quæ sit linea longitudinis secundæ pyramidis. Palàm quoque per 91 th. 1 huius quoniam eadem linea producta trans uerticem pyramidis speculi, erit linea longitudinis primæ pyramidis ipsius speculi: quæ sit linea z g e. Palàm ergo quoniam superficies p z e secabit lineam a b: secet ergo ipsam in puncto q: & à puncto q per 12 p 1 ducatur linea perpendicularis super lineam g e: & cadat in punctum e: & erit linea q e perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem secundam lineam g e: quoniam linea q e est perpendicularis super curuam superficiem pyramidum, ut patet. Super punctum quoque e fiat per 102 th. 1 huius superficies æquidistans basi, quæ sit f e h, & ducatur à puncto b centro uisus linea æquidistans lineæ z e longitudinis speculi: quæ sit b h, concurrans cū superficie illa f e h in puncto h: & eidem lineæ z e ducatur à puncto a rei uisæ linea æquidistans, quæ sit a f, secans superficiem f e h in puncto, qui est f. Palàm itaque per 1 th. 1 huius, cum linea b h sit æquidistans lineæ z e, quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie: sed & puncta b & d sunt in eadem linea: quia



quia per 1 p 11 lineæ d z & h e sunt in eadem superficie, quæ secat superficies illas æquidistantes, scilicet y z & f e h sup duas lineas d z & h e. Igitur p 16 p 11 illæ duæ lineæ d z & h e sunt æquidistantes. Et similiter quoniam superficies ducta per punctum a secat pyramidem secundam æquidistat ambabus basibus præmissarum pyramidum, speculi scilicet, & pyramidis imaginatæ secundum circulum y z, & superficies ducta per lineam f e, quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundum circulum æquidistantem basi speculi: patet quod superficies, in qua sunt lineæ a z & f e, sunt æquidistantes per 24 th. 1 huius: lineæ ergo a z & f e sunt æquidistantes. Patet ergo quod duæ lineæ d z & a z æquidistant duabus lineis h e & f e: ergo per 10 p 11 angulus d z a est æqualis angulo h e f. Copuletur quoque linea h f. Et quoniam linea p z est diuidens per equalia angulum d z a: erit ipsa per 26 th. 5 huius perpendicularis super lineam, circulum y z contingentem in puncto z: ergo per 19 p 3 linea p z producta transibit centrum circuli y z. Superficies ergo p z e secat speculum trans axem: secat ergo circulum ductam per punctum e transeuntem. Sit ergo communis sectio superficiei p z e & illius circuli linea r e. Sicut ergo linea p z transit centrum circuli y z: similiter linea r e diuidens angulum h e f transibit centrum alterius circuli, super quem superficies f e h secat pyramidem speculi æquidistans basi. Et quia superficies, in qua sunt duæ lineæ p z & e r, secat illas duas superficies æquidistantes super duas lineas p z & r e: igitur per 16 p 11 lineæ p z & r e sunt æquidistantes. Duæ ergo lineæ a z & z p sunt æquidistantes duabus lineis f e & e r: ergo per 10 p 11 angulus a z p æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d z p est æqualis angulo r e i: quoniam sicut totus angulus d z a est æqualis toti h e f, sic medietas medietati: ergo angulus f e r æqualis est angulo h e r. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti f reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi e. Ergo si à puncto f protrahatur linea æquidistans lineæ q e, & alia linea æquidistans lineæ r e, & lineæ alia communes, ut in 35 huius, reiterata demonstratione illius: patebit quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum b à puncto speculi e. Quod est propositum. Quod si à puncto q non possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a ad uisum b in tali dispositione constitutum: aliàs autem semper fiet reflexio, ut præostensum est: & patet per 14 huius, & per 90 th. 4 huius.

38. Dato speculo pyramidalis conuexo, puncto q rei uisæ existente sub superficie speculû æquidistans basi in uertice contingente, & centro uisus in eadem superficie: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 57 n 5.

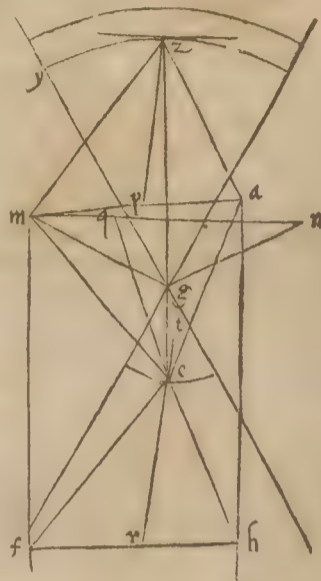
Permaneat prior dispositio præmissarum: & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie m n g contingente pyramidem speculi in uertice g æquidistanter basi: & sit centrum uisus in illa superficie. Dico quod adhuc possibile est inueniri punctum reflexionis. Sit enim centrum uisus in puncto m superficie m n g, quæ posita est superficies contingens speculû in puncto uerticis g æquidistanter basi speculi: & à puncto a rei uisæ ducatur superficies æquidistans basi pyramidis: quæ per 100 th. 1 huius secabit pyramidem super circulum, qui sit d e k: cuius centrum sit punctum t, & ducatur axis speculi, qui sit g t: & à puncto m centro uisus ducatur ad a punctum rei uisæ linea m a: & linea perpendicularis super dictam superficiem circuli, quæ sit m h: & à puncto h ad centrum circuli ducatur linea h t: & à puncto rei uisæ (qui est a) ducatur ad lineam h t linea a e q intra circulum, secans peripheriam circuli in puncto e, & producta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulum, quæ est e q, sit æqualis lineæ q t scilicet parti diametri interiacenti: punctum sectionis & centrum: quod potest fieri per 136 th. 1 huius: & ducatur linea t e i: & à puncto h ducatur in eadem superficie speculum secante secundum circulum d e k, linea æquidistans & æqualis lineæ t e, quæ sit h b: & ducatur lineæ m b, & b e, & g e: erit q: g e linea longitudinis speculi. Palàm quoniam superficies g t e secans speculum trans axem, secat etiam lineam a m: sit ergo punctus sectionis f: & ducatur à puncto f perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctum o: & producat ad axem g t: & sit f o p secans axem g t in puncto p: & ducantur lineæ m o & a o. Dico quoniam punctus o, (qui est punctus superficiei speculi: cum sit in linea suæ longitudinis, quæ est g e) est punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrum uisus punctum m. Palàm enim ex præmissis, quoniam linea h b est æqualis & æquidistans lineæ t e: igitur per 33 p 1 erit linea h t æqualis & æquidistans lineæ b e: sed linea m h est æqualis & æquidistans axi g t per 25 th. 1 huius: eò quod ipsæ sunt lineæ æquidistantes inter superficies æquidistantes productæ: ergo per 33 p 1 linea h t æquidistat lineæ m g: ergo per 30 p 1 linea m g æquidistat lineæ b e: & est æqualis illi. Palàm etiam quod angulus q t e est æqualis angulo q e t per 5 p 1: ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex præmissis, sunt æquales: sed angulus q e t æqualis est angulo a e i per 15 p 1: angulus ergo q t e est æqualis angulo a e i: sed angulus q t e per 29 p 1 est æqualis angulo i e b: propter hoc quod lineæ e b & t h æquidistant: ergo angulus i e b est æqualis angulo i e a. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b.



B b 2 lineæ

lineæ fop, & lineæ æquidistans lineæ it: & iteretur figura supra dicta 35 huius, & probatio eiusdem: palam quia forma puncti a reflectetur ad cœtrum uisus existens in puncto m à puncto speculi o. Qd' est propositum: nec refert quemadmodum demonstraui hoc in sequenti proxima: siue punctum rei uisæ, siue centrum uisus sit in superficie m g n: quoniam idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

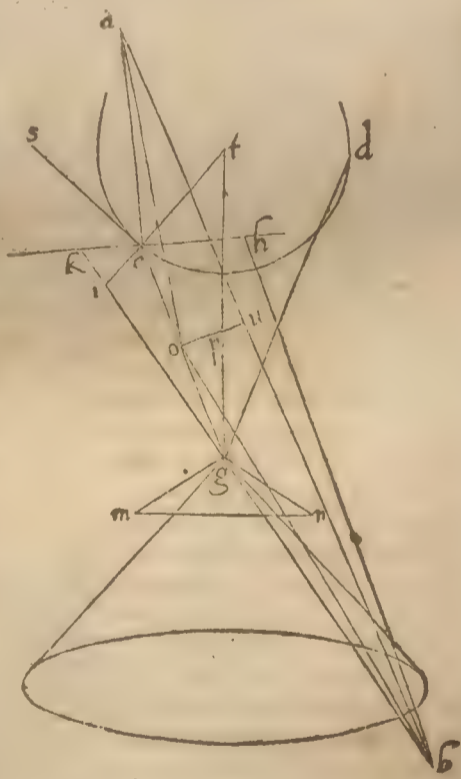
39. Dato speculo pyramidali conuexo, puncto q' rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquidistanter basi in uertice contingentem, & centro uisus in eadem superficie: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 58 n s.



Remanente dispositione figuræ præcedentis: sit centrum uisus in puncto m superficiem m g n: & sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiem: fiatque pyramis alia huic opposita: & fiat super punctum a superficies æquidistans basi huius pyramidis: & per proximam præcedentem inueniatur in circulo huius superficiem punctus reflexionis ex punctis interioribus: & ducatur à puncto illo linea ad punctum g: & producat taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi: inuenieturq; punctus reflexionis secundum ea, quæ præmisimus in 37 huius: eiusq; idem probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. Et hoc est propositum.

40. Dato speculo pyramidali conuexo, puncto q' rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquidistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 59 n s.

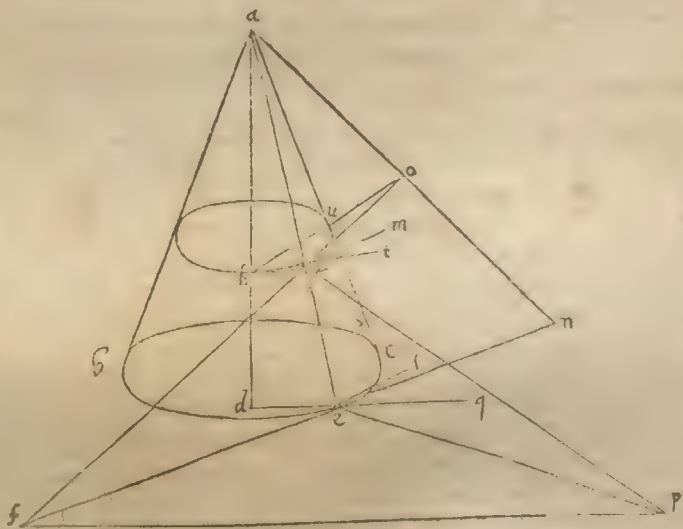
Dispositione priori remanente: sit punctus a rei uisæ sub superficie m n g: & punctus b centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g contingentem: uel econuerso a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrum uisus sub superficie m n g. Dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit enim, exempli gratia, punctum a sub superficie m n g, & b ultra illam: ducaturque à puncto a superficies æquidistans basi speculi secans per 100 th. i huius pyramidem speculi super circulum, qui sit d e: cuius centrum sit t: & ducatur axis speculi, qui sit g t: & ducatur linea b g à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus, ad uerticem pyramidis: quæ producta concurret necessario cum superficie a e d: quoniam concurret cum axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k: & in circulo d e inueniatur per 135 th. i huius punctus, qui sit e, ita ut linea circulum contingens à puncto e ducta, quæ sit e s, diuidat per æqualia angulum, quem continent ductæ lineæ k e & a e: copulenturq; lineæ longitudinis, quæ sint g e & g d: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineæ g e: quæ necessario concurret cum linea k e concurrente cum eius æquidistante quæ est g e, per 2 th. i huius: sit concursus in puncto h. Palam itaque per 1 p 11 quia punctus b est in superficie g e k: quoniam est in linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h est in eadem superficie per 1 th. i huius: quoniam ipsa linea b h est æquidistans lineæ g e: & ducatur linea t e à centro circuli t per punctum contactus e. Palam itaque quoniam superficies g t e secans speculum trans axem g t, secat etiam lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u: & à puncto u ducatur perpendicularis super superficiem contingentem speculi secundum lineam longitudinis speculi, quæ est g e: hæc enim superficies contiget circulum d e in puncto e, quæ linea sit o p u, secans superficiem speculi in puncto o, & axem g t in puncto p: & ducatur lineæ a o & b o. Cum itaque, ut patet ex præmissis, angulus a e s sit æqualis angulo s e k, & cum angulus i e s sit rectus per 18 p 3, & angulus s e t rectus: palam quod angulus i e a est æqualis angulo t e k: sed & angulus t e k æqualis est angulo i e h p 15 p 1: ergo angulus a e i est æqualis angulo i e h. Potest ergo forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, qd' est e, p 20 th. 5 huius. Si ergo à puncto a ducatur linea æquidistans lineæ u p, & linea æquidistans lineæ i t: & iteretur probatio 35 huius: palam



palàm quoniam forma puncti a reflectetur à puncto speculi, quod est o, punctum lineæ g e, ad uisum existentem in puncto b. Quod est propositum. Et quoniam semper est eodem modo demonstrandum quodcunque punctorum a uel b fuerit ex quacūque altera parte superficiei m n g: patet illud, quod proponebatur. Et imaginandum est ita, quòd in figura solida punctum b cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palàm itaque ex præmissis sex theorematibus, cū nò sit possibile alio modo se habere punctum rei uisæ secundum situm reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus, nisi modis propositis: quoniam aut ambo erunt sub superficiei m n g: aut ambo ultra illam: aut ambo in illa: aut unum in illa, aliud sub illa uel ultra illam: aut unum sub illa, aliud ultra illam: & omnibus his modis reflexionis punctum est inuentum. Vniuersaliter ergo in tota superficiei speculi pyramidalis conuexi quocunq; modo se habente rei uisibilis pucto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri: quod principaliter quærebatur.

41. Speculo pyramidali conuexo super ipsius basim erecto: possibile est rectam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis speculi fiat formarum omnium punctorum illius lineæ reflexio ad uisum. *Alhazen 31 n 6.*

Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a: axis uerò a h: linea longitudinis a z: & à puncto z ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in linea longitudinis: quæ producta necessariò concurret cum axe a h per 96 th. i huius: sitq; linea h z t secans axē a h in puncto h: & eius punctus t sit extra superficiem speculi: & erit angulus a z h rectus: ergo per 32 p 1 angulus a h z est acutus. Ducatur quoque à puncto a uertice speculi linea extra pyramidem ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, continens angulum acutum cum speculi axe, qui est a h, & cū linea lōgitudinis a z, quæ sit a n: lineæ quoq; a h, a z, a n non sint in eadem superficiei, sed in diuersis: & in superficiei h a n à puncto h ducatur linea, cum axe continens angulum æqualem angulo a h z: quæ linea concurret cum linea a n per 14 th. i huius: cum anguli h a n & a h z sint acuti, ut patet ex præmissis: concurrant ergo in puncto o: & sit linea h o: & factò super punctum z circulo æquidistante basi per 102 th. i huius: palàm quoniam linea h o transibit superficiem illius circuli: sicut etiam linea h z t transit per superficiem eiusdem circuli. Fit enim punctus h polus illius circuli: ideo quòd semidiameter illius circuli cum axe a h continet angulum rectum, & anguli a h z & a h o sunt acuti, ut patet ex præmissis. Secet itaq; linea h z t superficiem illius circuli in puncto z: & linea h o in puncto u: ducaturq; linea longitudinis speculi, quæ sit a u s: ducatur quoq; linea o z: quæ producat usque ad punctum f. Et quoniam linea o z est ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, cum linea h z sit perpendicularis super illam superficiem: palàm quia angulus o z h erit maior recto, cum angulus a z h sit rectus: igitur per 13 p 1 angulus f z h est minor recto. À puncto ergo z ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit z m: cadetq; linea z m in superficiei contingente speculum secundum lineam longitudinis, quæ est a z: est ergo linea h z perpendicularis super lineam m z: & à puncto f ducatur linea perpendicularis super lineam a z per 12 p 1, quæ sit linea f e, concurrens cum linea a z producta in puncto e: quæ linea f e producta concurret cum



linea a n per 14 th. i huius: quia cum angulus a e f sit rectus, angulus e a n est acutus: concurrant ergo in puncto n: & à puncto e ducatur linea æquidistans lineæ t h: quæ sit e q, per 31 p 1: itemque ab eodem puncto e ducatur linea æquidistans lineæ m z, quæ sit e l. Palàm autem quòd linea m z est perpendicularis super lineam a e per 22 th. i huius, quoniam ipsa est perpendicularis super lineam t h, ut super diametrum circuli, quæ ipsa est contingens in puncto z. Igitur linea l e, cum ipsa sit æquidistans lineæ m z, est per 29 p 1 perpendicularis super lineam a e. Sunt quoque lineæ m z & l e in eadem superficiei per 1 th. i huius, cum ipsæ sint æquidistantes: producatq; linea q e ultra punctum e: & hæc per 2 th. i huius secabit axē a h, cum ipsa sit in eadem superficiei cum linea h t per 1 th. i huius: secet ergo axem in puncto d: eritq; angulus h d q acutus æqualis angulo a h t per 29 p 1. Fiat quoque superficies l e d q secans pyramidem: erit ergo illius superficiei & superficiei pyramidis communis sectio oxygonia per 103 th. i huius. Cum ergo linea a e sit perpendicularis super lineam f n, & super lineam d q, & super lineam l e: patet per definitionem lineæ erectæ super superficiem, quoniam linea longitudinis pyramidis, quæ est a e, erecta est super superficiem illius sectionis oxygoniæ, quæ est l e d q. Et quia linea a e est perpendicularis super lineam f n: erit ergo linea f n in superficiei illa secante pyramidem secundum illā

sectionem: fiat ergo, ut in illa superficie sectionis à puncto f ducatur linea $f p$ per $31 p 1$ æquidistans lineæ $e q$: ergo per $9 p 11$ erit linea $f p$ æquidistans lineæ $z t$. Verum cum angulus $o z t$ sit acutus: ideo quod angulus $o z h$ est obtusus: erit per $13 p 1$ angulus $t z f$ obtusus. Ducatur itaque à puncto z linea faciens cum lineâ $t z$ angulum æqualem angulo $o z t$: quæ quidem linea producta necessariò secabit lineam $f p$ per $2 th. 1$ huius: cum linea $f p$ sit æquidistans lineæ $z t$. Secet ergo ipsam in puncto p : & ducatur linea $p e$: quæ per $1 p 11$ erit in superficie $l e d q$: erit ergo angulus $a e p$ rectus, ut patet ex præmissis & per definitionem lineæ super superficiem erectæ. Cum ergo lineæ $p z$ & $o z$, ut patet ex præmissis, in eadem sint superficie pyramidem secante, & angulus $o z t$ æqualis sit angulo $t z p$: palàm per $20 th. 5$ huius quia forma puncti o reflectitur ad uisum existentem in puncto p à puncto speculi z . Verum quia angulus $o z t$ per $29 p 1$ est æqualis angulo $z f p$, quia est extrinsecus illi: & angulus $h z f$ æqualis est angulo $o z t$ per $15 p 1$: sed angulus $z p f$ æqualis est angulo $p z t$ per $29 p 1$, quia est coalterus: palàm quia angulus $z f p$ æqualis est angulo $z p f$: ergo per $6 p 1$ latus $z f$ æquale est lateri $z p$. Et quia angulus $f e z$ est rectus: ideo quia linea $a e$ est perpendicularis super lineam $f n$: palàm per $47 p 1$ quia quadratum lineæ $f z$ ualet ambo quadrata linearum $e f$ & $e z$: sed eadem ratione quadratum lineæ $z p$ ualet ambo quadrata linearum $e z$ & $e p$: quoniam, ut patet ex præmissis, angulus $p e z$ est rectus: quadratum uerò lineæ $p z$ est æquale quadrato lineæ $z f$: quoniam, ut patet ex præmissis, lineæ $z f$ & $z p$ sunt æquales: illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia: ergo aolato communi quadrato lineæ $z e$, remanet quadratum lineæ $e p$ æquale quadrato lineæ $e f$: igitur latus $f e$ æquale est lateri $p e$: ergo per $5 p 1$ angulus $e p f$ est æqualis angulo $e f p$. Sed angulus $n e q$ est æqualis angulo $e f p$ per $29 p 1$, quoniam extrinsecus est illi: & angulus $q e p$ æqualis angulo $e p f$, quia coalterus est illi: angulus ergo $n e q$ & $q e p$ sunt æquales: qui cum sint in eadem superficie, quæ est $p e n$: palàm per $20 th. 5$ huius quoniam forma puncti n reflectitur ad uisum existentem in puncto p à puncto speculi, quod est e . Similiter si ducatur à puncto f quæcunq; linea ad aliquod punctum lineæ $z e$, & producaturs usque ad lineam $o n$: semper probabitur de puncto lineæ $o n$, in quem cadit producta linea, quod ipse reflectetur ad punctum p à puncto aliquo lineæ $z e$, quem secat illa linea. Simili modo & omnium huiusmodi linearum probatio samet initium à linea perpendiculari, quæ est $f e$, & à parte lineæ $e z$, quæ erit communis omnibus illis triangulis: & ita quodlibet punctum lineæ $a o n$ reflectitur ad uisum existentem in puncto p ab aliquo puncto lineæ $z e$: quia de omnibus est eadem demonstratio: quod etiam patet per $34 th. 5$ huius. Si itaq; quæcunq; linea recta cuiuscunq; rei uisæ ponatur in loco lineæ $a o n$, & centrum uisus sistatur in puncto p : semper fiet reflexio ad uisum ab aliquo punctorum lineæ $a z e$, quæ est linea lógitudinis speculi: & hoc proponebatur faciendum. Patet ergo propositum.

42. *Cum superficiem reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis sectio fuerit linea longitudinis: erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis. Alhazen 43. 49 n 5.*

Quando causa in diuersis subiectis uniuocatur, & passio uniuocabitur: ob hoc non repetimus illa hic, quæ in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiæ. Quia enim utrobique in planis scilicet, & propositis speculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidunt & reflectuntur à lineis rectis: erit utrobique locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso ducta super superficiem speculi, tantum distans à superficie speculi, quantum punctus rei uisæ distat ab eadem speculi superficie: ideo quia semper imago rei uisæ uidetur in cõcursu lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ in omnibus his speculis, ut patet per $37 th. 5$ huius. Patet ergo propositum.

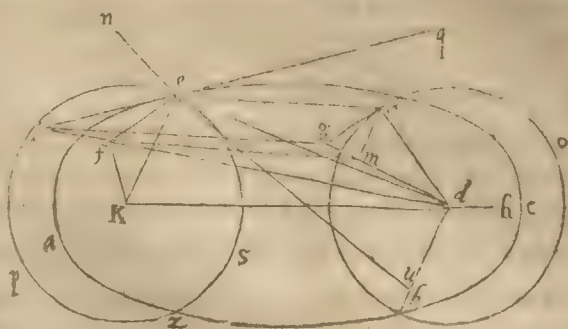
43. *Cum superficiem reflexionis & speculi columnaris conuexi communis sectio fuerit circulus: erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ & in speculis sphericis conuexis. Alha. 43 n 5.*

Erit enim aliquando locus imaginis intra speculum columnare conuexum: aliquando in superficie speculi: aliquando extra speculum, secundum modum quo cathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt: cuius qui causam & demonstrationem quæserit, recurat ad ea, quæ in sexto huius scientiæ libro de speculis sphericis conuexis demonstrata sunt: nam eadem penitus est ratio hinc inde: quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca, & eadem proportionales linearum sunt in illis speculis & in istis. Patet itaq; per illa propositum: nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

44. *A puncto sectionis columnaris, cui incidit cathetus incidentiæ ad perpendicularẽ ductam à puncto reflexionis super superficiem speculi columnaris conuexi, ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem: erit concursus catheti incidentiæ cum illa perpendiculari sub axe. Alhazen 24 n 6.*

Hoc, quod hic proponitur demonstrandum, patet per $14 th. 1$ huius: ut autem huic nostro proposito conclusio mathematica sensibiliber applicetur, eandem demonstrationem duximus iterandam. Sit ergo $a e b c$ columnaris sectio: & sit e datus punctus, cui incidat cathetus incidentiæ formæ puncti n : qui sit punctus rei uisæ: & b sit punctus reflexionis, à quo ducta sit linea $b d$ perpendicularis super axem speculi, qui sit $h k$: secetq; cathetus incidentiæ ducta à puncto n , qui est punctus rei uisæ, ipsam speculum secundum punctum propositæ sectionis, qui est e : dico uerum esse, quod proponitur. Ducatur enim

enim linea e d: sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus: sit ergo q e l linea contingens sectionem in puncto e: & super punctum sectionis b fiat circulus æquidistans basibus speculi per 102 th. 1 huius, qui sit b t o: cuius centrū sit d: & ducatur à pūcto e linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, quæ sit e t. A puncto quoq; d per 11 p 1 ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. Palàm ergo quòd superficies h d g (cum per axem h k transeat, qui per 92 th. 1 huius est erectus super circuli superficiem) perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 18 p 11. Superficies uerò contingens speculum in puncto b, erit æquidistans superficiei h d g speculum secanti. Ideo enim quia linea longitudinis speculi ducta à puncto b est æquidistans axi h k, & linea circulum b t o contingens super punctum b, est æquidistans lineæ g d per 29 p 1: angulus enim g d b est rectus, ut patet ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b & sub linea contingente

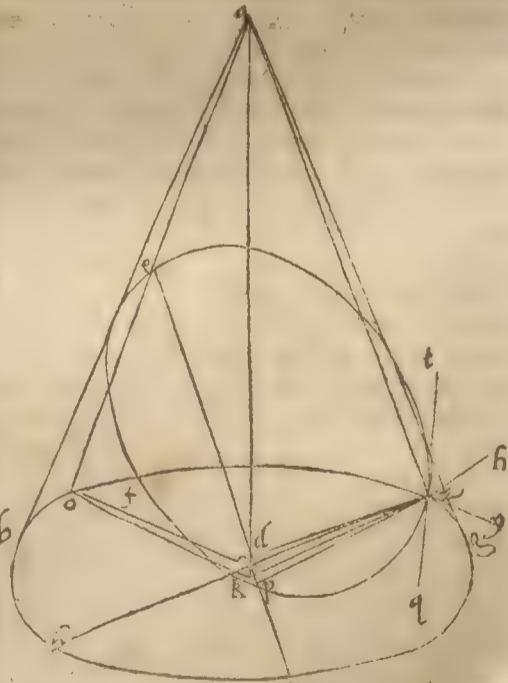


circulum in pūcto b est rectus per 18 p 3: ergo illæ superficies æquidistant per 14 p 11. Igitur superficies, in qua sunt lineæ l e & e t, non est æquidistans superficiei h d g: quod patet per 24 th. 1 huius: quoniam superficies contingens sectionem oxygoniam in puncto b non est æquidistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineæ l e q contingens sectionem, & linea longitudinis, quæ est e t. Angulus enim e d b, ut patet ex hypothesi, est acutus: superficies ergo h d g non æquidistat superficiei l e t: ergo concurret cum illa: concurrat ergo in linea l g: & ducatur linea g t: quæ necessariò erit contingens circulum b t o: cum superficies, in qua ducitur linea g t, ipsum speculum sit contingens. Ducta autem linea t d, erit angulus g t d rectus per 18 p 3: quoniam linea t d est diameter circuli, & linea g t contingit illum circulum in puncto t. Fiat quoque, ut prius, super e punctum sectionis circulus æquidistans basibus speculi, qui sit e s z p: & centrum huius circuli sit punctus axis, qui k: & ducatur linea k e: & ducatur etiam linea d l: quæ quidem secabit superficiem circuli e s p: secet ergo illam in puncto f. Quia itaque punctum d est in superficie sectionis per 24 huius: cum ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis, & punctum l, quod est punctum lineæ contingens sectionem, est in eadem superficie sectionis: ergo per 1 p 11 tota linea d l est in superficie sectionis: punctum ergo f est in superficie sectionis: sed ipsum est in superficie circuli e s p: ut ergo in communi sectione illarum superficierū, circuli scilicet & sectionis: sed & punctum e est in ambabus eisdem superficiebus: ergo item per 1 p 11 linea e f ducta erit in ambabus illis superficiebus: ergo per 19 th. 1 huius secundum lineam e f secant se superficies sectionis & circuli e s p. Ducatur itaque linea k f: & à puncto f ducatur perpendicularis super superficiem circuli b t o per 11 p 11, quæ sit f m: cadetq; punctus m in linea d g, ut patet: & ducatur linea t m. Palàm quoniam linea k d æquidistans & æqualis est lineæ f m per 25 th. 1 huius: sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares super superficiem circuli b t o: quia illi circuli æquidistant per 24 th. 1 huius: utraque enim ipsarum æquidistat basibus columnæ per 100 th. 1 huius. Quoniam ergo linea f m est æqualis & æquidistans lineæ d k, quæ est pars axis: ergo per 33 p 1 linea k f æqualis & æquidistans est lineæ d m: & similiter erit linea f m æqualis & æquidistans lineæ longitudinis, quæ est e t, per 33 p 1: quoniam linea e t est æqualis & æquidistans axi k d per 92 th. 1 huius, cum sit linea longitudinis speculi: & erit, ut prius, linea k e æqualis & æquidistans lineæ d t, & linea e f æqualis est & æquidistans lineæ t m per eandem 33 p 1. Verùm etiam superficies k d l g (quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus) orthogonalis est super superficiem sectionis oxygoniæ, quæ est a e b c per definitionem superficiei erectæ: & eadem superficies k d l g orthogonalis est super superficiem circuli e s p: quoniam illa superficies k d l transiens per axem, per 18 p 11 erecta est super bases columnæ: ergo & super superficiem circuli e s p, æquidistantis basibus erecta est eadem superficies k d l. Quia itaque dicta superficies k d l est erecta super superficiem sectionis oxygoniæ & circuli e s p: est ergo orthogonalis super lineam communem dictæ sectionis & circuli (quæ est linea e f) per 19 p 11. Et quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f: igitur per definitionem lineæ super superficiem erectæ angulus e f k est rectus: ergo & angulus t m d est rectus per 10 p 11: latera enim illos angulos continentia in æquidistantibus circularum superficiebus protracta æqualia sunt & æquidistantia, ut patet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g t d sit rectus per 18 p 3: in trigono ergo orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basim perpendicularis t m: ergo per 8 & 17 p 6 illud, quod sit ex ductu lineæ d m in g m est æquale quadrato lineæ m t. Et quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentie, quod est t: palàm quòd linea l g est æquidistans axi k d. Quoniam enim superficies secundum lineam longitudinis speculum contingentes sunt erectæ super basim columnæ superficies: ergo per 19 p 11 earum communis sectio, quæ in proposito est linea l g, super eadem superficies basim perpendicularis erit: æquidistabit ergo axi h k per 6 p 11: ergo etiam æquidistabit lineæ f m per 30 p 1. Quia ergo in trigono l g d linea f m æquidistat basi l g: patet per 2 p 6

quoniam secat alia latera illius trigoni proportionaliter. Est ergo proportio lineæ d f ad f l, sicut lineæ d m ad m g: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio lineæ d f ad d m, sicut lineæ f l ad m g: sed lineæ d f maior est quam lineæ d m per 19 p 1: quoniam in trigono f d m angulus f m d est rectus per præmissa uel 8 p 11: ergo & lineæ f l est maior quam lineæ m g: ergo illud, quod fit ex ductu lineæ f d in f l maius est illo, quod fit ex ductu lineæ d m in m g: ergo & quadrato lineæ t m: sed lineæ t m est æqualis lineæ e f, ut patet ex præmissis: ergo illud, quod fit ex ductu lineæ d f in l f maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l angulus l e d maior recto per 30 th. 1 huius. Quia si esset rectus, tunc cum lineæ e f sit perpendicularis super lineam d l: esset per 8 & per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut lineæ perpendicularis super lineam contingentem sectionem a e b c, quæ est lineæ q l, ducta à puncto e, cadat sub lineæ e d, non perueniens in punctum d. Sit ergo illa perpendicularis lineæ e u. Et quia angulus e d b est acutus, & angulus d e u acutus: quoniam angulus u e q est rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineæ e u & b d productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k: & sub concursu lineæ e d cum lineæ b d: quod est euidens. Patet ergo propositum.

45. Perpendicularē ductā à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiē speculi pyramidalis cōnexi, cū catheto incidentiā puncto remotiori à uertice speculi, quam sit punctus reflexionis, incidente, sub axe speculi concurrere est necesse: dū tamē lineā à puncto catheti incidentiā ductā ad perpendicularē, super axem angulum contineat acutū. *Albaz. 30 n 6.*

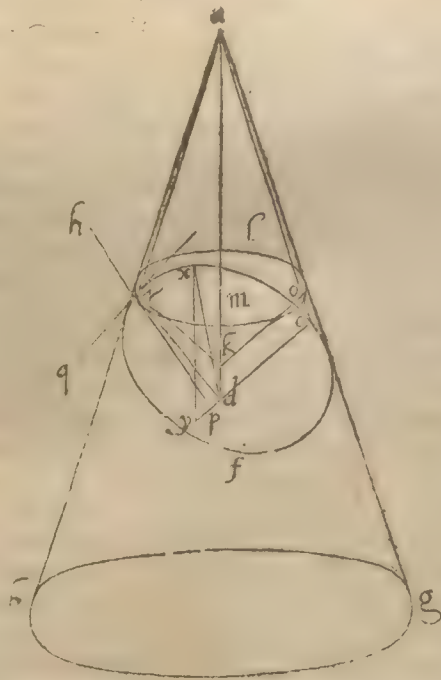
Hæc quoq; propositio patet per 113 th. 1 huius: ut autem iam facilius pyramidalibus speculis applicetur: sit speculum pyramidale convexum a b g: cuius uertex sit a: & axis a k: cadatq; in ipsum sectio oxygonia: à cuius circumferentia formæ pūctorum lineæ uisæ reflectatur ad uisum, quæ sit e f z: punctum quoq; reflexionis sit e: & sit lineæ e d exiens à puncto e (quod est punctum reflexionis) perpendicularis super superficiē contingentē speculū: quæ producta in superficie sectionis concurrat quidē cū axe a k per 14 th. 1 huius: angulus enim e a k est acutus, & angulus a e d est rectus: cōcurrat ergo in puncto d: sitq; cathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pūcto speculi e z: quæ sit h z. Dico quod cathetus h z concurrat cum perpendiculari e d ultra punctum d sub axe speculi. Ducatur enim lineæ t z q, quæ contingat sectionem e f z in puncto z, dum tamē sit punctū z remotius à puncto a uertice speculi, quam sit punctū e: ducta quoq; lineæ z d angulū acutū cōtineat cum perpendiculari e d super ipsum axem speculi, in quē cadit punctum d. Trāseat quoq; super punctū z superficies æquidistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulū r z g per 100 th. 1 huius: iste ergo circulus secat sectionē e f z in duobus tantū locis per 104 th. 1 huius: quoniam circulus est perpendicularis super axem a d, & sectio est obliqua super eundem axem: & ducantur lineæ a z & a e. Lineæ quoq; a e, quæ ex hypothesi est breuior quam lineæ a z (ideo quod punctum z remotius est à uertice pyramidis quam punctum e, protrahatur ultra punctum e) donec cōcurrat cum circumferentia circuli r z g: & sit concursus punctus o: ergo punctus o est remotior à puncto a uertice speculi, quam sit pūctus e: eritq; lineæ a o æqualis lineæ a z p 89 th. 1 huius: ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducuntur ad circuli circumferentiam. Cum ergo exierit à puncto o perpendicularis super superficiem contingentem speculum secundum lineam a o: concurrat illa lineæ cum axe a k ultra punctum d (cui prius data est incidere perpendicularis e d) per 2 th. 1 huius: erit enim lineæ illa æquidistans lineæ e d per 6 p 11: sit ergo punctus cōcursus k: ducantur ergo lineæ k z & d z. Et quia lineæ k z est æqualis lineæ k o per 65 th. 1 huius: est enim k polus circuli: sed & lineæ a o est æqualis lineæ a z per 89 th. 1 huius: cum sint lineæ lōgitudinis unius pyramidis, & lineæ a k cōmunis est ambobus illis trigonis: erūt ergo p 8 p 1 trianguli a o k & a z k æquianguli: sed angulus a o k est rectus: ergo & angulus a z k est rectus: est ergo lineæ k z perpendicularis super lineæ lōgitudinis speculi a z, q̄ est in superficie cōtingēte speculū: est ergo lineæ k z erecta super superficiē contingentē speculū secundū lineā a z: ergo p 18 p 11 & superficies z k o est erecta super illā superficiē contingentē. Et quia à puncto z ducta est lineæ cōtingēs sectionē, q̄ est t z q: cū ergo, ut patet, lineæ k z sit erecta super superficiē speculum contingentē secundum lineam a z, & cōmunis sectio superficiē sectionis & illius superficiē speculū contingentis sit lineæ t z q cōtingēs sectionē: erit lineæ k z perpendicularis super lineā t z q: erit ergo angulus k z q rectus p definitionē lineæ super superficiē cōtingētē erectæ. Et quia, ut patet ex pmissis, angulus k z q est rectus: trigonū quoq; a z k erectū est super superficiē speculū secundū lineā a z cōtingētē: & lineæ k z est similiter perpendicularis super



super hanc superficiē cōtingentē. Extrahamus ergo à puncto z cōmunē sectionē superficiē circuli r z g & superficiē pyramidē secūdam lineā a z contingentis: hęc aut per 3 p 11 est linea recta: sit ergo hęc linea z y: & palām per prēmīssā, quōd linea z y cōtingit circulū r z g: sit quoq; cētrum huius circuli c: & producat̄ur linea c z: angulus ergo c z y est rectus per 18 p 3: & ducatur à puncto c, quod est centrū circuli r z g, linea cōtinens cū lineā z c angulū rectū per 11 p 1: & sit linea c r: linea ergo c r est æquidistans lineę z y per 28 p 1: linea uerō c r est perpendicularis super superficiē a z c per 4 p 11: ideo quia angulus z c r est rectus ex prēmīssis, & angulus z c a est rectus: ideo quia axis a c est perpendicularis super superficiē circuli r z g per 89 th. 1 huius: & quia etiam axis est perpendicularis super basim pyramidis, cui circulus æquidistat: ergo & axis erit erectus super circulum per 23 th. 1 huius: linea ergo z y æquidistans lineę c r, est perpendicularis super superficiē a z c per 8 p 11: ergo linea z q contingens sectionem est obliqua super superficiē a z c: ergo & super lineam c z. Producat̄ur ergo à puncto z in sectionis superficiē extra ipsam sectionis peripheriam linea recta continens cum lineā t q angulum rectum per 11 p 1: quę sit z h. Et quia punctus d per 24 huius est in superficie sectionis in aliquo puncto axis: palām quōd d ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis inferior puncto d extra superficiē sectionis: sed pūctus z est in ipsius superficie: patet ergo quoniā linea k z est extra superficiē sectionis. Linea ergo k z secat lineā z h, nec cōtinuatur cū ipsa: quoniā linea z h est in ipsa superficie sectionis, & linea k z est extra illā. Et quoniā lineę k z & h z secant se in pūcto z: patet quōd ipse sunt in aliqua superficie una per 2 p 11: sint ergo lineę z k & z h in alia superficie pręter superficiē sectionis, quę secet superficiē sectionis super lineā p z h in ambabus istis superficiebus existentē per 19 th. 1 huius: & sit z p eadē lineā cū z h, quę est producta in superficie sectionis. Linea uerō d z, quę est in superficie sectionis, est extra superficiē, in qua sunt lineę k z & z h: sed linea z k continet cum lineā z q angulum rectum: ideo quia, ut prædictū est, linea k z est perpendicularis super superficiē contingentem pyramidem, quę transit lineas a z & z q: & superficies k z h secat superficiē d z h, super lineam illis duabus superficiebus communem per 19 th. 1 huius, quę est h z. Verūm linea d z est in superficie sectionis, ut supra patuit, & secatur à lineā k z in puncto z, & pūcta t & q sunt à lateribus superficiē k z p h: ergo superficies h z k secat superficiē d z q: differentia ergo communis superficieum h z k & d z q est in superficie h z k: est quoq; illa communis sectio linea recta per 3 p 11: continet ergo illa linea cum lineā z q angulum rectum. Nam linea z q cum sit perpendicularis super lineam z h, & super lineam z k: patet per 4 p 11 quoniam ipsa est erecta super superficiē h z k: ergo & super lineam z p. Et quoniam superficies h z k secat superficiē d z q, & declinatio superficiē h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, sit ex parte semidiametri z c, erit linea (quę est differentia communis his duabus superficiebus) media inter duas lineas q z & z d: ergo angulus q z d est obtusus: & linea h z est in superficie, in qua sunt lineę d z & z q, quę est superficies sectionis, & continet cum lineā z q angulum rectum: linea ergo z h producta intra sectionem ultra punctum z, secabit angulum d z q: & linea h z concurret cum lineā e d sub pūcto d puncto axis per 14 th. 1 huius. Angulus enim z d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus. Cathetus itaq; incidentię, quę est h z, cum perpendiculari e d, quę ducitur à puncto reflexionis super superficiē speculum contingentem, concurret sub axe: & sub puncto ipsius axis, qui est d: sit itaq; punctum concursus p. Et hoc est propositum.

46. Perpendicularē ductā à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiē speculi pyramidalis conuexi, cum catheto incidentię pūcto propinquiori uertici speculi, quā sit punctus reflexionis incidente, sub axe speculi concurrere est necesse: altioris quoque puncti cathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius sub axe: dum tamen linea à puncto superiori cum perpendiculari ducta à puncto inferiori super axem angulum contineat acutum.

Sit, ut in præmissa, speculum pyramidale conuexum a b g: cuius uertex sit a: & axis a d: sitq; in ipso sectio pyramidalis, quę e f z: punctum quoque reflexionis sit e: sitq; linea e d perpendicularis super superficiē speculi, concurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis: sitq; cathetus incidentię formę puncti alius reflexi à puncto e, quę sit h z: cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quā punctum e: ita tamen quōd linea z d cum lineā e d in puncto d contineat angulum acutum. Dico quōd uerū est, quod proponitur. Circūducatur enim à

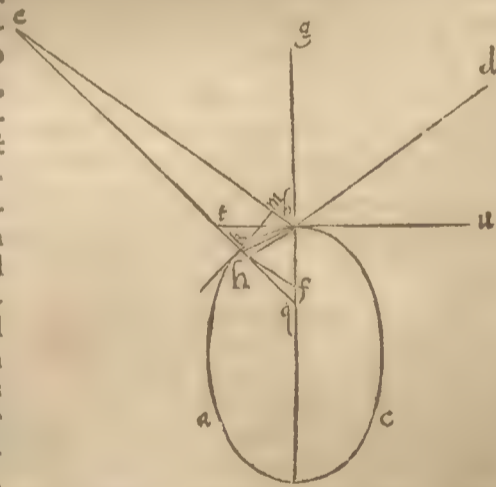


puncto z

puncto z ipsi speculo circulus per 102 th. i huius, qui sit z m l: & ducantur lineæ a z & a e. Linea quoque a e ex hypothesi est longior quam linea a z: patet ergo per 100 & 89 th. i huius quoniam abscinditur per superficiem circuli z m l: ideo quia punctum z propinquius est uertici pyramidis, qui est a, q̄ punctum e. Sit ergo, ut abscindatur in puncto o: est ergo punctum o propinquius uertici ipsius speculi, quam e punctum: eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89 th. i huius. Cum ergo exierit à puncto o perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k: erit per 28 p 1 linea o k æquidistans lineæ e d. Ducantur ergo lineæ k z & d z. Et quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65 th. i huius: est enim punctus k polus circuli z m l: sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89 th. i huius, & linea a k est communis ambobus illis trigonis: erunt ergo per 8 p 1 trigoni a o k & a z k æquianguli: sed angulus a o k est rectus, quia o k perpendicularis ducta est super lineam a o: uel etiã per 29 p 1: ideo quia angulus a e d est rectus, & lineæ e d & o k æquidistant: ergo & angulus a z k est rectus: est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculũ: est ergo linea k z erecta super superficiem contingente speculũ secundum lineam a z. Ducta quoque à puncto z linea contingente sectionem in puncto z, quæ sit z q, perficiatur demonstratio, ut in proxima præmissa: patetq; propositum nunc, ut prius. Cadet enim punctus p, qui sit communis sectio catheti incidentiæ ductæ à puncto z cū perpendiculari e d, sub axe a d & sub puncto d. Et si in peripheria ipsius sectionis signetur punctus propinquior uertici, q̄ sit punctum z, qui sit punctus x: ab eo quoque ducatur cathetus incidentiæ, quæ sit x y: quæ eodem modo, si angulus x d e fuerit acutus, demonstrabitur concurrere cum perpendiculari e d sub axe a d: sit concursus in puncto y. Dico quod punctus y remotior erit sub axe a d quam punctum p: non enim secabit linea x y angulum a z p, neq; lineam z p: quoniam cathetus ducta à puncto altiori ulterius protenditur sub axem: & cathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurreret cum illa in puncto axis d. Reliquæ uerò catheti harum mediæ, à quarum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos cum perpendiculari e d, non secabunt lineam d p. Patet ergo propositum.

47. Cathetum incidentiæ lineæ reflexionis intra sectionem oxygoniam secante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ secet cathetum: erit totius catheti proportio ad partem sui resectam intra sectionem oxygoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam, quæ utraq; interiacet sectiones. Alhazen 44 n 5.

Esto a b c sectio oxygonia: cuius punctus b sit punctus reflexionis: & sit o punctus rei uisæ: d centrum uisus: à puncto quoque reflexionis, quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, quæ sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctum q: & ducatur à puncto e linea e k perpendicularis super ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile: ducatur quoque linea contingens speculũ in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k. Dux itaque perpendiculares, quæ sunt g b q & e k concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes: sit ergo punctus concursus illarum perpendicularium punctum q. Sed & hos in proposito aliter declarandum. Ducantur enim lineæ e b, d b, k b: palam per 29 th. i huius, & ex præmissis quoniam linea k m cadet intra superficiem e k b, & linea b t cadet intra eandem superficiem: igitur linea b t secabit lineam e k: sit, ut secet ipsam in puncto t: & linea k m secabit lineam b e: & sit, ut secet ipsam in puncto m. Cum ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis: palam quod angulus e k b maior est recto: & similiter quia angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto: palam ergo per 14 th. i huius quoniam duæ perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo puncto superficiem sectionis, cū sint in eadem superficie: sit, ut prius, earum concursus in puncto q: similiter quoque angulus d b k est maior angulo recto, qui est g b t, ut patet ex præmissis: ergo per 14 th. i huius lineæ d b & e k concurrent: sit ipsarum concursus punctus h: igitur per 37 th. i huius punctus h est locus imaginis formæ puncti e. Dico itaq; quod erit proportio lineæ e q, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti e, ad lineam q h, sicut lineæ e t ad lineam t h. Quia enim lineæ e k & b e concurrunt in puncto e: ducatur à puncto h linea h f æquidistans lineæ e b per 31 p 1. Et quoniam angulus e b t est per 20 th. 5 huius æqualis angulo d b u, & per 15 p 1 angulus d b u est æqualis angulo t b h: palam quod angulus e b t erit æqualis angulo t b h. Restat ergo, ut angulus e b g sit æqualis angulo h b q: ideo quia anguli t b q & t b g sunt recti & æquales. Cum igitur linea t b diuidat angulum e b h per æqualia: erit per 3 p 6 proportio lineæ e t ad t h, sicut lineæ e b ad b h: sed per 29 p 1 angulus e b g est æqualis angulo h f b: angulus ergo h f b est æqualis angulo h b f, quoniam ut præostensum est, angulus e b g est æqualis angulo h b f: ergo per 6 p 1
linea



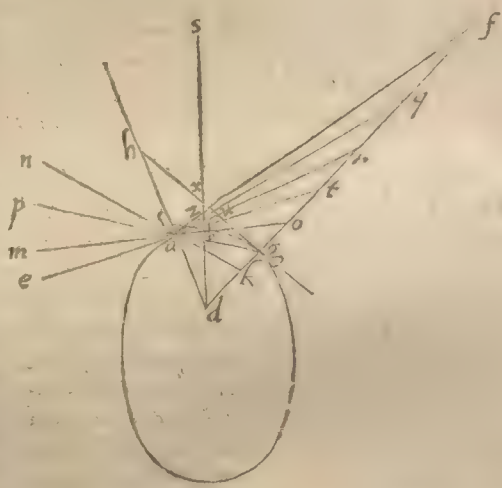
linea h b est æqualis lineæ h f: ergo per 7 p 5 proportio lineæ e b ad lineã h f est, sicut ad lineã h b: est aut proportio lineæ e b ad h f, sicut lineæ e q ad q h p 4 p 6: quia per 29 p 1 trigona e q b & h q f sunt æquiangula: erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h. Erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e t ad lineam t h. Quod est propositum.

48. In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxygonia existente: linea recta interiaccens punctum concursus duarum promissarum perpendicularium & locum imaginis, maior est linea recta interiaccente locum imaginis & punctum reflexionis. Alhazen 44 n 5.

Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima. Et quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f per 4 p 6 & 29 p 1: & proportio lineæ e b ad h f est, sicut lineæ e b ad lineam h b per 6 p 1 & 7 p 5: erit proportio lineæ e b ad lineam h b, sicut lineæ e q ad lineã q h per 11 p 5: ergo permutatim per 16 p 5 & corollarium 4 p 5 erit proportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b: sed linea e q maior est quàm linea e b per 19 p 1, eò quòd angulus e b q maior est recto, ut patet ex præmissis, quia angulus t b q est rectus: ergo linea q h est maior quàm linea h b. Quod est propositum: est enim punctus q ille punctus, in quo còcurrunt duæ perpendicularæ g b q & e k, quæ est cathetus incidentiæ: & punctus h est locus imaginis formæ puncti e: & punctus b est pñctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existentis in puncto d.

49. Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxygonia, formæ rei uisæ obliquæ speculo incidente: locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi: quandoq; intra speculum: & quandoq; extra ipsum. Alhazen 45. 51 n 5.

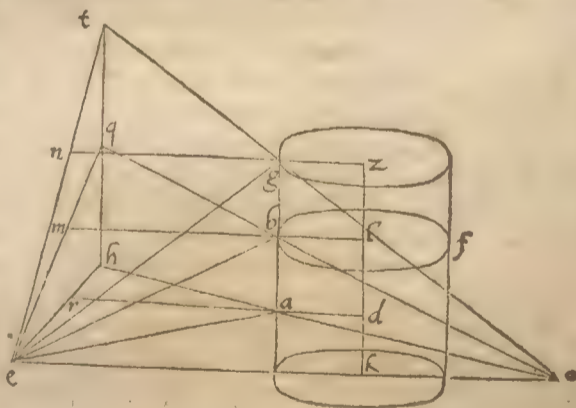
Quod hic proponitur, locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi: tunc enim unius folius forma puncti super lineam perpendicularem accedit ad speculum, & secundum eandem lineam reflectetur ad uisum, ut pote punctus ipsius perpendicularis lineæ, qui est in superficie oculi uidentis. Punctus enim ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc perpendicularem: quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem, propter rationem assignatam in 22 th. 5 & 10 th. 6 huius. Et similiter non potest reflecti forma illius puncti ad uisum ab alio puncto speculi, quàm a puncto illo, cui incidit ipsa perpendicularis. Si enim daretur hoc posse fieri: tunc accideret duas perpendicularæ dadas à superficie speculi concurrere in centro eisdem uisus, quod esset contra 6 p 11 & contra 20 th. 1 huius: & duo anguli trianguli fierent recti: quod esset contra 32 p 1, & impossibile. In tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantum in seipsam. Sit autem nunc, ut forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpendiculariter, sed obliquè: & esto, ut superficies reflexionis secet speculum columnare conuexum, & communis eorum sectio sit oxygonia sectio, quæ a b g: ad cuius punctum a sumatur linea contingens sectionem, quæ sit e a t: & ducatur perpendicularis à puncto a per 11 p 1 super lineam e t intra sectionem, quæ sit a d: cadatq; punctus d intra sectionem. Palàm ergo per 115 th. 1 huius quòd linea d a diuidit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est punctus unicus, in quo pñcto linea sectionem contingens, erit æquidistans lineæ d a: sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit punctus g, cuius puncti contingens concurrat cum linea d a in puncto h extra sectionem: & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam còtingentem (quæ est g h) per 11 p 1, quæ perpendicularis sit g q, secas lineã aliã còtingentem, quæ est e a t, in pñcto t: erit ergo punctum t finis còtingentiæ per 6 definitionem 6 huius: & hæc quidem perpendicularis (quæ g q) necessariò concurret cum lineã h d p 14 th. 1 huius: ideo quòd angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus: sit ergo in pñcto d ipsarum còcursus: & ducatur linea g a: quæ producat extra sectionem usq; ad punctum p: & ducatur linea q a. Igitur angulus q a h aut est æqualis angulo h a p: aut maior: aut minor. Si sit æqualis: incidet ergo forma puncti q speculo in pñcto a, & reflectetur ad eòtrū uisus existens in pñcto p per 20 th. 5 huius: & locus imaginis erit punctus g, q est punctus sectionis oxygoniæ & superficiei columnaris speculi p 37 th. 5 huius: quoniã in illo pñcto còccurrit cathetus incidentiæ ducta à puncto rei uisæ, quæ est q, super lineã còtingentem sectionem in pñcto g, cū lineã reflexionis, quæ est p a. Et quia punctus g est in superficie speculi: patet quòd tunc uidebitur imago formæ puncti q in superficie speculi. Si uerò in linea g q supra punctum q sumatur alius punctus, ut f, & ducatur linea f a: erit quidem angulus f a h minor angulo h a p: est enim angulus f a h minor angulo q a h, q est æqualis angulo h a p: fiat ergo angulo f a h super a terminum lineæ h a æqualis angulus, q sit h a n p 23 p 1: & producat linea n a intra sectionem: còccurretq; cum catheto



catheto $f q d$: & sit punctus concursus k . Palam ergo per 20 th. 5 huius quod forma puncti f reflectitur à puncto speculi, quod est a , ad uisum existentem in puncto n : & locus imaginis formæ puncti f erit in puncto k : & imagines omnium punctorum lineæ $q f$, quæ sunt ultra punctum q , erunt intra columnam speculi, ut patet per 34 th. 5 huius, & ex præmissis. Si uero inter punctum q & punctum r (qui est finis contingentiæ) ponatur punctus aliquis, ut r : erit angulus $r a h$ maior angulo $q a h$, ergo & angulo $h a p$: fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit $h a m$. Palam quod linea $m a$ producta cadet super lineam $g q$ extra sectionem. Ideo enim, quia linea $p a$ continens cum linea $a h$ angulum $p a h$ æqualem angulo $q a h$, cadit in ipsam sectionem in punctum g : patet quia linea $m a$ secabit lineam $g q$ extra sectionem: sit q , ut cadat in punctum o : erit ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti r in puncto o : & omnium punctorum lineæ $r q$, excepto puncto q , imagines erunt extra speculum, inter puncta o & g . Si autem angulus $q a h$ fuerit minor angulo $h a p$: secetur ex angulo $h a p$ angulus $h a n$ æqualis angulo $q a h$ per 27 th. 1 huius. Palam ergo, ut prius, quod formæ puncti q imago erit in puncto k : & omnium superiorum punctorum lineæ $q f$ imagines erunt intra sectionem. Si uero punctus r sumatur inferior puncto q , ita ut angulus $r a h$ sit æqualis angulo $h a p$: tunc erit imago formæ puncti r in sectione puncto g , quod est in superficie speculi: & omnium punctorum inter r & q imagines erunt intra speculum: & omnium punctorum inter puncta r & t imagines erunt extra speculi superficiem. Si uero angulus $q a h$ fuerit maior angulo $h a p$: fiat angulus $h a m$ æqualis angulo $q a h$: palam quod linea $m a$ producta secabit sectionem: linea enim $e a t$ est contingens sectionem in puncto a , propter quod linea $m a$ producta necessario sectionem secabit: secet ergo in puncto b : & ducatur linea contingens sectionem in puncto b , quæ concurrat cum linea $d h$ in puncto l : concurret autem per 14 th. 1 huius: angulus enim $d b l$ est rectus, & angulus $l d b$ acutus, ducta linea $d b$: erit quod angulus $d l b$ acutus per 32 p. 1: cum angulus $d b l$ sit rectus: est ergo per 13 p. 1 angulus $h l b$ obtusus: linea ergo $l b$ concurret cum linea $h d$, ut patet per 60 th. 1 huius, ex parte punctorum b & g : quia quantum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus: faciet quod cum ipsa angulum acutum. Ducatur ergo perpendicularis super lineam $l b$ à puncto b per 11 p. 1, quæ sit $b s$: hæc ergo coniuncta cum linea $d b$ fiet linea una per 14 p. 1: quoniam utraq; ipsarum cum linea $l b$ in eodem puncto, qui est b , continet angulum rectum: & linea $b s$ secabit lineam $h g$: sit, ut secet ipsam in puncto x . Et quoniam linea $l b$ protracta concurret cum linea $h d$, & angulus $s b l$ est rectus: patet quod linea $b s$ cum linea $h g$ ex parte puncti h continet angulum acutum per 14 th. 1 huius: erit quod angulus $s x h$ acutus: ergo & angulus $g x b$ illi contrapositus similiter est acutus per 15 p. 1. Quia uero linea $h g$ secat lineam $q a$, sit punctus sectionis u . Et quoniam angulus $h g d$ est rectus, & linea $q a$ concurret cum linea $d g$ in puncto q : quoniam omnes hæc lineæ sunt in una superficie: palam per 14 th. 1 huius quod linea $h g$ cum linea $q a$ continet angulum acutum super punctum u , qui est angulus $h u a$. Quia ergo angulus $s x h$ est acutus, & angulus $q u g$ contrapositus angulo $h u a$ per 15 p. 1 est acutus: patet per 14 th. 1 huius quod lineæ $s b$ & $q u$ concurrunt: sit ergo concursus ipsarum in puncto z . Forma itaque puncti z mouebitur ad speculum per lineam $z a$, & reflectetur per lineam $a m$ ad uisum existentem in puncto m : & locus imaginis erit punctus b : & loca omnium imaginum punctorum lineæ $z s$ ultra punctum z erunt intra sectionem: & omnium punctorum lineæ $z b$, quæ sunt citra z , loca imaginum erunt extra sectionem. Quod est propositum.

30. Linea recta æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, centroq; uisus existente in eadem superficie, reflectionem possibile est fieri à tota linea longitudinis speculi ad uisum: imagoq; eius uidebitur recta, æqualis rei uisa. Alhazen 25 n. 6.

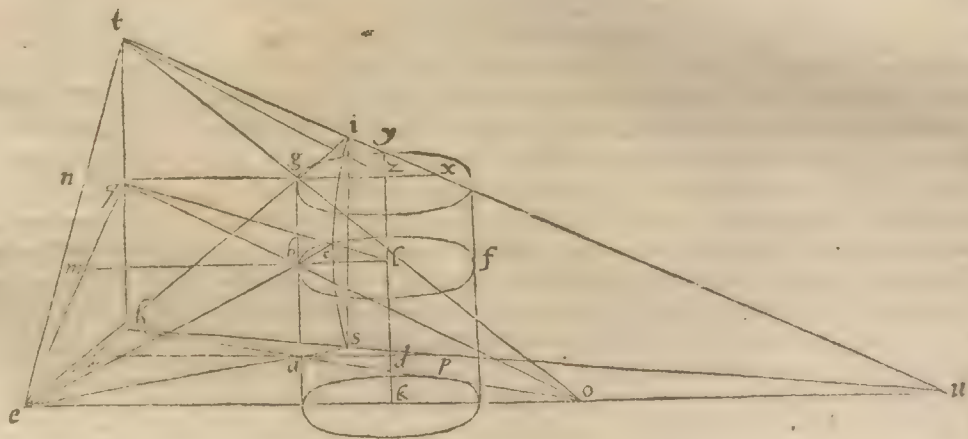
Esto speculum columnare, ut in 30 huius: cuius axi $z k$ æquidistet linea recta, quæ sit $t h$: erit ergo per 30 p. 1 & per 92 th. 1 huius linea $t h$ æquidistans lineæ longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie $t h z k$, sit linea $a g$. Dico quod si uisus (cuius centrum sit e) fuerit in eadem superficie $t h z k$ cum linea $t h$, & cum axe $z k$: possibile est ut omnia puncta lineæ $t h$ reflectantur ad uisum e : quoniam per 30 huius possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ $t h$ sint in linea longitudinis columnæ, quæ est $g a$: quia illa linea superficiem reflexionis, in qua sunt uisus e , & axis $z k$, & linea $t h$, & superficiem columnæ est communis, ut patet per 93 th. 1 huius. Videbitur ergo imago formæ lineæ $t h$ recta: ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ $t h$, erit in eadem superficie cum uisus & axe: & probabuntur loca imaginum punctorum lineæ $t h$ esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52 th. 5 huius extitit probatum de lineis rectis uisis. Patet ergo propositum.



51. Lineæ rectæ equidistantes axi speculi columnaris conuexi, uisu non existente in eadē superficie, imago curua uidetur modica curuitatis, & minor re uisa. Alhazen 27 n 6.

Sit dispositio, quæ prius in 30 huius: reflectaturq; forma lineæ t h à linea longitudinis speculi, quæ sit a g. Dico quòd imago lineæ t h uidebitur aliquando curua: forma enim puncti eius, quod est q, ut supra patuit in 30 huius, reflectitur ad uisum e à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f: linea ergo à puncto q ducta ad centrū circuli b f, quod est l, quæ erit q l, ipsa est cathetus incidentiæ formæ puncti q: quoniam, ut patet per 18 p 3, linea q l est perpendicularis super lineam contingentē circulum b f, cuius peripheria est communis sectio superficiē reflexionis & speculi: hæc quoq; cathetus q l, ut patet, concurret cum perpēdiculari producta à puncto b, quod est punctum reflexionis, super ipsam superficiē speculi super axē z k: & erit concursus in puncto axis l, scilicet in cētro circuli b f per 96 th. huius. Cōcurrat ergo linea q l cū linea m l in puncto axis l: producatu quoq; linea reflexionis, quæ est e b, quousq; cōcurrat cum catheto q l: & sit punctus concursus c: uidebitur ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti q in puncto c: & est punctus c per 1 p 11 in superficie, in qua sunt linea q h, & axis z k, & linea longitudinis a g. Itē forma puncti t lineæ t h reflectitur à puncto speculi g, qui per 10 huius est punctus sectionis oxygoniæ, cum punctus t sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsi sint in eadē superficie. Est autē à puncto t, unam tantū ducere perpēdicularē super ipsam oxygoniam sectionē, quæ est communis sectio superficiē reflexionis & speculi, uel super lineam contingentē speculum in puncto aliquo oxygoniæ sectionis: per 12 p 1 sit ducta: hæc ergo per 114 th. 1 huius uel per 44 huius concurret cū perpēdiculari ducta à puncto eiusdē sectionis, quod est

g, super axē z k, quæ est linea n g z: eritq; concursus sub axe, hoc est sub puncto z, q est cōcurus p pend. cularis n z, & axis z k: quoniam du



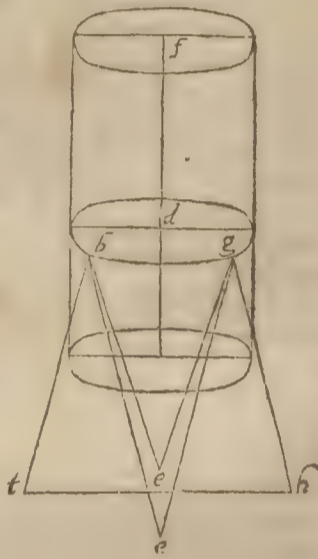
cta lineæ t z, erit angulus t z n acutus: ideo quòd angulus n z y est rectus, axē k z producto ultra punctum z ad punctū y. Producatu itaq; linea n z ultra pūctum z ad pūctum x: & ducatur à pūcto t linea concurrens cum linea n z producta ultra pūctum z in pūcto x: concurret autem per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus x n t est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus: secet q; linea t x axē k z in pūcto y: & producatu linea e g ultra pūctum g, donec concurret cum linea t x: concurret autē per 29 th. 1 huius: linea enim e g producta secat angulum t g x: ergo & basim t x: quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie, ut patet: sit ipsarum sectio in pūcto i: erit ergo punctus i locus imaginis formæ puncti t per 37 th. 5 huius. Similiter ducta à puncto h lineæ t h, linea, quæ sit orthogonalis super lineā contingentem speculum in aliquo pūcto sectionis oxygoniæ, à qua reflectitur forma pūcti h ad uisum e per 10 huius, illa concurret cum perpēdiculari d a r sub pūcto d, qui est pūctus axis per 114 th. 1 huius uel per 44 huius: concurret ergo in pūcto p: & ducatur linea e a ultra punctum a, donec concurret cum linea h p: & sit secūdum præmissos modos punctus concursus s: erit quoq; ut prius, punctus s imago puncti h. Ducatur quoq; linea s i: palām ergo cum linea t i concurret in puncto x cum perpēdiculari n z, quæ est æquidistans lineæ e o, quòd eadem concurret cum linea e o per 2 th. 1 huius: concurret ergo in puncto u: similiter linea h s cum concurret cum perpēdiculari d r, quæ est æquidistans lineæ e o, concurret cum linea e o per 2 th. 1 huius. Sed quoniam situs puncti t lineæ t h respectu pūcti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu: quoniam linea t h æquidistat axi z k, & similiter puncta t & h æqualiter distant à pūcto q, & ut patet ex præmissis in 20 huius, situs puncti t & puncti h ad punctum o est idem, & punctorum i & s, respectu puncti o est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in presente demonstratione: ergo per 1 p 11 erit linearum t i & h s respectu lineæ e o idem situs. Lineæ ergo t i & h s concurrent super idem punctum lineæ e o: concurrant ergo in pūcto u: erit ergo t u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s: axis autem speculi, qui est z k, nō est in hac superficie: uerūm linea t h est in eadem superficie cum axē, ut patet ex hypothesi & per 1 th. 1 huius: ergo superficies illa secat superficiē trianguli t u h super lineam communem, quæ est e h, nō super aliam. Cum ergo punctus t sit in superficie lineæ t h, & similiter axis z k sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea t h: ergo non est in superficie trianguli t u h: & duo puncta i & s sunt in superficie illius trianguli: linea ergo i c erit

Cc curua

curua per t p ii. Et quia ipsa est imago lineæ th: palam quòd imago lineæ rectæ, quæ est th, est curua: quod est primum propositum. Sed eius curuitas modica est: quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam is, ad punctum scilicet sectionis lineæ is, & superficiem circuli est ualde parua: sed quòtò maior fuerit linea uisa, quæ est th æquidistans lineæ longitudinis speculi, tantò imago eius erit minus curua: & quòtò minor fuerit linea th, tantò curuitas erit maior. Et quoniam linea ic minor est quàm linea tq, & linea sc minor quàm linea hq: quoniam linea is, à quo modicum declinat linea ic s, cadit inter lineas tu & hu concurrentes in puncto u, & est quasi æquidistans lineæ th, sicut & axi kz: patet ergo quòd linea imaginis (quæ est ic s) minor est re uisa, in qua est linea th: & hoc est secundum propositum. Patet ergo totum, quod proponebatur.

52. Superficie lineæ rectæ uisæ superficiem, in qua est axis speculi columnaris conuexi, orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie: à circumferentia circuli (qui est communis sectio dictarum superficialium & speculi) fiet reflexio: lineæq; rectæ uisæ imago erit curua. Alhazen 28 n 6.

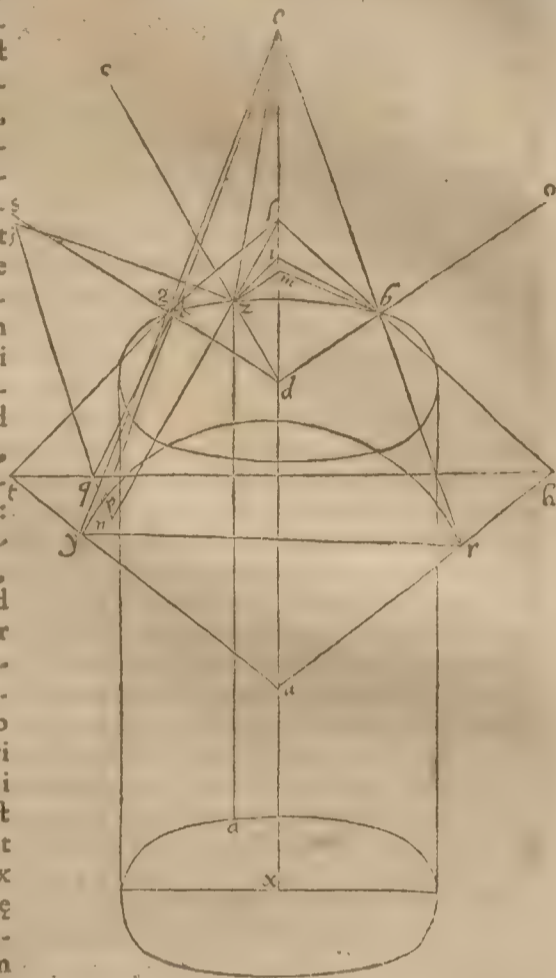
Esto linea th in superficie plana orthogonaliter secante superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f: sitq; punctum e in eadē superficie cum linea th: erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se interfecant: quod necesse est esse per 19 th. I huius, & per t p ii. Dico quòd formæ totius lineæ th à circumferentia circuli (qui est communis sectio superficiem th e, & superficiem colunæ ipsius speculi) quæ sit gb, fiet reflexio ad uisum. Aut enim centrum uisus (quod est e) erit retro lineam th: & tunc, cum illa linea sit corporalis, & non diaphana, eius densitas occultabit uisui speculum, & nō fiet reflexio, nisi fortè solæ formæ capitum lineæ, quæ sunt t & h, appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est bg: & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 56 th. 6 huius patuit de speculis sphericis conuexis. Si uerò fuerit linea th diaphana grossæ diaphanitatis, ut crystallus: de hoc sermo aliter erit in decimo libro huius scientiæ. Sed si linea th siue existente diaphana siue non, fuerit uisus sub illa inter ipsam scilicet & speculum: tunc occultabitur pars lineæ th propter interpositionem capitum, in quo est uisus: pars autem illa lineæ th, quæ uideri potest, non obstante capitis impedimēto, reflectetur à circulo bg ad uisum, eodem penitus modo, quem de speculis sphericis conuexis ostendimus suo loco. Est ergo imago lineæ rectæ th taliter uisæ semper curua. Quòd si centrum uisus e fuerit extra terminos lineæ th in eadem superficie, ut prius, & fiat reflexio formæ lineæ th ad uisum: uidebitur imago lineæ th tota curua, ut patet secundum præmissa. Et hoc est propositum.



53. Lineæ rectæ uisæ superficie orthogonaliter axem speculi columnaris conuexi secante, centroq; uisus non existente in eadem superficie, factæq; reflexione ad uisum æqualiter distans ab extremis illius lineæ: eius imago uidebitur maxima curuata. Alhazen 29 n 6.

Sit superficies plana, in qua est linea th, orthogonaliter secans superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis speculi columnaris conuexi, quod sit b k g: sitq; cētrum uisus e non in eadem superficie cum linea th: cuius extrema t & h, sicut proponitur, æqualiter distent à centro uisus e: palamq; per 10 huius quoniam communes sectiones omnium superficialium reflexionis & speculi, erunt oxigonæ. Et quoniam ex hypothesi forma puncti h reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto speculi, propositi: sit ergo, ut hoc fiat à puncto b per 29 huius. Et quia punctus t eiusdem est distantia à puncto e (quod est centrum uisus) cuius est punctum h: patet quòd forma puncti t reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto speculi: sit illud punctum g. Et cum extrema puncta lineæ h t sint eiusdem situs & longitudinis à centro uisus e: erunt etiam puncta reflexionum formarum illarum punctorum (quæ sunt b & g) eiusdem distantia & situs à puncto e centro uisus. Igitur duo puncta b & g erunt in circulo æquidistante basibus speculi, qui cadet semper inter lineam ht & inter superficiem transeuntem centrum uisus e, & secantem speculum æquidistanter basibus ipsius speculi: quod ideo accidit, quia puncta reflexionum, quæ sunt b & g, plus declinant ad centrum uisus, ad quod fit reflexio, quàm ipsa puncta h & t, quorum formæ reflectuntur. Sit ergo ille circulus b z g, cuius centrum sit d: ducantur itaq; lineæ incidentiæ, quæ sunt h b & t g: & lineæ reflexionum, quæ sunt b e & g e: & à centro d ducantur perpendiculares super lineas circulum b z g contingentes in punctis b & g, quæ sint d g & d b o. Palamq; per 21 huius, quoniam illarum perpendicularem partes, quæ sunt g d & d b sunt semidiametri circuli b z g: & ducatur linea à puncto d centro circuli ad centrum uisus, quæ sit e d: & producantur lineæ incidentiæ, quæ sunt h b & t g, donec concurrant cum linea e d. Cū autē puncta h & t sint eiusdem situs & distantia, respectu puncti e, & respectu centri d: palam quòd lineæ h b & t g

& t g habebunt eundem situm, respectu lineæ e d: concurrent ergo in idem punctum illius lineæ e t: esto quod concurrant in punctum l: ducaturq; lineæ longitudinalis columnæ speculi, in qua sit punctus z: & sit hæc lineæ in superficie plana, in qua est centrum uisus & axis speculi: sitq; lineæ a z: & ducantur lineæ l z n & d z c. Et quoniam superficies, in qua sunt centrum uisus & axis speculi, intersectat superficiem, in qua est lineæ t h, sit punctus lineæ t h, in quo sit hæc sectio, punctus q: & a puncto q ducatur lineæ æquidistans lineæ d z c: cadet quidem hæc lineæ per 2 th. 1 huius super axem speculi ex una parte, & super lineam l z n ex alia: cadat ergo in punctum n lineæ l z n. Palàm autem per 20 th. 5 huius quoniam angulus h b o (qui est angulus incidentiæ formæ puncti h) est æqualis angulo o b e, qui est angulus reflexionis: sed angulus h b o per 15 p 1 est æqualis angulo l b d, quoniam est ei contrapositus: & angulus o b e æqualis est duobus angulis b e d, & b d e per 32 p 1: cùm in triangulo e b d ipse sit extrinsecus: angulus ergo l b d æqualis est eisdem duobus angulis, scilicet b e d, & b d e. Secetur itaq; ex angulo l b d angulus, qui sit m b d, æqualis angulo b d e per 27 th. 1 huius: remanet ergo angulus m b l æqualis angulo b e d. Quia ergo in triangulo e b m angulus b e m est æqualis angulo m b l trianguli b m l, & angulus b m e communis utriq; illorum trigonorum: erit per 32 p 1 angulus m b e trigoni maioris æqualis angulo m l b trigoni minoris: est ergo per 4 p 6 proportio lineæ e m ad b m, sicut lineæ b m ad m l: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ e m in m l æquale est quadrato lineæ b m. Ducatur quoq; lineæ m z. Et quoniam angulus b d m maior est angulo z d m (quia enim angulus s d e est æqualis angulo o d e propter identitatem situs punctorum reflexionum, quæ sunt b & g à centro uisus e, quæ caussatur, ut præostensum est, ex identitate situs punctorum uisorum, qui sunt h & t, respectu uisus e: angulus uerò s d e maior angulo z d m, ut totum sua parte: ergo & angulus b d m est maior angulo z d m) sed & duo latera z d & d m sunt æqualia duobus lateribus b d & d m: quoniam d b & z d sunt ex centro ad circumferentiam, & latus d m est commune: erit ergo per 24 p 1 latus m b maius latere m z: illud ergo, quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius est quadrato lineæ z m: sit ergo ductus lineæ e m in lineam m i, (quæ minor est quàm sit lineæ m l) æqualis quadrato lineæ m z: & ducantur lineæ i b, i z, e z. Et quia trianguli e z m, & z i m (quorù cõmunis angulus est z m i) per 6 p 6 sunt æquianguli, propter laterum suorum proportionalitatem ex 17 p 6, quæ continent illum communem angulum: erit ergo angulus m z i æqualis angulo z e i: est ergo angulus m z l (qui est maior angulo m z i) maior angulo z e d: sed quoniam angulus m b d constitutus est æqualis angulo b d m: erit lineæ m d æqualis lineæ m b per 6 p 1: sed lineæ m b est maior quàm lineæ m z, ut patet ex præmissis: ergo lineæ m d est maior quàm lineæ m z: ergo per 18 p 1 erit angulus m z d maior angulo m d z: igitur angulus d z l maior est duobus angulis e d z, & z e d. Angulus enim d z l continet angulum m z l maiorem angulo z e d: quoniam angulus m z i, qui est pars anguli m z l, æqualis est angulo z e d, ut supra patuit. Item præter angulum m z l, continet angulus d z l & angulũ d z m maiorem angulo m d z: angulus uerò n z c est æqualis angulo d z l per 15 p 1, & angulus e z c per 32 p 1 æqualis est duobus angulis z d e & z e d: est ergo angulus n z c maior angulo e z c. Secetur ergo ex angulo n z c per 27 th. 1 huius angulus æqualis angulo e z c, qui sit f z c, ducta lineæ z f: quæ quidem concurret cum lineæ n q per 2 th. 1 huius: quoniam concurret in puncto z cum lineæ e d æquidistante lineæ n q: concurrat ergo super punctum f. Cum ergo angulus f z c sit æqualis angulo e z c: palàm per 20 th. 5 huius quoniam reflectetur forma puncti f ad uisum e à puncto speculi z: sed forma puncti q reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ longitudinalis speculi transeuntis per punctum z: reflectitur ergo à puncto, quod est ultra punctum z. Quia si detur, ut reflectatur à puncto, quod sit intra punctum z, propinquius puncto e, quàm sit punctum z: tunc lineæ ducta à puncto q ad illum punctum reflexionis secabit lineam f z: ille ergo punctus sectionis reflectetur ad uisum e à duobus punctis lineæ longitudinalis speculi, quæ est z a, scilicet à puncto z, & ab alio puncto dato: quod est impossibile per 26 huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formæ puncti q ultra punctum z: & sit punctus k: à quo reflectatur forma puncti q ad uisum e: & ducatur lineæ



cidentiæ, quæ sit qk , & linea reflexionis, quæ e k : & producat^r linea e k , donec concurrat cum linea nq : concurrat autem linea e k cum linea nq per 2 th. 1 huius: quia concurrat cum linea d æquidistante lineæ nq : hæc enim in eadem superficie est inter puncta e & k : concurrunt itaque lineæ e k & nq : & sit punctus concursus p : erit ergo per 37 th. 5 huius punctus p locus imaginis formæ puncti q : sed punctus h reflectitur ad uisum e à puncto sectionis oxygoniæ, cum non sit in eadem superficie cum uisu e. Si ergo à puncto h ducatur cathetus incidentiæ formæ puncti h , quæ erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentem sectionem oxygoniam in aliquo puncto ipsius sectionis: palàm quia cathetus illa concurrat cum perpendiculari obd sub axe per 44 huius: concurrat ergo in puncto aliquo. Similiter à puncto t est ducere unam cathetum incidentiæ, lineam scilicet perpendiculararem super sectionem oxygoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t ad uisum e, quæ, sicut prius, concurrat cum perpendiculari sgd sub axe. Et quoniam semidiametri $b d$ & $g d$ non possunt esse linea una, ut patet per 78 th. 4 huius: palàm per 112 th. 1 huius quoniam reflexio formarum punctorum h & t fit ex hypothesi, & per 23 huius à duobus punctis duarum sectionum columnarium secundum lineam cd productam trans speculum se interfecantium per 24 huius, & per 1 p 11, & 19 th. 1 huius. Et quoniam puncta h & t lineæ ht sunt eiusdem situs, respectu lineæ $e d$: ideo enim quòd illa puncta h & t sunt eiusdem situs, respectu uisus e ex hypothesi, linea uerò e d , quæ diameter uisualis, est in eadem superficie cum axe speculi & centro uisus: habent ergo puncta h & t eundem situm, respectu lineæ $e d$, & puncta sectionis similiter, per quæ transeunt catheti incidentiæ ductæ à punctis h & t : & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorum h & t , respectu uisus e, & respectu lineæ $e d$. Palàm ergo quòd illæ duæ catheti à punctis h & t ductæ super illas sectiones, quarum, ut patet ex præmissis, quælibet concurrat cum linea e d , ambæ cõcurrent in eodem puncto lineæ $e d$: concurrant ergo in puncto u . Et quia linea e b producta concurrat cum linea $h u$: sit punctus concursus r : concurratq; linea e g cum linea $t u$ in puncto y : & ducatur linea ry . Palàm ergo per 37 th. 5 huius quia punctum r est imago formæ puncti h , & punctum y est imago formæ puncti t . Habemus quoq; triangulum e ry , & extra superficiem huius trianguli est punctum z : superficies ergo huius trianguli altior est quàm linea e p , si cẽtrum uisus fuerit altius quàm linea $h t$, & est bassior, si cẽtrum uisus fuerit bassius quàm linea $h t$: est ergo punctus p semper extra illâ superficiem. Linea ergo $rp y$ est semper curua per 1 p 11, sed ipsa est imago lineæ $t h$, ut patet per 37 th. 5. Est ergo imago lineæ $h t$ modo proposito situatæ, respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi, semper curua curuitate non modica. Quod est propositum.

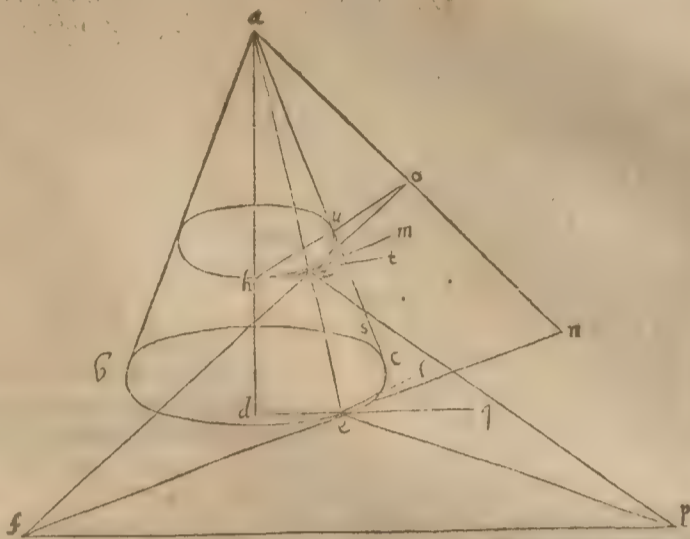
54. *Linea recta uisa non æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies obliquè secat axem: imago uidetur curua diuersa curuitatis secundum diuersitatem sui situs.*

Quia enim per 51 huius patet quòd linea recta æquidistans axi speculi columnaris conuexi imaginẽ habet nõ rectam sed curuam, licet modicè curuitatis: lineæ uerò (cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi, uisu non existẽte in eadem superficie cũ linea uisa) imago semper uidetur curua per proximam præmissam: palàm per eandẽ quoniam lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedunt ad sitũ lineæ æquidistantis lineæ lõgitudinis colũnæ, habebũt imagines plus accedẽtes rectitudini: lineæ uerò, quæ plus appropinquat lineis, quarũ superficies orthogonaliter secat axem, plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem: & augmẽtatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum istorum situum. Et hoc est propositum.

55. *Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis cõnexi obliquè super axẽ, reflectitur ad cẽtrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea lõgitudinis speculi: imagoq; ipsius uidetur curua modicè curuitatis, cuius conuexitas est ad uisum. Alhazen 32 n 6.*

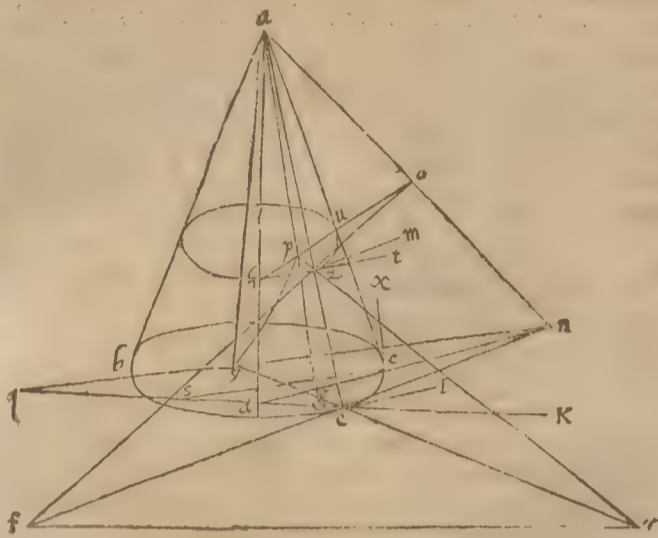
Sit speculum pyramidale conuexum abc , cuius uertex sit a , & cuius axis sit ad : signeturq; in superficie conica eius lineæ lõgitudinis, utcũq; cõtingit, quæ sit az , per 101 th. 1 huius: ducaturq; per punctum z superficies æquidistans basi pyramidis: hæc ergo per 100 th. 1 huius secabit pyramidem speculi secundum circulum, qui sit zu : & ducatur per 11 p 1 à puncto z perpendicularis super lineam lõgitudinis za : quæ producta ad axem speculi, qui est ad , cadat in punctum h : cõcurrent autem cum axe per 96 th. 1 huius, uel per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus daz est acutus. Et à puncto z ducatur linea contingens circulum zu per 17 p 3, quæ sit zm : & ducatur à puncto a linea cõtinens cum utraq; linearum az & ah , angulum acutum: quæ sit extra superficiẽ contingentem pyramidem super lineam az : hoc enim est possibile, cũ angulus haz sit acutus. Sit ergo illa linea an : & in superficie, in qua sunt lineæ an & ah , ducatur à puncto h linea continens cum linea ah angulum æqualem angulo zha per 23 p 1: hæc ergo linea concurrat cum linea an per 14 th. 1 huius: ideo quòd, ut patet ex præmissis, duo anguli nah & ahz sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o : linea itaq; ho secabit circũferentiã circuli zu : ideo enim quòd angulus ahz est æqualis angulo ahz , oportet quòd lineæ zh & oh sint in eadem superficie. Secet ergo linea ho peripheriam circuli in puncto u : & ducatur linea lõgitudinis speculi, quæ au : & exiratur linea perpendicularis hz extra speculum ad punctum t : & ducatur linea oz : & producat^r in continuum & directum: & sit ozf : & producat^r linea az ad punctum e . Angulus ergo fzh erit acutus per 15 p 1: quia linea oz cum linea tz continet angulum acutum:

acutum: est enim angulus a z t rectus. Et quia linea o z secat superficiem contingentem speculū super lineam a z, super quam erecta est linea h z, ut patet ex præmissis: angulo itaq; a z h existente recto, angulus o z a est acutus: ergo per 15 p 1 relinquitur ut angulus e z f sit acutus. A puncto ergo f ducatur perpendicularis super lineam a e per 12 p 1: & producat in continuum & directū, donec concurrat cum linea a o in puncto n: concurrat autem linea f e cum linea a o per 14 th. huius: ideo quia angulus e a o est acutus, & angulus a e n rectus: & ducatur à puncto e linea e d æquidistans lineæ z h: erit ergo p 8 p 11 linea e d perpendicularis super superficiem contingētem pyramidē secundū lineam a e: cū linea z h sit perpendicularis super eandem superficiē: & ducatur à pūcto e linea e l æquidistans lineæ z m: & imaginetur superficies, in qua sint lineæ e l & e d, secare pyramidē: erit quoq; cōmunis sectio huius superficiēi & superficiēi conicæ ipsius speculi sectio oxygonia p 103 th. 1 huius: quoniā illa superficies l e d est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c. Linea uerō m z, quæ est cōtingens



circulū z u, est perpendicularis super lineā a e per 22 th. 1 huius: ideo quia axis a h erectus est super superficiē illius circuli per 89 th. 1 huius, & linea z m est perpendicularis super illius circuli semidiāmetrū per 18 p 3: est ergo linea z m erecta super superficiē a z h, ut patuit in 41 huius: quoniā superficies a z h sunt adinuicē rectæ: ergo linea l e æquidistans lineæ z m, per 8 p 11 est perpendicularis super superficiem a d e: ergo angulus a e l est rectus: quod tamē facilius patet per 29 p 1. Quia enim angulus a z m est rectus, erit & angulus a e l rectus: sed & angulus a e n est rectus: & similiter angulus a e d est rectus p 29 p 1: ideo quia angulus a z h est rectus, & linea e d æquidistat lineæ z h: ergo per 5 p 11 lineæ n e, l e, d e sunt in eadē superficie sectionis: & linea a e est erecta super superficiē illius sectionis: cū oēs illæ lineæ cū linea a e cōcurrant ad angulos æquales & rectos: ergo linea f n est in superficie sectionis. Protrahatur itaq; linea d e in continuū & directū usq; ad pūctum q: & extrahatur à pūcto f linea æquidistans lineæ d e q, quæ sit f p: hæc ergo linea æquidistabit lineæ h z per 30 p 1: & producat in continuū & directū usq; ad pūctum z in superficie o z h linea recta continēs cū linea z t angulū æquale angulo o z t, qui est acutus per 13 p 1: ideo quia, ut supra patuit, angulus o z h est obtusus: hæc ergo linea cōcurrat cū linea f p per 2 th. 1 huius: quia secabit lineā z h æquidistatē lineæ f p, & est in superficie eius: quia linea z f est in superficie eius: oēs autē lineæ æquidistates sunt in eadē superficie per 1 th. 1 huius: cōcurrat ergo in pūcto p: & sit angulus p z t æqualis angulo o z t. Et quia angulus o z t est æqualis angulo z f p per 29 p 1, quia est extrinsecus illi, & angulus t z p æqualis est angulo f b i coalterno, qui est angulus z p f: palā quod angulus z f p est æqualis angulo z p f: ergo per 6 p 1 lineæ z f & z p sunt æquales. Et quia linea f e n est in superficie sectionis, & linea f p est æquidistans lineæ e d, quæ est in superficie sectionis: est ergo per 2 th. 1 huius & per 7 p 11 linea f p in superficie illius sectionis. Producat quoq; linea p e: erit ergo linea p e similiter in superficie sectionis per 7 p 11. Et quoniā superius declaratū est quod linea longitudinis speculi, quæ est e a, est perpendicularis super superficiē sectionis: uterq; ergo angulus a e p & a e f est rectus p definitionē lineæ super superficie erectæ: quadratū ergo lineæ f z ualet duo quadrata linearū z e & e p: sed quadratū lineæ z f est æquale quadrato lineæ z p: quia & linea lineæ est æqualis ex præmissis: est autē amborū cōmune quadratū lineæ z e: relinquitur ergo quadratū lineæ f e æquale quadrato lineæ e p: erit ergo linea f e æqualis lineæ p e: ergo per 5 p 1 duo anguli e p f & e f p sunt æquales. Sed angulus n e q est æqualis angulo e f p per 29 p 1: quia est ei extrinsecus, & angulus q e p est æqualis angulo e p f: quia est ei coalternus. sunt ergo anguli n e q & q e p æquales. Ergo p 20 th. 5 huius forma pūcti n reflectetur ad uisum existētē in pūcto p à pūcto speculi e: & forma pūcti o reflectetur ad uisum existētē in pūcto p à pūcto speculi z. Et omnis linea producta à pūcto f ad aliquod pūctū lineæ o n, secabit lineā z e. Patet quoq; secundū præmissa quod illa linea erit æqualis lineæ pductæ à pūcto p ad illud idē pūctum: quia linea a e est perpendicularis super superficie, in qua sunt lineæ p e & t e, quæ est superficies sectionis: & duæ lineæ f e & p e sunt æquales: oēs ergo lineæ extractæ à pūctis f & p ad aliquod unū pūctum lineæ z e, sunt æquales, iterado modū pbandi, quo usi sumus prius. Patet ergo quod forma omnis pūcti, qui est in linea o n, reflectetur ad uisum existentē in pūcto p ex illo pūcto speculi, quod secatur in linea z e. Omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadensq; obliquē super axem pyramidis speculi, qui est a d, ita ut angulos acutos contineat cū axe a d, & cū linea longitudinis, quæ est a z, uel alia quacūq; præmissa modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectitur ad uisum tunc dispositam, resp. in illis

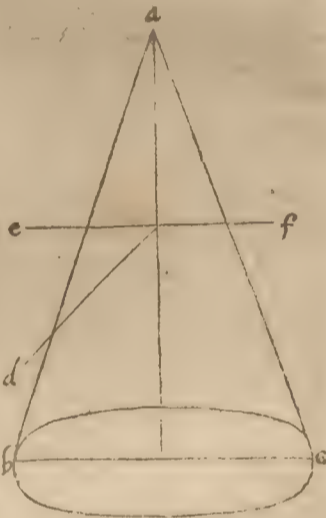
uisibilis, ut nunc est dispositus punctus p , respectu lineæ $o n$. Similiterq; patet, quod in hac dispositione formæ punctorum totius lineæ $a o n$ reflectentur ad uisum in puncto p existentem. Et si punctus ulterius producat in maiori distantia à puncto z : augmentabitur quantitas lineæ $a o n$ secundum illud. Et huius quidem simile demonstratum est per 41 huius: nunc uerò hoc præmissimus in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagator ea, quæ sequuntur, facilius acceptet. Omnibus itaq; his suo modo dispositis cōtinuetur linea $n d$: secabit ergo linea $n d$ circumferentiã sectionis: nam duo puncta d & n sunt in eadem superficie sectionis, & punctum n est extra circumferentiã sectionis, d uerò est intra illam: secet ergo linea $n d$ circumferentiã sectionis in puncto c : & quia triangulus $a h o$ est totus in eadem superficie per 2 p 11: palàm quoniam linea $n d$ erit in superficie trianguli $a o h$ per 1 p 11: puncta enim d & n sunt in lineis $a o$ & $a h$: ergo & linea $n d$ est in superficie eadem cum illis: erit ergo punctus c in superficie trianguli $a o h$. Similiter etiam duo puncta a & u sunt in superficie huius trianguli $a o h$, ut patet ex præmissis: quoniam linea $h o$ secabat peripheriã circuli $z u$ in puncto u : sic enim uocauimus punctum illud. Tria ergo puncta, quæ sunt a & u & c sunt in superficie huius trianguli $a o h$: sed puncta a, b, c sunt omnia in superficie speculi: ergo tria puncta a, u, c sunt in linea communi superficiei speculi & superficiei $a n d$: sed hæc linea communis est linea recta per 90 th. 1 huius: sit enim sectio secundum axem speculi: ergo puncta a, u, c sunt in linea recta. Protrahatur ergo linea $a u$ rectè ad punctum c : & producat lineam $r z$ ultra punctum z : quæ secabit lineam $h o$ per 29 th. 1 huius: ideo quia lineæ $r z$ & $h o$ sunt in eadem superficie, & linea $r z$, quæ secat angulum $f z t$, secat angulum eius contrapositum, qui est $h z o$: ergo & basim illi subtensam, quæ est $h d$, necessariò secabit: secet ergo ipsam in puncto p . Est ergo punctus p in superficie trianguli $a o h$. Producat quoq; linea $a p$: & protrahatur ultra p : secabit ergo lineam $d n$ per 29 th. 1 huius: quoniam secat angulum $d a n$: secet quoq; ipsam in puncto g . Et quia punctus f nō est in superficie contingente pyramidem speculi transeunte per lineam $a z e$, sed obliquè incidit eidem, ut patet ex præmissis: est aut in superficie sectionis: & quoniam superficies sectionis nō est erecta super superficiem $a d e$ per 103 th. 1 huius: patet per 4 p 11 quia necessariò erit angulus $f e d$ acutus, quoniam angulus $a e f$ est rectus: angulus ergo $d e n$ per 13 p 1 est obtusus: ergo angulus $e d n$ est acutus per 32 p 1: cadit ergo in triangulo amblygonio, qui est $d e n$. Et sit linea $c x$ contingens sectionem in puncto c . Per ea ergo, quæ præmissa sunt in demonstratione 45 th. 5 huius, & etiã ex eo quoniam angulus $d c x$ est obtusus: palàm quod perpendicularis extracta ex puncto c super lineam $c x$ cōtingentem sectionem, secat angulum $d e x$: & quod cōcurrat cū linea $e d$ sub puncto d : hæc ergo perpendicularis secet lineam $e d$ productam ultra punctum d in puncto s : perpendicularis ergo extracta ex puncto n super lineam cōtingentem sectionem, secabit lineam $e d$ ultra punctum s remotius à puncto d , quàm sit punctus s : siue istæ perpendiculares cū linea $e d$ cōcurrant ultra circumferentiã sectionis, uel intra illam. Perpendicularis enim extracta à puncto n super lineam cōtingentem sectionem nō secabit angulum $d e x$, sicut linea perpendicularis ducta à puncto c secat angulum illū. Ut enim patet per 46 huius, & per 113 th. 1 erit illa perpendicularis remotior à linea $n e$, quàm sit linea $n d$: hæc ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est $a d$, in puncto altiori quàm sit punctum d : sit ergo perpendicularis extracta à puncto n super lineam contingentem sectionem in puncto s uæ incidentiæ linea $n q$: & linea $r e$ secat lineam $n o$ in puncto e , qui est punctus circumferentiæ sectionis, & est in ipsius superficie: & similiter linea $n q$ est in superficie sectionis. Si ergo linea $r e$, quæ est linea reflexionis, extrahatur in cōtinuum & directū: palàm quod ipsa secabit lineam $n q$ per 29 th. 1 huius: quoniam ipsa protracta secat angulum $q e n$: secabit ergo basim $q n$ in trigono $n e q$: sit ergo, ut secet ipsam in puncto y . Itē quia punctus e (quod est in superficie sectionis) est extra superficiem trigoni $a n d$, patet quod trigonū $a n d$ secabit superficiem sectionis: quia superficies $a n d$ nō est superficies sectionis: cū, sicut patet ex præmissis, punctus a sit extra superficiem sectionis, & linea $a e$ sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus e est in circumferentiã ipsius sectionis: est aut linea $n d$ cōmuni ambabus illis superficiebus, trigoni scilicet $a n d$ & sectionis. ergo per 19 th. 1 huius linea $n d$ est cōmuni sectio illarū superficieŕū, scilicet trigoni $a n d$ & sectionis, & linea $n q$ cōcurrat cū ipsa sectione ultra punctum c , ut supra declaratum est: ergo linea $n q$ est ultra superficiem trigoni $a n d$: sed linea $a p g$ est in ipsa superficie trigoni $a n d$: punctus ergo y (qui per 37 th. 5 huius est locus imaginis formæ puncti n , cū ipse sit cōmuni sectio lineæ reflexionis, quæ est $r e$, & catheti incidentiæ formæ puncti n , quæ est linea $n q$) erit ultra lineam $a p g$. Visu itaq; existēte in puncto r , & forma alicuius rei uisæ reflexa ad cētrū uisus in puncto r à linea longitudinis speculi, quæ est $z e$ (ut nūc in præcedentibus



dentibus ostensum est, quòd forma pñcti o reflectitur ad uisum existentem in puncto r à pñcto speculi z: & forma puncti n à puncto speculi e) tunc punctus p erit locus imaginis formæ puncti o per 37 th. 5 huius: quoniam ipse punctus p est cõmunis sectio lineæ reflexionis, quæ est z r, & catheti incidentiæ formæ puncti o, qui est linea o h: & punctus y est locus imaginis formæ puncti n: forma uerò puncti a uidebitur in suo loco proprio: quia est in uertice pyramidis: & erit imago lineæ a o n lineæ transiens per puncta a, p, y. Sed hæc linea est conuexa, quia punctum y est ultra lineam a p g: sit ergo illa linea imaginis curua, quæ est linea a p y. Iam autem patuit quòd formæ omnium punctorũ lineæ a n reflectantur ad uisum existentem in puncto r à linea lõgitudinis speculi, quæ est a e. Lineæ ergo reflexionum, per quas reflectuntur illæ formæ, sunt omnes in superficie trianguli r a e: omnes ergo imagines punctorum lineæ a n sunt in hac superficie: ergo linea a p y, quæ est conuexa, est in hac superficie: & punctus p, qui est locus imaginis formæ puncti o, est propior centro uisus, qui est punctus r, quã sit punctus y, qui est locus imaginis formæ puncti n: propter quod erit conuexitas huius imaginis respiciens centrum uisus: eritq; conuexitas parua. Et diameter huius imaginis (quæ diameter est linea a y) erit minor, quã sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter: erit aut̃ illius diuersitatis excessus in modica quantitate. Imagines ergo linearum, quæ extrahuntur ex uerticib. pyramidalium speculorum conuexorũ obliquè super axem speculi, cõprehenduntur à uisu in talib. speculis secundum lineam longitudinis suæ reflexe: & apparent conuexæ. Et hoc est propositum.

56. *Omnis forma lineæ rectæ equidistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi, uisu existente extra eius superficiem speculum equidistanter basi secantem, reflectitur ad uisum secundum oxygonias sectiones, imagoq; ipsius uidetur curua maxima curuitatis, cuius conuexitas est ad uisum. Alhazen 33 n 6.*

Esto speculum pyramidale conuexum: cuius uertex sit a: diameter basis b c: est ergo ipsius latitudo trigonũ a b c: sitq; centrum uisus d, & linea recta uisa sit e f æquidistans superficiẽ trigoni a b c, sitq; centrum uisus d extra superficiẽ, in qua linea e f existente per ipsam secaretur speculum equidistanter suæ basi. Dico quòd forma lineæ e f reflectitur ad uisum d secundum oxygonias sectiones speculi superficiẽ secantes. Non enim potest reflecti secundum lineam longitudinis speculi: quoniam tunc oporteret, ut cõcurreret cum axe speculi uersus uerticem per 41 huius, & quòd obliquè incideret eidem, cuius oppositũ dicit hypothesis: à superficiẽ uerò istorum speculorum secundum circulum non fit reflexio per 12 huius. Oportet ergo de necessitate, ut harum linearum reflexio cũ sit ad uisum, fiat secundũ oxygonias sectiones. Et quoniam catheti incidentiæ, quæ sunt perpendiculares super illas oxygonias sectiones, (quoniam sunt perpendiculares super lineas illas sectiones contingẽtes) cũ lineis reflexionum concurrunt non in eadẽ lineam æquidistante lineæ uisæ, sed in lineis diuersis: ideo imagines talium linearum sic dispositarum respectu superficiẽ istoꝝ speculorum uidetur curuæ: sicut de speculis columnarib. ostendimus in 53 huius. Sunt aut̃ imagines harũ linearum multũ curuæ, ita ut ipsarum curuitas sit manifesta sensui: sitq; centrum illarũ imaginum extra superficies, in quibus est conuexitas formarum harum linearum: fiuntq; diametri imaginum harum linearum multò minores ipsis lineis: quod accidit propter augmentum suæ curuitatis. Patet ergo propositum.



57. *Linearum rectarum superficiebus speculorum pyramidalium conuexorum non secundũ concursum cum uertice axis, neq; equidistanter latitudini speculi, sed inter hæc obliquè incidentium imagines sunt curuæ, diuersæ curuitatis secundum modum, quo plus participant sitib. extremis. Alhazen 34 n 6.*

Quod hic proponitur, satis euidẽtẽ habet causam. Lineæ enim rectæ applicatæ his speculis neq; secundum lineam longitudinis, ut in 41 & 55 huius, neq; equidistanter latitudini speculi, ut in præmissa: medio modo, secundum quod plus approximant uni situi uel alteri, participant modos curuitatis. Vnde illæ, quæ plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi, habent formas minus conuexas, quæ uerò plus approximant lineis æquidistantibus latitudini speculorum, habent formas magis manifestè conuexas: sed tortuosè tamen: quia, quæ appropinquant plus uertici speculi, habent formas strictiores & conuexiores, quæ uerò appropinquant plus basi speculi, habent formas ampliores: ueruntamen omnium illarum imaginum conuexitas erit manifesta. Patet ergo propositum.

58. *Omnis forma rei uise in speculis pyramidalib. conuexis uidetur pyramidalis, similis speculi pyramidalitati. Alhazen 35 n 6.*

Quod hic proponitur, patet per 40 th. 6 huius: quoniam ibidem monstratum est in speculis sphericis conuexis, quòd quantò minus fuerit illud speculum, tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius: & sic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erũt minores. Similiter quoq;

sectiones cadentes in aliquo speculo pyramidalis: illæ, quæ sunt propinquiores uertici, sunt minores & strictiores: & sic locus imaginis erit propinquior puncto, in quo cum axe speculi cõcurrunt perpendiculares ductæ super superficies, contingentes ipsa specula in punctis reflexionum oxygoniarum sectionum, à quarum punctis fit reflexio ad uisum: erunt ergo illæ imagines minores. Sectiones uerò oxygoniæ, quæ sunt propinquiores basi, habent contrariam dispositionem alijs superioribus, quoniam ipsæ sunt ampliores, ut patet per 116 th. 1 huius: unde loca imaginum sunt remotiora à puncto, in quo concurrunt prædictæ perpendiculares, ductæ super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum: fiunt ergo imagines maiores. Et propter hoc accidit, quòd imagines formarum uisarum in speculis pyramidalibus, conuexis fiunt pyramidales, similes pyramidalitati speculorum. Quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi, erit strictius: & quod fuerit propinquius basi, erit latius. Omnino enim forma rei uisæ, quæ comprehenditur per reflexionem ab aliquo speculorum facta, assimilabitur superficiei speculi, à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38 th. 5 huius. Reliquæ uerò omnes fallaciæ, quæ accidunt uisui ex speculis columnaribus, conuexis, accidunt etiam ex istis speculis pyramidalibus, conuexis: unde non est hic reiterationi talium immorandum. Econuerso etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in speculis his pyramidalibus, accidunt etiã in ipsis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum: quoniã oxygoniæ sectiones columnarum speculorum, quæ sunt eiusdem decliuitatis super axem columnæ, oēs sunt æquales: & pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi æquali in eodẽ situ respicienti basim speculi, quod non est in sectionibus oxygonijs pyramidarum, quæ, ut ostensum est p 116 th. 1 huius, omnes ad partem basis pyramidarum dilatantur, secundum quod circuli ipsas æquidistanter basibus secantes sunt maiores, qui circuli omnes in columnis sunt æquales. Patet itaq; propositum.

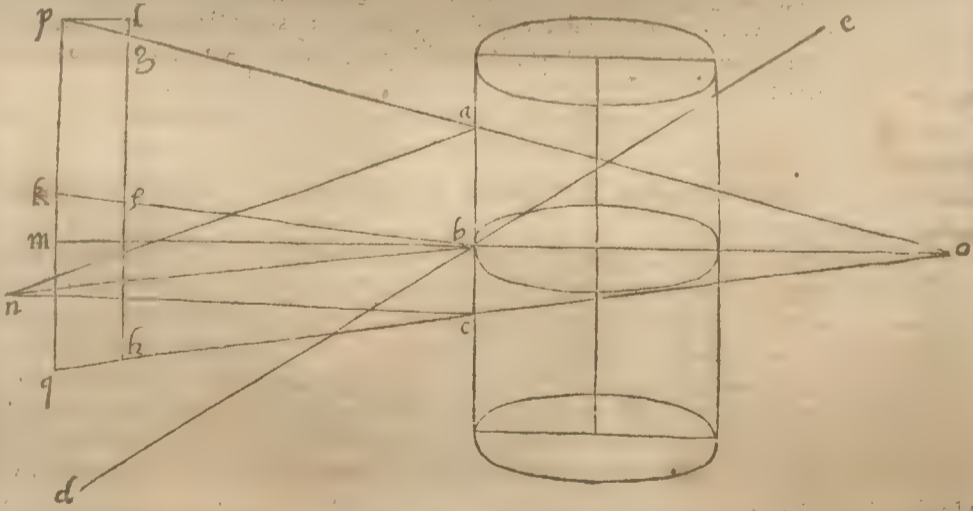
59. In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola: rei q; uise propinquioris imago uideatur maior. Alhazen 36 n 6.

Propositæ passionis aliæq; quæ plures cõmunes sunt his speculis columnaribus & pyramidalibus: & speculis sphericis conuexis: unde istarum passionum, sicut & aliarum communium, idem hinc inde demonstrandi est modus. Verum si in propositis his speculis fiat communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxygonia, quæ non accidit in speculis sphericis, cum in illis solùm sint circuli: tunc ex his, quæ in hoc nostro libro præmisimus, hic erit in ipsis sectionibus, ut illic in circulis, demonstrandum: patebitq; propositum ingenio diligenti.

60. Possibile est speculum columnare uel pyramidale cõuexum taliter fisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uise.

Sit speculum columnare cõuexum: cuius linea longitudinis sit a b c: quod erigatur sup basim suã in loco aliquo domus conuenienter amplæ, ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b, sit erecta super pauimentum domus: ducaturq; linea contingens speculum in puncto b perpendiculariter sup lineam a b: quæ sit d b e, quæ secundum puncta d & e tangat parietes domus: & illa puncta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies itaq; in qua est linea d b e (quæ est orthogonalis sup axem speculi), palã quoniã secat speculum secundum circulum p 100 th. 1 huius. Super punctum itaq; d parietis domus signato puncto f, ut propinquius cõuenienter possit fieri: ducatur à puncto f linea æquidistantis lineæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quãtitatis placuerit: quæ sit g f h: & eius medius punctus sit f: conuolueturq; linea f b: quæ producatultra punctum f trãs murum in punctum k: & perforetur paries secundum li-

neã g f h, ita quòd ex alia parte superficiei maris maior fiat excisio rimæ parietis q̄ uersus speculum, sicut consuevit fieri in fenestris domorum: si-



atq; totalis illa excisio rimæ secundum extensionem lineæ b f k: sitq; illa rima f k l. Et à puncto speculi, q̄ est b, ducatur linea erecta super superficiem speculi: quæ erit perpendicularis sup lineam d b e: quæeducta extra speculum sit b m. Angulo quoq; k b m fiat sup punctum b terminum lineæ m b angulus æqualis, q̄ sit m b n, ducta linea b n. A punctis quoq; g & h (quæ sunt extrema puncta lineæ g f h) ducantur lineæ ad speculum, quæ sint g a & h c: q; productæ cõcurrant in puncto o superficie circuli secantis speculum in puncto b: ducaturq;

ducaturq; linea b o: facta quoque tali reflectione lineæ b n per p i ut ipsa fiat æqualis lineæ b o. Dico quod si in puncto n ponatur centrum uisus, quod ad ipsum reflectetur forma lineæ g f h à lineæ longitudinis speculi, quæ a b c. Hoc autem patet per 30 huius. Forma quoq; totius lineæ g f h uidebitur extra speculum scilicet inter speculum & inter lineam g f h, scilicet citra punctum d lineæ d e contingentis speculum in puncto b, ut patet per 49 huius. Si itaq; lineæ o g & o h producantur trās murum in puncta p & q, & copuletur linea una, quæ sit p k q, in quam tabula aliqua depicta ordinetur ultra murum, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ sit uelut super lineam p k q, taliterq; disponatur, quod per uisum existentem in puncto n, uel citra illum uideri non possit forma depicta in tabula: uidebitur tamē uisu sic disposito imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuator potest siltere speculum pyramidale conuexū & centrum uisus per 41 & 49 huius. A speculis uerò sphericis conuexis ad eò regularis reflexio non fiet, ut à propositis speculis: patet ergo propositum. Secundū hunc itaq; modum studiosus percontator inuigilet: quoniam hoc, quod hic præmissimus in præsentī theoremate, exempli causa fecimus, ut ex huius libri 7 diffusionē, uia perquisitionis diuersi artificij pateat animę diligenti.

VITELLONIS FILII THURINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER OCTAVVS.



NOTIFICATIS aliquantulum passionibus speculorum planorum & conuexorum regularium, ut sphericorum, columnarium & pyramidalium: superest nunc, ut de speculorum concauorum proprietatibus aliqua conscribamus, sicut de illis, in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturalium formarum, uisuumque aspicientium deceptio multiformis. Specula uerò concaua regularia (prout in 5 huius scientiæ libro th. 8 declarauimus) sunt tantum tria, scilicet sphericum, columnare & pyramidale: inter quæ primò de sphericis concauis in præsentī libro tractabimus, utpote de illis, quorum passionēs ueluti simpliciores alijs, in reliquā concaua specula descendunt. Et quoniam principia communia his speculis sphericis concauis & sphericis conuexis, in principio 6 libri scientiæ huius præmissimus. ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus: ea tamen, quæ propria sunt his speculis, duximus explicanda.

DEFINITIO.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat: ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum: & secundum hoc totus situs partium imaginis, respectu situs partium rei uisæ uarietur.

THEOREMATA

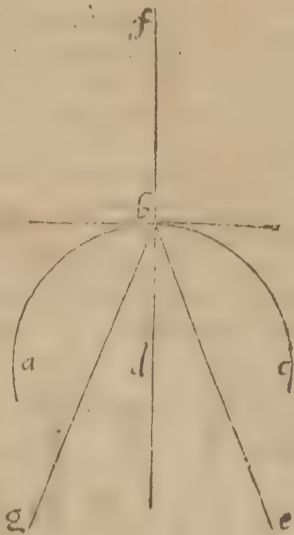
1. *Opposito uisui speculo spherico concauo: communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiæ concaue speculi erit circulus sphaera, quandoq; magnus, quandoq; minor illo.*

Quandoq; enim tota sphaeræ concauæ superficies uidetur, quandoque pars eius maior, quandoque minor, ut patet per 72 th. 4 huius. Secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiæ speculi uariatur. Cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphaerica: patet per 110 th. 1 huius quod ipsorum communis sectio semper est circulus. Hic ergo quandoque est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi: quandoque minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud. Patet ergo propositum.

2. *Communem sectionem superficiæ reflexionis & superficiæ speculi spherici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni sphaeræ esse: ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphaeram speculi concaui per æqualia.*

Huius propositi theorematis non est alia demonstratio, quàm quæ facta est supra in 1 th. 6 huius: ubi idem

ubi idem proponitur de speculis sphaericis conuexis. Et quia sphaerae concavitas sic respicit centrū, sicut & ipsius conuexitas, & superficies reflexionis est semper superficies plana erecta super superficiem speculi per 25 th. 5 huius: patet propositum: quoniam idem erit modus demonstrandi hic, qui supra. Esto enim speculum sphaericum concuum a b c: cuius centrū d: & sit centrum uisus g: reflectaturque forma puncti e ad uisum g à puncto speculi b. Dico quod superficiem reflexionis, quae est e b g, & superficiem speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphaeram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem per 12 p 11: hæc ergo cadet necessariò in ipsam superficiem reflexionis per 27 th. 5 huius, & eadem linea f b producta ultra punctū b necessariò transibit centrū sphaerae per 72 th. 1 huius, quod est d: producta quoque fit diameter sphaerae: ergo & circuli magni illius sphaerae. Et quoniam hæc diameter communis est superficiem reflexionis & ipsi sphaerae: palam ergo propositum.

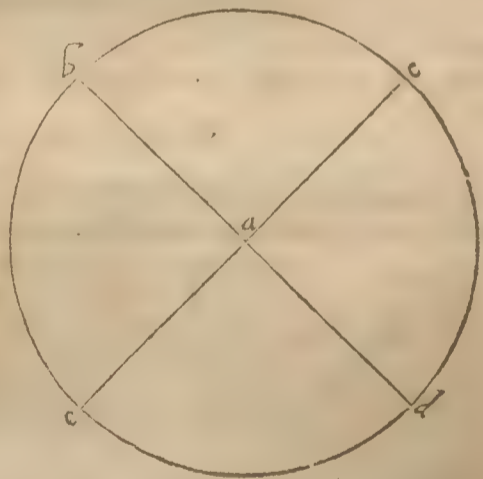


3. In omni superficie reflexionis à speculis sphaericis concavis, centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum uisum: terminumque diametri uisualis à centro uisus per centrum sphaerae ducta ad sphaerae superficiem, consistere est necesse. Alhazen 23. 45 n 4.

Cum superficies reflexionis contineat lineam incidentiae & reflexionis: palam quoniam continet punctum rei uisae, cuius forma reflectitur, & punctum reflexionis, à quo reflectitur, & centrum uisus, ad quod reflectitur. Et quoniam communis sectio superficiem reflexionis & superficiem speculi sphaerici concavi est circulus magnus per æqualia diuidens sphaeram per præmissam: palam quia in qualibet superficie reflexionis est centrum speculi: quia quaelibet ipsarū transit centrum sphaerae ipsius speculi, cum quaelibet illarum superficiem sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingentem per 25 th. 5 huius: sed per 1 p 11 producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphaerae, terminus illius diametri necessariò erit in eadem superficie cum alijs duobus suis punctis. Prædicta ergo quinque puncta necessariò sunt in omni superficie reflexionis, quae fit à propositis speculis. Et hoc est propositum.

4. Centro uisus uel puncto rei uisae in centro speculi sphaerici concavi existente: à quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum. Ex quo patet quod in hoc situ uisus non comprehendet nisi se tantum: & quod punctus rei uisae existens in centro speculi non reflectitur aliquo modo ad uisum. Euclides 24 th. catoptr. Ptolemaeus 1 th. 2 catoptr. Alhazen 44 n 4. Item 62 n 5.

Esto speculum sphaericum concuum, cuius centrum sit a: & signetur in ipso aliquis suorum magnorum circularum, qui b c d e: & centrū uisus sit in centro speculi, quod est punctum a. Dico quod à quocunque puncto fiet reflexio ad uisum: semper oportet ut reflectatur radius in seipsum. Dato enim quod à puncto b fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus: palam ergo per 72 th. 1 huius quoniam linea b a, quae est linea reflexionis, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b: sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21 th. 5 huius. Si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi: palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a. Dato enim opposito, sequitur angulū incidentiæ inæquale esse angulo reflexionis: quod est contra 20 th. 5 huius, & impossibile. Linea itaque a b reflectitur in seipsam, ut ipsa est facta linea b a. Et quoniam in hoc situ uisus, omnes lineae incidentes superficiem speculi, sunt semidiametri ipsius: palam quoniam omnes anguli incidentiæ sunt inter se æquales per 43 th. 1 huius: quia sunt anguli semicircularum. Reflectuntur ergo necessariò in seipsos: uidebiturque in tota superficie speculi forma aspicientis oculi una forma, & apud superficiem speculi apparebit: & nulla alia forma tunc uidebitur reflecti ad uisum. Et ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a, quod ipse uidebit se à quolibet puncto speculi dati perpendiculariter: & quod nihil aliud uidebit per reflexionem à superficie speculi: quoniam ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20 th. 1 huius. Similiter neque punctus rei uisae existens in centro uisus reflectitur ad uisum, sed solum in se ipsum: quoniam omnes lineae incidentiæ sunt perpendiculares super superficiem speculi: unde



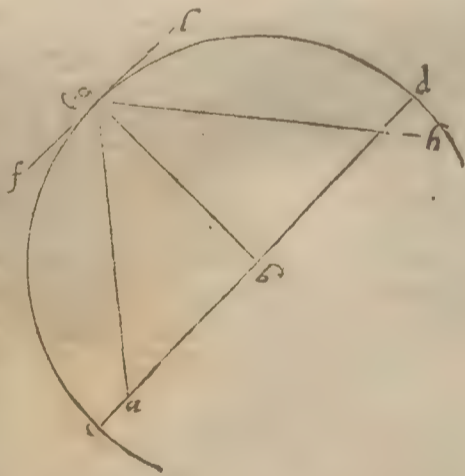
non reflectentur nisi in se ipsas. Et hoc est propositum. Et hæc quidem dicta sunt, non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutum fuerit in diametro sphaeræ speculi concaui, & in centro eius (cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam) tunc, ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portio circuli interioris lineas longitudinis pyramidis uisualis, quæ à centro speculi intelligitur protendi: quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculum super lineam à uisu declinatam, & necessariò reflectetur super illam lineam declinatam. Quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi: & ita non pertinget ad centrum uisus. Patet ergo propositum.

5. Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphaerici concaui extra centrum speculi: impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius puncti orû illius semidiametri obliquè speculo incidentem: reliqua uerò semidiametri est possibile. *Alhazen 63 n 5.*

Hoc, quod hic proponitur, euidenter declaratur. Si enim cætrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro: non comprehendet uisus formam alicuius puncti semidiametri, in qua est, obliquè speculo incidentem: quoniam angulus, quem efficiunt duæ lineæ, quarum una ducitur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductam: cum illa perpendicularis tédat ad centrû speculi, formam uerò alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus, obliquè speculo incidentem percipere potest uisus: utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum speculi productam. Hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum à linea incidentiæ & linea reflexionis contentum diuidat perpendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26 th. 5 huius. Ille ergo punctus poterit in speculo uideri: & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunq; diametris speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit. Quoniam centro speculi, ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis, & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus: à diuersis uerò circulis speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti. Patet ergo propositum.

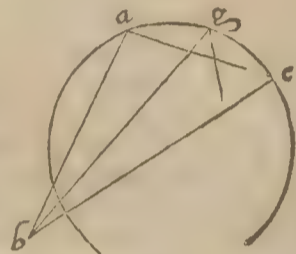
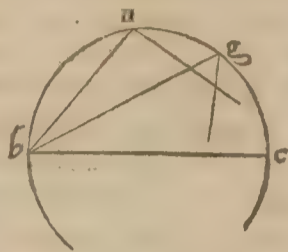
6. Posito uisu extra centrum speculi sphaerici concaui: à quolibet puncto speculi potest fieri forma alterius reflexio ad uisum, nisi solùm ab illo puncto, cui incidit diameter uisualis. *Alhazen 45 n 4.*

Esto per 2 huius communis sectio superficiæ reflexionis, & superficiæ speculi sphaerici concaui circulus magnus, qui sit $g d c$: cuius centrum sit b : & centrum uisus sit a : & ducatur à cætro uisus per b centrum speculi diameter uisualis: quæ sit $a b d$, incidens superficiæ speculi in puncto d . Dico quòd à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formæ puncti alterius rei uisibilis ad uisum a , nisi à solo puncto d . Sit enim datus alius punctus, qui sit g : ducaturque ad ipsum semidiameter $b g$: & continuetur linea reflexionis, quæ sit $g a$: & ducatur linea $f g l$ contingens circulum magnum speculi transeuntem puncta g, d, c . Palàm per 18 p 3 quia anguli $b g f$ & $b g l$ sunt recti. Patet etiam per 42 th. 1 huius quoniam angulus $b g a$ erit acutus: cadit enim linea $a g$ inter diametrum & lineam contingentem $f g l$, quæ est extra speculum, ubi cunq; ponatur esse cætrum uisus, siue intra siue extra circulum $g c d$. Constituatur quoque per 23 p 1 in eiusdem circuli superficiæ super lineam $l g$ ad punctum g angulus æqualis angulo $f g a$: qui sit $h g l$: erit ergo angulus $h g b$ æqualis angulo $b g a$. Et quoniam angulus contingentia est minimus angulorum per 16 p 3: palàm quòd ab angulo $b g l$ recto abscisso quocunq; angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutum angulum continens cadet intra circulum $g c d$: quoniam solus angulus contingentia cadit extra circulum. Posito itaque quocunq; puncto uisibili in linea $h g$: semper fiet reflexio formæ alicuius sui puncti ad uisum a . Et eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d dato demonstrandum. Sed & à puncto d fit reflexio. Cum enim linea $a d$ sit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto d : palàm quia linea $a d$ reflectitur in se ipsam per 21 th. 5 huius. Si ergo aliquid interponatur non diaphanum inter centrum uisus, quod est a , & punctum speculi d , nulla fiet reflexio ad uisum impediète medio: si uerò nullum tale interponatur, solius puncti superficiæ oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilq; aliud. Et hoc est propositum.



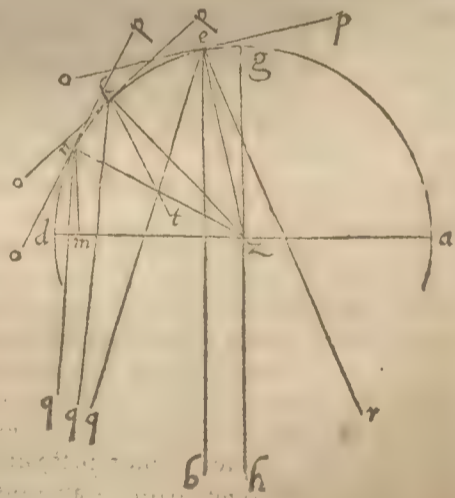
7. *In speculis sphaericis concavis si supra peripheriam uel extra ponatur centrum uisus: oculus non uidetur, nisi per diametrum speculi reflectatur. Euclides 25 th. catoptr.*

Sit speculi concavi sphaerici circulus magnus a b g: sitque centrum uisus in puncto b super speculi peripheriam: & ducantur lineae b a & b g non per centrum. Et quoniam angulus maioris portio- nis, ut patet per 43 th. 1 huius, est maior: angulus uero reflexionis sem- per debet esse aequalis angulo incidentiae, ut patet per 20 th. 5 huius: palam quia non fiet reflexio secundum lineam a b, sed fiet ad partem maioris anguli: & similiter est de puncto g: quoniam non fiet reflexio secundum lineam b g, sed ad partem anguli maioris per 33 th. 5 huius. Si enim forma puncti b a punctis a & g reflecteretur in se ipsam: tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctum g essent aequales: quod est impossibile, & contra 43 th. 1 huius: per diametrum tamen cuius- cunq; circuli magni totius speculi sphaerici concavi potest uisus inci- dens reflecti in seipsum: quoniam omnium semicircularu eiusdem cir- culi anguli sunt aequales per idem 43 th. 1 huius: sed tunc non fiet reflexio nisi unius puncti superficiei speculi diametraliter incidentis, ut secundum lineam b c: qui non percipitur, quia indiuisibilis est: & omne, quod uidetur, diuisibile est, quia sub angulo uidetur per 18 th. 3 huius: alij uero puncti incidetes oblique reflectuntur ad parte anguli maioris, & non perueniunt ad uisum, nisi illi, quorum reflexionis li- neae incidunt superficiei uisus, & figurantur in illo partium rei uisae si- tibus permutatis: quod autem non sic reflectitur, non uidetur. In his itaq; speculis sphaericis concavis, si supra peripheriam speculi ponatur centrum uisus, non uidetur oculus, nisi per diametrum speculi re- flectatur. Idem enim accidit, si extra peripheriam speculi propositi o- culus ponatur: & eodem modo demonstrandum: quoniam linearum inaequalitas naturam reflexio- nis non immutat per 20 th. 5 huius. Patet ergo propositum.



8. *Ab altera parte producta diametri extra circulum speculi sphaerici concavi uisu posito, siue in transversali diametro, siue extra illam, siue citra illam: nihil rerum in illa parte dispositarum possibile est uideri. Euclides 26 th. catoptr.*

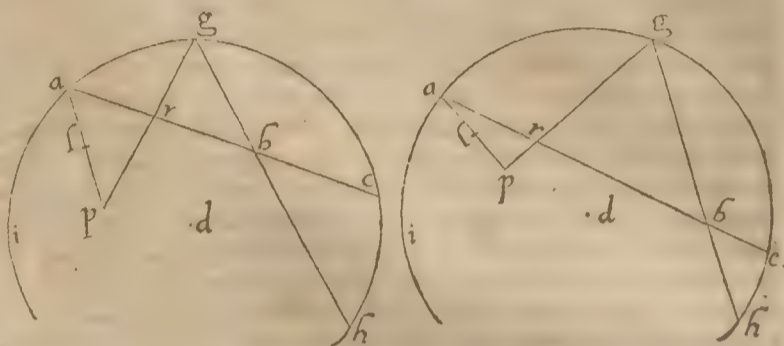
Esto communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concavi circulus a g d: cuius cen- trum sit z: & producatz semidiameter z g extra speculum ad punctum h: ducaturq; a centro z per r p r alia diameter perpendiculariter super lineam h g, quae a z d: & sit centrum uisus in puncto b ab altera parte diametri h g: & a puncto b ducatur linea equidistans lineae h g per 31 p 1, quae sit linea b e, incidens superficiei speculi in puncto e. Dico quod nulla rerum uisibilium positarum ab illa parte diametri h g, & lineae b e, in qua scilicet est uisus, potest uideri. Detur enim, si sit possibile, ut pun- ctus q ab illa parte positus ad uisum existentem in pun- cto b reflexus ualeat uideri: incidatq; forma puncti q ad punctum speculi, quod est e, producta linea inci- dentiae, quae sit q e: & a puncto e contingens circulum per 17 p 3: quae sit p e o: & ducatur linea e z. Si ergo for- ma puncti q a puncto speculi e reflectatur ad uisum exi- stentem in puncto b: palam per 20 th. 5 huius quoni- am angulus q e o erit aequalis angulo b e p: sed angu- lus b e p est maior angulo recto: quia per 18 p 3 est an- gulus z e p rectus: ergo & angulus q e o est maior re- cto: quod est contra 13 p 1. Palam ergo quod forma pun- cti q non reflectitur a puncto e ad uisum b. Sed neque ab aliquo alio puncto arcus e d: quoniam idem accidit impossibile. Sed super terminum lineae z e per 23 p 1 constituto angulo aequali angulo b e z, possibile erit punctorum lineae productae, quae sit r e, formas a pun- cto e reflecti ad uisum existentem in puncto b. Idem quoque patet uisu posito in puncto t citra diametrum a d, producta linea t k: uel posito ipso in puncto m diametri a d, ducta linea m n: copulatis quoque lineis z k, z n, & facta deductione ut prius. Patet ergo propositum.



9. *In concavis speculis sphaericis si inter centrum speculi & peripheriam fuerit punctum rei ui- sae: possibile est, ut quandoq; in centro unius uisus a diuersis punctis speculi lineae reflexionis con- currant. Euclides 6 th. catoptr.*

Sit speculum sphaericum concuum, cuius maior circulus sit a g: centrum quoq; sit punctus d: & sit pun-

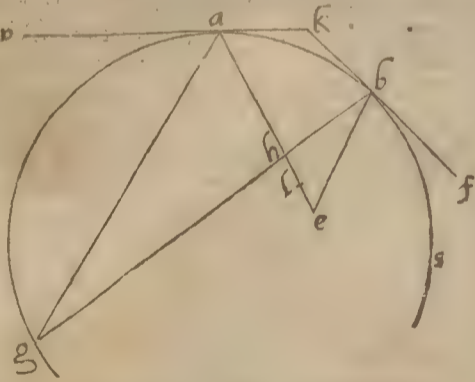
fit punctus rei uisæ b constitutus inter centrum d & peripheriam circuli a g: fiatq; reflexio formæ puncti b à puncto speculi, quod sit a: & à puncto speculi, quod est g. Dico quòd lineæ incidentiæ, quæ sunt b a & b g, possunt reflecti ad uisum existentem in puncto p: producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g ad aliam partem peripheriæ, quæ sint lineæ a c & g h. Hæ ergo lineæ aut sunt æquales, aut inæquales. Sint primò æquales: erit ergo arcus a g c per 28 p 3 æqualis arcui g c h: erit ergo per 43 th. 1 huius angulus portionis (qui est c a g) æqualis angulo portionis, qui est b g c: sed & angulus h g c est æqualis angulo p g a per hypothesim & per 20 th. 5 huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: & angulus c a g sit æqualis angulo l a i: relinquatur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablati, ut angulus h g p sit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus,



in quo lineæ p g secant lineam c a, punctus r: angulus ergo p r c per 16 p 1 maior est angulo p g h: ergo & angulo l a c. Quia ergo angulus p r a cū angulo p r c est æqualis duobus rectis per 13 p 1: patet quòd angulus p r a cum angulo r a l minor est duobus rectis: ergo per 14 th. 1 huius lineæ g p & a l concurrent: fit concursus punctus p. Si itaq; in pucto p ponatur centrum uisus: palam quòd ipse uidebit formam puncti b reflexam à duobus punctis speculi, quæ sunt a & g: similiterq; demonstrandum si lineæ a c & g h fuerint inæquales: ut si linea a c sit maior quam linea g h: tunc enim per 43 th. 1 huius angulus portionis, qui est c a g, erit maior angulo portionis, qui est h g c: remanetq; per modum, quo processimus prius, angulus h g p maior angulo c a l: fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r: ergo, ut prius, lineæ g p & a l concurrent: fitq; concursus punctus p: & est idem, quod prius. Quòd si linea a c fuerit minor quam linea g h: tunc per modum, quo usi sumus prius, erit angulus l a c maior angulo p g h: sed & angulus p r b maior est angulo p g h. Si itaq; angulus l a c sit minor angulo p r b, concursus fiet, ut prius, linearum a l & g p ad punctum p per 14 th. 1 huius. Si uerò angulus l a c sit maior angulo p r b: fiet idem per 14 th. 1 huius concursus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam speculi: unde tunc non fiet reflexio ad uisum. Similiter quoq; si angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b: tunc per 28 p 1 lineæ a l & g p æquidistant: In nullo ergo puncto concurrent. Nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quod est b, reflexio ad unum centrum uisus à duobus punctis speculi sphericis concaui. Patet ergo propositum.

10. Lineæ reflexionis à speculis sphericis concauis (puncto rei uisæ existente in peripheria speculi uel extra illam) nōnunquam in uno centro uisus à diuersis punctis speculi concurrunt. Euclides 5 th. catoptr. Ptolemaus 2 th. 2 catoptr.

Sit speculum sphericū concauum g a b s: fiatq; punctū rei uisæ g: quod sit constitutū in aliquo circumferentiæ puncto, quod sit etiā punctū g: fiatq; ut g punctum rei uisæ reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ sint puncta a & b: fiatq; reflexio formæ puncti g à puncto speculi b ad punctū e: & à puncto a ad punctū l. Dico quòd lineas reflexionū, quæ sunt b e & a l, possibile est concurrere. Ducantur itaq; lineæ contingentes speculum in punctis a & b: contingatq; ipsum lineam k a p in puncto a: & linea k b f in puncto b: & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b secent se in puncto h. Quia itaq; omnes anguli constituti super punctū b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a per 13 p 1, & per 20 th. 5 huius angulus e b f est æqualis angulo k b g, & angulus l a k æqualis est angulo p a g, & anguli cōtingentiæ omnes sunt æquales per 16 p 3: angulus uerò g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b s minoris portionis per 43 th. 1 huius: ergo angulus k b h maior est angulo p a g: ergo angulus e b f maior est angulo k a h propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20 th. 5 huius: palam ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g: sed angulus l a g est minor angulo g h l per 16 p 1: angulus ergo g h l est maior angulo g b e: sed angulus l h g cum angulo b h l ualet duos rectos per 13 p 1: ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis: ergo per 14 th. 1 huius lineæ a l & b e concurrent: fit concursus punctus e. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto e: patet quòd à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti g reflexio. Quòd si extra peripheriam

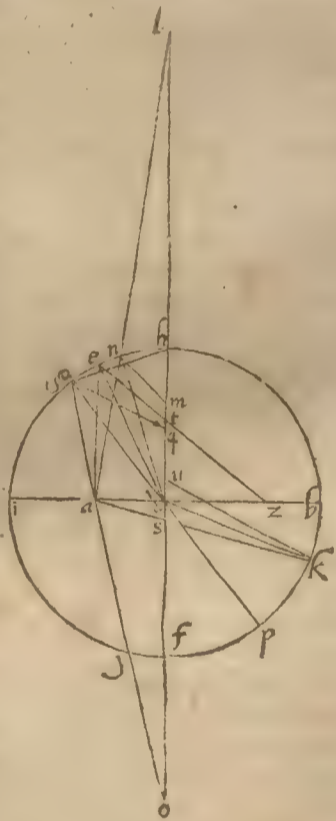


patet quòd à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti g reflexio. Quòd si extra peripheriam

riam ponatur punctus g, accidet hoc idem: & eadem est demonstratio. Non est tamen hoc uniuersale: quia possibile est non concurrere: ut si anguli g b e & g h l sint æquales uel maiores duobus re-ctis: tunc enim lineæ b e & a l non concurrent: uel si concurrant hoc erit retro speculum, ubi uisus constitutus retro speculum formas reflexas non poterit uidere. Patet ergo propositum:

II. Locus imaginum formarum à speculis sphericis concavis reflexarum quandoq; est in ipso puncto reflexionis: quandoq; est ultra speculum: quandoq; inter uisum & speculum: quandoq; in superficie ipsius uisus: quandoq; retro uisum. Alhazen 60 n 5.

Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundū cathetum suæ incidentiæ: tunc necessariò imago uidetur in ipsa superficie speculi, in puncto scilicet suæ reflexionis: quando uerò formæ obli-que incidunt superficiebus propositorū speculorum: tunc diuersificantur loca imaginū, ut propo-nitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus: & punctus d centrum speculi sphericæ concauæ: & ducatur superficies plana per hæc duo puncta, quæ erit superficies reflexionis: quoniã ipsa est or-thogonalis super quamlibet superficiem, contingentem speculum secundum punctū illum superfi-ciei speculi, cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi dati: & erit communis sectio illarum superficierum circulus magnus per 2 th. huius. Sit ergo ille circulus h b f g: & ducatur linea à centro uisus ad centrum speculi: quæ sit a d: & à puncto a ducatur ad circuli peripheriam linea maior quàm linea a d, quæ sit a e: & à puncto d ducatur ad circulum linea æquidistans lineæ a e: quæ sit d h: & producaturs linea a d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in puncta i & b, taliter ut compleatur diameter i a d b: & ducatur linea d e. Quia itaq; linea a e est maior quàm linea a d: pa-làm per 18 p 1 quoniam angulus a e d est minor angulo a d e: est ergo per 32 p 1 angulus a e d minor angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus: sed per 29 p 1 angulus e d h est æqualis angulo a e d: quia sunt coalterni: est ergo angulus e d h minor recto. Super punctum quoq; e lineæ d e fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t. Palàm itaq; quoniam linea e t ca-dit intra circulum. Quoniam si caderet extra circulum, fieret ille angulus aut rectus, si lineæ producta circulum cõtingeret, aut ob-tusus, si secaret: quod totū patet ducta lineæ cõtingente circulum in puncto e per 17 p 3: & quia hoc est impossibile, ut patet ex præ-missis: palàm quia lineæ t e cadet intra circulum, secabitq; lineam d h: sitq; punctus sectiõis r: & erit lineæ t e æqualis lineæ d r per 6 p 11 sunt enim anguli e d t & d e t æquales. Et quoniã angulus a d e ma-ior est angulo a e d per 18 p 1: palàm quia angulus a d e maior est an-gulo d e t: ergo per 14 th. 1 huius lineæ e t non æquidistat lineæ a b: concurrent ergo: sitq; punctus concursus z. Deinde à puncto a du-catur ad arcum e h lineæ a n: quæ cum concurrat cum lineæ a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h sibi æquidistantem producaturs, palàm per 2 th. 1 huius quia concurreret cum lineæ d h. Sit ergo pun-ctus concursus l: & ducatur lineæ d n: & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a per lineam m n, qui sit m n d. Et quia angulus d n a est acutus per 42 th. 1 huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in semicirculo est rectus per 31 p 3, omnis angulus cõtensus à quacūq; lineæ & termino diametri palàm quòd est acutus: cõcurreret ergo lineæ n m cū lineæ d h: sit con-cursus in puncto m. Ducatur etiam à puncto a lineæ ad arcum e i f, quæ sit a g: & ducatur lineæ d g: fiatq; angulus q g d æqualis angulo d g a. Et quoniam, ut prius, angulus d g a est acutus per 42 th. 1 hu-ius, erit etiã angulus q g d acutus: cõcurreret ergo lineæ g q cū lineæ d h: sit concursus in puncto q. Palàm quoq;, cum lineæ g a concu-rat cum lineæ a e, quoniam per 2 th. 1 huius concurreret cum lineæ d h illius æquidistante: sit concursus punctus o ex parte puncti f: angu-lus enim g a d est maior angulo e a d: ergo per 14 th. 1 huius ad par-tem minorum angulorum fiet concursus: secetq; lineæ g o periphe-riam circuli in puncto y: sitq; arcus g y maior arcu g h. Quòd autem lineæ g q cadat inter puncta d & h: palàm satis est ex præmissis: sed & idem patere potest ex hoc. Quia cum arcus, quæ secat lineæ g o ex circulo h b f g, (qui est arcus g y) sit maior arcu g h: producaturs lineæ g d ad peripheriam cir-culi in punctum p: eritq; arcus h p maior arcu y p: ergo per 33 p 6 erit angulus h g d maior angulo a g d: sed angulus q g d est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis: ergo angulus h g d est maior angulo q g d: lineæ ergo g q diuidit angulum h g d: ergo per 29 th. 1 huius diuidit & basim d h: cadet ergo punctum q inter puncta d & h. Item à puncto a ducatur ad arcum f b lineæ a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit lineæ k s maior quàm pars diametri, quæ est s d. Hoc autem facile per 7 p 3: ut si lineæ d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & lineæ a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctū d. Hac itaq; lineæ a k sic ducta, ducatur lineæ d k. Palàm ergo per 42 th. 1 huius quòd angulus d k a est acutus. Fiat ergo super punctum k terminū lineæ d k angulo d k a angulus



angulus æqualis, qui sit $d k u$. Cum itaq; per $18 p$ angulus $k d s$ sit maior angulo $d k s$: ideo quia linea $s k$ est maior quam linea $d s$: erit ergo angulus $k d s$ maior angulo $d k u$: palam ergo per $14 th. 1$ huius, quia linea $u k$ concurreret cū linea $d h$: sit ergo concursus in puncto u . Palam itaq; per $20 th. 5$ huius & secundum prædicta, quod forma puncti t à puncto speculi e reflectitur ad uisum, qui est in puncto a : cathetus quoq; incidentiæ formæ puncti t est linea $t d$, quæ per $72 th. 1$ huius est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquidistans lineæ reflexionis, quæ est $a e$: nunquam ergo concurreret cum illa. Apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis, quod est e . Forma uerò puncti z reflectitur similiter à puncto e ad uisum existentem in puncto a : cathetus quoq; suæ incidentiæ, quæ est $b z d$ ducta à puncto z per centrum speculi concurrat cum lineâ reflexionis, quæ est $a e$ in puncto a : locus itaq; imaginis formæ puncti z per $37 th. 5$ huius erit centrum uisus, quod est a . Forma uerò puncti m à puncto speculi, quod est n , reflectitur ad uisum a : & perpendicularis ducta à puncto m , quæ est cathetus incidentiæ, quæ in d , concurrat cum $a n$ lineâ reflexionis in puncto l , quod est ultra speculum: & forma puncti m habet locum imaginis in puncto l sub speculo. Forma uerò puncti q peruenit ad punctum speculi, quod est g , & ex puncto g reflectitur ad uisum a : & locus imaginis suæ est in puncto o , quod est ultra uisum. Et forma puncti u peruenit ad punctum speculi, quod est k , & reflectitur ad uisum in puncto a : & cathetus suæ incidentiæ, quæ est perpendicularis ab eo ducta trans centrum speculi d , est linea $u d$, concurrrens cum lineâ $a k$ lineâ reflexionis in puncto s : locus itaq; imaginis suæ est punctum s , quod est inter uisum & speculū. Palam itaq; ex prædictis quod imaginum à speculis sphericis concavis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi, ut in ipso puncto reflexionis: quædam uidentur ultra speculum: quædam inter uisum & speculum: quædam in superficie ipsius uisus: quædam citra uisum. Quod est propositum. Et si centrum uisus sit extra circumferentia speculi uel in circumferentia ipsius, idem accidit, & eodem modo est demonstrandum: quoniam semper linea $a e$ sit maior quam linea $a d$: & accidunt omnia, ut prius. Patet ergo, quod proponebatur.

12. Imaginum reflexarum à speculis sphericis concavis diuersa sit à uisu comprehensio, secundum suorum locorum propriam diuersitatem. Alhazen 61 n 5.

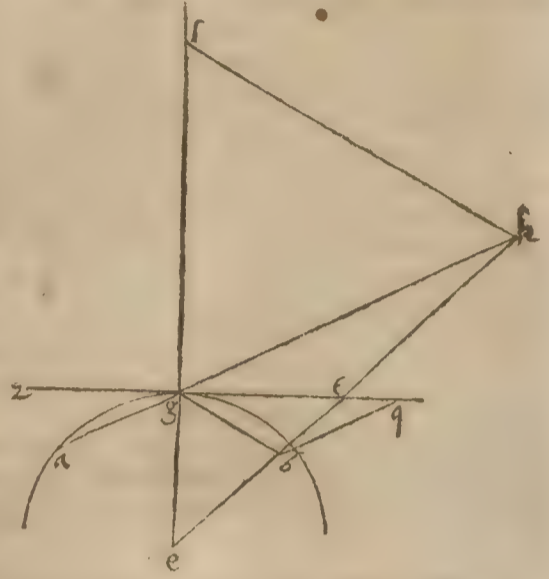
Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis. Cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l : aut inter uisum & speculum, ut in puncto s : tunc, quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, comprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uerò locus imaginis fuerit in puncto reflexionis: ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquidistat lineæ reflexionis: tunc enim locus imaginis est in puncto e : quia cum punctus e per $3 th. 2$ huius sit punctus naturalis diuisibilis, sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cum sit naturalis (sumpto in sui medio puncto intellectuali) erit imago cuiuscumq; illius puncti sensibilis pars, quæ fuerit ultra medium punctum sumptum, apparens ultra speculum, & imago partis alterius, quæ fuerit citra punctum medium, apparebit inter uisum & speculum. Et cum totalis forma secundum partes sui ulteriores superficie speculi & citiores uersus uisum semper uideatur una & continua, necessario forma illius puncti sensibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius speculi superficie, in puncto scilicet reflexionis: aliæ quoq; partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctum uidebuntur ab illo puncto declinare modo dicto: quædam ad uisum & intra speculum: quædam ultra speculum. Verum in imaginibus, quarum locus est punctus a , quod est centrum uisus, ueritas ipsarum non comprehenditur: unde sapius accidit error uisui in formis sic uisus. Ad huius autem maiorem euidenciam, ut non solum demonstratio, sed etiam experientia doceat, quod præmissus: erigatur super superficiem speculi spherici concavi stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit minor in medietate semidiametri speculi: & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus: & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior quam distantia centri uisus à diametro per stipitem transeunte: apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum: nec erit certa comprehensio formæ ipsius: imò apparebit quasi curua, cum tamen stipes sit formæ lineæ rectæ. Ex quo patet quod in his speculis non comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum, aut inter uisum & speculum, ut hæc parere possunt per experientia situm stipitis & uisus uariè diuersificantis: & accidit eidem, quod, cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, nō plenè comprehendet formam illius ligni. Patet ergo propositum.

13. In speculo spherico concavo est proportio catheti incidentiæ ad rectam à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut linea à puncto rei uisæ ad sinem contingentiæ ducta, ad lineam à sine contingentiæ ad locum imaginis productam. Alhazen 64 n 5.

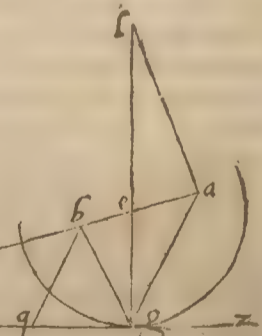
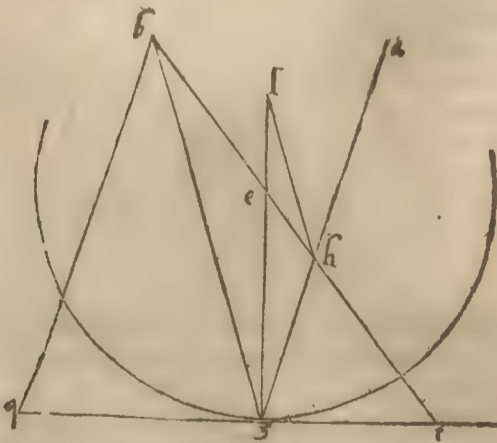
Esto speculum sphericum concuum, cuius centrum sit e : & sit b punctus rei uisæ: & sit a centrum uisus: & sit g punctus reflexionis: & contingat linea $z g$ circulū, qui est communis sectio superfici ei reflexionis & speculi, in puncto g : ducaturq; linea $e g$ à puncto reflexionis ad centrū speculi, & linea incidentiæ, quæ $b g$, & cathetus incidentiæ: quæ sit linea $e b$, quæ producta concurrat cum linea $z g$ in puncto t : concurreret autem per $14 th. 1$ huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per $3 huius$ & per $1 p. 11$, & cum per $18 p. 3$ angulus $e g z$ sit rectus, angulus uerò $g e b$ sit acutus. Sit ergo

Dd 2 punctus

punctus t finis contingentiae, ut patet è 6 defin. 6 huius. Educatur quoq; extra circulum linea reflexionis, quæ sit a g. Cathetus itaq; e b concurret cum a g linea reflexionis extra punctum g, qui est punctus reflexionis: & hoc ideo, quia lineæ e b & a g sunt duæ lineæ rectæ, quarum a g secat lineam z g in puncto g, & fit angulus a g t obtusus, quoniam angulus e g t est rectus: linea uerò e b secat lineam z g in puncto t, & fit angulus e t g acutus per 32 p 1. Non ergo concurrunt lineæ e b & a g in puncto g. Aut igitur lineæ a g & e b (cum non sunt æquidistantes, ut patet ex hypothesi) concurrent ultra punctum g: aut inter puncta g & a. Sit ergo, ut concurrant ultra punctum g: & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37 th. 5 huius. Dico quod est eadē proportio catheti e b ad lineam e h (interiacentem centrū speculi, & punctum concursus lineæ reflexionis & catheti incidentiæ, qui est locus imaginis) quæ est proportio lineæ b t (interiacentis punctū rei uisæ, & finem contingentiæ) ad lineam t h, quæ interiacet finē contingentiæ, & punctum concursus lineæ reflexionis cum incidentiæ catheto, qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est pūctus rei uisæ. Producat enim perpendicularis, quæ e g, ultra speculum: & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquidistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31 p 1: quæ necessariò per 2 th. 1 huius concurret cum producta linea e g: cum sua æquidistans, quæ b g, concurrat cum eadē. Sit punctus concursus l: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineæ g h, quæ, ut prius, necessariò concurret cum linea z t per 2 th. 1 huius, cum linea g h cōcurrat cum eadem: sit cōcursus punctus q.

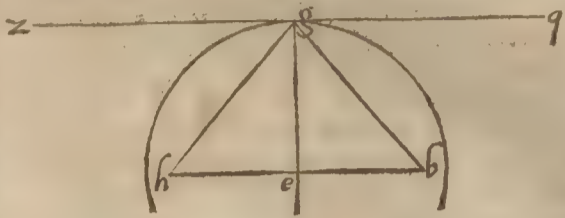


Et quoniam angulus b g e est æqualis angulo a g e per 20 th. 5 huius: sed angulus b g e est æqualis angulo g l h per 29 p 1, & angulus a g e æqualis est angulo l g h per 15 p 1: erit ergo angulus g l h æqualis angulo h g l: ergo per 6 p 1 erit linea l h æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q æqualis est angulo a g z: quia eū anguli e g z & e g q sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a sint æquales: remanent anguli residui æquales: sed & angulus a g z æqualis est angulo b q g per 29 p 1: angulus ergo b g q æqualis est angulo b q g: ergo per 6 p 1 linea b g est æqualis lineæ b q. Proportio itaq; lineæ b g ad lineam h l est, sicut lineæ b q ad lineam h g per 7 p 5: sunt enim antecedentia æqualia inter se & consequentia æqualia inter se. Quia uerò angulus g h t æqualis est angulo t h q per 29 p 1: per 15 p 1: sed & angulus h g t æqualis est angulo t q b per 29 p 1: ergo trianguli t q b & g t h sunt æqui anguli: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ q b ad lineam h g, sicut lineæ b t ad lineam t h: sed linea b q æqualis est lineæ b g: ergo per 7 p 5 est proportio lineæ b g ad lineam h g, sicut lineæ b t ad lineam t h: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ b t ad lineam t h, sicut lineæ b g ad lineam h l. Quia uerò p 29 p 1 trianguli h e l & b e g sunt æqui anguli: erit per 4 p 6 proportio lineæ e b ad lineam e h, sicut li-



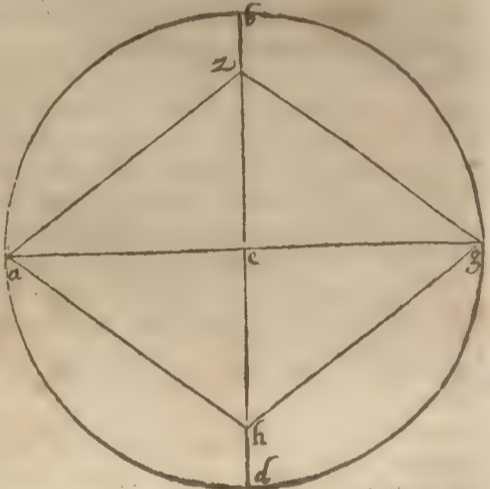
neæ b g ad lineam h l: ergo, ut prius, erit proportio lineæ e b ad lineam e h, sicut lineæ b t ad lineam t h: quod est propositū. Eadem quoq; est demonstratio, si locus imaginis fuerit inter a centrum uisus, & g punctum reflexionis: aut si fuerit in puncto a: aut ultra illū. Si uerò linea in puncto reflexionis speculū contingens, quæ est z g, non cōcurrat cum catheto incidentiæ, quæ est e b, sed sit ei æquidistans:

distans: ducatur à puncto contingentiae, quod est g, linea perpendicularis, quae sit g e, super lineam b h per 12 p 1: eritq; per 29 p 1 linea e g perpendicularis super lineam z g. Quia itaq; angulus b e g est aequalis angulo h e g: quia uterq; est rectus: & angulus b g e aequalis est angulo h g e per 20 th. 5 huius: palam per 32 p 1 quonia triangulus b g e aequiangulus est triangulo h g e: ergo per 4 p 6 est proportio lineae b e ad lineam e h, sicut lineae b g ad lineam g h: quod est propositum, ut prius. Non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiae quam punctus g, qui est punctus contingentiae. Similiterq; demonstrandum, si locus imaginis fuerit in ipso centro visus: tunc enim punctus m h, qui est concursus lineae reflexionis & catheti incidentiae, & est locus imaginis, sit idem cum puncto a: qui est centrum visus: nec oportet in illius demonstratione aliud adijci, nisi quia per 3 p 6 est proportio catheti b e ad lineam e a ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineae b g ad lineam g a: quonia linea g e diuidit angulum a g b per equalia per 20 th. 5 huius. Erit ergo, ut prius, proportio lineae b t ad lineam t a, sicut lineae b e ad lineam e a: quod est propositum. Et hoc est universale ad omnes modos imaginum ubicunq; visui occurrentium. Patet ergo propositum.



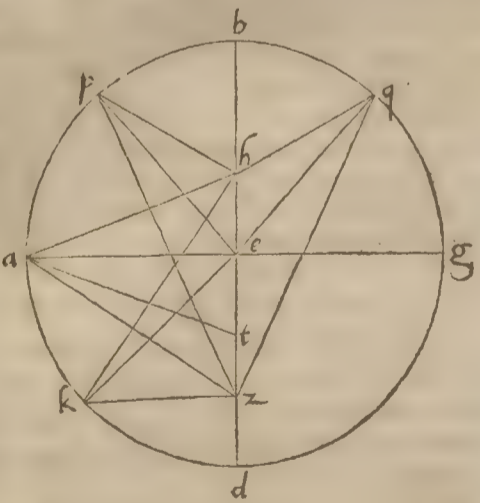
14. In speculis sphaericis concavis possibile est quandocq; reflexionem fieri secundum totam peripheriam unius circuli. *Alhazen 65 n 5.*

Sit circulus magnus speculi sphaerici concavi, qui a b g d: cuius diameter est b e d, & centrum e: si- gnenturq; super diametrum b e d duo puncta ex utraq; parte centri e: quae sint h & z aequaliter distan- tia à centro e: erunt ergo lineae h e & z e aequales. Ducatur quoq; à centro per 11 p 1 diameter g e a perpendiculariter super diametrum b d: & copulentur lineae h a & z a. Quia itaq; in trigonis h e a & z e a duo la- tera h e & z e sunt aequalia ex hypothesi, & linea e a com- manis, & utriusq; trigonorum anguli h e a & z e a sunt aequales, quia recti: palam per 4 p 1 quonia angulus h e a est aequalis angulo z e a: ergo per 20 th. 5 huius pun- cta h & z ad se invicem mutuò reflectuntur à puncto spe- culi, quod est a. Idem quoq; patet ductis lineis h g & z g: quonia istorum punctorum mutua reflexio fiet à puncto g. Si itaq; fixa diametro b d, imaginemur reuolui trigo- num a h z circa diametrum b d, linea trigoni (quae est h z) imanente fixa: tunc punctum a motu peruenit in punctum g, & exinde reuertetur ad locum suum primum, motuq; suo describet in concavitate speculi circulum, à quo to- tali fiet formarum punctorum h & z ad se invicem mutua reflexio: quonia ad quemcunq; punctum illius circuli ducantur lineae à punctis h & z, semper ducta semidia- metro à centro ad illud punctum, anguli ad punctum illius circuli erunt aequales: & ita ab illo pun- cto fiet reflexio per 20 th. 5 huius. Si ergo centrum visus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti z à tota peripheria illius circuli. Si tamen puncta h & z inaequaliter distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo, quem describit motu suo punctus reflexio- nis. Patet ergo propositum.



15. Duobus punctis in una diametrorum speculi sphaerici concavi se orthogonaliter secantibus, sub inaequali distantia à centro: impossibile est ab aliquo punctorum peripheriae semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum ad invicem fieri reflexionem: à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

Sit speculi sphaerici concavi circulus magnus, qui a b g d: cuius centrum e: secantq; se in ipso duae diametri or- thogonaliter, quae sint a g & b d: in quarum una, quae b d, sint duo puncta h & z inaequaliter distantia à centro e: sitq; h propinquius centro e, & z remotius: sitq; punctus h in semicirculo a b g, & punctus z in semicirculo a d g. Dico qd' ab aliquo punctorum semicirculi a d g non potest fie- ri istorum punctorum ad invicem reflexio. Sit enim, si possi- bile est, ut fiat à puncto z: & ducatur linea h a: abscinda- turq; à linea e z linea aequalis lineae h e p 3 p 1, quae sit e t: & ducatur linea t a. Palam ergo per 4 p 1 quia



Dd 3 angulus

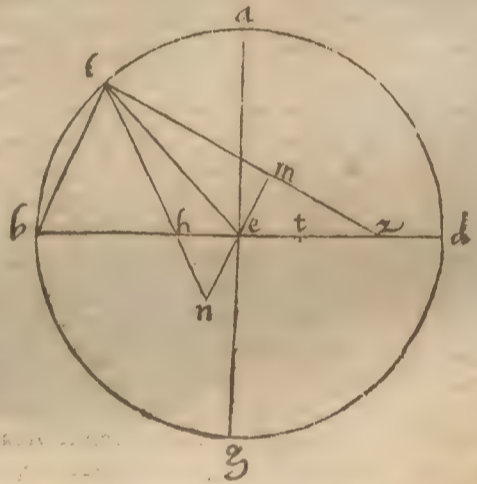
angulus h a e est equalis angulo t a e: sed angulus e a t p 29 th. 1 huius est minor angulo e a z: angulus ergo h a e est minor angulo z a e. Non ergo fiet punctorum h & z mutua reflexio à puncto speculi a per 20 th. 5 huius. Sed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, si possibile est, ut fiat istorum punctorum reflexio à puncto k peripheriæ semicirculi, qui a d g: & ducatur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; p 20 th. 5 huius anguli h k e, & z k e æquales: linea ergo k e dividit angulū h k e p æqualia: ergo p 20 p 6 erit proportio lineæ h k ad lineam k z, sicut lineæ h e ad lineam e z: sed linea e h est minor q̄ linea e z, ut patet ex hypothesi: ergo linea h k est minor q̄ linea h z: est autē linea h k maior q̄ linea k z: quoniam est maior q̄ linea e k per 19 p. 1. ut enim patet, angulus h e k est obtusus maior angulo h e a recto: sed linea e k est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̄ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̄ linea z k: & sequitur ex datis ipsam esse minorem: quod est impossibile. Non ergo fiet reflexio forma puncti h ad punctū z, uel e conuerso ab aliquo puncto arcus a k g. Ab aliquibus uerò punctis peripheriæ semicirculi a b g mutua reflexionem istorum punctorum fieri est possibile: quoniam est possibile esse aliquod punctum arcus a b, ut pote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p ad lineam h p, sicut lineæ z e ad lineam e h: ergo per 3 p 6 angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p: & similiter potest fieri in arcu b g. Patet itaq; quod proponebatur: quoniā ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

10. *Duobus punctis in una diametro speculi spherici superficiē concavi existentibus, sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarū ad minorem distantiam proportionē habeat, quā pars diametri interiaccētis ambo puncta, ad partē interiaccētē punctū cētro propinquius & speculum: impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mutua reflexionem.*

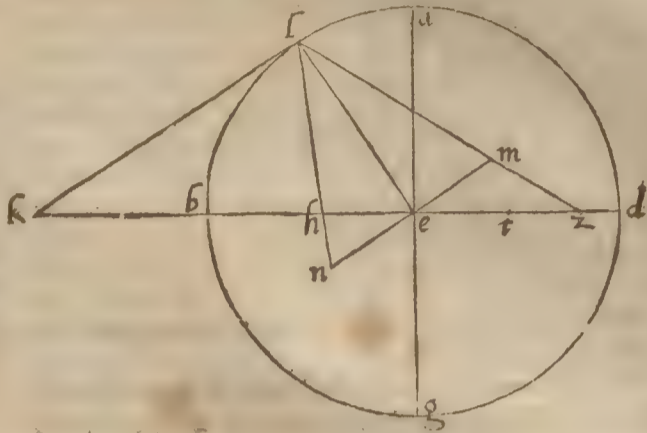
Sit speculi spherici concavi magnus circulus a b g d: cuius centrū e: & diameter b d: sintq; duo puncta z & h constituta super illam diametrum b d: quorum remotior à centro e sit punctus z, & propinquior punctus h: erit ergo linea z e maior quā linea h e: sitq; ipsarū excessus linea z t. Dico quod si proportio lineæ z t ad lineam t e, uel ad lineam h e fuerit, sicut lineæ z h ad lineam h b, qd' impossibile est reflexionē fieri ab aliquo puncto arcus a b g d. Patet enim per præmissam quod non potest fieri reflexio ab aliquo puncto arcus a b g d: sed neq; ab aliquo puncto arcus a b g. Detur enim, si sit possibile, ut fiat à puncto l arcus a b: & ducatur linea l b, & ipsi æquidistant ducatur à centro speculi per 31 p. 1, quæ sit linea m n: & ducatur lineæ l z, l e, & l h: secabit itaq; per 2 th. 1 huius lineam l z lineam m n: sit punctus sectionis m. Producat quoq; linea l h ultra punctū h, quæ similiter per 2 th. 1 huius secabit lineam m n: sit punctus sectionis n. Quia itaq; ex hypothesi est proportio lineæ z t ad lineam t e, sicut lineæ z h ad lineam h e: erit ergo per 18 p 5 coniunctim proportio lineæ z e ad lineam t e, uel per 7 p 5 ad lineam h e, sicut lineæ z b ad lineam h b: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ z e ad lineam z b, sicut lineæ h e ad lineam h b. Quia uerò lineæ b l & n e æquidistant: patet per 15 & 29 p. 1 quia trigona b l h & n h e sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ e a ad lineam b l, sicut lineæ e h ad lineam h b. Similiter quoq; trigona b l z & e m z sunt æquiangula per 29 p. 1, quia lineæ b l & e m æquidistant: erit ergo proportio lineæ e m ad lineam b l, sicut lineæ z e ad lineam z b: sed eadē est proportio lineæ e h ad lineam h b, quæ lineæ z e ad lineam z b: eadem ergo est proportio lineæ e n ad lineam b l, quæ lineæ e m ad eandem lineam b l. Quia ergo linearū n e & m e ad lineam b l eadem est proportio: ergo per 9 p 5 lineæ n e & m e sunt æquales. Quia itaq; angulus n l m diuiditur per æqualia per lineam l e, ut patet per 20 th. 5 huius: (sit enim reflexio punctorum h & z à puncto l) erit per 3 p 6 proportio lineæ l n ad lineam l m, sicut lineæ n e ad lineam e m: est ergo linea l n æqualis lineæ l m: linea uerò l e est communis ambobus trigonis l e n & l e m: ergo per 8 p. 1 anguli l e n & l e m sunt æquales: sunt ergo recti per definitionem angulorum rectorū: ergo per 29 p. 1 angulus b l e erit rectus: linea ergo b l contingit circulū, & cadit extra circulum per 16 p. 3: quod est impossibile: est enim ducta secās circulū per 2 p. 2. Non ergo fiet reflexio à puncto l. Sequitur autem magis impossibile, si sit proportio lineæ z t ad lineam t e, sicut lineæ z h ad aliquam lineam minorem lineam h b. Patet ergo propositum: quoniā de quolibet dato puncto est penitus eodem modo deducendum.

17. *Centro uisus & puncto rei uise existentibus in una diametro speculi spherici concavi, & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionē habeat, quā pars diametri interiaccētis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiaccētē punctum centro propinquius & peripheriam, fiet reflexio: possibileq; est punctum reflexionis inueniri.*

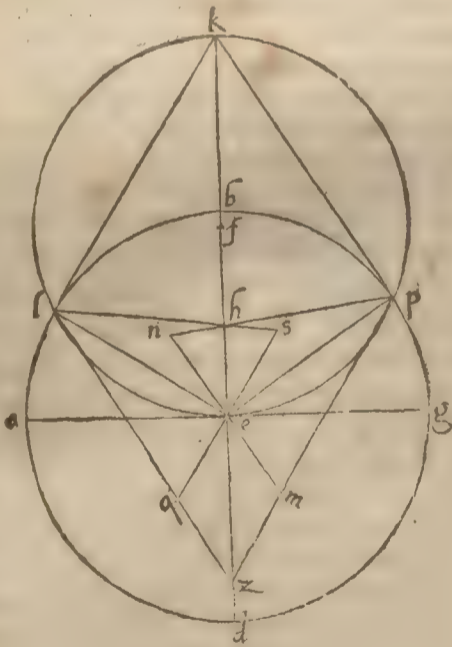
Sit speculi spherici concavi maior circulus a b g d: cuius centrum e: & diameter sit b d: in qua sit centrum



centrum uisus, quod sit z: & punctus rei uisæ, qui sit h: distetq; centrum uisus z plus à centro speculi, quod est e, quàm punctus rei uisæ, qui est h: sitq; proportio excessus distantie maioris, quæ est ze, ad minorem, quæ est he, sicut partis diametri inter puncta data cadentis, quæ est zh, ad lineam maiorem parte diametri, quæ est inter pũctum h & peripheriam, quæ est hb. Dico quod in hoc situ fiet reflexio: & quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Ducatur enim, diameter a g orthogonaliter super diametrum b d. Et quia linea z e est maior quàm linea h e: sit linea e t æqualis lineæ h e per 3 p 1: erit ergo linea z t excessus lineæ z e super lineam h e: quæ ergo est proportio lineæ z t ad lineam h e, eadem sit per 3 th. 1 huius proportio lineæ z h ad aliam lineam, quæ sit h k eritq; ex hypothesi lineæ h k maior quàm linea h b: cadet ergo pũctum k extra peripheriam circuli. A puncto itaq; k ducatur linea contingens circulum a b g d per 17 p 3, quæ sit kl, contingens circulum in puncto l: & copulentur lineæ lz, & lh, & le: & à puncto e per 31 p 1 ducatur linea æquidistans lineæ k l: quæ sit n m secans lineam lz in puncto m: & linea lh producat: hæc ergo per 2 th. 1 huius concurreret cum lineam e n: quia concurrir cū eius æquidistante, quæ est linea l k: sit punctus concursus n. Quia itaq; est proportio lineæ z h ad lineam h k, sicut lineæ z t ad lineam e h, uel ad eius æqualem lineam, scilicet t e per 7 p 5: erit per 18 p 5 coniunctim proportio lineæ z k ad lineam h k, sicut lineæ z e ad lineam t e: eritq; permutatim per 16 p 5 proportio lineæ z k ad lineam z e, sicut lineæ h k ad lineam t e, uel ad eius æqualem lineam h e. Est autem proportio lineæ k h ad lineam e h, sicut lineæ k l ad lineam e n per 4 n 6: quoniam trigona h l k & h n e sunt æquiangula per 29 p 1: ideo quia lineæ k l & n e sunt æquidistantes. Proportio uerò lineæ k z ad lineam e z, est sicut proportio lineæ k l ad lineam e m per 4 p 6: quoniam trigona k l z & e m z sunt æquiangula per 29 p 1, quia linea e m æquidistat lineæ k l. Lineæ itaq; n e & m e ad lineam k l eandem habent proportionē: quoniam ex hypothesi est proportio lineæ k z ad lineam z e, sicut lineæ k h ad lineam h e: ergo per 9 p 5 lineæ e n & e m sunt æquales: lineæ uerò l e est cōmunis duobus trigonis l e n & l e m, & anguli l e n & l e m sunt æquales, quia sunt recti per 29 p 1, angulus enim k l e est rectus per 18 p 3: ergo per 4 p 1 duo anguli z l e & e l h sunt æquales. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti h reflectitur ad punctum z, uel econuerso, à puncto speculi, quod est l. Patet ergo propositum. Oiteusum est enim quia fit reflexio mutua datorum punctorū in hoc situ: & inuentus est punctus reflexionis: quod proponebatur. Ex his itaq; manifestum est, quod si linea e z fuerit maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k z ad lineam z e, sicut lineæ k h ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphericis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor quàm linea e k, fiet mutua reflexio punctorū h & z adinuicem à duobus punctis cōmunis sectionis circuli speculi & circuli, cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui sit b: & super cẽtrum e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e b, qui sit a b g d: sitq; in speculo spherico concauo: & diuidatur linea e k per æqualia in puncto f per 10 p 1: fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k: hic ergo secabit circulum a b g d in duobus pũctis per 10 p 3, quæ sint puncta l & p. Dico quod punctorum h & z mutua reflexio fiet à punctis l & p. Ducatur enim lineæ k l, k p, e l, e p: erit ergo angulus k l e rectus per 31 p 3: ergo per 16 p 3 linea k l contingit circulum a b g d, cum sit perpendicularis super semidiametrum ipsius, quæ est e l. Ducta itaq; à puncto e linea n e m æquidistans lineæ k l, demonstrabitur ut prius, quoniã puncta h & z mutuo reflectentur adinuicem à puncto l. Similiter quoque ductis lineis z p & h p, & linea q e s æquidistante lineæ k p: nam eadē est demonstratio hinc inde. Semper enim anguli incidentiæ & reflexionis ad puncta l & p sunt æquales. Patet etiam ex præmissis quod si linea incidentiæ uel reflexionis, quæ est h l, sit perpendicularis super lineam e k, quoniã linea z l necessario circulum cōtingit, cuius diameter est linea e k: efficiatq; tunc angulus z l h maximus illorū angulorum, secundū quos in hoc situ



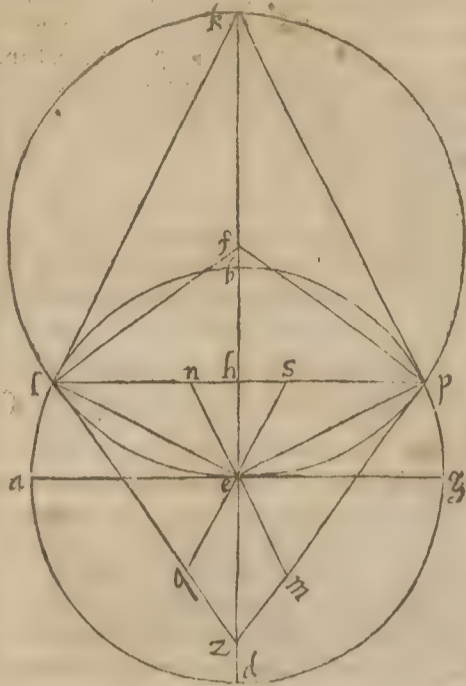
maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k z ad lineam z e, sicut lineæ k h ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphericis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor quàm linea e k, fiet mutua reflexio punctorū h & z adinuicem à duobus punctis cōmunis sectionis circuli speculi & circuli, cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui sit b: & super cẽtrum e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e b, qui sit a b g d: sitq; in speculo spherico concauo: & diuidatur linea e k per æqualia in puncto f per 10 p 1: fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k: hic ergo secabit circulum a b g d in duobus pũctis per 10 p 3, quæ sint puncta l & p. Dico quod punctorum h & z mutua reflexio fiet à punctis l & p. Ducatur enim lineæ k l, k p, e l, e p: erit ergo angulus k l e rectus per 31 p 3: ergo per 16 p 3 linea k l contingit circulum a b g d, cum sit perpendicularis super semidiametrum ipsius, quæ est e l. Ducta itaq; à puncto e linea n e m æquidistans lineæ k l, demonstrabitur ut prius, quoniã puncta h & z mutuo reflectentur adinuicem à puncto l. Similiter quoque ductis lineis z p & h p, & linea q e s æquidistante lineæ k p: nam eadē est demonstratio hinc inde. Semper enim anguli incidentiæ & reflexionis ad puncta l & p sunt æquales. Patet etiam ex præmissis quod si linea incidentiæ uel reflexionis, quæ est h l, sit perpendicularis super lineam e k, quoniã linea z l necessario circulum cōtingit, cuius diameter est linea e k: efficiatq; tunc angulus z l h maximus illorū angulorum, secundū quos in hoc situ



maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k z ad lineam z e, sicut lineæ k h ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphericis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor quàm linea e k, fiet mutua reflexio punctorū h & z adinuicem à duobus punctis cōmunis sectionis circuli speculi & circuli, cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui sit b: & super cẽtrum e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e b, qui sit a b g d: sitq; in speculo spherico concauo: & diuidatur linea e k per æqualia in puncto f per 10 p 1: fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k: hic ergo secabit circulum a b g d in duobus pũctis per 10 p 3, quæ sint puncta l & p. Dico quod punctorum h & z mutua reflexio fiet à punctis l & p. Ducatur enim lineæ k l, k p, e l, e p: erit ergo angulus k l e rectus per 31 p 3: ergo per 16 p 3 linea k l contingit circulum a b g d, cum sit perpendicularis super semidiametrum ipsius, quæ est e l. Ducta itaq; à puncto e linea n e m æquidistans lineæ k l, demonstrabitur ut prius, quoniã puncta h & z mutuo reflectentur adinuicem à puncto l. Similiter quoque ductis lineis z p & h p, & linea q e s æquidistante lineæ k p: nam eadē est demonstratio hinc inde. Semper enim anguli incidentiæ & reflexionis ad puncta l & p sunt æquales. Patet etiam ex præmissis quod si linea incidentiæ uel reflexionis, quæ est h l, sit perpendicularis super lineam e k, quoniã linea z l necessario circulum cōtingit, cuius diameter est linea e k: efficiatq; tunc angulus z l h maximus illorū angulorum, secundū quos in hoc situ

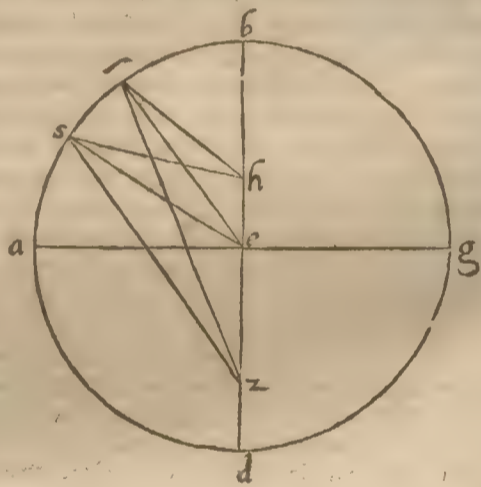
Dd 4. potest

potest fieri reflexio. Ducatur enim à puncto f, quod est centrum circuli k l e p, linea fl: erit per 5 p 1: angulus fl e equalis angulo fel: sed angulus fe l est equalis duobus angulis e z l, & e l z per 32 p 1, cū sit illis extrinsecus in trigono z e l: angulus ergo fl e est equalis duobus angulis e z l, & e l z: sed angulus e l z est equalis angulo e l h ex præmissis: remanet ergo angulus fl h equalis angulo e z l. Sit quoq; angulus h l z communiter additus utrobique: erit ergo angulus fl z equalis duobus angulis e z l & h l z: sed quia angulus h l z ex hypothesi est rectus: patet per 32 p 1 quod illi duo anguli (qui sunt h l z & h z l) sunt æquales uni recto. Angulus ergo fl z est rectus. Linea ergo l z contingit circulum k l e p per 16 p 3. Sequitur ergo idem, quod prius. Et hoc est norandum, quod in hac dispositione cætri uisus & ipsorum uisibilium semper locus imaginis est in centro uisus per 37 th. 5 huius: quoniam, ut patet, ibi concurrunt cathetus incidentiæ cum linea reflexionis: patetq; ex præmissis, quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis: imò puncta duo, quæ sunt inter sectiones duorum circulorū. Patet ergo propositum.



18. Duorum punctorum in eadem diametro speculi spherici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis: easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

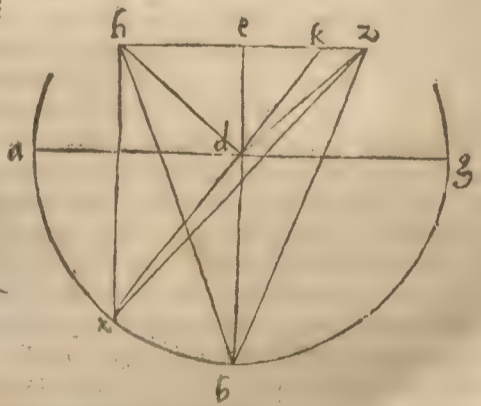
Sit dispositio, quæ in figuris proximis: reflectaturq; forma puncti h ad punctum z à puncto speculi l. Dico quod impossibile est, ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiusdem quartæ circuli, quæ est b a, quam à puncto l. Sit enim, si possibile est, ut fiat à puncto s eiusdem quartæ: & ducantur lineæ z l, h l, z s, h s, e l, e s. Quia itaq; angulus z l h diuisus est per æqualia per lineam e l: patet per 3 p 6 quia est proportio lineæ z l ad lineam l h, sicut lineæ z e ad lineam e h. Similiter quia angulus z s h diuisus est per æqualia per lineam e s: erit per 3 p 6 proportio lineæ z s ad lineam s h, sicut lineæ z e ad lineam e h: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ z s ad lineam s h, sicut lineæ z l ad lineam l h: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ z s ad lineam z l, sicut lineæ s h ad lineam l h: sed linea z s est minor quam linea z l per 7 p 3: ergo linea s h est minor quam linea h l: quod est contra eandem 7 p 3: quoniam est linea s h propinquior centro speculi, quod est e, quam linea h l. Et quoniam de quolibet puncto arcus a b potest eadem fieri deductio: patet ergo quod nō potest fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio quam à puncto l. Similiter quoq; demonstrandum est in quarta circuli, quæ est b g, nō ab illius aliquo puncto fiat reflexio. Patet ergo propositum.



19. Centro speculi spherici concaui existente extra lineam connectentem cætrum uisus, & punctum rei uise in diametris diuersis existentia, & equaliter distantia à centro speculi: ab uno tantum puncto semicirculi, in cuius semidiametris illa puncta non consistunt, fit reflexio ad uisum.

z h

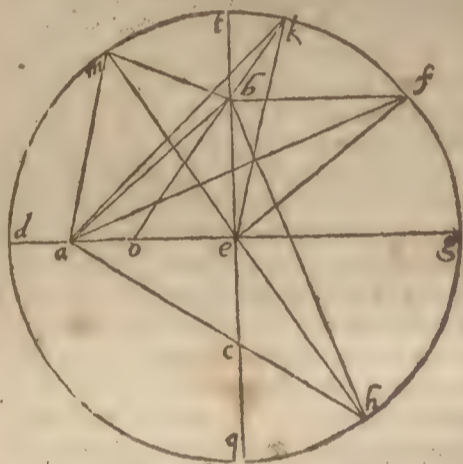
Sit speculi spherici concaui circulus a b g: cuius centrum sit d: diameter a g: & semidiameter d b orthogonally erigatur super diametrum a g: sitq; centrum uisus punctum z: & punctus rei uise sit h: & ducatur linea z q secans productam semidiametrum d b in puncto e, ita quod centrum speculi d sit inter lineam z h & superficiem speculi, à qua fit reflexio: distentq; puncta z & h æqualiter à puncto d, qd est centrum speculi: ppter qd erit linea b d e perpendicularis sup lineam z h p 8 p & 10 def. 1. Dico quod forma puncti h reflectitur ad uisum z ab uno tantum puncto



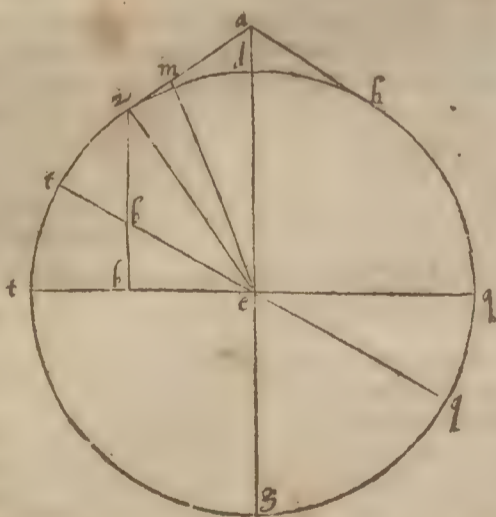
puncto semicirculi a b g, quod est b. Ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h. Et quia per 3 p 3 linea b d e diuidit lineam h z per æqualia: patet quod duo latera b e & e h sunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h & b e z sunt æquales, quia recti: ergo per 4 p 1 patet quoniam anguli z b e & h b e sunt æquales. Fit ergo per 20 th. 5 huius reflexio formæ puncti h à puncto speculi b ad centrum uisus, quod est z. Dico itaque quod non potest ab aliquo alio puncto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur, quod fiat à puncto t: ducantur lineæ z t & t h: & à centro d ducatur ad punctum reflexionis t linea d t: quæ producta ad lineam z h secet ipsam in puncto k. Quia itaque per 20 th. 5 huius linea k t diuidit angulum z t h per æqualia: patet per 3 p 6 quoniam est proportio lineæ z t ad lineam t h, sicut lineæ z k ad lineam k h: sed linea z k est minor quàm linea z t: ergo & minor quàm linea k h. Erit ergo linea z t minor quàm linea t h: sed per 7 p 3 linea z t est maior quàm linea z b; & linea h b maior quàm linea h t: erit ergo linea z b minor quàm linea h b, quod est contra præmissa & contra 4 p 1. Non ergo reflectetur forma puncti h ad centrum uisus existens in puncto z à puncto speculi t. Similiter quoque demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g. Patet ergo propositum.

20. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni speculi spherici cõcaui: possibile est reflexionem fieri ab aliquo puncto arcu interiacentiũ diametros circuli transeuntes per illa puncta: non autem ab aliquo puncto arcuum aliorũ. Alhaz. 66 n 5.

Circulus (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi spherici cõcaui) sit d g t q: & sit a centrum uisus intra speculum sphericum cõcauum: & sit e centrum speculi: & sit b punctus rei uisæ: & ducatur diameter d a g per centrum uisus a: & ducatur diameter t q, ut contingit. Dico quod si fuerit b punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a ab aliquo puncto semicirculi d e g, & ab aliquo puncto semicirculi sibi oppositi, qui est d q g. Ducatur enim à puncto b rei uisæ ad aliquo punctum semicirculi g t d arcus quartæ t d, qui sit punctus m, linea incidentiæ, quæ sit b m: & ducantur lineæ b a & m a: & ducatur semidiameter e m, quæ quia diuidit



basim a b trigoni a m b, diuidit ergo angulum b in a p 29 th. 1 huius. Producatur ergo semidiameter m e ad partem circũferentiæ, quæ opponitur puncto m, in punctũ, qui sit punctus h, arcus g q: & ducatur lineæ b h & a h: secabit quoq; linea a h diametrum t q. Sit, ut secet ipsam in puncto c: & linea h b secabit eandem diametrum t q in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c ex diuersis partibus cẽtri e: linea ergo e h diuidet angulũ a h b per 29 th. 1 huius, quoniam diuidit basim ei subtensam, quæ est b c. Dico itaq; quod forma puncti b potest reflecti ad uisum a ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt puncta a & b, qui est arcus t d: & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi, interiacentis alias semidiametros illis conterminales, quæ sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est q g: & q d non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile: sumatur tunc aliquis punctus arcus g t, qui sit k, propinquior puncto t: & ducatur lineæ a k & k b: & producatur linea

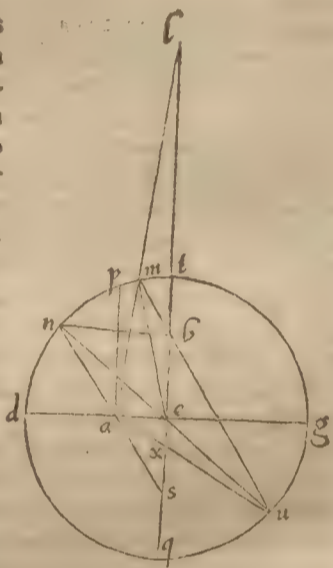


k b, donec cadat sup diametrum d g in punctũ o: cadet autem per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus b e d est rectus, & angulus k b t est acutus: & oēs illæ lineæ sunt in eadẽ superficie. Quoniam ergo puncta o & a sunt in eadẽ partem centri circuli, qd est e, patet quod perpendicularis ducta à puncto k ad centrũ e, nõ diuidit angulũ o k a: & ita forma puncti b nõ potest reflecti ad uisum a à puncto speculi, quod est k. Similiter sumpto alio puncto, quod sit f, ita ut linea b f sit equidistans diametro d g, uel quod angulus f b t fiat obtusus. Semper enim tunc patebit quoniam perpendicularis e f non diuidet angulum b f a per 29 th. 1 huius: quoniam cadet extra a b basim trigoni a b f. Non ergo potest reflecti forma puncti b ad uisum a à puncto speculi f: ergo neq; ab aliquo puncto arcus oppositi arcui g t, qui est arcus d q. Eodem quoq; modo demonstrandum, si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi aut extra speculum: dum tamen punctum a, quod est centrum uisus, sit intra speculum: & idem erit modus probandi. Similiter quoq; si punctus a centrum uisus fuerit in superficie specu-

ficie speculi, & punctus b fuerit interius uel exterius, idem est probandi modus. Si etiam centrum uisus a fuerit extra speculum, & punctus b rei uisæ fuerit intra speculum: patet idem, quod propositum est. Ducantur enim à puncto a centro uisus lineæ contingentes circumulum gt d per 17 p 3, quæ sint lineæ a h & a z: & ducantur duæ diametri, unâ uisualis, quæ sit a e g, & alia, quæ sit t e q: & sit b punctus rei uisæ in diametro t e q. Palàm itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma puncti b ad uisum a ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t z: quia impossibile est, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus z d: quoniam ille arcus cadit sub puncto contingentie, & etiam propter inæqualitatem angulorum: quoniam per 18 p 3 angulus e z a est rectus, & angulus b z e per 42 th. 1 huius est minor recto, cui fiunt inæquales omnes anguli constituti super lineam z a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g (qui est oppositus arcui t d) potest fieri reflexio formæ puncti b ad uisum existentem in puncto a: sed ab arcu t g uel d q nulla fiet reflexio propter supradicta: similiterq; permutato puncto b in aliam diametrum, quæ sit eadem diameter t q, idem accidit, quod prius. Patet ergo propositum.

21. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi spherici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquidistans diametro, in qua est punctum rei uisæ secans circumulum: erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacente terminum diametri rei uisæ & illam æquidistantē, extra speculum: & loca imaginum reflexarum à reliquo arcu interiacente diametros, erunt ultra uisum: oppositi uerò arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum. *Alhazen 67 n 5.*

Sit dispositio, quæ prius: & ducatur à puncto a linea æquidistans semidiametro t e, quæ sit a p. Dico quòd loca imaginum reflexarum à punctis arcus t p erunt extra speculum: loca uerò imaginum arcus p d erunt ultra centrum uisus, quod est a: loca uerò imaginum arcus q g erunt inter centrum uisus & speculi superficiem. Dato enim quòd forma puncti b existens in semidiametro t e, reflectatur ad uisum a existentem in semidiametro d e ab aliquo puncto arcus p t, qui sit m: palàm per 14. th. 1 huius quòd lineæ a m & b e concurrent ultra puncta m & b extra speculum. Sit quoque punctus concursus l, qui per 37 th. 5 huius erit locus imaginis formæ puncti b. Quòd si à puncto n arcus d p fiat reflexio: patet per eandem 14 th. 1 huius quoniam lineæ a n & b e concurrent ultra puncta a & e: sit concursus in puncto s: eritque punctum s locus imaginis formæ puncti b retro uisum. Si uerò forma puncti b reflectatur ad uisum a ab aliquo puncto arcus q g: quoniam in præmissa ostensum est hoc esse possibile: sit, ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g, quod sit u. Palàm itaque quoniam linea b e producta diuidit angulum a e u: ergo per 29 th. 1 huius patet quòd ipsa secat basim a u: sit, ut secet ipsam in puncto x. Linea itaque a u, quæ est linea reflexionis, & cathetus incidentiæ formæ puncti b, quæ est b e, secant se in puncto x: est ergo per 37 th. 5 huius punctum x locus imaginis formæ puncti b: & ipse est inter uisum & speculum. Secundum hæc itaq; loca imaginum diuersantur, ut etiam declaratum est in 11 huius. Nunquam autem est possibile locum imaginis esse in centro uisus, nisi cum punctus rei uisæ & centrum uisus in eadem sunt diametro. Tunc enim facta reflexione, utcumq; sit possibile, semper patet quòd linea reflexionis & cathetus incidentiæ concurrunt in centro uisus: quoniam solus ille punctus ambabus illis lineis est communis. Patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodem modo est demonstrandum propositum, siue punctum a centrum uisus sit intra speculum: siue in superficie ipsius speculi: siue extra speculum: dum tamen linea à puncto a ducta æquidistanter diametro, in qua est punctus rei uisæ, secet circumulum speculi, & non contingat ipsum. Forma uerò reflexa à puncto p secundum lineam p a (si punctus, cuius forma reflectitur, fuerit in semidiametro t e, cui æquidistat linea a p) potest uideri in ipsa speculi superficie, ut ostendimus in 11 & 12 th. huius.



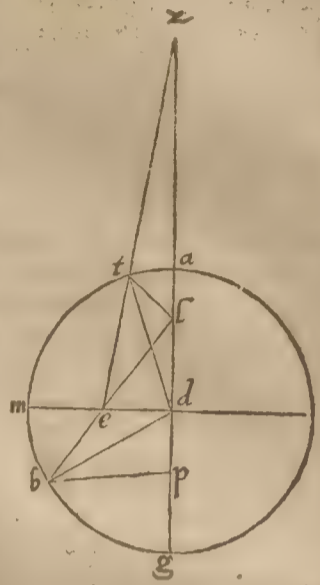
22. Quilibet punctus diametri circuli magni speculi spherici concaui potest esse locus imaginum, quantumcumq; producat. *Alhazen 68 n 5.*

Sit a g diameter circuli speculi spherici concaui, qui sit à t in g: cuius circuli centrum sit d: producatum q; extra circumulum: & signetur in ipsa punctum z: sitq; punctus e centrum uisus intra circumulum in semidiametro m d. Dico quòd punctus z potest esse locus imaginis. Ducatur enim linea e t z per t punctum circumferentiæ circuli: & ducatur linea d t: eritque angulus e t d acutus per 42 th. 1 huius. Fiat itaque angulus d t l super terminum lineæ d t æqualis angulo e t d per 23 p 1: secetq; linea t l diametrum d a in puncto l. Palàm itaque per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum existentem in puncto e à puncto speculi quòd est t: & eius imaginis locus est in puncto z per 37 th. 5 huius: quoniam in illo puncto concurrunt cathetus inciden-

te

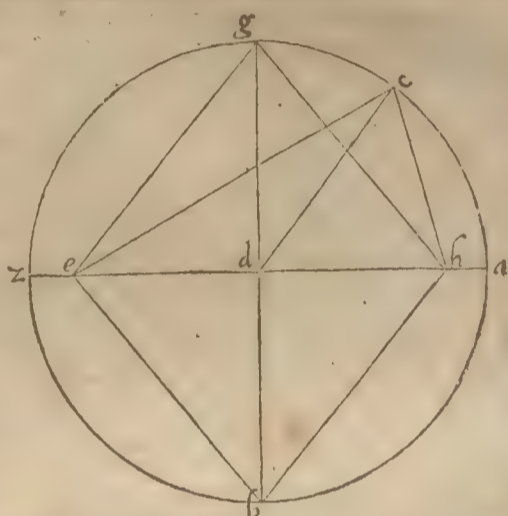
incidentiæ, qui est $d l z$, cum linea reflexionis, quæ est $c e$. Et si sumatur punctus diametri $a g$ intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille punctus sit l : palàm quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ. Ducatur enim linea $e l$, & producatyr usque ad punctum circumferentiæ, quod sit b , & ducatur linea $d b$: eritq; angulus $d b e$ acutus per 42 th. 1 huius. Fiat ergo æqualis sibi, qui sit $d b p$. Palàm itaq; per 20 th. 5 huius quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e à puncto speculi b : & locus imaginis formæ puncti p est punctus l per 37 th. 5 huius. Sumpto quoq; quolibet puncto alio eadem est probatio. Patet ergo propositum.

23. Centro uisus & puncto rei uise in eadē circuli magni diametro existentibus: punctoꝝ reflexoꝝ à speculis sphericis concavis, quibus est locus imaginis centrum uisus, possibile est, ut ab uno tantum semicirculi puncto fiat reflexio ad uisum: uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto. Alhazen 69 n 5.



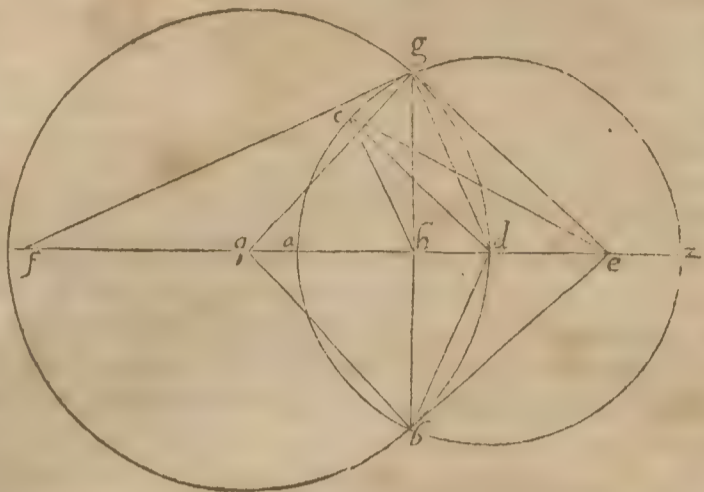
Esto circulus speculi spherici concavi $g z b a$: cuius centrum sit d : & intersecent se in ipso duæ diametri $z a$ & $g b$ orthogonaliter: & sit in diametro $z a$ punctus e : qui sit centrum uisus: & h , qui sit punctus rei uise, sit in eadem diametro $z a$: quoniam ubicunque fuerint centrum uisus & punctus rei uise in una illius circuli diametro, semper possunt dictæ diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, transeunte. Aut ergo linea $e d$ interiaccns cætra uisus & speculi est æqualis lineæ $d h$: aut non. Si sit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter distent à centro speculi: ducantur lineæ $h g, h b, e g, e b$. Palàm itaq; per 4 p 1 quoniam triangulus $h g d$ est æqualis triangulo $g d e$, & æqualis triangulo $h d b$ & triangulo $e d b$, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales. Et quoniam angulus $h g d$ est æqualis angulo $d g e$: palàm quia angulus $h g e$ diuiditur per æqualia per lineam $g d$: potest ergo per 20 th. 5 huius forma puncti h à puncto speculi g reflecti ad uisum in punctum e : & erit per 37 th. 5 huius locus imaginis punctus e , qui est cætrum uisus. Similiterq; potest forma puncti h à puncto speculi b reflecti ad uisum in punctum e : & erit iterum locus imaginis punctum e per eadem, quæ prius. Si itaq; diametro $z a$ manente immobili, semicirculus $z g a$ imaginetur moueri per spheram speculi, aut etiam

diámetro z a per puncta e & h



solus triangulus $h g e$ moueatur fixo manente latere $e h$: palàm quia punctus g motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e : & locus imaginis erit semper punctus e , quod est centrum uisus. Quod autem ab alio puncto speculi quam ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti h reflecti ad uisum e , manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quam ab illo, quem motu suo caussat punctum g uel punctum b : tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi $a g z$. Sit ergo, ut reflectatur à puncto illius, qui sit c : & hoc erit extra illum circulum imaginatum in superficie speculi. Ducantur quoque lineæ $h c$ & $e c$: eritq; linea $e c$ maior quam linea $e g$ per 7 p 2, & erit linea $h c$ minor quam $h g$ per eandem 7 p 3: non ergo erit proportio lineæ $e c$ ad lineam $h c$, sicut lineæ $e d$ ad lineam $b d$, quæ sunt æquales: ergo per 3 p 6 angulus $e c h$ non diuiditur in duo æqualia per lineam $d c$. Non ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi c . Et eadem est deductio, si sumatur punctus c inter puncta g & z in arcu $z g$. Palàm itaq; quoniam centro uisus, quod est e , & puncto rei uise, qui est h , existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ puncti uisi ad uisum modo proposita. Quod si puncta dicta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à centro speculi, puncto d , utpote si linea $e d$ fuerit maior quam linea $d h$, addatur lineæ $d h$ linea $h q$ per 126 th. 1 huius, taliter, ut illud, quod sit ex ductu lineæ $e q$ in $q h$ sit æquale quadrato lineæ $d q$: erit ergo per 17 p 6 proportio lineæ $e q$ ad lineam $d q$, sicut lineæ $d q$ ad lineam $h q$. Fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri $d q$, cuius centrum sit q . Et quoniam ille circulus intersecat circulum $g z b a$ in duobus locis per 10 p 3: sint illa loca sectionis puncta g & b : & ducantur lineæ $e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b$. Et quia linea $q g$ est æqualis lineæ $q d$ per definitionem circuli: palàm per 7 p 5 quoniam eadem est proportio lineæ $e q$ ad lineam $q g$ & ad lineam $q d$: est ergo proportio lineæ $e q$ ad lineam $q g$, sicut lineæ $q g$ ad lineam $q h$: angulus uero $g q h$ communis est utrique triangulorum, qui sunt $e q g$ & $h q g$: ergo per 6 p 6 illi duo trianguli

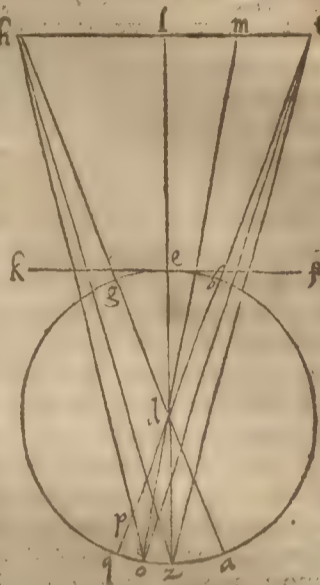
trianguli sunt æquianguli erunt quoque eorum latera proportionalia per 4 p 6: erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ e g ad lineam g h: erit quoque per 19 p 5 proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e q ad lineam d q: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e g ad lineam g h: ergo per 3 p 6 linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20 th. 5 huius forma puncti h à puncto speculi g reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus: & est punctus e locus imaginis suæ. Et similiter forma puncti h à puncto speculi b reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus: & est punctus e locus imaginis suæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans sphaeram speculi (linea h e remanente immota) tunc punctus g describet circulum in superficie concaua speculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto e: & semper erit locus imaginis punctus e. Quod uero ab alio puncto quam ab aliquo punctorum illius circuli, non possit forma puncti h reflecti ad uisum e, patet, ut prius. Si enim sumatur punctus c inter puncta g & a: erit per 7 p 3 linea e c maior quam linea e g, & linea h c minor quam linea h g: non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, sicut e d ad d h per 8 p 5: ergo per 3 p 6 linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia. Non ergo reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi c. Similiter quoque si punctus c, à quo debeat fieri reflexio, cadat in arcum g z, idem sequitur impossibile. Patet ergo propositum. Sicut autem hæc de punctis & circulis mathematicis demonstrata sunt: sic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarum intelligenda sunt. Forma enim puncti h continua uidetur formis aliorum punctorum: & est media intelligenda in tota imagine naturali reflexa: & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod est centrum uisus, & reflectetur tota forma à loco circulari speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus: & sunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quam linea d h, in tantum poterit esse maior, quod non reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi g, prout ostendimus per 17 huius: nisi enim fuerit proportio excessus lineæ e d supra lineam d h ad lineam h d maior quam lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e per 16 huius: eritque proportio lineæ e a ad lineam a h maior quam lineæ e d ad lineam d h: aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uisum in punctum e. Quia si detur, quod possit reflecti: sit, ut reflectatur à puncto g. Dico itaque quod necessario sequitur, ut maior sit proportio lineæ e a ad lineam h a, quam lineæ e d ad lineam d h: erit enim ex 42 th. 1 huius angulus h d g acutus: erit quoque per idem 42 th. 1 huius angulus d g h minor recto. Ducatur itaque à puncto g linea contingens circulum a g z b, quæ sit g f: hæc ergo necessario concurret cum linea e h per 14 th. 1 huius: cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus per 18 p 3: sit concursus punctus f: erit ergo per 13 huius proportio catheti incidentiæ, quæ est h d, ad lineam d e ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ, ad lineam f e ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis. Ergo per 5 th. 1 huius erit e conuerso proportio lineæ e f ad lineam f h, sicut lineæ e d ad lineam d h: sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quam sit lineæ e f ad lineam f h per 4 th. 1 huius: quoniam æquali linea (quæ est f a) addita utrobique, minuitur proportio: igitur maior est proportio lineæ e a ad lineam h a, quam sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaque forma puncti h reflectitur ad uisum e: necessarium est, ut proportio lineæ e a ad lineam h a sit maior quam lineæ e d ad lineam d h. Hoc itaque cum fuerit, erit in hac dispositione centri uisus & puncti rei uisæ, sicut prius, demonstrandum. Palàm ergo sunt omnia, quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi. Patet ergo propositum.



24. Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphaericum concauum non in eadem diametro circuli (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi) non est possibile, ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno tantum puncto: & unicus tantum imaginis erit locus. Alhazen 70 n 5.

Esto t punctus rei uisæ: & h centrum uisus: & sit d centrum speculi: & ducantur lineæ h d, t d, h t: superficies itaque reflexionis, quæ per 3 huius est superficies h d t, secat superficiem speculi per 2 huius super circulum, qui sit e b q g. Palàm itaque quod forma puncti t non reflectitur ad uisum h, nisi ab aliquo puncto huius circuli: non enim fit aliqua reflexio extra superficiem reflexionis. Producatür itaque

itaq; linea h d ultra centrum d, donec secet circumferentiam circuli: & sit punctus sectionis a: & producatur linea t d ultra punctum d, secans circumferentiam in puncto q: incidatq; linea h d circulo in puncto g, & linea t d in puncto b. Palam ergo (cum per 20 huius solum sit possibilis reflexio ab arcibus interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & punctus rei uisæ) quod forma puncti t ad uisum existentem in puncto h non reflectitur ab aliquo puncto arcus qg uel arcus ba: reflectitur itaq; aut ab aliquo puncto arcus gb, aut ab aliquo puncto arcus qa. Diuidatur itaq; angulus t d h per æqualia per 9 p 1: diuidatq; ipsum h linea d e l, secans circuli peripheriam in puncto e, & linea h t in puncto l: & à puncto e ducatur linea contingens circumferentiam per 17 p 3: quæ sit k e f. Si itaq; puncti t & h fuerint super illam lineam contingentem, ubicunq; consistant: palam quod non est possibile reflecti formam puncti t ad uisum h ab aliquo puncto arcus b g. Si enim à puncto t ducatur linea ad aliquem interiore punctum huius arcus, linea à puncto h ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum exterius & nõ interius, cum punctum sit extra speculum: & ita non erit reflexio à parte interiori concavitatis scilicet speculi; ipso corpore speculi impediente. Ab arcu uero a q possibile est ut fiat reflexio: quoniam lineas ductas à puncto t & à puncto h, concavitati illius arcus possibile est incidere. Producatur itaq; linea l d donec secet arcum a q: & sit punctus sectionis z. Dico quod à puncto z reflectetur forma puncti t ad h centrum uisus. Ducantur enim lineæ t z, h z: secetq; linea h z cathetum incidentiæ, quæ est t d q, in puncto p. Cum itaq; angulus t d h sit diuisus per æqualia: patet quod angulus t d z est æqualis angulo h d z per 13 p 1. Lineæ itaq; t d & h d aut sunt æquales, aut non. Si sunt æquales, & linea d z est communis: erit per 4 p 1 triangulus t z d æqualis triangulo h z d: & angulus t z h est diuisus per æqualia per lineam d z ergo per 20 th. 5 huius forma puncti t reflectetur ad uisum in punctum h à puncto speculi z. Sed neq; est possibile à puncto alio arcus a q reflecti formam puncti t ad h. Sit enim, si est possibile, quod reflectatur à puncto o, & ducantur lineæ t o & h o: linea quoq; o d m ducta per centrum speculi diuidat angulum t o h per æqualia: secetq; lineam h t in puncto m. Palam ergo per 8 p 3 quoniam linea t z est minor quam linea t o, & linea h o est minor quam linea h z: est autem per 3 p 6 (cum angulus t z h sit diuisus per æqualia) proportio lineæ t z ad lineam h z, sicut lineæ t l ad lineam h l: proportio uero lineæ t o ad lineam h o per eandem 3 p 6, sicut lineæ t m ad lineam h m: sed per 9 th. 1 huius maior est proportio lineæ h z ad lineam t z, quam lineæ h o ad lineam t o: ergo per 11 p 5 maior est proportio lineæ h l ad lineam l t, quam lineæ h m maioris, quam sit linea h l, ad lineam m t minorem, quam sit linea l t: quod est impossibile. Semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem quam maioris ad minorem: quod facillime patet per 9 th. 1 huius. Non ergo fiet reflexio formæ puncti t ad uisum h à puncto speculi o. Similiter etiam demonstrandum quod à nullo alio nisi à solo puncto z: quod est propositum. Quod si lineæ t d & h d sint inæquales, fiat reflectio maioris ad æqualitatem minoris per 3 p 1: & ordinetur demonstratio, ut prius. Et quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis (quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut patet per 20 th. 5 huius: semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis) patet quod quæcunq; istarum linearum fuerit maior quam alia, quod non impediatur propter hæc reflexio: & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio: & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præmissum poterit declarari. Et quia in tali dispositio, ne centri uisus & puncti rei uisæ ab uno tantum puncto speculi fit reflexio ad uisum: patet quod unica est linea reflexionis, quæ h z: unicus est ergo locus imaginis, scilicet punctus p, in quo linea reflexionis (quæ est h z) secat cathetum incidentiæ, quæ est t d q. Patet ergo propositum.

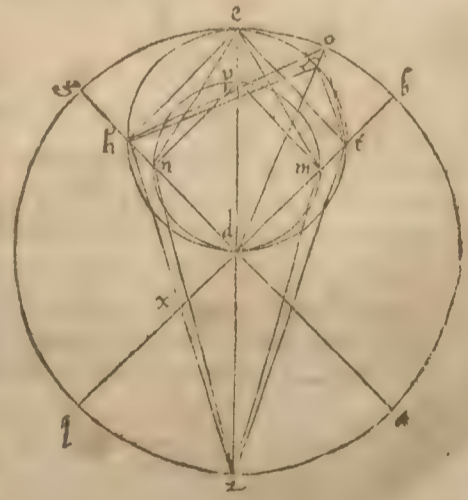


25. Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi spherici concavi contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentia & diametri medio ducantur perpendiculares super alias duas diametros: puncta diametrorum, in qua cadunt perpendiculares, ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circumferentia, & à puncto sibi opposito: & quodlibet punctum diametri interiaccens illi puncta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, ab eisdem duobus punctis: & loca imaginum erunt tantum duo. Alhazen 71 n. 5.

Sint circuli (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi spherici concavi) cuius centrum d, duæ diametri a g & b q: & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9 p 1: & à puncto speculi, cui incidit diameter z d e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g per 12 p 1, quæ sint e t & e h. Palam ergo per 26 p 1 quod trianguli e t d & e h d sunt æquales & æquianguli. Quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e t d & e h d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis communis: patet ergo quod angulus

E e gulus

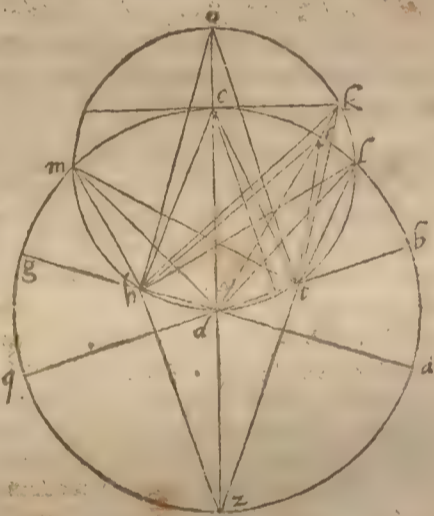
gulus te est $\text{\ae}qualis$ angulo dch : ergo per 20 th. 5 huius forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h a puncto speculi, quod est e : & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto t a puncto speculi e . Similiterq; fiet reflexio a puncto z ductis lineis tz & hz . Cum enim ex praemissis lineae td & hd sint $\text{\ae}quales$, & per 13 p 1 anguli hdz & tdz sint $\text{\ae}quales$ erunt per 4 p 1 anguli tdz & dzh $\text{\ae}quales$: fiet ergo mutua reflexio punctorum t & h ad inuicem a puncto speculi, quod est z . Patet autem per 20 huius quod non reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto arcus ab , uel ab aliquo puncto arcus gq : nec ab aliquo puncto arcus aq , nisi a puncto z per 19 huius, & quod idem accidet impossibile contra 9 th. 1 huius, quod in proxima praemissa, ducta prius linea th . Quod uero ab aliquo puncto arcus b alio quam a puncto e , non possit fieri reflexio formae puncti t ad uisum h , sic patebit. Detur enim quod illa reflexio possit fieri a puncto o : & ducantur lineae to & ho , do : fiatq; circulus secundum quantitatem diametri de . Palam ergo cum anguli etd & ehd sint recti, quonia ille circulus transibit per quatuor puncta, quae sunt t, d, h, e per 31 p 3. Cum itaq; punctus e sit communis utriq; illorum circularu, & sit super eandem diametrum ed , continget circulus maior minorem tantum in puncto e per 13 p 3, & non in alio. Circulus itaque minor, qui est etd , secabit lineam do productam in maiori circulo. Quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis, quod est impossibile. Sit, ut secet ipsam in puncto l : & ducantur lineae tl & hl . Quia uero, ut patet ex praemissis, linea td est $\text{\ae}qualis$ lineae dh : erit arcus dh circuli minoris $\text{\ae}qualis$ arcui dt per 28 p 3: ergo per 27 p 3 angulus tdl est $\text{\ae}qualis$ angulo dhl : ergo per 13 p 1 angulus tdo est $\text{\ae}qualis$ angulo hlo : sed angulus tdo est $\text{\ae}qualis$ angulo loh per 20 th. 5 huius, & ex hypothesis, & latus ol est commune ambobus trigonis tol & hol : ergo per 26 p 1 illi trigoni sunt $\text{\ae}quales$ & $\text{\ae}quianguli$: erit ergo linea to $\text{\ae}qualis$ lineae ho , quod est impossibile: quoniam per 7 p 3 linea ho est maior quam linea he , & linea to est minor quam linea te per eadem 7 p 3: linea uero te , ut praemissum est, $\text{\ae}qualis$ est lineae he : est ergo linea ho maior quam linea to . Non ergo reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h a puncto speculi o : sed neq; ab aliquo alio puncto arcus eb . Similiterq; est deducendum, si punctus g , a quo supponitur fieri reflexio, cadat in aliquem punctum arcus eg inter puncta e & g . Restat ergo, ut forma puncti t non reflectatur ad uisum h ab aliquo puncto arcus bg , nisi a solo puncto e : nec ab aliquo puncto arcus aq , nisi a solo puncto z . Item a puncto e ducatur, ut contingit, linea em super partem diametri bq , quae est td : & secetur a linea hd pars $\text{\ae}qualis$ lineae dm per 3 p 1: quae sit dn : & ducatur linea en . Palam per 16 p 1 quod angulus emd est obtusus, cum angulus etd sit rectus. Ab angulo itaq; emd per 27 th. 1 huius reflectetur angulus rectus, qui sit dmp : & ducatur linea mp . Haec ergo erit $\text{\ae}quidistans$ lineae et per 28 p 1: concurreret ergo linea mp per 2 th. 1 huius cum linea ed , cum qua concurreret sua $\text{\ae}quidistans$, quae est et : sit concursus punctus p : & ducatur linea np : & fiat circulus secundum quantitatem diametri dp : eritq; per 31 p 3 ille circulus transiens per quatuor puncta m, d, n, p . Quia cum angulus mpd sit rectus, & angulus mdp $\text{\ae}qualis$ angulo pnd , & latus pd commune, erit per 4 p 1 angulus pnd rectus. Cum itaq; arcus dn sit $\text{\ae}qualis$ arcui dm per 28 p 3, erit angulus dnp $\text{\ae}qualis$ angulo dpm per 27 p 3, eruntq; trianguli dmp & dnp $\text{\ae}quianguli$ per 32 p 1. Et quia linea nd est $\text{\ae}qualis$ lineae dm : erit per 4 p 6 linea mp $\text{\ae}qualis$ lineae np . Et quia angulus mpd est $\text{\ae}qualis$ angulo npe : erit ergo per 13 p 1 angulus mpe $\text{\ae}qualis$ angulo npe : ergo per 4 p 1 linea ep existens communi triangulo npe , & triangulo mpe , erit angulus npe $\text{\ae}qualis$ angulo mpe . Palam ergo quod forma puncti m reflectitur ad uisum existentem in puncto n a puncto speculi, quod est e : & eorum adinuicem fiet mutua reflexio: similiter a puncto z : & non ab aliquo puncto arcus ba , uel arcus gq per 20 huius: neq; ab alio puncto arcus bg , quam a puncto e : nec ab alio puncto arcus qa , quam a puncto z . In his enim est eadem deductio, quae prius. Palam itaq; secundum modum praedictum: quia sumpto puncto lineae md , & ductis lineis ad punctum illud a punctis tdh , & sumpto puncto ultimo, in quo circulus minor secabit diametrum, & a puncto sectionis ductis lineis ad puncta t & h : semper formae illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineae dn , tantundem distans



distans à centro speculi, quod est d: fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à pucto illi opposito diametraliter, qui est punctus z: eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis, quæ sunt e h & z h, concurrunt cum catheto incidentiæ, quæ est t d. Patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens, si diametri b q & a g secent se ad angulos non rectos: quoniam tunc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uerò illæ diametri secuerint se ad angulos rectos: tunc adhuc loca imaginum erunt tantum duo: quoniam tunc, ut patet per 28 p 1, lineæ reflexionis, quæ est h, est æquidistans catheto incidentiæ, quæ est t d: & uidebitur una imago formæ puncti t in pucto reflexionis, quod est e, per 11 huius: reliqua uerò uidebitur in pucto x, qui sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est z h, & catheti incidentiæ, quæ est t d. Et sic loca imaginum diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum. Patet ergo propositum.

26. Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphericæ concavi contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medio ducantur perpendiculares super alias duas diametros: quilibet punctus unius diametrorum sectarum interiaccens perpendiculares & circumferentiæ, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circumferentiæ punctis: & secundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 72 n 5.

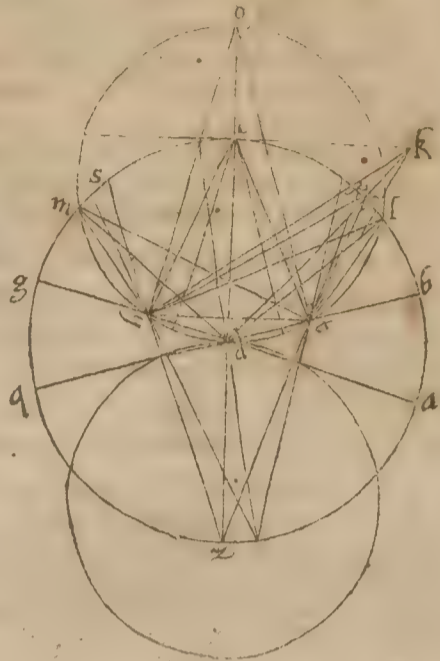
Sint, ut in proxima, circuli (qui est communis sectio speculi sphericæ concavi, & superficiæ reflexionis) duæ diametri b q & a g secantés se super punctum d centrum speculi sphericæ concavi: & diameter e z diuidat angulum b d g ab eis in centro contentum per æqualia: & sumatur in semidiametro b d punctus t supra punctum, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d: & in lineam g sumatur eius pars (quæ sit d h) æqualis lineæ d t per 3 p 1, & ducantur lineæ t e & h e. Dico quod forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est e, & à puncto z sibi diametraliter opposito: non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q. Est autem necessarium formam puncti t reflecti ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b. Extrahatur enim à puncto t perpendicularis super lineam t d per 11 p 1, quæ sit t o. Et quia lineam t o est æquidistans perpendiculari ductæ à puncto e super semidiametrum b d per 28 p 1: palam quia lineam t o producta cadet extra circumulum speculi, non secans punctum e. Producatur ergo lineam d e ultra punctum e. Et quia angulus b d e est acutus: ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia: propter quod uterq; ipsorum est minor recto: palam quod lineam t o per 14 th. 1 huius concurrent cum lineam d e: concurrant ergo in puncto o: & ducatur lineam h o. Palam itaq; per 4 p 1 cum angulus d t o sit rectus, quod etiam angulus d h o est rectus. Fiat itaq; per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta t, d, h, qui per 31 p 1 necessario transibit per punctum o: & erit lineam d o diameter eius: & ducatur per 17 p 3 lineam contingens circumulum b a z g in puncto e, quæ sit k e. Et quoniam circulus t d h o secat circumulum b a z g: necesse est ipsum secari in duobus punctis per 10 p 3: sint illa duo puncta l & m: & ducantur lineæ t l, t l, d l, t m, h m, d m. Cum itaq; lineam recta, quæ est t d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus t d æqualis arcui d h per 28



p 3: erit ergo per 27 p 3 angulus t l d æqualis angulo d l h: & ita forma puncti t reflectitur ad uisum h à puncto l. Et similiter angulus t m d est æqualis angulo d m h per 27 p 3: ergo forma puncti t reflectitur ad uisum h à puncto m. Palam igitur quod forma puncti t reflectitur ad uisum h à quatuor punctis e, z, l, m. Et quoniam lineæ reflexionis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z: patet quod in communi sectione uniuscuiuscunq; ipsarum & catheti incidentiæ, quæ est t d, sit locus imaginis. Et si aliqua illarum linearum fuerit æquidistans catheto t d: erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11 & 12 huius. Loca ergo imaginum sunt quatuor, secundum numerum locorum reflexionis. Non potest autem forma puncti t reflecti ad uisum h ab alijs punctis præter hæc quatuor, quod sit punctum f: & ducantur lineæ t f, h f, d f: & producatut d f, quousq; concurrat cum lineam contingente circumulum b a z q in puncto e: & sit, exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & peripheriæ circuli t d h o: concurrent autem lineæ d f & e k per 14 th. 1 huius: & ducantur lineæ t k & h k: erit itaq; ex hypothesi, & per 28 th. 5 huius angulus t f d æqualis angulo d f h: ergo per 13 p 1 erit angulus t f k æqualis angulo h f k: sed angulus t k f est æqualis angulo f k h per 27 p 3: arcus enim in quos ad peripheriam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli t d h o (qui sunt d h & d t) sunt æquales, & lineam f k est communis: erunt ergo per 26 p 1 trianguli t k f & h k f æquianguli: erit ergo per 4 p 6 lineam t k æqualis lineæ h k: quod est impossibile: quoniam, ut patet per 7 p 2,

Ee 2 linea

linea h k est maior quam linea h o, & linea t k minor est quam linea t o: linea uero t o est æqualis lineæ h o, per præmissa. Et eodem modo deducendū, si in arcu m g sit datus punctus f: quoniam idem sequitur impossibile dato puncto fin arcu g b ubicunq; extra tria puncta m, e, l. Quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingens, cadat extra peripheriam circuli m d t o, copulatis lineis à punctis sectionis lineæ e k ad peripheriam circuli minoris, præmissis modo erit deducendum. Palàm ergo quod non reflectitur forma puncti t ad uisum h ab aliquo alio puncto quam ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habes centrum in linea d z ad modum circuli t d h o habentis centrum in linea d o: palàm per modum 24 huius, ducta linea t h, quoniam lineæ à punctis t & h ad punctum z terminum diametri d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta t & h fuerint productæ: arcus interiacetes earum alteram & diametrum e d z, qui sunt p e & s e æquales ressecant: ergo æquales angulos cum diametro in puncto z constituunt: & est possibilis reflexio, quæ fit à puncto z. Ad alia uero puncta arcuum uicinarum productæ à punctis t & h lineæ semper arcus inæquales ressecant: & ob hoc inæquales angulos cõstituunt super circumferentiam circuli maioris: & per modum, quo usi sumus in 24 huius, sequitur impossibile contra 9 th. 1 huius, ut manifestum est per ea, quæ præmissa sunt. Patet ergo propositum: quoniam tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione: & tantum sunt quatuor loca imaginum. Quod est propositum.

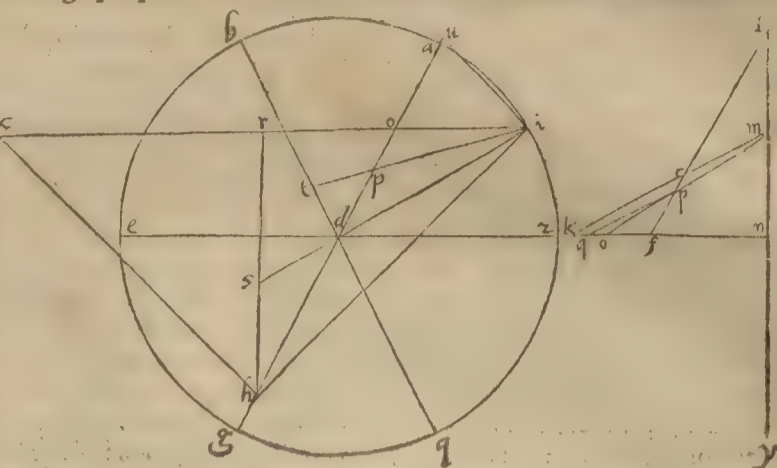


27. Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi spherici concavi, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus, in arcu illius circuli interiacente reliquis semidiamentris, in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire: ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ. Alhazen 73 n. 5.

Sit, ut prius, circulus (qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi spherici concavi) a b g q, cuius centrum d: & ducantur duæ diametri a d g & b d q: & diameter e d z diuidat angulum ab alijs duabus diametris contentum per æqualia: sitq; t punctus rei uisæ positus in semidiamentro b d propinquior centro speculi d, quam sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiamentro g d. Dico quod in hac dispositione punctorum t & h, possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri: & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est punctus. Sumatur enim extra circulum linea l y: & diuidatur per 119 th. 1 huius in puncto m taliter, ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d t: & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n per 10 p 1: & à puncto n educatur perpendicularis n k super lineam y m per 11 p 1: & super punctum l terminum lineæ y l fiat per 22 p 1 angulus æqualis medietati anguli a d t per lineam f l: erit itaq; angulus f l y acutus, siue angulus a d t fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus: sed angulus f n l est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea f l concurret cum linea n k: concurrant ergo in puncto f: & per 134 th. 1 huius à puncto m ducatur linea ad basim f l, concurrens cum latere n k in puncto k: secetq; lineam l in puncto c taliter, ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d. Deinde super punctum d terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m, qui sit i d a: sitq; punctus circumferentiæ, qui est a, supra punctum z, uel infra illum: & super punctum i terminum lineæ d i fiat angulus æqualis angulo c l m, qui sit o i d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o: quæ producatul ultra punctum o: & super lineam o i ducatur perpendicularis à puncto h per 12 p 1, quæ sit h r: & producatul linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i: & ducantur lineæ h x & h i. Palàm autem per 120 th. 1 huius quoniam à puncto m impossibile est duci aliam lineam super lineam f l, diuidentem eam secundum proportionem, qua diuisit ipsam lineam m c k. Cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m: erit per 32 p 1 angulus i o d æqualis angulo l m c: erit ergo per 13 p 1 angulus r o h æqualis angulo k m n: & angulus h r o est æqualis angulo k n m: quia uterq; est rectus: ergo per 32 p 1 angulus n k m est æqualis angulo r h o. Trigona itaq; n k m & r h o, sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Producatul itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum lineam h r: concurret autem per 14 th. 1 huius: angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus: concursus autem punctum sit e: eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f per 15 p 1. Erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 22 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c: sed lineæ h d ad lineam d i per 7 p 5 est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b: quoniam per definitionem circuli
lineæ

lineæ d i & d b sunt æquales: est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l.

Ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d: est ergo per 22 p 5 per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineam c l: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam c l. Sed cõ triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patuit: palam per 4 p 6 quoniam est proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c



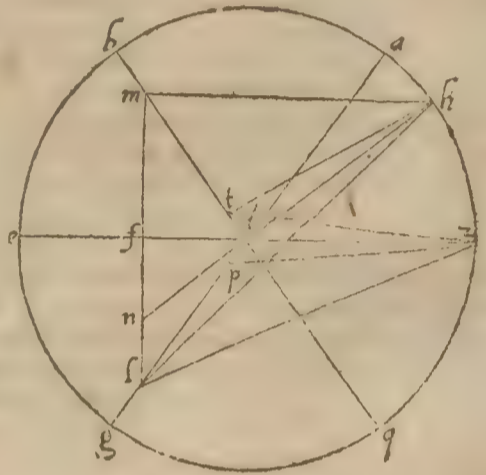
l ad lineam l m: est igitur per 22 p 5 proportio lineæ s i ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineam l m: ergo per 5 th. i. huius erit econtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l: sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n per 4 p 6: quoniam triangulus r i s est similis triangulo f l n per 32 p i. Cum enim anguli s r i & f n l sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f sunt æquales ex præmissis: erit angulus r s i æqualis angulo n f l: igitur per 22 p 5 erit proportio lineæ i o ad lineam i r, sicut lineæ l m ad lineam l n: erit ergo econtrario per 5 th. i. huius proportio lineæ i r ad lineam i o, sicut lineæ l n ad lineam l m. Et quoniam lineæ x i est dupla lineæ i r, & lineæ y l est dupla lineæ l n: erit per 15 p 5 eadem proportio lineæ x i ad lineam i o, sicut lineæ y l ad lineam l m: ergo per 17 p 5 erit diuisim proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o. Ducatur itaq; à puncto i lineæ æquidistans lineæ h x per 31 p 1, quæ sit i u. Producatur quoq; lineæ d a, donec concurrat cum lineæ i u: concurret autem per 2 th. i. huius: quia concurret cum eius æquidistante, quæ est h x: sit itaq; concursus punctus u: eritq; triangulus o u i per 15 & 29 p 1 æquiangulus triangulo h o x: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i: est autem, ut patuit ex præmissis, proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineam m l: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ y m ad lineam l m: est ergo per eandem 11 p 5 proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d t. Sed quoniam triangulus h r i æquiangulus est triangulo h r x per 4 p 1, quoniam ex hypothesi lineæ x r est æqualis lineæ r i, & lineæ h r est perpendicularis super lineam x i: palam quia angulus h x r est æqualis angulo r i h: ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o: quia per 29 p 1 anguli h x i & u i o sunt æquales: cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquidistantes: ergo per 3 p 6 erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u: est ergo proportio lineæ h i ad lineam i u per 11 p 5 sicut lineæ h d ad lineam d t. Verùm angulus u i d, ut patet per præmissa, maior est angulo d i h: secetur ergo ab angulo u i d angulus æqualis d i h angulo per 27 th. i. huius: & sit angulus p i d: sitq; punctus p in diametro d a: & ducatur lineæ p t. Palam itaq; per 13 th. i. huius quod proportio lineæ h i ad lineam i u constat ex proportionem lineæ h i ad lineam p i, & ex proportionem lineæ p i ad lineam i u: sed per 3 p 6 proportio est lineæ h i ad lineam i p, sicut lineæ h d ad lineam d p: quoniam angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i: igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad lineam d t, constat ex proportionem lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u: & proportio lineæ h d ad d t constat ex proportionem lineæ h d ad lineam d p, & ex proportionem lineæ d p ad lineam d t: est igitur per 13 th. i. huius proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i ad lineam i u. Verùm, ut supra patuit, angulus r i u est medietas anguli u i h: quoniam angulus u i r est æqualis angulo h x i per 29 p 1, & angulus h x i est æqualis r i h per 4 p 1: est ergo angulus r i h medietas anguli u i h: & angulus d i h est medietas anguli p i h: restat ergo, ut angulus d i o sit medietas anguli p i u: sed angulus d i o, cõ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t: igitur angulus p i u est æqualis angulo p d t. Est autem, ut patet per præmissa, proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i ad lineam i u: igitur per 6 p 6 trianguli p i u & d p t sunt equianguli: igitur per 4 p 6 illi trigoni sunt similes: & angulus u p i æqualis est angulo d p t: ergo per 14 p 1 lineæ t p i est lineæ una recta: cum angulo enim o p t uterq; illorum angulorum æqualium, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos per 13 p 1. Quoniam ergo lineæ t p i est lineæ una recta: erit ipsa lineæ incidentiæ formæ puncti t: & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex præmissis. Palam ergo per 20 th. 5 huius quod forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est i: semperq; eadem est probatio, siue punctus rei uisus, qui est t, sit extra circulum speculi, siue intra: similiter siue punctum h, quod est centrum uisus, sit extra circulum speculi, siue intra: dum tamen distent inæqualiter à centro speculi. Patet ergo propositum. Est enim reflexio ab uno tantum puncto arcus a q interiacete illas semidiametros, in quibus puncta h & t non consistunt. Et quoniam à puncto m impossibile est duci aliam lineam super lineam f l, diuisentem ipsam secundum proportionem, quæ diuisit ipsam lineam m c k, ut patet per 10

Et 3 th. i. hu.

th. huius: manifestum est quia non est possibile in proposito arcu inueniri aliud punctum premis-
sæ reflexionis. Patet ergo, quod proponebatur.

28. Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi spherici concaui contentum diui-
dat alia diameter per equalia: ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in
quibus puncta reflexa nõ consistunt (præter punctum, cui incidit diameter angulum diuidens)
infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantiu reflectuntur. Alhaz. 74 n 5.

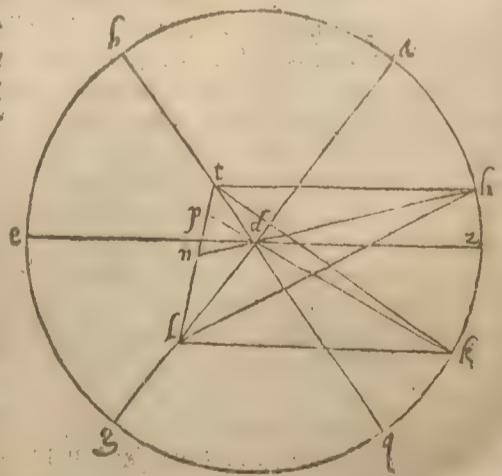
Sit dispositio figuræ præcedentis: secentq; circulum (qui est communis sectio superficiæ refle-
xionis & superficiæ speculi spherici concaui) duæ diametri, quæ sint b q & a g, super centrum d:
diuidatq; diameter e d z angulum b d g per equalia. Dico quod quicunq; punctus sumatur in arcu
a q, præter punctum z, ab illo possunt reflecti infinita paria punctorum inæqualiter à centro distan-
tium. Sumatur enim in arcu a q punctus h: & sumatur in semidiametro d g punctus l: & à semidia-
metro b d secetur linea m d æqualis lineæ l d: & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h: secabitq; diameter
e z lineam m l per 29 th. huius, quia secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m: sit ergo punctus
sectionis f: eritq; per 4 p 1 & ex hypothesi linea m f æqualis lineæ fl. Producaturo quoq; linea h d,
quousq; cadat super lineam m k: cadet autem per 29 th. huius: sitq; punctus sectionis n: eritq; linea
l n minor quàm linea n m: ideo, quia linea d n secat angulum f d l: quia angulus h d z (qui per 15 p 1
est æqualis angulo n d f) minor est angulo a d z. Ve-
rùm cum angulus f d m sit æqualis angulo f d l ex hy-
pothesi, & angulo q d z per 15 p 1, & angulus m d a sit
æqualis angulo l d q: & angulus a d h æqualis angulo
n d l: angulus uerò m d n est maior angulo n d l, &
angulus h d q est maior angulo a d h: ergo totus an-
gulus l d h est maior toto angulo m d h: igitur per 24
p 1 linea l h est maior quàm linea h m, cum linea m d
sit æqualis lineæ d l, & lineæ d h communis ambobus
trigonis m d h & l d h. Erit ergo angulus d h l minor
angulo d h m. Quoniã si detur, quod sit æqualis: tunc
erit proportio lineæ l h ad lineam m h, sicut lineæ l n
ad lineam n m per 3 p 6: quod est impossibile per 8 p
5. Si uerò detur quod angulus d h l sit maior angulo
d h m: ergo per 27 th. huius secetur ex angulo d h l
angulus æqualis angulo d h m: & sequetur impossi-
bile, ut prius, producta illa lineæ secante, ad lineam l
n per 29 th. huius. Est igitur angulus d h l minor an-
gulo d h m. Secetur igitur ab angulo m h d angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d. Ergo
forma puncti t per 20 th. 5 huius reflectetur ad uisum existentem in puncto l à puncto speculi, quod
est h: & linea t d est minor quàm linea l d: quoniam est minor quàm linea d m. Similiter si sumantur
in semidiametris b g & g d alia pũcta quàm l & m, æqualiter distantia à punctis l & m: similiter pro-
babitur quod à puncto h sit reflexio punctorum inæqualiter distantium à centro adinuicem: & ita
de infinitis punctis in his diametris sumptis semper similis erit probatio: & à quocunq; puncto ar-
cus a q, præter quàm à puncto z, eadem est demonstratio. A puncto uerò z non est possibilis refle-
xio propter angulorum t z d & d z l inæqualitatem: quæ patet per 4 p 1, reflecta per 3 p 1 linea l d in
puncto p ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p z. Patet ergo propositum.



6d

29. Puncto rei uisæ & cetro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni speculi
spherici concaui existētibz, inæqualiterq; distan-
tibz à centro: si ab aliquo puncto speculi arcus sci-
licet interiacentis semidiametros, in quibus illa
puncta non consistunt, fiat reflexio formarū eius-
dem puncti ad eundem uisum: ab alio puncto eius-
dem arcus est impossibile reflecti. Alhaz. 75 n 5.

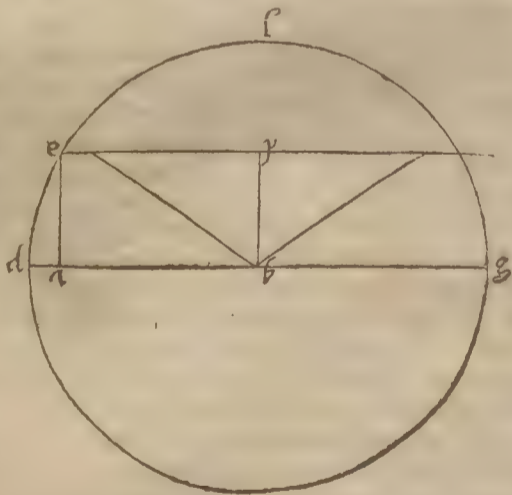
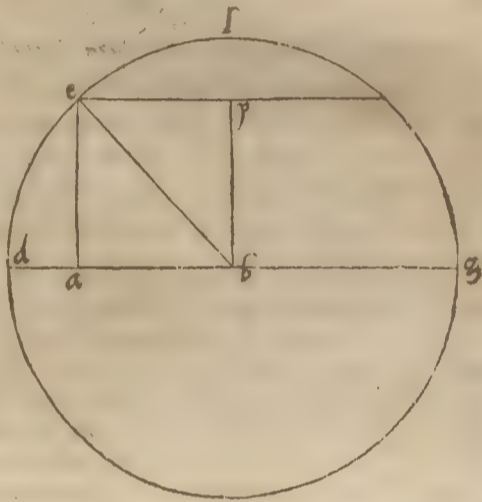
Remaneat omnimoda dispositio theorematis præ-
cedentis: & sit, ut pũctus rei uisæ, (qui est t) in semi-
diametro circuli d b à puncto arcus a q, (quod sit h)
reflectatur ad uisum existentē in pũcto l semidiametre-
tri d g plus distantē à cetro speculi, qd est d, quã pũ-
ctus rei uisæ, qui est t: sitq; puncta t & l ambo intra
speculũ. Dico quod formã pũcti t ad uisum l impos-
sibile est reflecti ab alio pũcto arcus a q, quàm à pũcto
h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti
ad uisum l: sit illud punctũ k: & ducatur lineæ t k, l k,
d k, t h, l h: & lineæ n d h: & producaturo linea k d,
quousq; cadat in lineã l t in punctũ p: cadet autē per 29 th. huius, ut in præmissa ostendimus. Quia
itaq;



itaq; ut patet ex hypothesi, forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto l à puncto spe-
culi h: palàm per 20 th. i huius quoniam angulus th l diuiditur per æqualia per lineam n d h. Ergo
per 3 p 6 patet quoniam est proportio lineæ l h ad lineam t h, sicut lineæ l n ad lineam n t. Et simili-
ter cum angulus t k p sit æqualis angulo l k p ex hypothesi: erit per eandem 3 p 6 proportio lineæ
l k ad lineam t k, sicut lineæ l p ad p t: sed linea l h est maior quàm linea l k per 7 p 3, & linea t h est
minor quàm linea t k: igitur per 9 th. i huius maior est proportio lineæ l h ad lineam t h, quàm li-
neæ l k ad lineam t k: maior ergo erit proportio lineæ l n ad lineam n t, quàm lineæ l p ad lineam p
t: quod est impossibile, & contra idem 9 th. i huius. Quocunq; uerò alio puncto dicti arcus h q
dato, idem accidit impossibile. Palàm ergo quoniam ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h, est
impossibile formam puncti t ad l centrum uisus reflecti. Ergo nec aliquem punctorum æqualiter
distantiũ à puncto t, & à puncto l, possibile est ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h reflecti. Et
hoc est oppositũ. Ex his itaq; duob. theorematibus patet uniuersalis passio, quæ accidit uisibilibus,
& uisui sic disposito, respectu centri speculi ab omnibus punctis arcus a q: quoniam à nullo puncto
aliorum arcuũ est possibilis reflexio punctorũ taliter dispositorũ, ut etiam hoc patet per 27 huius.

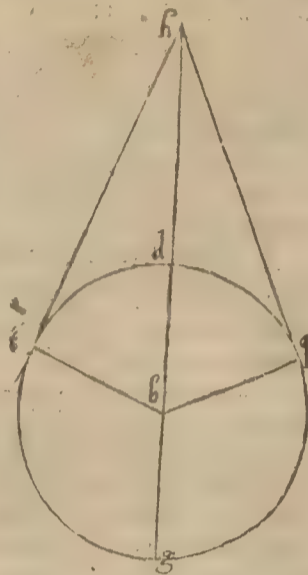
30. *Centro uisus intra circulum (qui est cõmunis sectio superficies reflexionis & speculi sphæ-
rici concaui) in eius diametro existente: à quolibet puncto illius semicirculi reflectuntur ad ui-
sum formæ punctorum æqualis uel inæqualis distantia à centro speculi cum ipso centro uisus.*
Alhazen 76 n 5.

Sit a centrum uisus: centrum uerò speculi sphærici concaui sit b: & sit a intra speculum: duca-
turq; una diameter, quæ sit d a b g: & imaginetur superficies plana, in qua sunt puncta a & b quo-
cunq; modo extensa: hæc ergo per 69 th. i huius secabit sphæram speculi secundum circulum, qui
sit d l g. Dico quod à quolibet puncto alterius isto-
rum semicirculorum reflectuntur ad uisum a for-
mæ punctorum inæqualiter distantiu à centro spe-
culi cũ ipso puncto a. Sumatur enim in alicuius se-
micirculorum illorum peripheria punctus e: & du-
cantur lineæ e a & e b. Palàm itaq; quoniam angu-
lus a e b erit acutus per 42 th. i huius, & quia cadit
in minorem arcum semicirculo. Super punctum
itaq; e terminum lineæ b e fiat per 23 p 1 angulus æ-
qualis angulo a e b, qui sit p e b: & producaturs linea
p e quantum placet. Palàm itaq; per 20 th. 5 huius
quoniam quodlibet punctum illius lineæ reflecti-
tur ad uisum a à puncto speculi, quod est e. Ducta
quoq; à centro speculi, quod est b, ad lineam p e per-
pendiculari per 12 p 1: aut illa perpendicularis erit
æqualis lineæ b a, secundum quam distat centrum
uisus à centro speculi: aut maior: aut minor. Si fue-
rit æqualis: tunc, cum omnes lineæ ductæ à centro
b ad lineam p e, præter illam perpendicularẽ, sint maiores illa perpendiculari per 19 p 1, quoniam
opponuntur angulo recto in illo triangulo: palàm quod omnes lineæ erunt maiores quàm linea b
a: & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quo d cadit perpendicularis ductæ
à centro b super lineam p e, inæqualiter distabit à
centro b cum puncto a centro uisus. Si uerò per-
pendicularis fuerit maior quàm linea b a: tunc pa-
tet secundũ præmissa, quod omnia puncta lineæ
p e plus distabunt à centro b, quàm punctus a. Si
aut illa perpendicularis fuerit minor quàm linea
b a: tunc possibile est duci à puncto b duas lineas
ex diuersis partibus perpendicularis æquales li-
neæ b a: quod fiet subtensis illis angulis, rectis ex
utraq; parte lineis, æqualibus lineæ a b per 26 th.
i huius: & omnes lineæ aliæ ductæ à centro b ad
lineam p e aut sunt minores, aut maiores, quàm li-
nea b a. Palàm itaq; per 28 huius quoniam à pun-
cto e reflectuntur omnia puncta lineæ p e ad a centrũ
uisus, quorũ distantia à centro speculi inæqualis
est distantia centri uisus, quod est a, ab eodẽ cen-
tro speculi. Sed, ut patet ex præmissis, inter hæc
sunt puncta æqualiter distantia à centro speculi
cũ puncto a. Sumpto quoq; quocũq; puncto in toto semicirculo illo, in quo sumptũ est punctum e,
semper est eodem modo demonstrandum. Eodem quoq; modo potest in alio semicirculo circuli d
l g demonstratio formari. Patet ergo propositum.



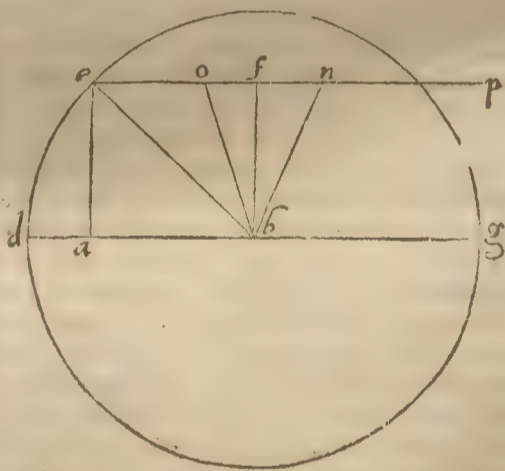
31. Centro uisus extra circulum (qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi spherici concaui) existente, si à uisu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli: à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentia (præter quàm ab illis punctis) potest fieri reflexio ad uisum punctorum inaequaliter distantium à centro circuli cum centro uisus. *Alhazen 77 n 5.*

Huius demonstratio euidens est per præmissa. Sit enim centrum uisus h extra circulum $d t g q$, cuius centrum est b : & ducatur diameter $h d b g$: patetq; per 6 huius quod à puncto g non fit aliqua reflexio ad uisum: ducanturq; à puncto h (quod est centrum uisus) duæ lineæ contingentes circulum $d t g q$ per 17 p 3 quæ sint lineæ $h t$ & $h q$: palamq; est per ea, quæ dicta sunt in 24 huius, quoniam ab arcu $q d t$ nulla fit reflexio ad uisum existentem in puncto h : sed nec ab aliquo punctorum contingentia, quæ sunt q & t , potest fieri reflexio ad uisum existentem in puncto h : quoniam angulus contingentia est indiuisibilis: & lineæ $q h$ & $t h$ sunt circulum contingentes, & ut patet per 42 th. 1 huius omnis angulus contentus sub termino chordæ & diametri est acutus: angulus uerò $b q h$ est rectus. Non ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uisum in punctum h : à reliquis uerò punctis arcus $q g t$, excepto puncto g , potest fieri reflexio, demonstratione 6 & 24 huius repetita. Patet ergo propositum, seruata hypothese præmissa.

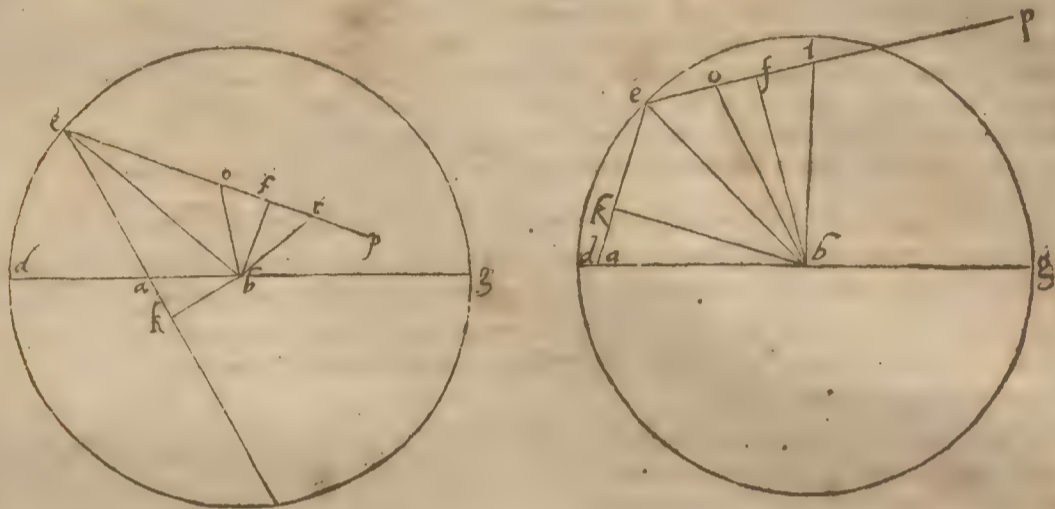


32. Centro uisus intra circulum (qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi spherici concaui) existente, factaq; reflexione ab aliquo puncto circumferentia formæ alicuius punctorum inaequaliter distantium à centro speculi cum centro uisus: diameter circuli, in qua est punctus reflexus, cum diametro, in qua est centrum uisus facit angulum extrinsecum angulo reflexionis quandoq; maiore: quandoq; minorem angulo constantè ex angulis incidentia & reflexionis. *Alhazen 78 n 5.*

Stante priori dispositione 30 huius, ducatur à centro speculi, quod est b , linea $b f$ perpendicularis super lineam $e p$. Aut ergo linea $b a$ est perpendicularis super lineam $e a$: aut non. Sit primò perpendicularis: & erunt duo anguli $f b a$ & $f e a$ æquales duobus rectis per 32 p 1, ideo quod in quadrilatero $f b a e$ alij duo anguli sunt recti ex hypothese. Ducatur itaq; linea $b o$ super lineam $e f$: & erunt duo anguli $o b a$ & $o e a$ minores duobus rectis: ideo quod angulus $b o e$ est obtusus, & angulus $b a e$ rectus: erit ergo angulus $o b g$ (qui per 13 p 1 cū angulo $o b a$ ualet duos rectos) maior angulo $o e a$, qui est angulus cōstans ex angulo reflexionis & incidentia. Et cum triangulus $e b f$ sit æqualis triangulo $e b a$: quia cum angulus $b f e$ sit æqualis angulo $b a e$ (quoniam uterq; rectus) & angulus $b e f$ sit æqualis angulo $b e a$ per 20 th. 3 huius: erit per 26 p 1 angulus $e b a$ æqualis angulo $e b f$: est enim $b e$ latus utriq; illorum trigonorum cōmune: eritq; per 4 p 6 latus $f b$ æquale lateri $b a$: quoniam ipsa respiciunt angulos æquales. Sed latus $o b$ per 19 p 1 est maius latere $b f$: ergo & ipsum est maius latere $b a$. Ducta uerò linea $b n$ super aliquod punctum lineæ $f p$: erunt per præmissa duo anguli $n b a$ & $n e a$ maiores duobus rectis: sed per 13 p 1 duo anguli $n b a$ & $n b g$ ualent duos rectos: ergo angulus $n b g$ minor est angulo $n e a$: & linea $n b$ cū sit per 19 p 1 maior q̄ linea $b f$, erit ipsa maior quàm linea $b a$. Itaq; forma puncti n reflectitur ad uisum existentem in puncto a , à puncto speculi, quod est e : & inaequaliter distat à centro speculi, quod est b , cum centro uisus, quod est a : & diameter $b n$, in qua est punctus rei uisæ, quod est n , cum diametro $a b g$, in qua est centrum uisus, quod est a , facit angulum $n b g$ minorem angulo $n e a$; qui est angulus cōstans ex angulis incidentia & reflexionis: diameter uerò $o b$ cum diametro $a b g$ continet angulum $o b g$ maiorem angulo $o e a$. Patet ergo propositum. Si uerò linea $b a$ non fuerit perpendicularis super lineam $e a$: tunc per 12 p 1 à puncto b super productam lineam $e a$ ducatur perpendicularis, quæ sit $b k$: quæ quidè siue cadat ultra lineam $a b$, uel citra uersus punctum e , semper eadè probatio. Sit enim linea $b f$ perpendicularis super lineam $e p$: & sit linea $f t$ æqualis lineæ $a k$: & ducatur linea $t b$. Palà itaq; quoniã in trigono $k e b$ angulus $e k b$ est rectus æqualis an-



lis angulo f b e trigoni f e b: & angulus k e b per 20 th. 5 huius est æqualis angulo f e b, linea uero e b est latus commune: ergo per 26 p 1 illa trigona f b e & k b e sunt æqualia: & erit linea b f æqualis lineæ k b: sed linea a k æqualis est lineæ f t ex hypothesi: ergo per 4 p 1 in trigonis b t f & b k a erit linea b t æqualis lineæ b a: & angulus a b k æqualis angulo f b t: addito ergo utrobique communi angulo f b a, erit angulus k b f æqualis angulo a b t: sed duo anguli k b f & f e a ualent duos rectos per 22 p 1, quia in quadrilatero k b f e alij duo anguli (qui sunt b f e & b k e) sunt recti: ergo duo anguli t b a & t e a ualent duos rectos: sed per 13 p 1 angulus t b g cum angulo t b a ualet duos rectos: ergo angulus t b g æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & angulo reflexionis. Si igitur à centro speculi, quod est b, ad lineam t e ducatur linea ultra punctum t, faciet an-

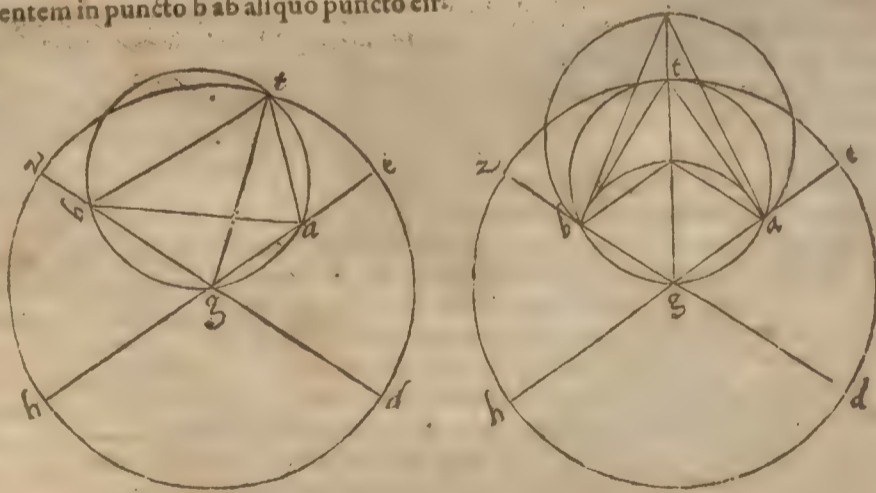


gulum cum diametro b g ex parte puncti g minorem angulo t e a: quoniam faciet minorem angulo t b g, qui est æqualis angulo t e a: & erit illa linea maior quam linea a b: quia erit per 19 p 1 maior quam linea b t, quæ est æqualis lineæ a b. Quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e ad centrum speculi, quod est b, faciet angulum cum diametro b g maiorem angulo t b g: ergo & maiorem angulo, t e a: & erit quælibet illarum linearum minor quam linea b t: ergo erit minor quam linea b a. Patet ergo propositum.

33. Centro uisus & puncto rei uise in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi spherici concaui) existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi: si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum, in qua est punctus rei uise cum diametro, in qua est centrum uisus, angulum extrinsecum æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis. Alhazen 79 n 5.

Sit b centrum uisus: & centrum speculi spherici concaui sit g: & ducatur diameter per puncta b & g: quæ sit z d: sitq; a punctus rei uisæ: & esto, ut aliqua superficies plana secet spheram speculi super circulum z e d per 69 th. 1 huius. Dico (si forma puncti a existentis in diametro h g e reflectitur ad uisum existentem in puncto b ab aliquo puncto cir-

culi z e d: & si inæqualis est distantia punctorum a & b à centro speculi, quod est g) quod diameter a g cū diametro b g d ex parte puncti d faciet angulum a g d, quem impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



Si uero hoc sit possibile, ponatur esse: & sit punctus reflexionis t: sitq; linea a g inæqualis lineæ b g: & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a: & fiat circulus transiens per tria puncta a g b trigoni a b g per 5 p 4: trāsbibit ergo ille cir-

ille circulus necessariò per punctum g . Si enim tráseat extra punctum t : tunc ductis lineis à punctis a & b ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t , & ducta linea $b a$: erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 21 p 1 minor angulo $a t b$, sed accidit ipsum esse æqualem angulo $a t b$. Palàm enim per 22 p 3 quoniã ille angulus cum angulo $a g b$ ualet duos rectos: quoniam omnes duo anguli quadrilateri inscripti circulo ex aduerso collocati ualet duos rectos: sed angulus $a g b$ cum angulo $a g d$ per 13 p 1 ualet duos rectos: angulus uerò $a g d$ æqualis est angulo $a t b$ ex hypothese: ergo angulus $a g b$ cum angulo $a t b$ ualet duos rectos: erit ergo ille angulus constitutus super arcum minoris circuli æqualis angulo $a t b$, quod est contra 21 p 1. Similiter quoq; accidit idem impossibile, si circulus ille transiens puncta illa tria, quæ sunt a, g, b , non ceciderit in punctum t , sed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius. Restat ergo ut circulus transiens per puncta a, g, b transeat etiam per punctum t . Cum itaq; angulus $a t g$ sit per 20 th. 5 huius æqualis angulo $b t g$: erit arcus $a g$ æqualis arcui $b g$ per 26 p 3: ergo per 29 p 3 erit linea $b g$ æqualis lineæ $g a$: posita autem est esse inæqualis: hoc ergo est impossibile. Pater itaq; propositum, quoniã angulus $a t b$ constans ex angulis incidentiæ & reflexionis formæ puncti a ad centrũ uisus existens in puncto b , semper est inæqualis angulo contento à diametris, in quibus sunt punctus rei uisæ, & centrũ uisus, extrinseco ad illũ angulũ incidentiæ & reflexionis. Quod est oppositũ.

34. Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi spherici cõcaui) existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi: si à duobus punctis arcus interiãcentis diametrum, in qua est centrum uisus, & aliam, in qua est punctus rei uisæ, fiat reflexio: non erit uterq; angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo, extrinseco ad angulum cadentem in eundem arcum, à dictis diametris contento. Alhazen 80 n 5.

Sit, ut in præmissa proxima, centrum uisus b : & punctus rei uisæ a : centrum speculi spherici cõcaui sit g : & ducatur diameter per puncta b & g , quæ sit $z d$: secetq; superficies plana speculũ secundum diametrum $z d$: eritq; per 69 th. 1 huius sectio communis circulus, qui sit $e d h$: ducaturq; diameter $e h$, in qua sit punctus rei uisæ, qui est a : sitq; linea $b g$, quæ est distantia centri uisus à centro speculi, maior quàm linea $a g$. Dico quòd si forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b , à duobus punctis arcus $e z$, non erit uterq; angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo $a g d$. Sint enim duo puncta, à quibus fit reflexio formæ puncti a ad uisum existentem in puncto b , quæ sunt puncta t & q : & ducantur lineæ $b t, g t, a t, b q, g q, a q$. Si itaq; angulus $b t a$ cõstans ex angulo incidentiæ, qui est $a t g$, & ex angulo reflexionis, qui est $g t b$, sit minor angulo $a g d$, qui est angulus extrinsecus angulo cadenti in arcum $e z$: & est ipse angulus $a g d$ cadens in arcum $e d$. Dico quòd angulus $a q b$, qui constat ex angulo incidentiæ $a q g$, & angulo reflexionis $g q b$, non erit minor angulo $a g d$. Dato enim quòd sit minor: ducatur linea $g n$ diuidens angulum $e g z$ per æqualia per 9 p 1: & ducatur linea $a b$ continuans punctum rei uisæ, quod est a , cum centro uisus, quod est b . Palàm itaq; per 29 th. 1 huius, cum linea $g n$ secet angulum $b g a$, cui subrenditur linea $a b$, quòd linea $g n$ etiã secabit lineam $a b$: sit punctus secubis f : erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ $b g$ ad lineam $g a$, sicut lineæ $b f$ ad lineam $f a$: sed linea $b g$ ex hypothese est maior quàm linea $g a$: est ergo linea $b f$ maior quàm linea $f a$. Diuidatur itaq; linea $a b$ per æqualia in puncto k per 10 p 1: & fiat per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta, quæ sunt a, b, t : qui circulus non transibit per punctum g , sed citra illud uersus puncta a & b . Dato enim quòd circulus ille transeat centrum g , sequeretur per 22 p 3 angulum $a g b$ cum angulo $a t b$ equalẽ esse duobus rectis: quoniã illi duo anguli erunt ex aduerso collocati in quadrilatero inscripto illi minori circulo: sunt autẽ illi duo anguli minores duobus rectis, quòd patet ex hypothese, cum angulus $b t a$ sit minor angulo $a g d$, qui per 13 p 1 cum angulo $a g b$ ualet duos rectos. Igitur ille minor circulus non transibit per centrũ maioris circuli, quod est g . Similiter quoq; dico quòd non transibit ille circulus minor punctũ reflexionis secundũ, quod est q . Dato enim quòd transeat punctũ q , cũ non transeat centrum g : sit punctus, in quo linea $g q$ secat peripheriã illius circuli, punctus m . Quia itaq; anguli $a q m$ & $m q b$ sunt æquales per 20 th. 5 huius, quoniã angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: & sunt cõstituti super illius circuli circumferentiã: palàm per 26 p 7 quoniã arcus $a m$ æqualis erit arcui $m b$: quod est impossibile. Sit enim punctus in quò linea $g t$ secat circulũ, punctus o : eritq; palàm p 20 th. 5 huius & 26 p 3 quoniã arcus $a o$ est æqualis arcui $o b$: est autẽ arcus $a o$ maior arcu $a m$: fiet ergo arcus $o b$ maior arcu $m b$, pars suo toto: quòd est impossibile. Nò ergo trássit ille circulus per punctũ q : restat ergo, ut ille circulus transeat



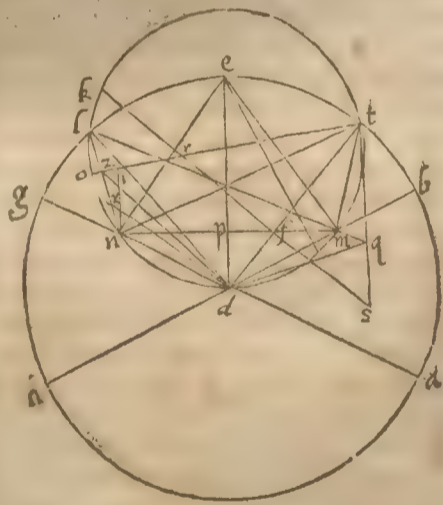
feat ultra punctum q: si enim citra punctum q transeat, eadem penitus erit improbatio, quæ prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ sit o k: hæc ergo diuidit chordam b a per æqualia, & similiter arcum b a, ut patet ex præmissis. Ductis ergo chordis b o & a o, quæ erunt æquales per 29 p 3, patet per 8 p 1 quod linea o k perpendicularis erit super lineam b a. Sed per 18 p 1 angulus b a g maior est angulo a b g: est enim linea b g maior quàm linea g a ex hypothesi, & per 32 p 1 angulus b i g ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32 p 1 angulus a f g ualet duos angulos f b g & f g b: sed ex præmissis angulus a g f est æqualis angulo f g b, & angulus f a g maior est angulo f b g: ergo angulus a f g minor est angulo g f b: est ergo angulus g f a acutus, & angulus g f b obtusus per 13 p 1: ergo angulus n f k est acutus per eandem 13 p 1: sed angulus o k b est rectus, ut patet ex præmissis: ergo per 14 th. 1 huius linea o k producta concurret cum linea g n ultra lineam b f, non autem sub illa: ideo, quia si concurreret cum linea g f in puncto k: fierent per 1 p 6 trigona a g k & b g k æqualia: cum ipsa sint eiusdem altitudinis, & eorum bases, quæ sunt b k & a k, sint æquales: sed & eorum anguli, qui sunt b g k & a g k sunt æquales: angulus enim a g b diuisus est per æqualia per lineam g f, in quam cadit punctum k: ergo per 15 p 6 sequitur latus b g fieri æquale lateri a g: quod est contra hypothesin: uel sequitur per 3 p 6 lineam b k fieri maiorem quàm fuit linea a k: quod item est contra præmissa. Idem quoq; accidit impossibile, si punctus f cadat inter puncta b & k: fiet enim linea b k maior quàm linea b f: est autem linea b f per 3 p 6 maior quàm linea f a: & ita est linea b f maior quàm linea k a: quod totum est impossibile: cadet ergo punctus f inter puncta k & a. Fiet ergo linearum o k & g n concursus ultra lineam b f. Facto item circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a, q, b: transibit ille circulus citra punctum g: quoniam, ut prius ostensum est, si transiret per punctum g, fieret per 22 p 3 angulus a q b æqualis angulo a g d per 13 p 1, quod est contra præmissam proximam: transibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 20 th. 5 huius & per 26 p 3 linea g q diuidet arcum illius circuli, qui est a b, per æqualia in puncto, qui sit o: quoniam ipsa diuidit angulum b q a per æqualia. Ducatur quoq; linea k o, quæ, ut patet ex præmissis, diuidit chordam b a per æqualia: ergo linea k o concurret cum linea g n infra lineam b f, & ultra punctum o. Quia enim, ut supra ostensum est, linea o k est perpendicularis super lineam b a, punctumq; o cadit in peripheriam circuli minoris, qui est a q b: à punctis ergo a & b copulentur, ut prius, chordæ b o & a o, patetq; per 4 p 1 quoniam chordæ b o & a o sunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus a o est æqualis arcui b o: arcus enim b a diuisus est per æqualia in puncto o per lineam g q: lineæ ergo o k & g n concurrunt in puncto aliquo citra lineam b f, & ultra punctum o: quoniam linea g n diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut supra patuit. Linea ergo k o cõcurrentes cum lineâ b a, de necessitate prius concurret cum linea g n: concurret ergo cum linea g n sub lineâ b f: cuius contrarium iam patuit in præmissis: ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g n ultra lineam b f: & ita sequeretur duas rectas lineas includere superficiem: quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b non sit minor angulo a g d: aut quod forma puncti a non reflectatur ad uisum in punctum b à puncto q: quod est contra hypothesin & impossibile. Est ergo angulus a q b non minor angulo a g d: ex quo sequitur propositum, quod in hac dispositione non erit uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco, ad angulum cadentem in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una est centrû uisus, & in altera punctus rei uisæ. Patet ergo propositum: quoniam semper similis erit improbatio, sumpto quocunq; alio puncto arcus e n. Sed neq; ab aliquo puncto arcus z n possibile est fieri reflexionem formæ puncti a rei uisæ ad uisum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto t, & ab illo alio puncto arcus n z sit uterq; minor angulo a g d. Remanente enim dispositione figuræ prioris, sit, ut à puncto arcus n z fiat reflexio formæ puncti a ad uisum b. Sit itaq; quod angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui sit super punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui est supra punctum t, minor est eodem angulo a g d. Ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p: secabit ergo linea g p lineam k o: quoniam, ut præmissum est, linea g t diuidit arcum a b minoris circuli per æqualia in puncto o per 26 p 3: est enim per 20 th. 5 huius angulus a t g æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o per æqualia. Et quoniam, ut præostensum est, patet quod linea k o concurret cum lineâ g n, linea g p secabit angulum n g t, cui subtenditur linea k o, concurrens cum lineâ n g ultra lineam b f: ergo per 29 th. 1 huius linea g p secabit lineam k o. Sit itaq; punctus sectionis linearum g p & k o punctus l: & ducatur linea t p. Cum itaq; duæ lineæ g t & g p sint æquales: quia sunt semidiametri eiusdem circuli: erit per 5 p 1 angulus g t p æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 22 p 1. Ducta ergo linea perpendiculari à puncto t super lineam g t, erit illa perpendicularis per 16 p 3 contingens speculi circulum, qui est e d h z: & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 31 p 3: cum angulus, quem efficit illa perpendicularis cum linea t g, respiciat semicir-



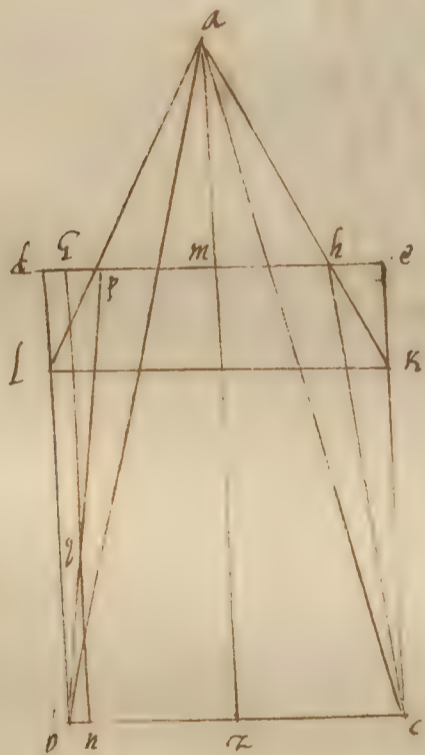
semicirculū minoris: linea enim $o k$ cadit super lineā $k o$, fitq; angulus $o k$ minor recto per 42 th. i huius: linea enim $o k$ est pars diametri circuli minoris, propter hoc quod angulus $o k b$ est rectus: & linea $k o$ producta secat circulum minorē, transiens per eius centrū per $1 p 3$: ideo quod ipsa secās lineam $b a$ orthogonaliter, & per æqualia secat ipsam necessariō: ergo illa perpendicularis producta concurret cum lineā $k o$ per 14 th. i huius: eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per $31 p 3$: cum ille angulus in semicirculo sit rectus, qui fit super punctum t terminū lineæ $g t$: sed linea $t p$ est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n . Igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g centro speculi ad lineam $t p$, secans diametrum $o k$: illa cadet necessariō in aliquod punctum lineæ $t p$ extra perpendicularē. Cum igitur linea $g p$ cadat in punctum p , & secet lineam $o k$: erit punctus p extra illam perpendicularē, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis. Facto igitur circulo trāseunte per tria puncta, quæ sunt a, b, p , transibit quidem ille circulus per punctum l : quoniam lineā $p l$ secabit illum circulum, sicuti priore in circulum $a b$ secabat lineā $t o$. Circulus itaq; $a b p$ secabit circulum $a b t$ in duobus punctis a & b : & cum exeat à puncto b , & iterum redeat in punctum p inferiorem puncto t (cum sit extra illum circulum versus punctum t) necessariō secabit illum circulum in tertio puncto, quod est contra $10 p 3$ & impossibile. Restat igitur, ut forma puncti rei visæ, qui est a , non reflectatur ad visum existentē in puncto b à duobus punctis arcus $z n$: ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo $a g d$. Palam ergo, quod impossibile est, ut forma puncti a reflectatur ad visum b à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros, qui est z , ita ut uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis sit minor angulo $a g d$. Quod est propositum.

35. In speculis sphericis cōcavis duos punctos, qui in diuersis diametris, & inæqualis distantia à centro speculi existentes à duobus punctis speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illi puncti consistunt, ad se mutuo reflectantur, possibile est inueniri. Alhazen 81 n 5.

Sit circulus (qui est communis sectio superficiē reflexionis, & superficiē speculi sphericis cōcavis) cuius centrum d : & sumantur in ipso duæ diametri, quæ sint $g a$ & $b h$, secantes se in centro d : dico quod possibile est fieri, quod proponitur. Diuidatur enim angulus $g d b$ per æqualia per semidiametrum $d e$: & in semidiametro $b d$ sumatur punctus m ultra punctū, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e super diametrum $b d$: & sumatur linea $n d$ in diametrum $d g$ æqualis lineæ $m d$: & fiat per $5 p 4$ circulus transiens per tria puncta m, d, n : hic ergo necessariō transibit ultra punctum e : Si enim detor, quod ille circulus transeat punctum e , ducantur lineæ $m e$ & $n e$: fietq; quadrangulum $d m e n$ intra circulum: ergo per $22 p 3$ duo anguli istius quadranguli ex aduerso collocati, ut qui iacent ad punctos m & n , sunt æquales duobus rectis: quod est impossibile: quoniam duo anguli $e m d$ & $e n d$ ambō sunt acuti, minores duobus rectis: ideo quod lineæ $e m$ & $e n$ cadunt ultra perpendicularē ductas à puncto e super semidiametros $b d$ & $d g$. Similis quoq; fiet deductio, si circulus transeat extra punctum e : tunc enim anguli illius quadranguli cadentes super punctum m & n , erūt iterum minores duobus rectis. Transit igitur circulus $d m n$ extra punctum e : secabit ergo circulum propositum ipsius speculi in duobus punctis per $10 p 3$: sint illa duo puncta t & l : & ducantur lineæ $n t$, $m t$, $l d$, $m l$: & ducatur lineā $m n$ secans lineā $t d$ in puncto f , & lineam $e d$ in puncto p . Cum itaq; ut patet ex præmissis, lineā $m d$ sit æqualis lineæ $n d$, & lineā $p d$ cōmunis ambobus trigonis $p d m$ & $p d n$, & angulus $p d m$ æqualis angulo $p d n$: palam per $4 p 1$ quoniam triangulus $p m d$ æqualis est triangulo $p n d$: erit quoq; angulus $f p d$ æqualis angulo $n p d$, & uterq; rectus: angulus itaq; $p f d$ est acutus per $32 p 1$. Ducatur ergo à puncto f lineā perpendicularis super lineam $d t$ per $11 p 1$, quæ producta ad circumferentiā minoris circuli sit lineā $f k$. Hæc itaq; secabit lineam $l n$: uel non secabit. Si non secet: erit quilibet punctus lineæ $l n$ propinquior puncto n , quam punctus k . Si secet: palam itaq; quoniam aliquis punctus lineæ $l n$ erit inferior puncto k , plus approximans ad punctum n quam punctū k : sit ille punctus z : & ducatur lineā $t z$: quæ producatur usq; ad circumferentiā circuli minoris, cadatq; in punctum o . Arcus itaq; $n o$ aut est minor arcu $t l$: aut non. Si non fuerit minor, abscindatur ex eo arcus minor arcu $t l$, & ducatur ad terminum illius arcus lineā à puncto t , & erit idem, sicuti si arcus $n o$ sit minor arcu $t l$. Sit ergo arcus $n o$ minor quam sit arcus $t l$: ergo per $33 p 6$ angulus $t n l$ est maior angulo $o t n$. Secetur ergo ex angulo $t n l$ angulus æqualis angulo $o t n$, qui sit $i n z$: cadetq; punctum i in lineam $t z$ per 29 th. i huius: & super punctum t lineæ $m t$ per $23 p 1$ fiat angulus æqualis angulo $o t n$, qui sit angulus $q t m$. Cum itaq; angulus $t m l$ sit maior angulo $m t q$: quia arcus $t l$ est maior arcu $n o$, ut patet ex præmissis: arcus uero $n o$ determinat quantitatem anguli $m f q$, qui est æqualis angulo $o t n$: palam ergo per 14 th. i huius quoniam concurret lineā $t q$ cum lineā $l m$: sit itaq; concursus in puncto q . Cum



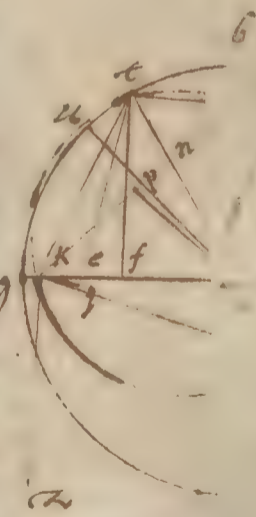
q. Cum igitur angulus $l m t$ sit equalis duobus angulis $m q t$ & $m t q$ per 32 p 1, & angulus $l n t$ sit equalis angulo $l m t$ per 27 p 3, sunt enim constituti super eundem arcum: qui est $l t$: & cum angulus $i n z$ ex præmissis sit equalis angulo $m t q$: erit angulus $i n t$, equalis angulo $m q t$: est ergo per 32 p 1 triangulus $m t q$ æquiangulus triangulo $i n t$, cum angulus $o t n$ sit equalis angulo $m t q$: & similiter triangulus $i n z$ est per 32 p 1 æquiangulus triangulo $t n z$, cum angulus $t z n$ ambobus illis triangulis sit cõmunis, & angulus $i n t$ sit equalis angulo $o t n$. Est ergo per 4 p 6 proportio lineæ $u t$ ad lineam $t q$, sicut lineæ $n i$ ad lineam $m q$: & similiter est proportio lineæ $t n$ ad lineam $t z$ sicut lineæ $n i$ ad lineam $n z$: sed lineam $t z$ est maior quam lineam $t q$: quod patet per hoc. Sit enim r punctus, in quo lineam $t z$ secat lineam $k f$: angulus itaque $t f r$ est rectus, cum lineam $k f$ sit perpendicularis super lineam $t d$: ergo per 22 p 1 angulus $t f r$ est acutus. Quia uero lineam $d m$, ut patet ex præmissis, est equalis lineam $d n$: erit per 28 p 3 arcus $d m$ equalis arcui $d n$: ergo per 27 p 3 angulus $m t d$ est equalis angulo $d t n$: sed angulus $q t m$ est equalis angulo $o t n$ ex præmissis: sit ergo angulus $q t f$ equalis angulo $f t r$: quia ex æqualibus angulis constat: angulus ergo $q t f$ est acutus, & lineam $k f$ est perpendicularis super lineam $t d$: angulus quoque $t f k$ est rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineam $k f$ productam concurrent cum lineam $t q$: sit punctum concursus s : & lineam productam à puncto t usque ad punctum s sit $t s$: & $t f r$ & $t s r$ anguli in t sunt equalia per 26 p 1: & $t s$ est minor quam $t q$: & $t s$ est minor quam $t z$: igitur lineam $m q$ est minor quam $t x$: & $m d$ cum angulo $m t d$ per 4 p 1 triangulus equalis angulo $q t m$ sit maior angulo $m t d$: & $m d$ est minor quam $t x$: est acutus: quia per 19 p 1 lineam $d z$ potest reflecti sicut distantiam à centro $d m$: addito erit minor duo punctis.



um concursus,
 ali ad punctum
 igoni $t f s$ & $t f r$
 equalia per 26 p 1:
 est minor quam
 ad lineam $t z$: igitur
 lineam $m q$ est minor
 quam $t x$.
 & $m d$ cum angulo
 per 4 p 1 triangulus
 equalis angulo $q t m$
 sit maior angulo
 $m t d$: & $m d$ est
 minor quam $t x$:
 est acutus: quia
 per 19 p 1 lineam $d z$
 potest reflecti sicut
 distantiam à cen-
 tro $d m$: addito erit
 minor duo punctis.
 Ergo duo pun-

ro & in diuer-
 sitis illas semi-
 circus ad se in-

o ad se inui-
 d est d, quam
 punctum k
 punctorum
 unctus arcus
 constantium
 angulorum e-
 t maior an-
 neq $o t$, $d t$, k
 Et lineam $t f$
 per lineam
 $e a t$ equi-
 lineam $t e$ p-
 neam $o k$: &
 to p . Cum
 rtio lineam
 t, ut lineam
 on autem
 lus $o p d$
 gulus $k o$
 lus $k p d$
 et: si fiat
 d est cen-
 trum



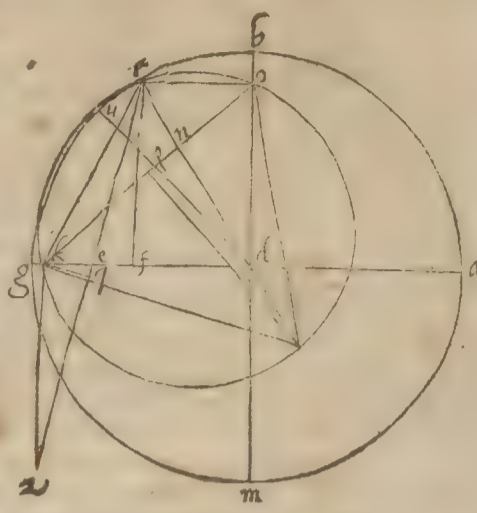
semicirculū minoris: linea enim t o cadit super lineā k o, fitq; angulus t o k minor recto per 42 th. i
 huius: linea enim o k est pars diametri circuli minoris, propter hoc quod angulus o k b est rectus:
 & linea k o producta secat circulum minorem, transiens per eius centrū per t p: ideo quod ipsa secās
 lineam b a orthogonaliter, & per æqualia secat ipsam necessario: ergo illa perpendicularis produ-
 cta concurret cum linea k o per i q. th. i huius: eritq; punctus concursus in puncto termini diametri
 circuli minoris per z t p: cum ille angulus in semicirculo sit rectus, qui fit super punctum t terminū
 lineæ g t: sed linea t p est inferior illa perpendiculari ex parte puncti h. Igitur quæcunq; linea duca-
 tur à puncto g centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k: illa cadet necessario in aliquod
 punctum lineæ t p citra perpendicularem. Cum igitur linea g p cadat in punctum p & secet lineam
 o k: erit punctus p citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subten ditor illa
 perpendicularis. Facto igitur circulo trāseunte per tria puncta, quæ sunt a, b, p, transibit quidem ille
 circulus per punctum l: quoniam lineā p l secabit illum circulum, sicuti priorem circulum a b i seca-
 bat lineā t o. Secabit circulum a b t in duobus punctis a & b: & cum exeat à pun-
 cto b, & iterum secabit circulum a b t in puncto t (cum sit citra illum circulum uersus pun-
 ctum t) necesse est ut sit punctus t in puncto t: & impossibile. Re-
 sultat igitur, ut punctus t sit punctus b à duo-

35. In speculo
 à centro spec.
 in quibus illi

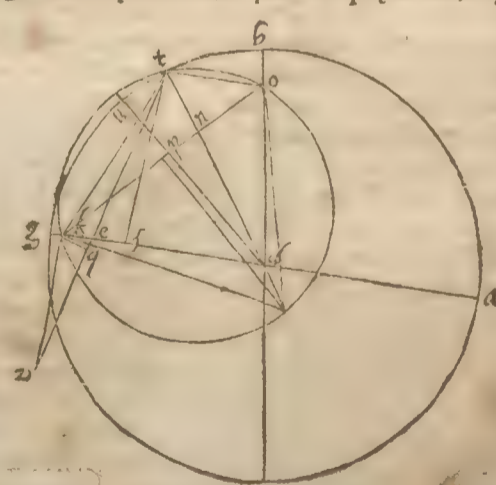
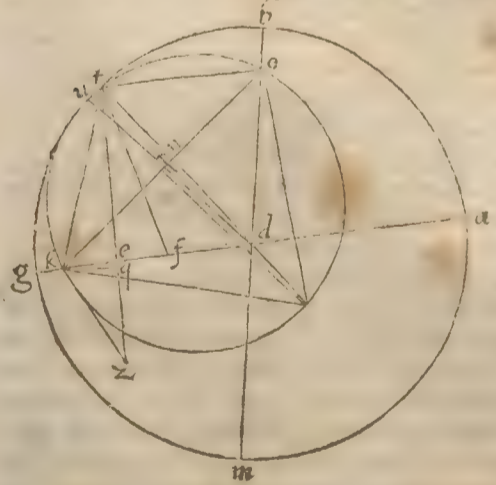
Sit circuli
 eadē cuius
 dico quod p
 diametrum
 laris ducta:
 fiat per s p.
 Si enim de
 d m e n i n
 ad puncto
 e n d a m b
 lares ducti
 citra pun
 mitores
 positum
 m t, n l, c
 ut patet
 nea p d
 gulus p
 triangu
 gulus f
 itaq; p
 riea pe
 cta ad
 itaq; f
 quilibet
 pun
 line
 ctur
 t z:
 ris,
 cu
 cu
 ne
 Et
 Se
 t z
 ar
 te
 p

3000			
600		22.16	
150		148.2	
3750		216	
		108	
		2224	
2000		33	33
400		6114	8
80		33	
2980		330	
		33	
20.6		23	
20.11.6		31	
436.2.6			
932		80	
868			
64			
932			
552			
		31.8	
		148.2	
		248	
		434	
		15	
		32	29
		4	29
		4661	
		932	
		591	
		868	
		53	
		200	
		11	
		586	
		21	
		21	

trum circuli maioris. Quoniam cum angulus o t k sit maior angulo o d a ex hypothesi: erunt duo anguli o d k & o t k maiores duobus rectis: quod esset impossibile per 22 p 3, si circulus ille transiret punctum d: uel supra punctum d: quoniam eadem est demonstratio. Linea uero n d diuidet k o arcum illius circuli per aequalia per 26 p 3: quoniam diuidit angulum o t k per aequalia ex hypothesi: fiet autem illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuisionis arcus o k ducatur linea ad medium punctum lineae o k (quae est chorda illius arcus o k) erit linea illa perpendicularis super lineam o k per 8 p 1, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cum linea k p sit maior quam linea p o ex praemissis: & angulus super punctum n ex parte illius perpendicularis erit acutus: ergo & ex parte p erit acutus: & angulus super punctum p ex parte o erit acutus: hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur quod punctus p cadat inter duo puncta n & o: impossibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p: quia tunc secaret lineam d p: & fieret triangulus: cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus: quod cum sit impossibile, necesse est angulum k n d esse acutum: ergo per 13 p 1 angulus o n d est obtusus: punctum ergo p non cadet inter puncta n & o. Quoniam cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex praemissis, angulus d p k est obtusus: sequeretur ergo in trigono d n p duos esse angulos obtusos: quod cum sit impossibile per 22 p 1: palam quia punctus p non cadet inter puncta n & o: non cadit etiam in punctum n, ut est euidens. Cadet ergo inter puncta k & n. Quia ergo, ut patet ex praemissis, angulus k t d est medietas anguli k t o: sed & angulus k t e est medietas anguli k t f: angulus uero k t o maior est angulo f t o, in angulo k t f: restat ergo ut angulus e t d sit medietas anguli f t o: sed angulus f t o est aequalis angulo o d a: igitur angulus e t d est medietas anguli o d a: sed angulus o d a cum angulo o d f ualeat duos rectos per 13 p 1, & tres anguli trianguli e t d ualent duos rectos per 32 p 1: tres ergo anguli trigoni e t d sunt aequales duobus angulis o d a & o d f: ablato ergo angulo e t d hinc inde illis angulis communibus, & ablato angulo e t d, qui est medietas anguli o d a: restat ut angulus t e d aequalis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n: sed angulus o d p, qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus: est autem angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29 th. 1 huius: cum, sicut patet ex praemissis, punctum n lineae d n cadat inter puncta p & o: est ergo angulus o d p cum medietate anguli o d a maior angulo t e d cum medietate anguli o d a. Patet ergo cum angulus o d k cum medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus t e d est acutus: quare per 15 p 1 ei contra positus, qui est angulus k e z, est acutus. Igitur si per 12 p 1 a puncto k ducatur perpendicularis super lineam t z, illa cadet inter puncta e & z: quia, ut patet ex praemissis, linea k e non est perpendicularis super lineam t e z. Si uero dicatur quod illa perpendicularis cadat ultra punctum e super lineam t e: tunc cum angulus t e k per praemissa & 13 p 1 sit obtusus: accidet triangulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum: quod est impossibile per 32 p 1. Cadet itaque perpendicularis illa inter puncta e & z: quae sit linea k q. Hoc autem seruato, nunc quidem necessarium interponimus: scilicet quod linea k t se habet ad lineam t f, sicut linea k d ad lineam d o. Est enim linea t o aut aequidistans lineae k d, aut concurrens cum illa. Sit primu aequidistans: erit ergo per 29 p 1, angulus o d e aequalis angulo t o d: est ergo angulus t o d aequalis angulo o t f, quoniam, ut patet ex praemissis, angu-

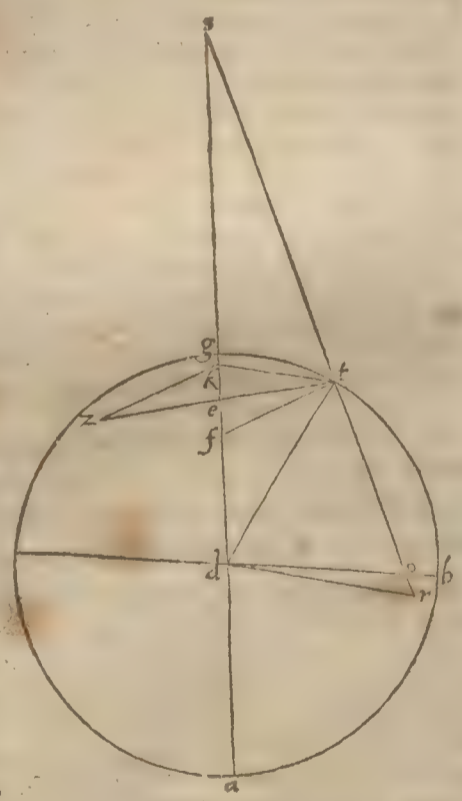
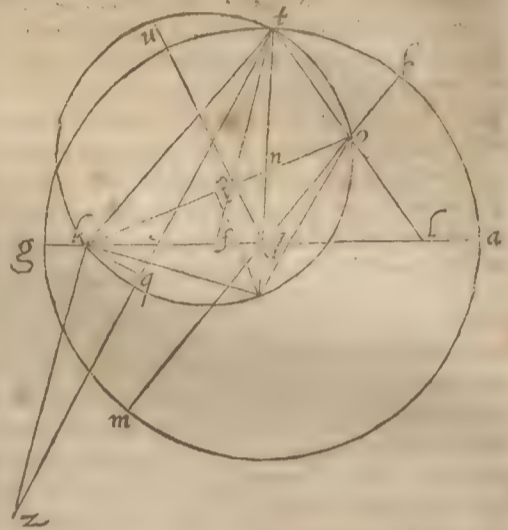


li o t f & o d a sunt aequales. Similiter quoque lineae o d & t f aut aequidistant, aut concurrent. Si aequidistant, cum illae cadant inter lineas k d & t o aequidistantes: palam per 34 p 1 quoniam ipse erunt aequales.



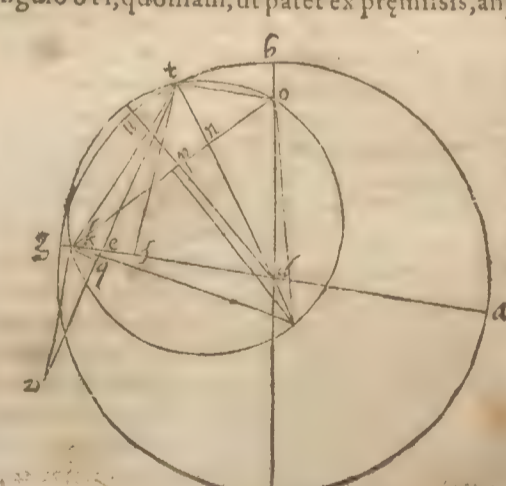
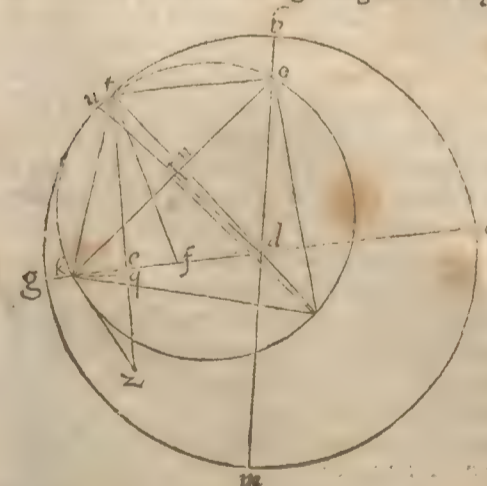
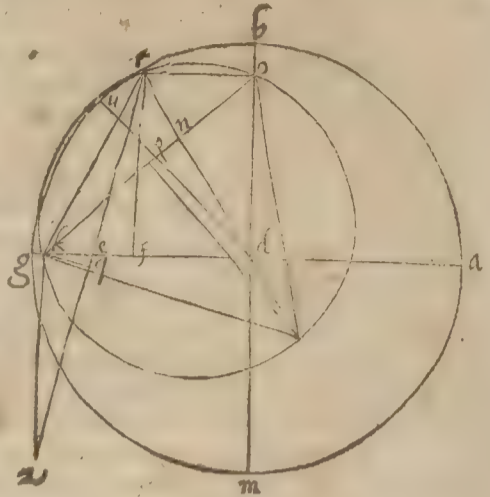
li o t f & o d a sunt aequales. Similiter quoque lineae o d & t f aut aequidistant, aut concurrent. Si aequidistant, cum illae cadant inter lineas k d & t o aequidistantes: palam per 34 p 1 quoniam ipse erunt aequales.

æquales. Si uerò lineæ o d & t f concurrunt, facient triangulum, cuius duo latera erunt æqualia per 6 p 1: quoniam duo eius anguli, qui sunt ft o & d o t, sunt æquales. Linea uerò f d secat illa duo latera æqualia æquidistanter basi d o: erit ergo per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam f t: est ergo lineæ t f æqualis lineæ o d per 9 p 5. Fit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub lineæ k d. Quod si cõcurrat sub lineæ t o, erit eadẽ probatio: quia fiet triangulus, cuius unũ latus est lineæ t o, & alia duo latera æqualia p 6 p 1, ut prius: quia lineæ t o est æquidistans lineæ d f, erit per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorũ duorũ laterũ ad lineam t o, sicut alterius ad lineam t f, eruntq; ut prius, per 9 p 5, lineæ t f & d o æquales. Itẽ patet quod angulus t d k est æqualis angulo d t o per 29 p 1: ideo quod lineæ t o data est æquidistans esse lineæ k d: ergo angulus t d f est æqualis angulo d t k, cum anguli d t o & d t k sint æquales ex hypothesi & per 20 th. 5 huius: ergo per 6 p 1 lineæ d k & t k sunt æquales: est ergo per 7 p 5 proportio lineæ t k ad lineam t f, sicut lineæ k d ad lineam d o: ideo quod antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uerò lineæ t o non æquidistat, sed cõcurrit cũ lineæ k d: aut hoc est ad partẽ pũcti a: aut ad partẽ pũcti g diametri a g. Si fiat cõcursus ex parte a: sit hoc in pũcto l. Manifestũ ergo p 13 th. 1 huius quoniã, proportio lineæ t k ad lineam t f cõponitur ex proportione lineæ t k ad lineam t l, & ex proportione lineæ t l ad lineam t f: sed proportio lineæ k t ad lineam t l est, sicut proportio lineæ k d ad lineam d l per 3 p 6: lineæ enim d t diuidit angulum k t o per æqualia ex hypothesi. Quia uerò angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l t f, & angulus ad punctum l communis est ambobus trigonis t l f & o d l: patet p 32 p 1 quod tertius angulus est tertio æqualis: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ t l ad lineam t f, sicut lineæ d l ad lineam d o. Proportio itaque lineæ t k ad lineam t f constat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o: sed proportio lineæ k d ad lineam d o cõstat ex eisdem proportionibus, posita lineæ d l media per 13 th. 1 huius: ergo proportio lineæ k t ad lineam t f est, sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem lineæ t o cõcurrat cum lineæ k d ex parte g: sit cõcursus in puncto s: & à puncto d ducatur lineæ æquidistans lineæ k t, quæ sit d r, concurrans cum lineæ t o producta ultra punctum o in pũcto r: igitur angulus k t d æqualis est angulo t d r per 29 p 1: sed & angulus k t d ex hypothesi æqualis est angulo d t o: ergo anguli d t r & d t o sunt æquales: ergo per 6 p 1 lineæ d r est æqualis lineæ t o. Sed quoniam triangulus s t k æquiangulus est triangulo s r d per 29 p 1, & ppter angulũ a s d cõmunẽ: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ d r ad lineam s r, sicut lineæ k t ad lineam t s: sed lineæ d r est æqualis lineæ t o: est ergo per 7 p 5 proportio lineæ r t ad lineam r s, sicut lineæ k t ad lineam t s: sed proportio lineæ r t ad lineam r s est, sicut proportio lineæ d k ad lineam d s per 2 p 6 & per 18 p 5: igitur per 11 p 5 est proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad d s. Sed quoniam angulus f t o æqualis est angulo o d a: erit angulus o d s æqualis angulo f t s per 13 p 1, & angulus ad punctum s est communis: erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f t s per 32 p 1: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ t s ad lineam t f, sicut lineæ d s ad lineam d o: est autem proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad lineam d s: ergo per 22 p 5 erit proportio lineæ k t ad lineam t f, sicut lineæ k d ad lineam d o. Quia uerò lineæ k z æquidistat lineæ t f, ut patet ex præmissis, erit per 29 p 1 angulus k z e æqualis angulo e t f: sed angulus k e z est æqualis angulo t e f per 15 p 1: ergo trigoni k z e & e t f sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam t f: sed proportio lineæ k e ad lineam e f est, sicut lineæ k t ad lineam t f per 3 p 6: quia angulus k e f diuisus est per æqualia per lineam t e: lineæ ergo k z & k t ad eandem lineam t f eandem habent proportionem: ergo per 9 p 5 lineæ k z est æqualis lineæ k t: sed ex præmissis patet, quod est proportio lineæ z k ad lineam t f, sicut lineæ z e ad lineam e t: est ergo per 11 p 5 proportio lineæ z e ad lineam e t, sicut lineæ k d ad lineam



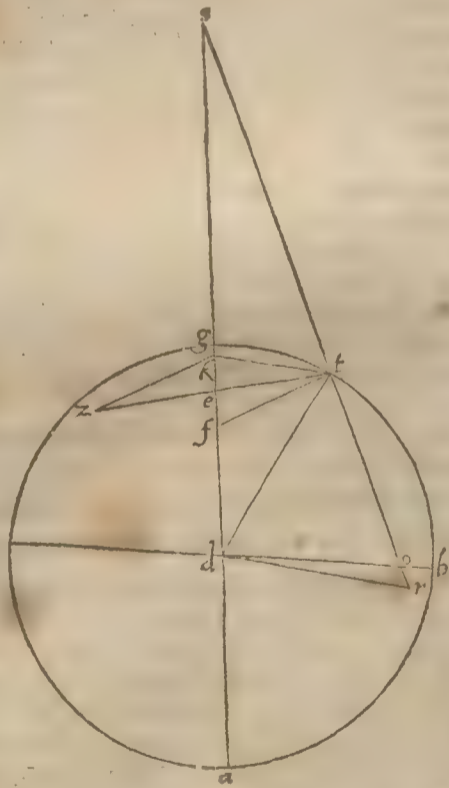
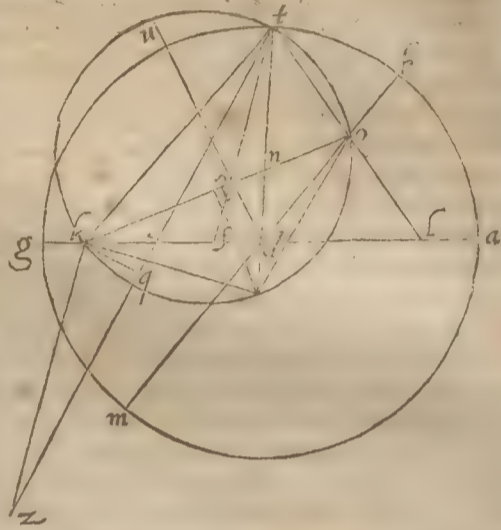
do: sed
Ff 2

trum circuli maioris. Quoniam cum angulus otk sit maior angulo o d a ex hypothefi: erunt duo anguli o d k & o tk maiores duobus rectis: quod esset impossibile per 22 p 3, si circulus ille transiret punctum d: uel supra punctum d: quoniam eadem est demonstratio. Linea uero n d diuidet k o arcum illius circuli per aequalia per 26 p 3: quoniam diuidit angulum otk per aequalia ex hypothefi: fiet autem illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuisiois arcus o k ducatur linea ad medium punctum lineae ok (quae est chorda illius arcus o k) erit linea illa perpendicularis super lineam o k per 8 p 1, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cum linea k p sit maior quam linea p o ex praemissis: & angulus super punctum n ex parte illius perpendicularis erit acutus: ergo & ex parte p erit acutus: & angulus super punctum p ex parte o erit acutus: hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur quod punctus p cadat inter duo puncta n & o: impossibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p: quia tunc secaret lineam d p: & fieret triangulus: cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus: quod cum sit impossibile, necesse est angulum k n d esse acutum: ergo per 13 p 1 angulus o n d est obtusus: punctum ergo p non cadet inter puncta n & o. Quoniam cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex praemissis, angulus d p k est obtusus: sequeretur ergo in trigono d n p duos esse angulos obtusos: quod cum sit impossibile per 22 p 1: palam quia punctus p non cadet inter puncta n & o: non cadit etiam in punctum n, ut est euidens. Cadet ergo inter puncta k & n. Quia ergo, ut patet ex praemissis, angulus k t d est medietas anguli k t o: sed & angulus k t e est medietas anguli k t f: angulus uero k t o maior est angulo f t o, in angulo k t f: restat ergo ut angulus e t d sit medietas anguli f t o: sed angulus f t o est aequalis angulo o d a: igitur angulus e t d est medietas anguli o d a: sed angulus o d a cum angulo o d f alet duos rectos per 13 p 1, & tres anguli trianguli e t d ualent duos rectos per 32 p 1: tres ergo anguli trigoni e t d sunt aequales duobus angulis o d a & o d f: ablato ergo angulo e t d hinc inde illis angulis communibus, & ablato angulo e t d, qui est medietas anguli o d a: restat ut angulus t e d aequalis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n: sed angulus o d p, qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus: est autem angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29 th. 1 huius: cum, sicut patet ex praemissis, punctum n linea d n cadat inter puncta p & o: est ergo angulus o d p cum medietate anguli o d a maior angulo t e d cum medietate anguli o d a. Patet ergo cum angulus o d k cum medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus t e d est acutus: quare per 15 p 1 ei contra positus, qui est angulus k e z, est acutus. Igitur si per 12 p 1 a puncto k ducatur perpendicularis super lineam t z, illa cadet inter puncta e & z: quia, ut patet ex praemissis, linea k e non est perpendicularis super lineam t e z. Si uero dicatur quod illa perpendicularis cadat ultra punctum e super lineam t e: tunc cum angulus t e k per praemissa & 13 p 1 sit obtusus: accidet triangulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum: quod est impossibile per 32 p 1. Cadet itaque perpendicularis illa inter puncta e & z: quae sit linea k q. Hoc autem seruato, nunc quidem necessarium interponimus: scilicet quod linea k t se habet ad lineam t f, sicut linea k d ad lineam d o. Est enim linea t o aut aequidistans lineae k d, aut concurrans cum illa. Sit primum equidistans: erit ergo per 29 p 1, angulus o d a aequalis angulo t o d: est ergo angulus t o d aequalis angulo o t f, quoniam, ut patet ex praemissis, angu-



li o t f & o d a sunt aequales. Similiter quoque lineae o d & t f aut equidistant, aut concurrent. Si equidistant, cum illae cadant inter lineas k d & t o aequidistantes: palam per 34 p 1 quoniam ipse erunt aequales.

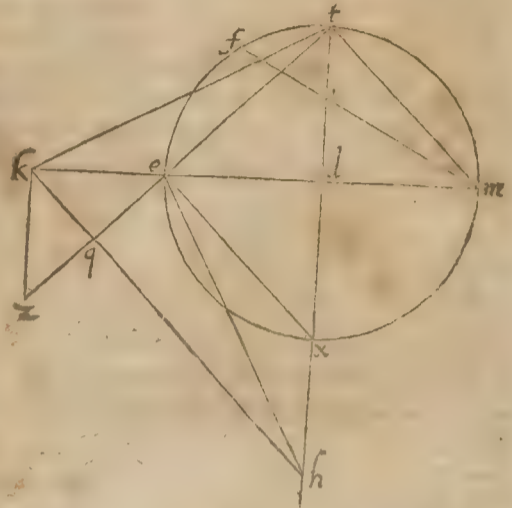
æquales. Si uerò lineæ o d & t f concurrunt, facient triangulum, cuius duo latera erunt æqualia per 6 p 1: quoniam duo eius anguli, qui sunt f t o & d o t, sunt æquales. Linea uerò f d secat illa duo latera æqualia æquidistanter basi d o: erit ergo per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam t f: est ergo lineæ t f æqualis lineæ o d per 9 p 5. Fit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub lineæ k d. Quòd si còcurrat sub lineæ t o, erit eadè probatio: quia fiet triangulus, cuius unū latus est lineæ t o, & alia duo latera æqualia p 6 p 1, ut prius: quia lineæ t o est æquidistans lineæ d f, erit per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorū duorū laterū ad lineam t o, sicut alterius ad lineam t f, eruntq; ut prius, per 9 p 5, lineæ t f & d o æquales. Itē patet quòd angulus t d k est æqualis angulo d t o per 29 p 1: ideo quòd lineæ t o data est æquidistans esse lineæ k d: ergo angulus t d f est æqualis angulo d t k, cum anguli d t o & d t k sint æquales ex hypothesi & per 20 th. 5 huius: ergo per 6 p 1 lineæ d k & t k sunt æquales: est ergo per 7 p 5 proportio lineæ t k ad lineam t f, sicut lineæ k d ad lineam d o: ideo quòd antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uerò lineæ t o còcurrat cū lineæ k d: aut hoc est ad partē pūcti a: aut ad partē pūcti g diametri a g. Si fiat còcursus ex parte a: sit hoc in pūcto l. Manifestū ergo p 13 th. 1 huius quoniā, proportio lineæ t k ad lineam t f còponitur ex proportione lineæ t k ad lineam t l, & ex proportione lineæ t l ad lineam t f: sed proportio lineæ k t ad lineam t l est, sicut proportio lineæ k d ad lineam d l per 3 p 6: lineæ enim d t diuidit angulum k t o per æqualia ex hypothesi. Quia uerò angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l t f, & angulus ad punctum l communis est ambobus trigonis t l f & o d l: patet p 32 p 1 quòd tertius angulus est tertio æqualis: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ t l ad lineam t f, sicut lineæ d l ad lineam d o. Proportio itaque lineæ t k ad lineam t f constat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o: sed proportio lineæ k d ad lineam d o còstat ex eisdem proportionibus, posita lineæ d l media per 13 th. 1 huius: ergo proportio lineæ k t ad lineam t f est, sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem lineæ t o còcurrat cum lineæ k d ex parte g: sit concursus in puncto s: & à puncto d ducatur lineæ æquidistans lineæ k t, quæ sit d r, concurrans cum lineæ t o producta ultra punctum o in pūcto r: igitur angulus k t d æqualis est angulo t d r per 29 p 1: sed & angulus k t d ex hypothesi æqualis est angulo d t o: ergo anguli d t r & d r t sunt æquales: ergo per 6 p 1 lineæ d r est æqualis lineæ t r. Sed quoniam triangulus s t k æquiangulus est triangulo s r d per 29 p 1, & ppter angulū a s d còmunē: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ d r ad lineam s r, sicut lineæ k t ad lineam t s: sed lineæ d r est æqualis lineæ r t: est ergo p 7 p 5 proportio lineæ r t ad lineam s r, sicut lineæ k t ad lineam t s: sed proportio lineæ r t ad lineam r s est, sicut proportio lineæ d k ad lineam d s per 2 p 6 & per 18 p 5: igitur per 11 p 5 est proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad d s. Sed quoniam angulus f t o æqualis est angulo o d a: erit angulus o d s æqualis angulo f t s per 13 p 1, & angulus ad punctum s est communis: erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f t s per 32 p 1: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ t s ad lineam t f, sicut lineæ d s ad lineam d o: est autem proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad lineam d s: ergo per 22 p 5 erit proportio lineæ k t ad lineam t f, sicut lineæ k d ad lineam d o. Quia uerò lineæ k z æquidistat lineæ t f, ut patet ex præmissis, erit per 29 p 1 angulus k z e æqualis angulo e t f: sed angulus k e z est æqualis angulo t e f per 15 p 1: ergo trigoni k z e & e t f sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam t f: sed proportio lineæ k e ad lineam e f est, sicut lineæ k t ad lineam t f per 3 p 6: quia angulus k e f diuisus est per æqualia per lineam t e: lineæ ergo k z & k t ad eandem lineam t f eandem habent proportionem: ergo per 9 p 5 lineæ k z est æqualis lineæ k t: sed ex præmissis patet, quòd est proportio lineæ z k ad lineam t f, sicut lineæ z e ad lineam e t: est ergo per 11 p 5 proportio lineæ z e ad lineam e t, sicut lineæ k d ad lineam d o: sed



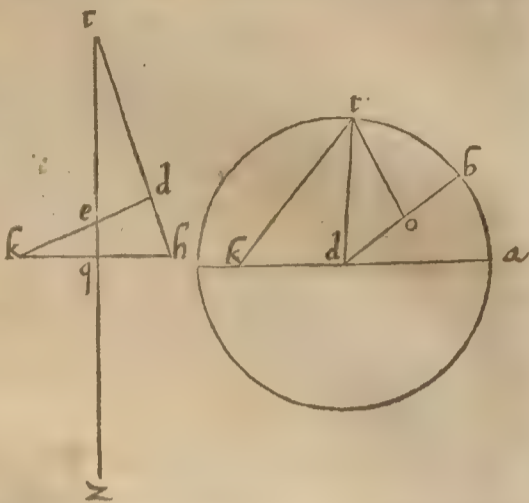
d o: sed linea k d ex hypothesi est maior quam linea d o: linea ergo z e est maior quam linea e t & hoc quidem pro alijs referuantes nunc ad propositum redeamus. Quia uero, (ut supra patuit) linea k q est perpendicularis super lineam e z: erunt omnes anguli circa punctum q recti: sed angulus e t d est acutus, quoniam est medietas anguli f t o, ut superius ostensum est: ergo per 14 th. 1 huius linea k q concurret cum linea t d: sit punctus concursus h: & ducatur linea e h: & à puncto e ducatur linea equidistans lineæ k h producta usq; ad lineam d h, quæ sit e x, secans h d lineam in puncto x: fiat que per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta, quæ sunt e, t, x: & immutetur figura (si placet) propter diuersam intricacionem linearum. Quia itaque angulus t q h est rectus, ut patet ex præmissis: erit per 29 p 1 angulus t e x rectus: ergo per 31 p 3 linea x t erit diameter illius circuli, qui est e t x: & producat lineam k e per triangulum orthogonium t e x, & trans circulum, cadens in punctum in circumferentiæ circuli t e x: & ducatur linea m t: & erit angulus t m e æqualis angulo t x e per 27 p 3: cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum, qui est e t: sed angulus t x e æqualis est angulo t h k per 29 p 1: quoniam lineæ e x & k h ductæ sunt æquidistantes: erit ergo angulus t m e æqualis angulo t h k: sed angulus t h k maior est angulo d h e: quod patet per 29 th. 1 huius: secat enim linea h e basim k d: ergo angulus t m e maior est eodem angulo d h e. Resecetur ergo ab angulo t m e angulus æqualis angulo d h e p 27 th. 1 huius, qui sit angulus f m d ducta linea f m: & punctus, in quo linea f m secat lineam t x, sit i. Palam ergo, cum ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e, & per 15 p 1 angulus i d m sit æqualis angulo e d h: quoniam per 32 p 1 triangulus i m d est æquiangulus triangulo d h e: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineam i m. Et similiter triangulus t m d sit similis triangulo k h d: eam, sicut patet ex præmissis, angulus d h k sit æqualis angulo t m d, & per 15 p 1 angulus t d m sit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32 p 1 erit ergo proportio lineæ k d ad lineam d t, sicut lineæ h d ad lineam d m: est autem proportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineam i m: est ergo per 11 p 5 proportio lineæ k d ad lineam d t, sicut lineæ e h ad lineam i m: sed proportio lineæ k d ad lineam d t est nota: quoniam semper una & eadem permanet, quicunque punctus reflexionis sit t in arcu b g: quia semper linea d t, quæ est semidiameter, est una, & linea k d similiter est semper una: quoniam ipsa est distantia alterius punctorum reflexorum à centro speculi. Linea etiam e h una permanet in quacunque reflexione, & non mutatur eius quantitas: quoniam non mutatur quantitas anguli e d h, qui est medietas anguli o d a, qui non mutatur. Quare linea i m semper erit una & æqualis: sit ergo punctus circumferentiæ, in quem cadit linea i m producta ultra punctum i, qui sit punctus s, semper notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g possit fieri reflexio: continget ducere à puncto f ad circulum t x e tres lineas, quarum cuiuslibet proportio lineæ k d ad lineam d t, sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearum: patet autem hoc esse impossibile per 12 th. 1 huius, quod ab eodem puncto dato in circumferentiâ circuli extra diametrum per ipsam diametrum ad circumferentiâ (ita ut pars lineæ interiaccntis diametrum ad reliquam partem circumferentiæ sit æqualis datæ lineæ) non nisi duæ lineæ æquales duci possunt. Quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio. Quod est propositum.

37. Secundum modum datæ lineæ à dato puncto speculi spherici concaui ductæ: possibile est duo puncta reperiri, quæ in diuersis diametris in æqualiter à centro speculi distantia, ab eodem dato puncto speculi, & uno tantum alio eiusdem arcus interiaccntis semidiametros, in quibus illa puncta consistunt, ad se mutuo reflectantur. Alhaz. en 83 n 5.

Remaneat dispositio proximæ: sit que datus quicunque punctus speculi: qui sit t: proponitur nobis, ut inueniatur duo puncta, quæ in diuersis diametris speculi existentia ab illo dato puncto superficie speculi, & uno tantum alio propositi arcus puncto ad se mutuo reflectantur. Sit enim, ut, quantaunque placuerit, sumatur linea z t: quæ per 119 th. 1 huius diuidatur taliter in puncto e, ut sit proportio lineæ z e ad lineam e t, sicut in præcedente propositione prima scilicet eius figuratione, est proportio lineæ k d ad lineam d o. Et quoniam ex hypothesi illius linea k d est maior quam linea d o: erit linea z e maior quam linea e t: diuidatur que linea z t per æqualia in puncto q per 10 p 1: & à puncto q ducatur perpendicularis super lineam z t per 11 p 1: & fiat angulus e t d æqualis medietati anguli o d a per 23 p 1: erit quidem ille angulus e t d acutus: ergo per 14 th. 1 huius linea t d concurret cum perpendiculari ducta à puncto q super lineam z t: sit concursus in puncto h. Completum est ergo trigonum orthogonium, quod est t q h, in cuius altero laterum rectum angulum t q h continentium.

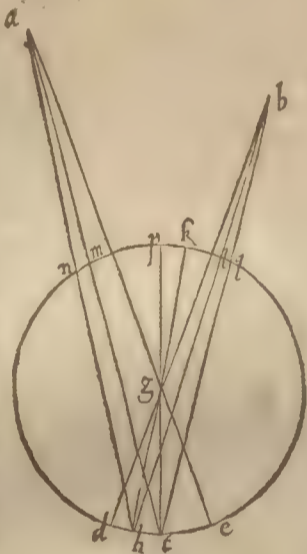


tinendum, quod est t q, datus est punctus e: possibile est ergo à puncto e per 137 th. 1 huius duci lineam ad basim trigoni t q h, quæ est t h, ex alia sui parte concurrentem cum altero laterum rectum angulum continentium, quod est q h, producto ultra punctum q, ita ut tota producta linea se habeat ad partem abscissam basis, sicut linea data ad lineam datam. Sit à puncto e taliter producta linea d e k, ita ut sit proportio totius lineæ k d ad lineam d t, sicut lineæ k d ad semidiametrum sphaeræ speculi: ergo per 9 p 5 linea d t erit æqualis semidiametro. Punctum ergo d est centrum speculi. Et angulo k t d fiat per 23 p 1 super punctum t terminum lineæ d t æqualis angulus, qui sit o t d. Dico quoniam punctus speculi (qui est t) est punctus reflexionis formæ puncti o ad uisum existentem in puncto k: uel econuerso formæ puncti k ad punctum o: & quòd ab illo dato puncto t & ab uno tantum alio proposito arcus puncto fit illorum punctorum mutua reflexio. Et hæc omnia faciliter patent repetita priori demonstratione theorematis præcedentis, prout huic proposito est necesse. Patet ergo propositum.



38. Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui existentibus, amobus extra circulum, uel uno intra circulum, & alio extra illum, & inæqualiter distantibus à centro, respicientibus arcum speculi, à quo fit reflexio: si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris, non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus. Alhazen 84 n 5.

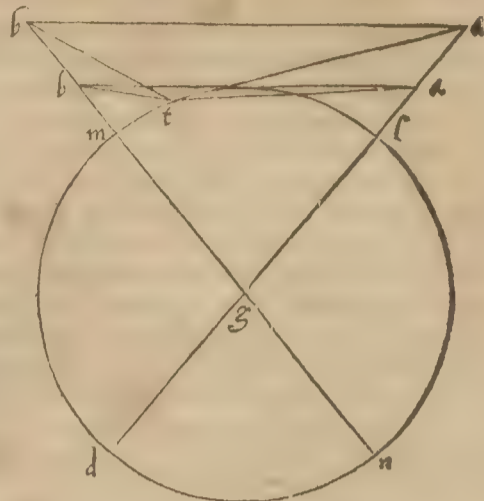
Sint duo puncta a & b in diuersis diametris extra circulum (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici concaui) cuius centrum sit g: sintque illæ diametri a e & b d: & sit punctus reflexionis t: & ducantur lineæ b t, a t, g t. Linea itaque b t secabit arcum circuli: sit punctus sectionis q: sed & linea a t secabit peripheriam eiusdem circuli: sit punctus sectionis m. Et quoniam angulus b t g æqualis est angulo a t g: palàm per 26 p 3 quoniam cadunt in arcus æquales. Producat ergo diameter t g ad aliam partem peripheriæ in punctum p: & erit arcus q p arcui m p æqualis. Si igitur forma puncti b reflectitur ad uisum existentem in puncto a ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem: sit illud aliud punctum h: & ducantur lineæ a h, b h, g h: & secet linea b h circulum in puncto l, & linea a h in puncto n: producaturq; semidiameter h g in punctum circumferentiæ, qui sit k. Secundum prædicta itaque erit arcus l k æqualis arcui n k: sed habitum est prius, quòd arcus q p est æqualis p m: sed arcus q p maior est arcui l k, & arcus k n maior arcui m p: accidit igitur impossibile, scilicet minus esse maiori æquale. Quo cunque uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impossibile. Restat ergo ut forma puncti b non reflectatur ad uisum a à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppositi diametris, in quibus sunt puncta a & b, præterquam à puncto t. Idem quoque accidit impossibile, & eodem modo, deducendum, si unum datorum punctorum sit in circulo, reliquum uero extra circulum. Patet ergo propositum.



39. Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui existentibus amobus extra circulum: si linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota sit extra circulum: non est possibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti, nisi ab uno tantum illius speculi puncto. Alhazen 85 n 5.

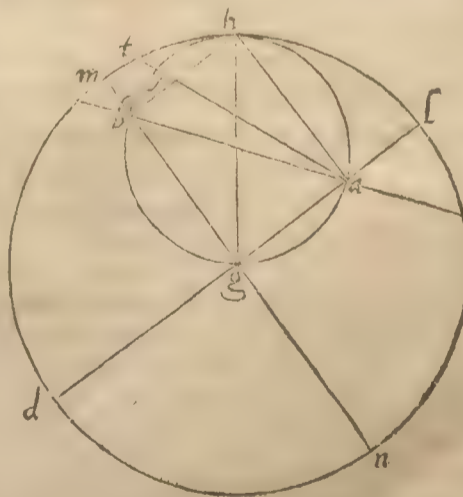
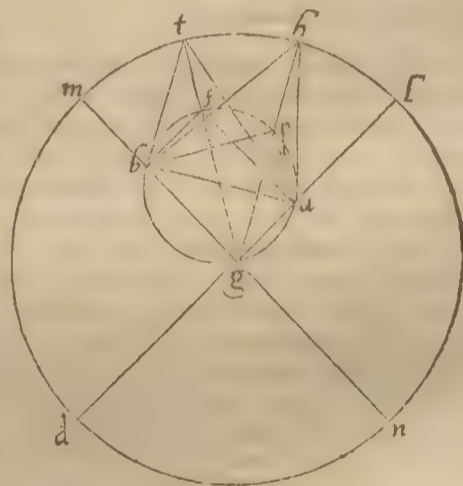
Sint, ut in præcedente theoremate, duo puncta a & b in diuersis diametris extra circulum (qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici concaui) cuius centrum sit g: sintque illæ diametri l d & m n: sitque punctus a in semidiametro l g, & punctus b in semidiametro m g: & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ sit a b: & hæc contingat circulum illum, à quo per 2 huius potest fieri reflexio: sitque ille contactus in arcu circuli, qui sit arcus l m: aut si linea illa sit tota extra speculum: dico quòd à nullo puncto arcus l m interiacentis diametros, in quibus sunt illa puncta, sit reflexio formæ unius punctorum a uel b ad punctum reliquum. Sumpto enim quocunque puncto in arcui l m, ut puncto t, ductisque lineis a t & b t, si linea a t cadat intra speculum, linea b t necessariò cadet extra speculum: quoniam hoc requirit talis situs speculi: & econuerso si li-

nea b t cadat in speculo, linea a t cadet extra: semper enim altera linearum ab illis duobus punctis a & b ad illud punctum speculi ductarum tota erit extra speculum: & sic item neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m. Similiter quoque patet idem, si linea tota sit extra speculum, non contingens ipsum, respiciat tamen arcum l m: quia neque tunc ambæ lineæ a t & b t cadent intra speculum: sed si una erit intra speculum, reliqua erit tota extra speculum: unde non fiet reflexio secundum illam: ab aliquo tamen puncto arcus d n potest fieri reflexio per 27 huius: & ab uno tantum puncto illius arcus, ut patet per præcedentem: & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet nisi ab uno solo puncto speculi. Quod est propositum.

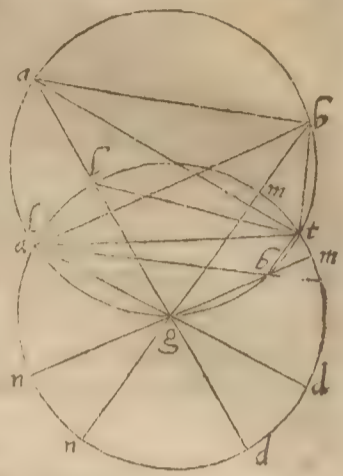


40. Existētib. duobus pūctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui, inæqualiter distantibus à centro: si linea continuans illa puncta producta secet circulum, unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor possibile est reflecti: & secundum hac loca imaginum numerantur. Alhazen 86 n 5.

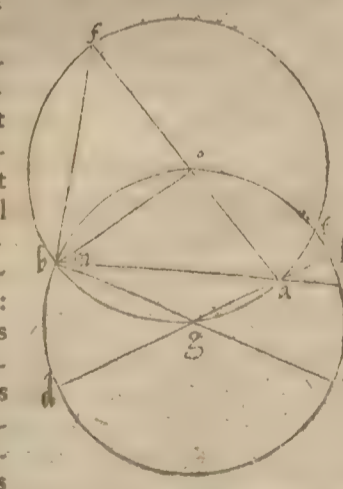
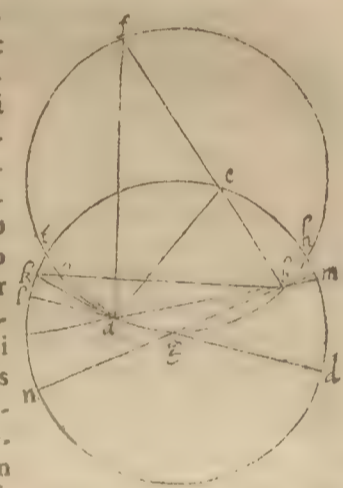
Sint, ut supra, duo puncta a & b in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n: sintque illa puncta inæqualiter distantia à centro speculi, quod est g: & linea a b ducta ab uno illorum punctorum ad alterum producta secet circulum: dico quod uerum est, quod proponitur. Fiat enim circulus pertransiens per centrum speculi, quod est g, & per illa duo puncta a & b per 5 p 4: circulus itaque ille a b g aut totus erit intra circulum speculi: aut continget ipsum intrinsecus: aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g fuerit intra speculi circulum, palam per 6 huius quod unum illorum punctorum reflectetur ad alterum ab aliquo puncto speculi & propositi circuli, ut patet per 2 huius, & per 20 th. 5 huius. Sit ergo punctus reflexionis t: palamque per 20 huius quod punctus t est in arcu interiacente diametris, in quibus sunt puncta a & b: qui sit arcus l m: & ducantur lineæ a t, b t, g t: erit quoque angulus a t b minor angulo b g d. Sit enim, ut semidiameter g t fecerit circulum a b g in puncto f: & ducantur lineæ a f & b f: fientque duo trigona a t b & a f b super unam basim, quæ est a b: palam ergo per 21 p 1 quoniam angulus a f b est maior angulo a t b: sed per 22 p 3 angulus a f b cum angulo a g b ualeat duos rectos: ergo per 13 p 1 angulus a f b est æqualis angulo b g d: angulus ergo a t b est minor angulo b g d. Quilibet quoque angulus sic factus super arcum l m, ut super punctum h, erit minor angulo b g d. Ab arcu itaque speculi, qui est l m, non fiet reflexio nisi ab uno tantum puncto speculi: quoniam iam ostensum est per 34 huius, quia non est in huiusmodi punctorum reflexorum dispositione possibile reflexionem fieri à duobus punctis speculi, ita ut uterque angulorum constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositione ab uno tantum puncto speculi fiet reflexio: quod est unum propositorum. Si uero circulus a b g sit intrinsecus contingens circulum speculi: sit punctum contactus h: & ducatur lineæ a h, b h, g h. Quia itaque angulus a h b per 22 p 3 cum angulo a g b ualeat duos rectos: patet per 13 p 1 quod angulus a h b est æqualis angulo b g d. Quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio per 33 huius. Angulus quoque factus super quocumque aliud punctum arcus circuli speculi, erit minor illo angulo



angulo per modum, quo iam superius præostensum est. Quare à duobus punctis illius arcus non fiet reflexio per 34 huius, sed solum ab uno puncto. Si uero circulus a b g fecerit circulum speculi: patet quod tantum in duobus punctis secare necesse est per 10 p 3: & illa duo puncta a & b aut ambo erunt extra circulum speculi: aut ambo intra: aut unum extra circulum, aliud intra illum: aut unum illorum punctorum in circumferentia circuli, & aliud extra illum uel intra illum. Si fuerint ambo extra circulum speculi: tunc patet quod linea a b non secabit circulum speculi: fiet q; reflexio ab uno tantum speculi puncto, ut patet per præcedentem. Tunc enim manifestè patet, quod circulus a b g non secabit circulum speculi secundum arcum l m: quoniam ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cedit extra illas lineas in alia puncta peripheriæ circuli ipsius speculi, cum ambo puncta a & b sunt extra circulum speculi. Si uero punctus b sit in peripheria circuli speculi uel intra puncto a constituto extra: patet tunc quod arcus l m in duobus punctis non secabitur, sed arcus b g transibit punctum aliud quod arcus l m, quod sit t: ergo angulus factus super arcum l m erit maior angulo b g d: quoniam ductis lineis l t, b t & a t, patet secundum præmissa per 22 p 3 quoniam angulus l t b est æqualis angulo b g d: angulus uero a t b est maior illo. Patet ergo per 24 huius quoniam in hac dispositione ab unico puncto, uel à duobus punctis arcus l m fiet formarum illorum punctorum adinucem reflexio. Si uero duo puncta a & b fuerint intra circulum speculi, & circulus a b g fecerit circulum speculi: tunc patet quod circulus a b g secabit arcum l m in duobus punctis: quoniam duæ semidiametri circuli maioris, quæ sunt g l & g m, secant circulum a b g in punctis a & b, & transeuntes resecant ex circulo speculi arcum l m: fecerit ergo circulus a b g arcum l m in duobus punctis, quæ sint t & h: & restabunt ex ipso arcu l m duo arcus in diuersis partibus ipsius, qui sunt arcus l t & h m: omnis q; angulus constitutus super arcum circuli speculi, qui est t h, erit maior angulo b d: quod patet, si super peripheriam speculi fiat angulus a e b: ille enim est maior angulo b g d. Producta enim linea b e ad peripheriam circuli a b g in punctum f, si copuletur linea a f, erit per 22 p 3 & per 13 p 1 angulus a f b æqualis angulo b g d: sed per 21 uel per 16 p 1 angulus a e b est maior angulo a f b: ergo & angulo b g d. Et similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandum. Ab hoc itaque arcu t e h, ut patet per 34 huius, poterit fieri reflexio, forsitan ab uno tantum puncto, & forsitan à duobus. Quod si fiat reflexio à duobus arcibus l t & h m, qui restant super arcum t e h ex arcu l m & ex diuersis partibus ipsius circuli a b g: tunc secundum præmissa omnes anguli super illos arcus consistentes contenti sub lineis à punctis a & b productis, erunt minores angulo b g d. Fiat enim angulus b k a super punctum arcus l t. Et quoniam arcus a t circuli a b g est intra circulum speculi sub arcu l t, secet linea b k arcum a t in puncto o: & ducatur linea a o: patet ergo per 22 p 3 & per 13 p 1 quod angulus a o b est æqualis angulo b g d: sed angulus a o b est maior angulo a k b per 16 p 1: patet ergo quod angulus a k b est minor angulo b g d. Et similiter de quolibet puncto arcuum l t & h m est demonstrandum. Ergo per 34 huius ab uno tantum illorum arcuum puncto fiet reflexio. In hoc itaque situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m interiaccientis diametros, aut forsitan à tribus: palam uero per 27 & 29 huius quod ab uno tantum puncto arcus n d fiet reflexio: & ita in hoc situ aliquando à tribus punctis speculi, aliquando uero à quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctorum a uel b fuerit in peripheria circuli, alius uero intra circulum, & circulus a b g fecerit circulum speculi: tunc secabit arcum l m in uno tantum puncto, qui sit t: quoniam in loco alterius punctorum l uel m erit punctum a uel b: existens enim in altera diametrorum n m uel l d, & in ipsa circuli peripheria, erit in puncto, quod est communis sectio illarum: & sic puncto b existente in puncto m, & puncto a intra speculum: restabit unicus tantum arcus totius arcus l m: qui sit l t. Patet itaque secundum præmissa ductis, ut prius, lineis a f & b f super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e super aliquod punctum arcus l m, quod sit e: quoniam per 21 p 1 omnes anguli consistentes super arcum t b sunt maiores angulo b g d: ergo per 34 huius potest fieri reflexio à duobus punctis illius arcus, uel ab uno. Omnes uero anguli arcus l t erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius: & ita per 34 huius ab uno tantum puncto arcus l t



secant circulum a b g in pun-

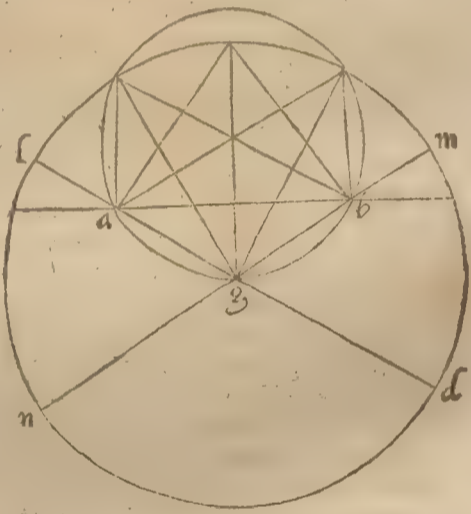


ff 4 fiet re-

fiet reflexio: sed & per 27 uel 29 huius ab uno tantum puncto arcus n d fiet reflexio. Fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; à tribus punctis: quandoq; à quatuor, & non à pluribus. Quod si puncto b existente in peripheria circuli speculi, punctus a sit extra illum circulum: tunc patet quod circulus a b nunquam secabit circulum speculi secundum arcum l m: quoniam semidiameter g m, & peripheria circuli communis sectio est punctus m, in quo est punctus b: semidiameter uero g l procedens ad punctum a extra circulum secat arcum t b. Omnes itaq; anguli arcus l m sunt maiores angulo b g d, ut patet ex praemissis: ergo per 34 huius ab uno tantum puncto uel forsitan à duobus punctis arcus l m potest fieri reflexio punctorum a & b adinuicem: & similiter ab uno puncto arcus n d. Fiet itaq; in hoc situ reflexio à duob. aut à tribus punctis speculi, & non à pluribus. Palam ergo quod puncta inaequaliter distantia à centro speculi aliquando ab uno tantum puncto speculi: aliquando à duobus: aliquando à tribus: aliquando à quatuor: nunquam à pluribus reflectuntur: secundum hęc quoq; loca imaginum numerantur, quemadmodum patuit iam pluries in praemissis. Et hoc est, quod proponebatur declarandum.

41. *Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui, & aequaliter distantibus à centro, si linea continuans illa puncta secet circulum: possibile est unum illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi: uel à duobus: aut à quatuor: sed impossibile est à tribus: & secundum hac loca imaginum numerantur. Alhazen 87 n 5.*

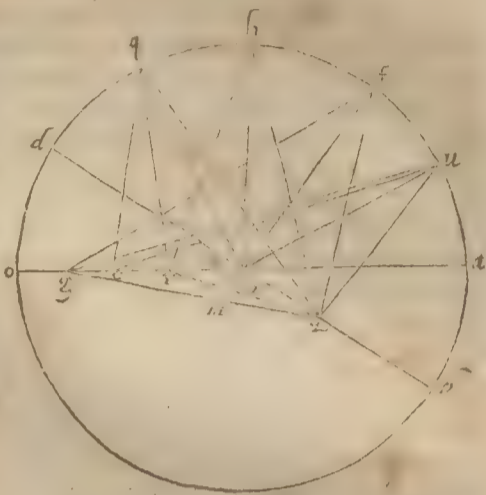
Sint, ut in praemissa, duo puncta a & b in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui, quae sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n: sintq; puncta a & b aequaliter distantia à centro speculi, & linea a b sit ducta ab uno illorum punctorum ad alterum secundum circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi) cuius centrum sit g: dico quod uerum est quod proponitur. Quod enim ab uno tantum puncto speculi quandoq; fiat illorum punctorum adinuicem mutua reflexio, patet per 19 huius: & etiam idem ostendi potest per modum 24 huius: linearum enim inaequalitas in illo situ naturam reflexionis non immutat, ut declaratum est in 20 th. 5 huius. Quandoq; uero fit mutua reflexio istorum punctorum a & b à duobus tantum punctis speculi, ut patet per 25 huius. Quandoq; uero fit reflexio mutua propositorum punctorum, quae sunt a & b, à quatuor punctis circumferentiae ipsius speculi, ut patet per 26 huius. A tribus uero tantum punctis istorum speculorum formas punctorum aequaliter distantium à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si enim ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio, diuiso arcu interiacente illa puncta per aequalia, & ductis ad illud punctum lineis, patet per 27 p 3 & propter aequalitatem laterum g a & g b, quoniam anguli constituti super illud punctum sunt aequales: ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20 th. 5 huius: sed & fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui. Palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio, & non à tribus. Et quoniam, ut patet per praemissam & ex pluribus propositionibus huius libri, nunquam fit à tribus punctis speculi reflexio aliquorum duorum punctorum adinuicem, nisi fiat à duobus punctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illas diametros: patet ergo quod in hac dispositione reflexio fiet semper à quatuor punctis speculi propositi, & nunquam à tribus. Et hoc proponebatur. Et quoniam hęc duo praemissa theorematum disposuimus secundum modum epilogi plurimorum praemissorum theorematum, estimamus ipsa memoriae commendanda.



42. *Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphaerici concaui forme unius termini linea totaliter uise, ab alio quoque puncto eiusdem arcus forme alterius termini eiusdem lineae fiat reflexio: necesse est omnia puncta mediae lineae uise ab illius arcus punctis medijs reflecti: ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter imagines punctorum extremorum. Alhazen 45 n 6.*

Quod hic proponitur specialiter, quantum ad primam sui partem, uniuersaliter est praemissum in 24 th. 5 huius. Esto ergo arcus circuli speculi sphaerici concaui a f h: cuius centrum e: & sit z centrum uisus: sitq; g r linea uisa: cuius unus terminus (qui g) reflectatur à puncto speculi, qui sit f: & ille sit aliquis punctus arcus dati, qui est a f h: & alter terminus lineae (qui est r) reflectatur à puncto h arcus a f h. Dico quod omnia puncta mediae lineae g r reflectentur à punctis medijs arcus h f. Coaptetur enim linea g r (exempli causa) diametro speculi, q sit o a: cadatq; in semidiametrum o e: sitq; punctus z, q est centrum uisus, in alia diametro eiusdem circuli, quae sit d b, cadens in semidiametrum e b: & ducatur lineae

lineæ $gf, ef, zh, eh, z h$: & copuletur lineæ $g z$: producaturq; lineæ fe ultra punctum e ad lineam $g z$ in punctum m : & signetur in lineæ $g r$ punctus c . Dico quod forma puncti c reflectetur ab aliquo puncto arcus fh . Quod enim reflectatur forma puncti c ad uisum existentem in puncto z patet, cū extrema lineæ, quæ sunt g & r , reflectantur ad uisum existentem in puncto z : fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus $a d$, & non ab alio. Ostensum enim est per 20 huius quod in hoc situ à duobus arcibus $a b$ & $d o$ nõ potest fieri reflexio formæ puncti c ad uisum existentem in puncto z : oportet ergo quod fiat reflexio ab aliquo puncto arcus $a d$: quoniam patet solùm offerri uisui arcu speculi $b a d o$ per 72 th. 4 huius: ideo quod ceterum uisus est in puncto z diametri $d b$. Ostensum etiam est per eandem 20 huius quod forma cuiuscunq; puncti semidiametri $e o$ reflectitur ab aliquo puncto arcus $a d$: fit autem per 27 huius formæ cuiuslibet puncti lineæ $g r$ reflexio ad uisum ab uno tantum puncto arcus $a d$ cadente inter semidiametros, in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrum uisus. Forma ergo puncti c reflectetur ab uno tantum puncto arcus $a d$ ad uisum existentem in puncto z . Si ergo illud punctum sit in arcu fh : habemus propositum. Si nõ: esto primò quod ipsum sit in aliquo puncto arcus $a f$: sitq; punctum u : & ducantur lineæ $z u, c u, e u, g u$: est ergo per 7 p 3 lineæ $g u$ maior quàm lineæ $g f$: sed per eandem 7 p 3 lineæ $z u$ est minor quàm lineæ $z f$: ergo per 9 th. 1 huius proportio lineæ $g u$ ad lineam $z u$ est maior proportione lineæ $g f$ ad lineam $z f$: sed per 3 p 6 & ex hypothesi proportio lineæ $g f$ ad lineam $z f$ est, sicut proportio lineæ $g m$ ad lineam $m z$: proportio ergo lineæ $g u$ ad lineam $z u$ est maior quàm proportio lineæ $g m$ ad lineam $m z$: lineæ ergo, quæ diuidit angulum $g u z$ per æqualia, secat lineam $z m$: secat ergo lineam $z e$ per 32 th. 1 huius: angulus ergo $g u e$ est minor angulo $e u z$: ergo angulus $c u e$ est multò minor angulo $e u z$. Non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum z à puncto speculi u , ut patet per 20 th. 5 huius. Similiter quoq; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus $a f$. Forma ergo puncti c non reflectitur ad uisum existentem in puncto z ab aliquo puncto arcus $a f$. Sed neque ab aliquo puncto arcus $h d$. Sit enim, si possibile est, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus $h d$, & reflectatur à puncto eius, quod sit q : & ducantur lineæ $z q, e q, c q, r q, z r$: & producatur lineæ $e h$ ultra punctum e ad lineam $r z$: incidatq; in punctum n : ergo per 7 p 3 lineæ $z q$ est maior quàm lineæ $z h$, & lineæ $q r$ est minor quàm lineæ $r h$: est ergo per 9 th. 1 huius proportio lineæ $z q$ ad lineam $q r$ maior proportione lineæ $z h$ ad lineam $h r$: sed per 3 p 6 & ex hypothesi, quæ est proportio lineæ $z h$ ad lineam $h r$, eadem est lineæ $z n$ ad lineam $n r$: est ergo proportio lineæ $z q$ ad lineam $q r$ maior proportione lineæ $z n$ ad lineam $n r$: lineæ ergo diuidens angulum $z q r$ per æqualia, secat lineam $n r$: ergo per 32 th. 1 huius secat lineam $r e$: angulus ergo $r q e$ est maior angulo $e q z$: angulus ergo $c q e$ est multò maior angulo $e q z$. Non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum in punctum z à puncto speculi, quod est q , cū $h d$. Eodemq; modo deducendum quocunq; puncto arcus $h d$ dato. Forma ergo puncti c nõ reflectitur ad uisum existentem in puncto z ex arcu $h d$: sed neq; ex arcu $a f$, neq; ab aliquo puncto arcus h uel f , ut per 29 th. 5 huius. Omnia ergo puncta media lineæ $g r$ reflectuntur à punctis medijs arcus h sine possunt à punctis alijs reflecti, nisi fortè ab alio arcu reflectantur puncta g & r . Et ex hoc patet quia tã lineæ reflexionum punctorum mediorum, quàm catheti suarum incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum. Et quia illarum linearum communis sectio est locus imaginis per 37 th. 5 huius: patet ergo quod loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter loca imaginum punctorum extremorum. Et hoc est propositum. Idem enim accidit, etiam si res uisa uel centrum uisus extra illas speculi diametros collocentur: quoniam semper trans illa puncta diametri alæ duci possunt. Patet ergo propositum.



43. Si duorum punctorum in speculo spherico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sic quod loca imaginum sint in eadem speculi diametro: maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locum imaginis remotiorem, ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem, quàm lineæ interiacētis idem centrū & locum imaginis propinquiorem, ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem. *Alhaz. 48 n 6.*

Sit speculum sphericum concauum, per cuius centrum transeat superficies plana: secabit ergo illa superficiem speculi secundū circulum magnum illius sphaeræ per 69 th. 1 huius, qui $a b g$: & eius centrū sit d : & extrahatur à centro d lineæ quocunq; modo placuerit, quæ sit $d g$: & transeat à centro ad circūferentiã in punctū g : & ducatur à cetro d in superficie illius circuli lineæ perpendicularis super lineam $d g$, quæ sit $d a$: & abscindatur ab angulo $a d g$ recto parua particula quocunq; modo cōtingat: & sit angulus $g d e$, itaq; inter angulū rectū, qui est $a d g$, & inter angulū $a d e$ sit proportio multiplicatis

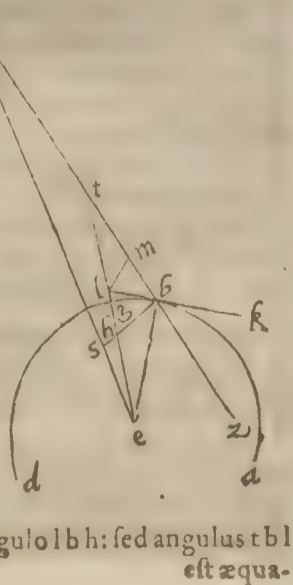
plicitatis relatę ad angulū e d g. Hoc autem potest fieri, si angulus rectus, qui est a d g, dividatur per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & sic deinceps quousq; fiat angulus a d e multiplex anguli e d g: ut si angulus a d e sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sesquiseptuplus angulo a d e: & dividatur angulus a d e in duo æqualia per lineam d b per 9 p 1. A puncto quoq; d centro speculi extrahatur linea continens cum linea b d angulum rectum per 23 p 1, qui sit angulus b d x: & extrahatur linea a d ultra punctum d ad peripheriam, ut compleat diametrum: & sit linea d k: & à puncto d ducatur linea d z continens cum linea a d angulum æqualem angulo e d g, qui sit angulus a d z: & à puncto z ducatur linea super lineam d z constituens angulum æqualem angulo k d x: qui sit h z d ducta linea z h ad diametrum h d k: hoc autem est possibile. Quia enim anguli k d x & a d z sunt minores duobus rectis: erūt quoq; anguli a d z & h z d æquales k d x, minores duobus rectis: ergo concurrēt illę lineę, quę sunt a d & z h per 14 th. I huius: sit concursus punctus h. Et quia anguli trianguli valent duos rectos per 32 p 1, & anguli a d z & z d x & x d k valent duos rectos per 13 p 1: angulus uerò h z d est æqualis angulo x d k, & angulus a d z communis: relinquatur angulus z h d æqualis angulo z d x. Et extrahatur à puncto z linea z l, per 23 p 1 continens cum linea z h angulum æqualem angulo b d k obtuso, qui sit angulus h z l. Duo ergo anguli l z d & b d z sunt minores duobus rectis: deficient enim à duob. rectis in angulo z d a: linea ergo z l per 14 th. I huius cōcurrēt cum linea d b: sit concursus punctus l: & ducatur linea l h: & triangulo h l d circumscribatur circulus per 5 p 4, qui sit circulus d h l. Trāsbīt ergo ille circulus per punctum z per 22 p 3: quia duo anguli l z h & l d h sunt æquales duobus rectis: sunt autem illi anguli in quadrilatero d h z l: est ergo illud quadrilaterū in circulo. Anguli ergo l h z & l d z sunt æquales per 27 p 3, cadunt enim in arcum eundem circuli d h l, qui est arcus z l: sed, ut supra ostendimus, angulus z h d est æqualis angulo z d x: æqualibus ergo angulis, qui sunt l h z & l d z hinc inde ablati, remanet angulus l h d æqualis angulo l d x: sed angulus l d x est rectus: angulus ergo l h d est rectus. Abscindatur quoq; ex linea d e linea d m æqualis lineę d h: & ducatur linea l m. Angulus ergo l m d est rectus. Quia enim angulus b d e est æqualis angulo b d h: quoniam angulus a d e diuisus fuit per æqualia per lineam d b: linea quoq; d m est æqualis lineę d h: sed latus l d est commune ambobus trigonis l h d & l m d: ergo per 4 p 1 linea h l est æqualis lineę l m: & angulus l m d est æqualis angulo l h d: sed angulus l h d ostensus est rectus esse: ergo angulus l m d est rectus. Ergo per 22 p 3 circulus l h d transit per punctum m: & secat arcum b e circuli a b g in puncto compari puncto z: qui sit punctus f: eritq; linea l d diameter circuli l h d per 31 p 3: & ducatur linea d f. Quia itaq; circuli l h d arcus d m est æqualis arcui d h per 28 p 3: quoniam lineę d m & d h sunt æquales: sed & arcus d f est æqualis arcui d z per 64 th. I huius: relinquatur ergo arcus m f æqualis arcui h z: & arcus l z æqualis arcui l f: ergo per 27 p 3 angulus l d f erit æqualis angulo l d z. Ducantur ergo lineę h b, h f, z f, m f, b m, b f. Et quia angulus l h d est rectus: patet quod angulus b h d est acutus: & angulus g d h est rectus: ergo per 14 th. I huius lineę h b concurrēt cum lineę d g extra circulū a b g: concurrant ergo in puncto q. Similiter quoq; per 14 th. I huius lineę h f concurrēt cum lineę d g extra circulum: sit concursus punctus n: & producaturs lineę f b ultra punctum b, quousq; secet arcū l z: secet ergo ipsum in puncto r: & ducatur linea r m. Angulus ergo f r m (qui est in circumferentia) respicit arcum f m, & angulus f b m est maior angulo f r m per 16 p 1: est enim extrinsecus in triangulo r b m: & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g: ergo si lineę b m protrahatur ex parte puncti m, abscindet de circulo a b g arcū maiore quodā arcui, simili arcui f m circuli l h d per 33 p 6: sed arcus f m in suo circulo l h d est similis duplo arcui f e in circulo a b g: quoniam duplū arcus f e correspondet duplo anguli f d e super peripheriā sui circuli constituti per 33 p 6, & per 20 p 3: est aut arcus f e æqualis arcui e g per 26 p 3: ideo quod angulus e d g est æqualis angulo f d e: cū uterq; ipsorū sit æqualis angulo a d z, ut patet ex præmissis: arcus ergo g f est duplus arcui f e: est ergo arcus f g in circulo a b g similis arcui f m in circulo l h d. Si ergo lineę b m extrahatur rectē in partem m, abscindet de circulo a b g arcum ultra punctum g maiorem arcui f g. Si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g æqualis



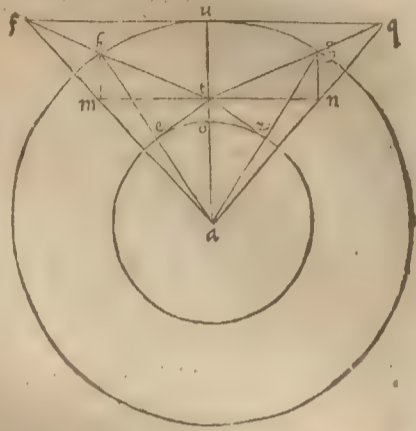
æqualis angulo fr g, extrinsecus intrinseco: quod est impossibile. Linea ergo b m non cadet in punctum g, sed secabit lineam d g inter duo puncta g & d: secet ergo in puncto o. Producatur quoq; linea f m ultra punctum m: hæc ergo, quia secat angulum d m o, patet per 29 th. i huius quia secabit lineam d o: secet illâ in puncto u: & producatur linea m b ultra punctum b: secabitq; arcum l r: secet ipsum in puncto c: & ducatur linea c d à puncto c ad centrû speculi. Quia ergo angulus b f z est in circumferentia circuli a b g, erit angulus b f z medietas anguli b d z p 20 p 3: sed angulus b d z est multiplex anguli z d a: ergo angulus b f z multiplex angulo z d h: ergo & angulus r f z est multiplex eidem: ergo per 33 p 6 arcus r z est multiplex arcui z h: arcus uerò c z est maior arcu r z, ut totû sua parte: ergo arcus c z est multiplex arcus z h, uel maior multiplo. Ducatur itaq; linea c h: angulus ergo c h d & angulus c m d sunt æquales duobus rectis per 22 p 3: sed angulus b m d cû angulo b m e ualet duos rectos per 13 p 1: relinquatur ergo ut angulus c h d sit æqualis angulo b m e: sed angulus z h d addit super angulum c h d angulû c h z, qui est per 27 p 3 æqualis angulo c d z: & angulus c d z est multiplex anguli z d a per 33 p 6: quoniâ, ut supra patuit, arcus c z est multiplex arcui z h: ergo angulus c h z est multiplex anguli e d g: angulus ergo d h z excedit angulum c h d in multiplo anguli e d g. Et quia arcus f m d est æqualis arcui z h d per 64 th. i huius, remanet arcus f z d æqualis arcui z f d: ergo erit per 27 p 3 angulus f m d æqualis angulo z h d: sed angulus c h d est æqualis b m e: ergo angulus f m d excedit angulum b m e in multiplo anguli e d g: sed angulus o m d est æqualis angulo b m e per 15 p 1: ergo angulus f m d excedit angulum o m d in multiplo anguli e d g. Et quia angulus g o m ualet angulum o m d, & angulû o d m per 32 p 1: palâm quia angulus f m d excedit angulum m o g in multiplo anguli e d g: sed angulus f m d per 32 p 1 excedit angulum m u d in solo angulo e d g: est ergo angulus m u d maior angulo m o g: ergo angulus m o u est maior angulo m u o per 13 p 1 bis sumptâ: ergo per 19 p 1 linea m u est maior quàm linea m o. Et quia arcus h d est æqualis arcui m d per præmissa, erunt duo anguli h f d & m f d æquales per 27 p 3. Formæ ergo punctorum duarum linearum h f & f u ad se inuicem reflectuntur: & similiter formæ punctorum linearum h b & b o ad se inuicem reflectuntur: quoniâ per præmissa angulus d b h est æqualis angulo d b m per 4 p 1 & per hypotheses præmissas. Duo ergo puncta, quæ sunt o & u ad uisum existentem in puncto h reflectuntur à duobus punctis speculi, quæ sunt b & f. Est ergo per 37 th. 5 huius punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u. Ducatur ergo ex puncto m linea æquidistans lineæ h q per 31 p 1: quæ sit linea m s: & linea æquidistans lineæ h n, quæ sit m p. Quia ergo angulus h n d est maior angulo h q d per 16 p 1, erit angulus m p o, qui per 29 p 1 est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29 p 1 est æqualis h q d: erit ergo punctum p inter duo puncta s & u per conuersam 21 p 1. Et quia angulus h d n est rebus: erit per 32 p 1 angulus h n d acutus: ergo angulus m p d est acutus: angulus ergo m p s est obtusus per 13 p 1: ergo linea m s est maior quàm linea m p per 19 p 1. Sed ex præmissis linea m u est maior quàm linea m o: ergo per 9 th. i huius maior est proportio lineæ m s ad lineam m o quàm lineæ m p ad lineam m u: sed proportio lineæ s m ad lineam m o est, sicut proportio lineæ q b ad b o per 4 p 6: trigoni enim q b o & s m o sunt æquianguli per 29 p 1: cum linea m s sit æquidistans lineæ q b, & angulus q o b sit communis illis ambobus trigonis. Et similiter proportio lineæ p m ad lineam m u est, sicut proportio lineæ n f ad lineam f u: per eadem ergo, quæ prius, & per 11 p 5 erit proportio lineæ q b ad lineam b o maior proportione lineæ n f ad lineam f u: sed proportio lineæ q b ad lineam b o est, sicut lineæ q d ad lineam d o: & proportio lineæ n f ad f u est, sicut lineæ n d ad d u per ea, quæ sunt ostensa in 13 huius, quorum declarationem, cum manifesta sit, hic omittimus propter figuratio nis multitudinem. Palâm ergo quòd proportio lineæ q d ad lineam d o est maior proportione lineæ n d ad lineam d u. Et hoc est propositum.

44. In speculis sphericis concauis imagine retro speculum occurrente: maior erit distantia imaginis à speculo quàm rei uisæ.

Esto speculi sphericis concaui circulus, qui a b g d: cuius cætrum sit e: sitq; centrum uisus z: & punctus rei uisæ h: fiatq; reflexio formæ puncti h ad uisum z à puncto speculi b, appareatq; imago retro speculum: dico quòd maior erit distantia imaginis à speculi superficie quàm ipsius rei uisæ. Ducantur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis: & ducatur cathetus incidentiæ, quæ sit e h g t: producatur quoque linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h & z b concurrant in puncto t: erit ergo per 37 th. 5 huius punctum t locus imaginis. Dico quòd linea t b (quæ est distantia imaginis à speculo) est maior quàm linea b h, quæ est distantia rei uisæ à puncto reflexionis. Et similiter linea h g est minor quàm linea g t. Ducatur enim linea e b: & à puncto b ducatur linea contingens circulum in puncto b per 17 p 3: quæ sit l b k. Quia itaque anguli cõtingentiæ, qui sunt a b k & g b l, sunt æquales per 16 p 3: & anguli z b a & h b g æquales per 20 th. 5 huius: sit ergo angulus k b z æqualis angulo l b h: sed angulus t b l est æqua-



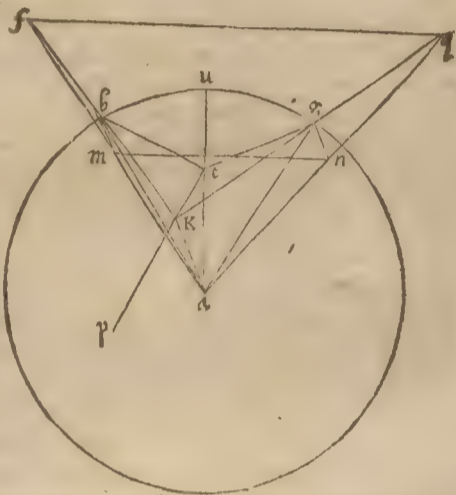
tro speculi ad circumferentiã, quocunq; modo contingat: & sit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in puncto o: & à centro a secundum quãtãtatem lineæ a o describatur circulus, qui sit e z: & in linea o u signetur punctus t, utcunq; contingat: & à puncto t ducantur lineæ t n & t m perpèdiculariter super lineã a u per 11 p 1: & ducatur à puncto t lineæ t e & t z contingentes circulum e z per 17 p 3: & sint pũcta contactũ e & z. Ducatur quoq; à cẽtro speculi pũcto a ad pũcta cõtractũ lineæ a e & a z: quæ productę fecent speculũ in punctis b & g. Copulentur quoq; lineæ t b & t g à pũcto t, & ducatur linea b m æquidistans lineæ a u per 31 p 1: & linea g n ducatur æquidistans eisdẽ lineis a u & b m: & ducantur à centro speculi ad puncta m & n lineæ a m & a n: quæ producantur ulterius extra circulum g b. Quia itaq; linea a o est æqualis lineæ o u: palãm quoniam linea a e est æqualis lineæ e b, & linea a z æqualis lineæ z g: oēs enim diametri circuli e z sunt medietates diametrorũ circuli b g: ergo lineæ, quæ interiacer circulos exiens à cẽtro a, est æqualis semidiametro circuli e z. Et quia linea t e cõtingit circulũ minorẽ, qui est e z: erit per 18 p 3 linea t e perpèdicularis super lineã b a: & similiter erit linea t z perpèdicularis super lineã g a: ergo per 4 p 1 linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t æqualis lineæ t a: & similiter erit linea g t æqualis lineæ t a: ergo per 5 p 1 in trigono t b a erit angulus t a b æqualis angulo t b a: & in trigono t g a erit angulus t g a æqualis angulo t a g. Et quia linea b m est æquidistans lineæ a t: erit p 29 p 1 angulus m b a æqualis angulo t a b: quoniã sunt coalter ni: angulus ergo m b a æqualis est angulo a b t: & similiter angulus n g a æqualis est angulo a g t. Cũ ergo uisus fuerit in pũcto t, & in linea m b fuerit aliquod uisibile (ut pũctũ m) tunc forma pũcti m à pũcto speculi, quod est b, reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto t: & forma pũcti n reflectetur à pũcto speculi g ad uisum existentẽ in pũcto t. Visus itaq; existẽs in pũcto t cõprehendet formas pũctorum n & m reflexas ad se à pũctis speculi g & b. Cõprehendet ergo eadẽ ratione & totã lineã n m reflexam ad se ex toto arcu g b, ut patet per 42 huius. Et quia linea m t est perpèdicularis super lineã a t: erit angulus m t b acutus. Quia enim angulus m t u est rectus: ergo per 29 p 1 angulus b m t est rectus: ergo angulus m t b est acutus p 32 p 1: ergo per 19 p 1 erit linea t b maior q̃ linea b m. Sed, ut præmissum est, linea t b est æqualis lineæ a t: ergo linea a t est maior q̃ linea b m: sed lineæ a t & b m sunt æquidistantes: ergo per 16 th. 1 huius linea t b cõcurrerit cũ linea a m: concurrant ergo in puncto f: est itaq; p 37 th. 5 huius pũctus f locus imaginis formæ puncti m. Eodẽ quoq; modo linea t g cõcurrerit cũ linea a n in pũcto, qui sit q: & erit punctus q locus imaginis formæ pũcti n: quoniã cathetus incidentiæ formæ pũcti m est linea a m, & cathetus incidentiæ formæ pũcti n est linea a n: lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g. Cõtinuetur itaq; pũcta f & q per lineã f q: & erit linea f q diameter imaginis formæ totius lineæ n m. Et quia lineæ t e & t z sunt æquales per 58 th. 1 huius: erũt anguli t a e & t a z æquales. Anguli enim t z a & t e a sunt recti per 18 p 3, & lineæ z a & e a sunt æquales, quia semidiametri eiusdẽ circuli: linea quoq; t a est cõmunis ambobus trigonis t z a & t e a: ergo p 8 p 1 anguli z t a & e t a sunt æquales: & similiter anguli t a e & t a z sunt æquales: ergo & angulus t a b æqualis angulo t a g: ergo p 4 p 1 erũt lineæ t b & t g æquales. Et quia angulus e t a est æqualis angulo z t a: erit angulus u t b æqualis angulo u t g: relinquitur ergo angulus b t m æqualis angulo g t n: quoniã anguli u t m & u t n sunt æquales, quia recti: sed & anguli b m t & g n t sunt recti: ergo trigona g t n & b t m sunt p 32 p 1 æquiangula. Ergo p 4 p 6 cũ linea t g sit æqualis lineæ t b: erũt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n: ergo p 4 p 1 cũ anguli n t a & m t a sint recti & æquales, erũt lineæ a m & a n æquales: & sic pũcta m & n æqualiter distabunt à cẽtro speculi, qd̃ est a: eritq; p 29 p 1 & 4 p 6 pportio lineæ a f ad lineã f m, sicut lineæ a t ad lineã b m: & erit pportio lineæ a q ad lineã q n, sicut lineæ a t ad lineã g n: sed p 7 p 5 eadẽ est pportio lineæ a t ad lineã b m, & ad lineã g n: quoniã illę duę sunt æquales: eadẽ ergo est pportio lineæ a f ad lineã a m, quæ est lineæ a q ad lineã a n: ergo p 16 p & corollariũ 4 p 5 erit permutatim pportio lineæ a q ad lineã a f, sicut lineæ a n ad lineã a m: sed linea a m est æqualis lineæ a n: ergo linea a f est æqualis lineæ a q. Linea itaq; f q æquidistat lineæ n m p 2 p 6. Ergo linea f q est maior quã linea n m. Si itaq; centrũ uisus fuerit in puncto t, & in linea n m fuerit aliquod uisibile: tũc uisus cõprehendet imaginẽ illius uisibilis maiorẽ q̃ sit secũdum ueritatẽ. Et hoc est propositũ. Et si arcus cuiuscũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f: patet idem de arcubus, quod de lineis rectis.



47. Centro uisus & re uisa oppositis speculo spherico concauo taliter, ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi: imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum, maior re uisa. Alhazen 40 n 6.

Sit circulus speculi spherici cõcaui, sicut in præmissa, qui est b g: cuius centrũ a: & ducantur lineæ à centro circuli a ad peripheriã, quæ sint a b, a g, a u: sitq; linea a u diuidens per æqualia arcũ g b: quæ diuidatur, ut in præcedẽte, secũdũ punctũ t ultra sui mediũ uersus circũferentiã g b: & ducatur lineæ Gg g t & t b:

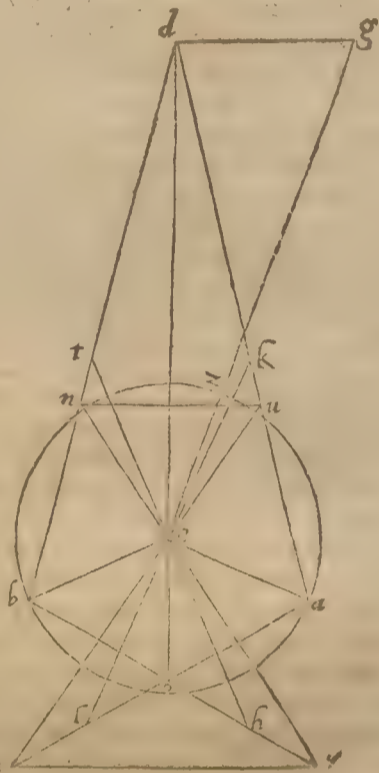
$g t$ & $t b$: & erigatur à puncto t linea perpendicularis super superficiē circuli $p 12 p 11$, quæ sit linea $t k$: & ducantur lineæ $a k, b k$ & $g k$. Superficiēs itaq; trigonorum $k b a, k g a$ sunt secantes sphaerā speculi super cētrum a : & sunt erectæ super superficiē circuli $b g$ per $18 p 11$ & super oēs superficies cōtingentes sphaerā in punctis b & g , uel quibuscūq; pūctis alijs circularū, qui sunt cōmunis sectio illarū superficiē rū & speculi $p 2$ huius. Quoniā enim cōmunes sectiōnes circuli $b g$ & superficiē rū illorū trigonorū sunt semidiametri $a b$ & $a g$, qui sunt erecti super superficies in illis pūctis b & g speculū cōtingētes: patet quōd illæ superficies per $18 p 11$ sunt erectæ super superficies in illis punctis cōtingentes. Et similiter patet hoc de alijs superficiebus secūdm puncta illorum circularum contingētibus. In illis itaq; superficiebus fit reflexio à punctis cōmuniē circūferentiæ circularū cōmuniū eis & speculo. Ducatur itaq; linea $b m$ in superficie $b k a$ æquidistans lineæ $a k$: sitq; linea $b m$ minor q̄ linea $a k$: fiatq; taliter, ut linea $b m$ tota penetret superficiē circuli $b g$ ad partē aliā, q̄ linea $t k$, ita ut lineæ $t k$ & $b m$ sint in diuersis partibus speculi reflectis p superficiē circuli $b g$. Ducatur itaq; linea $a m$: & extrahantur lineæ $b k$ & $a m$, donec cōcurrant in puncto f : cōcurrent aut per $16 th. 1$ huius: cum linea $b m$ sit minor q̄ sua æquidistans linea $a k$: & in superficie $g k a$ ducatur linea $a n$ æquidistans lineæ $a k$: sitq; linea $a n$ æqualis lineæ $b m$, & ad eandē partē superficiē circuli producta: & ducatur linea $a n$: producanturq; lineæ $a n$ & $k g$, donec per $16 th. 1$ huius concurrant in puncto q : ducaturq; linea $f q$, & linea $m n$. Quia ergo (ut in præcedente proxima ostēdimus) linea $b t$ est æqualis lineæ $t a$, & linea $t k$ est communis duobus trigonis $b k t$ & $a k t$, & anguli ad pūctū t sunt recti per definitionē lineæ super superficiē erectæ: palām $p 4 p 1$ quia linea $b k$ est æqualis lineæ $k a$: & p eadem erit linea $g k$ æqualis lineæ $a k$: ergo per $5 p 1$ anguli $k a b$ & $k b a$ sunt æquales: & similiter sunt anguli $k a g$ & $k g a$ æquales. Itē quia linea $g k$ est æqualis lineæ $a k$: igitur linea $g k$ æqualis est lineæ $b k$: sed & linea $a g$ est æqualis lineæ $a b$: quia sunt semidiametri eiusdem circuli: & linea $a k$ est cōmunis: trigona itaq; $a k b$ & $a k g$ sunt æquilatera: ergo per $8 p 1$ angulus $k b a$ est æqualis angulo $k g a$, & angulus $k a b$ æqualis angulo $k a g$. Et quoniā per $29 p 1$ angulus $a b m$ est æqualis angulo $k a b$: ergo & angulo $k b a$: quia lineæ $a k$ & $b m$ æquidistant, & isti anguli sunt coalterni. Et similiter angulus $a g n$ est propter eadem æqualis angulo $k a g$: quoniā etiā lineæ $a k$ & $a n$ æquidistant: ergo & angulo $k g a$. Et quoniam anguli $k a g$ & $k a b$ sunt æquales, ut præostensum est: erit ergo angulus $a b m$ æqualis angulo $a g n$, & linea $b m$ ex hypothesi est æqualis lineæ $a n$: ergo per $4 p 1$ linea $a m$ est æqualis lineæ $a n$: ergo, ut in præmissa, linea $a f$ erit æqualis lineæ $a q$: ergo per $2 p 6$ linea $q f$ æquidistat lineæ $m n$: & linea $f q$ est maior quàm linea $m n$. Cum itaque uisus fuerit in puncto k uel super punctum k in linea $t k$: & fuerit linea $m n$ in aliquo uisibili inferiore ipso uisu: tunc forma puncti m incidet speculo secūdm lineam $m b$, & reflectetur à puncto speculi b ad uisum secūdm lineam $b k$ in superficie circuli transeuntis per puncta b, a, k : & forma puncti n incidet speculo secūdm lineam $n g$, & à puncto speculi g reflectetur ad uisum secūdm lineam $g k$ in superficie circuli transeuntis per puncta g, a, k : & erit per $37 th. 5$ huius imago puncti m punctum f : & imago puncti n punctum q : & erit linea $q f$ diameter imaginis lineæ $m n$: & linea $f q$ erit maior quàm linea $m n$. Imago itaque rei uisæ apparebit maior ipsa re uisā, & ultra speculum. In hoc ergo situ uisus & uisibilis patet propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ $a u$, ipsa linea $a u$ permanente immobili: tunc punctum k describet motu suo quendam circulum, super quem erecta est linea $a u$ transiens ad utramq; partem superficiē illius circuli: & omne punctum illius circuli habebit situm respectu lineæ comparis lineæ $m n$. Si itaque uisus fuerit in aliquo puncto circūferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ $m n$ fuerit in superficie alicuius rei uisæ, respicientis cētrum uisus secūdm illum situm, ut res uisā (in qua est linea $m n$) respiciebat uisum existentem in puncto k : tunc uisus comprehendet formam illius lineæ maiorem sua propria quantitate. Et similiter si extrahatur linea $t k$ in continuum & directum: & signetur in ea punctum aliud præter punctum k , ut punctum p : & ducantur lineæ ad illud punctum p , sicut ad punctum k sunt prius ductæ: erit idem eueniens, quod prius accidit in puncto k . Pluries itaq;, ut patet per præsens theorema, & per proximè præmissum, in speculis sphaericis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisā: quod est notandum.



48. In speculis sphaericis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipsi rei uisæ: quæ occurrens inter uisum & speculum, conuersum: retro uisum uerò conformem habet situm rei uisæ. Alhazen 41 n 6.

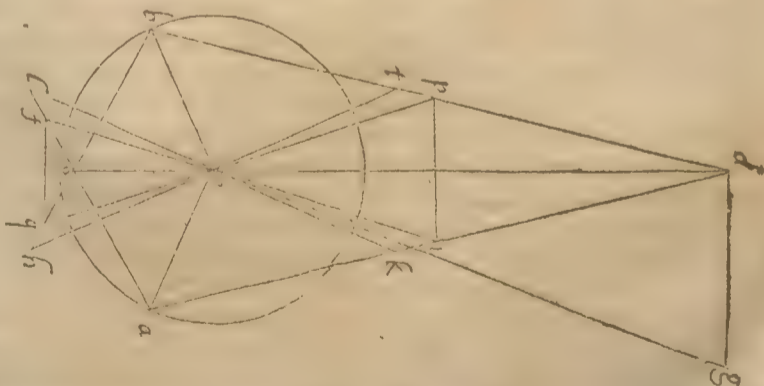
Sit speculum sphaericum concauū $a b$: cuius cētrū sit e : secetq; ipsum superficies plana transiens cētrū e , cuius cōmunis sectio & superficiē speculi erit circulus per $69 th. 1$ huius: q sit $a b$: & ducatur à cētro linea $e z$, utcūq; contingit, nō in ipsa superficie circuli $a b$, sed obliquè super illam, sicut placeat:

b h in continuum & directum: & in ipsa signetur punctus r: & ducatur linea r e ad centrū speculi. Et quoniam angulus t e b est rectus, patet per 13 p 1 quod angulus h e b est rectus: palam ergo quia angulus r e b erit obtusus: producatūq; linea r e ultra punctum e ad lineā b d: incidatq; in punctum n: cadetq; punctū n inter puncta t & b. Cum enim angulus b e r sit obtusus: patet per 13 p 1 quod angulus b e n est acutus: linea itaq; e n dividit angulū t e b, qui est rectus: ergo per 29 th. 1 huius ipsa secabit basim t b erit ergo linea n b minor q̄ linea t b: sed linea t b, ut patuit in precedentiē, est æqualis lineæ b h, & lineæ b r est maior quā linea b h: erit ergo linea r b maior q̄ linea b n. Et quia, ut patet ex præmissis in proxima precedentē, angulus n b e est æqualis angulo e b r: palam quod linea e b dividit angulū n b r per æqualia. Erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ r b ad lineam b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n: sed linea r b est maior quā linea b n: ergo linea r e est maior quā linea e n. Producatū quoq; similiter linea a l in continuum & directum, donec sit linea a m æqualis lineæ b r: & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cū linea d a in puncto u: cōcurrerit autem, ut prius demonstratū est per 29 th. 1 huius. Et quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cōmento præmissæ propositionis, & duo latera e a & a m trigoni e a m sunt æqualia duobus laterib. trigoni b e r, quæ sunt b e & b r: erit per 4 p 1 linea m e æqualis lineæ r e: & angulus m e a æqualis angulo r e b: sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus: erit ergo angulus m e a obtusus: ergo p 13 p 1 angulus u e a est acutus. Quia ergo in trigono e a m angulus u a e est æqualis angulo e a m trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a: erit angulus e u a maior angulo a m e p 32 p 1: ergo in trigono m a u latus m a est maius latere u a: sed linea a e dividit angulū u a m p æqualia. Ergo p 3 p 6 linea m e est maior q̄ linea e u: & similiter est linea r e maior q̄ linea e n. Ducatur itaq; lineæ n u & m r. Et quia per 26 p 1 linea n e est æqualis lineæ e u: quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, & angulus a e u est æqualis angulo b e n, cū uterq; ipsoꝝ super angulū æqualē obtusum sit cōplementum duorū rectorū per 13 p 1, & latus a e est æquale lateri b e. Sunt igitur per 15 p 1 & per 7 p 5 & per 6 p 6 trigoni m e r & n e u æquianguli: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ m e ad lineā e u, sicut lineæ m r ad lineā n u: sed, ut patet ex præmissis, linea m e est maior q̄ linea e u: ergo linea m r est maior q̄ lineā n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in puncto d: erit linea n u diameter imaginis lineæ m r: & est minor q̄ linea r m. Et si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili: erit linea m r imago lineæ n u: & est maior q̄ linea n u. Sed cū in linea m r fuerit aliquod uisibile, & uisus in puncto d: imago n u erit inter uisum & speculū: & uidebitur imago reuerſa, habens sitū aliū q̄ res uisa, prout declarauimus in theoremate precedentē. Cum uerò res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o: imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uise, ut in præmissa patuit. Nā imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis. Patet ergo manifestē totum, quod proponebatur.



50. In speculis sphericis concavis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secundum situm formæ rei uise, ipsa imagine inter uisum & speculū occurrente: retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisa. Alhaz. en 43 n 6.

Remaneat dispositio, quæ prius in 48 huius: & signetur in linea o h punctum q: & ducatur linea e q: & producta ultra centrū e transeat ad punctum p lineæ d b: sitq; , ut à linea o l abscindatur linea o f æqualis lineæ o q per 3 p 1: & ducatur linea f e: quæ producatū ultra punctū e ad lineā d a in punctū i: erunt itaq; secundum prædictū in præmissis probandi modū duæ lineæ p e & i e maiores duabus lineis e f & e q. Quia enim lineæ l e est maior q̄ lineæ f e, ut patet ex præmissis duobus theorematis, & lineæ e h est maior quā lineæ e q: lineæ uerò p e est maior q̄ lineæ t e, & lineæ

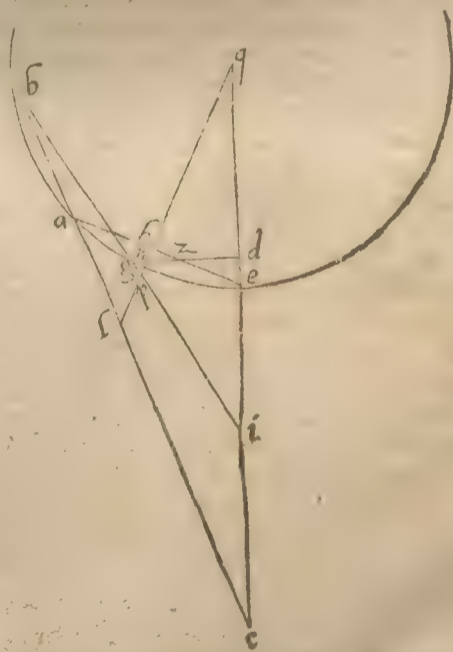


gl

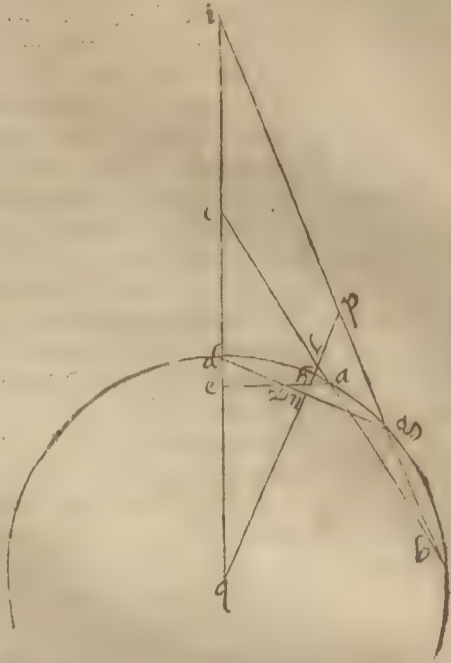
lineam $z l$, sicut lineæ $z b$ ad lineam $h a$: sed lineæ $z b$ est æqualis lineæ $h a$, ut patet ex præmissis: ergo lineæ $h k$ est æqualis lineæ $z h$: sed & lineæ $h g$ est æqualis lineæ $z g$, ut supra patuit: erit ergo reliquum æquale reliquo: ergo lineæ $g k$ est æqualis lineæ $g l$. Quia itaq; duæ lineæ $z g$ & $h g$ inter se sunt æquales, & duæ lineæ $g k$ & $g l$ inter se sunt æquales: patet p 7 p 5 quoniã est proportio lineæ $z g$ ad lineam $g l$, sicut lineæ $h g$ ad lineam $g k$: sed angulus $z g h$ & $h g l$ sunt æquales p 15 p 1: ergo p 6 p 6 erunt trigona $z g h$ & $h g l$ æquiangulara: angulus ergo $z h k$ est æqualis angulo $l k h$: ergo p 27 p 1 lineæ $z h$ & $l k$ sunt æquidistantes: quod etiã patere potest p 14 th. 1 huius. Itẽ angulus $h g a$, ut patet ex præmissis, est obtusus: ergo p 13 p 1 angulus $a g k$ est acutus: duo uerò anguli $h a g$ & $g a k$ sunt æquales: relinquitur ergo p 32 p 1 angulus $a k g$ maior angulo $a h g$: ergo per 19 p 1 in trigono $a h k$ latus $a h$ est maius latere $a k$, & duo anguli apud a sunt æquales: ergo per 3 p 6 lineæ $h g$ est maior q̃ lineæ $g k$: & similiter lineæ $z g$ est maior q̃ lineæ $g l$. Ergo lineæ $z h$ est maior q̃ lineæ $l k$ per 4 p 6: sed lineæ $l k$ est diameter imaginis lineæ $z h$: lineæ ergo $z h$ uidebitur minor q̃ sit secũdũ ueritatẽ. Si ergo reuoluerim⁹ circulũ $a b d$, lineæ $e d$ immobili existẽte: ex duob. pũctis a & b describetur circulus in superficie speculi: & sicut se habet uisus existens in pũcto e ad rẽ uisam, in qua est lineæ $z h$: sic se habebit respectũ cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis intra illũ circulũ, quẽ signant pũcta z & h reflexa ex arcu cõpari arcui $a b$, ex portione speculi, quam diuidit circulus, quẽ signat duo pũcta a & b . Et similiter potest declarari, si lineæ $z h$ ponatur maior uel minor, q̃ nũc est posita. Vniuersaliter enim in hoc situ diameter imaginis uel faciei aspicientis cõprehenditur in speculo sphærico concauo minor q̃ sit: sed etiã imago uidebitur conuersa. Si enim uisus fuerit in pũcto e : tũc aspiciens cõprehendet formã suã in tali speculo minorẽ q̃ sit. Et quia pũctus k est imago pũcti h , & pũctus l est imago pũcti z : erit imago cõuersa: quoniã pars dextra uidebitur sinistra, & sinistra dextra: & similiter superior uidebitur inferior, & inferior superior. Et similiter etiã uisus cõprehendet suã formã: quia illud, quod est in dextro, cõprehendet in sinistro, & e conuerso: & quod deorsum est, cõprehendet sursum, & e cõuerso. Similiter quoq; si uisus fuerit in quolibet pũcto, inter quod & superficiẽ speculi fuerit centrũ speculi: semper cõprehendet suã formã cõuersam. Et hoc est propositũ. Ex his itaq; præmissis quatuor theorematibus patet, quod in speculis sphæricis concauis imago rei uisæ cõprehenditur à uisu quãdoq; maior: quandoq; minor: quãdoq; æqualis rei uisæ: & nũc conformẽ habens situm ipsi rei uisæ, & nũc cõuersum. Et quoniam, sicut ostendimus per 40 huius, quandoq; unius rei una uidetur imago: quãdoq; duæ: quandoq; tres: & quandoq; quatuor: illud ergo, quod habet unã imaginẽ maiorẽ se, forsan habebit alias minores uel æquales: & quod habet unam imaginẽ se minorẽ, forsan habebit alias maiores uel æquales: & quod habet unã æqualẽ, forsan habebit alias maiores uel minores: & quod habet unam, cuius situs est directus compar rei uisæ, forsan uidebitur sub alijs imaginibus habentibus conuersum situm in contrarium rei uisæ. Et hæc omnia ex diuersitate situs rei uisæ, & ipsius uisus, respectu pũctorum reflexionis patere possunt ex præmissis. Patet ergo propositum.

52. *Lineis incidentiæ se interfecantibus in speculis sphæricis concauis: altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra pũctum sectionis existẽtes: reuersæ: quæ uerò sunt in eisdem lineis ultra sectionem, quemadmodum sunt, sic apparent. Eucl. 11 th. catoptr.*

Esto speculũ sphæricũ concauũ $a g$: cuius centrũ q : sintq; duæ altitudines $d e$ & $h n$ erectæ super superficiẽ speculi: sitq; cõmunis sectio superficiẽ reflexionis & speculi circulus $a g$: reflectaturq; forma pũcti e ad uisum (cuius centrũ sit b) à pũcto speculi, quod sit a : & formã pũcti d à pũcto g : interfecẽtq; se lineæ incidentiæ $d g$ & $e a$ in pũcto z : citra quẽ pũctũ sectionis sit altitudo $h n$: cuius pũctum h sit in lineæ $e a$, & eius pũctũ n sit in lineæ $d g$. Cum ergo omnia pũcta lineæ $e a$ reflectantur ad uisum b à pũcto speculi a : & omnia pũcta lineæ $d g$ à pũcto speculi g : palãm quod formã pũcti h reflectetur à pũcto speculi a : & formã pũcti n à pũcto speculi g . Quia uerò lineæ $h n$ & $d e$ sunt erectæ super superficiẽ speculi: patet per 72 th. 1 huius quoniam quolibet ipsarum transit pũctum q cẽtrum speculi. Producatur ergo à centro speculi (quod est q) per lineam $h n$ lineæ $q n h$: producaturq; ab eodem centro q per lineam $e d$, lineæ, quæ producatur extra speculum. Et quia lineæ $q e d$ est perpendicularis super superficiẽ speculi, & lineæ $b g$ obliqua: patet per 14 th. 1 huius quod lineæ $e d$ & $b g$ concurrent ultra speculum: sit concursus pũctus i . Palãm etiã per eandem 14 th. 1 huius quoniam lineæ $q n h$ producta concurret cum lineæ $b g i$: sit concursus pũctus p : & lineæ $b a$ concurrat cum lineæ $q h$ in pũcto l : & cum lineæ $q i$ in pũcto c . Manifestum autem

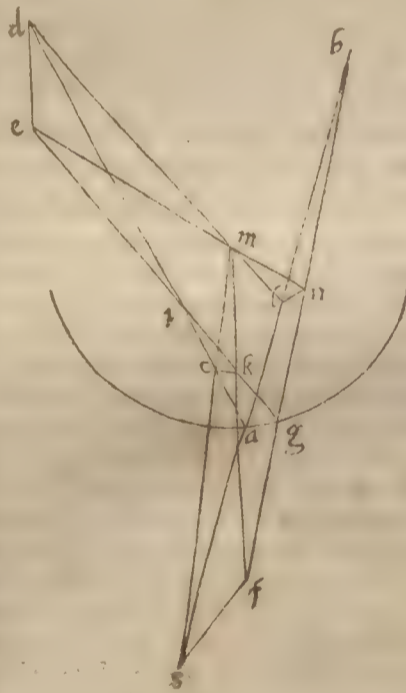


autem per 37 th. 5 huius quoniam locus imaginis formæ puncti h erit in puncto l: & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p. Erit ergo linea lp imago totius lineæ hn. Habet autem imago lp situm reuersum, respectu situs lineæ hn: quoniam punctus h est altior puncto n, & punctus l, qui est imago puncti h, est basior puncto p, qui est imago puncti n. Punctus uero i est locus imaginis puncti d: & punctus c est locus imaginis puncti e. Et quia punctus i est altior puncto c, sicut punctus d est altior ipso puncto e: palàm quoniam imago lineæ de (quæ est linea ic) conformem situationem habet ipsi lineæ de, cuius ipsa est imago: quoniam imago situata apparet, sicut se habet ipsa res uisa. Et hoc est propositum de altitudinibus. De profunditatibus uero idem patet: ut si lineæ hn & de quædam profunditates ponantur esse: tunc enim eadè est demonstratio. Apparet enim profunditas hn reuersa: & profunditas de quemadmodum est disposita, sic apparet. Hoc itaq; est propositum. Si uero ambæ lineæ de & hn essent ex una quacunq; parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio: ut patet per præmissa.



53. Lineis incidentiæ se interfecantib. in speculis sphericis concavis: obliqua longitudinis citra punctum sectionis existentes, quemadmodum sunt, sic apparent: earum uero, quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis, uidentur imagines reuersa. Euclides 12 th. catoptr.

Sit speculum sphericum concuum a g: cuius centrum m: & sit centrum uisus b: & sit linea de obliqua super superficiem speculi: cuius puncti d forma reflectatur ad uisum b à puncto speculi, quod est a: formæq; puncti e à puncto g: & lineæ incidentiæ (quæ sunt da & eg) interfecēt se in puncto i: sitq; citra punctum i linea obliquè incidēs superficiē speculi, quæ sit ke, cuius punctus k reflectatur à puncto speculi g, & punctus c à puncto speculi a. Ducatur itaq; linea dm à puncto d ad centrum speculi, quæ (propter obliquitatē lineæ ba super superficiē speculi, cū linea dm sit perpendicularis super eandem speculi superficiem per 72 th. 1 huius: ideo quia transit centrum speculi, quod est m) concurreret cum linea ba obliquè superficiē speculi incidente, ut patere potest per 14 th. 1 huius: sit concursus in puncto l. Similiter quoq; linea em concurreret cum linea bg: sit punctum concursus n. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quoniam in puncto l est imago formæ puncti d, & in puncto n imago formæ puncti e: ducaturq; linea nl: quæ erit imago totius lineæ de. Habet quoque imago nl reuersè se ad situm lineæ de: quoniam punctus n, qui est imago puncti e basioris, est altior puncto l, qui est imago puncti d altioris. Producat quoque linea mk donec concurrat cum linea bg producta: concurreret autem propter obliquitatē lineæ bg super superficiem speculi, & propter perpendicularitatē lineæ mk: sit concursus punctus f: & producat linea mc donec cōcurrat cū linea ba producta: & sit punctus cōcursus s: copuleturq; linea fs: erit ergo linea fs imago lineæ kc: & sicut punctū k est altius puncto c, sic erit punctū f altius puncto s. Est itaq; imago fs cōformē habens sitū ipsi rei uisæ, quæ est kc, occurrens speculo citra punctum sectionis linearū incidentiæ, qui est i. Patet ergo propositum.

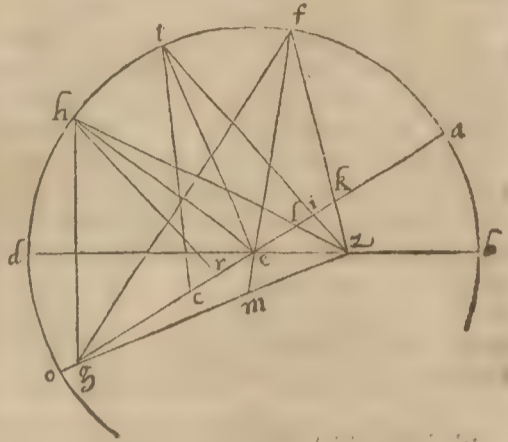


54. In speculis sphericis concavis uisus in quibusdam sitibus cōprehendit lineæ rectæ uisæ imaginem plene rectam. Alhaz. 45 n 6.

Sit speculū sphericū concuū a b: cuius cētrū e: seceturq; p superficiē planā p centrū: erit ergo p 69 th. 1 huius cōmūnis sectio circulus magnus, qui sit a b: & eius centrū e: ducanturq; duæ diametri huius circuli, quæ sunt a e o & b e d: & speculū non excedat arcū b a d o: assumaturq; in semidiametro b e, quicūq; pūctus placuerit: & sit z: in quo ponatur cētrū uisus: & sumatur in semidiametro a e punctus k, taliter, ut linea ak sit maior q̄ linea ke: & ducatur linea zk: & p̄trahatur ad circūferentiā, incidatq; in punctū f: & ducatur linea ef: & sup̄ f terminū lineæ cf constituatur angulus æqualis an-

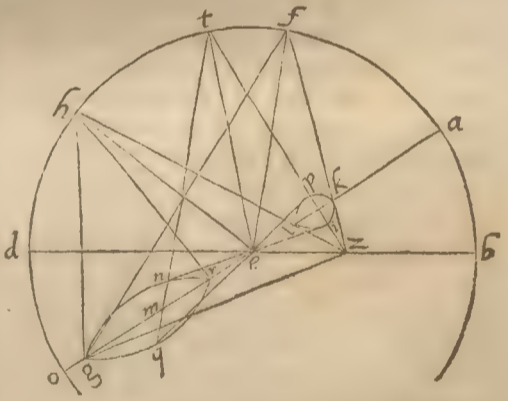
gulo zfe p 23 p 1, qui sit angulus gfe , ducta linea gf : cuius pñctus g cadet in semidiametrũ oe . Quia enim linea fk est maior q̄ linea ka per 7 p 3, & linea ka est maior q̄ ke ex hypothesi: erit linea fk maior q̄ linea ke : ergo per 18 p 1 angulus fek maior est angulo e fk : est ergo angulus fek maior angulo efg : linea ergo fg per 14 th. 1 huius concurreret cũ linea ge : cõcurrat ergo in pñcto g . Duarum ergo linearũ z f & g pñcta reflectuntur ad se inuicem à pñcto speculi, quod est f , propter angulorũ æqualitatem per 20 th. 5 huius. Est ergo pñctus k imago pñcti g centro uisus existente in pñcto z .

Ducatur itaq; linea zh secans diametrũ oa in pñcto l , & peripheriã circuli in pñcto h , utcunq; cõtingit: ducaturq; lineæ e h , h g , z g : & protrahatur linea f e sup lineã z g : incidatq; in pñctũ m : ergo p 3 p 6 erit proportio lineæ z m ad lineã m g , sicut lineæ z f ad lineã f g : sed p 7 p 3 linea zh est maior q̄ linea z f , & linea gh est minor q̄ linea gf per eandẽ 7 p 3: ergo per 9 th. 1 huius maior est proportio lineæ zh ad lineam gh , quã lineæ z f ad f g : est ergo pportio lineæ zh ad lineã gh maior quã lineæ z m ad lineam m g . Ergo p 3 p 6 linea, quæ diuidit angulum zhg per equalia, secat lineam m g : secat ergo prius lineã e g per 32 th. 1 huius: quoniã linea e g est uicinior ad pñctũ h quã linea m g : maior erit ergo angulus ghe angulo ehz , argumẽto 29 th. 1 huius, & ex præmissis. Ponamus ergo angulũ ehr equalẽ angulo e hz : linea ergo hr secat lineã gf , & secat lineã ge p 29 th. 1 huius: secet ergo ge in pñcto r : & secet lineã hz semidiametrũ ea in pñcto l . Pñcta ergo duarũ linearũ zh & hr reflectũtur adinuicẽ propter equalitatẽ angulorũ rhe , ehz : fietq; reflexio à pñcto speculi, quod est h , p 20 th. 5 huius: & erit l pñctus imago pñcti r . Palã uerò quoniã forma cuiuslibet pñcti lineæ gr reflectitur ad uisum in pñctum z , ex aliquo pñcto arcus fh , & nõ ex alio p 42 huius. Sumatur itaq; aliq; pñctus lineæ gr , q sit c , & hic reflectatur ab aliquo pñcto arcus fh , qui sit t : & ducatur lineæ ct & zt . Quia ergo pñctus t est inter duo pñcta f & h arcus fh : palã quia linea zt cadet inter duas lineas zf & zh : linea ergo zt p 29 th. 1 huius secat lineã kl : secet ergo in pñcto i . Est ergo per 37 th. 5 huius pñctus i imago formæ pñcti c : & pñctus c nõ habet aliã imaginẽ nisi pñctũ i , quoniã tãtũ ab uno pñcto arcus fh sit reflexio formæ pñcti c ad uisum existentẽ in pñcto z , ut patet p 19 uel p 27 huius. Imago itaq; cuiuslibet pñcti lineæ gr erit in aliquo pñcto lineæ kl : est ergo tota linea kl imago formæ totius lineæ gr : & est recta: quia est pars semidiametri circuli a e . Visus ergo existẽs in pñcto z cõprehẽdit formã lineæ recte, quæ est gr , imaginẽ l k restã existentẽ in speculo spherico cõcauo a b . Et hoc est propositũ.



55. In speculis sphericis cõcauis cõprehendet uisus ex quibusdã sitib. imaginẽ lineæ cõuexæ cõuexam, & cõcauæ concauã: eritq; lineæ, cuius cõuexitas respicit speculũ, imago cõuexa respiciẽs uisum: & lineæ, cuius cõcauitas respicit speculũ, imago concaua respiciẽs uisum. Alhazen 46 n 6.

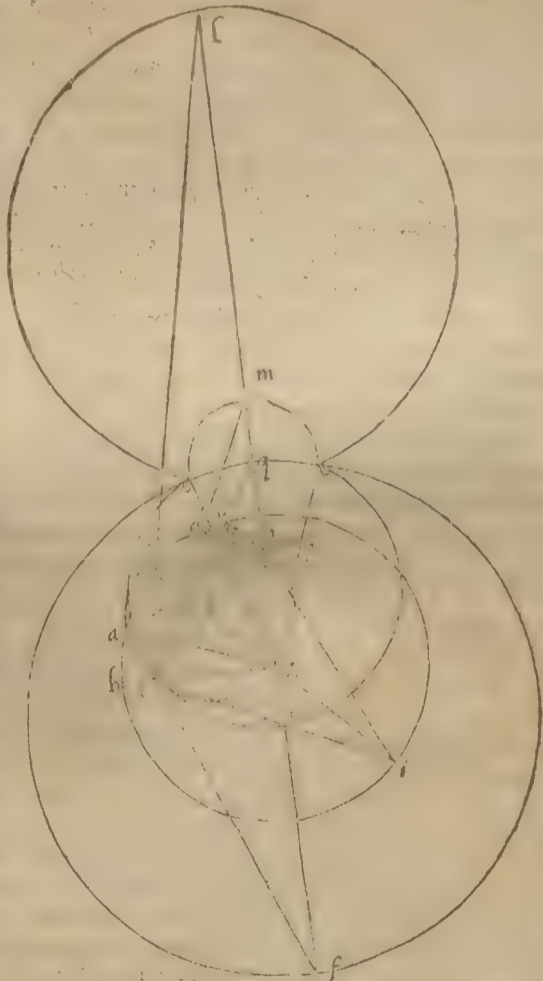
Sit dispositio, quæ in proxima præcedente: constituenturq; super lineam gr à duobus suis lateribus duo arcus, utcunq; contigerit: qui sint gnr & gqr : & sit arcus gnr non secans lineam gh : & ponatur in linea recta gr pñctũ m , quomodocunq; sit illud. Forma itaq; pñcti m reflectitur ad uisum z ex aliquo pñcto arcus fh per 42 huius: sit itaq; ut reflectatur ex pñcto t : & ducantur lineæ zt , et , mt : duo itaq; anguli zte & etm sunt equalẽs per 20 th. 5 huius. Linea ergo mt secabit arcum gnr : sit, ut secet ipsum in pñcto n : & producat lineam tn uersus arcũ gqr : secetq; illũ in pñcto q : & ducatur linea nc : producatq; ultra pñctũ e : secabit ergo lineam z t sub lineã kl p 29 th. 1 huius: quoniam secat angulum ke z , cui subteditur pars lineæ tz : secat ergo illam in pñcto i . Quia ergo duo anguli zte & nte sunt equalẽs: patet per 20 th. 5 huius quod forma pñcti n reflectitur ad uisum z à pñcto speculi t . Est ergo palã per 37 th. 5 huius quoniam pñctus i est locus imaginis formæ pñcti n : & duo pñcta k & l sunt imagines duorũ pñctorũ g & r , ut patuit per præmissam. Imago ergo arcus gnr est linea transiens per pñcta k l : sed linea kl est cõuexa ex parte uisus z : & arcus gnr est cõuexus ex parte speculi. Visus itaque existẽs in pñcto z cõprehendet formã lineæ gnr cõuexæ cõuexam lineam. Ducatur quoque linea qe : & producat ultra pñctum e : secabit quoque lineam zt ultra lineam lk per 29 th. 1 huius: quoniam secat angulum te k : secet ergo in pñcto p . Et quia anguli pte & qte sunt equalẽs: patet per 20 th. 5 huius quoniã à pñcto speculi, quod est t , reflectetur forma pñcti q ad uisum z : & locus imaginis formæ pñcti q est pñctus p : & erit; ut supra, linea lp q ex parte uisus concoua: & ipsa est imago arcus gqr concoua



concaui ex parte speculi. Comprehendet ergo uisus in puncto z existens formam arcus g q r concaui lineam concauam. Et hoc est propositum.

56. In speculis sphericis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus linea recta imagines quatuor curuas: lineæq; curuæ, cuius conuexitas est ad speculum, imaginem comprehendit curuam: omniumq; harum imaginum concauitas respiciens est ad uisum. Alhazen 47 n 6.

Sit speculum sphericum concauum, in quo sit circulus maximus, qui a b d: cuius centrum g: & extrahatur a centro g semidiameter g b, utcuq; contingit: quæ diuidatur per inæqualia in puncto t taliter, ut linea g t sit maior medietate lineæ b g: & à puncto t ducatur linea t z perpendiculariter sup lineam g b per 11 p 1: & producatu linea z t ultra punctum t ad punctum e: fiantq; lineæ z t & e t utreq; æquales lineæ t g per 3 p 1: & ducantur lineæ g e & g z: & trigono e g z circumscribatur circulus per 5 p 4: eritq; centrum illius circuli punctus t per 9 p 3. Et quia linea t g maior est quàm linea t b: palàm quoniam illa circulus secabit circulum a b d in duobus ergo punctis illum secabit per 10 p 2: sint itaq; illa duo puncta a & d. Ducantur quoque lineæ g a, g d, e a, e b, e d, z a, z b, z d. Quia ergo duæ lineæ e t & t z sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g communis: erunt per 4 p 1 duæ lineæ e g & z g æquales: & similiter per eandem 4 p 1 duæ lineæ e b & z b sunt æquales: ergo per 28 p 3 duo arcus e g & g z sunt æquales: ergo per 27 p 3 angulus e a g est æqualis angulo g a z: & angulus e d g æqualis est angulo g d z: & angulus e b g æqualis angulo g b z: quoniam omnes illi anguli cadunt in eisdem arcus. Forma ergo puncti z reflectitur ad punctum e à punctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20 th. 3 huius. Et quia linea g t est maior quàm linea t b: duæ uerò lineæ e b & z e ad inuicem, & duæ lineæ e g & z g ad inuicem sunt æquales per 4 p 1: palàm per 47 p 1 quoniam linea g e est maior quàm linea b e. Quadratum enim lineæ g e ualet ambo quadrata linearum g t & t e, & quadratum lineæ e b ualet ambo quadrata linearum e t & t b: ablato ergo quadrato lineæ t e communi, relinquitur quadratum lineæ g e maius quadrato lineæ e b: quoniam linea g t est maior quàm linea t b. Ergo linea g e est maior quàm linea e b in trigono g e b, & ut patet per 18 p 1, angulus g b e est maior angulo e g b: sed angulus e g b est medietas unius recti per 5 & per 32 p 1: duo ergo anguli, qui b g e & e b g, simul sumpti sunt maiores recto: ergo angulus b e g est minor recto per 32 p 1: sed angulus e g z est rectus per 31 p 3: & ideo quoniam anguli e g t & t g z sunt duæ medietates unius recti: ergo per 14 th. 1 huius duæ lineæ e b & g z productæ concurrent extra circulum: sit earum concursus punctus l. Et quia linea e d est intra triangulum l e g: palàm quoniam ipsa producta concurreret cum linea g l per 29 th. 1 huius: concurrant ergo in puncto m. Et quia linea g b transit per punctum t, quod est centrum circuli e g z: linea uerò a g ducitur extra illam à centro ad peripheriã: palàm quia portio a e g est minor semicirculo: ergo per 31 p 3 angulus a e g est obtusus, & angulus e g z est rectus: ergo per 14 th. 1 huius illæ duæ lineæ a e & z g concurrent in partem lineæ e g: concurrant ergo in puncto f. Si itaq; uisus fuerit in puncto e, & punctus z in aliquo uisibili: tunc tria puncta m, l, f erunt imagines puncti z. Sic ergo punctus z comprehenditur in tribus locis: quoniam à tribus punctis speculi, quæ sunt a, b, d fit reflexio formæ puncti ipsius z ad uisum e. Item protrahatur à puncto e linea super arcum d z, utcuq; contingat, quæ sit linea e k: & ducatur linea g k, quæ secet arcum d z in puncto k: & ducatur linea z k. Quia ergo arcus e g & g z sunt æquales: erunt duo anguli e k g & g k z æquales per 27 p 3: producatuq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d: incidatq; in punctum r: & ducantur lineæ e r & z r. Et quoniam angulus e k g est æqualis angulo g k z, erit angulus e k r æqualis angulo z k r per 13 p 1: erit ergo angulus e r k maior angulo k r z. Si enim sit æqualis: tunc per 32 p 1 & 4 p 6 sequitur lineam e k æqualem esse lineæ z k, & arcum z k equalé esse arcui e a k: quod est contra præmissa: est enim arcus e a equalis arcui d z. Quod si angulus e r k sit minor angulo z r k: erit ergo ex præmissis angulus r e k maior angulo k z r: resecetur ergo angulus r e k ad æqualitatem anguli r z k per 27 th. 1 huius: & sequetur idé impossibile quod prius, producta illa linea ad lineam r k: restat ergo ut angulus e r g sit maior angulo g r z. Fiat ergo per 23 p 1 sup punctum r terminu lineæ g r angulus g r n æqualis

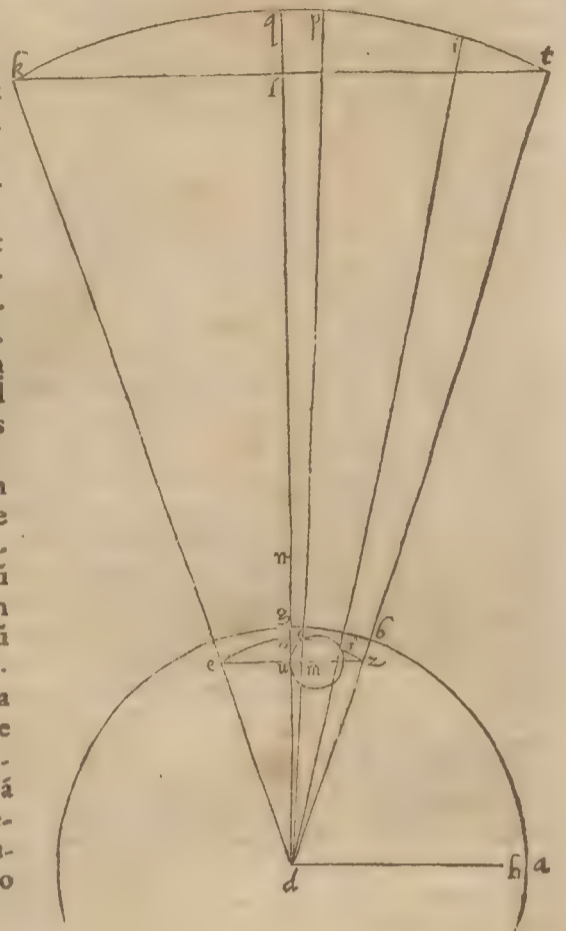


æqualis angulo $e r g$: cadetq; punctus n in lineam $z m$ per 29 th. I huius: duæ ergo lineæ $e r$ & $r n$ à pũ-
cto speculi (quod est r) reflectentur ad se inuicem per 20 th. 5 huius, propter æqualitatem angulorũ
ad punctum r . Producatũ quoq; linea $e r$ ad lineam $g m$: concurret autem cum illa per 14 th. I hu-
ius: sitq; punctus concursus q : erit ergo punctus q imago formæ puncti n , respectu uisus e . Imagine-
mur ergo superficiem exeuntem à linea $m g f$, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem cir-
culi $a b d$: & extrahatur à puncto z linea in hac superficie, quæ sit perpendicularis super lineam $g z$:
& transeat in utranque partem superficiem circuli $a b d$: sitq; linea $c z p$. Posito itaque puncto g cen-
tro circuli fiat arcus circuli secundum quantitatem lineæ $g n$, qui sit $c n p$: secans lineam $c z p$ in duo-
bus punctis c & p : & producantur lineæ $g c$ & $g p$: erunt ergo itæ lineæ in superficie perpendicula-
ri super superficiem $a b d$ per 2 p II. Producantur item lineæ $g c$ & $g p$ ultra puncta c & p extra specu-
lum: & super centrum g secundum longitudinem lineæ $g q$ in superficie transeunte lineam $m g f$, se-
cante circum, in qua sunt lineæ $g c$ & $g p$, fiat arcus circuli. Hic ergo iterum secabit duas lineas $g c$
& $g p$ productas: secet ergo lineam $g c$ in puncto s , & lineam $g p$ in puncto o . Quia ergo superficies
circuli $a b d$ est perpendiculariter erecta super superficiem duarum linearũ $g c$ & $g p$: palam per defi-
nitionem quoniam duo anguli $e g s$ & $e g o$ erunt recti: linea ergo $e g$ erit erecta super superficiem $g c$
 p : ergo per 18 p II erit utraq; superficialium, quæ sunt $e g s$ & $e g o$, perpendicularis super superficiem
 $s g o$, & utraq; istarum superficialium facit in speculo circum magnum comparem circulo $a b d$
per 69 th. I huius: punctum ergo circuli, quem facit superficies $e g s$, quod est compar puncto circu-
li $a b d$ scilicet puncto r , eundem habet situm respectu centri ipsius speculi, quod est g , & respectu ui-
sus, qui est in puncto e , quem habet punctum r . Concurrunt ergo ex ipso secundum angulos æqua-
les duæ lineæ inter duo puncta e & c : & similiter accidit inter duo pũctũ e & p : & lineæ $g c$ & $g p$ sunt
æquales per definitionem circuli: & similiter lineæ $g s$, $g q$, $g o$ sunt æquales per definitionem cir-
culi: & punctus q est imago puncti n : & punctus s est imago puncti c : & punctus o est imago puncti
 p . Imago ergo arcus $c n p$ conuexi ex parte speculi est arcus $s q o$ concauus ex parte uisus: & pun-
ctus l est imago formæ puncti z : & duo puncta s & o sunt imagines formarum duorum punctorum
 c & p : imago ergo lineæ rectæ, quæ est $c z p$, est linea curva, transiens per tria puncta c , l , o : hæc autem
linea $s l o$ est concaua ex parte uisus. Ducatur itaque linea transiens per puncta s , l , o : & extrahatur
linea $e g$ ad circumferentiam circuli $a b d$ in punctum h . Si ergo speculum non peruenit ad duo pun-
cta b & d , sed alter duorum suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d , & reliquus fuerit in-
fra punctum h , & uisus fuerit in puncto e , & duæ lineæ $p z c$ rectæ, & $p n c$ conuexa ex parte speculi,
fuerint in aliquo uisibili: tunc forma lineæ $p z c$ rectæ apparebit concaua, scilicet $s l o$: & forma lineæ
 $p n c$ conuexæ respectu speculi erit concaua uisui occurrēs, scilicet $s q o$. Et forma lineæ $p z c$ uisus tan-
tũ habebit imaginē: & arcus $p n c$ tantũ unũ. Item producatũ linea $b g$ ultra punctũ g ad aliã partẽ
peripheriæ circuli ad punctũ i : & producantur lineæ $e i$ & $e z$: erit ergo ex præmissis, & per 4 p I angu-
lus $b i e$ æqualis angulo $b i z$: ergo per 20 th. 5 huius reflectetur forma puncti z ad uisum in punctum e à
puncto speculi, quod est i : & linea $e i$ secabit lineam $f g$: secet ergo in puncto u : eritq; punctus u imago
formæ puncti z rediẽte à puncto speculi, quod est i . Pũctũ ergo quatuor, quæ sunt m , l , u , f sunt loca ima-
ginũ formæ puncti z . Et si speculũ exierit duo puncta a & d , & uisus fuerit in puncto e , & dorsum
aspicientis fuerit ex parte arcus $a i$, & uisus cõprehenderit totum arcũ $i d a$: tunc punctũ z uidebitur
in quatuor locis, scilicet in punctis m , l , u , f : & uidebuntur duo puncta lineæ rectæ $p z c$ uel arcus $p c$
in duobus punctis s & o : & sic linea recta $p z c$ habebit quatuor imagines concauas: & una transit p
puncta s , m , o : & secunda pertransit puncta s , l , o : tertia pertransit puncta s , u , o : & quarta pertransit pun-
cta s , f , o scilicet lineam $s f o$. In his tamen omnib. imaginibus semper cõcauitas imaginis respicit ui-
sum. Patet ergo propositum. Patet quoq; quod imagines eiusdem lineæ rectæ, ut patet nunc in linea
 $p z c$, fiant diuersæ curuitatis maioris & minoris: & sit principium formæ monstruosæ.

57. In speculis sphericis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineam rectam imagi-
nem conuexam, conuexitate uisum respiciente. Alhazen 49 n 6.

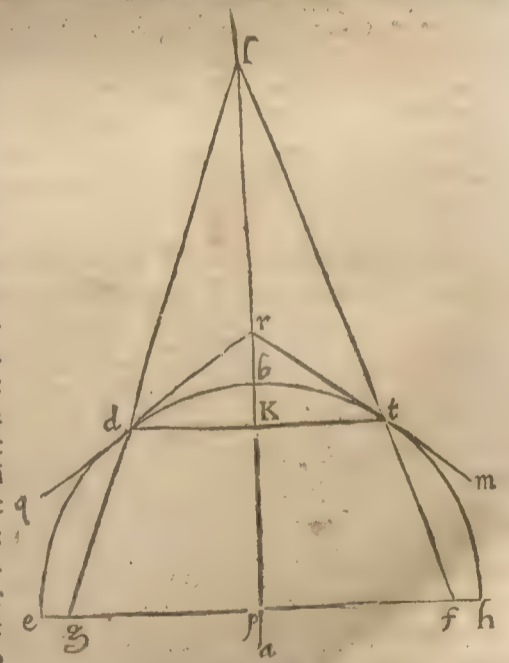
Sit circulus magnus speculi sphericis concaui, qui $a b g$: cuius centrum d : & ducatur semidiamete-
ter $d g$, ut contingit: in qua situetur linea recta, quæ sit $o u$: & sit punctum o remotius à centro specu-
 $l i d$, & u propinquius illi: & super hanc semidiametrum $d g$ ducatur perpendiculariter linea, quæ sit
 $d h$: in cuius puncto h sit centrũ uisus: & sit linea $h d$ erecta super superficiem circuli $a b g$: sitq; linea
 $h d$ minor semidiametro speculi secundũ dispositionẽ lineæ $h d$, quæ assumpta fuit in 43 huius, ad cu-
ius modum & cetera referantur: reflectaturq; forma puncti o , quod est remotius à cẽtro speculi, ad
uisum in puncto h à puncto speculi b : sitq; locus imaginis pũctus q : & producatũ semidiameter $d g$
in punctum q , ut sit linea $d q$: reflectaturq; forma puncti u ad uisum existentẽ in puncto h à puncto
speculi, quod est f : & locus imaginis eius sit punctum n . Et quia puncta o & u sunt in semidiametro
 $d g$: erũt loca imaginũ, quæ sunt puncta q & n , in eadem semidiametro producta, quæ erit linea $d u o$
 $n q$: sitq; quantitas linearũ $d q$, $d u$, $d n$, $d o$ illis omnino æqualis, quæ sunt assumptæ in 43 huius: & erit
linea $h d$ perpendicularis super lineam $d q$, ut patet ex præmissis: est enim ipsa perpendicularis su-
per superficiem circuli: eritq; linea $d h$ æqualis illi lineæ $d h$, quæ in figura 43 huius. Angulus ergo h
 $d q$ est rectus: eritq; communis sectio superficiem planæ, in qua sunt lineæ $h d$ & $d q$, & superficiem spe-
culi circulus, cuius arcus interiacens lineas $d h$ & $d q$ per 20 huius est arcus, ex quo fit reflexio for-
marum, quarum imagines sunt in punctis q & n : & erit arcus ille æqualis arcui $a g$ assumpto in 43
huius:

mæ puncti r: & punctus i imago formæ puncti f: & punctus n est imago formæ puncti u. Imago itaque que arcus r u f est linea transiens per puncta i p n: sed hæc linea i p n est concava respectu uisus, & arcus r u f est concavus ex parte superficiei speculi, & cõuexus ex parte uisus. Cum ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa tum fuerit in aliquo uisibili: cõprehendetur imago eius concava: & linea z o e cõuexa cõprehenditur similiter imaginis cõcauæ. Si ergo unaquæq; duarum linearũ, quæ sunt z o e & r u f, habuerit unã imaginem: erit forma illarum imaginum secundũ modũ declaratum. Et si aliqua ipsarum plures habuerit imagines: fortè accidet diuersitas situs in illis imaginib. ut supra diximus. Patet ergo propositum. Palàm itaq; ex his præmissis quinq; theorematib. quòd lineæ rectæ imago in speculis sphericis concavis quandoq; cõprehenditur recta: quãdoq; cõuexa: & quandoq; cõcaua: & imago lineæ cõuexæ quandoq; uidetur cõuexa: quãdoq; concava: & lineæ concavæ imago quandoq; uidetur cõuexa: quandoq; cõcaua. Formæ ergo superficierum uisibiliũ cõprehenduntur aliter q̃ sint in his speculis: nam lineæ rectæ non sunt, nisi in superficieb. planis. Cũ ergo lineæ rectæ cõprehenduntur cõuexæ uel cõcauæ: tunc superficies plana cõprehenditur cõuexa uel concava. Cũ itaq; uisus cõprehendit lineas rectas cõuexas uel cõcauas aliter, q̃ sint: cõprehendit superficies; in quibus sunt illæ lineæ aliter, quæ sint: & similiter est de lineis cõuexis & cõcauis respectu illarum superficierum. Et per hoc patet ratio & caussa aliorum multorum errorũ, qui ex modo dis talium uisibilium accidunt in uisu.



59. In concavis sphericis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphericum concavum: cuius cõmunis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e h: cuius diameter sit e h: centrum uerò p: & ducatur linea a b perpendiculariter super superficiẽ speculi. Palàm ergo per 72 th. 1 huius quoniam ipsa transit per centrum speculi, quod est punctum p: & producatul ultra speculum: sitq; a b l, secans diametrum e h perpendiculariter in centro p: & in diametro e h signentur duo puncta æqualiter distantia à cẽtro p: quæ sint g & f: erit ergo linea g p æqualis lineæ p f. Et à punctis g & f ducatur duæ lineæ ad circumferentiam æquales, quæ angulos acutos contineant cum diametro e h, respectu centri p, & lineæ a p b quod fiet auxilio 33 p 3, si ex utraq; parte pũcti b arcus æquales abscindantur parui, quorũ chordæ sint minores quàm lineæ g p & p f, qui sint arcus d b, t b: & ad puncta t & d ducantur lineæ, quæ sint g d & f t. Et quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanent arcus t h & d e æquales: eruntq; anguli portionis, qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43 th. 1 huius. Et à puncto d ducatur linea contingens circumulum per 17 p 3, quæ sit d q: & similiter à puncto t ducatur linea circumulum contingens, quæ sit t m: producanturq; illæ lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59 th. 1 huius: sit concursus punctus r. Et quoniam per 16 p 3 anguli contingentis, qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis, qui sunt g d e & f t h, sunt æquales: erit totus angulus q d g æqualis toti angulo m t f. Super punctum itaq; d terminum lineæ r d constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23 p 1, qui sit r d k: linea quoque d k producta concurrent cum linea a b per 14 th. 1 huius: sit concursus punctus k: & super punctum t terminum lineæ r t constituatur angulus



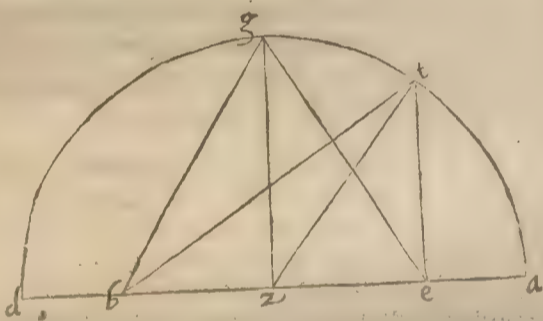
gulus æqualis angulo $r d k$, qui sit $r t k$: concurrent enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k : quia cum angulus $r t k$ sit æqualis angulo $r d k$ per præmissa, & angulus $k r t$ sit æqualis angulo $k r d$ per 59 th. 1 huius: trigoni ergo $d k r$ & $t k r$ sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera illorum trigonorum sunt proportionalia. Sed lineæ $r t$ æqualis est lineæ $d r$ per 58 th. 1 huius: erit ergo lineæ $k r$ æqualis sibi ipsi: concurrent ergo lineæ $d k$ & $t k$ in puncto uno diametri $b p$, quod est k . Positis itaq; duobus oculis diuersorū uidentiu in punctis g & t , & puncto rei uisæ in puncto k : tunc forma puncti k uidebitur ab utroq; uisū reflexa à duobus punctis speculi d & t . Sed & idolū eius uidebitur unū & in eodē loco. Producatur enim lineæ $g d$ & t extra circulū: cōcurrēt itaq; ambę cū diametro $a b p$ ducta p 14 th. 1 huius: quoniam anguli $g p b$ & $sp b$ sunt recti, & anguli $p g d$ & $p t a$ acuti, ut patet ex præmissis: cōcurrat ergo lineæ $g d$ cū lineæ $a b$ in puncto l . Dico quod lineæ ft cōcurrēt cū eadem lineæ $a b$ in eodē puncto l . Cum enim angulus $q d g$ sit æqualis angulo $f t m$, ut supra patuit, & angulus $r d l$ sit æqualis angulo $g d q$ per 15 p 1, & angulus $r t l$ æqualis angulo $f t m$: erit angulus $r d l$ æqualis angulo $r t l$: sed & angulus $t r b$ est æqualis angulo $b r d$ per 59 th. 1 huius: ergo per 13 p 1 angulus $t r l$ est æqualis angulo $d r l$: ergo per 32 p 1 trigoni $t r l$ & $d r l$ sunt æquianguli. Ergo cū lineæ $t r$ sit æqualis lineæ $r d$ per 58 th. 1 huius: erit per 4 p 6 lineæ $r l$ æqualis sibi ipsi, & lineæ $t l$ æqualis lineæ $d l$. In uno ergo puncto diametri $a b l$ concurrent lineæ $t l$ & $d l$: & hoc est punctum l . Patet ergo cum per 37 th. 5 huius punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k , quod ambo uisibus uni existenti in puncto g , & alij in puncto t unica tantum occurrit imago: uisibus uerò permutatis ab hoc situ, plures occurrunt imagines. Et hoc est propositum. Quodcumq; tamen aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si lineæ reflexionis æquidistans fuerit catheto incidentiæ: erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11 huius: & cum distant à se puncta reflexionis, respectu amborū uisuum: apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in ipso puncto suæ reflexionis. Si uerò lineæ reflexionis non sit æquidistans catheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu, quantum ab altero: uel sit modica differentia distantiarum, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus: duæ adhuc imagines uidebuntur: aliàs autē ut plurimum locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicum distans: unde aut tantum una uidebitur imago, aut penè una.

60. In una diametro speculi spherici concavi positus ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus, neuter uidebitur oculorum. Euclides 27 th. catoptr.

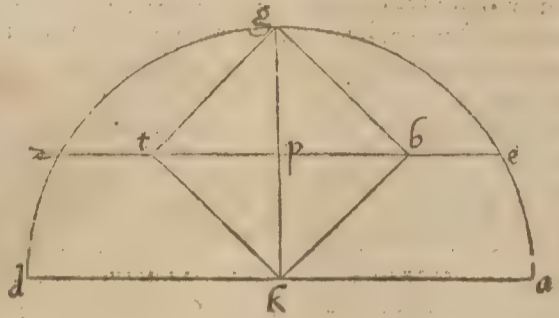
Sit speculum concuum sphericum $a t g d$: cuius centrum z : & diameter $a d$: sintq; duo oculi b & e constituti in diametro $a d$, æqualiter distantes à centro z . Dico quod neuter oculorum uidebitur. Ducatur enim semidiameter $z g$ perpendiculariter super diametrum $a d$: & ducantur lineæ $b g$ & $e g$. Quia ergo in trigonis $e z g$ & $b z g$ latus $e z$ est æquale lateri $z b$ ex hypothesi, & latus $z g$ commune: anguli quoq; $e z g$ & $b z g$ sunt æquales, quia sunt ambo recti: erit per 4 p 1 angulus $b g z$ æqualis angulo $e g z$. Forma ergo puncti b reflectitur ad punctum e à puncto g speculi, & e conuerso per 20 th. 5 huius. Sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b ad punctum e reflecti. Sit enim, ut fuerit id datū esse possibile, ut forma puncti b reflectatur ad punctum e à puncto alio speculi, quod sit t : & ducantur lineæ $b t$, $t e$, $t z$: lineæ ergo $t z$ diuidit angulum $b t e$ per duo æqualia per 20 th. 5 huius: erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ $b t$ ad lineam $t e$, sicut lineæ $b z$ ad lineam $e z$: sed lineæ $b t$ est maior quam lineæ $b g$ per 7 p 3: lineæ uerò $b g$ est æqualis lineæ $e g$, ut patuit superius: lineæ uerò $e g$ est maior quam lineæ $t e$ per 7 p 3: erit ergo lineæ $b t$ maior quam lineæ $t e$: ergo lineæ $b z$ maior erit quam lineæ $e z$: quod est contra hypothesim & impossibile. Et eodem modo de quolibet puncto semicirculi $a g d$ potest demonstrari. Non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e ab alio speculi puncto quam à puncto g . Non ergo uidebit oculus b oculum e : ideo quia lineæ reflexionis, quæ est $b g$, non concurrat cum catheto $e z$ ducta à puncto e per centrum speculi z , nisi in puncto b : & lineæ reflexionis, quæ est $e g$, non concurrat cum catheto $b z$, nisi in puncto e . Locus itaq; imaginis est punctus b : sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b . Non ergo cōprehenditur aliqua distantia, quæ sit causa diuersitatis inter illos uisus. Non ergo unus uisus percipiet formam alterius in seipso existenti, sed æstimabit formam propriam se uidere. Non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit: & hoc est propositum. Aliæ tamen partes corporis circumstantes centrum uisus poterunt uideri: quarum catheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt: siue ille concursus sit in superficie uisus uel in alijs punctis quibuscunq;: & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

61. Si in lineæ à puncto medio semidiametri super diametrum speculi spherici concavi perpendiculariter crectæ ducta æquidistans diametro ambo ponantur oculi, æqualiter distantes à centro speculi: imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis. Euclides 28 th. catoptr.

Hh Sit spe-



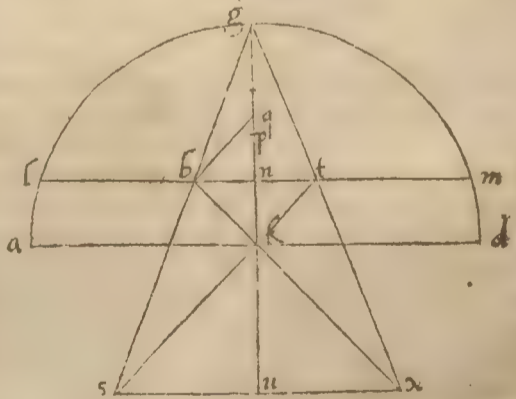
Sit speculum sphaericum concavum a g d: cuius centrum k: & diameter a d: ducaturq; semidiameter k g perpendiculariter super diametrum a d: & à medio puncto semidiametri k g ducatur linea æquidistans diametro a d: & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k. Dico quod amborum oculorū una tantum imago, in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p (quod sit medius punctus lineæ k g per 10 p 1) ducatur linea æquidistans diametro a d per z i p 1, quæ sit e z: & sint in illa perpendiculari e z positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g: erunt ergo lineæ b p & t p æquales; ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k: ergo per 4 p 1 linea p g existente communi ambo trigonis b p g & t p g, cum anguli b p g & t p g sint recti: erit angulus b g p equalis angulo t g p. Reflectetur ergo forma puncti b ad punctū t à puncto speculi g: & e conuerso. Et quia linea k p est equalis lineæ p g, quoniam punctus p est medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p sunt æquales: angulus quoq; k p t est æqualis angulo b p g per 15 p 1: ergo per 4 p 1 angulus t k p est æqualis angulo b g p: ergo per 27 p 1 linea t k æquidistat lineæ b g: sed linea t k est cathetus puncti t,



& linea b g est linea reflexionis: nunquam ergo concurrent: ergo per 11 huius non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b: neq; e conuerso per eandem rationem, nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis. Linea enim b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t ad uisum b, non concurrat cum catheto incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea t k. Quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis. Imago ergo amborum oculorū erit tantum una: & sic unus tantum oculus apparebit. Et quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambo uisibus retro uisus) quia ad illam partem catheti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineæ b k & t g caderent inter lineas concurrentes: tunc & ipsæ concurrerent: quod est impossibile: cum sint æquidistantes: concurrent ergo retro ambos uisus illæ lineæ) ergo per 37 th. 5 huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picture cyclopi, eritq; oculus ultra faciem prominens: quoniam nō uidetur, nisi in puncto reflexionis per 11 huius: Patet ergo propositum.

82. Si à puncto propinquiori diametro speculi sphaerici concavi quàm medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter producta linea æquidistans diametro productatur: in illa uisus, in æquidistantia à centro speculi positi retro se apparebunt: dextra pars dextra, & sinistra sinistra: idolum maius facie: & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superficie speculi. Euclides 29 th. catoptr.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concavi circulus a g d: cuius diameter sit a d: & ducatur semidiameter k g perpendiculariter super diametrum a d: cuius semidiametri k g medius punctus sit p: sintq; centra amborum uisuum puncta b & t. Si ergo ab aliquo puncto lineæ p k (qui sit n) ducatur linea æquidistans diametro a d: quæ sit l m: & uisus b & t positi in linea l m, æqualiter distent à puncto n, uel à centro speculi, quod est k: dico quod accidet, ut proponitur. Ducantur enim lineæ b g, t g, b k, t k: eruntq; ex hypothesi & per 4 p 1 anguli b g n & t g n æquales: ergo à puncto g reflectentur uisus adinucem mutuo per 20 th. 5 huius: sed linea n g est maior quàm linea n k: reflectetur ergo per 3 p 1 linea n g ad æqualitatem lineæ n k in puncto q: & ducatur linea b q: erit ergo per 15 & 4 p 1 angulus b q n æqualis angulo t k n: sed angulus b q n est maior angulo b g q per 16 p 1: ergo angulus t k n est maior angulo b g q: ergo per 14 th. 1 huius lineæ t k & g b concurrunt retro uisum b: concurrant ergo in puncto s. Est autem linea t k cathetus puncti t, & linea g b linea reflexionis. Videbitur ergo forma puncti g retro uisum b. Et similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t: quia lineæ b k & g t concurrunt, ut præostensum est per 14 th. 1 huius: sit, ut concurrant in puncto x: & ducatur linea s x. Et quoniam linea s x est maior quàm linea b t: ideo quod in triangulo s g t angulus s t g, ut patet ex præmissis, est æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus s g x communis: erunt ergo per 32 p 1 trianguli illi s t g & x b g equianguli: est ergo per 4 p 6 proportio lineæ x g ad lineam g s, sicut lineæ b g ad lineam g t: sed linea b g est æqualis lineæ g t: ergo linea x g est æqualis

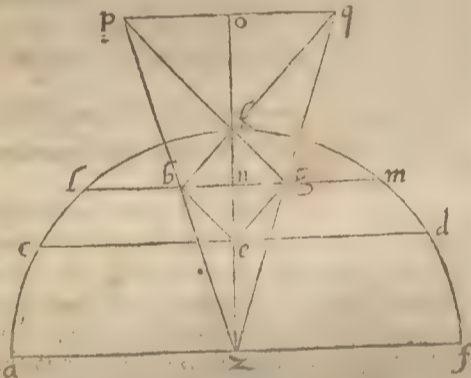


est æqualis lineæ gs , & lineæ xb æqualis lineæ st : ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ xg ad lineam gt , sicut lineæ sg ad lineam gb : ergo per 17 p 5 erit proportio lineæ xt ad lineam tg , sicut lineæ sb ad lineam bg . In trigono ergo sgx per 2 p 6 lineæ bt æquidistat lineæ sx : est igitur per 4 p 6 proportio lineæ sx ad lineam bt , sicut lineæ xg ad lineam gt : sed lineæ xg maior est quàm lineæ gt : ergo lineæ sx maior est quàm lineæ bc . Imago ergo erit facie maior: quoniam lineæ sx est diameter imaginis, & lineæ bt pars diametri faciei: scilicet lineæ continens distantiam oculorum. Item lineæ gk producta secat lineam sx per 29 th. i huius: secat enim angulum sgx : secet ergo in puncto u . Quia itaq; in trigono su lineæ bn æquidistat basi su : patet per 4 p 6 & 17 p 5 quia est proportio lineæ un ad lineam ng , sicut lineæ su ad lineam bn : sed lineæ su est maior quàm lineæ bn per 4 p 6: quoniam lineæ ug est maior quàm lineæ ng : erit ergo lineæ un maior quàm lineæ ng : sed lineæ un est distantia imaginis à uisu, & lineæ ng est distantia uisus à speculi superficie. Patet ergo propositum.

6t

63. Si à puncto remotiori à diametro speculi sphericæ concavi quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum producta, lineæ æquidistans diametro producat, uisibus æquidistans à centro speculi in lineæ illa positus, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra: & imago uidentis maior facie: maiorq; erit distantia imaginis à speculo quàm faciei uidentis. Euclides altera parte 28 th. catoptr.

Esto speculum sphericum concavum, cuius superficiæ & superficiæ reflexionis communis sectio sit circulus af : cuius centrum z : & diameter af : & à centro z ducatur perpendicularis super diametrum af , semidiameter zk : quæ diuidatur per æqualia in puncto e : & à puncto e ducatur æquidistans diametro af , lineæ cd : diuidatur quoq; lineæ ek per æqualia in puncto n : & à puncto n lineæ e k ducatur lineæ æquidistans lineæ af , quæ sit lm : in hac itaq; lineæ lm ponantur uisus æqualiter distantes à centro z : dico quòd uerum est, quòd proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in lineæ lm , ut proponitur: erunt ergo, ut in præmissa propositione, anguli bkn & gkn æquales per 4 p 1: reflectentur ergo uisus b & g ad se inuicem in uisum à puncto k . Ducantur quoq; lineæ be & ge : & erit per 4 p 1 angulus ben æqualis angulo bkn : sed angulus ben per 16 p 1 est maior angulo bze : ergo angulus bke maior est angulo bze : ergo & maior est angulo zge : ergo per 14 th. i huius lineæ bk & zg concurrent: sit concursus punctus q : sed & per eandem lineæ gk & zb concurrent: sit concursus punctus p . Cum itaq; lineæ gk sit lineæ reflexionis formæ puncti b à puncto speculi k , & lineæ zb sit cathetus incidentiæ: erit ergo per 37 th. 5 huius punctus p imago formæ puncti b : & similiter erit punctus q imago formæ puncti g . Ducatur ergo lineæ pq : & hæc erit imago lineæ bg . Videbitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionem linearum reflexionis bq & gp , ut patet per 53 huius. Itē per 4 p 1 lineæ zb est æqualis lineæ zg : ergo per 5 p 1 angulus zbn est æqualis angulo zgn , & angulus pbg est æqualis angulo qg b : sed angulus $n'bk$ æqualis est angulo ngk : relinquitur ergo angulus kbp æqualis angulo kqg : sed angulus kbp est æqualis angulo gkq per 15 p 1: ergo per 32 p 1 trigoni bkp & gkq sunt æquianguli: sunt ergo anguli bpk & gqk æquales. Et quia anguli lpb & qgb , ut patet ex præmissis, sunt æquales, ergo per 32 p 1 trigona lpb & qgb sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ bp ad lineam gq , sicut lineæ bg ad seipsam: erit ergo lineæ bp æqualis lineæ gq : erit ergo lineæ zp æqualis lineæ zq : quæ est ergo proportio lineæ pz ad lineam zb , eadem est lineæ qz ad lineam zg : ergo per 17 p 5 & per 2 p 6 lineæ bg æquidistat lineæ pq : ergo per 29 p 1 trigoni $p7q$ & $b7g$ sunt æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ pz ad lineam zb , sicut lineæ pq ad lineam bg : sed lineæ pz est maior quàm lineæ zb : ergo lineæ pq est maior quàm lineæ bg : est ergo idolum maius re uisa. Item lineæ zk producta secat lineam pq per 29 th. i huius: secat enim angulum pzq : secet ergo in puncto o : erit ergo per præmissa, & per 29 p 1 angulus pok trigoni kpo æqualis angulo gnk trigoni kgk : sed & angulus pk o æqualis est angulo gkn per 15 p 1: ergo per 32 p 1 trigona kpo & gnk sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 quæ est proportio lineæ po ad lineam gn , eadem est lineæ ok ad lineam kn : est autem, ut patet ex præmissis, lineæ bn æqualis lineæ gn : sed lineæ po est maior quàm lineæ bn : ideo quòd tota lineæ pq est maior quàm tota lineæ bg : & lineæ po est medietas lineæ pq , sicut lineæ bn medietas lineæ bg . Cum enim lineæ bq & gp sint æquales, & lineæ bk & gk æquales: erit lineæ kq æqualis lineæ kp , & anguli pk o & qk o sunt æquales per 15 p 1, & per præmissa: erit ergo lineæ po æqualis lineæ qo . Si ergo lineæ po est maior quàm lineæ bn : patet quòd lineæ ok est maior quàm lineæ kn : & lineæ ok est distantia imaginis sub speculo, & lineæ nk est distantia rei reflexæ à superficie speculi. Patet ergo propositum.

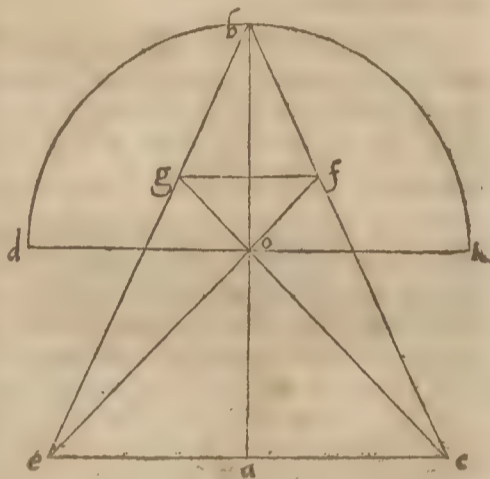


64. Circa diametrum speculi sphericæ concavi extra speculum producta ambobus positus oculis se-

Hb 2 lis se-

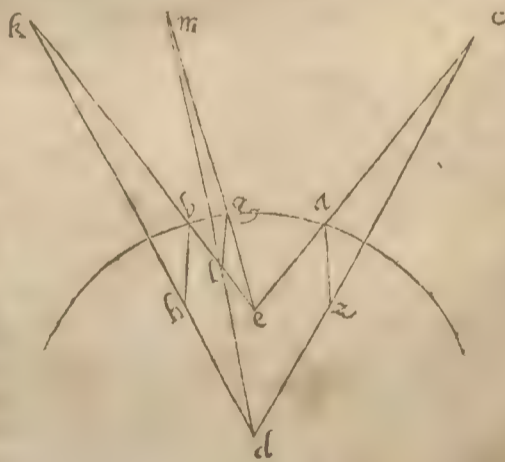
lis secundum aequalem distantiam à diametro, & centro speculi: dextra apparent sinistra, & sinistra dextra: & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici concavi circulus d b k: cuius centrum o: & diameter d k: & orthogonaliter super diametrum d k producatu diameter b o a extra speculum: sintq; duo oculi in punctis e & c lineæ e e perpendicularis super lineam b a: & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipsa diametro b a, & à puncto a: est ergo linea e a æqualis lineæ a c: & ducantur lineæ e b & c b: erit ergo per 4 p 1 angulus e b a æqualis angulo a b c: ergo per 20 th. 1 huius uisus ambo e & c ad se inuicem reflectuntur à puncto b. Producatu itaq; linea à puncto e ad centrum o: hæc ergo producta concurret cum linea e b per 29 th. 1 huius: sit concursus punctus f: & similiter à puncto c ducatur linea per centrum o concurrens cum linea e b in puncto g. Apparet ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti e in puncto f: & imago formæ puncti c in puncto g: apparet ergo dextra sinistra, & sinistra dextra. Sed & per 5 p 1 angulus b e c est æqualis angulo b c e: quoniam lineæ b e & b c sunt æquales. Sed cum trigonorum e a o & c a o duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o commune, anguliq; c a o & e a o sint æquales, quia recti: erit per 4 p 1 angulus f e a æqualis angulo g c a: trianguli ergo e f c & c e g sunt æquianguli per præmissa & 32 p 1: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ e g ad lineam c f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam: sunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c: ergo relinquitur linea b g æqualis lineæ b f: ergo per 5 p 1 angulus b g f æqualis est angulo b f g: sed illi anguli cū angulo g b f ualēt duos rectos per 32 p 1: sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e: illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c: sed linea b g est minor quàm linea b e: ergo linea g f est minor quàm linea e c. Imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta. Apparet autem inter oculos & speculi superficiem: quoniam linea g f (quæ est diameter imaginis) cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi. Patet ergo propositum.



65. Imagines rerum retro specula sphaerica concava apparentes, motis rebus, quarū sunt imagines, ad eandem partem moueri uidentur.

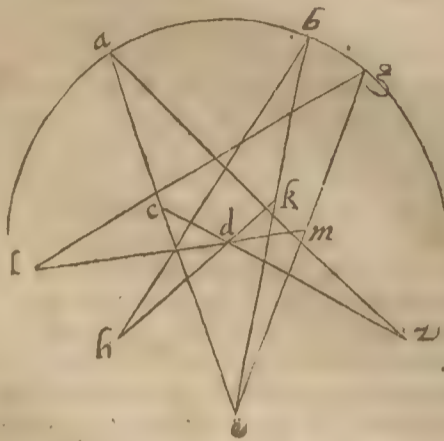
Sit in speculo sphaerico concavo circulus a g b: cuius centrum sit d: & sit centrum uisus punctum e: sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e: quæ sint z & h: ducanturq; duæ catheti incidentiæ, quæ sint d z & d h: reflectaturq; forma puncti z ad uisum e à puncto speculi a: & forma puncti h à puncto speculi b: & ducantur reflexionum lineæ, quæ sint a e & b e: concurratq; lineæ a e cum catheto d z in puncto c, & lineæ e b cum catheto d h in puncto k: erunt ergo per 37 th. 5 huius puncta c & k loca imaginū ultra speculum: ita quod punctum c sit locus imaginis formæ puncti z, & punctum k locus imaginis formæ puncti h: & erunt loca imaginum in partibus illis, in quibus sentiuntur & res, quarum sunt illæ imagines. Transferatur itaq; punctus rei uisæ, qui est h ad punctum l: & reflectatur ad uisum e à puncto g: & ducatur cathetus d l concurrens cum linea reflexionis, quæ est e g in puncto m: eritq; locus imaginis formæ puncti h in puncto m translata ad ipsum à puncto k, qui locus m erit in illa parte, ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m est imago. Quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint supra uisum: erunt loca imaginum, quæ sunt k & m, supra uisum: & apparebunt supra res, quarum sunt formæ. Et si puncta h & l fuerint à dextris ipsius uisus: & loca imaginum suarum, quæ sunt k & m, erunt à dextris: sed non putabuntur esse dextra, ut patuit supra per 51 huius: quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra. Patet itaq; propositum.



66. Imagi-

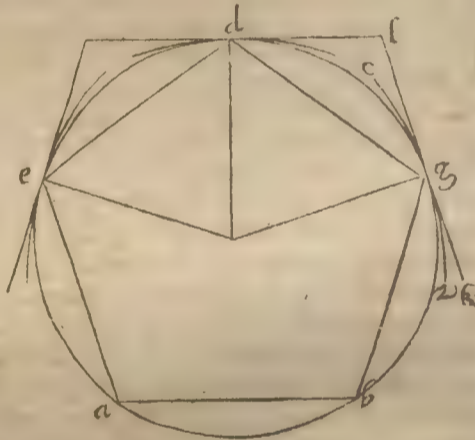
66. *Imagines rerum inter specula spherica concaua & uisus apparentes, motis rebus, uidentur ad partem contrariam moueri.*

Sit speculi spherici concaui circulus a b g; cuius centrum sit punctus d: sitq; centrum uisus e: contra centrū speculi, quod est d: & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ: quæ sint z & h: quæ reflectantur ad uisum à duobus punctis a & b: sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h: ducanturq; catheti incidentiæ z d c & h d k secantes lineas reflexionum in punctis c & k: erunt ergo per 37 th. 5 huius puncta c & k loca imaginū: c puncti z, & k puncti h. Videbuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs, quàm sint res ipsæ per 49 huius. Quod si punctus h rei uisæ transferatur ad punctum l: & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e: ducaturq; lineæ reflexionis, quæ sit e g: & cathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g, in puncto m: erit per 37 th. 5 huius punctus m locus imaginis formæ puncti l. Imago itaq; puncti h, quæ est k, erit translata ad partem diuersam illi, ad quàm res uera translata est. Et si puncta h & l fuerint sursum mota supra uisum: tunc imagines ipsorum, quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum. Et si puncta h & l fuerint mota ad dextram partem uisus: formæ imaginum uidebuntur moueri ad sinistram: & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus. Patet ergo propositum.



67. *Per specula spherica concaua, quot libuerit, possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 15 th. catoptr. Ptolemaeus 8 th. 2 catoptr.*

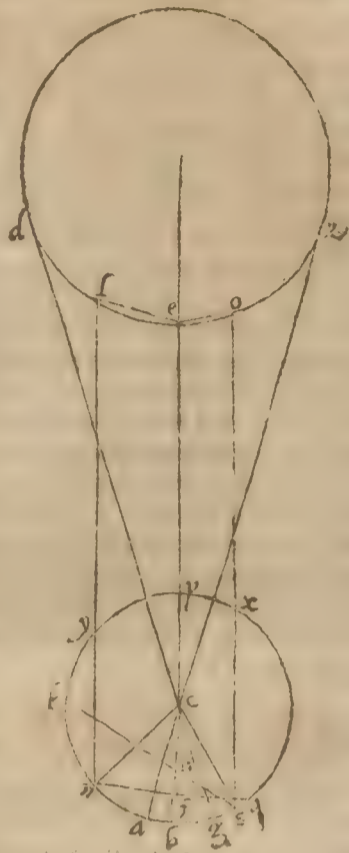
Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis spheris speculis: & sit centrum uisus a: & punctus rei uisæ sit b: & secundum distantiam centri uisus (quod est a) à puncto rei uisæ, (quod est b) describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit: sitq; exempli causa, pentagonum: quod sit a b g d e: fiatq; circulus circumscribens illud polygonū pentagonum per 12 p 4: & super illius pentagoni angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circumscribentis polygoni productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuatur specula spherica concaua, quæ sint partes eiusdem spheræ & æquales portiones. Patet itaq; quoniam superficies plana pentagoni a b g d e secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69 th. 1 huius. Vnus itaq; arcus unius illorum circularum sit z g c: ducanturq; lineæ contingentes quemlibet illorum arcuum in punctis g, d, e: contingatq; arcum z g c in puncto g linea l k. Quia itaq; per 43 th. 1 huius angulus portionis, qui est b g z, est æqualis angulo d g c: anguli quoq; contingentiæ, qui sunt k g z & l g c sunt æquales: palam ergo per 20 th. 5 huius quoniam a sit reflexio formæ puncti b à puncto speculi g ad punctū speculi alterius, quod est d. Et similiter per eandem demonstrationem fiet reflexio à puncto d ad punctum speculi alterius, quod est e, & à puncto e ad centrum uisus, quod est a. Palam ergo propositum. Et sic quotcunq; fuerint anguli polygoni, tot assumantur specula, & semper accidet illud, quod præmissum est.



68. *A speculis spheris concauis soli oppositis ignem possibile est accendi. Euclides 31 th. catoptr.*

Esto speculum sphericum concauum soli oppositum: in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c: sitq; ut superficies plana secans speculum secundum hunc circulum secet etiam corpus solis trans centrum: ergo per 69 th. 1 huius communis sectio illius superficiæ planæ & solis erit circulus magnus, qui sit d e z: & ab aliquo puncto illius circuli solaris, ut à puncto d, ducatur linea, secundum quam procedens radius ad centrum speculi, quod est c, incidat in punctum speculi, quod sit g: & à puncto circuli solis, quod sit e, procedens radius ad centrum speculi, quod est c, incidat in punctum speculi b: & à puncto solis, quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctum speculi a. Quia ergo omnes radij transeuntes per centrum c sunt perpendiculares su-

per superficiem speculi a b g per 72 th. 1 huius: patet per 21 th. 5 huius quoniam omnes reflectuntur in seiplos: concurrent ergo tam incidentes quam reflexi omnes in puncto c, quod est centrum speculi: omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, & omnes anguli semicirculi sunt æquales per 43 th. 1 huius: reflexio autem omnis fit secundum angulos æquales, ut patet per 20 th. 5 huius. Quicunq; itaq; radorum solarium pertransierint per centrum speculi, quod est c, & peruenerint ad quæcunq; puncta superficiem speculi: illi omnes reflectentur in seiplos, & concurrent in centro ipsius: radij uero æquidistantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi, qui est e b: hic ergo, ut præmissum est, transibit centrum speculi, quod est c: & reflectetur in seipsum. Huic ergo ducatur per 31 p. 1 aliquis radius æquidistans: qui sit l n: & alius, qui o s: sitq; arcus n b in æqualis arcui b s: secetq; linea l n circulum a b g in puncto y: & in arcu y n signetur punctum k: & ducatur linea c n. Quia itaq; angulus l n k est minor angulo c n k, ut pars suo toto: patet quod angulus l n k est minor angulo c n b: quoniam anguli c n b & c n k sunt æquales per 43 th. 1 huius: Patet ergo per 20 th. 5 huius quod radius l n non reflectetur in punctum c. Fiat itaq; angulus b n f æqualis l n k: cadetq; punctum f extra punctum c in punctum aliquod semidiametri c b: & in corpore solari continuetur linea e l. Si itaq; quadrangulum n f e l, (fixo permanente suo latere e f) imaginetur moueri, quousq; linea l n incidat ad locum, unde exiuit: tunc punctus n motu suo describet quendam circulum in superficie speculi: & in tota peripheria illius circuli angulus l n f remanet æqualis: ergo angulus l n k est æqualis angulo b n f. Fiet ergo per 20 th. 5 huius à tota peripheria illius circuli reflexio omnium radorum incidentium ad punctum f. Similiter quoq; si à puncto solis, quod est o, ducatur per 31 p. 1 radius æquidistans radio perpendiculari, qui est e b: & sit ille radius æquidistans o s, secans circulum a b g in puncto x: & in arcu x s signetur punctum q in linea n f producta, sitq; ut perpendicularis e b secet circulum a b g in puncto p: & sit arcus b s minor arcu n b: ergo & arcus x p (qui est æqualis arcui b s per 53 th. 1 huius) minor est arcu p y æquali b n: ergo arcus x q s remanet maior arcu y k n: ergo per 43 th. 1 huius angulus x s q est maior angulo y n k. Radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod punctum lineæ f c, quod sit h. Portio enim circuli y k n, quæ est æqualis portioni n b q, est minor portione x q s, quæ est æqualis portioni s b k: copuletur quoq; linea o e. Si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s intelligatur moueri, quousq; linea o s redeat ad locum, unde exiuit: tunc punctum s motu suo describet in superficie speculi circulum, à cuius totali peripheria fiet reflexio ad punctum diametri speculi, qui est h. Et similiter est de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiem speculi æquidistanter radio e b. Semper enim fiet reflexio omnium sibi similibus radorum à peripheria unius circuli totius speculi ad unum punctum diametri ipsius speculi: & lineæ radiales propinquiores diametro, reflectuntur ad punctum propinquius centro c: & lineæ radiales remotiores à diametro, & æquidistantes illi, reflectuntur ad punctum remotius à centro, quod est c. In quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendetur. Sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radorum moram trahat. Patet ergo propositum. Et hoc speculum, quantum ad actum combustionis, efficacius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius scientiæ. Possent quoq; per diligentiam artificis aliquod speculum ex pluribus huiusmodi speculis componi, quod esset maioris efficacitæ ad comburendum: hoc autem relinquimus industriæ perquirentis: quia sufficit nobis ut propositum sit hoc modo demonstratum.



VITELLONIS FILII
THRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER NONVS.

IN praemisso libro passiones speculorum sphaericorum concavorum pro nostro posse pertractauimus: superest nunc, ut speculorum columnarium & pyramidalium concavorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium praemissorum speculorum proprietates concurrunt: planorum quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi sit reflexio. Columnarium quoque & pyramidalium conuexorum plurimae passiones in hac concaua specula descendunt: quoniam istorum & illorum conformis est generatio secundum figuras, à quibus in utrisque prouenit quaedam conformitas passionum: nisi quod hinc & inde secundum naturam conuexi & concaui illae passiones quodammodo secundum situm contrarie disponuntur. Ex quo accidit, ut quandoque linea reflexa in conuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & e conuerso: & ob haec eadem principia in his speculis & in illis sunt (praemissis figuris) conformiter assumenda. Sic itaque omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiae possibilitate passionibus aequaliter pertractatis, ad aliqua specula figurarum irregularium & compositarum mentem conuertimus: uidentesque quod antiquorum geometrarum diligentia & sollicitudo circa specula comburentia, (à quorum totali superficie ad unum punctum naturalem uel mathematicum sit reflexio luminis & formarum incidentium) plurimum est uersata: ut circa rem scientiae geometriae plurimam subtilitatem rebus naturalibus applicantem: actionem quoque naturalium formarum accelerantem in productione effectuum mirandorum: huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei, ad quam, sicut ad finem nobilissimum, omne, quod de natura quorumlibet speculorum praemisimus, aequaliter ordinatur. Ex praemissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorum comburentium in una superficie planarum, ut patet per 65 th. 5 huius, non est possibilis: sicut nec ab aliqua una superficie conuexarum quacunque, siue illa conuexa superficies fuerit sphaerica, ut patet per 65 th. 6 huius, siue fuerit columnaris uel pyramidalis, ut patet per 59 th. 7 huius, possibile est radios aliquos aggregari ad punctum unum mathematicum uel etiam naturalem. A concauis quoque speculis sphaericis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à peripheria unius tantum circuli, & à tota superficie unius hemisphaerij ad totam semidiametrum siue axem speculi, ut ostensum est per 68 th. 8 huius. Non fit autem omnium radiorum, aequidistanter axi speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctum unum. Sed neque ab aliqua superficie speculorum columnarium uel pyramidalium concavorum est hoc possibile fieri: prout infra in presenti libro demonstrabimus. Restat ergo, ut superficies alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus: quoniam illud, quod ex plurium speculorum regularium compositione ad hunc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei (à qua totali ad unum punctum fiat reflexio) certitudinem non attingit: neque ad illorum peruenit commoditatem: neque in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarum. In his itaque columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuscunque speculis, & etiam in ipsis comburentibus

speculis supponimus principia, quae in libris praecedentibus sunt praemissa, ut patet in 5 6 & praecipue 7 & 8 libris huius scientiae: quae uero ex praesuppositis principijs & cōclusionibus demonstranda de his speculis praenominatis uidimus, sunt ista.

THEOREMATA

1. In speculis columnaribus concavis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quandoq; est linea longitudinis speculi: quandoq; circulus: quandoq; oxygonia sectio. Alhaz. 89 n 5.

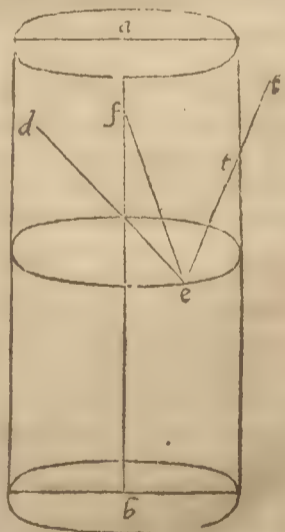
Quod hic proponitur, patet ex praemissis in libro 7 huius de speculis columnaribus conuexis. Et quia speculum columnare concavum non minus participat formam & proprietatem columnae quam conuexum: patet quod proposita passio eodem penitus modo demonstranda est de speculis columnaribus conuexis, ut de columnaribus conuexis. Patet ergo propositum: nec enim necessarium talibus amplius immorari. Et quando fuerit communis illa sectio linea longitudinis speculi: erunt modi reflexionum & loca imaginum sicut in speculis planis: quando uero illa sectio communis fuerit circulus: erunt modi reflexionis & loca reflexionum, sicut in speculis sphaericis concavis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra speculum: quandoq; in ipsa superficie speculi: quandoq; inter uisum & speculum: quandoq; in ipsa superficie uisus: & omnium istorum idem est demonstrandi modus, qui in illis sphaericis concavis speculis patuit per 11 th. 8 huius.

2. In speculis pyramidalibus concavis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi lineam longitudinis speculi aut sectionem oxygoniam possibile est esse: circulum uero impossibile. Alhazen 97 n 5.

Passiones propositae de praesentibus speculis eodem penitus modo demonstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensae per diuersas propositiones 7 huius. Patet ergo propositum. Et quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis: erunt modi reflexionum & loca imaginum, quae & in speculis planis ostensa sunt per 49 th. 5 huius.

3. In omni superficie reflexionis a speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis, centrum uisus: & punctum rei uisae: punctum reflexionis: & punctum axis, (in quem cadit perpendicularis ducta a puncto reflexionis super superficiem speculum in puncto reflexionis contingentem) consistere est necesse. Alhazen 46 n 4.

Sit speculum columnare concavum: cuius axis sit a b: sitq; centrum uisus t: & punctum rei uisae d: reflectaturq; forma puncti rei uisae, quod est d, ad uisum t a puncto speculi e: & in puncto e contingat superficiem speculi superficies plana: super quam superficiem a puncto e ducatur linea perpendicularis per 12 p 11: quae secet lineam a b axem speculi in puncto f: & sit linea e f. Dico quod puncta t, d, e, f necessario erunt semper in eadem superficie reflexionis. Aut enim haec superficies reflexionis aequidistabit basibus columnae, aut no. Si sic: patet per 100 th. 1 huius quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi erit circulus aequidistans basibus columnae: & linea ducta a puncto reflexionis, quod est e, transiens per centrum illius circuli, est perpendicularis super superficiem columnae, ut patet per 96 & per 100 th. 1 huius. Et si centrum uisus, quod est t, & punctum rei uisae, quod est d, fuerint in illa linea: fiet reflexio formarum punctorum uisorum tantum secundum illam lineam per 21 th. 5 huius: eruntq; illa quatuor puncta, (quae sunt t, d, e, f) omnia in superficie reflexionis. Quod si centrum uisus uel punctum rei uisae non fuerint in hac linea perpendiculari: semper tamen linea e f perpendiculariter a puncto e ducta, cadet in axem a b per 96 th. 1 huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum: quoniam cadet inter perpendicularem e f, & inter lineam, circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi) in puncto e contingentem. Et quoniam haec linea reflexionis cadit semper intra speculum: quia secundum sui partem, qua incidit speculo, necessario cadet inter superficies planas per centrum uisus ductas, portionem appatentem speculi contingentes: & quoniam per 20 th. 5 huius semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis: patet quod si unus illorum punctorum est in superficie reflexionis, quod & reliquus. Quia enim angulus d e f erit aequalis angulo f e t, cadent hi anguli ex diuersis partibus perpendicularis lineae, quae est e f, intra speculum. In eadem itaq; superficie cadent omnia puncta t, d, e, f. Et eodem modo demonstrandum est, a quocunq; puncto circuli, (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi) fiat reflexio: semper enim illa quatuor puncta erunt in superficie reflexionis. Quod si communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea longitudinis speculi: tunc iterum a quocunq; puncto illius lineae fiat reflexio: semper



semper proposita quatuor puncta erunt in superficie reflexionis, ut patet per 27 th. 5 huius. Similiter quoque patet idem, si communis sectio superficiei reflexionis & horum speculorum fuerit sectio oxygonia: quoniam illa sectio secabit speculum trans axem per 103 th. 1 huius: & linea a puncto reflexionis perpendiculariter ducta super superficiem, speculum in puncto reflexionis continget, semper cadet in axe, ut hæc in speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis sunt amplius declarata. Et ille modus demonstrandi est uniuocus & istis speculis. Quod si speculum propositum fuerit pyramidale concauum: tunc (ut supra ostensum est per præmissam) impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi circulum esse: quæ sectio si fuerit linea longitudinalis uel sectio oxygonia: tunc eadem erit declaratio quod quatuor prædicta puncta t, d, e, f consistunt in superficie reflexionis, quæ prius in speculis columnaribus concauis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

4. Centro uisus existente intra speculum columnare uel pyramidale concauum: a quolibet puncto speculi fiet reflexio ad uisum. *Alhazen 49 n. 4.*

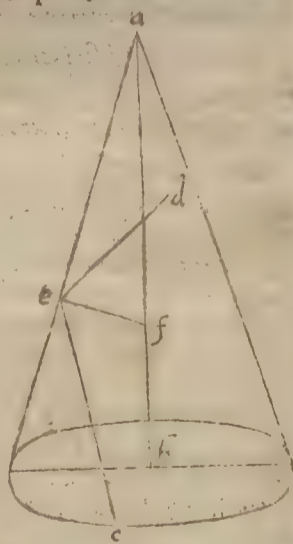
Sit speculum columnare concauum: cuius axis sit a b: & sit centrum uisus t, sitque punctum t intra speculum: dico quod ab omni puncto superficiei speculi fiet reflexio ad uisum. Siue enim communis sectio superficiei reflexionis & huius speculi fuerit linea longitudinalis columnæ speculi: ut cum superficies reflexionis secat superficiem speculi secundum axis longitudinem, ut patet per 93 th. 1 huius: siue fuerit circulus æquidistans basibus columnæ ipsius speculi: siue fuerit sectio oxygonia: semper patet per præmissam quod punctus reflexionis & centrum circuli siue punctus axis, in quem cadit perpendicularis ducta a puncto reflexionis super superficiem speculi, sunt in eadē superficie. Est ergo semper possibile, ut ab illo puncto fiat reflexio ad uisum: quoniam in concauitate talium speculorum non est corpus aliquod densum resistentem multiplicationi formarum per medium. A quolibet ergo puncto superficiei talium speculorum fiet formarum reflexio ad uisum. Idem quoque patet in speculis pyramidalibus concauis. Quoniam enim centrum uisus semper est intra talia specula, non refert a quocunque puncto superficiei speculi fiat reflexio: quoniam semper possibile erit formam ad uisum peruenire, nisi forte densitas occipitis in quibusdam sitibus impediat reflexionem. Patet ergo propositum, resumptafiguratione præmissæ, positoque puncto t intra superficiem speculi in linea t e. Quicunque enim punctus in utroque speculorum fuerit datus: sit ille punctus e: & ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum contingentem per 12 p. II. Et quoniam illa cadet in axem speculi per 96 th. 1 huius: sit, ut cadat in punctum t: & super punctum e terminū lineæ e f fiat per 23 p. 1 angulus æqualis angulo t e f, qui e d. Palam ergo quod forma puncti d reflectetur ad uisum in puncto t existentem per 20 th. 5 huius. Et hoc proponebatur.

5. Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concauum non integrum, a maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum. *Alhazen 49 n. 4.*

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum: cuius axis sit a b: & sit centrum uisus punctum t: sitque extra speculum: dico quod a maiore parte superficiei concauæ speculi fiet reflexio ad uisum. Imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidem a uisu productæ ad speculum: palamque per 1 p. 7 huius quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa, a qua, speculo existente conuexo, fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars maior pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78 th. 4 huius, & de pyramidalibus per 84 th. 4 huius: ablata itaque illa parte remanet maior pars superficiei speculi. Est autem a tota illa superficie reflexio ad uisum: quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum, producta secat superficiem speculi per 4 th. 7 huius: secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum. Patet ergo propositum.

6. Speculo pyramidalis concauo integro existente, oppositoque ipso uisui ex parte sue basis existenti: nullius puncti forma uidebitur, nisi intra speculum existentis. *Alhazen 50 n. 4.*

Esto speculum pyramidale concauum: cuius axis sit a b: sitque eius conica superficies tota integra: basis uero eius, quæ est superficies plana, sit submotā ab ipso speculo: sitque centrum uisus c ex parte basis submotæ: dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ, nisi illius, quæ fuerit intra ipsum speculum. Si enim centrum uisus c in aliqua consistat linea longitudinalis speculi, fiatque reflexio ab illa linea longitudinalis ad uisum: tunc patet quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum: quoniam ex hypothese centrum uisus est ex parte basis speculi: oportebitque punctum rei uisæ in eadem linea longitudinalis existere: aliās enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum. Quod si centrum uisus c sit sub aliqua linearum longitudinalis speculi: tunc adhuc patet propositum. Quoniam enim omnis perpendicularis ducta a quocunque puncto reflexionis, quæ fieri possit ad uisum c in hoc situ,



tenet angulum acutum cum linea reflexionis: patet per 33 th. 5 huius cū semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, quod semper fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi. Oportet ergo de necessitate, ut puncta rei uisæ, quorum formæ reflectuntur ad uisum à quibuscunq; punctis superficiei totius speculi, semper sint intra ipsum speculum. Patet ergo propositum. Si uerò auferatur à speculo tali portio aliqua secundum longitudinem speculi: tunc poterunt comprehendi exteriora, quæ sunt extra speculum: quoniam patebunt liberi introitus lineis incidentiæ formarum extrinsecarum, quæ reflectentur ad uisum. Similiter quoq; accidit, si secetur pyramis speculi ad modum annuli secundum aliquem circulum æquidistantem basi, uel etiam secundum oxygoniam sectionem, taliter, ut auferatur uertex pyramidis speculi: tunc enim lineæ incidentiæ liberum habebūt ingressum: plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi, quàm si fuerit ex parte suæ basis: quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

7. *A quocunq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti. Alhazen 51 n. 4.*

Est, ut in præmissa, speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b: ab eius quoq; puncto e reflectatur ad uisum c forma puncti d: dico quod ab eodē puncto e formam alterius puncti, quàm d, ad uisum existentem in puncto c impossibile est reflecti. Ducatur enim à puncto reflexionis, qui est e, linea perpendicularis super superficiem speculum in puncto e contingentem: quæ secabit axem speculi per 96 th. 1 huius: secet ergo in puncto f. Palàm itaq; per 3 huius quoniam puncta c, d, e, f sunt in eadem superficie. Et quoniam una sola linea recta à centro uisus, quod est c, ductibilis est ad punctum reflexionis, quod est e: patet quod angulus e f non potest uariari: ergo nec angulus d e f, qui per 20 th. 5 huius est æqualis angulo c e f. Linea ergo e d est tātū unica linea, cuius alicuius puncti forma potest reflecti ad uisum c: sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum: nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectetur. Cum enim aliqua linea incidentiæ peruenit ad aliquod punctum corporis: non potest forma alterius puncti per illam lineam incidere speculo: quoniam punctus altior occultat posteriorem, nec præstat transitum formæ illius. Patet ergo propositum: quoniam in his speculis à quocunq; puncto facta reflexione formæ unius puncti, non potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum. Sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorum punctorum formæ comprehēdi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersorum punctorum: quoniam, ut patet per 18 th. 7 huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularem e f se secantes, in quarum qualibet ex utraq; parte perpendicularis e f sumi possunt duo anguli acuti æquales. Licet autem illud, quod hic proponitur, satis patuerit per 29 th. 5 huius: hic tamen idem declarauimus: ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

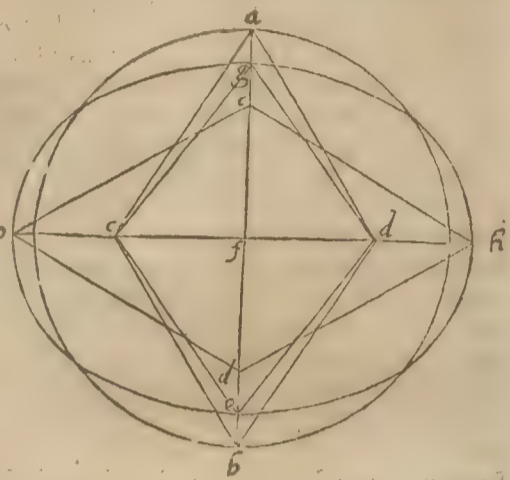
8. *Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi: unus est tantum punctus reflexionis, & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum: & uidetur unica imago.*

Non oportet huic propositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tantum puncto fit reflexio, & una tantum occurrit uisui imago, ut patet per 46 & 48 th. 5 huius. Linea enim recta est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde: unicus ergo tātū est punctus reflexionis: unica tātū ergo uidebitur imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis: eritq; per 49 th. 5 huius distantia imaginis sub speculo æqualis distantie rei uisæ supra speculum. Patet ergo propositum.

9. *Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxygonia existente: à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus. Alhazen 48 n. 4. Item 93 n. 5.*

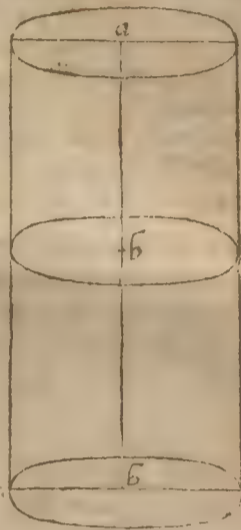
Sit speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis a b: sitq; centrū uisus c: & punctū rei uisæ sit d, ut patet in figura 6 huius. Si itaq; cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxygonia: dico quod formā puncti d ad centrum uisus c à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam enim ostendimus supra per 22 th. 7 huius quod à speculis columnaribus concauis ab uno tantum puncto sectionis oxygoniæ fit formæ eiusdem puncti reflexio ad uisum eundem: & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantie oculorum, quod à duobus punctis sectionis oxygoniæ potest fieri reflexio ad uisum: aliàs enim latebunt uisum puncta reflexionis se respicientia, scilicet illa, per quæ transit circulus columnæ, ductus per punctum reflexionis æquidistanter basibus: unde uiso uno illorum punctorum alius punctus latebit propter minoris portio- nis columnæ ipsius apparentiam. In his uerò speculis columnaribus concauis apparet uisui maior portio columnæ, ut patet per 5 huius: unde ab unico uisu possunt percipi ambo puncta, quæ sunt extremitates diametri circuli æquidistantis basibus columnæ. Et eodem modo penitus de speculis pyramidalibus concauis declarandū: eius enim superficiei plus in medietate uni uisui occurrit: & duo puncta per diametrū circuli æquidistantis basi pyramidis opposita uideri possunt. Patet ergo propositum.

reflecti ad uisum c. Palam enim per 21 th. 5 huius quod linea c e, in qua est punctus rei uisæ, qui est d, reflectitur in seipsam: tunc enim infinitæ possunt intelligi superficies secantes se super lineam e f, quarum quælibet est erecta super superficiem contingentem speculum per 18 p 11: cum linea e f, quæ est communis sectio illarum superficialium, sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem. Quado ergo quarundam illarum superficialium & superficiem ipsius speculi communis sectio est linea recta, quæ est linea longitudinis speculi æquidistans axi a b: tunc, sicut per 21 th. 5 huius in speculis quibuscunq; ostendimus, non fiet reflexio, nisi super eandem lineam perpendicularem, quæ est e c: & (ut patet per 32 & 36. th. 5 huius) locus imaginis est centrum uisus, qui est punctus c: nec uidebitur aliquis punctus rei uisæ, nisi solus ille, qui fuerit in superficie ipsius uisus. Quado uero aliqua illarum superficialium perpendicularem super superficiem speculum in puncto e contingentem, secat superficiem concavam ipsius speculi, ita quod communis sectio illarum superficialium est circulus æquidistans basibus columnæ, cuius centrum est f punctum axis: & tunc si punctum f fuerit in diametro p h inter punctum c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est punctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq; sitq; linea c f æqualis lineæ f d: poterit forma puncti d ad uisum c reflecti à duobus punctis speculi, quæ sunt e & g: & sunt puncta terminantia diametrum illius circuli. A quo libet enim illorū punctorum sit reflexio formæ puncti d ad uisum c: ideo quod angulus d e f est æqualis angulo f e c: & similiter angulus d g f æqualis angulo f g c per 4 p 1. Duorum enim trigonorum d f e & f e c duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est commune, angulusq; d f e est æqualis angulo f e c: quia uterq; est rectus: & similiter est in trigonis d f g & c f e. Angulum itaq; d e c per æqualia diuidit perpendicularis e f: & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g ducta à puncto reflexionis ad centrū illius circuli. Et quoniam cathetus incidentiæ, quæ est d f, cum linea reflexionis e c uel g c non concurrat nisi in centro uisus, quod est c: patet per 37 th. 5 huius quoniam centrum uisus est locus imaginis formæ puncti d. Alia uero puncta lineæ perpendicularis, quæ est c d h, non reflectuntur ad uisum c à puncto speculi h, nisi solus ille punctus, qui est in superficie ipsius uisus, ut supra patuit: ideo quod non reflectitur nisi per eandem perpendicularem. Cum uero alicuius illarum superficialium perpendicularem super superficiem speculum propositum in puncto e contingentem & superficiem speculi fuerit oxygonia sectio: non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis: cū (sicut patet per 112 th. 1 huius) duæ lineæ perpendiculares super superficiem speculi in superficie sectionis se interficere non possint, sicut in superficie circuli æquidistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant super centrum f, ut iam patuit, quæ sunt p h & e g. Non enim est diameter sectionis (quæ est p h) perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto h, sed obliquè incidit super illam, quando diameter e g perpendicularis est super superficiem speculi: & hoc accidit propter obliquationem sectionis oxygoniæ super axem columnæ speculi. Non ergo reflectetur forma puncti d ad uisum c per lineam c d h. Sed si puncta d & c æqualiter distent à puncto f, ita ut linea d f sit æqualis lineæ f c: tunc à punctis speculi e & g, quæ sunt termini lineæ perpendicularis super superficiem speculi, quæ est linea e f g, potest fieri reflexio formæ puncti d ad uisum c per 20 th. 5 huius, & per 4 p 1, ut supra patuit: quoniam anguli d e f, & f e c sunt æquales: & ite anguli d g f & f g c sunt æquales, & punctum rei uisæ, quod est d, & centrum uisus, quod est c, sunt cum ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cum puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est perpendicularis super superficies contingentes speculum in punctis e & g in eadem superficie ipsius sectionis. Patet ergo quod fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d ad uisum c: & erit locus imaginis in utroq; centrum uisus, quod est c. Sed si puncta d & c fuerint in perpendiculari e f: tunc non fiet reflexio ab aliquo puncto sectionis oxygoniæ, nisi solum à puncto e: quoniam forma incidens superficiem speculi secundum lineam perpendicularem, reflectitur secundum eandem perpendicularem: & in sectione oxygonia est unica linea perpendicularis super superficiem speculum contingentem. Quare, ut prius dictum est, per illam solam fit reflexio solius puncti lineæ perpendicularis, qui est in superficie uisus: & sicut prius, erit locus imaginis in centro uisus. Eodem quoque modo deducendo, patet idem propositum in speculis pyramidalibus concavis. Ducta enim à centro uisus ad superficiem contingentem speculum pyramidale linea recta perpendiculari super illam superficiem: si in illa perpendiculari sumatur punctus corporeus inter uisum & speculum: patet quod non reflectetur forma eius ad uisum secundum illam perpendicularem: quoniam punctus ille occultabit terminum perpendicularis, & non reflectetur ab ipso. Si autem nullus punctus corporeus fuerit in illa perpendiculari: reflectetur ad uisum secundum hanc perpendicularem forma solius puncti superficiem uisus, quod punctum ex illa superficie uisus secat ipsa perpendicularis. Si communis sectio superficiem reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi: ab uno tantum puncto speculi fit

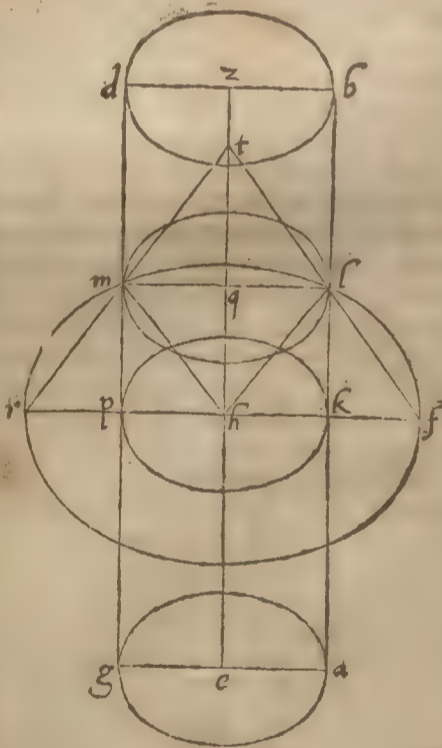


culi sit reflexio, sicut & in alio speculo columnari præostensum est. Quod si sectio fuerit oxygonia, quando q; ab uno puncto: quando q; à duobus potest fieri reflexio secundū diuersitatem situs puncti rei uisæ & centri uisus: quoniam punctis e & d existentibus in linea fp, fiet reflexio à puncto h: & si puncto e existente in linea fg, punctus d sit in linea fe: fiet reflexio fortè à punctis h & p: & semper locus imaginis est centrum uisus. Vniuersaliter enim tam in speculis pyramidalibus quàm columnaribus concavis, existere axe speculi inter uisum & speculum, non fiet reflexio per lineam ad uisum perpendiculararem, nisi ab uno tantum puncto speculi, quæ secat illa perpendicularis: & solùm illius puncti superficiem uisus, quem secat illa perpendicularis ducta à cetro uisus. Hoc quoq; quod præmissum, tunc demum uerum est, si linea fh fuerit perpendicularis super lineam longitudinis speculi: quod est possibile fieri in speculis pyramidalibus, non autè in speculis columnaribus: quia tunc semper sectio est obliqua super superficiem speculi: & similiter est de linea fp. Patet ergo propositum: quoniam sectionem pyramidalem possibile est sic disponi, ut linea ph sit perpendicularis super speculi superficiem, & ut ordinètur reflexio secundum illud.

12. *Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concavi, aut circuli æquidistantis basi: fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni, qui est in superficie oculi: eritq; locus imaginis centrum uisus. Alhazen 92 n 5.*



Sit speculum columnare concavum: cuius axis sit a b: sitq; centrum uisus in puncto b: quod per 92 th. i huius est cætrum circuli, qui est basis speculi: dico quod formæ ipsius oculi uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni, qui est totius spheræ oculi, transiens per centrum foraminis uueæ & per centrum oculi: hoc est arcui, qui interioret extremas perpendicularares, quæ à centro uisus secantes peripheriam foraminis uueæ duci possunt ad peripheriam circuli speculi. Imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrum foraminis uueæ & per totam peripheriam cuiusdã arcus circuli magni spheræ ipsius oculi, secantis portionem spheræ oculi, cui correspondet foramen uueæ, per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendicularares super superficiem spheræ oculi per 72 th. i huius: quoniam ducuntur à centro: sed eadem lineæ ad peripheriam circuli basis speculi productæ sunt perpendicularares super superficiem speculi per eandem rationem: quoniam exeunt à centro illius circuli, quod est b. Itæ ergo lineæ sunt perpendicularares super utraq; istas superficies: ergo per 21 th. 5 huius ipsæ reflectuntur in seipsas. Formæ ergo punctorum superficiem oculi in illis perpendicularibus eadentes, reflectuntur ad uisum per easdem. Et quoniam circulus spheræ oculi & circulus basis speculi (cum idè centrum habeant) sunt circuli æquidistantes: patet per definitionè similium arcuum, quod arcus qualisq; duas ipsarum semidiametros interiacentes sunt similes. Arcus itaque circuli speculi, à quo fit reflexio, est similis arcui oculi, qui reflectitur. Et fortè ille arcus hinc inde est quadrans circuli: quia sicut in 4 th. 3 huius diximus, latus rectum subtensum arcui circuli magni, & spheræ ipsius oculi transiunt per centrum uueæ & trans totum foramè uueæ, est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi spheræ oculi: illi autè correspondet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius spheræ quadrans circuli per 33 p 6. Locus autem imaginis omnium pñctorum superficiem oculi taliter reflexorum est in centro ipsius uisus, ut patet per præmissam. Et quoniã de quocunq; circulo speculi æquidistante basi est eadem demonstratio: patet ergo propositum.



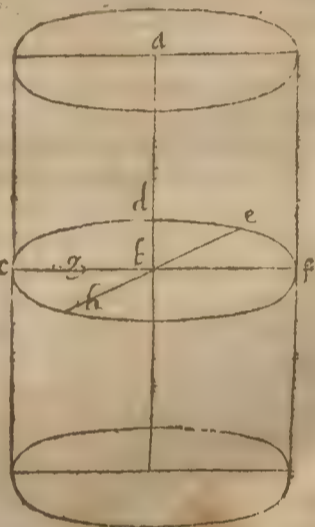
13. *In speculis columnaribus concavis sumptis duobus punctis in axe speculi: possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi: locusq; imaginis erit quidã circulus extra superficiem speculi. Alhaz. 94 n 5.*

Esto speculum columnare concavum: cuius axis sit e z, sintq; t & h duo pñcta signata in axe: dico quod est possibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d bases speculi: & diuidatur linea th per æqualia in puncto q per 10 p 1: & super cætrum q describatur circulus in superficie speculi æquidistans basibus speculi per 102 th. i huius: cuius diameter sit linea l q m: ducantur quoq; lineæ longitudinis speculi per 101 th. i huius: quæ sint b l a, & d m g: fiat quoq; circa cætrum h circulus: cuius diameter sit linea

fit linea kh p : & ducantur lineæ tl , tm , hl , hm . Et quia axis speculi, qui est e z , per 92 th. 1 huius er-
 ctus est sup superficiem circuli lm : patet quia anguli tql & tqm & hql & hqm sunt recti: sed & linea
 tq est æqualis lineæ qh ex hypothesi: & lineæ qm & ql sunt æquales per definitionem circuli: ergo
 per 4 p. 1 trigona quatuor, quæ sunt tqm & hqm & tql & hql sunt æquiangula: angulus itaq; tql
 est æqualis angulo qhl : & angulus tmq æqualis angulo qmh . Si itaq; centrum uisus fuerit in pun-
 cto t , & alicuius rei uisæ punctus fuerit h : reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto
 t , à puncto speculi, quod est l : & similiter à puncto m . Si itaq; triangulus tlh , fixo manente latere th ,
 quod est pars axis speculi, imaginetur moueri quousq; redeat ad locum, unde sumpsit motus prin-
 cipium: tunc punctus l motu suo describet circulum: & semper duo anguli tlq & qlh manebunt
 æquales: & semper in hoc motu reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto t . Quia
 uerò diameter ph k est perpendicularis super superficiem speculi: palàm quia ipse est cathetus in-
 cidentie formæ puncti h . Producaturs itaq; eadem cathetus ph k ultra pñctum k extra superficiem
 speculi, donec concurrat cum linea reflexionis, quæ tl , producta: cõcurreret autem per 14 th. 1 huius:
 quoniam cū angulus thk sit rectus, angulus htl est acutus: sit punctus concursus f . Similiter quoq;
 producta catheto h p ultra punctum p : cõcurreret ipse cum linea reflexionis, quæ est tm : sit punctus
 concursus r : eruntq; per 37 th. 5 huius puncta f & r loca imaginũ formæ puncti h : motoq; triangulo
 tlh , mouebitur simul cum illò triangulus tfh : & in hoc motu punctus f describet circulum extra
 columnam speculi: totusq; ille circulus erit locus imaginis. Et idem erit probandi modus sumptis
 quibuscunq; duobus pñctis in axe speculi. Oportebit tamè hoc modo uisum taliter sitti, ut centrũ
 eius sit directè in axe speculi, & punctus rei uisæ sit in aliquo cẽtro circuli speculi, aut circuli basis,
 aut æquidistantis ei: aliàs enim locus imaginis nõ occurreret uisui extra speculũ. Patet ergo, ppositũ.

14. *Communi sectione superficiem reflexionis & speculi columnaris concaui existẽte circulos
 quandoq; unũ: quandoq; duo: quandoq; tria: quandoq; quatuor
 erunt puncta reflexionis & non plura: & secundum hæc loca ima-
 ginum numerantur. Alhazen 95 n 5.*

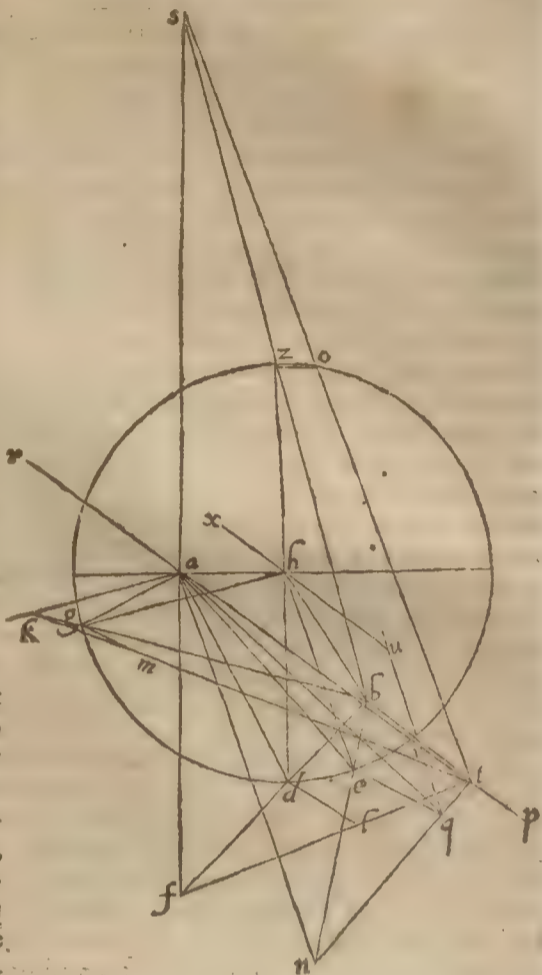
Esto speculum columnare concauum, cuius axis a b : sitq; com-
 munit sectio superficiem reflexionis & speculi circulus, qui c d e f g h :
 cuius centrum sit b : sitq; centrum uisus g : & punctũ rei uisæ h : quæ sint
 intra illum circulum æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b :
 sintq; ambo ab una parte centri b . Dico quòd uerum, quod propo-
 nitur. Ducantur enim diametri gb & hb : quæ producantur ad peri-
 pheriam circuli: patetq; per 40 th. 8 huius quoniam possibile est quã-
 doq; formam puncti h reflecti ad uisum existentem in puncto g ab
 uno tantum puncto circuli c d e f : quandoq; à duobus: quandoque
 uerò à tribus: quandoq; uerò à quatuor: non autem à pluribus. Et
 quoniam in proposito, cum reflexio fiat à circulo speculi, nõ est ali-
 qua differentia quo ad illud: patet ergo primum propositum. Patet
 etiã, prout ostensum est in 11 th. 8 huius, sius catheti incidentie con-
 currant cum lineis reflexionis siue æquidistant; quòd secundum nu-
 merum linearum reflexionis imagines numerantur. Et hoc est to-
 tum, quod proponebatur.



15. *In columnaribus concauis speculis communi sectione superficiem reflexionis & speculi exi-
 stente oxygonia: formarum punctorum rei uisæ quarundam sit ab uno tantum puncto speculi.
 reflexio ad uisum: quarundam à duobus: quarundam à tribus: quarundam à quatuor: non au-
 tem à pluribus: & secundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 95 n 5.*

Esto speculum columnare concauum: cuius axis sit linea x h : sitq; punctus rei uisæ obliquè in-
 cidens speculo, ita quòd non sit in aliqua linearum perpendicularium super superficiem speculi: què
 sit punctus a : taliter ut communit sectio superficiem reflexionis & speculi sit sectio oxygonia. Dico
 quòd possibile est, ut ab uno puncto, uel à duobus, uel à tribus, uel à quatuor punctis alicuius oxy-
 gonie sectionis fiat reflexio ad uisum: & quandoq; unica appareat imago, quandoq; duæ, quandoq;
 tres, quandoq; quatuor & non plures imagines: quoniam totidem sunt puncta reflexionis tantũ
 possibilia. Imaginetur itaq; superficies plana transiens per punctum a æquidistans basibus speculi
 propositi: eritq; communit sectio huius superficiem & superficiem speculi circulus per 100 th. 1 huius,
 cuius circuli centrum sit h : sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctum, quod sit b , inæqua-
 liter distans à centro h cum puncto a : & ducantur à punctis a & b ad centrum circuli h lineæ ah &
 bh : & compleantur diametri illius circuli eisdẽ lineis ad peripheriam circuli hinc inde productis.
 Palàm ergo per ea, quæ dicta sunt in theoremate precedente, & in 40 th. 8 huius, quòd ab uno pun-
 cto arcus interiaccntis duas semidiametros ah & bh potest forma puncti a reflecti ad uisum exi-
 stentem in puncto b : uel forsitan à duobus uel à tribus: sed nõ à pluribus: ab arcu uerò opposito illi
 arcui (utpote ab illo arcu, qui cadit inter easdem semidiametros productas ad aliam partem peri-
 pherie circuli) non potest fieri reflexio formæ puncti a ad uisum b , nisi ab uno tantum puncto. Est
 itaq; quòd forma puncti a reflectatur ad uisum b à tribus pñctis speculi propositi arcus, scilicet unius
 inter.

inter iacentis semidiametros a h & b h: quæ sint puncta g, d, e: & ducantur lineæ a g, h g, b g, a d, h d, b d, a e, h e, b e: & à puncto a rei uisæ ducantur in eadem superficie tres lineæ æquidistantes tribus semidiametris, quæ sunt h g, h d, h e: quæ lineæ æquidistantes sint a k, a f, a n: ita quod linea a k sit æquidistans semidiametro h g: & linea a f semidiametro h d: & linea a n semidiametro h e. Cum itaq; linea a k sit æquidistans semidiametro h g, & linea b g concurrat cum eadem semidi a metro in pũcto g: palàm per 2 th. 1 huius quoniã linea b g concurreret cum linea a k: sit ergo punctus cõkursus k. Similiter quoq; per eandem rationem linea b d concurreret cum linea a f: sit concursus punctus f: similiter quoque linea b e concurreret cum linea a n: sit punctus cõkursus n. Deinde à puncto b erigatur perpendicularis super superficiem circuli, cuius centrum h, per 12 p 11: quæ sit b t: & quoniam axis x h est perpedicularis super superficiem illius circuli: erit per 6 p 11 linea b t æquidistans axi x h. Sumatur quoq; in linea b t punctũ quodcũq;, quod sit t: & ab illo ducantur tres lineæ ad tria puncta k, f, n, quæ sint lineæ t k, t f, t n: & à tribus punctis g, d, e erigantur per 12 p 11 tres perpediculares super superficiem circuli, cuius cẽtrum h: quæ sint g m, d l, e q: erunt ergo per 6 p 11 lineæ b t & e q æquidistantes. Et quoniam, ut patet per 1 th. 1 huius, omnes lineæ æquidistantes sunt in eadẽ superficie: palàm per 1 p 11 quoniã lineæ b t & e q sunt in superficie trianguli b t n: igitur linea e q secabit lineam t n: sit ut secet ipsam in puncto q: & penitus per eundem modum sit, ut linea d l secet lineam t f in puncto l: & linea g m secet lineam t k in pũcto m: eruntq; per 92 th. 1 huius hæ tres lineæ scilicet e q & d l & g m partes linearum longitudinis speculi: cum sint in superficie columnæ speculi perpendiculariter productæ super superficiẽ circuli, cuius centrum h: & per consequẽs sint erectæ super bases speculi per 23 th. 1 huius. Et à puncto q ducatur per 31 p 1 linea æquidistans lineæ n a: quæ sit linea q u: hæc itaq; per 30 p 1 erit æquidistans lineæ h e: quoniam ipsa h e æquidistat lineæ a n, ut patet ex præmissis. Quia itaq; axis x h concurrat cum linea h e in puncto h: palàm per 2 th. 1 huius quoniam ipse axis cõcurreret cum eius æquidistante ducta à puncto q: sit cõkursus in puncto u: & sit illa æquidistans linea q u: & ducatur linea t a: hæc itaq; secabit lineam q u: quoniã linea q u ducitur à latere trianguli t b n, & à termino lineæ e q æquidistantis basi t b, & omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie, lineaq; t a producta est inter lineam q u æquidistantem axi h u, & inter ipsum axem: patet quod linea t a secabit lineam q u: sunt enim ambæ in eadem superficie: sit itaq; linearum t a & q u pũctus sectionis i: & ducatur linea q a. Quia itaq; lineæ h e & e a n sunt æquidistantes, ut supra patuit: palàm per 29 p 1 quia angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinsecò, & anguli h e a & e a n sunt æquales, quia coalterni: sed & angulus reflexionis, qui est h e b, est æqualis angulo incidentiæ, qui est a e h, per 20 th. 5 huius. Erit ergo angulus e a n æqualis angulo a n e: ergo per 6 p 1 in trigono e a n duo latera e a & e n sunt æqualia: sed linea e q est perpendicularis super superficiem trigoni a e n: quia & super superficiem circuli, cuius cẽtrum est h, est erecta, ut supra patuit. Cum itaq; linea q e sit communis duobus trigonis q e a & e n: patet per 4 p 1 quoniam illa trigona sunt æqualia: eritq; linea q n æqualis lineæ q a: ergo per 5 p 1 quia trigoni q a n duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n æqualis angulo q n a. Quia itaq; linea q i æquidistat lineæ a n: patet per 29 p 1 quoniam angulus t q i extrinsecus æqualis est angulo t n a intrinsecò: & angulus i q a æqualis est angulo q a n, quia sunt coalterni: erit ergo angulus i q t æqualis angulo i q a. Forma itaq; puncti a per 20 th. 5 huius reflectetur ad uisum existentem in puncto t à puncto speculi, quod est q. Et eodem modo demonstrandum quod formã puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto t ab alijs duobus punctis speculi similibus puncto q, quæ sunt puncta l & m. Sic ergo formæ puncti a ad uisum in punctum t fiet reflexio à tribus punctis speculi columnaris concaui, quæ sunt q, l, m, & ex eadem parte colũnæ speculi: nec est possibile, ut fiat eiusmodi reflexio à pluribus punctis speculi ex illa parte. Si enim detur quodcunq; pũctum superficiẽ speculi columnaris concaui aliud ab istis tribus, à quo dicatur posse fieri reflexio formæ puncti a ad uisum in punctum t: ducatur ab illo puncto dato linea longitudinis speculi super circumulum, cuius centrum h: & ostendetur modo præmisso, quod à puncto peripheriæ illius circuli, cui incidit illa linea longitudinis, potest forma puncti a reflecti ad uisum existentẽ in pũcto b: & sic à quatuor pun-



ga

Etis arcus interiacentis diametros circuli, in quibus sunt centrum uisus & punctum rei uisæ, fiet reflexio ad uisum, scilicet à tribus punctis g, d, e , & à quarto dato: quod est contra 40 th. 8 huius, & impossibile. Non ergo fiet reflexio formæ puncti a ad uisum existentem in puncto t , nisi à tribus punctis speculi columnaris concaui: quæ sunt q, l, m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars columnaris speculi abscissa fuerit: patet quòd tantum fiet reflexio à tribus punctis speculi: quòd si totum speculum integrum fuerit, possibile est fieri reflexionem à punctis quatuor. Iam enim patuit per 27 th. 8 huius, quòd ex arcu circuli, cuius centrū h , opposito arcui $g d e$, potest forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto b ab uno tantum puncto. Si ergo illud punctū z : & ducatur semidiameter $h z$: & à puncto a per z ducatur linea ei æquidistans: quæ sit $a s$: & ducatur linea reflexionis, quæ sit $b z$ concurrrens cum linea $a s$ in puncto s : concurret autē per 2 th. 1 huius: quoniā concurrat cum linea $h z$ æquidistante ipsi $a s$: & à puncto z erigatur super superficiem circuli, cuius centrū h , linea $z o$ perpendiculariter per 12 p. 11: hæc ergo per 6 p. 11 æquidistabit lineæ $b t$. Ducatur itaq; linea $t s$, quæ, sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineam $z o$: quoniā sunt in eadē superficie: sit ergo punctus sectionis o : patebitq; secundū præmissos prius modos, quoniā forma puncti s reflectitur ad uisum existentem in puncto t à puncto speculi, quod est o : nec erit possibilis reflexio ab aliquo puncto superficiei speculi ex illa parte, præter quam à puncto o . Si enim detur, quòd ab aliquo alio puncto hoc sit possibile: sequetur, ut prius deduximus, quòd similiter ab alio puncto illius arcus circuli, cuius centrū h , quam à puncto z , possit forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto b , quod est impossibile, & contra 29 th. 8 huius. Si itaq; forma puncti a ab uno puncto circuli, cuius centrū h , reflectitur ad uisum existentem in puncto b : reflectetur eadē forma puncti a ex eadē parte speculi columnaris concaui ad uisum existentem in puncto t ab uno tantum speculi puncto: & si à duobus punctis speculi fiat reflexio formæ puncti a ad b : & à duobus punctis speculi reflectetur a ad t . Si uerò una harum reflexionum à tribus fiat punctis: fiet etiā reliqua à tribus: & ab illa parte circuli uel speculi non est possibile fieri plures reflexiones. Sicut autē ab uno tantum puncto arcus oppositi in circulo fit reflexio formæ puncti a ad punctum b : sic etiā ex illa parte speculi ab uno tantum puncto fit reflexio formæ puncti a ad uisum existentem in puncto t . Item linea $t b$ æquidistat axi $x h$: sunt ergo in eadē superficie per 1 th. 1 huius, quæ est superficies $t b h$: nec enim potest alia sumi plana superficies, in qua sint illæ lineæ $t b$ & $h x$ per 1 p. 11. Itē nec potest sumi aliqua plana superficies, in qua sit punctus a , & axis $x h$, præter superficiem $a u h$, quæ per 18 p. 11 est erecta perpendiculariter super superficiem circuli, cuius centrū est punctū h : cum per 92 th. 1 huius axis $h u$ sit perpendicularis super ipsam. Punctus ergo t nō est in eadē superficie cū puncto a erecta super superficiem dicti circuli: sed neq; illa puncta t & a sunt in eodē circulo: sed neq; sunt in axe speculi: quoniā linea $b t$ est æquidistans axi speculi, qui est $x h$. Superficies ergo, in qua forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto t , est oxygonia sectio. Verum producta linea $t a$ ex utraq; parte ultra puncta t & a , ut fiat linea $p r$: cū quatuor sint superficies reflexionis: quia à quatuor punctis fit reflexio, quæ sunt q, l, m, o , & in qualibet illarū quatuor superficiebus necesse est esse duo puncta, quæ sunt a & t : patet quòd linea $p r$ est communis illis quatuor superficiebus per 1 p. 11: quoniā in linea $p r$ sunt centrum uisus, quod est punctum t : & punctum rei uisæ, quod est punctum a : quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis, ut patet per 3 huius. Quælibet autem illarum superficiebus secant speculum super superficiem contingentem speculum in puncto suæ reflexionis: & cuilibet illarum superficiebus reflexionis & superficiei in illo puncto speculum contingentis communis sectio est linea reeta per 3 p. 11. Et sicut puncta reflexionis non sunt eadem: sic neq; lineæ communes illarum sectionum sunt eadem: linea itaq; $p r$ est perpendicularis super unam tantum illarum quatuor communium linearum, non super duas. Quoniā si esset perpendicularis super duas illarum linearum: esset perpendicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearum contingentes: linea itaq; $p r$ necessariò transiret axem: cum tamen ostensum sit prius, quòd linea $t a$, (quæ est pars lineæ $t p r$) cadat citra axem speculi, qui est $x h$. Necessariò ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas communes à puncto rei uisæ, quod est a : quæ erunt quatuor catheti incidentiæ perpendiculares super oxygonias sectiones, communes illis superficiebus reflexionis & speculi. Quælibet itaq; illarū perpendiculariū aut erit æquidistans lineæ reflexionis: aut cōcurrat cū illa siue intra speculū siue extra. Si fuerit æquidistans: erit locus imaginis ipse punctus reflexionis, ut supra patuit in 11 huius. Et cū quatuor sint huiusmodi perpendiculares: erūt quatuor loca imaginū, & quatuor imagines: ideo quòd quatuor sunt loca reflexionū. Si uerò oēs illæ quatuor perpendiculares cōcurrant cū lineis suarū reflexionū: erūt itē quatuor imagines: quia quatuor sunt cōcursus illarū linearum. Sic ergo loca imaginū numeratur secundū numerū punctorū reflexionis. Et hoc est oppositū.

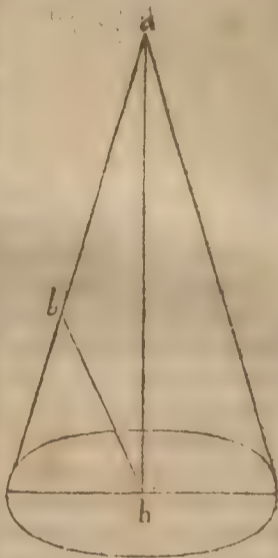
16. In speculis columnaribus concauis dato centro uisus & puncto rei uisæ, punctum reflexionis inuenire. *Alhazēn 96 n. 5.*

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit $x h$: sitq; punctum rei uisæ a : & centrum uisus b : quæ sint in locis datis. Dico quòd est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uisæ (quod est a) & centrum uisus (quod est b) fuerint in una plana superficie speculū trans axem secante: tūc patet per 93 th. 1 huius, quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis. Potest itaq; inueniri punctum reflexionis, sicut in speculis planis per 46 th. 5 huius. Quòd si puncta a & b non fuerint in tali superficie: imaginetur superficies transiens per punctum a , secans speculum æquidistans basi: erit ergo per 100 th. 1 communis sectio superficiei illius & super-

superficie speculi circuli. Centrum itaq; uisus, quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli, aut non. Si sic: potest reflexionis punctum inueniri in peripheria illius circuli, sicut supra in 27 th. 8 huius docuimus in speculis sphericis concavis. Si uero centrum uisus b non fuerit in superficie illius circuli: tunc cum punctum rei uisæ, & centrum uisus semper sint in superficie reflexionis per 3 huius: patet quod communis sectio superficie reflexionis & speculi in hoc situ est sectio oxygonia. Ducatur ergo à puncto b cetero uisus perpendicularis super superficie illius circuli per Π p Π : & replicetur tota pbatio proximæ præcedētis: & palam, quia inuenietur punctus reflexionis. Quod est ppositum.

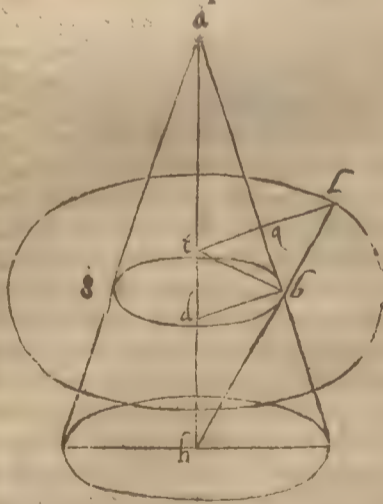
17. Centro uisus existente in puncto, qui est communis sectio axis & linea perpendicularis super superficiem, contingentem speculum pyramidale concuum. fiet reflexio formæ ipsius oculi ab una totali peripheria circuli speculi æquidistantis basi: & solum per lineas perpendiculares: locusq; imaginis erit in centro uisus. *Alhazen 98 n 5.*

Esto speculum pyramidale concuum, cuius axis sit a h: & ducatur à puncto h linea perpendicularis super superficiem, contingentem speculum in puncto b: erit itaq; punctus h communis sectio axis a h & lineæ perpendicularis, quæ est h b. Dico quod si centrum uisus positum fuerit in puncto h: fiet reflexio formæ oculi uidentis à tota peripheria unius circuli speculi æquidistantis basi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a uertex speculi: & ducatur linea a b: ut ergo patet per 95 th. 1 huius, erit linea a b pars lineæ longitudinis speculi: eritq; trigonum h b a orthogonium: quoniam angulus a b h erit rectus propter perpendicularitatem lineæ h b super lineam a b. Imaginetur ergo à puncto h plurimæ duci perpendiculares super lineas longitudinis speculi, sicut est linea h b perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est a b: uel remanente fixo a h latere trigoni a b h, & circumducto trigono, quousq; ad locum, unde exiuit, redeat: describet punctum b circulum in concauitate speculi, à cuius quolibet peripheriæ puncto fiet reflexio ad uisum existentem in puncto h secundum lineas perpendiculares, similes lineæ h b: hoc est secundum lineas, quas motu suo determinabit linea h b. Fiet autem reflexio solum superficie ipsius uisus per 21 th. 5 huius: & solum partis superficie uisus, quam secant duæ lineæ perpendiculares à centro oculi exeuntes, & maiorem angulum, qui est ibi possibilis, continentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus semper locus imaginis in centro uisus: quoniam non fit reflexio nisi secundum lineas perpendiculares. Patet itaq; propositum: ita tamen quod inter centrum uisus & speculi superficiem non sit aliquod corpus solidum, quod obstat.



18. Existentibus centro uisus punctoq; rei uisæ in axe speculi pyramidalis concui: possibile est reflexionem fieri à toto uno circulo superficie reflexionis speculi: locusq; imaginis erit quidam circulus extra speculum. *Alhazen 99 n 5.*

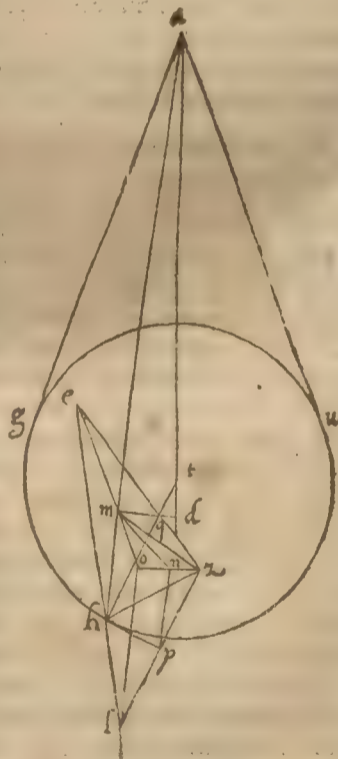
Esto speculum pyramidale concuum: cuius axis sit linea a h: & uertex a: sitq; centrum uisus in puncto h: & sit punctus rei uisæ in puncto axis: qui sit t: imagneturq; superficies planâ secans pyramidem speculi secundum axis longitudinem, quæ sit a b h g. Et quoniam linea a h est axis speculi: erunt lineæ a b & a g lineæ longitudinis speculi per 90 th. 1 huius. Ducatur itaq; à puncto rei uisæ (quod est t) linea perpendicularis super lineam a b: quæ sit t q: & producatultra punctum q extra speculum ad punctum l, donec linea q l sit æqualis lineæ t q: & à puncto h ducatur linea ad punctum l, quæ sit h l. Hæc itaq; necessariò secabit lineam a b: quoniam est cum illa in eadē superficie: sit ergo, ut secet ipsam in puncto b: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineæ t q per 31 p 1: quæ producta ad axem speculi, sit linea b d, secans axem a h in puncto d: & copuletur linea t b. Palam itaq; cum linea t q sit perpendicularis super lineam a b, & æqualis lineæ q l: erit per 4 p 1 triangulus t b q æqualis triangulo q b l: & angulus q l b æqualis angulo q t b: sed angulus q t b æqualis est angulo t b d per 29 p 1 quia sunt coalterni: & angulus d b h extrinsecus est æqualis angulo q l b intrinseco. Est ergo angulus t b d æqualis angulo d b h: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti t reflectitur à puncto speculi, quod est b, ad centrum uisus existens in puncto h. Et quoniam linea t q est perpendicularis super superficiem speculi: patet per definitionem quoniam ipsa est cathetus incidentiæ formæ puncti t: concurrat autem cathetus t q cum linea reflexionis, quæ est h b, in puncto l: est ergo punctus l locus imaginis formæ puncti t per 37 th. 5 huius. Si itaq; fixo latere t h imagnetur trigonus t l h moueri, quousq; redeat ad locum, unde incepit: tunc



punctus b motu suo describet circulum in superficie cōcava speculi: & à quolibet puncto periphēriæ illius circuli reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoq; l motu suo describet circulum extra speculum, in cuius totali periphēria erit locus imaginis formæ puncti t: quoniam in tota illius circuli periphēria catheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, concurrent. Patet itaq; propositum.

19. In pyramidalibus concavis speculis cōmuni sectione superficiē reflexionis & speculi oxygonia existente, & centro uisus, puncto q, rei uise existentibus in eadem superficie basis speculi, aut ei æquidistantis, neq; sit ipsorum aliquod in axe speculi: formarum punctorum rei uise quarundam sit ab uno tantum puncto speculi reflexio: quarundā à duobus: quarundā à tribus: quarundā à quatuor: nō autē à pluribus: & secundū hæc loca imaginū numerātur. Alhaz. 100 n 5.

Esto speculum pyramidale concāuum a g: cuius axis sit a d & uertex a: sitq; punctus e cētrum uisus: & sit z punctus rei uisæ obliquē incidens speculo: ita quod nō sit in aliqua linearum perpendicularitū super superficiē uisus: neq; sit in axe speculi, qui est a d: neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinalis speculi: fiat tamē reflexio formæ puncti z ad uisum e ab aliquo puncto superficiē propositi speculi. Erit ergo necessariō cōmuni sectio superficiē reflexionis & speculi sectio oxygonia per z th. huius: & sint puncta e & z in eadē superficie circuli basis speculi, aut æquidistantis ei. Dico quod est possibile, ut ab uno tantum puncto speculi: uel duobus: uel tribus: uel quatuor: & non à pluribus fiat reflexio ad uisum: & quandoq; unica apparebit imago: quandoq; duæ: quandoq; tres: quandoque quatuor: nec est possibile uideri plures imagines: quoniam totidem tantum sunt puncta reflexionis possibilia. Imaginetur itaq; superficies plana transiens per pūctum z æquidistans basi speculi: hæc itaq; superficies per i o d th. i huius secabit speculum secundum circulum: cētrum itaq; uisus (quod est punctum e, ut patet ex hypothesi) erit in superficie illius circuli, cuius cētrum sit t: & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulum. Palām ergo per ea, quæ demonstrata sunt in speculis sphæricis cōcavis per 40 th. 8 huius, quoniam in tali dispositione forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à periphēria illius circuli ex una parte, scilicet ab arcu interiācente semidiāmetros, in quibus puncta z & e consistunt, aut ab uno puncto speculi: aut à duobus: aut à tribus: & ex alia parte ab arcu scilicet interiācēte illas semidiāmetros reliquas, in quibus puncta z & e nō consistunt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaq; aliquis punctus circuli, à quo fiat hæc reflexio, quod sit h: & ducantur lineæ z h & e h: & semidiāmeter t h. Patet itaq; per 18 p 3 quoniam linea t h est perpendicularis super lineam circulum in puncto h: contingentem: & per 20 th. 5 huius palām est quoniam linea t h diuidit angulum z h e per æqualia: ergo per 29 th. 1 huius linea t h secabit lineam e z: sit ergo punctus sectionis q: ducaturq; per 101 th. 1 huius linea longitudinalis speculi: quæ sit a h: & à puncto q ducatur linea cādēns perpendiculariter super lineam a h per 12 p 1: quæ sit q m, secans lineam a h in puncto m: & producta ultra punctum q secet axem speculi, qui est a d, in puncto d: & ducantur lineæ z m & e m: & à puncto z, quod est pūctum rei uisæ, ducatur in superficie illius circuli linea æquidistans lineæ q h: quæ sit z l. Quia itaq; linea e h concurrat cum linea q h in puncto h: patet per 2 th. 1 huius quoniā lineæ e h producta ultra punctum h concurrat cum linea z l: sit concursus punctus l: & à puncto h ducatur linea perpendicularis super lineam l z, quæ sit h p: deinde in superficie e m z ducatur à puncto z linea æquidistans lineæ q m: quæ sit linea z o. Quia itaq; linea e m concurrat cum linea m q: patet per 2 th. 1 huius quod ipsa concurrat cum linea z o ipsius æquidistante: sit ergo concursus in puncto o: & ducatur linea l o: & à puncto p ducatur linea æquidistans lineæ l o: quæ sit linea p n, secans lineam z o in puncto n: & ducatur linea m n. Palām itaq; ex præmissis, & per 20 th. 5 huius quod angulus e h q est æqualis angulo q h z: sed quia lineæ e h & l z æquidistant: patet per 29 p 1 quod anguli q h z & h z l sunt æquales: quia coalterni: sed & angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinseci: anguli ergo h l z & h z l sunt æquales: ergo per 6 p 1 latera h l & h z sunt æqualia: sed linea h p est perpendicularis super lineam l z basim isoscelis h l z: erūt ergo per 31 th. 1 huius trigona h l p & h p z similia: ergo per 4 p 6, cum linea h p sit ambobus illis trigonis cōmunis: erit linea l p æqualis lineæ p z: sed in trigono l o z linea p n est æquidistans lineæ l o: ergo per 2 p 6 erit proportio lineæ z n ad lineam o n, sicut lineæ z p ad lineam p l. Est ergo linea z n æqualis lineæ n o. Item cum, sicut patet ex præmissis, linea o z sit æquidistans lineæ q m & linea h q sit æquidistans lineæ l z: ergo p 15 p 1 erit superficies z l o æquidistans superficiē q m h: & superficies e o l secat illas duas superficies: superficiē quidē q m h secundū lineam h m, & superficiē l o z secundū lineam l o: ergo per 16 p 11 cōmunes sectiones superficiē e o l cum illis duabus superficiebus æquidistantibus sunt æquidistantes. Linea ergo h m æquidistabit lineæ l o: sed



linea p n æquidistat lineæ l o: ergo per 30 p 1 lineæ h m & p n æquidistant. Quia itaq; linea h p cadit inter lineas h t & l z æquidistantes: patet per 29 p 1 quia anguli h p l & p h t sunt æquales: quia coalterni: sed angulus h p l est rectus: ergo angulus p h t est rectus: ergo per 16 p 3 linea p h contingit circum: igitur superficies a h p est contingens pyramidem speculi: ergo per 95 th. 1 huius contingit illam secundum lineam longitudinis, quæ est a h: & in hac superficie erunt ambæ lineæ p n & n m: linea quidem m h, quoniam est pars lineæ longitudinis, quæ est a h: linea uerò p n per i th. 1 huius: omnes enim lineæ æquidistantes necessariò sunt in eadem superficie, & linea p n & h m æquidistant: linea uerò n m est in eadem superficie per i p 11, quoniam puncta n & m sunt in illa superficie: est autem linea d m perpendicularis super superficiem a h p speculum contingentem: ergo linea d m est perpendicularis super lineam n m per definitionem lineæ perpendicularis super superficiem. Sed lineæ d m & o z æquidistant, ut prius patuit: ergo per 29 p 1 linea n m, quæ est perpendicularis super lineam d m, est perpendicularis super eius æquidistantem, quæ est z o: sed linea o n est æqualis z n: ergo per 4 p 1 erit linea m o æqualis m z: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ e m ad lineam m o, sicut eiusdem ad lineam m z: est autem proportio lineæ e m ad lineam m o, sicut lineæ e q ad lineam q z per 2 p 6: cum lineæ m q & o z sint æquidistantes in trigono o z e: uel sic: est autem proportio lineæ e m ad lineam m o, sicut lineæ e h ad lineam h l: sed lineæ l h & h z sunt æquales per præmissa: ergo per 7 p 5 est proportio lineæ e h ad lineam h z, sicut ad lineam h l: est autem per 3 p 6 cum linea h q diuidat angulum e h z per æqualia, proportio lineæ e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo per 11 p 5 proportio lineæ e m ad lineam m z, sicut lineæ e q ad lineam q z: ergo linea m q diuidit angulum e m z per æqualia per 3 p 6. Est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à puncto speculi, quod est m. Sicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à solo puncto circuli, quod est h: ita similiter reflectetur eadem forma puncti z ad uisum e à solo puncto speculi, quod est m. Quòd si fiat in hoc situ reflexio à duobus punctis circuli: erit etiam reflexio à duobus punctis speculi: & per eadem demonstrandum: & si à tribus punctis circuli fiat reflexio: fiet etiam à tribus punctis speculi: & si fiat à quatuor punctis unius, fiet etiam à quatuor punctis alterius: & sicut ab alia parte circuli fiet reflexio ab uno puncto circuli, ita fiet etiam ab uno puncto speculi ex eadem parte. Patet ergo propositum.

20. In speculis pyramidalibus tunc axis, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxygonia existente, & centro uisus, punctoq; rei uisa existentibus intra speculum, non in axe, nec in eadem superficie basis speculi, aut ei æquidistante: formarum punctorum rei uisa quarundam reflexio fit ab uno tantum puncto speculi: quarundam à duobus: quarundam à tribus: quarundam à quatuor: non autem à pluribus: & secundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 101 n 5.

Sit, ut in propositione præcedente, speculi pyramidalis concaui (quod sit a g u) uertex a: & axis a d: sitq; punctus rei uisæ z: & centrum uisus e: ductaq; per punctum z superficiei secante speculum æquidistanter basi speculi, non sit punctum e in illa superficie, sed sub illa, uel supra illam. Sit autem nunc, exempli causa, supra illam: quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio: dico itaq; quòd uerum est id, quod proponitur. Quia enim, ut patet per 100 th. 1 huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi est circulus: ducatur à uertice speculi, quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a h: hoc autem est possibile: ideo quia centrum uisus, quod est punctum e, ut patet ex hypothesi, est intra speculum, non in axe: sitq; centrum illius circuli punctum q. Palàm itaq; per 20 th. 8 huius quia forma puncti z potest reflecti ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto circuli: sit illud punctum t: & ducantur lineæ h t & z t & h z, & semidiameter q t: quæ cum sit perpendicularis super lineam contingentem circum in puncto t per 18 p 3, ergo per 26 th. 5 huius palàm quòd linea q t diuidit angulum h z t per æqualia: ergo per 29 th. 1 huius patet quòd linea q t secabit lineam h z: sit punctus sectionis n: & ducatur linea z e à puncto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, & linea longitudinis speculi: quæ sit a t. Palàm itaq; ex præmissis, cum punctus z sit ex illa parte diametri q t, & ex una parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctum h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q t, in qua est & punctum e. Patet ergo quòd linea e z secabit superficiem a q t: sit, ut secet ipsam in puncto o: & ab illo puncto o per 12 p 1 ducatur perpendicularis super lineam a t, scilicet lineam longitudinis speculi: quæ perpendicularis sit o p: hæc itaq; producta ultra punctum o necessariò cadet super axem speculi, qui est a d, ut patet per 96 th. 1 huius: sit, ut cadat in punctum d: & ducantur lineæ e p & z p. Dico quòd forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à puncto speculi, quod est p. Ducatur enim à puncto z linea æquidistans semidiametro q t per 31 p 1, quæ sit z f. Et quoniam linea h t concurrat cum linea q t in puncto t: palàm per 2 th. 1 huius quoniam ipsa concurrat cum eius æquidistante, scilicet cum linea z f: sit punctus concursus f. Item à puncto z ducatur linea æquidistans lineæ o p: quæ sit z k. Et quoniam linea e p concurrat cum linea o p: patet quòd ipsa producta ultra punctum p concurrat cum illa z k: sit punctus concursus k: & ducantur lineæ k f & k h. Et quia, ut patet ex præmissis, angulus o p t est rectus, angulus uerò p t q minor recto per 89 th. 1 huius: quoniam ipse est angulus,

21. Dato centro uisus & puncto rei uise in speculis pyramidalibus concavis, punctum reflexionis inuenire. *Alhazen 102 n 5.*

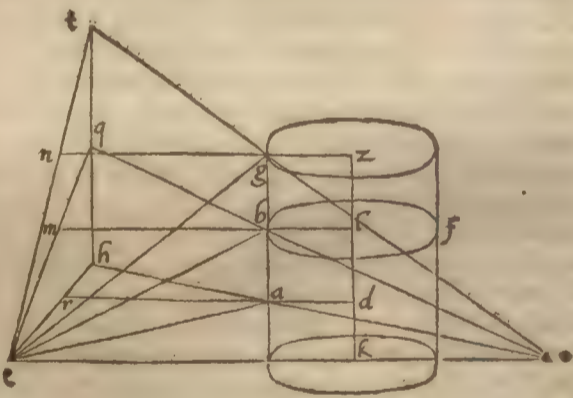
Sic speculum pyramidale concavum, cuius axis sit linea a d: sitq; punctus rei uise z: & centrum uisus sit punctum e, quæ sint in locis datis: dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uise, quod est z, & centrum uisus, quod est e, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante: tunc patet per 90 th. 1 huius quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis pyramidis speculi: potest itaq; punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46 th. 5 huius. Quod si puncta z & b non fuerint in illa totali superficie: imaginetur superficies transiens per punctum z, secans speculum æquidistanter suæ basi: erit ergo per 100 th. 1 huius communis sectio illius superficiei & speculi circulus. Centrum itaq; uisus, quod est punctum e, aut erit in illa superficie circuli, aut non. Quomocunq; autem sit: quia, ut patet per 12 th 7 huius impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis & huius speculi circulum esse: ergo erit semper tunc illa cõmunis sectio oxygonia: replicata ergo demonstratione 19 huius, uel proximæ præmissæ: patebit faciliter inuentio puncti reflexionis. Forma enim puncti z reflectetur ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum est q: uel fortè à duobus: uel à tribus: uel à quatuor: & quocunq; fuerint, semper modo præmissis inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in peripheria circuli, per ea, quæ declarauimus in diuersis propositionibus octaui huius. Patet ergo propositum.

22. *Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis quasi unica occurrit imago.*

In his enim speculis puncta reflexionis formæ eiusdè puncti rei uise, ad diuersos uisus eiusdem uidentis non habent multam diuersitatem distantia, propter uisuum approximationem ad se inuicem. Vnde etsi puncti unius formæ imago sit aequaliter ambobus uisibus occurrès duplicata: sunt tamen illæ imagines contiguæ & admixtæ: unde uidebuntur quasi unica imago. Diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibilitatem non inducit aliquam distantiam in uisu, nec aliquè efficit errorem. Videtur ergo imago quasi una. Et similiter per modum, quo in 59 th. 8 huius ostendimus, possibile est quod diuersorum uidentium uisibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago: cui propter identitatem illius situs hic non duximus immòrandum. Patet ergo propositum.

23. *Linea recta æquidistantis axi speculi columnaris concavi (centro uisus existente in eadem superficie uel in alia) reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.*

Esto axis speculi columnaris concavi linea, quæ z k: sitq; linea uisa axi speculi æquidistans t q h: sitq; centrum uisus punctum e: dico quod forma lineæ t q h reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi a b g, quæ est communis sectio superficiei t h z k, & superficiei speculi: & hoc quidem si centrum uisus (quod est e) non fuerit in superficie t h z k, demonstrari potest omnimodè sicut in 30 th. 7 huius. Si uerò centrum uisus fuerit in eadem superficie, demonstrabitur idem propositum, sicut in 51 th. 7 huius: reflecteturq; forma puncti t à puncto speculi g: & forma puncti q à puncto speculi b: & forma puncti h à puncto speculi a. Erit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e: & angulus q b m æqualis angulo m b e: & angulus h a r æqualis angulo r a e. Patet etiam per 30 th. 7 huius quod lineæ e k, h a, q b, t g concurrunt in puncto o. Patet etiam ibidem quod linea a b g est linea recta extensa in longitudine speculi: & quod lineæ g z, b l & a d sunt perpendiculares super superficiem, contingentem speculum, quæ cõtingit ipsum secundum lineam a b g: & quod linea a b g est perpendicularis super superficiem, in qua est triangulus e b o: & quod linea t q est æqualis lineæ q h: & linea a b æqualis lineæ b g. Palàm itaq; cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit demonstratio: quoniam forma lineæ t q h reflectitur ab his speculis à linea longitudinis ipsorum. Patet ergo propositum: quoniam siue linea longitudinis, quæ est a b g, sit in conuexo uel in concavo ipsius speculi, quantum ad hoc, nulla est diuersitas in proposito.



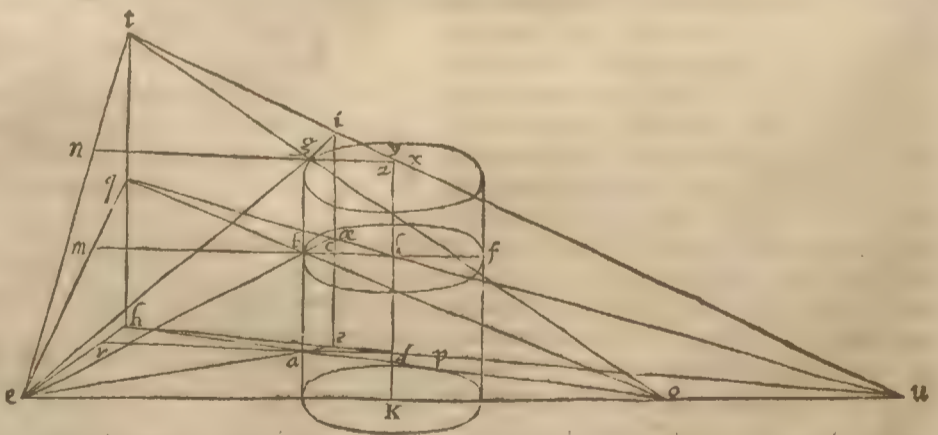
24. *Imago lineæ æquidistantis axi speculi columnaris concavi (centro uisus existente in eadem superficie) uidebitur recta, æqualis & conformis rei uise.*

Sit enim dispositio, quæ in precedente: reflectaturq; forma lineæ t q h à superficie speculi secundum lineam longitudinis, quæ est a b g: & sit centrũ uisus e in ipsa superficie t h z k. Dico quod imago lineæ t q h uidebitur

uidebitur recta, æqualis ipsi lineæ t q h. Quælibet enim perpendicularis ducta ab aliquo puncto rã lineæ t q h erit semper in eadem superficie cù centro uisus & axe: & probabuntur loca imaginũ punctorum lineæ t q h situari secundum lineam rectam, sicut in speculis planis per 52 th. 5 huius ostensum est de lineis rectis uisus. Vt si aliqua linea recta rei uisæ imageretur in his speculis collocari in loco imaginis, & uisus situetur proportionaliter ad illam, sicut nunc situatus est ad lineam t h: erit locus imaginis illius lineæ linea t h, & apparebit recta & æqualis rei uisæ. Similiter quoq; illud, quod est in linea rei uisæ superius, erit in imagine superius: & quod in re uisæ est inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago conformis rei uisæ. Latitudo uerò talium uisorum erit maior quàm latitudo suarum imaginum: quoniam imagines secundum latitudinem constringuntur propter puncta reflexionum, quæ angustantur, & puncta latitudinis diuersantur: quoniam sinistrũ rei fit dextrum imaginis, & dextrum rei fit imaginis sinistrum. Patet ergo propositum.

25. Linea recta æquidistantis axi speculi columnaris concaui (centro uisus non existente in eadem superficie) imago quandoq; uidebitur recta maior re uisa: quandoq; concaua: quandoq; conuexa: quandoq; unica: quandoq; plures. Alhazen 51 n 6.

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quòd centrum uisus (quod est e) non sit in superficie t h z k: dico quòd erit, ut proponitur. Repetita enim demonstratione 51 th. 7 huius, patebit quòd in speculis columnaribus conuexis locus imaginis formæ puncti h lineæ t q h est in puncto s: & locus imaginis formæ q est in puncto c: & locus imaginis formæ puncti t est in puncto i. Sic ergo in linea s c i sunt imagines formarum omnium punctorum lineæ h q t: & patet quòd punctus c est propinquior centro uisus quod est e, quàm linea recta s i: & quòd linea s i est in superficie trigoni u h t: & quòd duæ lineæ u h & u t sunt æquales: & quòd duæ lineæ u s & u i sunt æquales: relinquatur ergo, ut duæ lineæ t i & h s sint æquales: est ergo proportio lineæ t i ad lineam i u, sicut lineæ h s ad lineam s u: ergo per 2 p 6 linea s i æquidistat lineæ t h. Patet etiam ex eodem 51 th. 7 quia duæ lineæ s e & e i sunt æquales. Ducatur ergo linea q u, quæ secet lineam s i in puncto æ: diuidet ergo ipsam per æqualia: nam linea t h diuisa est in duo æqualia in puncto q: & erit linea c u in superficie trigoni q u e: quæ est superficies circuli b f æquidistans basis speculi. Punctus itaq; c erit in superficie trigoni c u e: & similiter erit punctus t in superficie trigoni c e i: est ergo punctus c in linea, quæ est cõmunis sectio illarum duarũ superficierũ, scilicet trigonorũ q u e & c e i: sed hæc cõmunis sectio est linea e b per 19 th. 1 huius. Punctus ergo c cadit in rectitudinẽ lineæ e b: linea ergo q c secat lineam e b in rectitudine ipsius: & duæ lineæ h u & t u sunt sub duobus punctis d & z: nam duæ lineæ h u & t u sunt duæ catheti incidentiæ, scilicet duæ lineæ perpendiculares exeuntes à duobus terminis lineæ t h super duas lineas, cõtinentes duas portiones duarũ sectionum columnariũ speculi, in quarũ circumferentia sunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h ad uisum in punctũ e. Superficies ergo trianguli u h t est sub axe speculi, qui est z k. Sed nullũ punctũ ipsius axis, etsi prætrahatur in infinitũ, erit unquã in superficie trianguli u h t. Nam si hoc esset possibile: tunc si axis k z continuaretur cù aliquo puncto lineæ h t secundũ lineam rectam: tunc illa superficies, in qua esset illa linea recta, & linea u h t esset superficies trianguli u h t: & illa superficies esset illa, in qua sunt duæ lineæ æquidistantes, quæ sunt h t, & axis z k: & sic superficies, in qua sunt duæ lineæ h t & k z, esset superficies trianguli h u t: & sic totus axis z k erit in superficie trianguli h u t: sed ex hypothesi axis est æquidistans lineæ h t: & secundum istum modũ accideret quòd axis k z secaret duas lineas h u & t u. Sed & linea t h secundũ eius punctũ h est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis: & sectio cõmunis huic superficiẽi & superficiẽi colũnaris speculi est sectio oxygonia: superficies ergo e u h secat axẽ colũnaris speculi in uno puncto, scilicet in puncto d, ut totũ præostensum est in cõmento 51 th. 7 huius. Si ergo axis k z secet lineam h u: punctus sectionis cù linea h u erit in superficie trianguli u e h: sed in hac superficie non est punctus p, quod axis trãseat, nisi punctus d: secabit ergo axis k z lineam h u in puncto d: sed



per 114 th. 1 huius, uel per 44 th. 7 huius ostensum est, quòd linea h u secat axẽ sub puncto d: in duobus ergo punctis secabit linea h u axẽ k z: quod est impossibile. Axis ergo k z totus est extra superficiẽm h u t: & propinquior uisui existenti in puncto e, quàm superficies h u t. Superficies ergo, in qua sunt lineæ h t, & axis k z, propinquior est centro uisus puncto e quàm superficies h t: & punctus c est in superficie, in qua sunt lineæ h t, & axis k z: quia punctus c est in linea q l: & q l p u est in eadẽ superf.

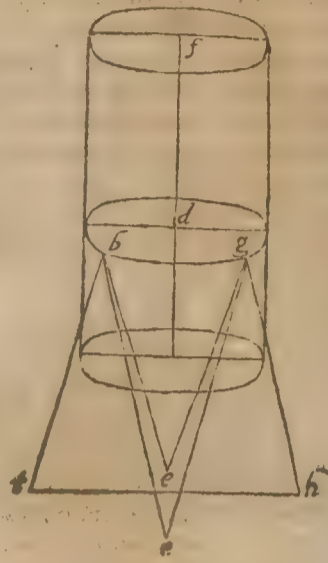
superficie cum lineis æquidistantibus, quas copulat, quæ sunt $h t$ & $z k$. Punctum ergo c est propinquius puncto e centro uisus, quam sit linea $s i$: sed punctum c cum sit communis sectio linearum $e b$ & $q l$, ut in 51 th. 7 huius præostendimus: palam quod est in rectitudine lineæ $e b$. Si ergo linea $e b$ educatur ultra punctum b , ipsa perueniet ad punctum c : supponatur itaq; peruenisse ad punctum c . His itaq; sic præmissis, patet quod si linea $s i$ (quæ ostensa est per 51 th. 7 huius in speculis columnaribus conuexis esse imago lineæ $t h$, & esse æquidistans lineæ $t h$, & axi $z k$) sit in aliquo corpore uisibili, & uisus fuerit in puncto o ex parte concauitatis speculi columnaris: tunc forma lineæ $s i$ reflectetur ad uisum in puncto o à linea longitudinis speculi, quæ est $a b g$: & diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatem distantie suæ ab axe speculi, qui est $z k$. Quia enim angulus $e b m$ est acutus: ergo per 15 p 1 angulus $l b c$ est acutus: & linea $e b c$ est in superficie circuli $b f$: & linea $l b$ est semidiameter illius circuli per 21 th. 7 huius: linea ergo $e b c$ secat circumferentiam, & eius pars, quæ est $b c$, est intra circumferentiam & intra concauitatem speculi. Et similiter est de linea $o b$, quoniam ipsa cadit intra concauitatem speculi: ideo quod angulus $o b l$ est acutus: & duo anguli $o b l$ & $c b l$ sunt æquales: quoniam ipsi per 15 p 1 sunt æquales duobus angulis $q b m$ & $m b e$ æqualibus: & semidiameter $l b$ est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi secundum lineam longitudinis speculi, transeuntem per punctum b . Forma itaq; puncti c incidit speculo per lineam $c b$: & à puncto speculi b reflectitur per lineam $b o$, & comprehenditur à uisu existente in puncto o . Item patet per 51 th. 7 huius, & ibi declaratum est, quod superficies contingens speculum columnare in puncto g , est sub puncto e centro uisus: linea ergo $e g$ secat illam superficiem contingentem. Secat ergo in puncto g (qui est punctus reflexionis) lineam in eodem puncto g contingentem peripheriam sectionis columnaris, quæ est communis sectio superficiæ reflexionis formæ puncti $t h$ & lineæ $t h$, & speculi columnaris conuexi. Et quia secat illam lineam contingentem in puncto ipsius speculi, quod est g : secat ergo sectionem oxygoniam, & cadit intra ipsam: cadit ergo intra concauitatem speculi: & est linea $g i$: duæ ergo lineæ $o g$ & $g i$ cadunt intra concauitatem speculi: & linea $z g$ est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi per 96 th. 1 huius: quoniam ducitur ab axe perpendiculariter super lineam longitudinis speculi, transeuntem per punctum g : & duo anguli $o g z$ & $z g i$ sunt æquales per 15 p 1 ut prius. Forma ergo puncti i incidit superficiem concauam ipsius speculi secundum lineam $i g$: & à puncto speculi g reflectitur ad uisum existentem in puncto o secundum lineam reflexionis, quæ est $g o$. Et eodem modo patet quod forma puncti s incidit speculo secundum lineam $s a$, & reflectitur à puncto speculi a ad uisum existentem in puncto o secundum lineam reflexionis, quæ est $a o$. Et etiã patuit in cõmento 51 th. 7 huius quoniam duæ lineæ $h u$ & $t u$ sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxygonias, transeuntes per duo puncta a & g . Imago ergo formæ puncti s est in linea $h u$ per 36 th. 5 huius: sed linea $a o$ est linea reflexionis formæ puncti s : quoniam à puncto reflexionis, quod est a , producit ad uisum existentem in puncto o . Imago itaq; formæ puncti s est in linea $s o$, per 37 th. 5 huius: punctum ergo h , quod est communis sectio linearum $h u$ & $o a$, est locus imaginis formæ puncti s . Similiter quoq; patet quod punctum t est locus imaginis formæ puncti i . Ducatur quoq; linea $c l$ à puncto c ad punctum, centrum circuli b : eritq; linea $c l$ producta ultra punctum c perpendicularis super lineam contingentem circumferentiam per 18 p 3: est ergo linea $c l$ cathetus incidentiæ formæ puncti c per definitionem illius catheti. Quia ergo forma puncti c reflectitur ad uisum in puncto o à puncto speculi b : erit imago formæ puncti c in linea $q c l$, quæ est cathetus suæ incidentiæ: sed & in linea reflexionis, quæ est $b o$, necesse est esse eandem imaginem per 37 th. 5 huius. Imago itaq; formæ puncti c necessario erit in puncto, quod est communis sectio linearum $l c q$ & $o b$: hoc autem potest esse in partibus diuersis. Patuit enim per 11 th. 8 huius quod imago formæ puncti, quæ reflectitur à concauitate circuli speculi, quandoq; occurrit uisui inter uisum & speculum: quandoq; ultra speculum: in centro uisus: quandoq; ultra uisum: quandoq; in ipsa superficie speculi: & (ut patet per 40 th. 8 huius) quandoq; apparet una imago: quandoq; duæ: quandoq; tres: quandoq; quatuor. Imago ergo puncti c , cum formæ ipsius reflexio fiat à puncto peripheriæ circuli æquidistantis basi speculi, erit fortè in linea $h q$ ultra speculum: & fortè erit ultra lineam $b q$: & fortè ultra lineam $b o$ retro uisum: & fortè erit in linea $b o$ inter uisum & speculum: & fortè erit in puncto o , scilicet in ipso centro uisus: & fortè erit unica imago, fortè duæ: fortè tres: fortè quatuor. Si itaq; locus imaginis formæ puncti c , uel alicuius puncti formæ lineæ $s i$ (utpote illius, secundum quem $b c$ producta ultra punctum c secat lineam $i s$: quia & illud punctum reflectitur à puncto speculi columnaris concaui, quod est b , ad uisum existentem in puncto o per 20 th. 5 huius) fuerit punctum q : tunc linea $h q t$ erit diameter imaginis formæ lineæ $s i$. Si ergo omnes imagines omnium punctorum lineæ $s i$ fuerint in linea $h q t$: tunc imago eius erit linea recta: nam mediū eius punctum, quod est punctum q , est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quæ sunt h & t . Quod si locus imaginis formæ puncti c fuerit ultra punctum q : tunc imago lineæ rectæ, quæ est $s i$, erit concaua: eiusq; concauitas respiciet uisum. Et si imago formæ puncti c fuerit in linea $b o$: uel in puncto o centro uisus: aut inter speculum & uisum: tunc uidebitur imago lineæ $s i$ conuexa, cuius conuexitas respiciet uisum. Et si fuerit imago formæ puncti c in linea $b o$ retro uisum: tunc iterum uidebitur imago concaua, in cuius concauitate situabitur centrum uisus. Quod si punctum c plures habuerit imagines: tunc linea $s i$ plures habebit imagines: quarum omnium extremitates cõiungentur in punctis h & t , & media ipsorum erunt distincta & separata: &

linea

linea h t erit communis diameter omnium illiarum imaginum, quotcunq; fuerint imagines: & forte linea h t, quæ est diameter imaginis, erit maior quam linea rei uisæ, quæ s i, in modica quantitate. Patet ergo propositum.

26. Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ superficiem (in quâ est axis speculi columnaris concaui) orthogonaliter secante, centro uisus existente in utraq; superficie: à circumferentia circuli (qui est communis sectio dictæ superficiæ & speculi) fiet reflexio: imaginis, lineæ uisæ quandoq; erit recta: uel aliquando conuexa.

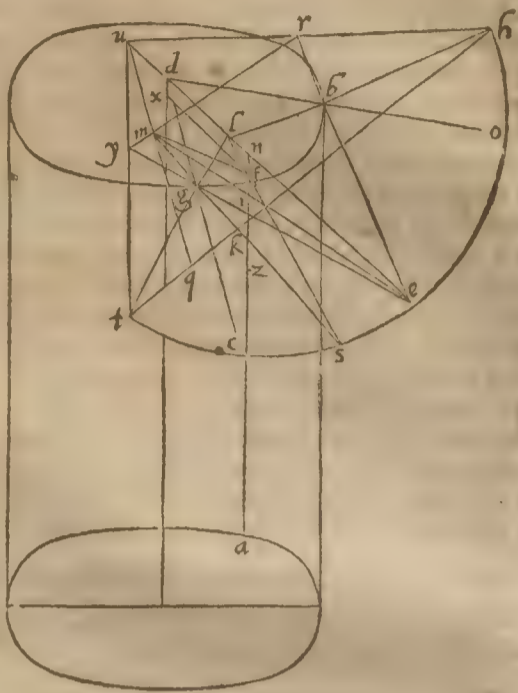
Esto, sicut in 52 th. 7 huius proponitur, linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f: sitq; centrū uisus (quod sit e) in eadem superficie lineæ t h. Facta quoq;figuratione 52 th. 7 huius, compleatur demonstratio, ut in illa propositione: eritq; imago lineæ rectæ, quæ est t h, curua. Si itaq; speculum idem, quod ibi conuexum accipitur, assumatur concauum: & in locum imaginis collocata intelligatur linea curua, secundum cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta, quæ sit in superficie rei uisæ: & centrum uisus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie: tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit linea t h recta. Patet ergo propositum: & forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa: sicut ostensum est in 57 th. 8 huius: & hic eodem modo est deducendum.



27. Superficie lineæ rectæ uisæ, orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus nō existente in eadem superficie, reflexioneq; facta: ad uisum æqualiter distantē ab extremis illius lineæ: eius imago uidebitur concaui atis magna uisum respiciētis. Alhazen 52 n 6.

Fiat omnimoda dispositio figuræ, quæ in 53 th. 7 huius: dico quod uerum est, quod proponitur. Patet enim per ea, quæ in commento illius dicta sunt, quod puncta t & h, quia æqualiter distant à centro uisus, puncto scilicet e) reflectuntur ad uisum à duobus punctis oxygoniarum lecto num, cadentibus tamen in quodam circulo æquidistante basibus speculi, qui circulus erit medius inter lineam h t, & inter superficiem transeuntem centrum uisus e, secantem speculum æquidistanter basibus ipsius speculi. Sit ergo, ut forma puncti h reflectatur in punctum e à puncto speculi b, qui est punctus peripheriæ cuiusdam sectionis oxygoniæ (quæ est communis superficiæ reflexionis & superficiæ speculi) eadens in circulo b g: lineæ ergo h b & b e continet angulos æquales cum lineâ contingente illum circulum in puncto b. Et similiter forma puncti t reflectitur ad uisum e a puncto speculi g: & lineæ t g & g e continent angulos æquales cum lineâ contingente circulum speculi in puncto g. Lineæ quoq; h b & t g concurrunt in puncto l: & linea h b continet cum lineâ perpendiculari, quæ est b o, angulum acutum: linea ergo h b secat superficiem contingentem superficiem columnæ in linea longitudinis, in qua est punctum b: linea itaq; b l cadit intra concauitatem columnæ: & similiter linea g l. Similiter quoq; duæ lineæ l f & g y cadunt intra concauitatē colūne: & per 15 p 1 duo anguli l b d & d b r sunt æquales: cum ipsorum contraposti, qui sunt e b o & o b h sint æquales per 20 th. 5 huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g y sunt æquales. Si itaq; linea r y (quæ in speculo columnari conuexo est imago lineæ t h) fuerit nunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo, & centrum uisus fuerit in puncto l: tunc forma puncti r incidet in speculo secundum lineam r b, & reflectetur ad uisum in punctum l à puncto speculi b: & linea h u est perpendiculari super lineam contingentem sectionem, in cuius peripheria est punctum b, à quo fit reflexio: imago ergo formæ puncti r erit in catheto r h per 36 th. 5 huius: sed & eadem imago necessariō est in linea reflexionis, quæ est b l. Erit ergo in communi illarum sectione in puncto h. Est ergo punctum h imago puncti r, ut hæc omnia patent per 37 th. 5 huius. Similiter quoq; declarabitur, quod forma puncti y incidet speculo per lineam y g: & reflectetur per lineam g l à puncto speculi g: & eius imago uidebitur in puncto t. Et ducatur linea q u: hæc ergo secabit lineam r y: quoniam punctum u est ultra lineam illam r y, quæ est inter duo puncta q & u: puncta quoq; h, q, t, u sunt omnia in superficie circuli b g, ut patet ex præmissis: secet ergo linea q u lineam r y in puncto m: punctum itaq; m erit in superficie transeunte per axem speculi, & per centrum uisus punctum l. Nam, ut in commento præassumptæ 57 propositionis 7 huius patuit, puncta l & q sunt in illa superficie: nam, ut ibi acceptum est, patet quod in illa superficie, in qua erat centrum uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d: sed & illa superficies secabat lineam h t in puncto q, & in linea e d cadebat punctum u: ergo per 1 p 11 linea q u est in illa superficie: ergo & punctum m. Et quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axem columnæ: ideo forma puncti m potest reflecti ad uisum in punctum l in illa superficie, & linea a z est communis sectio superficiæ columnæ speculi & superficiæ transeuntem per suum axem, & per punctum l, quod est centrum uisus. Forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctum l (quod est centrum uisus) ab aliquo puncto speculi lineæ a z. Et ducatur
linea

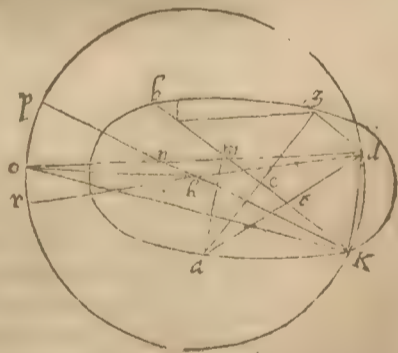
linea e m, quæ erit in illa superficie: & linea e l etiam erit in illa superficie: & punctum e, ut supra patuit, est elongatum à superficie contingente columnam speculi in linea a z, ut patet per 53 th. 7 huius. Si ergo linea a z ducatur in continuu & directum ultra punctum z, concurret cum duabus lineis e m & e l, quæ sunt in una superficie cum linea a z: concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l in puncto n. Punctum itaque n cadet inter duo puncta e & l: quia punctum l est intra cõcavitatem columnæ, & pũctum n est extra, in ipsius conuexitate in superficie columnæ: quoniam est in linea longitudinis columnæ, quæ est a z: punctum uerò e, quod in speculis columnaribus conuexis suppositum fuit esse centrum uisus, est elongatum à superficie columnaris speculi. Patuit quoque in demonstratione 53 th. 7 huius quòd circulus b g est medius inter lineam h t, & inter superficiem exeuntem à puncto e & equidistantem basibus columnæ speculi: & linea perpendicularis exiens à puncto e super lineam a z, est in superficie transeunte punctum e, & secante speculum equidistanter basibus columnæ: ergo linea perpendicularis exiens à puncto e super lineam a z n cadit extra triangulum e i n, & uersus partem puncti n: quoniam linea e n l d u est communis sectio superficialium reflexionis, secundum quas reflectuntur formæ punctorum h & t: quæ cum sint oxygoniæ sectiones, patet per 103 th. 1 huius quoniam ipse sunt obliquè secantes axem speculi: ergo & ipsarũ communis sectio obliquè incidit illi axi speculi: ergo per 32 p r angulus e i n est acutus: ergo per 15 p r angulus m i a est acutus: & angulus m i n erit obtusus per 13 p 1. Educatur ergo per 12 p 1 à puncto m linea perpendicularis super lineam a i: quæ sit m k, secans lineam a i in puncto k: punctum ergo k erit inter puncta i & a. Quoniam si caderet inter pũctã i & n, fieret unius trigoni unus angulus rectus & alter obtusus, qui est m i n: qd' est impossibile: cadet ergo punctũ k inter pũctã i & a. Producatur itaq; linea m k ultra punctũ k ad punctũ s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k: erit ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra concavitatem eius: & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concavitatem. Ducatur itaque linea s l, quæ secabit lineam n k. Quoniam cum linea n k sit pars lineæ longitudinis speculi: patet quòd ipsa est cadens inter puncta s & l: secet ergo ipsam in puncto f: & à puncto f ducatur per 31 p 1 linea equidistans lineæ k m, quæ producta ad axem speculi secet ipsum in puncto x: sitq; linea f x. Erit ergo per 29 p 1 linea f x perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est a n: quoniam linea m k æquidistans lineæ f x, est perpendicularis super ipsam a n: eritque linea f x in superficie transeunte per punctum f æquidistanter basibus columnæ per 21 th. 7 huius: linea ergo f x est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi secundum lineam longitudinis, quæ est a z. Ducatur itaq; linea m f. Quia ergo duorum trigonorum m k f & f k s duo latera in k & k s sunt æqualia ex hypothesi, & latus k f commune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctum k sunt recti: ergo per 4 p 1 latus m f est æquale lateri f s: ergo per 5 p 1 angulus f m s æqualis erit angulo f s m: linea uerò f x æquidistat lineæ s m: ergo per 29 p 1 angulus x f l extrinsecus æqualis est angulo f s m intrinseco, & anguli x f m & f m s sunt æquales, quia coalterni: angulus ergo x f m est æqualis angulo x f l. Forma ergo puncti m incidens speculo secundum lineam m f, secundum lineam reflexionis, quæ est fl, reflectitur ad uisum existentem in puncto l à puncto speculi f, per 20 th. 5 huius: & linea x f est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto f. Et quoniam linea m k est perpendicularis super superficiem speculi: quia est perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est a z: patet quòd linea m k est cathetus incidentiæ formæ puncti m: in ipsa ergo erit locus imaginis, formæ puncti m per 36 th. 5 huius: sed & idem locus est in linea reflexionis, quæ est l f. In illarum ergo linearum communi sectione, quæ est punctus s, est locus imaginis formæ puncti m per 37 th. 5 huius. Et quia duæ lineæ r y & h t sunt æquidistantes & perpendiculares super superficiem transeuntem per axem speculi & per centrum uisus, quod est nunc punctũ l: quoniam linea h t taliter fuit disposita in 53 th. 7 huius: duę igitur superficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r y erunt æquidistantes & perpendiculares super superficiem transeuntem per axem per 18 p 11. Et quia linea r y est perpendicularis super superficiem transeuntem per axem & per punctum l: ideo per 18 p 11 superficies duarum linearum, quæ sunt r m y & m s, erit perpendicularis super superficiem transeuntem per axem, & per punctum l: & erit per 19 th. 1 huius linea m s communis sectio illarum duarum superficialium. Et quia linea a k, cum sit pars lineæ longitudinis speculi, quæ est a z, est in superficie transeunte per axem: quia omnis superficies secans co-



columnam secundum lineam longitudinis per equalia, trāsit per axem illius columnæ, ut patet per 93 th. huius. Sed & linea a k est perpendicularis super lineam m s, quæ est communis sectio inter superficiem transeuntem per axem, & inter superficiem duarum linearum, quæ sunt r m & m s: ergo linea a k n est erecta super superficiem r m s: & linea a n est æquidistans axi speculi: ergo per 8 p. II erit axis speculi perpendicularis super superficiem, in qua sunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo superficies est perpendicularis super axem columnæ. Punctum itaque s est in superficie exeunte ex linea r y perpendiculariter super axem columnæ speculi: sed linea h t est in superficie perpendiculari super axem speculi, æquidistans superfici ei exeunti ex linea r y: punctum ergo s est extra lineam h t, & propinquius puncto l centro uisus, quam sint duo puncta h & t: & duo puncta h & t sunt imagines formarum duorum punctorum r & y: & punctum s est imago formæ puncti m. Palam ergo quia imago formæ lineæ r m y, est linea transiens per puncta h, s, t: sed talis linea est arcualis: quia punctum s est extra rectitudinem lineæ h t. Transeat itaque per puncta h, s, t linea arcualis, quæ sit h s t. Et quia linea h t secundum hypothesim 53 th. 7 huius fuit elongata à conuexo columnæ: erit linea h t ultra superficiem speculi, respectu puncti l, quod est nunc centrum uisus. Et iam supra ostensum est quod punctum s est extra concavitatem speculi, respectu puncti l, & punctum l est intra concavitatem speculi: punctum ergo l, quod est centrum uisus, est extra superficiem, in qua est linea h s t: arcualitas ergo lineæ h s t apparebit uisui manifestè. Et quia punctum f est in superficie columnæ speculi extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g: quoniam est in superficie trigoni l h t: erit linea l f s altior quam superficies trigoni l h t: linea ergo l s erit altior duabus lineis l h & l t, respectu uisus l: punctum ergo s est altius quam duo puncta h & t. Linea ergo h s t apparebit uisui existenti in puncto l concaua, concavitate uisum respiciente. Quod est propositum.

28. Superficie incidentia linea recta uisa, obliquè secantis axem speculi columnaris concaui, centro uisus existente in eadem superficie: imago uidetur concaua respectu uisus & conuersa secundum situm. Alhazen 53 n. 6.

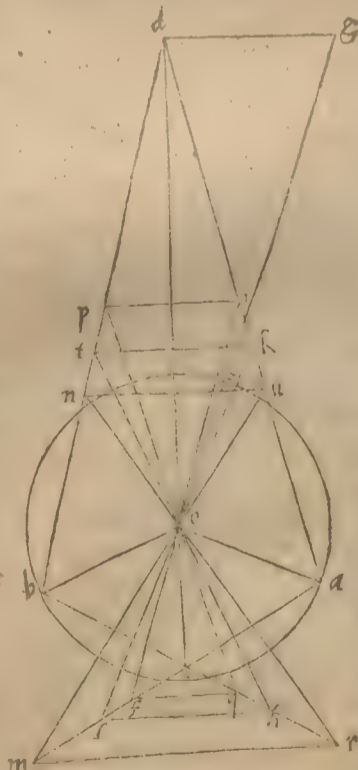
Esto speculum columnare concauum, quod secetur per superficiem obliquā super axem: erit ergo communis sectio illius superfici ei & superfici ei speculi sectio oxygonia per 103 th. I huius: sit illa sectio a b g: sed in II huius ostensum est, quod quandoque in superficie oxygoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum columnare, ex cuius duobus terminis scilicet ex duabus communibus sectionibus sui & superfici ei ipsius speculi sit reflexio formarum ad uisum. Sit ergo in sectione a b g huiusmodi perpendicularis, quæ sit g a: & sit linea b e k perpendicularis super lineam contingentem peripheriam sectionis in puncto b: & sit punctum b prope punctum g, ita quod linea ducta à puncto b cum linea perpendiculari ducta super superficiem speculi à puncto reflexionis (qui sit g) contineat super axem speculi angulum acutum. Patet ergo per 44 th. 7 huius quoniam linea b e k secabit lineam perpendicularem, quæ est g a, sub axe speculi, & continebit cum ipsa angulum acutum: fiat ergo illarum linearum sectio in puncto e. Angulus ergo b e g erit acutus per 32 p. I, ut patet: cadatq; punctum k in peripheriam sectionis: & à puncto g ducatur per 31 p. I linea æquidistans lineæ b k: quæ sit linea g d: erit ergo angulus d g e per 29 p. I æqualis angulo b e g: ergo uterque est acutus: linea ergo g d erit intra concavitatem speculi: quoniam linea à puncto g termino perpendicularis, quæ est a g, extra sectionem ducta continget sectionem, & continebit angulum rectum cum linea a g: aut non continget, & continebit angulum obtusum. Fiat itaque per 23 p. I super punctum g terminum lineæ e g angulus æqualis angulo e g d: qui sit e g l linea ergo g l concurret cum linea b e k per 14 th. I huius: ideo quod anguli g e l & l g e ambo sunt acuti: sit concursus in puncto l: qui sit punctus lineæ b k: & in linea l e, ut contigerit, signetur punctum m: & ducatur linea a m: erit ergo angulus m a g acutus per 32 p. I: ideo, ut prius ostendimus, quia angulus m e g, qui est maior angulo m a g, cum sit ei extrinsecus, est acutus, ut patet ex præmissis: linea ergo m a cadit intra sectionem. Fiat quoque super punctum a terminum lineæ a g angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d: linea enim a d concurret cum linea g d per 14 th. I huius: ideo quia anguli d g a & d a g sunt acuti: sit ergo concursus in puncto d. Linea itaque a d secabit lineam b k, concurrans cum ipsa per 2 th. I huius: quoniam concurrat cum eius æquidistante, quæ est d g: secet ergo ipsam b k in puncto t. Cum itaq; linea l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto d: tunc forma puncti l uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis: & hoc accidit per 10 huius: ideo quia forma puncti l reflectitur ad uisum existentem in puncto d à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti l, æquidistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis. Nunquam ergo concurrent: & sic locus imaginis formæ puncti l erit in puncto reflexionis, quod est g. Similiter quoque forma puncti m reflectitur ad uisum existentem in puncto d à puncto speculi, quod est a: & cathetus incidentiæ, quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis, quæ est a d, in puncto t: ergo punctum t est locus imaginis formæ pun-



in puncti m per 37 th. 5 huius. Transeat itaque per punctum d, quod est centrum uisus, superficies plana æquidistans basibus columnæ: hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundum circum per 100 th. 1 huius: qui circulus sit p o r. Et quoniam centrum uisus d est in superficie sectionis a b g: palam quod ille circulus p o r secabit sectionem oxygoniam a b g in duobus punctis per 104 th. 1 huius: superficies ergo illius circuli secabit lineam b k: quoniam secat lineam g d æquidistantem lineæ b k: ducitur enim per punctum d: sit ergo, ut secet lineam b k in puncto k: sitq; centrum circuli p o r punctum h: & ducatur linea k h, quæ ducta per circumulum secet ipsius peripheriam in puncto p: & ducatur linea d h: quæ producta ad peripheriam circuli incidat ipsi in puncto r. Forma ergo puncti k reflectitur ad uisum existentem in puncto d ab aliquo puncto arcus r p, ut patet per 27 th. 8 huius, ubi hoc ostensum est de reflexione formæ uisibilis ad uisum secundum talem situm ab aliquo puncto peripheriæ circuli. Sit ergo ut fiat illa reflexio à puncto speculi scilicet arcus p r, quod sit punctum o: & ducantur lineæ k o, d o, h o: ergo angulus k o h est æqualis angulo h o d per 20 th. 5 huius. Et quoniam linea reflexionis, quæ est d o, secat semidiametrum h p: ideo quia linea d h r transit per centrum circuli, citra quam respectu puncti o ducitur linea d o: hæc ergo secat semidiametrum h p: sit, ut secet ipsam in puncto n. Est autem linea k h p cathetus incidentiæ formæ puncti k: ergo per 37 th. 5 huius punctum n est locus imaginis formæ puncti k. Ducatur itaq; linea k d: quæ per 19 th. 1 huius erit cõmunis sectio superficiæ circuli p o r & sectionis a b g, uel pars illius cõmunis sectionis: nã duo puncta k & d sunt in utraq; illarum superficiæ, & nihil de superficie sectionis oxygoniæ (quæ est a b g) est in superficie circuli p o r, nisi linea k d, uel linea, cuius pars est linea k d: punctum ergo g est extra circumulum: & similiter punctum b: & sunt in superficie sectionis: & punctum n est in superficie circuli p o r: & forma imaginis lineæ l m k transit per puncta g, t, n: linea uerò pertransiens hæc puncta est arcualis: quia superficies sectionis est decliuus super superficiem columnæ per 103 th. 1 huius: longior ergo diameter ipsius sectionis non transit per totum axem columnæ, neq; est superficies sectionis æquidistans basi columnæ: linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectæ k m l, cuius superficies secat axem speculi obliquæ, est curua maximæ curuitatis: & eius concauitas respicit uisum existentem in puncto d. Et quia punctum t est imago formæ puncti m: & punctum n imago formæ puncti k: & punctum g est imago formæ puncti l: patet quod imago lineæ l m k est cõuersa, ita quod superior punctus imaginis, respectu uisus, qui est g, correspondet infimo puncto lineæ uisæ, qui est l, & infimus punctus imaginis, qui est n, correspondet supremo puncto lineæ uisæ, qui est k. Sic ergo situs partium imaginis non est cõformis situi partium rei uisæ, sed conuersus & difformis. Patet ergo propositum. Patet itaq; ex hac propositione & duabus præmissis, quod lineæ rectæ æquidistantes axi speculi columnaris concaui, & æquidistantes basi eius, & etiã illæ, quæ sunt obliquæ super superficiem eius, quandoq; uidebuntur arcuales: quandoq; rectæ: quandoq; cõuersæ. Forma ergo eorû, quæ cõprehenduntur in speculis columnaribus concauis, quandoq; erit directa, cõformis in suo situ situi partiû rei uisæ: & quandoq; erit difformis, cõuersum habes situm suarum partiû, respectu uisus partiû rei uisæ, & in respectu ad uisum.

29. Imago linea rectæ existentis in superficie speculum columnare concauum trans axem orthogonaliter secante, centro, uisus existente in eadem superficie, uidebitur recta: quandoq; maior: quandoq; æqualis: quandoq; minor re uisæ: sed semper conuersum habens situm: & quandoq; una: quandoq; plures imagines uisui occurrent. Alhazen 54 n 6.

Sit secundum dispositionem 48 th. 8 huius circulus a b z in superficie speculi columnaris concaui æquidistans basibus speculi: cuius centrum e: & sit centrum uisus in puncto d: erit ergo linea d g, ut in prædicta 48 præmissum est, perpendiculariter erecta super superficiem circuli: & sint duæ lineæ e a & e b perpendiculares super superficies cõtingentes superficiem columnæ speculi: & erit superficies trianguli d e g perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b z per 18 p 11: quia linea g d est perpendicularis super superficiem circuli: hoc est super eam superficiem, cuius sectio efficit circumulum a b z. Superficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19 p 11 & per 92 th. 1 huius, transit per totum axem speculi, & per centrum uisus, quod est punctum d: & neutra superficies earum, quæ sunt d b o & d a o, quæ secant se in linea d o, ut patet per 19 th. 1 huius, transit per totum axem: & in neutra illarum superficiærum est aliquid de axe, nisi punctum e, quod est centrum circuli a b z. Vtraque ergo superficies, quæ sunt d b o & d a o, secat superficiem columnarem speculi secundum oxygoniam sectionem: & sit reflexio formarum ad uisum à duobus punctis illarum sectionû, quæ sunt a & b, ut patet per præmissa in 48 th. 8 huius. Forma ergo puncti r reflectetur ad uisum existentem in puncto d à puncto speculi, quod est a. Et quoniam b: & forma puncti m reflectetur ad uisum in punctum d à puncto speculi, quod est a. Et quoniam



K k 2 cathetus

cathetus incidentiæ formæ puncti r est linea r e n, secans lineam b d, quæ est lineæ reflexionis, in pñ
 eto n: & cathetus incidentiæ formæ puncti m est linea m e u, secans lineam reflexionis, quæ est a d in
 puncto u: patet quod puncta n & u sunt loca imaginum formarum pñctorum r & m: & erit linea n u
 diameter imaginis formæ lineæ m r: & est minor quâ linea m r, ut patuit in 49 th. 8 huius. Et similiter
 formæ duorum punctorum h & l reflectentur ad uisum in punctum d à duobus punctis speculi, quæ
 sunt a & b: & erit per modum prius dictum, linea t k diameter imaginis formæ lineæ l h: & secundum
 præmissa in 48 th. 8 huius erit diameter imaginis t k æqualis diametro rei uisæ, quæ est linea l h. Simi
 liter quoque linea p i erit diameter imaginis formæ lineæ f q: & est maior quâ diameter rei uisæ, quæ
 est linea f q: & omnes istæ imagines erunt cõuersæ, ut ostensum est in 50 th. 8 huius. Si uerò centrū uir
 sus fuerit in puncto o, & formæ linearum, quæ sunt p i, t k & n u, reflectantur ad uisum in puncto o à
 punctis speculi, quæ sunt a & b: tunc erit ecõuerso. Erit enim diameter imaginis lineæ p i, quæ est li
 nea f q, minor diametro t k rei uisæ: & erit linea l h diameter imaginis lineæ t k, & equalis ei: & erit li
 nea m r diameter imaginis lineæ n u, & maior quâ illa: omnesq; imagines linearum istarum recta
 rû erunt rectæ: sed conuersæ secundum situm & ordinem partiû, quem habent ipsæ res. Nam dextrû
 rei fit sinistrum imaginis, & sinistrum rei fit dextrum imaginis: & similiter est de partib. quæ sunt sur
 sum & deorsum. Item cû utraq; extremitatum harum linearum unicâ habuerit imaginē, & aliquod
 aliud punctû in medio plures habuerit imagines: tunc forma illius lineæ tot habebit imagines, quot
 punctum medium ipsius: & omnes istæ imagines copulabuntur ad puncta extrema illius imaginis:
 & erit illa linea unicâ diameter omnium illarum imaginum. Et si utraq; extremitas illius lineæ uel
 altera ipsarum plures habuerit imagines, punctum uerò medium habuerit tantum unam: iterû tota
 illa linea tot habebit imagines, quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alterû suum punctû ex
 tremum. Et si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctum medium
 multas habuerit imagines: tunc tota linea habebit imagines secundum numerum maiorem: & hoc
 patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorum sphericorum concauorum. In speculis enim
 columnaribus concavis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, sicut accidit in
 speculis sphericis concavis: scilicet de formis specierum uisibilium: & de quantitab. & de numero
 suarum imaginum: & de conformitate ipsarum ad res, quarum ipsæ sunt imagines: & de difformita
 te situs ipsarum secundum cõuersionem formarum partialium, cum omnib. fallacijs, quæ appropriã
 tur cõuersioni: & omnes fallaciæ sunt in his, ut in speculis prædictis sphericis concavis. Patet ergo
 illud, quod proponebatur.

30. *Linea recta uisa, non æquidistans axi speculi columnaris concavi, cuius superficies inci
 dentia secat axem obliquè, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua,
 diuersa curuitatis secundum diuersitatem sui situs: & conuersa.*

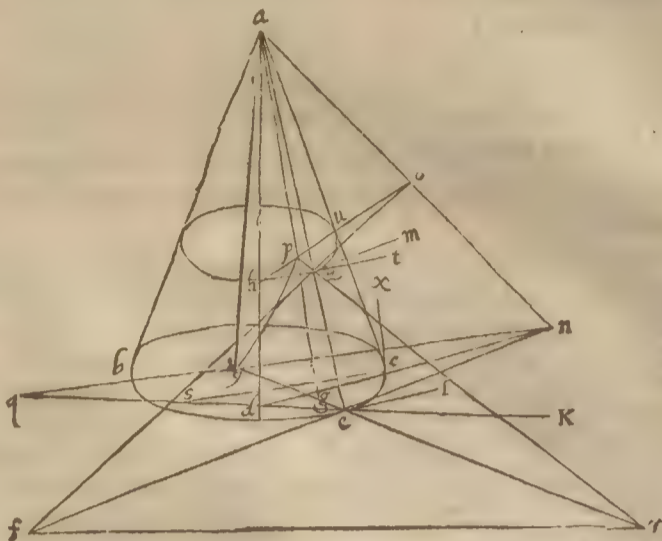
Fiat in isto proposito theoremate dispositio totalis, quæ in 28 huius: apparebitq; totum, quod ibi
 proponitur in his speculis columnaribus concavis. Posito itaq; ut aliqua linea recta non æquidistet
 axi speculi columnaris concavi, cuius superficies incidentiæ obliquè secat illum axem, si centrū ui
 sus fuerit in illa superficie: tunc patet per 28 huius quod imago illius lineæ uidetur curua, respectu ui
 sus, & conuersa secundum situm ipsius rei uisæ. Quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiē
 in linea erecta super illam superficiem à puncto d, in quo est illic centrum uisus: tunc si à pñctis a, g,
 o (à quibus fit ibi reflexio) erigatur lineæ longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, & inueniantur pñ
 ctæ reflexionum formarû punctorû m, b, k: patebit secundû modû plurium præmissarum, quod for
 mæ punctorum k, m, b reflectentur ad uisum secundum dispositionē suo situi diuersam: & secundû
 hoc disponetur curuitas imaginû & conuersio figuræ. Quod si centrum uisus nõ fuerit in linea per
 pendiculariter erecta super illâ superficiē à pñcto d: tunc à centro uisus ducatur perpendicularis sua
 per illam superficiem per 11 p 11, & inuentis punctis reflexionum formarum punctorum b, m, k: pate
 bit propositum ut prius. Et hoc proponebatur.

31. *Forma alicuius linea curua incidētis uertici speculi pyramidalis concavi obliquè super axē,
 reflectitur ad centrū uisus inter illâ lineã & superficiē speculi constitutû, à linea lōgitudinis spe
 culi: imagoq; ipsius uidetur recta: & si illa linea incidēs fuerit recta: eius imago uidebitur cur
 ua, modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum. Alhaz. en 55 n 6.*

Fiat dispositio omnimoda, quæ in 55 th. 7 huius: inuenieturq; in speculis pyramidalib. conuexis li
 neæ rectæ, quæ est a n, proposito modo illud speculum respicientis, imago curua intra concauitatem
 speculi, quæ est a p y. Punctum quoq; quod est sub superficie speculi cõtingente secundum lineã
 lōgitudinis speculi, quæ est a e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uisæ, quæ est a n, ad uisum existentē
 in puncto r, erat illic punctum f: in quo puncto f si fuerit centrum uisus, erunt omnia pñcta, quæ sunt
 in illa curua imagine, uel quæ sunt in linea recta, scilicet in diametro imaginis, reflexa ad punctû f: &
 imago lineæ curuæ, quæ a p y, erit linea recta, quæ est a n: uel imagines duarum extremitatum lineæ
 a p y erunt in linea a n, & in extremitatibus illius: & loca imaginis puncti p, quod est in medio lineæ
 a y, diuersabuntur. Et hoc potest eodem modo declarari, sicut sibi simile declaratum est in 55 th. 7
 huius. Quoniam enim, ut ibi declaratum est, angulus z r f est æqualis angulo z f r: est autem angulus
 p z h æqualis angulo t z r per 15 p 1: & angulus t z r est æqualis angulo z f r per 29 p 1: sed per eandem
 29 p 1 angulus h z f est æqualis angulo z f r: est ergo angulus p z h æqualis angulo h z f. Palam ergo
 per

per 20 th. 5 huius quoniam fiet reflexio formę puncti p ad uisum existentem in puncto f à puncto speculi pyramidalis concaui, quod est z. Et quoniam linea h p o est cathetus incidentiæ formę puncti

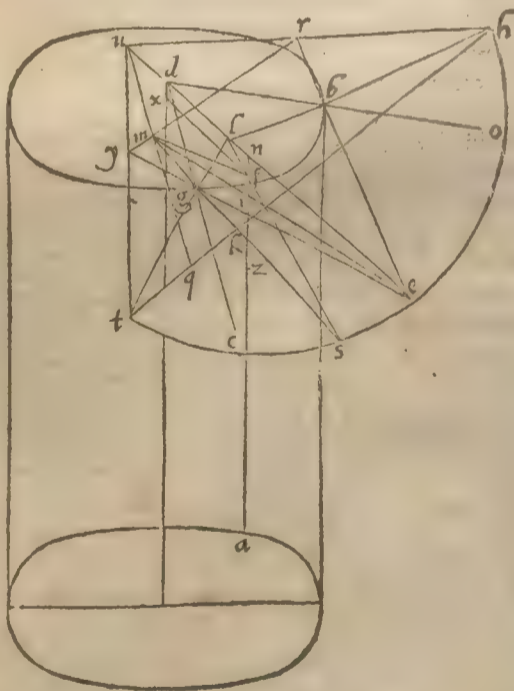
p: & linea f z o est linea suę reflexio nis ad uisum existentem in puncto f: patet per 37 th. 5 huius quoniam punctum o est locus imaginis formę puncti p. Similiter quoq; angulus y e d est æqualis angulo k e r per 15 p 1, qui per 29 p 1 est æqualis angulo e r f: & per eandem 29 p 1 angulus d e f est æqualis angulo e f r: sed, ut in commento 55 th. 7 huius ostensum est, angulus e f r est æqualis angulo e r f: est igitur angulus y e d æqualis angulo d e f: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti y reflectitur ad uisum existentem in puncto f à puncto speculi concaui, quod est e. Et quoniam linea y n est cathetus incidentię formę puncti y: & linea f e n est linea suę



reflexionis: patet per 37 th. 5 huius quod locus imaginis formę puncti y est punctum n: & punctum a, sicut reflectitur à uertice speculi, sic locus imaginis suę est ibidem per ea, quę dicta sunt in 11 & 12 th. 8 huius, & in 10 huius. Erit ergo imago totius lineę a p y curuę linea a o n recta: quoniam de alijs punctis est eodem modo demonstrandum. Quod si aliquod uisibile statuatur in loco lineę rectę a y, quę est diameter illius curuę imaginis lineę a p y: tunc duę extremitates lineę a y (quę sunt a & y) habebunt, ut prius, loca suarum imaginum in punctis a & n. Loca uerò imaginis puncti medij correspondentis puncto p, qui cadit in producta lineę z p, & aliorum punctorum mediorum diuersabuntur: & secundum diuersitatem concursus cathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum, secundum quas à punctis lineę longitudinis, quę est a z e, speculi propositi concaui reflectuntur ad uisum existentem in puncto f, uel ultra lineam a o n uel citra illam loca imaginum illorum punctorum diuersabuntur, quandoque ad concauitatem: quandoq; ad conuexitatem, respicientem centrum uisus. Erit tamen illa curuitas modica: quoniam prædictorum locorū imaginum (respectu lineę a o n) modicus est excessus. Palam itaque ex præmissis quod si linea recta, quę est diameter imaginis curuę, quę est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto f: tunc imago lineę rectę præmissa modo dispositę fortè uidebitur cõuexa, & fortè uidebitur concaua. Quod est propositum.

32. Linea recta uisa superficie incidentiæ axē speculi pyramidalis concaui orthogonaliter secante, centroq; uisus non existente in eadem superficie, imago uidebitur concaua, mirabilis concauitatis, uisum respicientis.

Sit, ut in 27 huius libri, centrum uisus punctum l: & linea uisa r m y: cuius extrema puncta, quę sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus l: sitq; centrum uisus extra superficiem lineę r y: quę producta secat speculum pyramidale cõcauum æquidistanter basi secundū circulum, qui sit b g: cuius centrū sit d: reflectaturq; forma puncti r ad uisum l à puncto speculi b, & forma puncti y reflectatur ad uisum l à puncto speculi g: erūtq; puncta b & g, quauis sint in circulo, ut tñ sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxygonijs sectionib. secantib. se secundum lineam d l: ut patent hæc per 7 th. 7 huius, & per 19 th. 1 huius. Et quoniam quantum ad propositum demonstrandū non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & pyramidalia concaua: tunc patet quod reiterata demõstratione 27 huius, erit locus imaginis formę puncti r in puncto h: & locus imaginis formę puncti y erit in puncto t: locus uerò imaginis formę puncti m erit punctum s, quod est extra rectitudinē lineę r h. Imago itaque lineę r m y est in quadā linea trãseũte p puncta h, s, t: sed talis linea est curua. Est ergo lineę rectę, quę



Est ergo lineę rectę, quę Kk 3 est r m y,

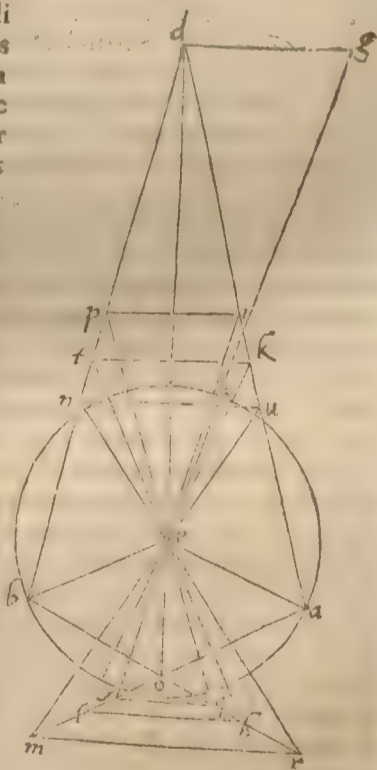
est r m y, imago curva. Et quoniam punctum s est ultra concavitatem speculi, respectu puncti l centri visus, & punctum l est intra illam concavitatem: patiam quod punctum l est extra superficiem, in qua est linea h s t: curvitas ergo lineæ h s t apparebit visui manifestè. Et quia punctum f cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concavi extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g: erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t: linea ergo l s erit altior duabus lineis l h & h t: punctum ergo s, respectu visus l, est altius quàm duo puncta h & t. Linea ergo h s t apparebit visui existèti in puncto l concava maxima concavitate visum respiciente. Et hoc est propositum.

33. *Linea recta uisa non equidistantis axi speculi pyramidalis concavi, cuius superficies incidentis secat axem speculi oblique, imago videtur curva, diversa curvitate secundum diversitatem sui situs.*

Quoniam enim, ut in 31 huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis vertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curvam visui, ad quem fit reflexio, repræsentat: & per præmissam proximam patet, quod linea recta, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonaliter, videtur mirabilis concavitatis visum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situeretur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic proponitur, oblique secet axem speculi: patet quod imago illius lineæ diversificabitur secundum modos diversæ curvitatibus: qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis. Patet ergo propositum: nec enim dignum vidimus talibus immorandum, quæ ex prædemonstratis conclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt: unde talia relinquimus animæ perquirenti.

34. *Imago lineæ rectæ existètis in superficie speculi pyramidalis trās axem secante, centroq; visus existente in communi sectione eiusdem superficiæ, & superficiæ speculum secundum axem secantis, videbitur recta: quandoq; maior: quandoq; equalis: quandoq; minor re uisa: sed semper conuersum habens situm: & quandoq; una: quandoque plures imagines visui occurrent. Alhazen 50 n 6.*

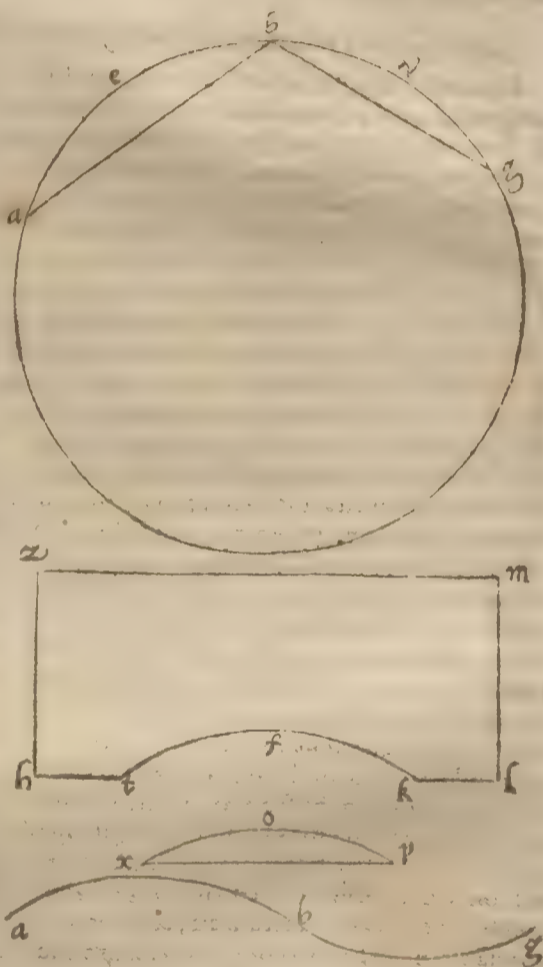
Fiat item (ut in 29 huius) eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48 th. 8 huius. Si ergo aliquod punctum commune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o: & si duæ lineæ a e & b e fuerint perpendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi: hoc autem est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales: possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales. Cum ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies, & visus fuerit in puncto d: tunc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totum axem & per centrum visus: & utraque superficies d a o & d b o erit declivis super axem speculi: & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erunt duæ sectiones oxigonæ: & formæ trium punctorum, quæ sunt r, h, q, reflectentur ad visum existentem in puncto d à puncto speculi, quod est b. Formæ quoque trium punctorum, quæ sunt m, l, f, reflectentur ad visum in punctum d à puncto speculi a. Cum ergo lineæ m l f & r h q fuerint in aliqua superficie corporis visibilis, & visus fuerit in puncto d: tunc, ut supra in 29 huius paruit, lineæ n u erit imago lineæ m r: & linea t k erit imago lineæ l h: & linea p i erit imago lineæ f q: erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u, minor quàm linea m r: & imago lineæ f q, quæ est p i, erit maior quàm linea f q: & imago lineæ l h, quæ est t k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoque istæ imagines conuersum habebunt situm, respectu rerum, quarum ipsæ sunt imagines, visu existente in puncto d. Quod si visus fuerit in puncto o, & lineæ n u, t k, & p i, quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, visu existente in puncto o, fuerint in superficiebus corporum visibilium: tunc per eandem præmissam rationem in 29 huius imagines illarum linearum n u, t k, & p i erunt lineæ m r, l h & f q: eritque imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i: & imago lineæ t k, quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ: & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa lineæ n u: & istæ imagines omnes erunt lineæ rectæ: & apparebunt ultra centrum visus, quod est in puncto o. Et si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n t p & u k i: erunt loca imaginum illarum linearum lineæ m l f & r h q. Puncta itaque istarum imaginum, quæ sunt m, l, f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis, quæ est a o: & puncta r, h, q comprehenduntur super eandem lineam reflexionis, quæ est b o: & imago puncti remotioris à visu, erit propinquior visui, & imago puncti propinquioris visui, erit remotior à visu. Conuersum



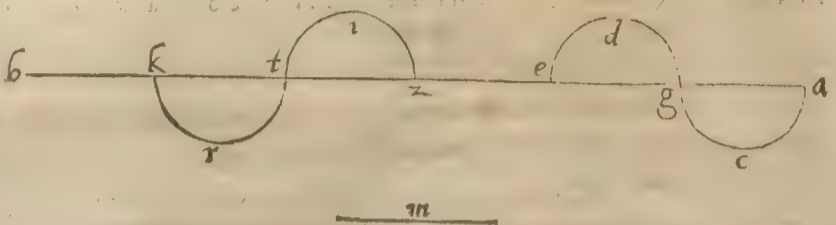
uersum itaq; habebunt situm omnes istæ imagines. Quod est propositum. Patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus concauis uideatur conuexa: quandoq; concaua: quandoq; rectæ: & quandoq; maiores: & quandoq; minores: & quædamque æquales rebus uisis: & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes, respectu situs rerum, quarum sunt imagines. Et accidit in his speculis, sicut in alijs speculis, numerari imagines secundum numerum punctorum reflexionis: & fortè imagines eiusdem rei diuersarum erunt formarum secundum diuersum situm suarum partium: quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari. Hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium speculorum & cõburentiũ ingeniũ cõuertemus.

35. *Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri, in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit. Euclides 30 th. catoptr. Ptolemaeus 3 th. 2 catoptr.*

Assumatur in illa magnitudine, qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus, qui sit abg : & inscribatur ei latus pentagoni inscripibilem eidem circulo per $11 p 4$: quod sit ab : & similiter inscribatur eidem circulo latus hexagoni per $15 p 4$, quod sit bg : eritq; per eadem $15 p 4$ linea bg æqualis semidiametro circuli. Et abscindatur ab illo circulo portio aeb , cuius arcus ab per $28 p 3$ est æqualis quintæ parti peripheriæ circuli. Et similiter abscindatur ab eodem circulo portio gzb , cuius arcus bg est æqualis sextæ parti circuli. Fiant quoq; forinæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionum: quarum una fiat secundum quantitatem portionis aeb , quæ sit concaua, ut est figura, quam descripsimus, $zhtfkm$: altera uerò facta ad quantitatem portionis, quæ est gzb , sit conuexa, ut est figura xop . Et assumatur petia uel pars ferri re-ctangula, cuius longitudo sit maior quàm ambæ chordæ ab , & bg , latitudo quoque sit maior quàm chorda bg : & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis aeb , ita ut superficies cõcaua, quæ est kft , sibi extrinsecus applicetur: & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis gzb , ita ut cõuexitas superficiem xop sibi intrinsecus applicetur. Taliter uerò fiat, ne forma cõuexitatis impedimentum accipiat ex forma concauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarum quælibet imprimatur: poliaturq; speculum ex partibus ambabus: propter quod oportet ut lamina speculanda sit conuenienter spissa, ut ex utraque parte salua dispositione reliqua ualeat poliri. Hoc itaque speculum si super sedem uolubilem ad hoc præparatam componatur, & super ipsam uoluatur, ita quod nunc conuexa, nunc concaua superficies uisui se offerat: tunc apparebunt dextra dextra, & sinistra sinistra: & distanti quasi duobus cubitis apparet imago commensurata & similis ueræ formæ: magis uerò distanti protenditur imago in antèrius: propius uerò accedenti ad conuexam superficiem speculi, fit imago penitus inforsitas: & magis accedenti inforsitas plus augetur, & contraria ei, quod uidetur, fit imago, magisq; accedenti prolaxior apparet, & fit facies uidentis cõsimilis formæ equi: & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata. Permutato quoque speculo, imago quandoque habet caput sursum & pedes deorsum: & quandoque pedes sursum & caput deorsum: & plus experientia, quàm scriptura, docebit imaginum diuersitates: quia si connectantur duo specula spherica, quorum unum sit concauum, reliquum conuexum, non moto etiam speculo, uariatur dispositio imaginum. Propter reuerberationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterum, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra: & in parte conuexa non mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum: sed in parte concaua uidebitur imago supercapitalis, uelut antipodes. Causa uerò omnium horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa: modo quoq; tali in præmissis speculo permiscetur imagines. Et si in eadem continuitate sit speculum planum ipsis speculis sphericis conuexis & cõcauis interpositum: uariabitur imaginum quãtitas:



quia in planis est imago æqualis rei uisæ p 52 th. 5 huius: in cõuexis uerò est minor p 39 th. 6 huius: in cõcauis uerò quãdoq; æqualis: quãdoq; maior: & quãdoq; minor, ut patet p 45. 47. 49 th. 8 huius: & tale speculũ potest taliter cõponi. Sit superficies aliqua plana, quæ a b: & fiant in ipsa specula cõuexa, quæ sint a c g & t r k: & similiter fiant in ipsa specula cõcaua, quæ sint g d e & z i t: & fiant specula plana, quæ sint e z & k b: ponaturq; res uisa in puncto m; quæ a speculis illis ad uisum reflectatur. A planis itaq; speculis apparent æqualia idola & æqualiter distãtia: & à cõuexis minora & minus distãtia: à cõcauis uerò diuersa & diuersi modè uisui occurrentia, sicut in alijs prædemonstratũ est. Ingeniũ uerò modernorũ & futurorũ addat, quod libuerit: quia sufficiẽter dedimus cogitantibus principia multarum talium adinventionum: & nos, quæ talia digna memoria inuenerimus, posterius conscribemus.



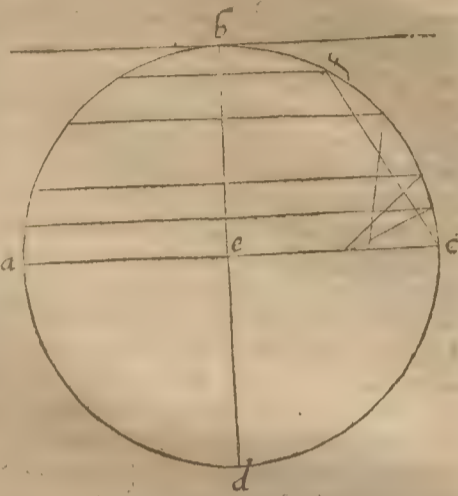
36. A speculis columnaribus uel pyramidalibus cõcauis ignem difficile est accendi.

Si enim in speculis colũnaribus cõcauis superficiei reflexionis & speculi cõmunis sectio sit linea longitudinis, nõ est necessariũ igne ab ipsis accedi, sicut neq; à speculis planis, etiã si superficies reflexionis oēs se in axe colũnæ interfecẽt: radij enim æquidistãter superficiei speculi incidẽtes, æquidistãter utiq; reflectẽtur: perpendiculares quidẽ in se ipsos ad diuersa pũcta speculi colũnaris secundum quæ, cũ ipsi speculo incidebãt, axẽ secabãt: & ita nunquã in pũcto concurrent, sed in tota linea axis distendẽtur: nõ perpendiculares uerò radij, obliquè scilicet superficiei speculi incidentes, quoniã secundũ angulos, quos faciũt cũ perpendiculari ducta ab axe ad lineã lõgitudinis, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei cõtingentis colũnã, ad partẽ aliã in eadẽ superficiei à dicta perpendiculari reflectuntur. Patet ergo quia secundũ quod æquidistantes ad inuicẽ incidunt, sic quasi æquidistãtes ad inuicẽ reflectuntur, & nõ in puncto, sed in linea cõcurrent p 29 p r. Quod si dicatur, quod aliquæ superficies reflexionis se in axe colũnæ nõ interfecẽt, sed sint æquidistantes (quod est impossibile, ut patet per 7 th. 7 huius) palãm tamẽ est quod in eis reflexi radij nunquã cõcurrẽt. Si uerò sectio cõmunis superficiei reflexionis & superficiei colũnæ sit circulus: tunc patet quod p eius centrũ transeuntẽs radij (quoniã oēs sunt perpendiculares super superficiei cõtingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 21 th. 7 huius ostensum est) oēs reflectuntur in se ipsos, & cõcurrent in centro circuli illius siue sit basis colũnæ speculi, siue sit circulus basi æquidistans. Hoc autẽ centrũ erit semper in axe: & sunt tot cõtra talium circulorũ in axe, quot sunt circuli in colũna: ad unũ ergo punctũ non reflectuntur radij totius superficiei speculi colũnaris, sed ad totã axis lineam. Quod si radij reflexi securũ circulum nõ transeunt centrũ circuli: tunc secundũ angulorũ incidentiæ diuersitatẽ fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrũ circuli: nec fiet concursus in centro circuli radiorũ, sed in tota semidiametro: & sic ignis difficiliter accendi poterit, sicut etiã prius dictum est in speculo sphærico cõcauo, ut patet per 68 th. 8 huius. Quod si cõmunis sectio dictarũ duarum superficierũ sit sectio colũnaris: tunc radij paucissimi cõcurrent. Patet ergo quod nõ est possibile oēs radios superficiei speculi colũnaris cõcaui in unũ locũ uel etiã in unã lineam aggregari: & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro cõbustionibus sunt usi. Ex speculis etiã pyramidalibus lumen aggregatũ igne accendere non est necessariũ, quãuis ad hæc multarum acclinetur imaginatio: cuius causa est, quia in talibus speculis cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus aliquis nec basis, nec æquidistans basi: propter hoc, quod prius dictum est, & patet per 2 th. huius. In nullo ergo euentu possunt radij à peripheria circuli in centro concurrere: sicut aliquando accidit in speculo colũnari. Quod si sectio cõmunis superficierum dictarũ sit linea lõgitudinis speculi: tunc, quoniã superficies speculũ contingẽs contingit in linea longitudinis, accidet in his speculis, sicut prius dictũ est in planis & colũnaribus speculis Radij enim incidentes quoscunq; angulos fecerint cũ linea longitudinis, eosdẽ facient cũ eadẽ reflexi: & sic radij incidẽtes æquidistãt, & æquidistãter reflectũtur. Nõ ergo cõcurrẽt, etiã si sint in eadẽ superficiei reflexionis: & si in diuersis sint superficiei, patet qd' nõ cõcurrent nisi in axe: quia superficies reflexionis se super axẽ pyramidis interfecãt: & tunc cõcurrent radiorũ fiet in linea, nõ in pũcto. Si cõmunis sectio superficierũ dictarũ sit sectio pyramidalis: nec adhuc oēs uel plures radij eiusdẽ superficiei uel diuersarũ, aliquando concurrẽt. Nullo ergo modo radij incidentes pyramidalis speculo omnes, uel plures ipsorum, uel etiam pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliquid ignitioni resistens ualeant ignire: nec etiam pluralitas coniunctorum speculorũ aliquid ualidum respectu laboris superadditi apportabit. Patet ergo illud, quod proponebatur.

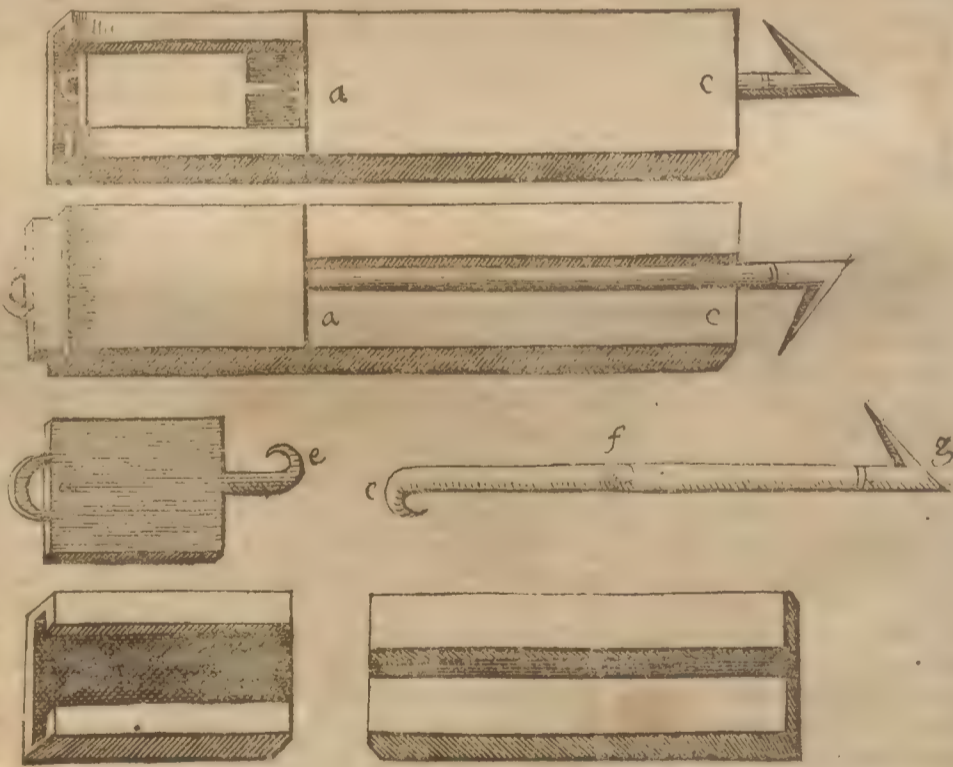
37. Ex plurium speculorum sphæricorum cõcauorum interfectione speculum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia, sit circulus alicuius speculi sphærici cõcaui, qui a b c d: & eius centrum sit e: interfecentq;

fecentq; se in ipso duę diametri a c & b d orthogonaliter: incidantq; radij solares illi circulo: palam itaq; per ea, quę in 68 th. 8 huius dicta sunt, quoniam radius incidens circulo secundum aliquā diametrorum (uerbi gratia, secundum diametrum a c) reflectitur in seipsum trans centrum: radorū uerō æquidistantium illi diametro a c, is, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctum b per 29 p 1: angulus enim, quem linea contingens cōtinet cū diametro, est rectus per 18 p 3, & angulus b e a est rectus ex hypothesi. Ille ergo radius contingens circulum non reflectitur: quia nihil inuenit resistens: procedit ergo in continuum & directum. Alius uerō radius æquidistās diametro a c cum linea in puncto suę incidentię speculum contingente continet angulum rectilineum acutissimum, & modicam abscindit portionem circuli incidens, & modicum se reflectēs, sed æqualiter. Sic itaq; omnes radij æquidistantes diametro a c incidentes circulo speculi æquales abscindūt circuli portiones: semper enim angulus reflexionis est æqualis angulo incidentię: illi autem anguli æquales semper æquales abscindunt portiones per 43 th. 1 huius: solus autem radius incidens circulo æquidistans diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars peripherię circuli, & cuius chorda est æqualis lateri hexagoni inscriptibilis eidem circulo, reflectitur ad punctum c terminum diametri c a: est enim diameter a c æquidistans medio lateri hexagoni suo circulo inscripti, quę hexagonū diuidit illa diameter per æqualia, ut patet per 63 th. 1 huius: sitq; ut talis radius incidat circulo in pūcto f. Oēs quoq; radij æquidistantes semidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartę circuli, cuius chorda est æqualis residuo lateri hexagoni, & est arcus f c, reflectūtur ad illā partem circuli portiones æquales abscindentes: & omnes illi radij transeunt per aliquod punctum semidiametri c e: & quodcunq; punctum reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quousq; redeat ad locū, à quo exiit: illud pūctū motu suo describet circulū, cuius polus erit punctū c: & à tota illius circuli peripheria fiet reflexio ad idē punctum semidiametri speculi, quę est c e: fietq; in illis punctis diametri combustio, opposita aliqua materia cōbustibili, sed debilis & cū mora tēporis. Quod si fieri possit, ut loca plura cōbustionis uel omnia in unū punctū congregētur, fiet fortior cōbustio: hoc aut uisum est possibile fieri p intersectionē sphericā plurium speculorū sphericorū cōcauorū: nō aut inæqualiū: quia in illis nō cōueniēter uniformis potest inueniri pportio. Re-



lingtur ergo quod æqualiū speculorum sphericorū sit illa intersectio: ita, ut illud quod uariat in locis cōbustionū diuersitas distātię radorū æquidistantium axi speculi, & ad ipsum axē reflexorū, cōformet diuersificatio centro rā: ut si cētra sphericorū speculorū se intersectantium



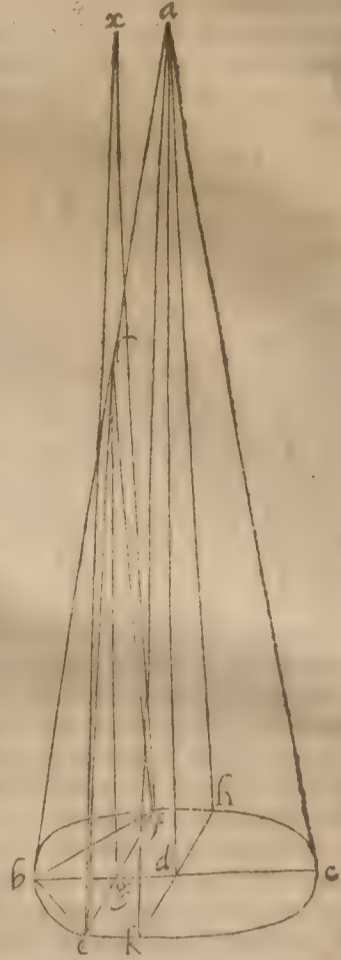
secundum omnia puncta unius semidiametri spherę uariantur: tunc enim puncta combustionis aut omnia, aut plurima in unū pūctū colligētur: & fortificabitur cōbustio secundum illud. Huius aut rei mechanicū artificii tradēdū cogitauimus illis, q p manuale fabricā intēdere uoluerint pmissis, cuius

cuius forma talis est. Assumatur regula lignea uel aenea quadrangula planarum superficialium, quata placet: & sit eius latitudo tripla suae spissitudini uel circa illud: deinde in medio suae latitudinis cauetur secundum lineam rectam, & planetur foramen, & ordinetur taliter, ut intra ipsam decurrere possit nauicula ad modum artificij tornatorum, in qua nauicula uncus ferreus infigatur: & haec regula sic concavata & disposita, taliter situetur, ut eius cauata superficies sit erecta super superficiem horizontis, & lineae profunditatis suae concavitatis sint perpendiculares super superficiem horizontis: sitque linea, qua motu suo describet uncus motu nauiculae, aequalis semidiametro propositi circuli, quae est e d, ita quod punctum e cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculae, cui infixus est, mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel aenea similiter quadrangula, ut prima, & planarum superficialium: & haec similiter in sui superficie latiori cauetur subtiliter secundum lineas rectas, & planentur superficies concavitatis, ita ut sine impedimento per illam concavitatem possit alia subtilis regula uel funiculus moueri: sitque concavitas illius regulae dupla lineae e d, hoc est ut sit aequalis diametro circuli, quae est a c: & haec regula cum priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies non concavata aequidistet horizonti, & eius superficies cauata respiciat cauaturam regulae prioris: & ordinetur orthogonaliter super illam, ita ut angulus d e c sit rectus: & sit medius punctus longitudinis suae concavitatis correspondens puncto e, qui est punctus unci ipsius nauiculae: & sint omnia haec in eadem superficie aequidistante superficiei horizontis. Fiat quoque tertia regula aenea longa quadrangularum superficialium planarum & rectarum linearum, quae sit e f g: sitque eius pars e f aequalis semidiametro circuli, quae est e c: sitque taliter disposita, ut per aliquam armillam uel foramen applicetur unco nauiculae secundum punctum e, & ut ipsa moueri possit per concavitatem lineae a c: sitque in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concavitatis regulae a c: fiat quoque reliqua pars lineae e f g, quae est f g, longitudinis placitae cuiuscumque: & in puncto g adhibeatur clauus acutus in fine acuitatis, qui sit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pavementum uel illi aliam superficiem substratam. His itaque omnibus sic dispositis immittatur regula e f g secundum foramen puncti e in uncom nauiculae, & trahatur nauicula plane per cochleam uel modo alio, ut uidebitur, plano tamen & aequali tractu: & sequetur regula e f g tractum nauiculae, decurretque punctus f in superficie regulae a c: & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f. Cum itaque punctus e peruenerit in punctum d: tunc punctus f erit in medio puncto lineae a c, quod est centrum circuli praemissi: omniumque punctorum reflexionis luminis uel quarumcumque formarum a quarta circuli, quae est c b, concursus radorum uel diffusae uirtutis erit in centro circuli, quod est e: quoniam omnia puncta combustionum concurrentia in axe e b, reducta sunt ad punctum e, quod est centrum circuli, utpote omnium radorum incidentium circulo speculi aequidistat diametro a c. Similiter quoque, si placet, fiat in alia quarta circuli descendente plane ipsa nauicula, reducendo punctum f ad punctum a: tunc enim punctum g lineae f g motu suo describet quandam lineam, quae per clauum sibi affixum in pavimento figurabitur: & haec lineam dicimus lineam eccentricam: quoniam est intersectio infinitorum circulorum. Quilibet enim punctus illius lineae (exceptis punctis extremis correspondentibus punctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis aequaliter distantibus a puncto medio totius lineae eccentricae) diuerso correspondet centro, sicut & quilibet duo puncta aequaliter distantia a puncto sui medio, respiciunt idem centrum: & sunt puncta unius circuli alterum circulum secantis. Hac ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundum ipsam aliquam specularem superficiem concavantes, sicut per modum demonstrationis & artificij inferius dicetur. Patet ergo propositum.

38. *Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium concavorum ignem est possibile accendi.*

Quod hic proponimus, primum fuit, quod nobis harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noster conqueuit. Quia etsi non ad unum punctum mathematicum, ad unum tamen punctum naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari: quae nobis uero postea occurrerunt, ualidiora sunt. Nil tamen istorum duximus praetermittendum, ut posteriorum animi in altius excrescat. Praesenti itaque demonstrationi opus ipsum mechanicum duximus aequaliter immiscendum, nihil tamen de demonstrationis substantia omittentes. Assumatur ergo quaecumque pyramis, quae sit a b c d: cuius uertex sit punctum a: sintque lineae longitudinis illius pyramidis a b & a c: & sit axis ipsius linea a d: quae sit, exempli causa, partes 18, secundum quod diameter circuli suae basis, quae est f b e c, est partes 6: eritque per 89 th. I huius punctum d centrum circuli, qui est basis ipsius pyramidis: inscribaturque circulo basis linea aequalis semidiametro ipsius per 1 p 4: quae sit f e: sitque aliqua diameter in circulo aequidistans inscriptae lineae: quoniam diuisa linea f e per aequalia ex 10 p 1, producat a puncto diuisionis (q sit g) perpendicularis super illam lineam ex 11 p 1: haec quoque transibit per centrum circuli per 1 p 3: producatque linea illa ad utranque partem circulerentiae: & sit b c: extrahatur ergo perpendicularis a centro circuli basis, quod est d, super diametrum b c: quae sit d h: & producat ad partem aliam circuli: fietque diameter, quae sit h k, aequidistans lineae e f per 28 p 1: producanturque a punctis h & k duae lineae longitudinis pyramidis ad uerticem, quae sint h a & k a. Producat quoque a puncto e linea aequidistans lineae k a, & a puncto f aequidistans linea h a ex 31 p 1: & concurrant productae lineae in puncto x: concurrent autem ideo, quia ipsarum aequidistantes, quae sunt k a & h a, concurrunt in puncto a. Inter duas ergo lineas e x & f x continuata plana superficies & terminata ad lineam f e (quae

(quæ sit trigonum fex) palam quoniam interfecabit pyramidem: eritq; triangulus xfe propter æquidistantiam laterum æquidistans triangulo magno in pyramide, qui est ahk : & sicut triangulus ahk diuidit pyramidem per æqualia, eò quòd sit duabus lineis longitudinis & diametro basis contentus: sic etiam triangulus xfe aliquam pyramidis refecat portionem. Abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit $lfbeg$: ducanturq; lineæ rectæ, quæ sint le & lf : eruntq; lineæ lf & le per 89 th. i huius partes æquales unius sectiõis conicæ, quæ est elf , diuisa per æqualia in sui supremo puncto, qui est l . Linea uerò lb , quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum le & lf : eritq; linea bg lineæ profunditatis huius portionis: linea uerò fe lineæ latitudinis: & linea lg latus portionis erectum, æquidistans lineæ da , quæ est axis pyramidis. Expediit ergo ut operi mechanico consulentes notitiam hærum linearum omnium perquiramus, supponentes ea, quæ in chordis & arcibus sunt probata. Palam autem ex præmissis quoniã linea fe , quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60 , secundum quod diameter circuli est 120 : arcus ergo fe similiter est 60 : secundum quod circulus est 360 . Ducatur quoq; lineæ bf & be . Et quoniã diameter bc diuidit chordam fe per æqualia & orthogonaliter: patet quoniã lineæ rectæ fb & be æquales sunt $4p1$: ergo arcus fb & be sunt æquales per $28p3$: arcus itaq; fe diuisus est per æqualia in puncto b : ergo arcus fb est partes 30 : chorda ergo fb est 31 partes, 3 minuta, & 30 secunda: sed quoniã in lineæ fg est medietas lineæ fe , quæ fuit 60 : patet quod linea fg est 30 : quadratur ergo ex $46p1$ lineæ fb , & similiter lineæ fg . Et quia quadratû lineæ fb in triangulo fbg subtenditur angulo recto: palam ex $47p1$ quia quadratû lineæ fb ualeat ambo quadrata linearum fb & bg : ablato ergo ex quadrato fb quadrato fg , remanet quadratû bg . Extrahatur ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quantitas lineæ bg : & secundum quod linea fg est 30 partes, erit ipsa 8 partes, 2 minuta, 29 secunda: secundum uerò quod diameter bc est partes 6 , & semidiameter fe partes 3 , & linea fg partes 8 & 30 minuta: erit linea bg 24 minuta & 6 secunda, prout ex tribus notis quartum ignotum perquirens auxilio $19p7$ diligens inquisitor facile poterit inuenire. Quoniam uerò linea gl erecta æquidistans est axi pyramidis, quæ est da , patet ex $29p1$ quoniam trianguli dab & glb sunt equianguli: ergo per $4p6$ erit proportio lineæ da ad lineam gl , sicut lineæ db ad lineam gb : ergo per $16p5$ erit permutatum proportio lineæ da ad lineam db , sicut lineæ lg ad lineam gb : sed linea da sextupla est ad lineam db ex hypothesi: erit ergo linea lg sextupla lineæ gb : patet ergo quoniam linea lg erit 2 partes, 24 minuta, 36 secunda, secundum quod linea da est partes 18 . Sed quia in triangulo lbg angulus lgb est rectus: quia latus gl , quemadmodum linea da , orthogonaliter erectum est super superficiem circuli basis pyramidis per 89 th. i huius, & per $8p11$: patet ergo quia quadratum lineæ lb ualeat quadrata ambarum linearum lg & bg ex $47p1$: componantur ergo quadrata, & aggregati radix quadrata extrahatur, & ipsa est quantitas lineæ lb : quæ secundum propositum numerum quo semidiameter basis est 3 partes, erit 2 partes, 26 minuta, 35 secunda. Et quia linea lg erecta est super superficiem basis pyramidis: palam ex definitione lineæ erectæ super superficiem, quoniam ipsa cum lineis gf & ge angulos rectos facit, sicut etiam cum omnibus lineis in dicta superficie productis. Quadratum ergo lineæ el rectæ, quæ in triangulo rectilineo (qui est egl) angulo recto opponitur, ualeat quadratum lineæ lg & lineæ ge : coniunctis ergo illis quadratis, ipsius aggregati extrahatur radix: & patet quod linea recta, quæ est le , est 2 partes, 50 minuta, 19 secunda. Et quia per eadem quadratum lineæ rectæ, quæ est fl , ualeat quadratû lineæ fg , quæ est æqualis lineæ ge , & quadratum lineæ lg : patet quia linea lf est æqualis lineæ e : erit ergo linea fl 2 partes, 50 minuta, 19 secunda. Habetur itaq; notitia omnium linearum portionis pyramidis assumptæ, necessariæ operi præsentis. Cum autem difficile sit assumi pyramidem proposito competetem, (quoniã oportet, ut ipsa tota esset concaua solidi corporis dèi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illa difficilis fieret abscisio) sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat procedere: fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sic ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginata pyramidis, cuius chorda sit medietas diametri imaginati circuli, & est linea fe : eritq; partes 3 : sinus uerò uersus, qui gb , sit secundum illam quantitatem 24 minuta, 6 secunda, quæ est linea profunditatis acceptæ sectionis: & forte, quâdo protrahitur, assimilatur sagittæ, secundum quod ille lineæ chordæ & arcui assimilatur: & erunt lineæ el & fl rectæ æquales: & ipsarum quælibet est 2 partes, 50 minuta, 19 secunda: & erit linea lb 2 partes, 26 minuta, 35 secunda, secundum dictam quantitatem: quæ omnia si bene mensurata fuerint: patet quod habetur portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est

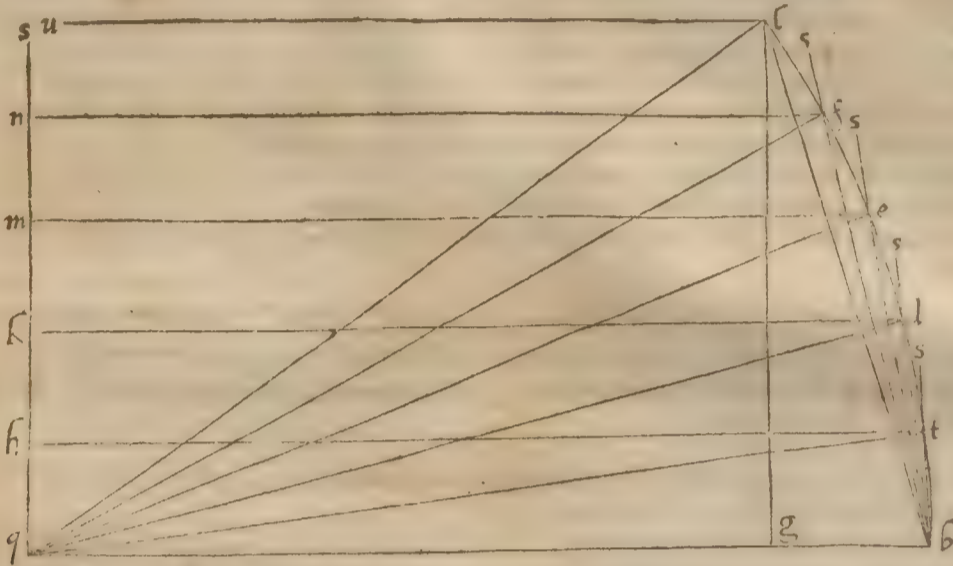


meter est partes 6, & axis pyramidis partes 18: eritq; tale speculū latius q̄ sit lōgum, & in breue spā-
 rium radios plurimos cōgregabit. Quōd si axē pyramidis imaginatus fueris 24 partes, secundū qd̄
 diameter est partes 6: tunc erit linea l g 4 partes, & longius radij protendentur: eruntq; ex harum li-
 nearum notitia, & ex notitia linearū e g & g f (quarum notitia supponitur, eō quōd sunt medietas
 semidiametri) oēs aliæ lineæ notē cōponenti quadrata linearū notarum, & radicē lateris oppositi
 recto angulo extrahenti: & numerorū taliū est infinitas, eō quōd secundum omnē numerum axem
 pyramidis accipi est possibile, diametro tamē circuli basis nō mutata secundū numerū, & si mute-
 tur secundum quātitatē partium numeratarum. Certitudo ergo numerorum operationi indagato-
 ris solliciti relinquatur: sinus enim uersus & medietas semidiametri, circulo in scriptæ, secundū quā
 fit basis portionis abscissio, nō poterūt uariari: ex quorum notitia ad aliarum linearum notitiā po-
 terit procedi. Quōd si radios ad longā distantiā aggregari placuerit (ex quo tamē uirtutē ipsorum
 debilitari patulum est, nisi quātitas aggregationis quātitatē uincat distantiæ) illud erit in excessu la-
 teris erecti ipsius scilicet axis pyramidis, respectu semidiametri basis, & semidiametri basis, res-
 pectu sinus uersi. Potest ergo, si placet, circulo basis inscribi medietas semidiametri: hæc autē cū sit par-
 tes 30 secundum quod tota diameter est partes 120, si ex notis notum extrahatur: inuenietur arcus
 sibi correspondens in circulo 28 partium, 57 minorum, 21 secundorum, qui ex 30 p 3 si per æqualia
 diuidatur, erit medietas ipsius 14 partes, 28 minuta, 40 secunda, 30 tertia, secundum quod circulus
 est 360, cuius arcus chordā operās inueniet 15 partes, 7 minuta, 13 secunda, 20 tertia, secundum qd̄
 diameter est 120: semidiameter quoq; partes 60. Sed secundū quod semidiameter est partes 3: erit
 prædicta chorda 45 minuta, 21 secunda, 40 tertia: sitq; latus f b. Sed linea f e inscripta circulo æqua-
 lis medietati semidiametri, per diametrum orthogonaliter superstatem ei, ex 3 p 3 diuiditur per æ-
 qualia in puncto g: ergo linea f g est medietas lineæ f e (quæ est pars & 30 minuta) linea ergo f g est
 45 minuta. Quadratum itaq; f g auferatur ex quadrato f b, & residui extrahatur radix quadrata, &
 erit linea g b (quæ est sinus uersus ipsius arcus f e) 5 minuta, 42 secunda, 44 tertia: cuius immutabi-
 li hic posita quātitate numerali, axe pyramidis quomodocunq; in numero & quātitate uariato, dia-
 metro basis 6 partium cuiuscunq; quātitatis existēte, oēs lineæ abscissæ sectionis, ut prius, operati-
 nis, mensurationeq; facta linearum præmissarum in illa, secundum proportionē axis imaginatæ py-
 ramidis, & secundum diuersitatē lineæ basi inscriptæ, quā fieri posse diximus secundū quātitatem
 semidiametri uel medietatē ipsius, ut secundum hæc quātitas sinus uersi & tota proportio uarietur,
 planetur speculum intrinsecus ne partes partibus multum præmineant, quātum est possibile. Quia
 uerō, & si hoc speculum secundū ultimam possibilitatis poliretur: tamē quia est pars pyramidis, oēs
 radios ipsius uel plures ad unum punctū aggregari esset impossibile, ut patet per 36 huius: oportet
 ergo ante politionē completā aliā sibi adhibere medelā, scilicet, ut in eo frant diuersarū interfectio-
 nes pyramidum: qd̄ p tale artificium poterit cōpleri. Quoniam enim in assumpta pyramidis por-
 tionē, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra sectionem assumptis, est notorum laterū: æqua-
 lis ei triangulus in aliquo plano describatur, qui sit item l b g: qui si duplatus fuerit, protracto late-
 re l g, quousq; linea g m sit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m: palām quōd siue sit or-

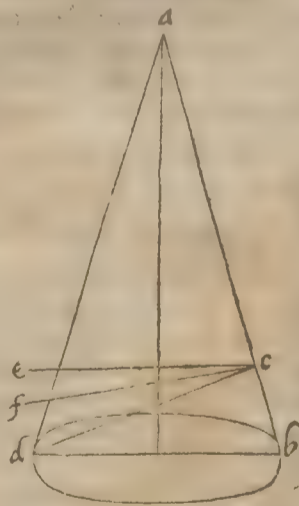


thogonius, siue amblygonius, siue oxygonius, quia ex doctrina 5 p 4 circulus sibi potest circūscri-
 bi: circūscribatur ergo: quod ut facilius fiat, assumatur prior dispositio, scilicet, ut linea b g sit 24 mi-
 nutorū, 6 secundorū, & linea l g 2 partiū, 24 minorū, 36 secundorū: eritq; l g sextupla lineæ b g. Pro-
 ducatur ergo linea b g in continuum & directam ad punctum p, donec linea g p sit sextupla lineæ
 l g: erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, sicut lineæ g l ad lineam g b: ergo per 17 p 6 illud, qd̄
 fit ex ductu lineæ g p in lineā b g, erit æquale quadrato lineæ g l: sed quadratum lineæ g l æquale est
 ei, quod fit ex ductu lineæ g l in lineam g m, quia linea l g est æqualis lineæ g m. Illud ergo, quod fit
 ex ductu lineæ p g in lineam g b, est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ l g in lineā g m: ergo linea p g
 & l m in circulo aliquo se intersecant ex conuersa 35 p 3: sed linea p b secat lineam l m per æqualia, &
 orthogonaliter ei superstat ex prius datis: trāsit ergo linea b p per cētrū circuli ex 1 p 3: quæ diuida-
 tur per 10 p 1 per æqualia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli circūscriptibilis triangulo
 l g b: & erit diameter circuli quæ est linea b p, 14 partes, 51 minuta, 42 secunda: cuius medietas est
 7 partes, 25 minuta, 51 secunda: & est punctus ille post completam fabricam locus aggregationis
 radiorum

radiatorum speculi secundum dictam dispositionis quantitatem, præter quàm modicum, quod perditur in limando. Quòd si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18: erit linea b g 5 minuta, 42 secunda, 44 tertia, cuius sextuplum est latus l g, quod erit 34 minuta, 16 secunda, 24 tertia: cuius item sextuplum erit linea g p: & ipsa erit 3 partes, 25 minuta, 38 secunda, 24 tertia: adiecta ergo linea b g, erit linea b p 3 partes, 31 minuta, 21 secunda, 8 tertia: cuius medietas est pars una 45 minuta, 40 secunda, 34 tertia: & est punctus ille locus aggregationis radiatorum speculi secundum talè quãtitatè dispositi, præter illud, quòd deperditur in limando. Similiter etiã est in reliquis formis speculorũ secundum quãtitates uarias acceptorũ: & semper secundum pportione axis pyramidis, respectu diametri basis, & semidiametri, respectu sinus uersi, fit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiatorum à speculo, qui secundum eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscribentis triangulum l m b, & refecetur secundum lineam b p, quæ est diameter: & deinde ducatur à centro illius circuli (quod sit q) linea q l: & re-



secetur circulus secundum illam, remaneatq; q l b sector: in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum hoc modo. Quoniam enim angulus l b g est angulus semicirculi: patet ex 16 p 3 quoniam ipse est maximus omnium angulorum acutorum: ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis. Refecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q productum rectum angulum contineat cum linea b q, quæ est semidiameter circuli: producatuq; à puncto b linea secans arcum b l, prout uicinius possit puncto b: & sit arcus refectus b t. Deinde adhuc à puncto b ducantur latera aliorum triangulorum interfecantia arcum b l: & sint loca intersectionum t, d, e, f, l: eruntq; lineæ productæ, quoniam angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q orthogonaliter imaginata erigi, quæ sit q s, ut patet per 14 th. 1 huius: facientq; triangulos includentes semper altiores ipsis triangulis inclusis ex 21 p 1: sintq; omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per notam s: quorum triangulorum quilibet si moueatur, latere erecto fixo manente, describet pyramidem rotundam: & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli refecta caussabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totum motum. Quoniam uerò patet per 2 huius quòd in speculo pyramidali concauo secundum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quòd angulus, quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est æqualis angulo reflexionis, scilicet ei, quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi (ut si super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi, quæ sit a b, reflectatur radius e c, æquidistans semidiametro basi incidens, quæ sit b d: patet quia angulus e c a æqualis est angulo d c b: quoniam, ut patet per 20 th. 5 huius, quoscunque angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiæ, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari: uniuersaliter enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.) Resumatur ergo q l b sector, & eius trianguli: quia quod demonstratum est in pyramidibus, uerum etiã est in triangulis caussantibus pyramides. Incidat ergo ipsi sectori in puncto e radius

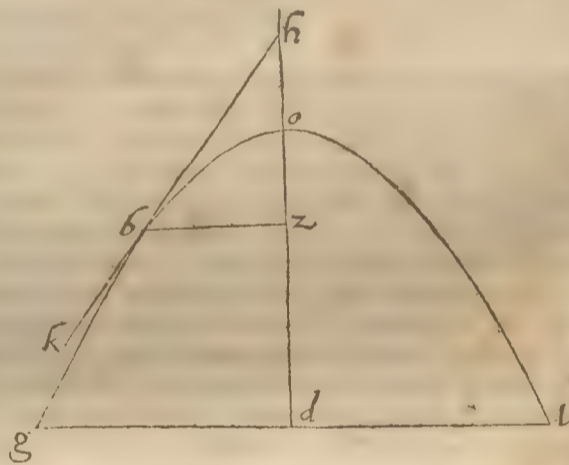


Ll æquidi.

æquidistans lineæ q b, qui sit h t. Erit ergo angulus incidentiæ, qui est h t s, æqualis angulo reflexionis: sed angulus h t s æqualis est angulo q b t per 29 p 1, & angulus q b t est per 5 p 1 æqualis angulo q t b: ideo quod latera q b & q t sunt æqualia per definitionem circuli: erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b t: ergo lineæ reflexionis æqualis erit, lineæ q b per 6 p 1: secundum lineam ergo q t fit reflexio. Incidens ergo radius in punctum b, & reflexus à puncto t, concurrunt in puncto q: quia à puncto t aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b t angulum æqualem angulo q b t duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ, qui est k d s, æqualis est angulo reflexionis: sed & idem est æqualis angulo q b d secundum præmissum modum deducendo ex 29 p 1: ergo angulus q b d & angulus reflexionis radij k d incidentis sunt æquales: ergo secundum lineam q d fit reflexio. Similiter etiam est & in alijs demonstrandum. Patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta sectionum factarum per latera triangulorum productorum à puncto b uersus axem q s reflectuntur ad punctum unum, qui est centrum accepti circuli. Et quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore, ad unum punctum mathematicum fiunt aggregationes radiorum quasi infinitæ. Hoc ergo demonstrato patet quod omnes radij incidentes punctis b, t, d, e, f, l reflectuntur ad unum punctum, qui est q. Et si portiunculæ præeminentes auferantur, regulabunt termini t d & e f interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multum distabit à puncto reflexionis, qui est q: eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem, in circuitu puncti q. Hæc ergo linea b l motu suo superficiem sectionis præassumptæ superius pyramidis limando & cauando producet: à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur. Patet ergo propositum: faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se interfecantes.

39. Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad concursum cum contingente: erit pars diametri interiacens perpendiculararem & peripheriam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.

Sit sectio parabola, cuius nomen prius libro primo in commento propositionis 98 exposuimus: quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g: & diameter a d: contingatq; hæc sectionem in puncto b linea recta: quæ sit h b k: concurratq; diameter: quæ sit d a, producta extra sectionem cum linea contingente, quæ est h b k, in puncto h: & à puncto contingentis, quod est b, ducatur per 12 p 1 linea perpendicularis super diametrum a d, secans ipsam in puncto z: & sit b z. Dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b z, & peripheriam sectionis, quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti ductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametri cum linea contingente, quæ est h b k, & punctum a, quod est terminus diametri, cadens in ipsam peripheriam sectionis. Et hoc uniuersale est: etiam si linea recta sectionem contingat in puncto g. Hoc autem demonstratum est ab Apollonio Pergæo in libro de Conicis elementis: & hic utemur ipso, ut demonstrato.

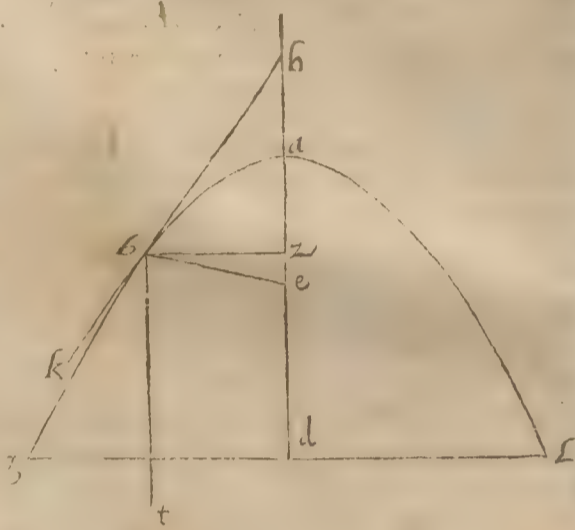


40. Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis, est æquale rectangulo contento sub parte diametri interiacente illam perpendiculararem & peripheriam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

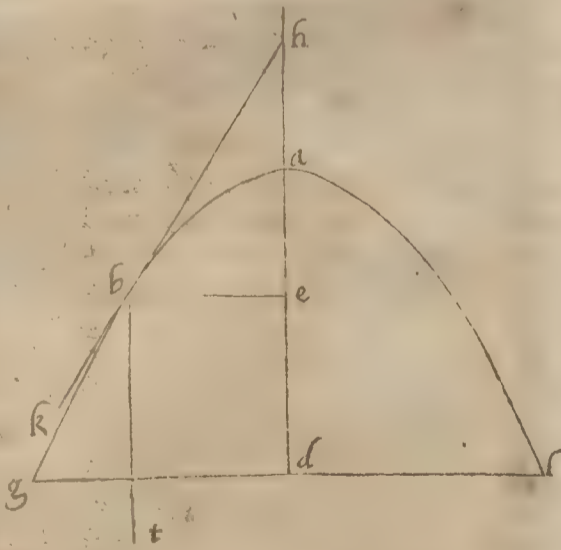
Verbi gratia: sit, ut in præmissa, sectio parabola, quæ sit l a g: cuius latus rectum sit l g, & eius diameter sit a d: & à puncto aliquo sectionis, quod sit b, ducatur super diametrum sectionis, quæ est a d, perpendicularis b z. Dico quod quadratum lineæ perpendicularis, quæ b z, est æquale ei rectangulo, quod fit ex ductu lineæ z a, quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendiculararem b z, & peripheriam sectionis, in lineam l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 17 p 6 proportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a. Hoc autem similiter demonstratum est ab Apollonio Pergæo in libro de Conicis elementis: & nos ipso utemur, ut demonstrato. Hæc uerò duo theorematum cum alijs Apollonij theorematibus in principio libri non connumerauimus: quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & in nullo aliorum theorematum totius huius libri.

41. Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte peripheria sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis: omnis linea æquidistans diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscissionis diametri producta, cum linea contingente sectionem super illud punctum, continent angulos æquales.

Sit, ut superius, sectio parabola, quæ la b g: cuius diameter sit a d: & eius latus rectum sit l g: ab extremitate quoque diametri a d ex parte peripheriæ sectionis, hoc est à parte puncti a resecetur per 3 p 1 linea a e æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g: incidatq; linea t b puncto sectionis, quod est b, æquidistans diametro a d: & continuetur linea à puncto b ad punctum e, quod separat à diametro a d lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g: & ducatur à puncto b linea contingens sectionem: quæ sit h b k. Dico quod duæ lineæ t b & b e cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b continent angulos æquales: ita quod angulus t b k est æqualis angulo e b h. Angulus enim b e h non potest euadere unam trium conditionum. Aut enim erit acutus: aut rectus: aut obtusus. Sit primò acutus: & à puncto b ducatur per 12 p 1 super diametrum a d perpendicularis b z: cadetq; per 32 p 1 punctum z inter duo puncta a & e: & producat diametrum a d ultra punctum a, donec per 2 th. 1 huius concurrat cum linea contingente sectionem, quæ est k b h: sitq; concursus in puncto h: eritq; angulus a h b acutus: cadet ergo perpendicularis b z inter puncta h & e, & erit per 39 huius linea a z æqualis lineæ a h. Quia itaque linea a e est diuisa in puncto z, & ei est æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ est a h: erit ergo per 8 p 2 quadratum lineæ g h æquale ei, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam h a, uel in lineam a z quater, & quadrato lineæ z e: sed linea e a est quarta pars lineæ l g ex hypothesi: ergo per 1 p 2 uel per 1 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam a e quater, est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g semel. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g cum quadrato lineæ z e est æquale quadrato lineæ e h: sed per præmissam patet, quod illud, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b z: quoniam linea b z est perpendicularis super diametrum a d: duo uerò quadrata b z & z e sunt per 47 p 1 æqualia quadrato lineæ b e: quadrata ergo linearum e h & e b sunt æqualia: ergo linea e b est æqualis lineæ e h: ergo per 5 p 1 in trigono e b h angulus e h b est æqualis angulo e b h: sed linea t b & da sunt æquidistantes: ergo per 29 p 1 angulus t b k extrinsecus est æqualis d h b intrinsecus: angulus ergo e b h est æqualis angulo t b k. Eodem quoque modo demonstrandum de qualibet linea æquidistante diametro a d & b e linea copulata ad punctum e, quando illa linea super punctum e cum diametro a d angulum continet acutum. Patet ergo propositum secundum hunc modum. Quod si angulus b e h fuerit rectus, adhuc patet propositum, quod angulus t b k est æqualis angulo e b h. Quoniam enim angulus b e h est rectus: patet quod linea b e est perpendicularis super diametrum a d: ergo linea e a per 39 huius est æqualis lineæ a h: sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g: ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g: ergo per 4 p 2 quadratum lineæ e h est quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g per 1 p 6: quoniam linea e a est ex hypothesi quarta pars lineæ l g. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h: sed id, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per præmissam: quoniam linea e b est perpendicularis super diametrum a d: quadratum ergo lineæ e h est æquale



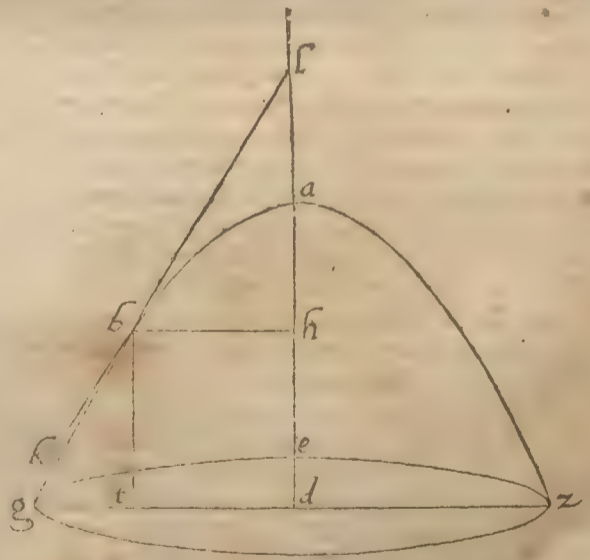
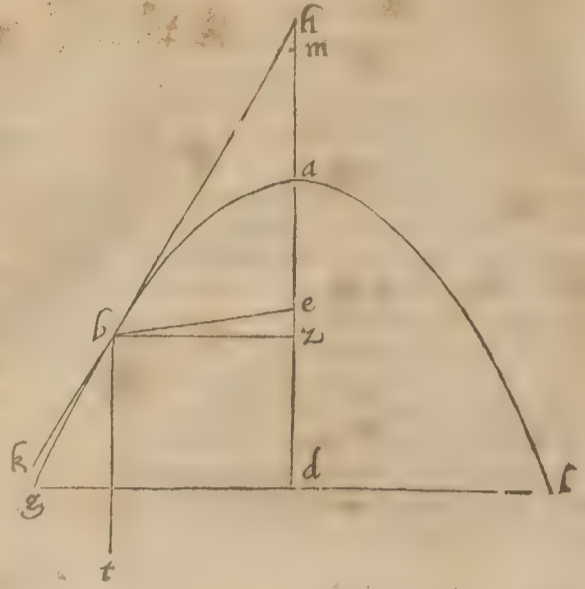
Ll 2 quadrato



quadrato lineæ e b: ergo lineæ e h est æqualis lineæ b e: ergo, ut prius per 5 p 1 anguli e b h & e h b sunt æquales. Et quoniam lineæ t b æquidistant lineæ a d: patet per 29 p 1 quoniam angulus t b k est æqualis angulo e b h. Et similiter demonstrandum de omni lineâ incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus: & illud est, quod proponebatur. Si uerò angulus b e h fit obtusus: dico quòd adhuc angulus t b k est æqualis angulo e b h. Ducatur enim lineâ perpendicularis, quæ sit b z à puncto b ipsius sectionis, cui incidit lineâ æquidistans diametro a d, quæ est t b: illa quoque perpendicularis super diametrum a d sit b z: cadetq; hæc perpendicularis b z inter puncta diametri, quæ sunt d & e: aliàs enim duo anguli unius trigoni b e z fierent maiores duobus rectis: quoniam uno existente recto, qui b z e, angulus b e z esset obtusus: quod est impossibile: cadit ergo punctum z inter puncta e & d: lineæ ergo a z est maior quàm lineæ a e. Et quoniam lineæ h b k contingit sectionem, & lineæ b z est perpendicularis super diametrum a d: erit per 39 huius lineæ a z æqualis lineæ a h: ergo lineæ h a est maior quàm lineæ a e: fiat per 3 p 1 lineæ a m æqualis lineæ a e: remanet ergo lineæ h m æqualis lineæ e z: lineæ ergo e m addita utrobique, erit lineæ z m æqualis lineæ h e: quadratum ergo lineæ z m est æquale quadrato lineæ e h. Quia itaque lineæ z a est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e: patet per 8 p 2 quòd illud, quod fit ex ductu lineæ z a in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ z e, est æquale quadrato lineæ z m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales: sed illud, quod fit ex ductu lineæ z a in lineam a e quater, ut patet ex præmissis, est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g per 1 p 2 uel per 1 p 6: quoniam lineæ a e est æqualis quartæ parti lineæ l g ex hypothesi. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g, cum quadrato lineæ z e, est æquale quadrato lineæ e h: sed illud, quod fit ex ductu lineæ z a in lineam l g est æquale quadrato lineæ b z per præcedentem: quoniam lineæ b z est perpendicularis super diametrum a d: quadratum uerò lineæ b e per 47 p 1 est æquale quadrato ambarum linearum b z & e z. Patet ergo quòd quadratum lineæ b e est æquale quadrato lineæ e h: ergo lineæ e b est æqualis lineæ e h: ergo per 5 p 1 anguli e b h & a h b sunt æquales: sed, ut prius, lineæ t b & d h sunt æquidistantes: angulus ergo t b k per 29 p 1 est æqualis angulo d h b: ergo & angulus e b h. Et similiter demonstrandum in omni lineâ incidente sectioni æquidistans diametro a d, cum angulus b e h est obtusus. Patet itaq; generaliter propositum. Nam omnis lineâ incidens peripheriæ sectionis æquidistans diametro, & alia lineâ, quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abscindens à diametro ex parte peripheriæ sectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, cum lineâ sectionem in illo puncto contingente continent angulos æquales. Et hoc proponebatur.

42. In omni superficie concaua concauitatis sectionis parabola, si ab extremitate axis contingentis sectionem abscindatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabola: omnis lineâ æquidistans axi incidens illi superfici, & lineâ à puncto incidentiæ ad punctum signatū in axe producta, cū lineâ in illo puncto superficie contingere continet angulos æquales.

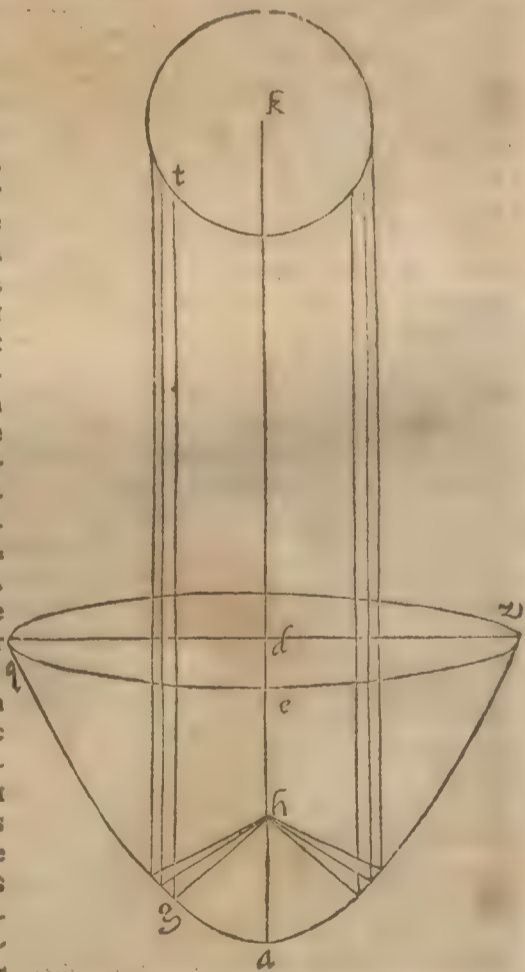
Sit superficies concaua concauitate sectionis parabole, cuius uertex sit punctū a: & hæc est superficies illa, quæ motu suo circa axem fixū efficit ipsa parabola per 117 th. 1 huius. Et quoniam, ut ibidē patuit, huius superficies basis est circulus, quæ circa punctū d motu suo describit lineâ g d: sit ille circulus g e z: & sit huius superficies concauæ axis lineæ a d, quæ fuit prius diameter sectionis parabole: & ab extremitate axis à puncto scilicet a abscindatur ab axe lineæ a h æqualis quartæ parti lateris



lateris recti ipsius sectionis, quæ sit linea $g z$, cuius quartæ parti æqualis sit linea $a h$: & ducatur à puncto superficiæ b linea $b t$ æquidistans axi $a d$ per $z p$: & ducatur linea $b h$. Dico quòd duæ lineæ $t b$ & $b h$ continent cum linea contingente superficiæ concavam propositam in puncto b duos angulos æquales. Quoniam enim linea $a d$ & $b t$ sunt æquidistantes: patet quòd ipse sunt in eadē superficiē propositam super punctum b : superficiem itaq; $b t d a$ secabit superficiem concavā: & erit per 19 th. 1 huius communis sectio ipsarum parabola: quæ sit $a b g$: cuius diameter erit linea $a d$: & erit communis sectio superficiæ $b t d a$ & superficiæ planæ contingentis istam superficiem concavam linea contingens sectionem $a b g$ in puncto b : quæ sit linea $l b k$. Quia itaq; linea $l b k$ contingit sectionē $a b g$ in puncto b , & linea $a h$ est quarta pars lateris recti, & linea $t b$ æquidistat lineæ $a d$: patet per præmissam, quoniam duæ lineæ $t b$ & $b h$ continent angulos æquales cum linea $l b k$ contingente sectionē in puncto b : & quòd imaginata moueri superficie $b t d a$ circa axem fixū, qui est $a d$: patet quòd punctum b motu suo efficit circulum in superficie cōcaua, à cuius totali peripheria lineæ ductæ ad punctum h continent angulos æquales. Et idem accidit in quacunque parte sectionis parabole, quæ est $a b g$, cadat punctus b : siue angulus $b h a$ fiat acutus, rectus uel obtusus. Patet itaq; quòd omnis linea æquidistans axi $a d$ & incidens superficiæ concavæ propositæ, & linea ab illo puncto ad punctum h ducta continent angulos æquales cum linea in illo puncto superficiæ cōtingente. Et hoc est propositū.

43. Speculo concavo concavitatis sectionis parabole soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris: omnes radij incidentes speculo æquidistans axi, reflectuntur ad punctum unum axis, distantem à superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabole, speculi superficiem caussantis. Ex quo patet quòd à superficie talium speculorum ignem est possibile accendi.

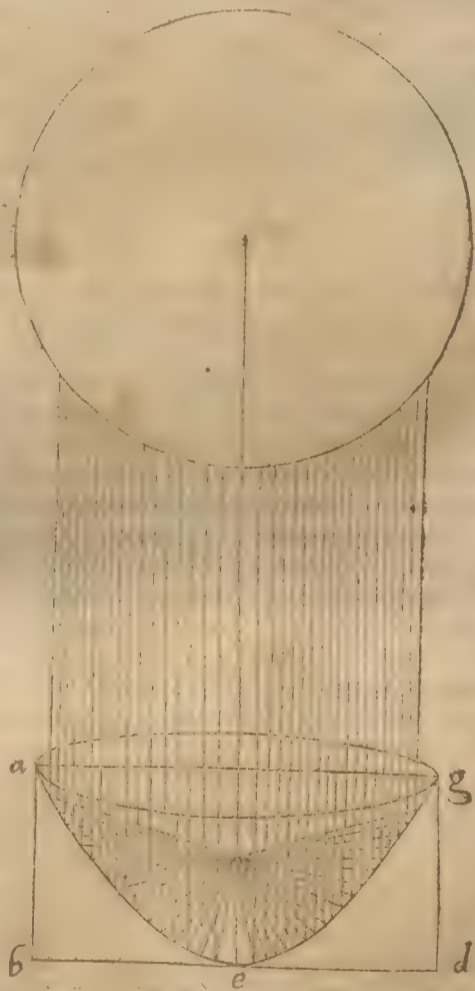
Sit speculū concavum concavitatis sectionis parabole: cuius uertex sit punctum a : & basis ipsius sit circulus $q e z$: & eius axis $a d$: & distantia puncti axis (quod sit h) à puncto uerticis speculi (quod est a) sit æqualis quartæ parti lineæ $q z$, scilicet lateris recti sectionis parabole $a g q$, caussantis motu suo super axem $a d$ superficiem ipsius speculi concavi: quod soli opponatur secundum eius axē $a d$. Sit enim corporis solaris centrum k : situeturq; speculū taliter, ut eius axis $a d$ sic productus perueniat ad centrum solis in punctum k . Dico quòd omnes radij solares æquidistans radio $k a$ superficiæ speculi propositi incidētes, reflectuntur ad punctum h lineæ $a d$, quæ est axis speculi. Quoniam enim omnes radij egredientes à quocunq; puncto corporis solaris super aliquod punctum superficiæ speculi, egrediuntur secundum lineas rectas, ut patet per 1 th. 2 huius: tunc palam est quia linea $k a$ est linea recta. Sit itaq; super peripheriam alicuius sectionis parabole ipsius speculi (quæ sit $g a z q$) punctum g signatum, utcunq; contingit: & à puncto speculi g per $z p$ ad aliquod punctum corporis solaris (quod sit t) ducatur linea $g t$ æquidistans radio $k a$, qui incidit superficiæ speculi secundum axem $a d$. Est autem necessarium omnem lineam à quocunq; puncto speculi æquidistans radio $k a$ productam ad superficiem corporis solis incidere: quoniam superficiæ speculi ad superficiem solaris corporis aut nulla, aut modica est proportio: sit ergo punctum t , quod est terminus lineæ $g t$, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaque lineæ, quæ possunt duci à superficie ipsius speculi æquidistans suo axi $a d$, incidunt corpori solari, & secundum illas lineas fit incidentia superficiæ speculi, respectu radij, qui incidit secundum axem omnium æquidistantium axi radorum: hoc autem est omnium radorum cuicunque puncto superficiæ totius speculi incidētium: quoniam per 31 p 1 à quolibet puncto propè uel remotè dato scimus cuilibet datæ lineæ, ut in proposito est axis $a d$, ducere lineam æquidistantem: Dico itaq; quòd omnes illi radij reflectuntur à totali superficie speculi ad unum punctum axis speculi, quod est punctum h . Omnes enim illi radij cum sint lineæ rectæ: patet per præmissam, quòd cum lineis ab omnibus punctis suarum incidentiarū ad punctum h ductis continent



angulos æquales: ergo per 20 th. 5 huius omnes illi radij reflectuntur secundum illas lineas transeuntes punctum h. Et ex hoc patet, quod omnes radij incidentes peripheriæ sectionis æquidistanter radio incidenti secundum lineam, quæ est diameter ipsius sectionis, reflectuntur ad punctum diametri, qui abscindit ex capite diametri à parte peripheriæ sectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis g a z q: quoniam omnis reflexio à quolibet corporum politorum regularium fit secundum æqualitatem angulorum, quos continent linea incidens & reflexa cum linea in illo puncto superficiem speculi, à qua fit reflexio, contingente. Et quoniam omnes illæ lineæ secant se in puncto h: patet quod in puncto h est concursus omnium illorū radorum. In illo ergo puncto aggregatur omnis uirtus omnium radorum totali superficiem speculi incidentium. Et quoniam quilibet radiolus defert secū aliquid uirtutis actiue corporis solaris: patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrēs, omnium scilicet radorū superficiem speculi æquidistanter ipsi axi a d incidentiū. Ex quo patet quod in illo puncto h posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi. Et hæc est melior & fortior figura omnium figurarū radios solares ad unū pūctū aggregatiū: quoniam à tota eius superficie, & à quolibet pūcto ipsius radij solares in unū pūctū aggregātur. Patet ergo ppositum.

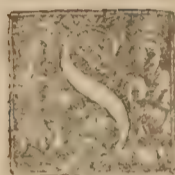
44. Speculum secundū formā sectionis parabola, uel lineæ eccentricalis, uel intersectionis pyramidalis, uel cuiuscunq, alterius regularis uel irregularis data lineæ artificialiter constituere.

Lineam, quā dicimus peripheriā sectionis, inueniat industria operantis: quæ & apud nos multis conatibus artificialiter est inuenta: faciliter tamen est imaginabilis: quoniam, ut in 98 th. 1 huius diximus, ipsa est linea, quæ est cōmunis sectio superficiem conicæ cuiuscunq, pyramidis, maximè uerò rectangulæ & superficiem pyramidem per diametrum basis secanti æquidistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis: utpote ei, cuius & axis pyramidis cōmunis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaq, sectio parabola sic artificialiter inuenta sit a e g: & assumatur lamina ferri boni uel chalybis, mensuræ & quantitatis cuius placuerit: quæ sit a b g d: & protrahatur in ipsa sectio parabola, quæ sit æqualis & similis sectioni a e g: & abscindatur lamina secundū illam sectionē a e g, uel secundū aliquā partem ipsius: siue placeat à parte uerticis, qui est a: siue ex parte unius sui capitis, quod est g: siue ex parte alterius sui capitis, quod est in latere eius recto oppositum puncto g: fit enim magna diuersitas projectionis radorum secundū illā partem sectionis diuersitatem. Resecta itaq, lamina a b d g secundū formam & figurā sectionis a e g: acuat extremitas laminæ, quæ est secundū formam sectionis, acuitioe bona, scilicet ut radere ualeat totum illud, super quod mouetur. Et assumatur item alia lamina de chalybe forti alicuius competentis spissitudinis: quæ incidatur iterum secundū formā præassumptæ partis illius sectionis: & illa superficies similis parabolæ secetur cōtiguè multis sectionibus ad modum limæ, ita ut ipsam possit limari ferrū. Deinde fiat corpus ferreū cōueniens illi figuræ, cuius superficiem secundū formā intentā pponimus cōcauare & polire ad modū speculi: siue illud sit secundū formā partis sectionis adiacentē uertici sectionis parabolæ, siue capitis. In his enim est multa diuersitas formæ uel figuræ speculi. Forma enim figuræ speculi cōcauati secundū partes adiacētes uertici sectionis, æqualiter hinc inde distantes à pūcto uerticis, est figuræ quasi annularis: & forma speculi cōcauati secundū partes adiacētes capitibus sectionis, est figuræ quasi oualis, hoc est ad modū longitudinis oui. Limetur itaq, speculū cuiuscunq, que figuræ fieri debuerit per limam sibi similē in figura, taliter ut superficies limæ, quæ est secta ad limadū, occurrat toti superficiem ipsius speculi. Si ergo speculū limatū fuerit secundū figurā oualē: tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius cōcaua superficies, quātū ad lineā peripheriæ suæ basis, sit in peripheria illius circuli basis: uel si fuerit figuræ annularis, ad peripheriā circuli æquidistātis basi: & in loco axis figatur lamina limæ superficiem radendā planatis, moueaturq, ad cōcauandū speculū: & tornetur, sicut tornantur alia instrumēta, donec peripheria acutæ laminæ occurrat toti superficiem speculi, & euacuetur omnis asperitas ipsius: planetur quoq, quātū est possibile: eritq, tūc superficies illius speculi secundū se totā habens figurā sectionis parabolæ: & fiet ab omnibus punctis suæ superficiem reflexio in punctū unū. Simili modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq, ut in illis lineis, quas



neis, quas per 37 & 38 huius docuimus inuenire: quoniam in omnibus his idem est operandi modus: ut secundum fixam diametrum a c in 37 huius: uel secundum fixum punctum q in 38 huius fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi proportionales corporis ferrei superficies: proueniētq; figuræ similes illis liacis, à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent. Patet itaque propositum.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER DECIMVS.



VPERIVS duos modos uisionis, scilicet eum, qui fit directe per unum medium diaphanum: & eum, qui fit per reflexionem à politis corporibus, tractauimus: superest nunc, ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem, factam à pluribus diaphanis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur: quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregate per refractionem fortius agunt, & plus actionis forma corporibus susceptilibus imprimunt: unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore spherico diaphano densiore aere uel aqua, ut sub glacie uel crystallo. Vniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis: dispersio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales: disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus, sicut & in alijs modis uidendi superius diximus, uisua cognitio signum est, non causa. Non enim, quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentium: sed quia sic agunt formae naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quae uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunque refractionis naturae accidens uel uisui sit semper propter diuersitatem diaphanitatis mediorum corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diaphana nobis assueta, sunt aer, qui est rarioris diaphanitatis omnibus alijs diaphanis corporibus, (excepto corpore caeli) quod est rariius aere, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem & in toto sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus: quia licet inter hac sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiae: non tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione: quoniam ignis, qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea uel aqua uel aerea, & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorum: ignis uero in sphaera sua est secundum sui formalem distinctionem aeri contiguus, & secundum naturam diaphanitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aere, in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quanto propinquior est caelo, tanto sit rarioris diaphanitatis: similiter & ignis, ita quod infimum ignis & supremum aeris est diaphanitas quasi una, in qua refractione sensibilis fieri non potest: & ita quod superficies concaua ignis non est diuersae diaphanitatis & sensibilibiter determinata à superficie conuexa aeris: ideo non fit refractione inter illa: & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus. Est tamen aliqualis refractionum diuersitas in aere densiori & rariori, quando illa diuersitas densitatis sit sensibilis: sicut plurimum

accidit in aere condensato prope terram: & maximè in crepusculis serotinis & matutinis. Diaphanum uerò aliud diuersum ab istis est aqua continens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius, quod est in illo suo genere: uno tamen nomine nuncupatur. Sunt enim aqua calida sulphurea & aqua salsa, ut maris, grossioris diaphanitatis, quàm alia aqua frigida, clara, dulces. Alia uerò corpora diaphana nobis assueta sunt quidam lapides, ut crystallus, beryllus, & similes, ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdã corporib. animatis, quòd sint diaphana, ut de istis, quæ colorantur coloribus corporum, quibus superstant: quorum animatorum corporum passiones nõ prosequimur, quia sunt figura irregularis. Superficies itaque cæli, quæ occurrit uisui, est spherica concaua: quæ si secetur ab aliqua plana superficie: erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius concaui est ex parte uisus, ut patet per 69 th. I huius: & superficies aeris, quæ tangit illam, est spherica conuexa: quæ si secetur à plana superficie: communis sectio erit linea circularis: cuius conuexum est ex parte cæli. Superficies uerò aqua ex parte uisus superstantis aqua est spherica conuexa: quæ si secetur à plana superficie: erit communis sectio linea circularis: cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uerò & lapidum diaphanorum figura sunt rotundæ: aut planæ: aut irregulares: unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones aut circuli: aut lineæ rectæ: aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum, quæ uisibus occurrunt.

DEFINITIONES.

1. Linea incidentiæ dicitur linea, secundum quam forma directè diffunditur per medium unius diaphani. Et eadem dicitur linea extensionis formæ. 2. Refractio dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum cõtinendum: ut cum lineæ, per quas unã forma rei uisæ peruenit ad uisum, non rectè prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diaphani. 3. Punctus refractionis est punctus superficiei corporis diaphani, à quo fit lineæ incidentiæ uel lineæ extensionis formæ refractionis ad uisum. 4. Linea refractionis dicitur linea à puncto refractionis ad centrum uisus extensa. 5. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quæ à puncto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractionis. 6. Cathetus incidentiæ dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis, in quo est res uisa, & à qua fit refractionis, perpendiculariter producta. 7. Superficies refractionis dicitur superficies, in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. 8. Angulus incidentiæ dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari, ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, à qua fit illa refractionis. 9. Angulus refractus dicitur angulus minor, quem continet linea refracta cum dicta perpendiculari. 10. Angulus refractionis dicitur angulus, quem continet linea refractionis cum linea incidentiæ trans corpus diaphanum, à cuius superficie fit refractionis, in continuum protracta. 11. Directè uideri dicitur, sicut & superius in defin. 4 huius definitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. 12. Obliquè dicitur uideri, cum formam rei uisæ ad uisum peruenit refractè. 13. Imago refracta dicitur forma rei uisæ obliquè perueniens ad uisum. 14. Locus imaginis refractæ, dicitur locus, in quo imago refracta uisibus occurrit.

PETITIONES.

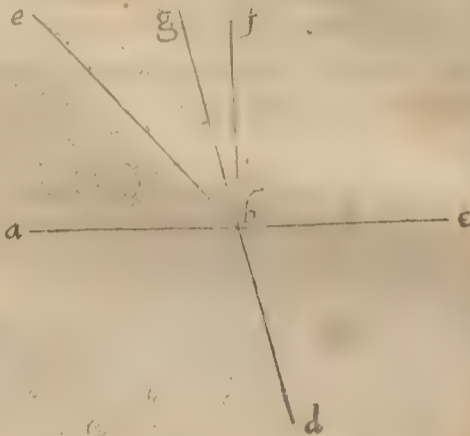
Supponimus autem hæc. 1. Lumen Solis aliquo modo in matutinis & serotinis crepusculis uideri. 2. Item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA

THEOREMATA

1. In omni superficie refractionis necessariò sunt punctum, cuius forma refringitur: & punctum refractionis: & centrum ipsius uisus: & perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem, à qua fit refractionis. Ex quo patet quòd unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diaphani densioris uel rarioris primo diaphano, in qua sit linea a b c: & sit punctum, cuius forma refringitur, punctum d: sitque centrum uisus e: fiatque refractionis in puncto superficie secundi diaphani, quod est b: & à puncto b super superficiem a b c ducatur perpendicularis b f. Dico quòd puncta d, e, b, & linea b f sunt semper in eadem superficie refractionis. Quoniam enim, ut patet per definitionem præmissam in principijs libri huius, & per 46 th. 2 huius linea radialis incidens (quæ est d b) & refracta (quæ est b e) sunt in eadem superficie refractionis: punctum ergo d, cuius forma incidit & refringitur, & punctum refractionis, scilicet punctum, à quo fit refractionis, (quod est b) & centrum uisus (quod est e) sunt in eadem superficie per 1 p 11: sed & per 2 p 11 linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem a b c, est in eadem superficie cum linea b c: ergo & cum lineis d b & b e: quoniam linea b f est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie. Similiter protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie. Puncta itaque d, b, e & linea b f sunt in eadem superficie per 1 & 2 p 11. Omnis enim refractionis aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa: & semper in eadem superficie, in qua fiebat incidentia forme refringendæ. Quoniam enim omnis refractionis fit ad omnem differentiam positionis (quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam) determinatio ergo refractionis ad certam differentiam positionis fit tantum per uisum: quia in qualunque superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractionis. Patet ergo propositum. Et ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d, e, b & linea b f superficiem refractionis constituent, quòd horum aliquo deficiente non est superficies refractionis: & quòd unius refractionis unica tantum est superficies refractionis: quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simili concurrere est possibile, & non in pluribus. Et hoc est, quòd proponebatur.



2. Necessè est omnem superficiem refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractionis (sive illa superficies sit plana conuexa uel concaua) erectam esse. Alhaz. en 9 n 7.

Hoc, quòd hic proponitur, patet per præmissam. Quoniam enim in omni superficie refractionis necessariò sunt: punctum, cuius forma refringitur: & punctum superficie corporis, à quo fit refractionis: & centrum uisus & perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illius, à qua fit refractionis: ergo per 18 p 11 patet quòd omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis, à qua fit refractionis. Si enim illa superficies fuerit plana: tunc euidenter patet propositum per 18 p 11, ut præmissum est. Si uerò fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphaerica: tunc patet per 72 th. 1 huius quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis, à qua fit refractionis, semper transit centrum illius corporis: & est perpendicularis super superficiem illud corpus in puncto refractionis contingentem: ergo itè per 18 p 11 superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem: ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoque demonstrandum, siue figura corporis, à qua fit refractionis, fuerit columnaris siue pyramidalis siue alterius figure cuiuscunq: semper enim superficies refractionis erit erecta super superficiem corporis, à qua fit refractionis. Et si accidat, ut illa superficies corporis, à qua fit refractionis, fuerit æquidistans horizonti: tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractionis, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis per 23 th. 1 huius: ergo & per 18 p 11 superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis. Sed & hoc patet per declarationem, quæ fit in instrumento, quòd in 1 th. 2 huius præmissimus. Quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diaphani ad aliud corpus diaphanum, ut patet per 46 th. 2 huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorū triū circulorū signatorū in interiori parte oræ instrumenti, æquidistans superficie interiori laminae instrumenti: sed illa superficies laminae æquidistat superficie dorsi instrumenti, cui extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaque medij circuli æquidistat superficie regulæ quadrangule suppositæ dorso laminae p 24 th. 1 huius: sed illa superficies perpendicularis est super superficies laterū longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti. Superficies itaque medij circuli est perpendicularis super superficies longitudinis regulæ erectas

erectas sup oras instrumēti: sed illę daę superficies regulę sunt equidistātes horizonti tēporē experimētationis p instrumentū positum in uāse, ut cōsueuit. Superficies itaq; medij circuli est perpēdicularis sup superficiē horizontis. Et quia superficies medij circuli est supficies refractionis, patet propositū. Idem quoq; potest ostēdi producta per imaginationē linea à centro medij circuli ad centrū mundi. Hęc enim linea, cum sit semidiameter mundi, perpendicularis est super superficiem aquę, quę est in uase: est autem illa linea in superficie medij circuli, quę est superficies refractionis. Est ergo per 18 p 11 illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis. Cum enim lux refringitur ab aere ad aquam: erit refractionis linea cadens inter primam lineam, per quā extenditur in aere, quę est linea incidentię suę, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquę: & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli. Palam ergo quod lux, quę refringitur ab aere ad aquam, refringitur in superficie perpendiculari super superficiem aquę: ergo & super superficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aere ad uitrum sit refractionis. Patet ergo siue superficies corporis, à qua fit refractionis, sit plana conuexa uel, cōcaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam. Et hoc est propositum.

3. *Centrouisus existente ultra medium secundi diaphani: omnes forma obliquę incidentes superficie secundi diaphani, respectu uisus, refractę uisui occurrunt: perpendiculariter uerò incidentes uidentur directę. Alhazen 13 n 7.*

Quoniam enim lux pertransit corpora diaphana, quibus incidit, aut directę, ut cū radius incidēs est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi: aut obliquę, ut cum radius incidit obliquę: & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffusio, ut patet per 20 th. 2 huius: & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine: patet quod cuiuslibet puncti cuiuscunque corporis luminosi colorati uel lucidi existentis in aliquo corpore diaphano, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diaphano sibi proximo, & peruenit ad superficiem corporis diaphani sibi oppositi. Et si fuerit aliud corpus diaphanum cōtingens illud secundum corpus diaphanum, quod sit alterius diaphanitatis ab illo: tunc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineę radiales, secundum quas illis corporib; diaphanis obliquę lumen uel color incidit, refringentur, præter quàm linea incidens perpendiculariter: sola enim illa extenditur secundum rectitudinem in corpore diaphano proximo sibi, & in corpore alio diaphano proximum corpus diaphanum contingente: dum tamen perpendiculariter incidat utriq;. Et si fortę aliqua linearum radialium perpendiculariter incidit puncto superficie continuę cum superficie corporis diaphani proximi: nec sit illius superficie secunda corpus diaphanum: uel si fuerit diaphanum, non sit tamen eius superficies prioris diaphani superficie equidistans: tunc à puncto incidentię lineę radialis super superficiem secundi corporis alia perpendicularis duci potest: ergo tunc illa forma, quę superficie prioris corporis secundum perpendicularem incidebat, delebitur: quoniam ab uno puncto ad unam superficiē duas lineas perpendiculares duci est impossibile per 13 p 11. Omnes ergo formę illius puncti transeuntes in corpus diaphanum contingens proximum illi puncto aliud corpus diaphanum, erunt refractę. Et quoniam à quolibet puncto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumen & color penetrans totum corpus diaphanum obiectum, & refringitur à superficie alterius corporis diuersę diaphanitatis illi succedentis per 47 th. 2 huius: patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua, coniuncta: & refringitur tota continua & coniuncta, superficie corporis diaphani existente continua, & cum forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus densioris diaphanitatis quàm sit primum diaphanum, illi formę occurrerit: tunc forma continua magis aggregata & unita perueniet ad illud corpus: & occurrente item corpore diaphano rariore: tunc quilibet punctus corporis diaphani, per quod extenditur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmittet formam lucis & coloris ad quodlibet punctū ipsius secundi uel tertij corporis diaphani per omnem lineam rectam, quę potest extendi ab illo puncto. Si itaq; aliquis fuerit imaginatus pyramides rectilineas, exeuntes à quolibet puncto aeris ad superficiem corporis diaphanitatis alterius pertingentes: & si in superficie huius secundi corporis diaphani lineę obliquę incidentes refringi imaginentur (perpendiculari linea, quę est axis illius pyramidis imaginatę, sine refractione transeunte) tunc adhuc fit unum corpus continuum in refractione, sicut & una est forma corporis incidens superficie illius secundi corporis diaphani. Si ergo in loco imaginatę pyramidis sistatur secundum ueritatem in aere pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratū uel luminosum dēsum: miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis, à quo fit refractionis: & fiet ipsorum multiplicatio per omnem lineam rectam, quę poterit extendi ab illo puncto, cui incidit: & forma puncti incidens alicui puncto corporis densi, extenderetur per quamlibet linearum refractarum ad illum punctum corporis, in quo fit refractionis, sibi correspondentem. Et si uisus fuerit ex parte altera illius diaphani: tunc illę formę perueniunt ad uisum: sed perpendicularis (quia non refringitur) peruenit perpēdiculariter ad centrum uisus: & formę per lineas obliquas incidentes, refractę & obliquę perueniunt ad uisum. Cum itaq; lineę, secundū quas forma refringitur, se in aere per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctum aeris: ideo quod ipsarum multa fit intersectio propter æqualitatem diffusionis formarum illarum ad omnem differentiam positionis: tunc si centrum uisus positū sit in illo puncto, comprehendet uisus illud uisum secundū refractionem (excepto unico puncto perpendiculariter incidente)

pendicularis in ora instrumenti usque, ad circumferentiam medij circuli, quæ sit $r e$: & fiat nigra utraque illarum linearum $q r$ & $r e$, ut melius per uisum ualeant notari: & imaginetur duci linea $e f$: hæc itaque per 72 th. 1 huius erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri: quoniam transit per eius centrum: & est perpendicularis super planam uitri superficiem: quoniam est æquidistans lineæ $q r$ perpendiculari super lineam $q u$, cui superposita est illa communis sectio planarum superficialium ipsius uitri. Punctus itaque e est punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis, exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius. Ponatur itaque instrumentum sic dispositum in uas, & ponatur extremitas stili albi, ut prius, in puncto z : & ponatur uisus super foramen superius in puncto k : tunc non uidebitur extremitas stili. Moueatur itaque stili in circumferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e , nec tunc uidebitur extremitas stili: moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc punctum f , quod est centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpusculo: non uidebitur extremitas stili, sed illo corpusculo remoto, iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaque patet, quod formæ illius extremitatis stili comprehensio, quæ sit a , est secundum refractionem factam à centro uitri: & quod forma refracta est in superficie circuli medij, quæ est perpendicularis super superficiem planam uitri: & inuenietur locus formæ extremitatis stili, quæ est a , inter puncta e & z . Et quoniam refractionis fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas $f z$ & $f e$, & sit $a f$: palam quia est perpendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per lineam $k f$, per centra amborum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea $f e$ æquidistans lineæ $q r$, quam linea, per quam incidit ipsi uitro forma puncti a . Cum itaque forma puncti a incidit uitro per lineam $a f$, & transierit per totum corpus uitri perpendiculariter: quoniam ipsa linea $q f$, cum transeat centrum uitri, est perpendicularis super superficiem uitri: cumque pertransito corpore uitri peruenit ad aerem, cuius corpus est rarioris diaphanitatis, quam sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus: patet quod est refracta à suo primo progressu lineæ $a f$, & peruenit ad progressum lineæ $z f k$. Et quoniam linea $z f$ est remotior à perpendiculari, ducta à puncto refractionis super planam superficiem uitri, quæ est linea $e f$, quam sit linea $a f$: quoniam punctum a cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z : patet quod hæc refractionis erit ad partem contrariam perpendicularis $e f$, ducta à puncto refractionis super superficiem aeris contingentis planam superficiem uitri. Nam linea $f z$ pertransiens centra amborum foraminum, magis distat ab illa perpendiculari $e f$, quam linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri, quæ est $a f$, quæ producta in continuum & directum caderet inter perpendicularem $e f$ productam & inter lineam $f k$. Quia itaque peruenit ad punctum k , quoniam in illo uidetur: palam quia sit refractionis ad partem contrariam ipsius perpendicularis, quæ est $e f$. Et quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aerem, qui subtilior est uitro: patet quod simili modo sit refractionis ab aqua ad aerem: quoniam etiam aer est subtilior quam aqua. Quod si conuexam uitri ponatur ex parte secunda foraminum: & communis differentia suarum planarum superficialium ponatur super lineam $q u$: sitque medium punctum illius communis differentie super centrum laminæ, quod est q : palam quia linea $k f$ erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam: eritque linea $r q$ perpendicularis super planam superficiem uitri: quoniam est perpendicularis super lineam $u q$: & erit linea $e f$ perpendicularis super conuexam superficiem uitri per 72 th. 1 huius, & super eius planam superficiem per 8 p. 11: quoniam lineæ $e f$ & $r q$ æquidistant. Ponatur quoque extremitas stili albi, quæ sit a , super punctum z , ut prius: statuaturque uisus super superius foramen instrumenti in puncto k : & tunc non uidebitur extremitas stili, quæ est a . Moueatur itaque stili ad partem puncti e per circumferentiam medij circuli: & tunc etiam non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem contrariam puncti e : & tunc uidebitur extremitas stili: cadetque linea $f z$ inter lineam $a f$ rectam, exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extēditur illa forma puncti a , & inter perpendicularem $f e$: refringeturque forma puncti a extremitatis stili à centro uitri ad uisum per lineam $f k$ transeuntem centra amborum foraminum: propterea quod linea $a f$ obliquè incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractionis. Erit quoque illa refractionis ad partem perpendicularis lineæ, scilicet $f e$ exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri: & hæc forma exit ab aere, & refringitur in uitro, quod est grossius aere. Formæ itaque, quæ refringuntur à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad partem contrariam illi parti, in qua est perpendicularis, exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractionis: & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta. Et hoc est propositum.

5. *Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimēt aliter declarare. Alhazen 10 n 7.*

Differentia angulorum refractionis est secundum quantitates angulorum incidentiæ contentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi. Anguli enim refractionū crescunt & decrescunt secundum dispositiones illorū angulorū incidentiæ in corporib. & sitib. diuersis. Et quia à corpore subtilioris diaphani ad corpus grossius fit refractionis ad perpendicularē productā à puncto refractionis super superficiē secūdi corporis: & à corpore grossioris diaphani ad subtilius fit refractionis ad partem

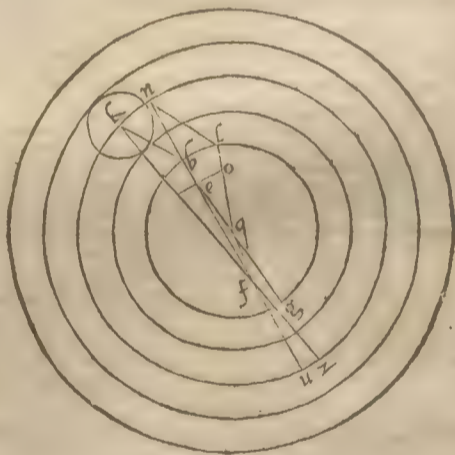
partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per præmissam: tunc patet quia differunt etiam illi anguli secundum diuersitatem diaphanitatis secundi corporis. Et ut hæc differentia angulorum experimentaliter probetur: diuidatur à circulo medio, qui est in periphèria instrumenti ex parte centri foraminis, quod est in circumferentia instrumenti circa punctum k, arcus 10. partium ex illis partibus, quibus tota periphèria medij circuli diuisa est in 360 partes: qui arcus sit k n: & à puncto n ducatur in ora instrumenti linea perpendicularis super superficiem laminæ: quæ sit n l: cadatq; punctus l in superficie laminæ: ducatur quoq; ab hoc puncto l ad centrum laminæ instrumenti, quod est q, linea l q: & à centro medij circuli, quod est f, ducatur linea ad punctum n: quæ sit f n, sitq; diameter medij circuli ducta à puncto k per centrum f linea k f z, transiens per centra amborum foraminum, quæ sunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circumferentia medij circuli à puncto n separetur arcus 90 partium, sequens arcum k n: qui sit arcus n s: & à centro medij circuli, quod est f, ad punctum s ducatur linea, quæ sit f s: quæ erit perpendicularis super lineam f n per 33 p 6: ideo quia illæ duæ lineæ continent quartam partem circuli: remanebitq; arcus residuus ex medio circulo, qui est s z partes 80. Deinde ponatur instrumentum in uase: & situetur uas æquidistans horizonti: & infundatur aqua clara usq; ad punctum q centrum laminæ: & in ortu solis in mane moueatur instrumentum, donec lineæ l q contingat superficiem aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, quæ est æquidistans lineæ l q, signata in superficie laminæ similiter continget superficiem aquæ: locus enim istarum duarum linearum non differt in respectu superficiæ aquæ, quo ad sensum: & linea n f continet cum linea f s angulum rectum, ut supra patuit: est ergo linea f s perpendicularis super superficiem aquæ: & semidiameter f z continet cum linea f s angulum, cuius quantitas per 33 p 6 est 80 partium: quoniam illi angulo subtenditur arcus partium 80: qui est arcus s z: arcus uero interiacens puncta k & n, subtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ. Deinde mutetur instrumentum in præmissa modo dispositum cum toto uase, donec eleuato sole super horizonta secundum altitudinem arcus k n, lux transeat per duo foramina: & signetur centrum lucis in ora instrumenti, quæ est intra aquam: fiatq; super centrum lucis signum aliquod per aliquam puncturam: eritq; signum illud, quod sit h, in circumferentia medij circuli. Auferatur itaq; instrumentum, & respiciatur punctum h: cadetq; ipsum inter punctum z, quod est extremitas diametri medij circuli, transeuntis per centra duorum foraminum, & inter punctum s, quod est extremitas perpendicularis, exeuntis à centro medij circuli erectæ super superficiem aquæ, ut patet per præmissam. Patet ergo tunc quod angulus refractionis est ille, quem subtendit arcus z h interiacens punctum h, & punctum z: & ex numero partium huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis: & proportio anguli refractionis ad 80 partes, quæ sunt tunc quantitas anguli incidentiæ. Deinde signetur in circumferentia medij circuli arcus k m, pertransiens punctum n: qui sit partium 20: & ducatur linea m p in ora instrumenti perpendiculariter super superficiem laminæ: & ducatur linea p q in superficie laminæ ad centrum q: & ab arcu m z resecquetur arcus m t partium 90: & ducatur linea t f à puncto t ad centrum circuli medij, quod est f: relinequetur ergo arcus t z partium 70. Deinde ponatur instrumentum in uas, & reuoluetur quousq; linea p q tangat superficiem aquæ: erit ergo linea t q perpendicularis super superficiem aquæ: & linea k f z transiens per centra amborum foraminum continet cum linea t f angulum 70 partium. Deinde consideretur altitudo solis, & moueatur instrumentum, quousq; lux transeat per ambo foramina: & signetur super centrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde consideretur arcus u z. Et quia ipse subtenditur angulo refractionis: patet quantitas illius anguli per computationem partium arcus: eritq; nota proportio anguli z f u ad angulum incidentiæ, qui est z f t, quem continet diameter transiens per centra amborum foraminum, cum perpendiculari f t: qui angulus incidentiæ est partium 70. Similiterq; procedatur signando arcum k x, qui sit partium 30: & est eadem experimentatio. Deinde sumatur arcus partium 40: deinde 50: deinde 60: deinde 70: deinde 80: & semper per computationem partium arcus circuli medij interiacentis punctum z, & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti: & ipsorum proportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminum semper erit nota. Non solum autem per 10, sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos præmissa arcuum diuisio potest procedere: quia semper est idem modus declarandi. Et, ut summarie horum angulorum quantitates & proportiones perstringamus. Quandoquocunq; alicuius radij transeuntis per corpus aeris suæ debite dispositionis existens fuerit in superficie aquæ facta refractionis: fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphanitate cõpetenti forme aquæ, si angulus incidentiæ cõtentus in centro f sub semidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10 partium: erit angulus cõtentus in centro f sub semidiametro f z & sub lineæ radiali refracta quasi 2 partium & 5 minuto-



ferentiaē cōmunis duarum planarū superficierum ipsius uitri, quod est punctum o: sed linea q o posita est æqualis semidiametro uitri: ergo & linea æquidistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrum ergo medij circuli est in conuexo uitri: linea ergo k f, quæ est semidiameter medij circuli, cum nō transeat centrū sphæræ uitræ: patet quia est obliquè incidens super eius conuexā superficiem: ergo per 47 th. 2 huius, cum eadē diameter obliquè incidat superficiē aeris cōtingentis, refringetur ipsa à perpendiculari ducta à puncto refractiōis super ipsam superficiem aeris. Imaginetur itaq; semidiameter uitri produci ex utraq; parte ad circumferentiā circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrū circuli medij, quæ est k f z in puncto f. Erit itaq; per 15 p 1 angulus k f n æqualis angulo z f u: & erit per 26 p 3 arcus u z æqualis arcui k n, qui est positus esse 10 partium. Est ergo arcus u z 10 partium notus: ergo & angulus u f z est notus. Intueatur itaq; aliquis centrum lucis refractæ: & inuenietur remotius à puncto z, quod est extremitas lineæ transeuntis per centra duorum foraminū, quàm sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodem puncto z, qui est extremitas diametri circuli medij. Hæc ergo refractio facta est ad partem contrariam diametri productæ à loco refractiōis, quæ transit centrum uitri: & arcus medij circuli interioris punctum z & centrum lucis signatum, est quantitas anguli refractiōis: angulus enim refractiōis est apud centrū circuli medij: quoniam, ut patuit per 44 th. 2 huius lux extenditur super lineam transeuntem per centra duorum foraminū rectè, donec perueniat ad conuexum uitri. Et cum est angulus incidentiæ 10 partium, fit angulus refractus quasi 13 partium, & angulus refractiōnis quasi partiū triū: factisq; ut in præcedentibus, diuisionibus arcuū à puncto k: inuenietur diuersitas angulorum refractiōis per instrumentū. Et si infundatur aqua uasi: tunc erit aqua loco aeris: & præmissis modo inuenietur diuersitas angulorum refractiōis à uitro ad aquam: & differentia secundum quod illi refractiōi est propria: & quantitas angulorum refractorum & angulorum refractiōis, respectu eorum, qui sunt in aere. Quod si à puncto z ducere placuerit extremitatem stili, ut prius: tunc secundum illud facta dispositione situs uitri, occurret eadem quantitas angulorū, quæ prius. Patet ergo propositum.

7. *Quantitates angulorum refractiōis ex aere uel aqua ad uitrum concauum, uel econuerso experimentaliter inuenire. Alhazen 12 n 7.*

Accipiatur uitrum clarum mundum, æquidistantium superficierum omnium: cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, quàm diameter uitri sphæræ conuexi, quo superius usi sumus: sitq; latitudo eius æqualis longitudini: sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti: & fiat in uno suorum laterum quadratorum concauitas rotunda semicolumnaris: ita quod semidiameter basis columnæ cōcauæ sit in quantitate semidiametri uitri sphæræ: & sint communes sectiones planarum superficierum huius uitri lineæ rectissimæ. Potest autem hæc forma uitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex ære uel lapide, & uitrum liquefactum fundatur super ipsam, & possatur. Diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, quod est k, in circumferentiā medij circuli arcus, cuius quantitas sit illa, secundum quam quis uult experiri quantitates angulorum, qui sit arcus k n: & à puncto n ducatur in ora instrumenti linea n l perpendiculariter super superficiem laminæ: & ducatur linea l q in superficie laminæ ad centrum eius, quod est q: & à semidiametro l q resecetur ex parte centri q linea q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ: & à puncto o extrahatur per 12 p 1 perpendicularis super diametrum laminæ b q, & protrahatur in utramq; partem: & sit o e, secans diametrum b q g in puncto e: & superponatur uitrum laminæ, ita quod dorsum concauitatis, hoc est superficies plana cōcauitati superposita sit ex parte duorum foraminum: & quod concauitate respiciente foramina, duæ superfluitates rectilineæ, quæ superfluant super diametrum columnæ, sint directæ & fixæ superpositæ isti lineæ perpendiculari o e: & præseruetur hoc, ut distantia duarum extremitatum diametri basis concauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directè perpendiculares. Erit ergo tunc centrum basis concauitatis columnaris super punctum o, à quo exiit linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distantia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris. Secundum hanc ergo dispositionem applicetur uitrum firmiter superficierum laminæ: & erit superficies medij circuli secans concauitatem columnarem & æquidistans basi eius: quoniam basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100 th. 1 huius secat superficiem columnarem concauam secundum circumferentiā, cuius semidiameter æquidistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ: & linea continuans centra istorū duorū semicircularū, scilicet basis, & alterius sibi æquidistantis erit perpendicularis super superficiem laminæ incidens ad punctū o: quoniam ipsa per 25 th. 1 huius est æqualis lineæ perpendiculari f q



exunt à centro medij circuli, quod est f, super centrū laminæ, quod est q: sed & linea o q est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi: ergo per 33 p 1 linea, quæ exit à centro medij circuli (quod est f) ad centrum semicirculi, qui fit in superficie columnæ concavæ æquidistans basi, est æqualis semidiametro basis concavitatis concavæ columnæ. Centrum itaq; medij circuli, quod est f, est in circumferentia semicirculi in columna vitrea facti. Est ergo centrum f in concava superficie columnæ. Et quia terminus planus vitri superponitur lineæ perpendiculari, productæ à puncto o super b q diametrum laminæ: palam quia diameter laminæ, quæ est q b, est perpendicularis super planam vitri superficiem: quia etiā planæ superficies sunt super se inuicem perpendiculariter erectæ. Erit ergo linea k f z pertransiēs centra amborum foraminū, perpendicularis super superficiem planam, quæ est in parte conuexa vitri per 8 p 11: quia illa linea k f z est æquidistans diametro laminæ b q g: quæ est perpendicularis super illam superficiem, ut patet ex præmissis: & hæc superficies plana vitri est ex parte foraminum. In hoc ergo situ lux, quæ extenditur per lineam transeuntē centra duorum foraminum, extenditur in corpore vitri rectè, donec perueniat ad concavum vitri: & tunc reflectitur apud concavam superficiem vitri. Cum enim nō transeat per centrū circuli, qui est in concava superficie vitri: patet per 72 th. 1 huius quoniā ipsa non est perpendicularis super concavam superficiem vitri: refringetur ergo in concava superficie vitri: & cōmunis sectio illius lineæ & concavitatis vitri est centrum circuli medij: & in hoc puncto fit refractione ex aere ad vitrum. Arcus itaq; cadens inter centrum lucis & punctū z, qui est terminus diametri, transeuntis per centra amborum foraminum, subtenditur angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorū arcuum refractione à puncto k: & potest ostendi quantitas omnium angulorum refractionis à concava vitri superficie. Quod si vitrum sic disponatur, ut communi sectione suarum planarum superficierum posita super lineam o e, conuexitas vitri respiciat centra foraminum: tunc quia linea k f z pertransiens vitrū, peruenit ad concavū vitri irrefracta, cum sit perpendicularis super planam superficiem ipsius, obliqua uerò super concavā eius superficiem: ergo & super cōuexam superficiem aeris contingentis vitrum: refringetur ergo à concava vitri superficie: & hæc refractione est à concavo vitri ad aerem: & anguli, qui sunt ex aere ad vitrum in concavo vitri, sunt ijdem istis: quoniam semper anguli refractionis à vitro ad aerem, & ab aere ad vitrum sunt ijdem: cum angulus, quæ continet linea, per quam primò extenditur lux, & perpendicularis exiens à loco refractionis, sit idem angulus. Et eodem modo possunt sciri anguli refractionis de aqua ad vitrum & de vitro ad aquam in superficie vitri cōcava, uel in superficie alia quacunq;. Quod si extremitas stili ducatur à puncto z in peripheria medij circuli, ut prius: tunc facta dispositione situs vitri secundū exigentiā illius refractionis, occurreret notitia angulorū huius refractionis ad uisum, sicut prius. Patet ergo propositū.

8. Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur. Alhazen 12 n 7.

Acceptis instrumentis, prout potuimus propinquius, angulis omnium refractionū à quibuscunq; diaphanis notis adinuicem (ut ab aere ad aquam & vitrum, & ab aqua ad vitrum: & econuerso ab aqua & vitro ad aerem, & à vitro ad aquam) inuenimus quod semper ijdem sunt anguli refractionum à quocunq; raro diaphano ad diaphanum densius illo, & ab eodem denso ad idem rarum: secundum hoc fecimus has tabulas, quarum hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ

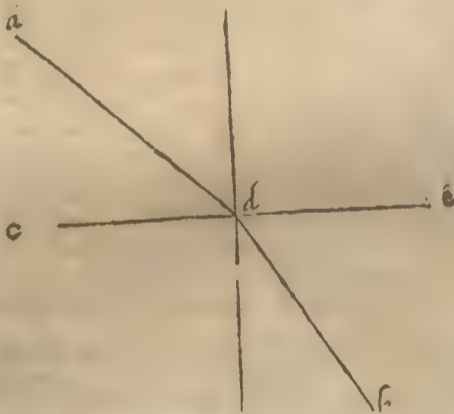
Tabula quantitatis angulorum incidentiæ omnibus sequentibus communis.	Anguli refractionis eiusdem. Et ab aere ad aquam.		Anguli refractionis eiusdem. Et ab aere ad vitrum.		Anguli refractionis eiusdem. Et ab aqua ad vitrum.		Anguli refractionis eiusdem.	
	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.
10	7	45	2	5	7	0	3	0
20	15	30	4	30	13	30	6	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30
40	29	0	11	0	25	0	15	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0
60	40	30	19	30	34	30	25	30
70	45	30	24	30	38	30	31	30
80	50	0	30	0	42	0	38	0

Tabula quantitatis angulorum incidentiæ omnibus sequentibus communis.	Anguli refractionis eiusdem. Et ab aqua ad aerem.		Anguli refractionis eiusdem. Et à vitro ad aerem.		Anguli refractionis eiusdem. Et à vitro ad aquam.		Anguli refractionis eiusdem.	
	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.
10	12	5	2	5	13	0	3	0
20	24	30	4	30	26	30	6	30
30	37	30	7	30	40	30	10	30
40	51	0	11	0	55	0	15	0
50	65	0	15	0	70	0	20	0
60	79	30	19	30	85	30	25	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30
80	110	0	30	0	118	0	38	0

in primis: deinde alios angulos subiungimus secundum modos suorum circularum, quos præmittimus in capitibus suarum linearum. Potest itaq; secundum has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentum præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionum à medijs diuersæ diaphanitatis quibuscunq;. Et patet ex eis quoniam anguli incidentiæ formæ eiusdem puncti propinquo radio, à puncto rei uisæ superficiæ corporis diaphani (à qua fit refraction) perpendiculariter incidenti, sunt minores: & remotiores ab illo sunt maiores. Ablato enim angulo maiore à suo recto, qui relinquitur, fit minor alio angulo, quando à recto aufertur angulus minor: eritq; in eodem diaphano densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiore, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minore i excessus quoq; anguli refractionis maioris supra angulum refractionis minorem, erit minor excessu anguli incidentiæ maioris supra minorem: & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiore ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem: & angulus refractus, scilicet ille, quem addit angulus incidentiæ maior supra angulum suæ refractionis, est maior angulo refracto, quem addit angulus incidentiæ minor supra angulum suæ refractionis. Semper itaq; in medio secundi diaphani densiore primo erit angulus refractus minor angulo incidentiæ: & proportio istorum angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum. Cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refraction in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quam in aqua: & sic secundum diuersitatem diaphanitatis anguli uariantur. Si uero in medium secundi diaphani fuerit rarius: tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ: eritq; istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuersè se habens angulis præmissis, ac si præmissæ tabulæ modo reuerso ordinentur. Et istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diaphanitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur. Quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refraction: tunc anguli, qui fiunt in aere, sunt maiores angulis, qui fiunt in aqua: & secundum hoc angulorum refractionis ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; sunt, quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusionem sui in corporibus diaphanis, & in refractione, quæ accidunt in illis omnibus tam secundum se quam in respectu ad uisus. Patet itaq; quod quærebatur.

9. Centro uisus & puncto rei per refractionem uisæ in diuersis diaphanis loca propria permutantibus, eadem linea incidentiæ & refractionis nomina permutant. *Alhazen 34 n 7.*

Satis iam patuit ex præmissis huius 10 tractatus propositionibus, quod formæ uisæ per refractionem extendantur directè per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diaphani, in quo est uisus: deinde refringuntur in illo alio corpore diaphano per aliam lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uisus a: & punctum rei uisæ b. Sitq; superficies corporis, in quo est punctum b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b ad uisum existentem in puncto a à superficie corporis c d e, puncto d: sitq; linea incidentiæ, quæ b d: & linea refractionis, quæ d a. Dico quod si centrū uisus & punctū rei uisæ permutent loca, ita ut centrum uisus positum sit in puncto b, & punctum rei uisæ in puncto a: tunc adhuc fiet refraction ab eodem puncto corporis, qui est d: & linea a d erit linea incidentiæ, & linea d b erit linea refractionis: & sic tantum linearum nomina permutantur, manentibus eisdem lineis & eodem angulo. Hoc autem patet per experientiam. Cum enim aliquis existens in aere inspexerit aliquod corpus contentum sub alio corpore, quod est diaphanum, differens in sua diaphanitate ab aeris diaphanitate: tunc uisus comprehendet omnia, quæ sunt ultra illud corpus, quæcunque opponuntur uisui: & si cooperuerit alterum uisuum, & aspexerit cum reliquo: uidebit illa eadem, quæ prius, siue illud medium sit aer uel aqua uel uitrum uel crystallus. Quod si uisus ponatur intra aquam aut sub uitro uel crystallo: uidebit omnia corpora uisibilia, quæ sunt ultra illud aliud corpus diaphanum in ipso aere. Siue ergo uisus fuerit in aere uel in uitro, temper comprehendet omnia eadē, quæ prius: Patuit aut per 4 huius quod uisus per mediū diaphani diuersi non comprehendit res, quæ non iunt in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiē diaphani corporis, nisi per refractionem: omne ergo punctum comprehensum à uisu, præter illud punctum, quod est in prædicta perpendiculari, comprehenditur per refractionem. Et quoniam formæ omnium punctorum, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus ultra corpus diaphanum, refringuntur in eodem tempore ad centrum uisus: patet quod si alicuius rei uisæ punctum esset in puncto, in quo tunc est centrum uisus, refringeretur forma illius puncti ad omnia puncta, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus



ultra illud corpus diaphanum, oppositum uisui in illo tempore: fieretq; illa refraçtio eodem modo. Et similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto, in quo est centrum uisus: quoniam si centro uisus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam positionis, comprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuscunq; rei uisæ cum fuerit ultra aliquod corpus diaphanum, extenditur ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius, quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphani: & illa forma erit apud quodlibet punctum illius secundi corporis diaphani: & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphani: forma enim cuiuslibet punctorum rei uisæ diffundit se per lineam rectam ad unumquodq; punctum corporis diaphani. Vnde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris: quilibet illorum uisuum uidebit totalem formam rei uisibilis, quæ est sub altero diaphano. Nam semper forma rei uisæ tunc erit apud punctum, apud quem erit & centrum uisus: unde etiam uisus motus de loco ad locum super idem diaphanum, semper eandem uidet formam, quamdiu forma illa secundum lineas rectas potest pertingere ad uisum. Et similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in cælo & in aqua uno & eodem tempore. Forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphani, in quo est illa res uisa: & formæ omnium punctorum rei uisæ congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphani, in quo existit, & apud quodlibet punctum corporis diaphani diuersi ab illo corpore diaphano, in quo existit res uisa. Inter quodlibet enim punctum aeris, & quamlibet rem uisibilem existentem in aliquo corpore diaphano, diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris, & basis in superficie rei uisæ: suntq; tot pyramides, quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphani, in quo fit diffusio formarum. Quia itaque totum medium est plenum formis rerum: anguli uerò refractionis, qui fiunt ab aere ad aquam, sunt iidem cum angulis refractionum, qui fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis: iidem uerò anguli semper per easdem lineas continentur. Patet ergo quia locus centri uisus & punctum rei uisæ de uno diaphano ad alterum permutatis, semper quidem fit formarum uniuersalis diffusio: non tamen percipitur quælibet forma à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo, à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum. Patet itaque quia illæ lineæ manent eadem secundum substantiam, nominibus tantum hinc inde permutatis: ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea refractionis, & econuerso. Patet ergo propositum.

10. *Omnis refraçtio formam lucis & coloris, quæ sunt in re uisæ, debilius uisui representat.*
Alhazen 38 n 7.

Hoc patet per experientiam. Cum enim aliquid uisum est in medio secundi diaphani, ut potest per aerem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntibus à punctis rei uisæ super superficiem aquæ: & deinde uisus moueatur, donec fiat positus in perpendiculari aliqua, exeunte à re uisæ super superficiem aquæ: tunc lux & color rei uisæ sunt manifestiora quam essent, cum aspiciebantur obliquè. Tunc enim figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multum obliqua: in perpendiculari uerò forma tota exit rectè: & quædam partes eius obliquè aut ferè rectè, secundum quod plus uel minus distant à perpendiculari. Patet ergo ex hoc, quoniam refraçtio debilitat in formis refractis luces & colores, quas formæ rerum uisuum per quodcunq; corpus diaphanum deferunt ad uisum: nec enim est aliqua alia differentia illarum formarum in esse suo: ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionem uisionis: & secundum illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uisus per medium secundi diaphani propter refractionem fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur rectè: quia etiam, ut patet per 33 th. 4 huius, omnis linea uel superficies rei uisæ directè uisibus opposita perfectius uidetur quam obliquata: & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis. Patet ergo propositum.

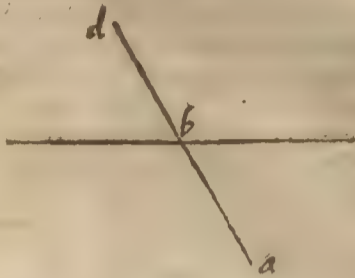
11. *Imago refracta rei uisibilis nunquam occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum.* *Euclides 7 hypothesi catoptr. Alhazen 17 n 7.*

Quod hic proponitur, patet ratione & experientia. Ratio autem est hæc. Nam forma comprehensa à uisu in corpore diaphano alio ab aere, non est ipsa res uisa: quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo: comprehendit enim imaginem refractam in sua oppositione: cum tamen res non sit directè uisui opposita. Et quia comprehendit rem refractè: ideo quia uisus est decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uisæ super superficiem corporis diaphani: comprehendit ergo ipsam ut extra suum locum, non in suo loco. Per experientiam quoq; idem patet. Assumatur uas habes oras erectas super basim eius: & in medio fundi uasis ponatur denarius argenteus: & elonget se experimentans, quousq; uideat illū denariū in fundo uasis: deinde elonget se paulatim ulterius, quousq; nō uideat ipsum, & in principio occultatiōis stet in suo loco, uisu immoto: & præcipiat infundi aqua in uas, ita ut denarius nō mutet locum: & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso nō existente in eius oppositione. Ex quo patet quod forma, quam experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ. Nam si forma esset

ma esset in loco rei uisæ: tunc etiam res uisa comprehendi posset sine infusione aquæ in uas: quod non accidit in tanta distantia, ut patuit. Imago itaq; rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei. Quod est propositum.

12. *Omnis forma puncti per refractionem uisi comprehenditur in rectitudine lineæ, per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum. Alhazen 19 n 7.*

Sit enim punctus per refractionem uisus, qui est a: cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiæ corporis alterius diaphani, qui sit b: & sit centrū uisus d: dico quòd forma puncti a comprehenditur à uisu secundum rectitudinem lineæ d b. Hoc autem instrumentaliter declarandum. Accipiatur itaq; instrumentum primum, & ponatur in uase impleto aqua, ut prius: & signetur aliquod uidentium per refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus: & intueatur experimentans per ambo foramina, ita ut uideat illud per refractionem: deinde claudatur secundum foramen instrumenti: & tunc non comprehendetur res uisa: & si claudatur primum foramen, similiter nihil uidebitur: quoniā abscissa est linea recta imaginabiliter exiens à cetro uisus ad locum refractionis. Forma enim puncti uisi per refractionem extenditur in corpore diaphano, in quo est res uisa, & refringitur in corpore diaphano, quod est inter ipsum & centrum uisus, peruenitq; ad uisum per lineam rectam, exeuntem à centro uisus ad punctum refractionis: & uisus non comprehendit aliquid, nisi in rectitudine linearum radialium, per quas forma uisibilis mouetur ad uisum. Et si fiat operatio per interpositionem alicuius uitri uisui & rei uisæ, ut supra: eodem modo penitus operando, patebit idem. Et hoc est propositum. Visus enim nihil comprehendit nisi in rectitudine linearum radialium: non enim patitur nisi in progressione istarum linearum à punctis rerum uisibilium ad uisum: quoniam non uidet nisi res sibi oppositas, quarum formæ secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum, ut patuit per 2 th. 3 huius, & per multa similia. Patet ergo, quod proponebatur.



13. *Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari, ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit refraction. Alhazen 19 n 7.*

Quod hic proponitur, patet ideo: quia lux extenditur in corpore diaphano transitu uelocissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito: & iam patuit ex his, quæ dicta sunt in 47 th. 2 huius, quia transitus lucis in corpore diaphano super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpendicularem, exeuntem à puncto, à quo extenditur lux super superficiem illius corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendicularem. Forma uero, quæ extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis, quæ est forma lucis existentis in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris, semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diaphani. Hęc ergo forma extenditur ad locū suæ refractionis motu composito ex motu super perpendicularem, exeuntem à puncto ipso uiso super superficiem corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Est ergo motus formæ, quæ mouetur ad uisum, aut super perpendicularem ductam ab ipso puncto, cuius ipsa est forma, super superficiem corporis diaphani: quamuis postmodum translata sit ab hac perpendiculari alio motu aut motus eius est super perpendicularem, ductam super illam priorem perpendicularem, & translata est post motum eius super primam perpendicularem, ductam à puncto rei formæ motu super superficiem corporis diaphani: sitq; hęc translatio propter compositionem ex prædictis duobus motibus. Forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani: deinde translata est ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma ad uisum. Palam est etiā quod proponitur per hoc. Quia si punctum superficiæ corporis diaphani, cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uisæ, contingat abscondi à uisu, utpote propter interpositionem alicuius corporis opaci: non fiet uisio illius puncti rei uisæ. Forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit refraction. Patet ergo propositum, quod & manifestius postmodum instrumentaliter itudebimus declarare.

14. *Omniū formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diaphani, à qua fit refraction, maior est refraction quam punctorum minus distantium ab illa.*

Esto centrum uisus a: & linea uisa per refractionem sit b c d e: sitq; communis sectio superficiæ refractionis & corporis, à cuius superficie fit refraction, linea f g h i: sitq; perpendicularis ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f: quæ incidat in punctum b rei uisæ: & sit a f b:

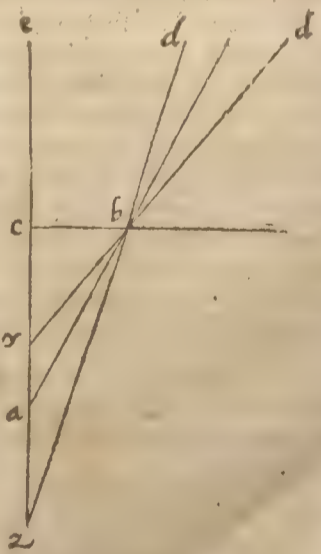
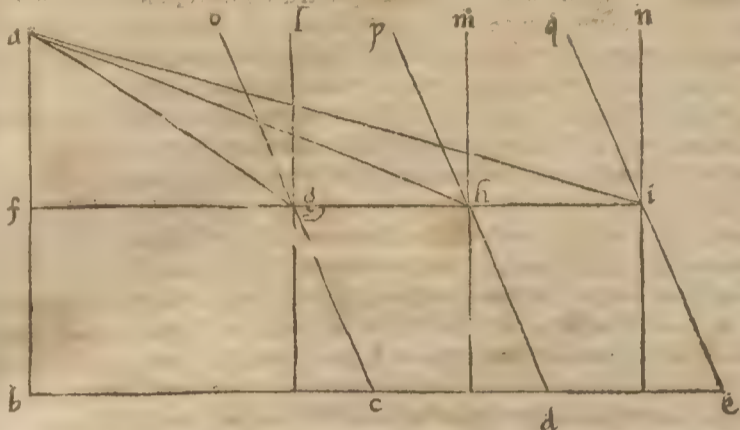
Mm 4 distetq;

distetq; à puncto b & à perpendiculari a fb plus punctum d quàm punctum c, & plus punctum e quàm punctum d. Dico quòd maior erit refractione puncti e quàm puncti d: & maior puncti d quàm puncti c. Forma enim puncti a cum sit in ipsa linea perpendiculari: patet per 3 th. huius quia non refringitur. Formæ uerò aliorum punctorum, quæ sunt c, d, e, patet quòd refringuntur per 4 huius. Et quoniam, ut patet per 49 th. 2 huius, nulla refractione transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuit figuram: patet quòd de necessitate diuersitas formarum punctorum rei uisæ refringitur à diuersis punctis superficie ipsius rei uisæ: ita quòd forma puncti remotioris à uisu refringitur à puncto superficie remotiori à centro uisus: aliàs enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionem.

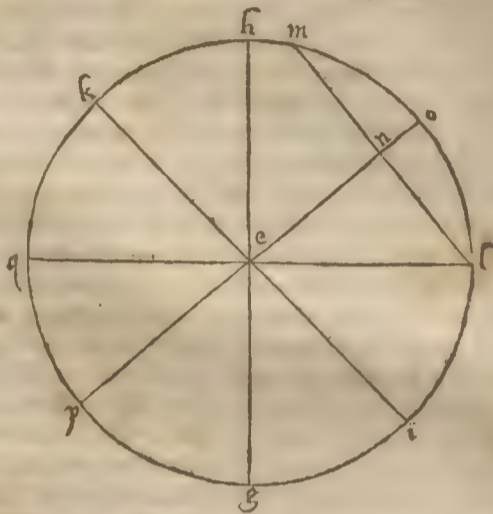
Sit ergo, ut forma puncti c refringatur à puncto g: & forma puncti d à puncto h: & forma puncti e à puncto i: & educantur à puncto g linea gl: & à puncto h linea hm: & à puncto i linea in perpendiculares super superficiem corporis diaphani per 12 p. 11: & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiem corporis, linea cg in punctum o: & linea dh in punctum p: & linea ei in punctum q: & copuletur lineæ refractæ à punctis g, h, i ad uisum, quæ sunt ga, ha, ia. Quia itaq; in trigono a fi ductæ sunt lineæ a g & a h: patet per 21 p. 1 quoniam angulus agf est maior angulo ahf. Quia ergo anguli lgf & m hf sunt recti & æquales: relinquitur angulus agl minor angulo ahm: sed angulus ogl & phm sunt æquales: quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b, c, d, e ab inuicem, & à superficie diaphani, à qua fit refractione. Est ergo angulus pha maior angulo oga: & angulus qia maior angulo pha: est autem eadem dispositio in eij, in quo fit refractione formarum punctorum c & d à punctis g & h. Patet ergo quòd maior fit refractione à puncto h remotiore à uisu a, quàm à puncto g propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h: fit enim secundum præmissa angulus a iq maior angulo ahp: est ergo maior refractione puncti i quàm puncti h: ergo & maior quàm puncti g. Patet ergo uniuersaliter, quòd proponēbatur. In omnibus enim punctis & superficiebus, à quibus fit refractione, est eadem demonstratio.

15. Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in cõmuni sectione lineæ refractionis, per quam peruenit forma ad uisum, & catheti incidentiæ, exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis. Ex quo patet quòd locus imaginis formæ puncti rei uisæ existentis in medio secundi diaphani densioris primo appropinquat uisui: in rariore uerò elongatur. *Alhazen 18 n 7.*

Verbi gratia: sit punctus rei uisæ per medium secundi diaphani a: & superficies secundi diaphani sit, in qua est linea bc: & sit b punctus refractionis: & centrum uisus sit d: perueniatq; forma puncti a ad uisum d secundum lineam refractionis: quæ sit bd. Ducatur itaq; à puncto a perpendicularis super superficiem bc: quæ sit ae. Dico quòd in puncto, qui est cõmuni sectio lineæ perpendicularis ae, & productæ db est locus imaginis refractæ. Hoc autem patet. Quoniam enim per 12 huius forma refracta occurrit uisui in linea db, & per 13 huius occurrit in linea perpendiculari: quæ est ae: occurrit ergo in cõmuni ipsarum sectione, quæ sit punctum x. Hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandum. Accipiat columnam rotundam ligneam, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum: & plantentur superficies basium eius: & in una basium suarum inuenito per ipz cõtro (quod sit e) ducantur diametri quæcunq; placuerint: & sint duæ, quæ gh & ik, obliquè se secantes: quæ profundentur ferrò, ut appareât uisui: & impleantur profunditates ipsarum cerusa distemperata cum lacte uel cù alio albo liquore aut albo alio colore quocunq;: punctum uerò centri, quod est e, sit nigrum. Deinde accipiat uas magnum profundum habes oras erectas, & ponatur in loco luminoso: infundaturq; in uas aqua tanta, quòd cum immissa fuerit columna in aquam erecta taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint



res sint super fundum uasis: tunc ipsa aqua excedat punctum e centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos: expecteturq; donec aqua quiescat in ipso uase. Moueatur itaq; columna, donec gh diameter basis sit perpendicularis super superficiem aquæ: declinetur quoq; uisus extra oras uasis, quousq; appropinquet æquidistantiæ superficiæ aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e centrum circuli & diameter gh: & inuenietur centrum circuli e in rectitudine illius diametri. Deinde intueatur uisus diametrum ik decliuem super superficiem aquæ: & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ: eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus: cum tamen diameter gh extra aquam & intra aquam remaneat linea una recta sine refractione uel continetia anguli. Ex quo patet quod forma puncti centralis, quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrum circuli basis: quia tunc esset etiam in rectitudine diametri decliuis, quæ est ik: quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cû ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis, quæ est ik, & angulus, quem continet partes diametri decliuis ik, sequuntur perpendicularem gh: patet quod punctus, in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ. Et quia uisus hoc punctum comprehendit in rectitudine diametri gh: patet quod forma centri e est eleuata à uero loco centri secundum rectitudinem diametri perpendicularis, quæ est gh. Patet etiam ex diametri decliuis ik incuruatione apud superficiem aquæ, & ex rectitudine & continuitate partis suæ intra aquam, quod omne punctum partis diametri ik, quod est intra aquam, est eleuatum à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis columnæ, quousq; diameter ik fiat perpendicularis super superficiem aquæ: erit ergo tunc gh diameter decliuis super superficiem aquæ: & tunc uidebitur forma



centri e in rectitudine diametri ik, & extra rectitudinem diametri gh: quoniam illa uidebitur frangi & incuruari super superficiem aquæ: & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrum ik perpendicularē super aquæ superficiem. Idē quoq; accidet si plures sint diametri signatae in superficie basis columnæ: semper enim forma centri e uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis: & diameter decliuis uidebitur incuruari apud superficiem aquæ, & continere angulum obtusum cū parte sui, quæ est intra aquam: quæ pars intra aquam semper uidebitur continua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma puncti a uisu in corpore diaphanitate grossioris, quam sit aeris diaphanitas, uidetur extra locum suum eleuata in rectitudine perpendicularis, exeuntis ab illo puncto superficiæ corporis diaphani: cū linea d b continuans d centrū uisus cū puncto refractionis b, nō fuerit perpendicularis super superficiem corporis diaphani. Et quia (sicut instrumentaliter & per rationem ostentum est per u huius) omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositione & in rectitudine lineæ, per quam extenditur forma ad uisum: puncta ergo, quæ uisus comprehendit per refractionem, quia sunt in oppositione uisus secundum lineam rectam, in cōmuni sectione perpendicularis a e & lineæ d a productæ ad perpendicularē necessariō uidentur. Est ergo punctus ille, in quo illæ lineæ duæ secant se, locus imaginis refractæ. Quod si fiat refractione formæ puncti uisi à corpore diaphano subtiliori ad grossius, adhuc idē accidet quod in præmissis: quoniam adhuc locus imaginis refractæ erit in cōmuni sectione lineæ refractionis, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis, ductæ à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit refractione. Assumatur enim uitrum superficialium planarum & æquidistantium, cuius longitudo sit octo digitorum, latitudo & spissitudo sit æqualis: quælibet quatuor digitorū. Deinde basi columnæ lineæ prædictæ prius inscribatur linea decem digitorū per 1 p 4: quæ sit lm: eritq; medietas lineæ lm quinq; digitorū: diuidaturq; in duæ equalia in puncto n: & à centro basis, quod est e, ducatur linea e n: & producat illa linea ex utraq; parte ad peripheriā ut fiat diameter o n e p. Erit itaq; per 3 p 3 linea e n perpendicularis super lineam lm: & ducatur linea e l: & compleatur diameter l q: hæc itaq; duæ diametri o p & l q profundetur cultro: & impleatur diametri p o concavitas colore albo, & diametri l q cōcauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum super basim columnæ, taliter, ut altera extremitas longitudinis superponatur medietati lineæ lm, quæ est n l. Et quia uitrum est in longitudine octo digitorū, & linea ln quinq; digitorum: patet quod longitudo uitri excedit quantitatem lineæ ln in tribus digitis: & distinguatur de uitro tres digitis, de quibus duo erūt ex parte diametri l q decliuis extra circulum: & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o perpendicularē super lineam lm: sitq; corpus uitri ex parte centri e, scilicet inter lineam lm & centrū e: & sic applicetur uitrum tabulæ per glutinum: erit itaq; perpendicularis p o erecta super extremitates uitri, quæ sunt superficies duæ æquidistantes: & diameter l q erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; peripheria circuli, cui supereminet extremitas uitri, ex parte uisus experimentantis: & ponatur alter uisus in differentia cōmuni circumferentiæ basis & extremitatis uitri: hoc est in puncto l, quod est extremitas diametri decliuis, quæ est l q: & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cū illo oculo, nisi solus punctus l: reliquus uero

uerò uisus sit in parte, in qua est uitrū & circulus: & cooperiatur illud, quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno linteo uel bombace, applicata taliter superficiei columnæ, ut non uideatur, nisi sola diameter decliuis lq per unum uisum contingentem uitrum: diameter uerò po perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento: centrum circuli e inuenietur in rectitudine diametri po albæ, quæ est erecta super superficiem uitri: & inuenietur diameter decliuis, quæ est lq, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte centri e: cadetq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ: sed uisus comprehendet partem diametri lq, quæ est sub uitro, in rectitudine. Et quoniam uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis (quæ est po) alia qua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex parte ceteri e, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri, ut est eius pars, quæ on: pars illa, quæ est sub uitro, comprehenditur à uisu existente extra uitrum secundū refractionem: & pars on, quæ est ex parte extremitatis diametri, comprehenditur à uisu extra uitrum existente recte & sine refractione: pars autem, quæ est ex parte centri, comprehenditur ab utroq; uisu per refractionem. Nam lineæ exeuntes à centro uisus contingentis uitrum, & extensæ in corpore uitri peruenientes ad superficiem uitri, quæ est ex parte centri, omnes fiunt decliues super superficiem uitri. Pars ergo perpendicularis diametri po, illa, quæ est ex parte ceteri, comprehenditur à uisu contingente uitrum per refractionem: lineæ uerò exeuntes à reliquo uisu ad superiorem uitri superficiem erunt decliues super superiorem uitri superficiem. Cum ergo extenduntur ad superficiem uitri reliquam, quæ est ex parte centri e, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 23 th. i huius: illæ enim superficies uitri sunt æquidistantes ex hypothesi. Uisus itaq; illæ comprehendet etiam partem diametri po, quæ est uersus ceterum e, duabus refractionibus: partem uerò, quæ est sub uitro, una sola refractione: partem uerò superiorem, quæ est po, comprehendet absq; refractione: uterq; tamen uisum comprehendit hæc diametrum po rectam. Et si experimenter cooperato altero uisu aspiciat solum per uisum, qui positus est super uitrum: comprehendet perpendicularem po rectam: & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intueatur diametrum po ultra uitrum: comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis comprehendat ipsam secundum refractionem: quoniam quilibet punctus diametri po, & si non comprehendatur à uisu in suo loco, comprehenditur tamen in rectitudine perpendicularis, quæ exit à puncto illo super superficiem uitri: hæc autem est sola ipsa linea po per 20 th. i huius: quoniam ab uno puncto super quamcunq; superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile: hæc autem linea, quæ est po, à quolibet sui puncto procedit perpendiculariter super superficiem uitri. Omnis ergo refractionis suorum punctorum fit super ipsam eandem. Forma itaq; ceteri e, quando uisus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri po; exeuntes perpendiculariter à centro e super superficiem uitri: & diametri decliuis lq pars extra uitrum existens uersus centrum e comprehenditur non in suo loco: ideo quia punctus centri e non comprehenditur à uisu, nisi præter suum locum: & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ: tunc forma centri e uidetur sub centro basis columnæ. Quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensæ à uisu in secundo medio rarioris diaphani illo diaphano, in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis, productæ ab illo puncto super superficiem corporis diaphani, quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diaphani quam ipsum punctum, cuius uidetur forma: & quoniam omnne punctum comprehensum à uisu per 12 huius est in rectitudine lineæ; per quam forma peruenit ad uisum: patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscunq; diaphanis taliter situatis comprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis, exeuntes à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani, quod est contingens uisum. Et patet ex præmissis corollarium. Locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem, quando fit illa refractione in medio secundi diaphani deniore primo: tunc locus imaginis approximat ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro e, cum ipsum uidetur sub aqua: cum uerò fit refractione à superficie alterius diaphani rarioris primo diaphano contingente uisum: tunc locus imaginis elongatur à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro e uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per medium rariius uitro, quod est aer, diffunditur ad uitri superficiem, & per uitrum refringitur ad uisum: ut etiam exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis: punctum enim x propinquius est uisui existenti in puncto d, quam punctum z. Patet itaq; propositum.

16. *Forma puncti rei uisæ per refractionem, existentis in medio secundi diaphani, locus imaginis quandoq; est in ipso secundo corpore diaphano: quandoq; in eius superficie ut in ipso puncto refractionis: quandoq; est inter uisum & illud corpus diaphanum: quandoq; retro uisum: quandoq; in ipsa superficie uisus.*

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis; exeuntes ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis: cum itaq; illæ lineæ necessario concurrant: aut æquidistant: patet quod si concurrunt, ubi cunq; illæ lineæ se intersecuerint, siue hoc sit intra corpus diaphanum, in quo est punctus rei uisæ: siue fuerit extra illud corpus inter uisum & superficiem illius corporis: siue hoc fuerit in centro uisus, siue retro uisum: ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uerò illa linea, per quam forma peruenit ad uisum, fuerit æquidistans illi perpendiculari: tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius

illius imaginis, nisi solum ipsum punctum refractionis. In illo ergo uidebitur imago illius formæ: sicut etiam accidit idē, quando linea refractionis & dicta perpendicularis in ipso puncto refractionis se interfecant: nec indigent hæc alia demonstratione, nisi illa quam in 11 th. 8 huius in speculis sphericis cōcauis posuimus: hæc enim refractionis, ut patet per 7 huius, quandoq; fit à superficie concava corporis diaphani, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ: unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde. Patet ergo propositum: diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum, à quibus fit refractionis.

17. *In refractione formarum à superficibus corporū alterius diaphanitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.*

Quoniam enim secundum omnes lineas, per quas forma extenditur ad uisum, semper fit refractionis in superficie corporis alterius diaphanitatis, ut linea, per quam forma extenditur in medio unius diaphani, angulum contineat cum linea illa, per quam in secundo diaphano forma peruenit ad uisum: sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diaphani non refringitur: & omnis imaginis refractionis locus est in communi sectione linæ secūda, per quam forma refracta extenditur ad uisum, & linæ perpendicularis, exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis per 15 th. huius: hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi: quoniam sola linea incidentiæ concurrit cū illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ linæ producuntur. Palam ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem nisi in alio loco & situ, quam sit ipsa res uisæ: erit itaq; positio formæ comprehensæ à uisu alia à positione rei uisæ. Et similiter est de remotione: hæc autem sunt quidam situs. Punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis, in refractione ex diaphano densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diaphano rariore ad densius se deprimit, remouendo se à centro uisus, ut patuit per corollarium 15 huius. Patet itaq; quod locus imaginis semper se uariat: & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis, alium locum rei uisæ & situationem aliam accipiens secundum illud. Patet ergo propositum.

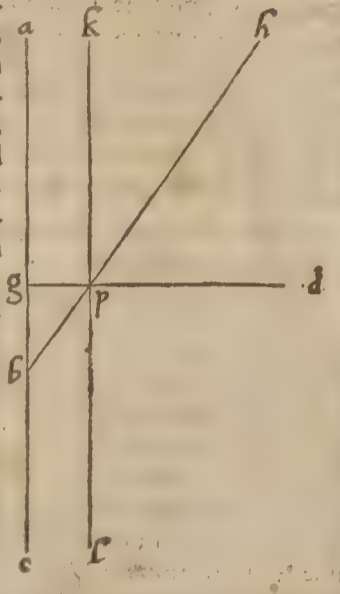
18. *Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehenditur, ac si res illius forma sit in loco imaginis constituta. Alhazen 19 n 7.*

Sicut enim in 13 th. huius dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendicularem super superficiem corporis diaphani, ductam à puncto rei uisæ: deinde transfertur ab hac perpendiculari per motum in rectitudine linæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma itaq;, quæ est super lineam perpendicularem incidentem superficiem corporis diaphani, & deinde mouetur in rectitudine linæ, per quam forma extenditur ad uisum, est forma, quæ extenditur à puncto uiso in rectitudine perpendicularis, exeuntis ex ipso super superficiem corporis diaphani, donec perueniat ad punctum sectionis inter hanc perpendicularem & lineam, per quam forma extenditur ad uisum. Forma itaq;, quam uisus comprehendit refractam ultra corpus diaphanum, est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis: comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis sicut alia, quæ in suo loco comprehendit sine refractione per medium unius diaphani & directè. Videtur itaq; res distans tantum à centro uisus, quantum punctus imaginis distat ab eodem centro uisus: quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, est situs formæ, quæ est in loco imaginis: unde propter refractionem forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis. Patet ergo propositum.

19. *Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à qua fit refractionis, existente linea recta, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diaphani qualiscunq;: à nullo puncto illius superficiei fiet refractionis: & una tantum imago uisui occurret. Alhazen 21 n 7.*

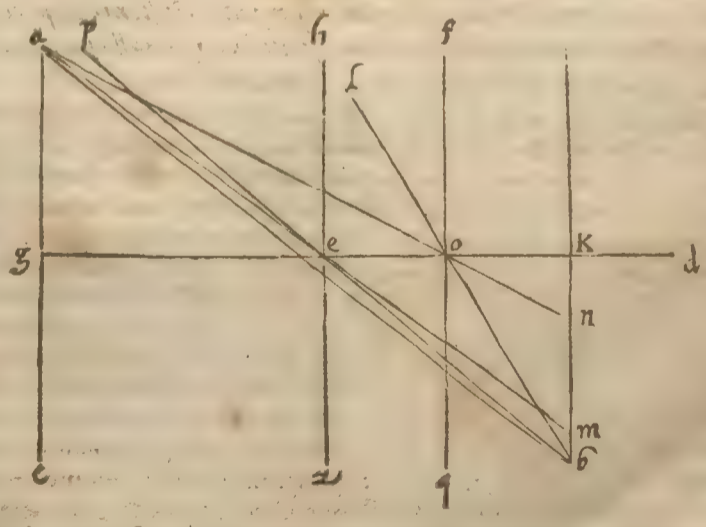
Esto centrum uisus punctus a: & punctus rei uisæ b: sitq; g aliquod punctum superficiei corporis, à qua fit refractionis, quod sit grossioris uel rarioris diaphanitatis quam corpus, quod est contingens uisum: ducaturq; à puncto a cetro uisus linea a g c: quæ sit perpendicularis super superficiem corporis secundi diaphani per 11 p 11: sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c. Palam ergo per 3 th. huius quoniam uisus a comprehendet formam puncti b rectè sine omni refractione. Quia enim forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g ad superficiem corporis diaphani, quod est contingens uisum in puncto a: & quia linea b g est perpendicularis super superficiem corporis diaphani contingentis uisum: comprehendet ergo uisus a punctum b in suo loco secundum rectitudinem linæ a g b. Non est itaque possibile, ut punctum b extra lineam b g a refringatur ad uisum a. Si autem detur hoc esse possibile: sit superficiei illius diaphani, in qua est punctus refractionis g, alter punctus refractionis, qui sit p, extra lineam a g b: & refringatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p. Imaginemur itaque superficiem refractionis, in qua sit linea perpendicularis, quæ a g b, transire per punctum p: & sit communis sectio huius superficiei & superficiei corporis diaphani, in qua sit refractionis, linea recta, quæ est g p d per 3 p 11: & à puncto p extrahatur perpendicularis super lineam g d per 11 p 1: quæ sit k p l: & sit linea k p l producta secans

secans ipsum corpus diaphanum, à cuius superficie sit refractione formæ puncti b ad uisum a. Est ergo linea k p l perpendicularis super superficiem illius corporis diaphani: ducatur itaq; linea b p, & producatul ultra corpus diaphanum usq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & à linea k p perpendiculari, exeunte à puncto refractionis, quod est p, super superficiem corporis diaphani. Quia itaq; corpus diaphanum, quod est ex parte uisus a, est subtilius illo, quod est ex parte ipsius b puncti rei uisæ: tunc, cum forma puncti b peruenit ad p punctum refractionis: palam per 4 huius quia refringetur ad partem contrariam illi parti, in qua est perpendicularis k l: non ergo perueniet forma refracta ad lineam a b: ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus: sed datum est ipsum refringi à puncto p ad punctum a: accidit igitur impossibile contra hypothesein: & quocumq; alio puncto dato idem accidit impossibile. Non ergo refringitur forma puncti b ad uisum a ex aliquo puncto superficie illius corporis diaphani dato extra lineam a g b: sed solum forma illa puncti b secundum rectitudinem peruenit ad uisum a. Quod si corpus diaphanum contingens superficiem uisus sit densius illo corpore diaphano, quod est continens punctum rei uisæ: tunc eadem linea p h refringetur ad partem perpendicularis p k, propter densitatem diaphani secundi: nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k: ergo neque cum linea a b æquidistante ipsi p k per 6 p 11: quoniam ambæ lineæ a b & k l sunt erectæ super superficiem corporis diaphani, in qua est linea g p d. Quaecumq; ergo fuerit diaphanum secundum, scilicet rarius uel densius primo diaphano, semper puncto rei uisæ sic disposito, à nullo puncto illius superficie diaphani fiet refractione ad uisum: sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ, secante superficiem corporis secundi diaphani in uno tantum puncto g. Forma ergo illius puncti non comprehenditur nisi ex uno tantum puncto superficie illius corporis diaphani: habet ergo tantum unicam imaginem non refractam. Quod est propositum.



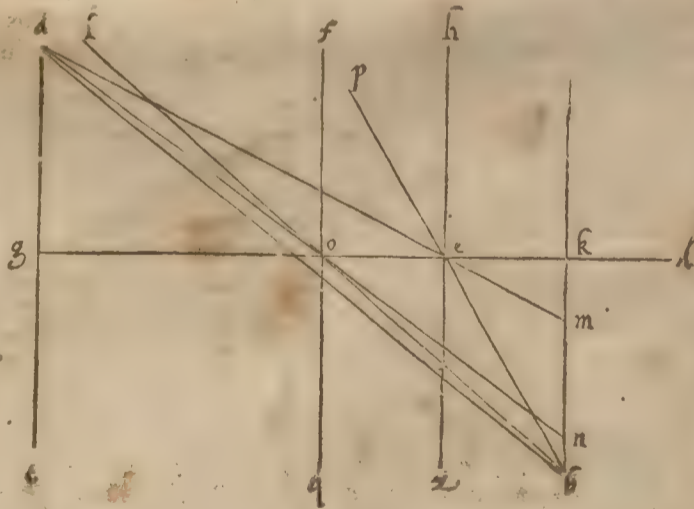
20. Comuni sectione superficie refractionis & superficie corporis diaphani, à qua fit refractione, existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani densioris diaphano uisum contingente: ab uno tantum puncto fiet refractione: & uidebitur unica imago. Alhazen 22 n 7.

Remaneat dispositio, quæ in proxima præcedente: & sit punctus b extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a super superficiem secundi diaphani, quæ est a g c. Educatur quoq; superficies plana per lineam a g c & per punctum b: hæc itaq; erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diaphani per 18 p 11: & secabit superficiem corporis diaphani secundum lineam rectam per 3 p 11: quæ sit g d. Non ergo refringetur per 2 th. huius forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficie, in qua est linea g d: non enim transit per duo puncta a & b superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diaphani, nisi solum superficies transiens per perpendicularem a c: sed per perpendicularem a c, & per punctum b non transit aliqua superficies plana nisi una sola tantum. Forma ergo puncti b refringitur ad punctum a centrum uisus ab aliquo puncto lineæ g d: qui sit e: ducanturq; duæ lineæ b e & e a: & extrahatur à puncto e linea perpendicularis super superficiem g e d per 12 p 11: quæ sit h e z: quæ per 1 th. huius erit in illa superficie refractionis: erit ergo linea h e z perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diaphanorum: quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies. Producatul itaque linea b e in continuum & directum: & sit linea b e p: erit ergo linea e p cadens inter duas lineas e h & e a per 4 th. huius. Nam corpus diaphanum, quod est ex parte a centri uisus, est subtilius corpore diaphano, quod est ex parte b: ergo per idem 4 th. huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, eum perueniet ad e punctum datum refractionis, refringetur ad partem contrariam parti perpendicularis, quæ est z e h: erit ergo linea e p inter duas lineas e h & e a.



Ducatur

Ducatur itaq; à puncto uiso b linea perpendicularis super lineam g d per 12 p 1: quæ sit b k: erit ergo linea b k perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte b per conuersam 4 definitionis 11: quia ducta est perpendiculariter in superficie a b g erecta super illâ. Educatur itaq; linea a e in continuum: hæc itaq; reuecabit ab angulo b e k angulum æqualem angulo p e a per 15 p 1: secabit ergo per 29 th. 1 huius & lineam b k illi angulo subtentiam. Secet ipsa itaq; lineam b k in puncto m. Palam itaq; per 15 th. huius quoniam punctus m est locus imaginis formæ puncti b: & angulus p e a est angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b non habebit aliam imaginem præter quam illam, quæ est in puncto m: nec forma eius refringetur ad uisum in punctum a ab alio puncto superficiem corporis diaphani, quam à puncto e. Nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu, nisi secundum perpendiculararem b k per 13 th. huius. Si itaq; punctus b aliam habuerit imaginem quam in puncto m: erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k per 15 th. huius: quia corpus, quod est ex parte b puncti uisi, est grossioris diaphanitatis illo corpore, quod est ex parte uisus a. Sit itaq; si possibile est illa alia imago formæ puncti b in puncto lineæ b k, quod sit n. Erit itaque punctus n aut inter duo puncta m, k: aut inter duo puncta m, b. Ducatur quoq; linea a n à centro uisus ad punctum n: hæc itaq; secabit lineam g d: sunt enim puncta a, b, k in eadem superficie cum linea g d, ut patet ex præmissis. Secet ergo linea a n lineam g d in puncto o: ducaturq; linea b o: quæ producta ultra punctum o signetur ad punctum l: erit itaq; punctum o punctum refractionis formæ puncti b ad uisum in punctum a: quia b o l est linea, per quam extenditur forma: & est angulus l o a angulus refractionis. Ducatur itaq; à puncto o linea perpendicularis super lineam g d per 11 p 1, quæ sit linea f o q: erit itaq; linea f o q perpendicularis super superficiem corporis diaphani per 28 p 1 & per 8 p 11: & erit angulus l o f æqualis angulo o b k contento à perpendiculari k b & à linea b o, per quam extenditur forma ad locum refractionis per 29 p 1: quoniam, ut patet per 6 p 11, lineæ b k & f o q sunt æquidistantes. Si itaq; punctus n fuerit inter duo puncta m & k: tunc punctus o erit inter duo puncta e & k, secans lineam e k per 32 th. 1 huius: erit itaq; angulus e b k maior angulo o b k per 29 th. 1 huius: quia omne totum est maius sua parte. Et quia angulus p e h est æqualis angulo e b k per 29 p 1, & angulus l o f æqualis angulo o b k per eandem 29 p 1: quoniam lineæ h z & f q & b k sunt inter se æquidistantes: erit ergo angulus p e h maior angulo l o f: & angulus p e a est angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui est p e h: & angulus l o a est angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui est l o f: angulus ergo p e a est maior angulo l o a per 8 huius. Ostensum est enim in corollario, quod sequitur, tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex præcedente experimentatione: quoniam anguli refractionum in medio secundi diaphani grossioris, quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis sub linea perpendiculari, ducta à puncto refractionis super superficiem diaphani, & à lineis refractis ad uisum, in maioribus angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores: ergo angulus a e h est minor angulo a o f: quod est impossibile. Quoniam enim per 21 p 1 angulus a e g est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales per 29 p 1, & quia sunt recti: patet ergo quoniam angulus a o f est maior angulo a e h. Cum ergo sequatur impossibile ex datis: patet quod punctum n non cadit inter puncta m & k. Similiter quoque sequitur ex illis datis, ut angulus a e b sit minor angulo a o b: quod est impossibile, & contra 21 p 1 producta linea a b, quæ ambobus illis angulis subtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ productur. Si enim angulus p e a sit maior angulo l o a: ergo per 13 p 1 angulus a e b est maior angulo a o b: est enim uterq; illorum super angulum suæ refractionis residuum duorum rectorum. Quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b lineæ b k: tunc punctus e erit inter duo puncta o & k per 32 th. 1 huius: quod potest ostendi, ut prius: & erit angulus e b k minor angulo o b k: erit ergo, ut prius, angulus p e h minor angulo l o f: & erit angulus p e a, qui est angulus refractionis, minor angulo l o a, qui est etiam angulus refractionis: angulus ergo a e b est maior angulo a o b: quod est impossibile, ut prius per 21 p 1 ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n sit locus imaginis formæ puncti b: ergo neque aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m. Punctus itaq; b existens in proposito situ non habebit alium locum imaginis, respectu uisus a, nisi solum punctum m: nec refringetur ab alio puncto superficiem corporis diaphani ad uisum a, nisi à solo puncto e. Quod est propositum.

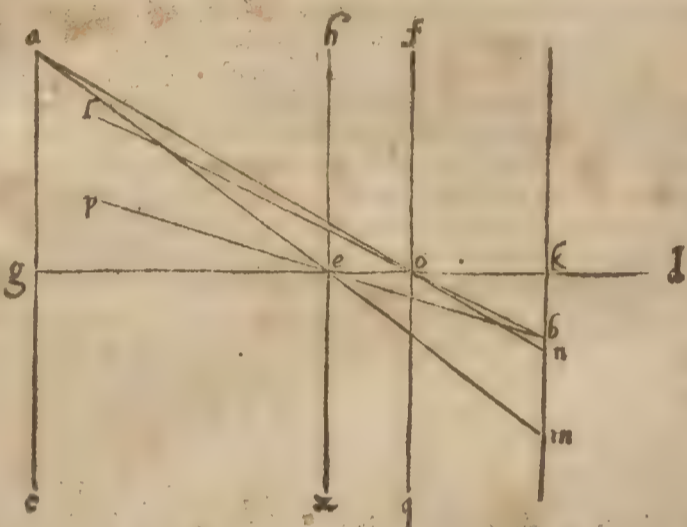


21. Communi sectione superficiem refractionis & superficiem corporis diaphani, à quo fit refractionis

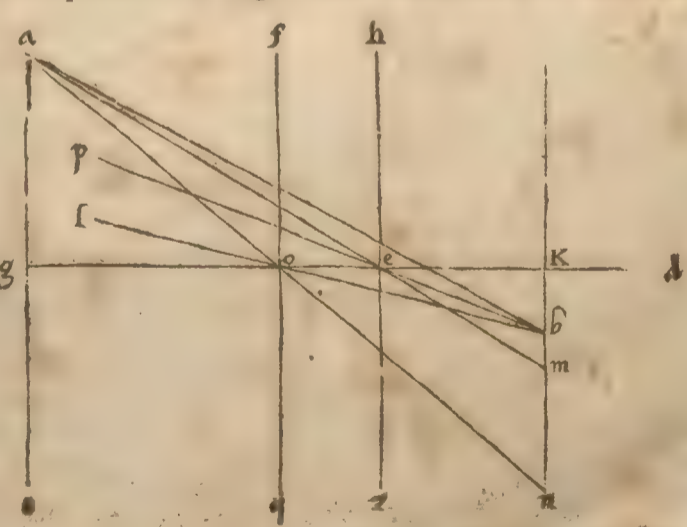
fractio, existente linea recta, puncto q, uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani rarioris corpore diaphano uisum contingente: ab uno tantum puncto fiet refractio: & unica uidebitur imago. Alhazen 23 n 7.

Remaneat omnis dispositio, ut in præcedentibus, nisi quòd corpus diaphanum, in cuius superficie est linea g d & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diaphanitatis illo corpore, quod est ex parte b puncti rei uisæ: & illud, quod est ex parte puncti b sit rarius: & sit linea b k ducta à puncto rei uisæ per p q perpendicularis super superficiem corporis diaphani: fiatq; refractio formæ puncti b ad uisum a ex puncto superficie illius corporis, quod sit e: & ducantur lineæ b e & e a: protrahaturq; linea b e usq; ad punctum p ultra superficiem corporis, in qua est linea g d, & à puncto refractionis, quod est e, ducatur linea h e z perpendiculariter super lineam g k: cadet ergo linea a e media inter duas lineas e p & e h. Nam prima linea, per quam extenditur forma ad locum refractionis, est linea b e: fit autem refractio ad partem perpendicularis e h per 4 huius: nam corpus, quod est ex parte uisus a, est grossioris diaphanitatis corpore, quod est ad partem rei uisæ b, ut patet ex hypothese. Protrahatur itaque linea a e ultra punctum e, quousq; concurrat cum linea k b: concurret autem cum illa per z th. 1 huius: secat enim eius æquidistantem h e z: fecerit ergo lineam k b in puncto m. Est itaque per 15 th. huius punctus m locus imaginis formæ puncti b: & profundabitur sub puncto b ultra situm rei uisæ, cuius ipsum habet formam. Nam corpus, quod est ex parte b, est subtilius illo corpore, quod est ex parte uisus a.

Dico itaque quòd forma puncti b non refringitur ad uisum a, nisi à solo puncto e: & quod non habet imaginem, nisi in solo puncto m. Si enim hoc sit possibile, ut plures habeat imagines quàm illam, quæ est in puncto m: sit, ut habeat imaginem in puncto alio, quod sit n: erit itaque punctus n in linea perpendiculari b k per 13 huius: & infra punctum b per 15 th. huius: propter corporum diaphanorum mediolorum propositam diuersitatem. Aut igitur erit punctus n inter duo puncta m & b: aut sub puncto m. Sit primò inter duo puncta b & m:



ducaturq; linea a n: quæ secabit lineam e k per 22 th. 1 huius: quia ipsa producta à puncto lateris m e secat latus k m trigoni e k m remotius à puncto a, quàm est latus k e: & etiam ideo, quia puncta a & b sunt in eadem superficie, & linea e d est iacens inter illa puncta. Secet ergo ipsam in puncto o: est itaque o punctus refractionis: & ducatur linea b o: quæ transeat usq; ad punctum l: & ex puncto o extrahatur linea f o q perpendiculariter super lineam g d per 11 p. 1. Linea itaque b o est illa linea, per quam forma puncti b extenditur ad punctum refractionis, quod est o. Linea quoque o a erit inter duas lineas o l & o f: quoniam in tali dispositione mediolorum diaphanorum semper fit refractio ad perpendicularem per 4 th. huius. Si itaque punctus n fuerit inter duo puncta m & b: erit per 22 th. 1 huius punctum o inter duo puncta e & k: ergo, ut in præmissa per 29 th. 1 huius, angulus o b k erit minor angulo e b k: quoniam pars est minor suo toto: sed per 29 p. 1 angulus l o f est æqualis angulo o b k, & angulus p e h est æqualis angulo e b k: ideo quòd lineæ h e & f o & k b sunt æquidistantes: est ergo angulus l o f minor angulo p e h: angulus itaque l o a, qui est angulus refractionis, per corollarium 8 huius est minor angulo p e a, qui est etiã angulus refractionis: ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulum refractionis, qui est l o a, est minor angulo a e h, qui remanet de angulo p e h super angulum refractionis, qui est p e a per eandem 8, huius: sed angulus a o f est æqualis angulo a n k per 29 p. 1: & angulus a e h est æqualis angulo a m k per eandem 29 p. 1:

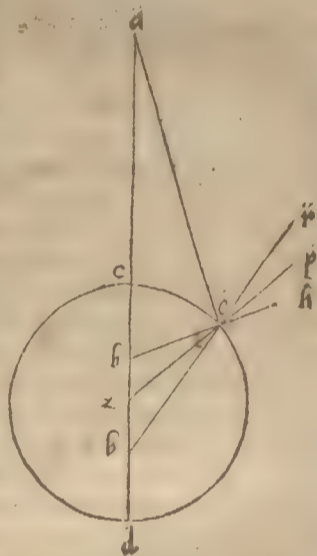


angulus

angulus itaque $\angle n k$ est minor angulo $\angle a m k$: quod est impossibile, & contra 16 p 1. Si autem punctus m fuerit infra punctum m : tunc, ut prius in proxima huius, deductione facta punctus e cadet inter puncta o & k : & erit angulus $\angle o b k$ maior angulo $\angle e b k$ per 29 th. 1 huius, & quia totum est maius parte: angulus ergo $\angle o f$ erit maior angulo $\angle p e h$ per 29 p 1: ergo angulus $\angle o a$ est maior angulo $\angle p e a$: & angulus $\angle a o$ est maior angulo $\angle a e h$ per 8 huius, ut prius: ergo angulus $\angle a n k$ per 29 p 1 est maior angulo $\angle a m k$: quod est impossibile, & contra 16 p 1. Non est ergo imago formæ puncti b in puncto n , nec id aliquo alio puncto lineæ $m b k$, præter quàm in puncto m : quoniam idem impossibile accidit in omnibus datis punctis. Ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractionis: & unica uisui occurret imago. Patet ergo propositum.

22. *Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractionis, existente circulo; punctoq; uiso existente in perpendiculari, ducta à centro uisus super conuexam superficiei corporis diaphani: formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractionis: & una tantum uidebitur imago. Alhazen 26 n 7.*

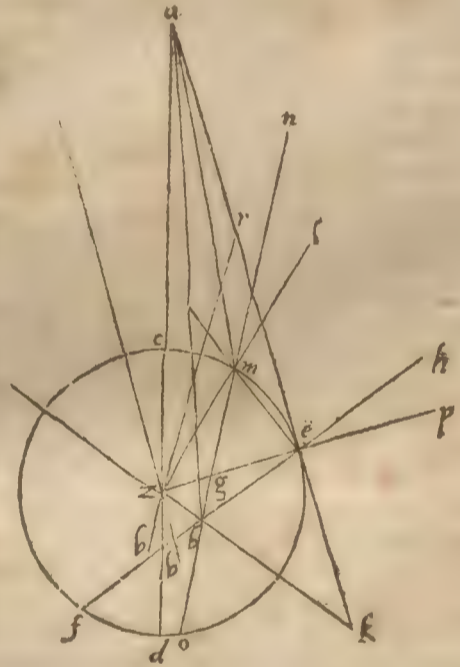
Sit centrum uisus punctum a : sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diaphanum grossius illo corpore diaphano, quod est circa uisum: & sit superficies illius corporis diaphani, quod est ex parte b , superficies conuexa, illa, quæ est ex parte uisus a : sitq; communis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diaphani per 69 th. 1 huius circulus $c d e$: cuius centrum sit punctus z : & ducatur linea $a c z d$, quæ necessariò erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani per 72 th. 1 huius: quoniam transit per punctum z centrum eius: sitq; b punctus rei uisæ in perpendiculari linea, quæ est $a d$. Tunc itaque uisus a comprehendet formam puncti b sine aliqua refractione. Nam forma, quæ extenditur secundum lineam $d a$, extenditur rectè in corpore diaphano, quod est ex parte uisus a per 3 huius: ideo quòd linea $d a$ est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus: comprehendet itaque uisus a formam puncti b in suo loco, & rectè: sed & in hac dispositione forma puncti b nunquam refringitur ad a uisum. Aut enim punctus rei uisæ, qui est b , erit in centro corporis diaphani, quod est z : aut extra illud. Si fuerit in centro z : tunc nulla linea, per quam extenditur forma puncti b ad circumferentiam circuli $c d e$, refringitur ad uisum a : quoniam omnes illæ sunt semidiametri, perpendiculares super superficiem conuexam corporis diaphani. Et quia sola linea $z a$ exit à centro circuli $c d e$ ad uisum: patet quòd forma puncti b non refringitur ad uisum a , cum punctus b fuerit in centro z . Quòd si punctus b fuerit in linea $c d$ extra centrum z : aut igitur erit in linea $d z$: aut in linea $z c$. Si sit in linea $z c$, adhuc nulla sui fiet refractionis ad uisum a . Quod si fuerit possibile, estò quòd refringatur ex puncto e : & ducatur linea $b e$: & protrahatur extra circulum ad punctum h : & protrahatur linea $z e$ extra circulum ad punctum p : erit itaque linea $z p$ perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Cum itaque corpus diaphanum, quod est circa uisum, & circa punctum b : patet per 4 huius quòd forma puncti b , quòd extenditur per lineam $b e$, refringitur in puncto e ad partem contrariam illi parti, in qua est perpendicularis $z p$: non ergo refringitur tunc forma puncti b ad uisum a . Quòd si punctum b sit in linea $d z$, adhuc non refringitur forma puncti b ad uisum a . Si enim hoc est possibile, sit, ut refringatur ex puncto e : & producat lineam $b e$ ad punctum r : & protrahatur linea $z e$ ad punctum p : sitq; ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto e per lineam $e a$: palàm itaq; quoniam angulus $\angle r e a$ est angulus refractionis: & angulus $\angle r e p$ est contentus à linea $b e r$, per quam extenditur forma puncti b , & à perpendiculari exeunte ab e puncto refractionis super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractionis: ergo per corollarium 8 huius angulus refractionis, qui est $\angle r e a$, est minor angulo incidentiæ, qui est $\angle r e p$: & linea $b z$ aut est minor quàm linea $z e$: aut æqualis ei: quia punctus b aut est inter duo puncta d & z , aut in puncto d : est itaque per 18 & per 5 p 1 angulus $\angle e b z$ aut maior angulo $\angle e z$, aut æqualis ei: sed angulus $\angle a e r$ per 16 p 1 maior est angulo $\angle e b z$: ergo & angulo $\angle e z$: & angulus $\angle r e p$ per 15 p 1 est æqualis angulo $\angle e z$. Erit ergo angulus $\angle a e r$ maior angulo $\angle r e p$: quod est contra præiuncta & impossibile. Forma ergo puncti b non refringitur ad uisum a ex puncto e : sed nec ex alio puncto circuli $c d e$: nec ex alia circumferentia alius circulorum in superficie corporis diaphani, in quo est punctum b , existentium, ut patet per 1 huius. Palàm ergo quoniam existente puncto b in linea $g d$, non comprehenditur forma eius à uisu a per refractionem ex aliquo puncto superficiei corporis densioris: & non comprehenditur nisi solum unum punctum: quoniam linea perpendicularis super superficiem corporis diaphani densioris non secat illius corporis superficiem, nisi in uno tantum puncto: unica ergo tantum uidetur imago. Similiter quoq; demonstrandum si corpus diaphanum, quod est circa centrum uisus punctum a , fuerit densius corpore diaphano, quod est circa punctum rei uisæ, quod est b . Tunc enim semper



fiet refraçtio ad perpendicularem ductam à dato puncto refractionis, & nunquam fiet ad centrum uisus punctum a: siue punctum rei uisæ fuerit in linea c z: uel in linea z d: & sequuntur maiora impossibilia quàm prius. Et si fuerit in centro z: patet quòd non refringitur, sed uidetur directè forma eius: & unica est eius imago. Patet itaq; propositum secundum omnes eius modos.

23. Comuni sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refraçtio: existente circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem, ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diaphani grossioris corpore diaphano uisum cõtingente: ab uno tantum puncto fiet refraçtio: & unica uidebitur imago: loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus. Alhazen 27 n 7.

Esto dispositio, quæ in proxima præmissa, nisi quòd punctus rei uisæ, qui est b, sit extra lineam a c d, tamen intra circulum c d e. Et quia forma puncti b non refringitur ad uisum a, nisi à circumferentia circuli c d e: quæ est in superficie refractionis, ut patet per 1 huius, & ex hypothesi: sitq; illa refraçtio à concauitate corporis diaphani, quod est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaphani ex parte rei uisæ: sit, ut refringatur ad uisum a ex puncto e circuli c d e: dico quòd non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refringi ad uisum. Sit enim, si possibile est, ut refringatur ex puncto alio circuli c d e, quàm ex puncto e: qui sit punctus m: & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, z e, z m: sit quoq; ut lineæ z e & b m, cum sint in eadem superficie circuli c d e, secent se in puncto, quod sit g: & producatu lineæ b e extra circulum usq; ad punctum h: & lineæ b m usq; ad punctum n: & lineæ z e usq; ad punctum p: & lineæ z m usq; ad punctum l. Erit itaq; angulus h e p per 15 p 1 æqualis angulo incidentiæ: quoniam uterque illorum est contentus sub lineæ e b, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis, qui est e, super superficiem corporis, à quo fit refraçtio: eritq; angulus h e a angulus refractionis: & erit angulus l m n per 15 p 1 æqualis angulo incidentiæ contentus sub lineæ n m, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis, qui est m: & angulus n m a est angulus refractionis. Erit itaq; angulus h e p aut æqualis angulo n m l: aut maior: aut minor. Si sit æqualis: tunc per 8 huius erit angulus h e a refractionis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refractionis. Et quoniam uterque ipsorum cum suo compari ualeat duos rectos per 13 p 1: erit tunc angulus a m b æqualis angulo a e b: quòd producta lineæ a b patet esse impossibile, & contra 21 p 1. Si autem angulus h e p sit minor angulo l m n: erit angulus h e a minor angulo n m a per 8 huius: erit ergo per 13 p 1 angulus a m b minor angulo a e b: quod iterum est contra 21 p 1 & impossibile. Si uerò angulus h e p sit maior angulo l m n: extrahatur lineæ e b in partem puncti b ad punctum circumferentiæ, qui sit f: & extrahatur lineæ m b ultra punctum b ad punctum circumferentiæ, qui sit o. Angulus itaque e b m erit per 54 th. 1 huius æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, cadens in arcum æqualem duobus arcibus e m & f o. Et cum angulus h e p ex hypothesi sit maior angulo n m l: erit angulus z e b per 15 p 1 maior angulo n m l: ergo & angulo b m z per eandem 15. Cum ergo angulus z e b sit maior angulo b m z: erit excessus anguli m z e supra angulum e b m, æqualis excessui anguli z e b supra angulum b m z per 22 p 1. Cum enim in trigonis e b g & m g z anguli intersectionis ad punctum g sint æquales, ut patet per 15 p 1, & quilibet reliquorum duorum angulorum cum suo tertio ualeat duos rectos: patet quòd duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni. In quanto ergo angulus z e b est maior angulo b m z, in tanto angulus m z e est maior angulo e b m. Arcus uerò respiciens angulum m z e, cum fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e per 20 p 3 & 33 p 6. Si ergo angulus m z e fuerit maior angulo m b e: tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcibus m e & f o: & erit excessus arcus m e duplicati supra duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e supra arcum f o: quoniam arcus m e utrique est communis, quo ablato remanet idem excessus: & si uarietur proportio geometrica, non tamen uariatur proportio arithmetica. Excessus ergo anguli m z e supra angulum e b m, est ille, qui respicit apud circumferentiam excessum arcus m e supra arcum f o: sed excessus arcus m e supra arcum f o est minor duobus arcibus m e & f o: quoniam est pars arcus m e: ergo excessus anguli m z e supra angulum m b e est minor angulo m b e per 33 p 6, & ut patet ex præmissis. Excessus itaque anguli z e b supra angulum z m b est minor angulo m b e: ergo, ut supra patuit per 15 p 1 excessus anguli h e p supra angulum n m l est minor angulo m b e: ergo excessus anguli refractionis, qui est h e a, supra angulum refractionis, qui est n m a, est multo minor angulo m b e per 8 huius: sed excessus anguli



guli h e a supra angulum n m a est excessus anguli a m b supra angulum a e b per 13 p 1: excessus itaque anguli a m b supra angulum a e b est minor angulo m b e: excessus uero anguli a m b supra angulum a e b est duo anguli m a e & m b e: quod patet per 33 th. 1 huius producta linea a b. Duo itaque anguli m a e & m b e sunt minores angulo m b e, totum sua parte: quod est impossibile. Forma itaque puncti b non refringitur ad uisum a ex alio puncto circuli c d e, quam ex puncto e: unicam ergo habebit imaginem. Et hoc est propositum primum. Sed & locus imaginis diuersatur secundum diuersitatem loci, in quo est punctum uisum, quod est b. Producatum enim linea b z ultra puncta b & z ad utramque partem trans circulum c d e: quæ aut concurret cum linea e a: aut erit æquidistans ei. Si concurrat: tunc concursus aut erit ad partem diametri, ad quam est b, propinquior peripheriæ, ut in puncto k: aut concurrent in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r. Si itaque concursus fuerit in puncto k: tunc per 15 th. huius erit imago ante uisum: & erit forma manifestè comprehensa à uisu: quoniam est in perpendiculari z k producta à centro corporis diaphani super superficiem corporis diaphani. Quod si concursus fuerit in puncto r: erit imago in puncto r: & tunc forma comprehenditur à uisu in eius oppositione: sed non manifestè, quia comprehenditur à uisu extra suum locum, scilicet extra superficiem corporis diaphani inter uisum & illam superficiem. Si uero linea b z fuerit æquidistans lineæ e a: tunc erit linea b z media inter duas lineas k b z & b z r: & tunc imago uidebitur indeterminata: & forma comprehendetur in loco refractionis, ut patet per 15 huius. Et hoc est propositum. Ex his itaque patet, quod re, cuius forma comprehenditur à uisu, existente ultra corpus diaphanum grossius corpore diaphano, quod est ex parte uisus, non fit refractionis nisi ab uno tantum superficiem illius corporis puncto: & res illa non habet, nisi imaginem unicam: neque comprehenditur, nisi unum tantum. Hæc enim refractionis est à concavitate corporis diaphani, quod est ex parte uisus contingentis conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ. Patet etiam, quod secundum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, fit diuersitas locorum imaginum forme puncti b non transmutati secundum situm: quoniam eadem est huius cum præmissis modo alio declaratio; nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

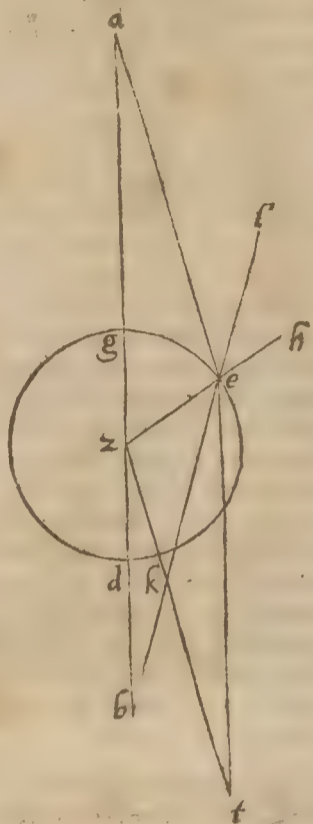
24. *Communi sectione superficiem refractionis & superficiem corporis diaphani, à quo fit refractionis, existente circulo, puncto q, uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani rarioris diaphano uisum contingente: ab uno tantum puncto fiet refractionis: & unica refracta uidebitur imago, loco tamè imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus. Alhazen 28 n 7.*

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctum b nunc ponimus esse cætrum uisus, & punctum a punctum rei uisæ. Refringatur itaq; forma puncti a ad uisum b à puncto e: & erit linea refractionis e b. Forma itaq; extensa per lineam a e refringitur per lineam e b, sicut in præcedente propositione forma extensa per lineam b e refringitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a refringitur ad uisum b ex alio puncto circuli c d e, quam ex puncto e: tunc utiq; forma puncti b refringetur ad uisum a ex eodem puncto, ut ostensum est in 9 huius: sed iam in præcedente declaratum est hoc esse impossibile. Forma enim extensa per lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentem proximam non potest refringi ad uisum existentem in puncto a ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio puncto superficiem corporis diaphani: quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus. Non ergo refringetur forma puncti a ad uisum existentem in puncto b ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e: & unica tantum uidebitur imago. De diuersitate quoq; locorum imaginum est item, sicut in præmissis, declarandum. Patet ergo propositum.

25. *Cum superficies spherica conuexa corporis diaphani densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulum communis sectionis superficiem refractionis & corporis spherici diaphani densioris: possibile est lineam rectam taliter sibi, ut aliquis ipsius punctus directè, & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refractè: totaq; forma illius lineæ refringatur à portione superficiem corporis illius terminata circulo non magno: & locus imaginis sue sit in centro uisus. Alhazen 29 n 7.*

Esto communis sectio superficiem refractionis & corporis spherici conuexi densioris diaphani quam est aer, circulus g e d, cuius centrum sit z: ducaturq; semidiameter z e: super cuius terminum e fiat per 23 p 1 angulus z e k æqualis maximo angulo incidentiæ, quem continet linea extensionis forme puncti rei existentis sub illo diaphano, ad uisum existentem extra illud diaphanum in aere uel in alio diaphano rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e super superficiem illius corporis, à qua fit refractionis: fiatq; angulus k e t per eandem 23 p 1 æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diaphana quæcunq; data, ut inter aquam & aerem, uel e conuerso: hoc autem est possibile: quoniam omnes isti anguli per 8 huius sunt noti. Et à puncto z centro corporis grossioris ducatur linea æquidistans lineæ e t per 31 p 1: quæ producta ex utraque parte ad circumferentiam sit g z d: & linea e z ex parte puncti e protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum. Cum itaque, ut patet ex præmissis, proportio anguli z e k ad duplum anguli k e t sit ma-

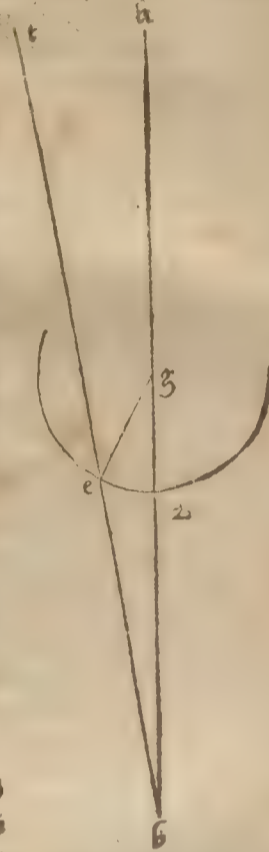
xima proportio, quam angulus incidentiæ, quem continet linea, per quam extenditur forma puncti rei uisæ ad superficiem corporis, à qua refringitur, cum linea perpendiculari à puncto refractionis super superficiem illius corporiseducta, possit habere ad angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ quo ad sensum (anguli enim refractionis, qui sunt inter duo corpora diuersæ diaphanitatis, à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorū diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excefferit: tunc sensus non comprehendet quantitatem refractionis: cōprehendet enim directè cētrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ, per quam extenditur: & hoc plenius experiri potest per instrumentum, quo superioris usus sumus) & cum, ut patet ex præmissis, angulus $e z d$ sit maior angulo $k e t$: ponatur ergo angulus $d z t$ æqualis angulo $k e t$ per 27 th. 1 huius. Quia itaq; linea $e k$ concurrat cum linea $e t$: patet per 2 th. 1 huius quia concurrat cū linea $a d$ eius æquidistante: sit ut concurrat in puncto b . Similiter quoq; linea $z t$ cōcurrat cum linea $e t$: sit, ut concurrat in puncto t . Et quia lineæ $e b$ & $z e$ sunt inter duas lineas æquidistantes, & in eadem superficie: patet quod ipsæ se interfecant: sit pūctus sectionis k : eritq; per 32 p 1 angulus $z k e$ æqualis duobus angulis $k z b$ & $k b z$: sed angulus $k b z$ est per 29 p 1 æqualis angulo $k e t$: angulus ergo $z k e$ est æqualis duplo anguli $k e t$: ergo per 7 p 5 erit proportio anguli $z k e$ ad angulum $z k e$ maxima proportio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ (quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis) & inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e per 31 p 1 ducatur linea æquidistans lineæ $t z$, quæ per 2 th. 1 huius cōcurrat cum linea $z g$ uersus punctum g : sit itaq; punctus concursus a : & extrahatur linea $b e$ extra circulum $g e d$ usq; ad punctum l : erit ergo angulus $l e a$ æqualis angulo $z k e$ per 29 p 1: & angulus $l e h$ æqualis est angulo $z e k$ per 15 p 1. Erit ergo, ut patet ex præmissis, angulus $l e a$ angulus ille refractionis, quem exigit angulus $l e h$: quoniam per 15 p 1 angulus $l e h$ est æqualis angulo $z e k$, qui acceptus est talis, ut proponitur. Si itaque centrum uisus fuerit in puncto a , aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diaphanum densius aere (cuius convexum est ex parte uisus a) fuerit continuatum usque ad punctum b , & non fuerit distinctum apud circulum $g d e$ ex parte b , ita ut diuersitas alterius diaphani non impediatur naturam refractionis: tunc forma puncti b extenditur per lineam $b e$, & refringitur per lineam $e a$: & comprehenditur à uisu in puncto a per lineam $e a$. Et quoniam angulus refractionis, qui est $a e l$, potest diuidi pluribus portionibus earum, quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent dictæ perpendiculares cum lineis, per quas incidunt formæ corporibus diaphanis, à quarum superficie refringuntur: in linea itaque $d b$ erunt plura puncta, quorum formæ extenduntur ad arcum $g e$, & refringuntur ab illo ad uisum a : & forma totius lineæ $d b$, in qua sunt omnia illa puncta, refringuntur ad uisum a ex arcu $g e$. Si itaque figatur linea $a g b$, & reuoluatur trigonum $a e b$ in circuitu lineæ $a b$ fixæ, & pars superficiem corporis diaphani, quæ est ex parte rei uisæ, fuerit spherica: tunc punctum e , quod est punctum refractionis, signabit motu suo in superficie corporis spherica convexa circulum ex parte uisus a , à quo tota refringetur forma puncti b ad uisum a : sed locus imaginis in tota peripheria circuli refractionis erit unus: quoniam, ut patet per 15 huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurrat linea extensionis formæ, quæ est $e a$, & perpendicularis $b z a$. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ $d b$, excepto puncto d , refringuntur à aliquo puncto arcus $g e$, secundum quod præmissum est: & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus: & sic tota imago illius rei uisæ est una. Comprehenditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis: & unicus eius punctus superior circa punctum d uidetur in rectitudine perpendicularis, transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diaphano, & res uisæ fuerit in alio diaphano densiori: & superficies corporis diaphani densioris, quæ est ex parte uisus, fuerit spherica convexa: fueritq; uisus extra circulum, cuius convexum est ex parte uisus: fueritq; ille circulus remotior à uisu quàm pūctum remotius formæ (cuius fit refractionis, ut est in proposito punctum b) distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam: & cū corpus diaphanū densius, quod est à parte rei uisæ, fuerit totū continuū usq; ad locū, in quo est res uisæ, nec fuerit in aliquo puncto mediū interfectum: tunc uisus cōprehendet formā illius rei uisæ & uerè & refractè: & locus imaginis illius rei uisæ erit in cētro uisus: uidebitur aut in superficie uisus. Quod est propositū. Si uerò sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisæ super superficiem corporis, à qua fit refractionis, æquidistet alicui illarum linearū, per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non: possibile erit, ut forma rei uideatur partim in superficie corporis, à quo fit refractionis, & partim



partim in superficie uisus: & hoc erit ut monstruosum. Huiusmodi quoq; infinita accidunt secundum diuersitatem lineæ perpendicularis, respectu lineæ extensionis ipsius formæ. Eodem quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diaphano rariori, & centrum uisus in diaphano densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, qui tali pertinent refractioni.

26. *Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractionis, existente circulo, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super concavam superficiem corporis diaphani oppositam uisui: forma rei uisæ rectè occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractionis: una quoq; tantum uidebitur imago. Alhazen 30 n 7.*

Sit a centrum uisus: & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diaphanum, quod sit, exempli causa, grossius illo, in quo est centrū uisus a: sit quoq; corporis grossioris superficies, quæ est ex parte uisus sphericā concava: cuius sit centrū g. Dico quod punctis a & b existentibus in una linea perpendiculari super superficiē illius corporis concavi: tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a. Ducatur enim linea a g: & extrahatur rectè usq; ad punctum z. Erit ergo per 72 th. 1 huius linea a z perpendicularis super superficiem concavam corporis diaphani. Sit quoq; punctus b in linea a z: uisus itaq; a comprehendet formam puncti b in rectitudine lineæ a b: quoniam linea a b est perpendicularis super concavam superficiem illius corporis, quod est diaphanum grossius: neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile: esto, ut forma puncti b refringatur ad a uisum à puncto corporis e: & ducantur lineæ b e & g: eritq; linea g e perpendicularis super superficiem corporis, à qua fit refractionis: & extrahatur linea b e usq; ad punctum triangulus itaq; t e g est angulus incidentiæ contentus à linea, per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractionis. Et quia corpus, quod est ex parte uisus a, subtilius est illo, quod est ex parte rei uisæ, in qua est punctum b: palam per 4 huius quoniam erit refractionis ad partem contrariam illi parti, in qua est perpendicularis, quæ e g: & linea e t non concurrat cum linea b a aliquo modo. Forma ergo puncti b non refringitur ad uisum a: Non ergo comprehendet uisus ipsam refractam, sed solam rectè: non ergo habebit apud uisum a punctum b nisi unam solam formam & unam imaginem. Si uero corpus, in quo est res uisæ, fuerit rarius corpore, in quo est centrū uisus, adhuc eadem est demonstratio: nec enim adhuc perueniet refractionis ad centrum uisus: Patet ergo propositum.

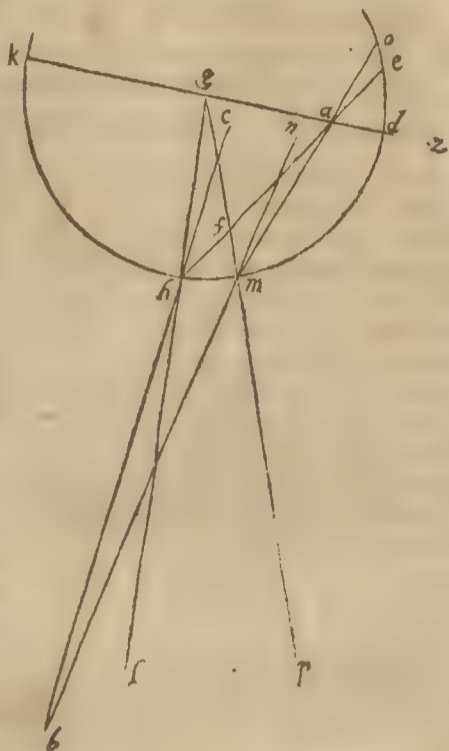


27. *Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractionis, existente circulo, punctoq; uisæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem concavam oppositam uisui corporis grossioris diaphano contingente uisum: ab uno tantum puncto fiet refractionis: & unica refracta uidebitur imago: loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisæ. Alhazen 31 n 7.*

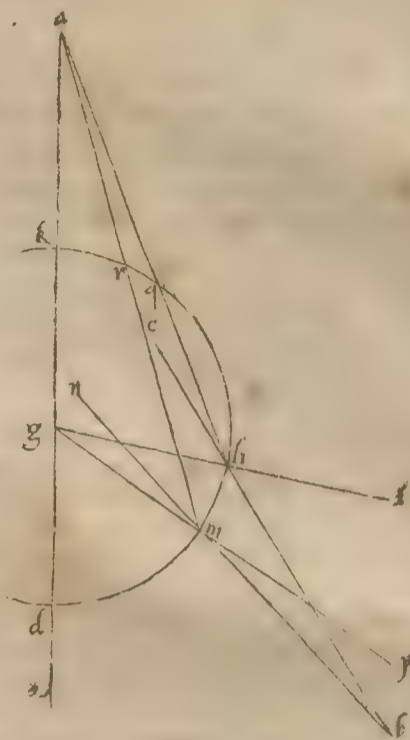
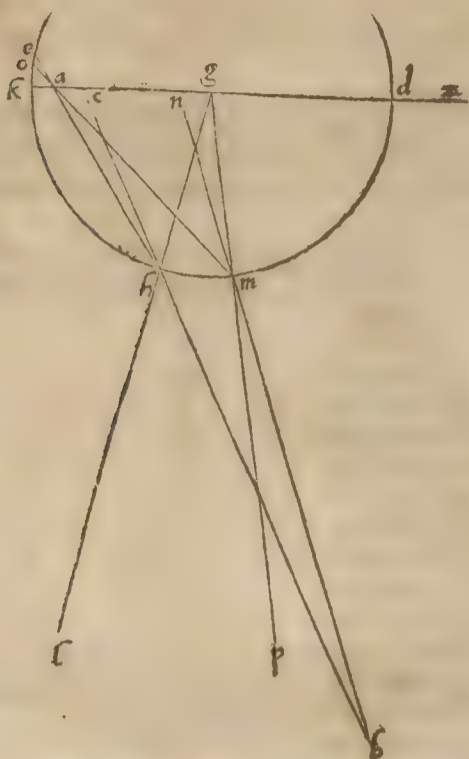
Esto dispositio, quæ in præcedente: & sit punctus b extra lineam a z. Et quoniam, ut patet per 2 th. huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est super superficiem corporis, à quo fit refractionis, sit per 69 th. 1 huius communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concavæ corporis diaphani, à quo fit refractionis, circulus h d k, cuius centrum sit g: & sit punctus refractionis formæ puncti b ad uisum a punctum h. Dico quod non fiet refractionis formæ puncti b ad uisum a ex alio puncto circuli h d k, quam ex puncto h. Si enim hoc sit possibile, sit illud aliud punctum refractionis m: & ducantur lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m: secetq; linea h a lineam m g in puncto f: & protrahatur linea b h intra corpus diaphanum reliquum ad punctum c: & linea b m ad punctum n: & linea g h ad punctum l: & linea g m ad punctum p: secet quoq; linea a g protracta ultra punctum g circumferentiā circuli in puncto k. Aut igitur centrum uisus a erit in linea k d, quæ est diameter circuli: aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d: tunc aut erit in centro g: aut in altera duarum linearum g k uel g d. Si ergo fuerit a centrū uisus in centro g: tunc forma puncti b non refringetur ad uisum a per præmissam proximam propositionem: lineæ enim continuantes corpus diaphanum sphericū cū centro g, per 72 th. 1 huius sunt perpendiculares super superficiem corporis, quod est ex parte uisus: non sit autem aliqua refractionis formarum incidentium secundum lineas perpendiculares,

N n 4 ut ibi

ut ibi ostensum est. Forma itaq; puncti b non refringetur ad uisum a in centro corporis diaphani existentem. Quod si uisus a fuerit in linea g d: tunc linea h c erit inter duas lineas h a & h g: & similiter linea n m erit inter duas lineas m a & m g: quoniam per 4 huius & ex hypothesi refractionis fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium, quae sunt h g & m g: corpus enim diaphanum, quod est parte uisus a, est subtilius illo corpore diaphano, quod est ex parte rei uisae. Si autem linea h c fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uisus fuerit in linea g d: tunc angulus b h a erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d: & similiter angulus b m a erit ex parte puncti d: & erit punctum b ultra lineam g h l uersus punctum k: quod patet per 15 p 1. Si enim linea h c cadit inter lineas h a & h g: tunc oportet quod linea h b cadat inter lineas h l & g k: & erit angulus c h g angulus incidentiae contentus a linea, per quam extenditur forma, & a perpendiculari g h: & similiter erit angulus n m g angulus incidentiae: & erit angulus c h a angulus refractionis: & similiter angulus n m a. Angulus uero n m g aut erit equalis angulo c h g: aut maior: aut minor. Si equalis: ergo & angulus n m a erit equalis angulo c h a per 8 huius: & angulus b m a erit equalis angulo b h a per 13 p 1: hoc aut impossibile & contra 33 th. 1 huius, & 21 p 1, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g sit maior angulo c h g: erit quoque per 8 huius angulus n m a maior angulo c h a: & sic angulus b m a erit minor angulo b h a: quod est item impossibile, ut prius. Quod si angulus n m g sit minor angulo c h g: tunc angulus n m a per 8 huius erit minor angulo c h a: & sic totus angulus refractus, qui est a m g, erit minor toto angulo refracto, qui est a h g: & erit diminutio anguli refractionis, qui est n m a, ab angulo refractionis, qui est c h a, minor quam diminutio anguli a m g ab angulo a h g, qui ambo sunt anguli refracti: (& si quandoque in eadem proportione plus excedit angulus refractus maior minorem, quam illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8 huius, & ex tabulis) sed diminutio anguli a m g ab angulo a h g est equalis diminutioni anguli h g m ab angulo h a m: ideo quia duo anguli contrapositi, qui sunt ad punctum f, punctum scilicet sectionis linearum h a & m g, sunt aequales per 15 p 1, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos per 32 p 1. Diminutio itaque anguli refractionis, qui est n m a, ab angulo refractionis a h c est minor quam diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaque duae lineae h a & m a ad circumferentiam circuli: & incidat linea a h puncto e: & linea m a puncto o: erit ergo angulus h a m ille angulus, quem respiciunt in circumferentia circuli h d k duo arcus h m & o e per 54 th. 1 huius: & angulus h g m respicit in circumferentia arcus h m duplicatus per 20 p 3. Et quoniam angulus h g m est minor angulo h a m: ideo quia, ut patet ex praemissis, angulus a h g est maior angulo a m g: patet per 33 p 6 quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o: & erit diminutio arcus duplicati h m a duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o: quoniam arcus h m utrobique est communis. Ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a erit minor angulo, quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o: sed angulus, quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o est minor angulo h a m, ut patet ex praemissis: ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a erit minor angulo h a m: ergo per 13 p 1 excessus anguli b m a supra angulum b h a est minor angulo h a m: sed excessus anguli b m a supra angulum b h a per 33 th. 1 huius sunt duo anguli h a m & h b m: ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totum sua parte: quod est impossibile. Quod si centrum uisus a, fuerit in linea g k: tunc, sicut prius ostensum est, linea h c erit inter duas lineas h g & h a: & linea m n erit inter duas lineas m g & m a: erit ergo angulus b h a ex parte puncti k: & similiter angulus b m a erit ex parte puncti k: & erit punctum rei uisae, quod est b, infra lineam g m p ex parte d: & ite, ut prius, anguli c h g & n m g sunt anguli incidentiae contenti a lineis, per quas extenditur forma, & a perpendicularibus exeuntibus a punctis refractionis: & anguli c h a & n m a sunt anguli refractionis. Si itaque angulus c h g fuerit equalis angulo n m g: tunc erit, ut prius, per 8 huius angulus c h a equalis angulo n m a: & sic item per 13 p 1 angulus b h a erit equalis angulo b m a: quod est impossibile & contra 21 p 1 ducta linea b a, ut supra. Si uero angulus c h g est maior angulo n m g: tunc per 8 huius angulus c h a erit maior angulo n m a: & sic ite angulus b h a erit minor angulo b m a: quod est impossibile, ut supra. Quod si angulus c h g fuerit minor angulo n m g: tunc angulus c h a est minor angulo n m a: & sic totus angulus g h a erit minor totali angulo g m a: eritque tunc modo praestens angulus h g m minor angulo h a m. Ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m erit minor quam angulus g m a: & diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor quam diminutio anguli g h a ab angulo g m a: est ergo



est ergo minor quam diminutio anguli h g m ab angulo h a m : ergo diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor quam angulus g m a. Sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a est excessus



anguli b h a supra angulū b m a p 13 p i: excessus uerō anguli b h a supra angulum b m a sunt duo an-
guli h a m & h b m per 33 th. i huius: ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m,
totum sua parte: quod est impossibile. Si uerō centrum uisus a fuerit extra diametrum k d: hoc e-
rit ad partem k, quæ respicit partem concavam superficiei sphaeræ diaphanæ: quoniam ad par-
tem z est conuexitas sphaeræ corporis diaphani, à cuius superficie fit refraçtio. Si itaq; tunc cor-
pus diaphanum, in quo est centrum uisus a, fuerit continuum ad uisum a, ducantur duæ lineæ a
h & a m. Et quoniam illæ lineæ non sunt contingentes circulum d m k: palàm per 57 th. i huius
quoniam circulum secabunt: secetq; ipsum lineæ a h in puncto q: & lineæ a m in puncto r: & produ-
cantur aliæ lineæ, ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tunc angulus b h a
est æqualis angulo b m a: quod est impossibile, ut prius. Et si angulus c h g fuerit maior angulo n
m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a: erit ergo per 13 p i angulus b h a minor angulo b m a:
quod item est impossibile, ut supra. Si uerō angulus c h g fuerit minor angulo n m g: erit angulus
c h a minor angulo n m a: & totus angulus g h a minor toto angulo g m a: ergo, ut prius, erit angu-
lus h g m minor angulo h a m: sed angulus h g m est ille, quæ apud circumferentiã respicit arcus h m
duplicatus: & angulus h a m est ille angulus, quæ respicit in circumferentiã excessus arcus h m supra
arcū r q, ut patet p 53 th. i huius: ergo arcus h m duplicatus est minor excessu arcus h m supra arcū r
q: quod est impossibile: quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte. Vbitunq; ergo secundum
hypothesim præmissam sit punctum rei uisibilis, quod est b, extra perpendicularem ductam à cen-
tro uisus a super superficiem corporis diaphani oppositi uisui: patet quia imago formæ puncti
b non refringitur ad uisum a, nisi ab uno tantum puncto: & erit una tantum imago refracta. Diver-
sificabitur quoq; semper locus imaginis secundum diuersitatē concursus perpendicularis ductæ
à puncto b rei uisæ super superficiem corporis diaphani, à quo fit refraçtio, cum lineæ, per quam
extenditur forma ad centrum uisus a: eritq; locus imaginis quandoq; retro uisum: quandoq; an-
te uisum: quandoque in centro uisus. Et si illas lineas contingat fieri æquidistantes, ut non con-
currant: erit locus imaginis in puncto refractionis: scilicet in superficie corporis, à qua fit refra-
çtio, ut hæc omnia declarata sunt per 16 huius. Patet ergo propositum.

28. *Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit re-
fractione, existente circulo, punctoq; rei uisæ intente extra perpendicularem ductam à centro ui-
sus super concavam superficiem, oppositam uisui corporis rarioris diaphano contingente uisum:
ab uno tantum puncto fiet refraçtio: & unica refracta uidebitur imago. Alhazen 32 n7.*

Remaneat omnis dispositio proximæ præcedentis, nisi quod punctum b sit centrum uisus, & a
sit punctū rei uisæ. Refringatur itaq; forma puncti a à puncto superficiei corporis diaphani, quod est
h: & erit lineæ refracta, quæ a h b: forma itaq; extensa per lineæ a h, refringitur p lineæ h b: sicut in præ-
cedente figura tiōe forma extensa p lineæ b h, refringitur p lineæ h a. Si itaq; forma puncti a refringatur
ad uisum b ex alio puncto circuli h d k, q̄ ex puncto h: tunc utiq; forma puncti b refringitur ad uisum exi-
stentem

corporibus diuersa diaphanitate existentibus: loca imaginum formarum trans illa corpora uisum diuersantur: & occurrunt uisui forma monstruosa & imagines numerata numero punctorum refractionis. Alhazen 33 n 7.

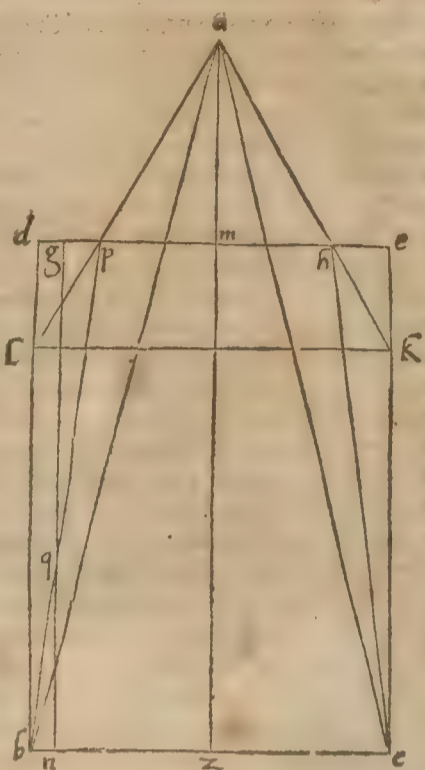
Ex præmissis enim patet quòd in corporibus diaphanis, quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum, quorum figuræ trans illa corpora diaphana se multiplicant ad uisum. Si uerò corpus diaphanum, per quod fit uisio, fuerit superficiem compositæ ex diuersis figuris: ut fortè ex plana & spherica, uel ex spherica & columnari: tunc (cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarum ipsarum superficialium diuersificetur) patet per 15 huius quòd loca imaginum formarum uisum diuersantur: & fortasse diuersa erunt puncta refractionum figuræ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ linearum extensionis formarum, & diuersæ perpendiculares: propter quod plures uidebuntur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus talium corporum. Vnde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diaphanum, cuius superficies opposita uisui, sit figuræ compositæ ex superficie spherica magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in crytallis uel alijs lapidibus diaphanis & uitris: patet quòd centra illarum spherarum sunt diuersa per 81 th. 1 huius: illæ enim spheræ se interfecant. Erunt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uisæ super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem. Et si figura superficiem illorum corporum fuerit composita ex superficie spherica & columnari: patet quòd maior est diuersitas & punctorum refractionis & perpendicularium ductarum. Difformabitur ergo dispositio imaginum trans hæc corpora diaphana: & fortè illa forma uidebitur monstruosa, propter confluxum diuersarum imaginum ad constitutionem unius forme, cum puncta refractionum fuerint adinuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint adinuicem propinqua. Si uerò puncta refractionum uel prædictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia: tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisæ: quoniam illarum refractionis non est una, neque unitur, sed remanet diuersa. Forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphericas uel columnares uel alterius figuræ ipsius corporis diaphani, & refringitur ab illis apud concauitatem aeris contingentis illud corpus diaphanum: & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractionibus: unde imagines diuersæ fiunt numerata numero punctorum refractionis. Idem quoque accidit si corpus diaphanum uniforme in superficie, fuerit diuersa diaphanitate: scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius: tunc enim secundum unam sui partem fit refractionis ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam: & sic iterum aut forme fiunt monstruosa: aut fortè aliter diuersæ & numero differentes. Patet ergo propositum.

31. Comuni sectione superficiem refractionis & superficiem corporis, à quo fit refractionis existente linea recta: uisui quoque existente in perpendiculari ex eunte à medio puncto linea uisæ super planam superficiem corporis diaphani, à qua forma illius linea refringitur ad uisum, si linea uisæ aequidistans fuerit superficiem corporis diaphani cuiuscumque, siue densioris siue rarioris primo: imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisæ. Alhazen 39 n 7.

Esto punctus a centrum uisus: & sit linea uisæ in medio secundi diaphani, quæ b c: cuius medius punctus sit z: sitq; communis sectio superficiem refractionis & planæ superficiem corporis diaphani linea d e: ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e per 12 p 1: quæ sit z m: quæ producatul ultra punctum m. Erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e: quoniam superficies refractionis, in qua producitur linea z m, & in qua est linea d e, erecta est super illam superficiem corporis diaphani per 2 th. huius: sitq; linea b c æquidistans lineæ d e. Existente itaq; centro uisus a in lineæ z m: dico quòd linea b c uidetur maior quàm sit secundum ueritatem. Nec enim transit per centrū uisus, quod est a & per aliquod punctum lineæ b c, præter punctum z, superficies: quæ sit erecta super superficiem corporis diaphani, nisi sola superficies refractionis, in qua sunt lineæ a z & b c. Non enim transit per a superficies erecta super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiem corporis diaphani: nec exit à puncto a perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi linea a z per 20 th. 1 huius. Non ergo transit per punctū a aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi solū illa, quæ transit per lineam a z: & non transit aliqua superficies per aliquod punctum lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solū illa superficies, in qua sunt duæ lineæ a z & b c. Non transit ergo per uisum a & per aliquod punctū lineæ b c, præter punctū z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi solū illa, in qua sunt lineæ a z & b c. Non ergo refringitur forma alicuius punctorum, quæ sunt in lineæ b c, nisi ex aliquo punctorum lineæ d e. Ducantur itaq; per 11 p 1 ex prædictis punctis b & c duæ perpendiculares super lineam d e: quæ, ut patet ex præmissis, necessariò cadunt in illā: & sint lineæ b d & c e. Et quoniam lineæ b c & d e sunt æquidistantes ex hypothesi, & lineæ b d & c e sunt æquidistantes per 28 p 1: patet quia quælibet illarum linearum, quæ sunt b d & c e, æquidistant lineæ a z per eandem 28 p 1. Et patet quòd non refringetur forma puncti b ad uisum

ad uisum a ex puncto d per 3 huius: neq; forma puncti c à puncto e: quoniã lineæ e e & d b sunt perpendiculares super superficiem corporis diaphani: nulla aut perpendiculis refringitur in aliquo corpore medio. Sit itaq; ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto p, & forma puncti c ex puncto h: & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a: & protrahatur linea a p ultra punctum p ad perpendicularem b d. Et quoniam linea p a cõcurrit cum linea z a: patet per 2 th. i huius quoniam ipsa concurret cum eius æquidistante, scilicet linea b d: sit ergo concursus in puncto l. Et eadẽ ratione concurret linea a h cũ linea e c in puncto k: eritq; per 15 th. huius hoc punctum l imago formæ puncti b: & punctũ k imago formæ puncti c. Quia uerò linea a z est perpendicularis super lineam b c, erit per 4 p i linea c a æqualis lineæ b a: æqualiter ergo distant puncta b & c à puncto a. Puncta itaq; refractionis, quæ sunt p & h, æqualiter distabunt à puncto æquoniam medium, per quod fit illorum punctorum formarum diffusio, est uniforme, & linea e d æquidistat lineæ b c. Linea itaq; a p est æqualis lineæ a h: ergo per 5 p i angulus a p h est æqualis angulo a h p: ergo per 15 p i erit angulus d p l æqualis angulo e h k: sed duo anguli p d l & h e k sunt recti: ergo angulus p l d per 32 p i est æqualis angulo h k e: ergo per 4 p 6 latera istorũ trigonorum sunt proportionalia, quæ æquos angulos respiciunt. Sed linea p d est æqualis lineæ e h: quia linea p m est æqualis lineæ h m per 26 p i: trigonorum enim a m p & a m h anguli ad m sunt recti, & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m commune, æquale sibi ipsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h. Hoc etiã patet per 31 th. i huius: isoscelis enim est trigonus h a p, & perpendicularis est linea a m: trigona ergo partialia sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 (quia latus a m æquale est sibi ipsi) erit linea p m æqualis lineæ h m. Est ergo linea e h æqualis lineæ p d: patet ergo quoniã linea d l est æqualis lineæ e k. Ducatur itaq; linea l k: erit ergo p 33 p i linea k l æqualis & æquidistans lineæ b c. Angulus itaq; k a l est maior angulo b a c p 34 th. i huius: & linea l k est diameter imaginis lineæ b c: nam omne punctũ lineæ b c refringitur ad uisum a ab aliquo puncto lineæ p h. Sicut enim forma puncti b refringitur à puncto p, & punctũ z perpendiculariter sine refractione transiens punctum m, peruenit ad uisum a: sic punctum, quod est inter b & z, refringitur ab aliquo puncto lineæ p m, quod est inter puncta p & m: & sicut forma puncti c refringitur ad uisum a à puncto lineæ e m, quod est h: sic omne punctum lineæ c z refringitur ab aliquo puncto lineæ h m: & omne punctum lineæ b z ab aliquo puncto lineæ p m: ut si super lineam b z sit punctum n. Si itaq; dicatur quod forma puncti n refringatur ab aliquo puncto lineæ m d extra lineam p ex parte d, ut à puncto g: ducatur linea n g. Palam itaq; quoniam linea n g secabit lineam b p: & sit punctus sectionis q. Forma itaq; puncti q perueniet ad uisum a ex duobus punctis refractionis, scilicet p & g: quod est contra 20 uel 21 huius, & impossibile. Forma itaq; puncti n non refringetur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto lineæ p m, quod est inter puncta p & m. Idẽ quoq; est de omni puncto lineæ z c, quod est inter puncta z & c: nullum enim illorum refringitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto lineæ h m, quod est inter puncta h & m. Et quia in linea l k omnes perpendiculares ductæ à punctis lineæ b & c cum lineis refractionis protractis se intersecant: patet quia linea l k est diameter imaginis lineæ b c. Forma itaq; lineæ b c uidetur in linea l k maior quàm secundum ueritatem sit linea b c per 20 th. 4 huius. Sub maiori enim angulo uidetur: quia angulus k a l est maior angulo b a c per 34 th. i huius: quod est propositum. Et huiusmodi deceptio accidit uisui propter debilitatem formæ refractæ, ut patet per 10 huius: propter quod assimilat ipsam uisus formæ rei, quæ uidetur à maiori remotione: maior enim distantia debilitat formam. Comprehendit itaq; uisus formam lineæ b c refractiue ex comparatione anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiam maiorem quàm sit distantia lineæ b c, & ad positionem æqualem positioni b c. Sic itaq; quantitas lineæ b c comprehenditur refractè maior propter magnitudinem anguli, quem facit propinquitas ad uisum, & propter formæ debilitatem, quæ causatur propter refractionem. Et sic uniuersaliter causa, quare linea b c apparet maior, est refractionis formæ suæ in medio secũdi diaphani ad uisum: & est semper demonstratio eadem, siue fiat refractionis in superficie secũdi diaphani densioris siue rarioris primo, in quo est linea b c: nec enim est aliqua differentia quo ad illud: si tamen fuerit possibile inueniri corpora diaphana taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore corpore contingente ipsum uisum: sicut accidit cum uitrum planum contingit uisum, ita quod centrum foraminis uueq; in uitri plana superficie collocatur.

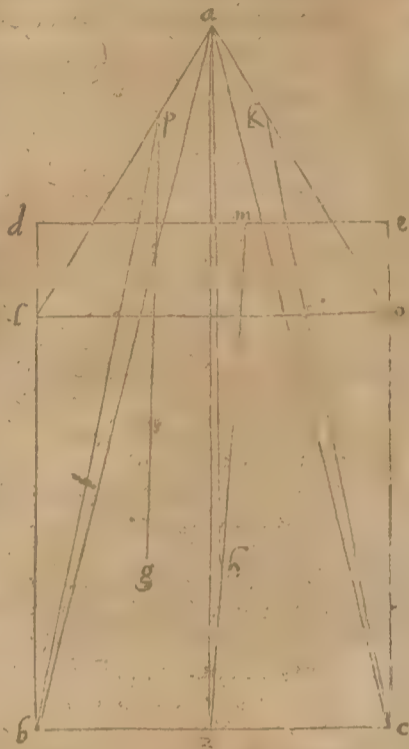
32. Comuni sectione superficiei refractionis & corporis, à quo fit refractionis existere linea recta: uisu quoq; existente in perpendiculari, exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planã superficiẽ corporis



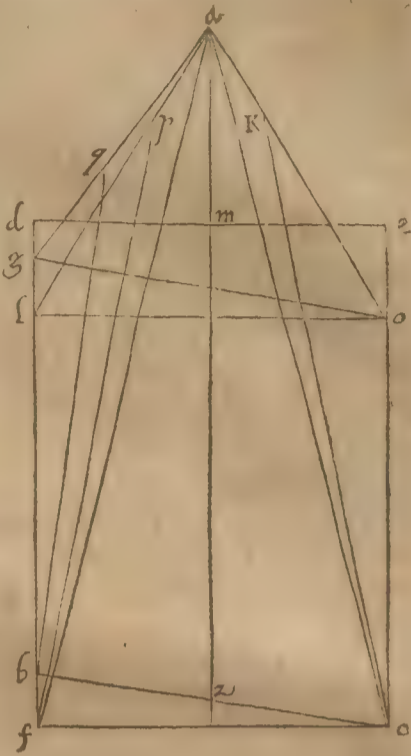
puncti c respectu a. & distantia puncti c à uisū a est æqualis distantie puncti b ab a. Refringatur itaque forma puncti b ad uisum a ex puncto p: & forma puncti c ex puncto k: sintq; puncta p & k extra lineam d e æquidistantem lineæ b c in superficie corporis diaphani: situatio itaque & distantia puncti p ad a uisum est, sicut situatio & distantia puncti h ad a uisum. Ducantur itaque lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies, in qua sunt duæ lineæ a p & b p, perpendicularis super superficiem corporis diaphani per 2 huius, cū sit superficies refractionis: ergo & linea b d, quæ est perpendicularis super superficiem corporis diaphani ducta à puncto b, erit in hac superficie. Et similiter superficies, in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis super superficiem corporis diaphani: ergo & in illa superficie est linea c e, quæ est perpendicularis super eandem superficiem corporis ducta à puncto c. Protrahatur itaque linea a p ultra p punctum: & palam p iam dicta & per 2 th. 1 huius quoniam ipsa secabit lineam b d: quia, ut patet per 28 p 1, lineæ a z & b d æquidistant: Quia ergo linea a p secat lineam b d, secet ipsam in puncto l: secetq; propter eadem linea k d protracta ultra punctum k lineam c e in puncto o. Est ergo per 15 huius punctum l locus imaginis formæ puncti b: & punctum o locus imaginis formæ puncti c. Erit quoque situatio lineæ a l sicut lineæ a o: & lineæ b l sicut lineæ c o. Ducatur etiam linea l o: hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c per 33 p 1. Ducantur itaque lineæ a b & a c: utraque ergo superficies a b & a c est erecta super superficiem corporis diaphani per 2 huius. Tres itaque superficies sunt erectæ super superficiem corporis diaphani, quæ sunt a l b, a o c, a m z: & hæ superficies necessariò secant se super lineam perpendicularem, quæ est a h, exeuntem à puncto a super superficiem corporis diaphani per 19 p 11: quoniam communis sectio illarum necessariò est perpendicularis super superficiem, cui supersunt: & ab uno puncto una tantum perpendicularis super superficiem planam duci potest per 20 th. 1 huius. Erit itaq; angulus b p l per 15 p 1 æqualis angulo refractionis, & linea b l d est perpendicularis super superficiem corporis, à qua fit refractionis: ergo linea a l est obliqua super ipsam per 13 p 11: linea ergo a p continet cum perpendiculari super eandem superficiem exeuntem à puncto p (quæ sit p g) angulum acutum, qui est l p g: & erit perpendicularis p g æquidistans lineæ d l per 6 p 11, quoniam ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ super unam superficiem: ergo per 29 p 1 angulus p l d est acutus: ergo per 13 p 1 angulus a l b est obtusus: ergo per 19 p 1 linea a b est longior quàm linea a l. Et similiter patere potest quod linea a o minor est quàm linea a c: sed lineæ a l & a o sunt æquales: & lineæ a b & a c sunt æquales: & linea l o est æqualis lineæ b c: ergo per 34 th. 1 huius angulus l a o est maior angulo b a c: & situs lineæ l o est similis situi lineæ b c: quia linea exiens à puncto a ad medium lineæ l o, est perpendicularis super lineam l o per 22 th. 1 huius, cum per 29 p 1 linea l o sit æquidistans lineæ b c: & etiam, quia linea b c est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ a z & m z, super quâ similiter per 8 p 11 perpendicularis est linea l o: ergo linea l o est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus, quod est punctum a, cum medio puncto lineæ l o. Situs ergo lineæ l o respectu uisus a est, sicut lineæ b c respectu eiusdem uisus a: sed & linea l o comprehenditur remotior propter debilitatem formæ: linea itaque l o uidetur maior quàm linea b c: sed linea l o est imago lineæ b c. Palam itaque quia linea b c uidetur maior quàm sit eius uera quantitas. Et hoc est propositum: nec ad istud aliquid coadiuuat in diuersitatem ipsa diuersa situatio mediorum plus uel minus diaphanorum.

34. Centro uisus existente extra superficiem perpendicularem à punctis rei uise sub medio secundi diaphani planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineæq; uise superficiem eiusdem corporis non æquidistante: imago rei comprehenditur maior re uisa: maior quoq; quàm si esset superficiem corpori æquidistans. Alhazen 42 n 7.

Remaneat dispositio, quæ in præcedente, nisi quod linea b c non sit æquidistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diaphani: & educatur à puncto c linea c f æquidistans lineæ d e: & continuetur linea f b protrahendo lineam d b perpendiculariter super lineam c f: sitq; prout in præmissa ostensum est, p punctam refractionis formæ puncti f ad uisum a: & punctum refractionis formæ puncti b ad uisum a sit punctum q: & ducatur linea a q: & protrahatur ad lineam d b: concurreret autem cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus concursus g, qui est altior quàm punctus l: nam punctus b est ultra lineam a f: linea itaque a g necessariò erit ultra lineam a l: punctus ergo g est altior puncto l: & ducatur linea g o. Erit ergo secundum præmissa linea g o diameter imaginis lineæ b c: eritq; linea g o

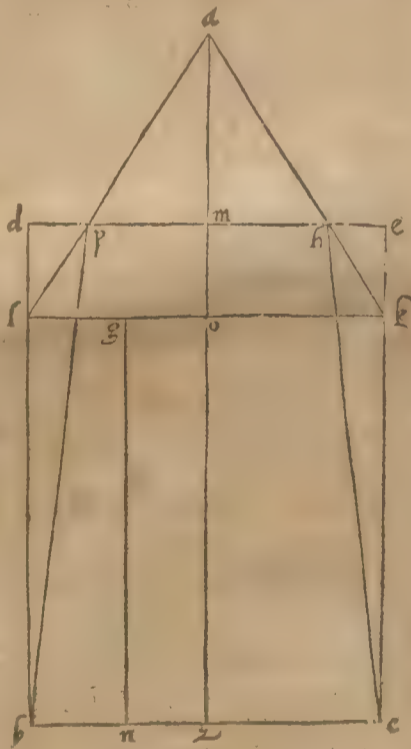


nea go maior quam linea lo per 19 p 1, quoniam angulus glo est rectus: & linea ag minor quam linea al per eadem 19 p 1 quoniam angulus agl est obtusus, ut supra patuit: & duę lineę ag & ao sunt in duabus superficiibus secantibus se, scilicet agb & aoc: & differentia comunis istarum duarum superficieum transit per a centrū uisus per i huius: quia ambę illę superficiees sunt superficiees refractionis: & centrum uisus semper oportet quod sit in superficie refractionis. Et quoniam, ut patet per 2 huius, illę ambę superficiees sunt erectę super superficiem corporis diaphani, a quo fit refractionis: patet per 19 p 11 quoniam linea recta, quę est communis ipsarum differentia, est erecta super illam superficiem: ergo duę lineę exeuntes a puncto a non perpendiculariter super illam corporis diaphani superficiem, sunt extra hanc communem differentiam in his duabus superficieibus: quę lineę sunt ab & ac: suntq; altiores duabus lineis ag & ao: cadunt enim ultra illas lineas. Angulus itaq; ga o est maior angulo bac p 34 th. 1 huius: diuersitas enim situum linearum go & bc a uisu a non est magna: quia linea go aut est equidistans lineę ac, aut non est in hoc differentia sensibilis. Est ergo situs lineę go respectu uisus a, sicut linea bc respectu eiusdem uisus a. Videbitur itaque per 20 th. 4 huius linea go maior quā linea bc: sed linea go est imago lineę bc. Palam ergo quia linea bc uidebitur maior quā ipsa sit secundum ueritatem. Et quia, sicut in præmissis patuit, angulus oag est maior angulo oal, uidebitur imago og maior imagine ol, quę est imago lineę c fæquidistantis lineę cd, quę est in superficie corporis, a qua fit refractionis. Et hoc proponebatur.



35. In omnibus refractionibus factis a planis superficieibus corporum diaphanorū ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uise sibi proportionali. Alhazen 43 n 7.

Sit dispositio omnimoda, quę prius in 31 huius: & sit linea amz secans perpendiculariter lineam kl in puncto o: erit itaq; linea lo medietas lineę lk: & forma puncti z uidebitur in puncto o: quia uidebitur in perpendiculari zo: tota quoq; linea bc uidebitur in linea lk: & linea bz est medietas lineę bc: & linea lo est medietas lineę lk: & linea lk uidebitur maior quā linea bc: ergo & linea lo uidebitur maior quā linea bz: & erit utriusq; istorū causa refractionis. Et quia centrum uisus a est in perpendiculari az exeunte a puncto z, qui est extremitas lineę bz, super superficiem corporis diaphani, aut super superficiem transeuntem per extremitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis diaphani æquidistanter superficiei corporis diaphani per 23 th. 1 huius: uisus itaq; comprehendit medietates uisibilium maiores quā sint. Nam punctus o, qui est medium imaginis kl, est in perpendiculari exeunte a medio rei uisę, siue res uisa sit æquidistans superficiei corporis diaphani, siue non. Sit item linea bn pars aliqua lineę bz: & a puncto n educatur linea ng perpendiculariter super lineam bz: secetq; lineam lo in puncto g: erit ergo secundū præmissa linea lg imago lineę bn. Sit itaque punctus g imago puncti n. Aut ergo punctus g erit in linea lg, aut prope: quocunq; uerō istorum existente erit linea lg æqualis lineę bn, aut ferē. Et quia formarum plus distantium a perpendiculari az maior est refractionis quā minus distantium per 14 th. huius: erit refractionis formę lineę bn ad uisum a maior quā refractionis lineę zn ad uisum a. Si ergo minor refractionis facit totam lo imaginem lineę bz apparere uisui maiorem quā sit linea bz: ergo maior refractionis faciet lineam lg imaginē lineę bn uideri maiorem quā sit ipsa linea bn: cū maiorem efficaciam habeat refractionis maior respectu minoris. Linea ergo lg, quę est imago lineę bn, comprehenditur maior q̄ sit ipsa linea bn. Et si uisus non cōprehenderet lineam lg imaginē lineę bn maiorem ipsa linea bn, nō cōprehenderet imagines partiū lineę bn, quę sunt propinquiores ad punctū z, maiores ipsi partib. quia formę illarum

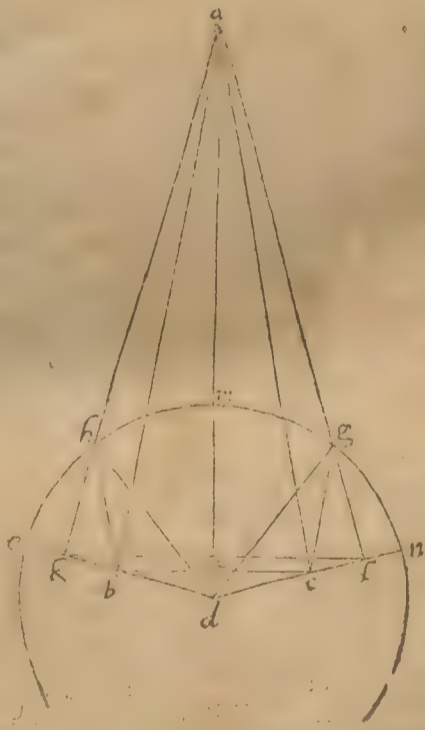


Oo 2 partium

partium sunt minoris refractionis per 14 th. huius quā remotiores à puncto z: sed refraetio est causa magnitudinis imaginis. Visus ergo a sinò cōprehendet imaginē lineæ lg maiorē quā sit lineæ bn, nec comprehendet imaginē lineæ lo maiorē ipsa lineæ bz, nec totā lineam lk maiorē tota lineæ bc, quod est impossibile, & contra 31 huius. Visus ergo cōprehendet lineam lg, quæ est imago lineæ bn, maiorem ipsa lineæ bn: & ita comprehendet lineā bn maiorem quā sit secundum ueritatē. Eodem quoque modo potest idē in alijs refractionib. declarari: ut cū per modum 33 huius fuerit centrum uisus extra superficiē perpendiculariū illarum productarū: quoniam idem accidit in omnib. illis modis, quibus imago rei uidetur maior ipsa re uisa: semper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi correspōdente: quod est propositū. Et quia cōmunis sectio superficiēi refractionis & superficiēi corporis diaphani, ut plurimum & per se est lineā recta, quando illud corpus diaphanum fuerit grossius aere: per accidens uerò accidit quandoq; contrarium propter uoluntariam situationē corporis dēterioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cōmenti 31 huius: patet euidenter quòd 5 proxime præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficiē corporis diaphani grossioris aere fit refraetio ad uisum in aere existētem: & per accidens econuerso.

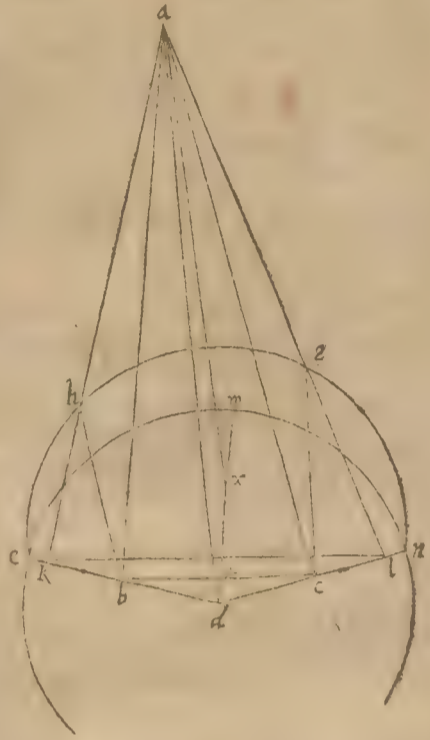
36. *Communi sectione superficiēi refractionis & corporis spherici diaphani densioris aere, à quo fit refraetio, existēte circulo, centroq; uisus in eadem superficiē extra circulum in lineā perpendiculari super illius corporis superficiē, & re uisa inter centrum corporis & uisus existētib. ita quòd extrema rei uisæ aequaliter distent à centro corporis: imago uidebitur maior re uisa. Alhazen 44 n 7.*

Sit superficiē spherica corporis diaphani grossioris aere: cuius cōtextum sit ex parte uisus, cuius centrum sit a: sitq; res uisa b c: sitq; centrum corporis spherici punctum d: quod sit ultra lineam bc respectu uisus a: sitq; punctus z medius punctus lineæ bc: & ducantur lineæ db, dz, dc: & protrahantur quousq; concurrant cum superficiē corporis diaphani spherici: lineæ db in puncto e: & lineæ dz in puncto m: & lineæ dc in puncto n: & sit uisus a in lineā zm, quæ est perpendicularis super superficiē illius diaphani corporis per 72 th. 1 huius. Erit itaq; a m z lineā recta. Et quoniam lineæ bz est æqualis lineæ zc, & quia puncta b & c (quæ sunt extrema rei uisæ) æqualiter distant à centro d ex hypothesi: erit etiam lineæ db æqualis lineæ dc: erunt ergo trigona b dz & c dz æquilatera: quoniam lineæ zd est cōmunis ambebus illis trigonis: ergo per 8 p 1 erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli z db & z dc: & similiter erunt anguli ad punctum z æquales: sunt ergo recti: est ergo per definitionem perpendicularis, lineā az perpendicularis super lineam bc. Ducantur quoque lineæ ab & ac: ergo p 4 p 1 erunt trigona abz & acz æqualia: lineæ ergo ac est æqualis lineæ ab: puncta ergo b & c æqualiter distant à centro uisus a: habebunt itaque puncta b & c æqualem respectum ad uisum a. Extrahatur quoque superficiē plana, in qua sunt lineæ de & dn & dm: hæc itaq; superficiē secabit superficiē corporis spherici secundum circulum magnum per 69 th. 1 huius: cuius arcus oppositus uisui sit n me: eritq; in illa superficiē centrum uisus a, & lineæ uisa, quæ est bc: erit ergo per 1 huius illa superficiē superficiē refractionis, quæ est perpendicularis super superficiē sphericam per 2 th huius: nec fit refraetio formæ lineæ bc ad uisum a extra illam superficiē: & lineæ az est perpendicularis super superficiē sphericam corporis. Dico itaque quòd imago lineæ bc in hac dispositione uidebitur maior ipsa lineæ bc. Quia enim, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunq; partis lineæ bc non refringitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus em n: sit ergo, ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto circuli h: & forma puncti c ex puncto g. Quia itaque puncta b & c æqualiter distant à puncto a centro uisus: patet quòd ipsorū erit uniformis refraetio ad uisum per 14 th. huius: puncta ergo h & g æqualiter distabunt à puncto m. Arcus autem em & mn sunt æquales per 26 p 3: ideo quia anguli m de & m dn sunt æquales, quod patet ex præmissis: tantum ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantum punctus g à puncto n: & erit punctorum istorum situs & respectus æqualis. Ducantur itaque lineæ bh, hg, ag: & producat lineæ ah ad lineā de. sitq; punctus sectionis k: & similiter producat lineæ ag ad lineam dn in punctum l: ducaturq; lineæ kl. Quia itaq; in trigonis dak & dal anguli dak & dal sunt æquales, ut patuit supra: anguli quoque lad & kad sunt æquales (quod patet ductis lineis dh & dg: tunc enim, cum arcus mg & mh sint æquales ex præmissis, erunt per 27 p 3 anguli adg & adh æquales: ergo per 4 p 1 anguli lad & kad sunt æquales) ergo



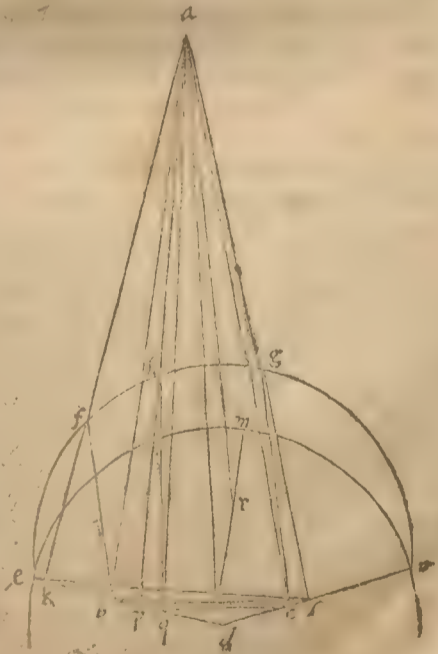
sa comprehenditur maior ipsa linea uisa. Alhazen 46 n 7.

Esto centrum uisus punctum a: & linea uisa per refractionem sit b c: sitq; punctus d centrum corporis diaphani densioris aere: sitque ita, ut linea b c sit intra illud corpus secundum sui extrema b & c æqualiter distans à centro d: à medio quoq; puncto lineæ b c, quod sit z, & à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem superficie lineæ perpendiculares super superficiem corporis: quæ productæ ad peripheriam circuli, sint b e, z m, & c n: hæc itaque omnes per 72 th. i huius secabunt se in cōtro d. Erit ergo arcus n m e in superficie illius corporis diaphani, respiciens centrum d: non sit autem centrum uisus in aliqua istarum linearum: sed sit extra superficiē, in qua sunt illæ lineæ. Dico quod imago lineæ b c uidebitur maior quàm ipsa linea b c. Ducatur enim linea a z: & à centro uisus puncto a ducatur perpendicularis linea super superficiē circuli n m e per ii p ii, quæ sit a x. Et quia, ut patet ex præmissis, & per 22 th. i huius est linea a z perpendicularis super lineam b c: situatio itaque puncti b uersus uisum a est per 4 p i & ex præmissis consimilis situationi puncti c uersus eundem uisum a, & illorum punctorum à uisu a distantia est æqualis. Sit itaque, ut forma puncti b refringatur ad uisum a à puncto corporis diaphani, quod sit h: & forma puncti c à puncto g: sintq; puncta g & h extra superficiem circuli n m e: eritque illorum punctorum h & g à uisu a distantia æqualis. Ducantur itaque lineæ b h, a h, c g, a g: eritque superficies, in qua sunt duæ lineæ a h & b h, erecta super superficiem corporis diaphani per 2 huius: quoniam ipsa est superficies refractionis: ergo & linea b e (quæ est perpendicularis super superficiem corporis diaphani ducta à puncto b) erit in illa superficie per i huius. Similiter quoque superficies, in qua sunt lineæ c g & a g, cum sit superficies refractionis: patet per 2 huius quoniam ipsa est erecta super superficiem corporis diaphani: ergo & in illa superficie est linea c n, quæ est perpendicularis super eandem corporis superficiem ducta à puncto c. Protrahatur itaque linea a h ultra punctum h: & palàm per præmissa & per 14 th. huius quod ipsa secabit lineam b e: sit ergo ut secet ipsam in puncto k. Similiter quoque linea a g producta ultra punctum g secet lineam d n in puncto l: eritq; situatio lineæ a k, respectu uisus a, sicut lineæ a l: unde linea a k & a l erunt æquales: & similiter erit linea d k æqualis lineæ d l, quæ omnia ostendi possunt secundum modum, quo processimus in præmissa 34 huius. Copuletur ergo linea l k: hæc itaque erit diameter imaginis lineæ b c. Quia itaque linea b d est æqualis lineæ d c ex hypothesi, & linea d k æqualis lineæ d l: erit linea k b æqualis lineæ l c: ergo per 7 p 5 & per 2 p 6 lineæ l k & b c equidistant: ergo per 29 p i & per 4 p 6 linea l k est maior quàm linea b c: & quia sub maiori angulo uidetur, apparet maior. Et hoc est propositum.



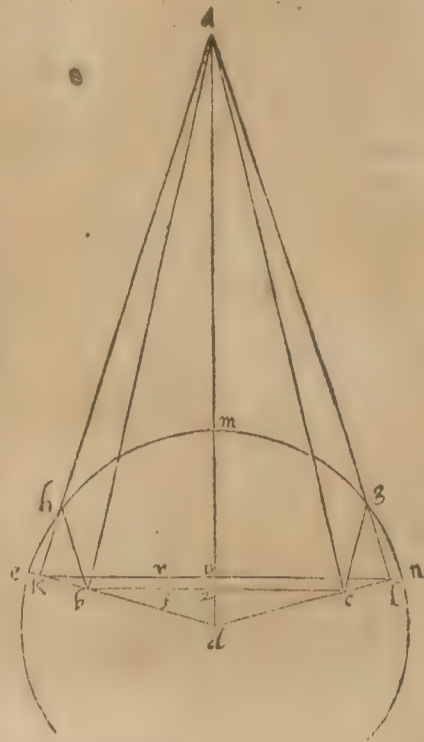
39. Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei uisa sub corpore spherico diaphano densiore aere, super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum, lineæq; uisa extremis cōtro corporis inæqualiter approximatis: imago lineæ uisa comprehenditur maior ipsa linea uisa. Alhazen 46 n 7.

Remaneat omnis dispositio proximè præmissæ, nisi quod extrema lineæ b c inæqualiter distent à cōtro corporis diaphani, quod est d: sitq; linea d b maior quàm linea d c. Secetur ergo ex linea d b per 3 p i linea d q æqualis lineæ d c: & copuletur linea c q: cuius extrema æqualiter distabunt à centro d: eritq; per præmissam imago lineæ c q, quæ sit l p, maior quàm linea c q. Et quia puncta q & b sunt in eadē linea perpendiculari super superficiem corporis diaphani, quæ est d e: patet quod ipsa ambo sunt in eadem superficie refractionis, quæ est a d e: & refringuntur ad uisum a ex eodē arcu circuli, qui est cōmunis sectio illius superficie & superficie corporis diaphani. Sit itaq; ut forma puncti q refringatur à puncto illius arcus, qui est h, cōformiter se ha-



bente

ergo ei debetur excessus imaginis quàm lineæ f z. Si uerò pūctum a centrum uisus sit extra super-
ficiem, in qua sunt omnes perpendiculares, exeuntes ex
punctis lineæ b e super superficiē corporis diaphani, à qua
fit refractio (nam lineæ a z, quæ exit à puncto a perpendicu-
lariter super medium pūctū lineæ b c, quod est z, nō propter
hoc est perpendicularis super superficiem corporis, in qua
est lineæ b c) idē patebit. Nā quoniam lineæ b c & k l sunt e-
rēctæ super lineam a z d, & lineæ k o est imago lineæ b z, & li-
neæ l o est imago lineæ z c, & angulus, quē respicit lineæ k o
apud centrum uisus a, qui est angulus k a z, est maior angu-
lo b a z, quem respicit lineæ b z apud centrum uisus a: lineæ
ergo k o per 20 th. 4 huius uidebitur maior quàm lineæ b z:
& similiter lineæ k r uidebitur maior quàm lineæ b f. Et o-
mnia hæc patent ex illis, quæ præmissa sunt in 33 huius. Siue
ergo superficies corporum diaphanorū oppositæ uisui fue-
rint planæ, siue sphæricæ conuexæ: accidit imaginem rei uisæ
uideri maiorem ipsa re uisa. In hoc tamē est differentia, quia
in corporib. diaphanis planarū superficiēū excessus magni-
tudinis imaginis super re uisam est solū in apparentia uisus,
propter excessum angulorū, secūdm quos uidetur & ima-
go & res ipsa uisa: aliās enim imagines secūdm ueritatē sunt
æquales ipsis rebus uisis: sed in refractione facta à corpori-
bus conuexis sphæricis imago est secūdm ueritatē maior
ipsa re uisa: & etiam secūdm apparentiam in uisu propter
angulorum excessum uidetur maior: quoniam in hoc situ i-
mago respicit maiorem angulum apud cētrum uisus quàm
respiciat ipsa res uisa: & sunt utroq; modo partes imaginū
maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium. Patet ergo propositum.



42. *Omne corpus uisum in aqua, comprehenditur maius quàm sit secundum ueritatem.*
Alhazen 48 n 7.

Quod hic proponitur, patet satis ex præmissis: sed & idē placuit experimentaliter declarare, &
uniuersalē causam particulariter exemplare. Assumatur itaq; corpus colūnare longitudinis unius
cubiti, & aliquatē grosiciei: & sit albū, ut manifestius in aqua possit distingui: sintq; superficies eius
basis planæ, ita quod per se super illas possit stare æqualiter super superficiem hōrizontis uel terræ
uel uasis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana: ita quod a-
qua nō immergat totam corporis longitudinem: & erigatur corpus super mediam basim uasis in
aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquā: quia profunditas aquæ est minor corporis lon-
gitudine. Cū itaq; quieuerit aqua: uidebitur pars corporis intra aquam grosior, quàm illa, quæ est
extra aquam. Patet ergo propositū per experimentū. Sed & idē patet aliter. Quoniam enim conuexū
superficiēi aquæ est figuræ sphæricæ, & opponitur uisui: & centrū superficiēi aquæ, quod est centrū
uniuersi (ut aliās ostēdimus) semper est ultra omnia illa uisibilia, quæ cōprehenduntur in aqua, &
aqua est grosior aere: siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à cētro aquæ, siue inæquali-
ter: & siue uisus fuerit in aliqua linearū perpendiculariū exeuntiū ab aliquo pūctorū rei uisæ super
superficiē aquæ, siue oēs extra illas perpendiculares: semper est necessariū, ut patet ex præmissis sex
propositionibus proximis, formā rei uisæ uideri maiore ipsa re uisa existēte intra corpus aquæ. Sed
fortē si aqua fuerit clara ualde, & pauca: quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis,
qui est inter ciuitates Paduā & Vincentiā (qui locus dicitur Cubalus) nos uidimus lucidas, quasi
ut aerem: tūc fortē nō cōprehēdetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere
uideretur: quia tūc nō est differentia in quantitate istorū quo ad sensum: quoniam densitas aquæ
modicū addit super aeris densitatē: & ideo sensus tūc nō distinguet quantitatis additionē: semper
tamen secūdm ueritatē imago sit maior ipsa re uisa: licet illud quandoque lateat sensum. Patet ergo
propositū: magis tamen est hoc euidens in aquis grosioribus, ut sulphureis calidis: in quarum
intuitu & mirabili transmutatione formarum primū nos amor huius studij allexit.

43. *Re uisa ultra corpus diaphanum sphæricum grosius aere existente, ita quod centrum ui-
sus & res uisa & centrum corporis sphærici sint in eadem linea recta: comprehenditur imago
rei uisæ figuræ armillaris, multò maior re uisa.* *Alhazen 49 n 7.*

Sit centrum uisus a: & corpus sphæricum diaphanum sit b d z g: cuius centrum sit e: & ducatur li-
nea a e: quæ protracta secet superficiē sphære diaphanæ in duobus pūctis b & d: protrahatur quoq;
ultra pūctum d usq; ad pūctum h: transeatq; per lineam a b d h superficies plana secans sphæram:
& sit communis sectio illius superficiēi planæ, & superficiēi sphære diaphanæ per 69 th. 1 huius cir-
culus b d z g. Iam autem ostensum est in 25 huius quod in linea d h sunt plura pūctā, quorum
formæ refringuntur ad uisum a ex circumferentia circuli b d z g: & quod forma totius illius
lineæ

lineæ refringitur ad uisum a, si arcus b g z d fuerit continuus, unius scilicet diaphanitatis continen-
 tis lineam d h l. Et si forma puncti h refringatur ad uisum a ex puncto corporis p: manifestum est quod forma totius lineæ refringetur ad
 a uisum ex arcu g p: & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a: secetq; lineæ g h circūferentiam circuli in pun-
 cto m, & lineæ p l in puncto z. Forma itaq; puncti h extenditur per lineam h g, & refringitur per lineam
 g a: & forma puncti l extenditur per lineam l p, & refringitur per line-
 am p a: & ducantur lineæ e m & e z: & extrahatur lineæ e m ad pun-
 ctum c: & lineæ e z ad punctum f. Forma ergo, quæ extenditur per
 lineam a g (quoniam peruenit ad punctum g) refringitur per li-
 neam g h ad punctum h: & forma, quæ extenditur per lineam a p
 perueniens ad punctum p, per lineam p l refringitur & peruenit
 ad punctum l: & hoc si corpus diaphanum fuerit continuum & u-
 num usq; ad punctum l. Si uero corpus sphericum fuerit signatum
 & terminatum apud superficiem sphericam citra lineam h l: tunc
 forma, quæ extenditur per lineam a g, refringitur per lineam g m
 in partem perpendicularis e h: & cum forma peruenit ad pun-
 ctum m, refringetur secundo in partem contrariam perpendicula-
 ris, quæ est e m c, & concurret cum perpendiculari e l: refringa-
 tur ergo in punctum k perpendicularis e l. Et similiter forma, quæ
 extenditur per lineam a p, refringetur per lineam p z: & cum per-
 uenerit ad punctum z, refringetur secundo ad partem contrariam
 perpendicularis e z f in partem perpendicularis e h, & concurret
 cum illa perpendiculari h e: sit punctum concursus o. Sic ergo re-
 fractio formæ, quæ est à puncto p, peruenit ad punctum z: ab illo
 puncto z refringitur ad diametrum e l per lineam z o. Forma itaq;
 puncti k per g huius extenditur per lineam k m, & à puncto m re-
 fringitur per lineam m g in punctum g: deinde secundo refringitur
 à puncto g per lineam g a ad uisum a. Et similiter forma puncti o
 extenditur per lineam o z: & à puncto z refringitur per lineam z p
 in punctum p: deinde refringitur ab illo puncto p per lineam p a ad
 uisum a. Forma ergo totius lineæ k o refringitur ad uisum a ex arcu
 g p. Et si lineæ a k o fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p
 circūuolui circa lineam a k o fixam: tunc arcus g p describet fi-
 guram circulearem, utpote armillam, à cuius totali superficie refrin-
 getur forma lineæ k o ad uisum a: & erit centrum uisus a locus ima-
 ginis per 15 th. huius. Forma ergo lineæ k o uidebitur in tota superficie circulari, quæ est locus re-
 fractiōis: & est armillaris in superficie spheræ. Forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior seipsa:
 & erit figura formæ diuersa à figura k o. Hoc autem potest sic experimento declarari. Accipiat
 spheræ crystallina aut uitrea perfecte rotunditatis: & accipiat corpusculum paruum, ut cera ni-
 gra spherica, quæ ponatur in capite acus: ponaturq; spheræ crystallina in oppositione alterius ui-
 siuum, & claudatur reliquis: eleueturq; acus ultra spheram: & aspiciatur medium spheræ: & sit ce-
 ra opposita medio spheræ in linea recta: uidebiturq; in superficie spheræ nigredo rotunda in fi-
 gura armillæ. Quod si non uideatur talis figura: moueatur cera antè & retro, donec uideatur talis
 rotunditas: & tunc auferatur cera, & recedet nigredo: quod si ceram reduxerit quis ad locum &
 situm priorem, reuertetur statim nigredo rotunda armillaris, Sed & in his multa est diuersitas,
 quam relinquimus studio perquirentis.



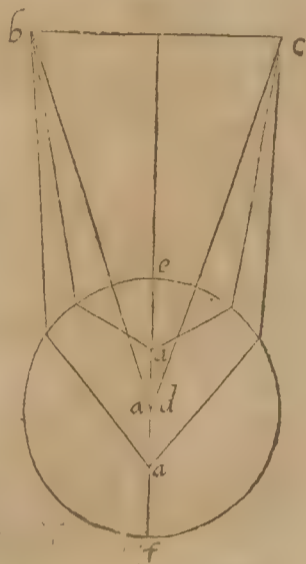
44. *Re uisa trans corpus diaphanum columnare densius aere, ita quod centrum uisus, & cen-
 trum alicuius circuli corporis æquidistantis basibus columnæ, & res uisa sint in eadem linea re-
 cta: imago rei uidebitur duplicata. Alhazen 50 n 7.*

Sit in corpore columnari grossioris diaphanitatis quàm sit aer, circulus b g d z: & sit centrum ui-
 sus a: & cætera, ut prius in præcedente: dico quod forma lineæ k o uidebitur duplicata: quoniam
 ipsa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum sibi æqualem & sibi correspondentem ex arcu b d
 in alia parte semicylindri. Sed hæc forma non erit circularis: quia figura a h p g cum fuerit circū-
 uoluta circa a k lineam immotam atq; fixam, non transibit per illam lineam arcus g p per totam superfi-
 ciam columnarē: sed refringetur forma ex aliquibus portionibus colūnæ, & erit cōtinua in una par-
 te, & similiter in alia. Nā superficies, in qua sunt puncta l, k, transiēs per axē colūnæ, facit in superficie
 colūnæ, quæ est ex parte uisus a, lineam rectam transeuntē per punctū b, & extēsam in lōgitudine colū-
 næ: & non refringetur forma lineæ k o ex illa linea recta: nam lineæ k h erit perpendicularis super il-
 lam lineam rectam. Non ergo erit forma rotūda corpore diaphano existente colūnari: sed erūt duæ
 formæ, quarū altera refringetur super alteram. Videbitur ergo lineæ k o habēs imagines duas, qua-
 rum utraq; est maior quàm lineæ k o: & erūt illæ duæ formæ eadem apud punctum a, quod est cen-
 trum uisus: quoniam in illo puncto a est locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 15 th. huius.
 Patet ergo propositū. Non potest autem fieri huiusmodi refractio à superficie corporum pyrami-
 dalium:

dalium: quoniam linea $k a$ non est perpendiculariter erecta super superficiem conicam talium corporum: neque potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundum circumferentiam, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionum & de speculis pyramidalibus conuexis & concavis ostensum est in praemissis libris.

45. Centro uisus existente in diametro corporis diaphani sphaerici concavi densioris aere, & re uisa respiciente conuexum illius corporis: imago uidebitur quandoq; minor re uisa: quandoq; maior, ut cum sit figura armillaris.

Sit centrum uisus a : lineaq; uisa sit $b c$: & sit corpus sphaericum concavum densioris diaphanitatis, quam sit aer, cuius centrum sit d : & diameter $e d$: sitq; linea $b c$ extra conuexum illius corporis: & centrum uisus a sit in diametro illius intra corpus concavum: dico quod semper imago rei uisae linea $b c$ erit minor ipsa re uisa. Si enim centrum uisus a fuerit in centro corporis puncto d : palam per 72 th. huius quoniam omnes lineae extensionis formarum punctorum linea $b c$ ad uisum a , erunt perpendiculares super superficiem corporis: quoniam transeunt centrum eius: locus ergo imaginis per 15 huius erit ipse arcus refractionis, uidebiturq; imago curua minor re uisa. Quod si a centrum uisus fuerit in aliquo punctorum semidiametri $e d$ propinquioris rei uisae, uel in aliquo punctorum semidiametri $d e$ remotioris: adhuc semper lineae extensionis formarum ad uisum secabunt perpendiculares ductas a punctis rei uisae super superficiem corporis diaphani, a qua fit refractionis, in ipsis punctis refractionum: hoc est in punctis arcus, a quo fit refractionis, uel circa illa puncta intra corpus diaphanum uel extra illud. Videbitur ergo imago quandoq; curua: quandoq; recta: quandoq; irregularis: sed semper minor re uisa: quoniam, ut patet, chorda uel alia diameter imaginis est minor re uisa: & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a & inter lineam $b c$, est minor quam linea $b c$, cum ceciderit inter lineas $a b$ & $a c$: ut haec patere possunt per 29 p 1, uel per 4 p 6. Est itaq; in tali dispositione semper imago minor ipsa re uisa: eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum sit figura armillaris. Si enim linea $b c$ sit in diametro $f d e$: tunc formarum punctorum b & c fiet refractionis ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis, & punctorum mediorum linea $b c$ fiet refractionis a punctis medijs illius arcus. Et si linea $a b c$ remanente fixa, imagnetur illa figura circumuolui, quousq; redeat ad locum, unde motus accepit principium: describetur per arcum refractionis quaedam superficies armillaris in tota sphaerica superficie corporis, a qua totali fiet refractionis ad uisum: eritq; locus imaginis in centro uisus: qui applicans formam uisam ipsi superficie refractionis, rem iudicat figuram armillaris: ut haec amplius omnia declarauimus in 43 huius. Patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur a uisu ultra corpus diaphanum sphaericum densius aere, cuius concavitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex vitro, uel crystallo, uel glacie, aut aliquo illis simili: refractionis tamen, quae fit ad uisum a superficie concava coeli similis est isti, nisi quod secundum illam non fit refractionis nisi formarum sphaerarum, quarum naturam & modum inferius duximus persequendum.



46. Imago formae cuiuslibet rei uisae figuratur diuersimode secundum figuram superficiei corporis, a qua fit refractionis ad uisum. Alhazen 35 n 7.

Quoniam enim locus imaginis refractionis est semper in communi sectione catheti incidentiae, quae est perpendiculariter a puncto rei uisae producta super superficiem corporis diaphani, in quo est res uisa, & lineae, per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 15 th. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab unoquoque puncto rei uisae exeat cathetus incidentiae, quae est perpendicularis super superficiem corporis, in quo est res uisa: tunc habebimus quaedam figuram columnarem uel corporalem, exeuntem a superficie totius uisus corporis ad superficiem corporis diaphani: & haec figura secat pyramidam radialem, secundum quam fit uisio refractionis, cuius uertex est in centro uisus: & istarum duarum figurarum corporaliu, columnaris scilicet & pyramidalis communis sectio est locus imaginis formae rei uisae. Si itaq; superficies corporis, a qua fit refractionis formae rei uisae, fuerit plana: tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit similiter planae superficiei: quare illa imago erit aequalis, uel modico maior quam sit forma rei uisae: uidebitur tamen semper multo maior re uisa. Quod si corpus, a quo fit refractionis, fuerit sphaericum, & conuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diaphani, uel inter illud centrum & uisum: tunc imago rei uisae erit figura pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares, quae sunt catheti incidentiae, concurrunt in centro corporis diaphani per 72 th. huius: & haec imago quanto magis extenditur uersus superficiem conuexam corporis diaphani, tanto magis amplificatur: & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphaericam: semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam: tunc imago erit strictior re uisa. Si uero res uisa fuerit ultra superficiem

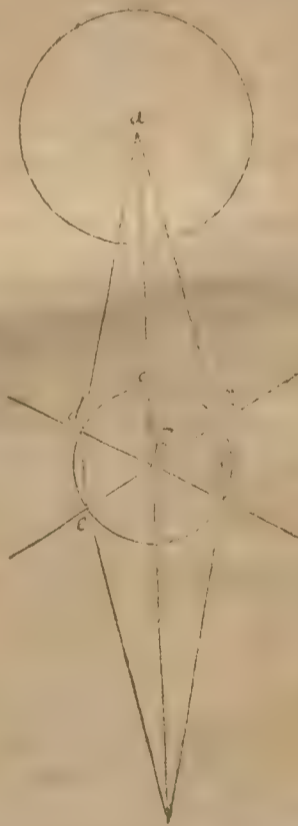
superficiem sphericam corporis diaphani uel ultra centrum eius: tunc, (cum omnes catheti incidentiæ secet se in centro corporis) erit corpus imaginatū duæ pyramides oppositæ, quarū uertices coniunguntur in centro corporis diaphani: & loca imaginum tunc possunt esse diuersa: & fortè accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uisa: quandoq; æqualem: & quandoq; minorē. Quod si corporis diaphani sphericæ concauitas fuerit à parte uisus, & conuexitas ex parte rei uisæ: tunc per eandem rationem, per quam prius, corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in cetro corporis diaphani. Quantò ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diaphani, tantò magis constringitur: & quantò magis extenditur ad partem illam, tantò magis dilatur & amplificatur superficies: unde secundum hoc locis imaginum diuersificatis, diuersificatur & quantitas imaginum formarum. Quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diaphani concaui, quàm ipsa res uisa: erit imago minor ipsa re uisa: & si fuerit locus imaginis remotior à centro corporis quàm res uisa: erit imago maior ipsa re uisa. Et quomodo hoc exemplificauimus in corporibus diaphanis sphericis conuexis & concauis: eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis potest intelligi. Vniuersaliter autè quando locus imaginis est superficies corporis diaphani, à qua fit refraction: tunc semper imago induit figuram superficiæ, à qua fit refraction. Vnde in conuexis superficiebus fit conuexa: in cōcauis concaua: in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris: & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuersificantur etiam figuræ imaginum in eodem diaphano secundum diuersum situm eiusdem rei uisæ respectu uisus. Vnde forma eiusdem rei, ut pedis uel manus, quandoq; uidetur stricta & curua: quandoq; arcuata & longa, secundum quod perpendiculares à punctis illius rei ad superficiem corporis diaphani productæ illi superficiæ incident diuersimodè: sic enim uariè à lineis extensionis formarum intersecantur: & uariatur multiformiter imago, ut patet per 15 & 16 huius. Horum quoq; omnium causa sufficienter patet ex præmissis. Palàm ergo est id, quod proponebatur.

47. *Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus. Alhazen 36 n 7.*

Quoniam enim forma eiusdem rei uisæ refracta ab aliqua superficie corporis diaphani, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis: tunc in ipsius uisione non fit quantum ad actū uidendi, differentia à simplici uisione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius sciētiae: ubi diximus quod res secundum pyramidem uidetur, cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisæ: & ostendimus quod tunc ab ambobus uisibus uidetur una forma: unde illud hic supponimus in formis refractis, ut in formis directè uisis. Si enim homo comprehenderit aliquid uisibile in cælo aut in aqua, aut sub uitro uel crytallo ambobus uisibus, & claudat unū uisū: nihilominus comprehendet illud uisibile. Ambobus ergo uisibus & uno tantū uisu cōprehenditur eadem forma. Et hoc est propositū: non enim uidimus in talibus aliquid ulteriori mora dignum.

48. *Crytallo spherica soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili, quæ est post illam.*

Sit centrum solis punctum a: sitq; crytallus sibi opposita, cuius centrum b: sitq;, ut superficies plana centra amborum, quæ sunt a & b, pertransiens secet ipsam crytallum sphericam secundum circulum per 69 th. 1 huius: qui sit c d e f g. Dico quod si aliquid combustibile ponatur post hanc crytallum: ita quod crytallus sit media inter solem & rem combustibilem, ut stupam uel aliquid consimile: possibile est, ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro solis a usque ad centrum crytalli j, quod est b, diffundi radium, qui sit a b. Cum itaque radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus crytalli per 72 th. 1 huius, quoniam transit per amborum centra: palàm per 47 th. 2 huius quia non refringitur, sed transit corpus crytalli irrefractus: omnesq; radij solis superficiæ sphericæ crytalli equidistanter radio a b incidentes, palàm quoniam incident obliquè: ergo per 47 th. 2 huius patet quoniam omnes illi radij refringuntur ad perpendicularem a b: quoniam quilibet illorum radiorum refringitur ad perpendicularem à puncto refractionis super superficiem crytalli: quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b in centro spheræ crytalli: fit autem ad illas perpendiculares refraction: ideo quod corpus crytalli densius est corpore aeris: per quod transeunt radij inter corpus solis & corpus crytalli incidentes. Et quoniam in distantia æquali à radio a b, alij radij à corpore solis procedentes, corpori crytalli incident secundum angulos æquales per 43 th. 1 huius: palàm per 8 huius quoniam secundum æquales angulos refringuntur. Imaginetur itaque radius a b produci ultra corpus crytalli: & patet quoniam à quolibet circulo crytalli totius superficiæ solis oppositæ refringuntur radij ad unum punctum perpendicula-



ris a b.

ris a b, sicut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b. In aliquo itaque illorum puncto-
rum perpendicularis a b retro corpus crystalli posito combustibili, ignis accendetur in illo, si mo-
ram duxerit. Omnes enim anguli refractionis ex aere ad superficiem superiorem crystalli unius
circuli (cuius polus est punctus, secundum quem linea a b secat superficiem crystalli) sunt æ-
quales: & eorum radiorum anguli refractionis à superficie crystalli ad aerem sunt æquales. Et quò-
niam quilibet illorum radiorum refringitur à linea perpendiculari à puncto suæ refractionis su-
per superficiem crystalli producta: patet quòd omnes illi radij æqualiter refracti, concurrunt in
uno pũcto lineæ a b productæ ultra superficiem crystalli. Et quia illa pũcta naturalia latitudinè ha-
bent: patet quòd in ipsis radij plurimi concurrunt: possunt ergo rem combustibilem ibi positam in-
flammarè: quod est propositum. Fortè tamen portio sphaeræ crystallinæ minor hemisphaerio fortius
inflammarèt in loco centri sui posita re inflammabili: quoniã omnes radij totali illi superficiei sphæ-
ricæ perpendiculariter incidentes concurrerent in centro per 72 th. 1 huius. Sed & in horum expe-
rimentatione est maxima latitudo, quam relinquimus ad talia curiosis.

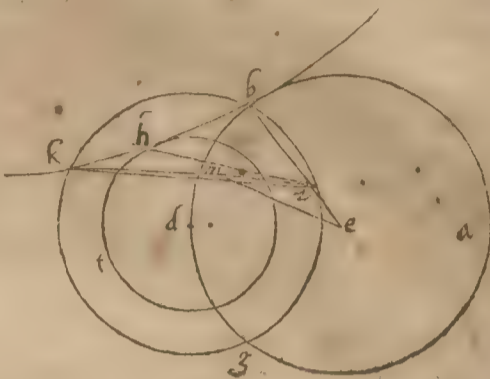
49. *Stellas cœli & lunam secundum refractionem à visibus comprehendendi instrumentali-
ter declaratur. Alhazen 15 n 7.*

Instrumentum armillarum ponatur in loco eminente: unde appareat horizontis pars orientalis,
ita quòd armilla, quæ est in loco circuli meridiei, sit posita in superficie circuli meridiei: & polus e-
ius sit exaltatus à superficie terræ secundum eleuationem poli mundi super illius habitabilis hori-
zonta: & in nocte obseruetur aliqua stellarum fixarum magnarum, quæ cum peruenit ad circulum
meridianum, sit transiens per centrum capitis experimentantis aut prope: & cõsideretur illa in or-
tu suo, dum eleuatur super superficiem horizontis: & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circui-
tu poli mundi, qui est polus æquinoctialis, donec fiat æquidistans circulo inagno cœli transeunti
per polos æquinoctialis, & per centrum corporis illius stellæ: & certificetur locus stellæ ex armilla,
ita ut habeatur distantia stellæ à polo mundi. Deinde obseruetur stella, donec ueniat ad circulum
meridiei: moueaturq; armilla mobilis, donec fiat æquidistans circulo stellæ, ut prius: & sit in su-
perficie circuli meridiani: & tunc iterum habebitur distantia stellæ à polo mundi, cum stella fuerit
in zenith capitis aut prope: inuenieturq; distantia stellæ à polo mundi in tempore ortus & eleua-
tionis stellæ minor ipsius distantia ab eodem polo, tempore, quo est in zenith capitis uel prope. Pa-
tet itaque ex istis quia uisus comprehendit formas stellarum orientium refractè, & non rectè: quo-
niam quælibet stellarum fixarum semper mouetur per eundem circulum ex circulis æquidistanti-
bus æquinoctiali, nisi fortè secundum motum latitudinis uarietur parum in tempore longo: de quo
alibi plenius dicemus. Si itaq; uisus comprehenderet stellas rectè, non refractè: tunc uisus compre-
henderet quamlibet stellarum in suo loco: & esset omni hora noctis eiusdem stellæ à polo mundi
eadem distantia in uisu: cuius contrarium accidit uisui per instrumentum. Similiter quoque acci-
dit in luna. Si enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius: &
habeat latitudinem eius & distantiam à polo mundi notam: & item æquet ipsam pro tempore me-
diæ noctis: & sciat latitudinem eius & distantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per
armillas tempore ortus sui: non accidet diuersitas inter computationem per tabulas & experimen-
tationem per instrumentum. Inuenio uerò loco lunæ per armillas, dum est in meridiano circulo:
erit distantia lunæ à zenith capitis inuenta per instrumentum, cum latitudo lunæ est meridiana,
maior, & cum est septentrionalis, minor uera distantia eius à zenith capitis inuenta per computa-
tionem tabularum. Patet ergo quòd lux lunæ non peruenit ad uisum rectè, sed refringitur in ali-
quo medio corpore secundi diaphani: quia nisi refringeretur, eadem eius esset distantia à zenith ca-
pitis per instrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum est in horizonte: nunc
autem differt. Palàm est ergo propositum, quòd omnes stellæ uidentur per refractionem.

50. *Diaphanitas corporis cœlestis rarior est aeris & ignis diaphanitate. Alhazen 16 n 7.*

Disposito enim instrumento armillarum, ut supra, inuenienda est distantia alicuius stellarum à
zenith capitis: & in loco experimentationis sit circulus meridiei a b g: & sit zenith capitis punctum
b: & polus mundi sit punctum d: centrum quoque mundi sit punctus e: & ducatur semidiameter
meridiani circuli: quæ sit e b, pertransiens centrum uisus experimentantis, qui sit punctus z: sitq;
circulus h t æquidistans circulo æquinoctiali & polo ipsius, qui est d: eritq; polus illius circuli h t
punctus d per 68 th. 1 huius, propter æquidistantiam illorum circulorum: sitq; circuli h t distantia à
puncto d polo mundi illa, in qua inuenitur stella in hora certificationis distantia primæ, quæ est in
ipso puncto sui ortus: & sit locus stellæ in illa hora punctus h: sitq; circulus alter, qui k b g, æquidi-
stans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h t: cuius distantia à polo mundi, qui est d, sit illa, in qua
inuenitur stella in secunda hora considerationis, quæ sit stella existente iuxta zenith capitis in cir-
culo meridiano, qui est a b g: eritq; circulus k b g æquidistans polo mundi, qui est d, & ualde pro-
pinquus ipsi zenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est zenith capitis. Ille ergo circulus
k b g est, in quo cessat obliquitas refractionis. Nam cum stella fuerit in zenith capitis in pũcto b, aut
ualde prope: tunc uisus comprehendet eius formam rectè. Nã linea e z b à centro mudi e per centrũ ui-
sus z ad zenith capitis b pertingens, est perpendicularis super cõcauũ sphaeræ cœlestis, & super cõuexũ
sphaeræ

sphæræ aeris per 72 th. i huius: quoniam transit per centrum utriusq; illarum sphærarū. Visus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b super sphæras aeris & cœli, comprehendet stellam existentem super hanc lineam rectè, siue corpus cœli & aeris sint eiusdem diaphanitatis, siue diuersæ: quoniam, ut supra ostensum est per 3 th. huius, perpendicularis lineæ radialis non refringitur in medio secundi diaphani. Forma itaq; stellæ apparentis in puncto b sine omni refractione peruenit ad uisum per medium corpus cœleste & ignis & aeris (quorum in hoc loco acceptio est uniformis, quanquã ignis plus diaphanus est aere: & ex lucibus cœlestibus nihil ad nos peruenit uel ad nostros uisus, nisi per medias sphæras ignis & aeris, quæ quantū ad illud, sunt sphæra quasi una.) Stellam itaq; existētem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uisus in suo uero circulo æquidistante circulo æquinocetiali, super quem mouebatur ab initio noctis, quousq; peruenit ad circulum meridianum. In circulo itaq; k b g fuit stella in prima experimentatione secundum ueritatem. Sit autem circulus altitudinis transiens per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k: secetq; iste circulus circulum k b g in ambobus punctis: scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in puncto g illi directè opposito: secetq; circulum h t in puncto h, in quo corpus stellæ uideatur esse in tempore primæ considerationis. Et quia distantia stellæ secundum uisum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor, quam in secunda: patet quod circulus h t est propinquior polo d, quam circulus k b g: punctus itaq; h circuli altitudinis, qui est b h k, propinquior est ipsi zenith capitis b quam punctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z ad centrū uisus z. Quia ergo stella comprehenditur à uisu in prima hora experimentationis in puncto circuli h t: & tunc erat in superficie circuli b h k: & tamen stella erat in illa hora secundum ueritatem in circumferentia circuli k b g: oportet necessariò, ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui sunt k b g & b h k, qui est punctus k supra terræ: comprehenditur autem à uisu in puncto h per lineam z h: quia forma stellæ peruenit ad uisum in rectitudine lineæ h z: & lineæ, quæ est inter stellam & uisum secundum ueritatem, est lineæ k z. Palàm ergo quod uisus non comprehendit stellam, quæ est in puncto k, rectè: comprehendit ergo ipsam refractè. Et quia in corpore cœlesti propter homogeneitatem suæ diaphanitatis non potest fieri refractionis: fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaque locus refractionis factæ in medio secundi diaphani (quod est aer uel ignis) punctus m: & ducatur lineæ k m: & protrahatur à puncto m lineæ recta usque ad punctum z centrum uisus. Quia ergo forma stellæ extenditur à stella per lineam k m, & refringitur ad uisum per lineam k m z: formæ uerò non refringuntur nisi occurrerit corpus diuersæ diaphanitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in præmissis huius libri propositionibus. Ergo corpus cœleste, in quo est stella, est differentis diaphanitatis ab aeris uel ignis diaphanitate. Et quia locus refractionis est apud superficiem transeuntem inter duo corpora differentia in diaphanitate, ut patet per 4 huius: punctus itaque m est in cōcauitate cœli. Et si producat lineæ e m: hæc secundum ueritatem erit semidiameter sphæræ cœli, cuius concuum attingit conuexum ipsius ignis. Est ergo perpendicularis super superficiem cœli concuam, contingentem aerem uel ignem, & super superficiem aeris uel ignis conuexam. Et quia forma stellæ extēsa in corpore cœlesti per lineam k m, refringitur in aere ad uisum per lineam m z: lineæ uerò k m protrahata ultra punctum m secaret lineam z m, elongans se à puncto e centro mundi: ideo quia obliquè incidit concuæ superficiem ipsius cœli: palàm quia illa refractionis est ad partem, in qua est perpendicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiem aeris. Et quoniam neque in cœlo, neque in aere est aliquod corpus densum politum, à quo possit fieri reflexio, ut à speculo: patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formæ in medio secundi diaphani. Corpus itaq; aeris est grossius corpore cœli, ut patet p 4 huius. Et hoc est ppositū.



51. Diametri omnium stellarum & lineæ determinantes distantias quarumlibet duarum stellarum in zenith capitis uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem, quam si directè uiderentur. Alhazen § 2 n 7.

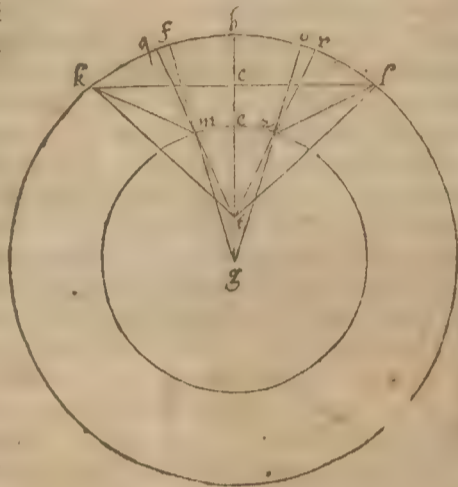
Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k: & communis sectio superficiem huius circuli & superficiem conuexitatis sphæræ cœli infimi per 69 th. i huius sit circulus m e z: erunt ergo isti duo circuli in eadem superficie & concentrici. Sit ergo centrum ipsorum (quod est centrum mundi) punctum g: sitq; centrum uisus punctum t: & ducatur à centro mundi g ad centrum uisus t lineæ g t: & extrahatur lineæ g t in partem t e, donec occurrat circulo meridiani in puncto b: secetq; circulum, qui est in superficie cœli concuam, in puncto e: erit itaq; punctus b zenith capitis, quo ad uisum: sit itaq; k l arcus, cuius chorda k l sit diameter alicuius stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas: & lineæ t b transeat per medium arcum k l ad punctum b: & secet chordam k l in puncto c:

P p arcus

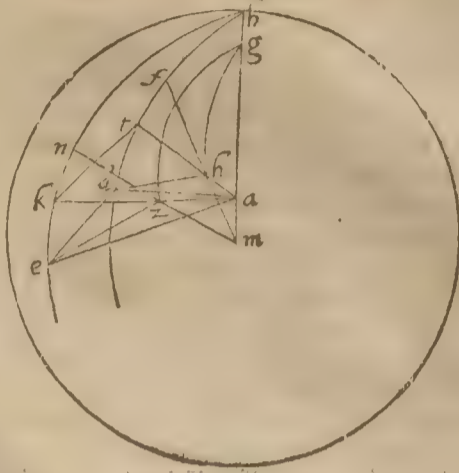
arcus itaq; kb est æqualis arcui bl : & ducantur duæ lineæ tk & tl . Erit ergo angulus ktl quidam angulus, secundum quem uisus t comprehendit arcum kl , quando ipsum rectè comprehendit. Sit itaq;, ut forma puncti k refringatur ad uisum t à puncto m circuli mz , qui est signatus in concava superficie ipsius cœli infimi, ut præassumptum est: & forma puncti l refringatur ad uisum t ex puncto z , & ducantur lineæ gm & gz à centro mundi ad loca refractionum: ducantur quoq; lineæ km : mt , lz , zt . Forma itaq; puncti k extenditur per lineam km , & refringitur ad uisum t per lineam mt . Et quoniam linea gm exit à centro ad circumferentiam: palàm per 72 th. huius quod ipsa est perpendicularis super superficiem sphaeræ cœli incidens puncto m , quod est punctum refractionis. Et eodem modo ostendi potest, quod gz est perpendicularis super superficiem cœli, incidens in puncto z . Et quia per præmissam corpus cœli, quod est zm , est rarioris diaphanitatis quàm corpus aeris, in quo est uisus t : palàm per 4 huius quia refractione, quæ fit secundum lineam mt , erit ad partem perpendicularis lineæ, quæ est mg . Erit itaq; punctum m inter duas lineas tb & tk . Quia si punctum m esset ultra lineam tk : tunc perpendicularis exiens à puncto g ad punctum m , esset etiam ultra punctum k : & ita cū forma puncti k refringeretur ad uisum à puncto m , refringeretur ad partem perpendicularis mg , & nō pueniret ad perpendicularē ge : ergo nō pueniret ad uisum t . Palàm itaq; quoniā punctum m est inter duas lineas tk & tb : & eodem modo declarari potest quia punctum z est inter duas lineas tb & tl . Extrahatur itaq; linea tm ad punctum circuli meridiani, & linea tz ad punctum eiusdem circuli meridiani. Erit itaq; arcus qk æqualis arcui lr , & angulus qtr erit minor angulo ktl : quoniā est pars eius. Sed angulus qtr est angulus, per quem uisus t comprehendit arcum kl refractè: & angulus ktl est angulus, per quem uisus t comprehendit arcum kl rectè: si ipsum rectè posset comprehendere: sed remotio arcus kl à uisu est maxima: quapropter quantitas eius non certificatur. Visus itaq; per existimationem non per certitudinem accipit remotionem arcus kl : sed existimatio uisus quando comprehendit refractè, nō differt ab existimatione eius, quando comprehendit rectè, nisi in hoc solū, quod putat se rectè comprehendere, quando comprehendit refractè. Visus itaq; t comprehendit arcum kl refractè ex angulo minori, quàm ille angulus, quo ipsum comprehendit rectè, & secundum comparationem ad illam eandem remotionem, ad quam comparat, si ipsam rectè comprehenderet. Sed uisus t comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli respectu remotionis puncti t (quod est cœtrum uisus) à superficie rei uisæ per 27 th. 4 huius: ergo comprehendit quantitatem arcus kl refractè minorem, quàm si comprehenderet illam rectè. Et si figura, in qua sunt puncta k , l , t , b imaginetur circumuolui linea tb existente immobili: describetur circulus secans meridianum circulum in duobus punctis, cuius circuli polus erit punctum b zenith capitis: & erunt omnes anguli, qui sunt apud uisum t contenti duabus lineis similibus lineis tk & tl , inter se quilibet suo compari æqualis. Visus ergo t comprehendet formam arcus kl refractè in omni situ in respectu circuli meridiei, cum fuerit in uertice capitis, minorem, quàm si comprehenderet ipsum rectè. Et si linea tb secuerit arcum kl in duo æqualia: tunc duo puncta q & r erunt inter duo puncta k & l : eritq; angulus qtr minor angulo ktl : & erit omnis angulus æqualis angulo qtr , exiens à puncto t secans stellam: & linea exiens à cœtro uisus t in superficie illius circuli secabit circulum maiorem ipsius stellæ, & comprehenditur quantitas eius minor quàm sit: & sic tota stella uidebitur minor quàm sit. Omnis ergo stella uidetur minor, cū est in zenith capitis, quàm si uideretur directè. Et similiter est de omni distantia inter quaslibet duas stellas, cum zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distantie: comprehendetur enim in omnibus suis positionibus minor, quàm si directè comprehenderetur sine refractione. Omnis itaque stella in uertice capitis aspicientis existens uidetur minor quàm in alio loco cœli: & quāto magis remouetur à uertice capitis, tantò semper apparet maior: itaque in horizonte apparet maior quàm in alio loco. Et hoc est commune omnibus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud semper sunt minores. Et hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias: hoc est in ipsis stellarum distantijs, ut spatiorum cœli, quæ sunt inter stellas, magis quàm in quantitibus stellarum: nam quantitas stellæ, quo ad uisum, est res parua, & excessus suæ quantitatis res parua, sed magis comprehenditur diuersitas & excessus distantiarum. Patet ergo propositum.

52. *Diametri stellarum, uel lineæ stellarum distantia determinantes, existentes in horizonte, aut inter horizonta & circulum meridiei, taliter ut æquidistant horizonti: uidebuntur propter refractionem minores, quàm si directè uiderentur. Alhazen 53 n 7.*

Sit item circulus meridianus, qui b p: cuius centrū, quod est centrū mundi, sit punctum m : & sit centrū uisus a : & zenith capitis punctum b : & ducatur linea ab : & sit diameter stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas linea de æquidistans horizonti: & sit circulus altitudinis transiens per unā extremitatem



mitatem diametri stellæ, aut distantiæ inter duas stellas, circulus b d: & alius circulus altitudinis tran-
 fiens per alteram extremitatem diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b e: cõmunes quoq; sectio-
 nes superficierũ istorũ duorũ circulorũ & superficiei concavæ cœli infimi sint duo circuli g h & g z.
 Forma itaq; pũcti d refringitur ad uisum a in superficie circuli g h: esto, ut hoc fiat in pũcto h: & for-
 ma pũcti e refringitur ad uisum a in superficie circu-
 li g z: & sit in pũcto z: ducatur itaq; lineæ a d, a e, a h,
 a z, m z, m h: & producatuſ linea m z ad arcum b e in
 pũctũ n: & linea m h producatuſ ad arcũ b d in pun-
 ctũ f. Et quoniã lineã d e æquidistat horizonti, cũ
 sit quẽdam pars circuli æquidistantis circulo hori-
 zontis, ut alicuius illorũ circulorum, qui arabicè di-
 cũtur almicantarah: palàm per 68 th. i huius quoniã
 zenith capitis, quod est punctus b, est polus circuli
 d e: quoniã ipse est polus horizontis. Arcus itaq; b d
 est æqualis arcui b e per 28 p 3: chordæ enim illorum
 arcuũ sunt æquales per 65 th. i huius: lineã itaq; m h
 est perpendicularis super superficiẽ corporis diapha-
 ni cœlestis per 72 th. i huius: quoniam exit à centro
 mũdi. Lineã itaq; h a refringitur à pũcto h ad uisum
 a: & erit eius refractionis ad partem diametri h m per 4
 huius: aer enim est densior corpore cœlesti, ut patet
 per 50 huius: refringetur ergo ad partẽ contrariam
 illi parti, in qua est pars reliqua perpendicularis, quẽ h f: ergo h pũctum refractionis est altius quã
 lineã a d. Et similiter declarabitur quod z pũctus refractionis est altior quã lineã a e. Duo ergo pũcta f
 & n, quẽ sunt termini duarũ linearũ perpendiculariũ m f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & zen-
 ith capitis, quod est b: ita quod pũctum f est inter duo pũcta d & b, & pũctum n inter duo pũcta e
 & b: & angulus refractionis, qui est apud pũctum h, est æqualis angulo refractionis, qui est apud pun-
 ctũ z per 14 th. huius: quoniã situs duorũ pũctorum d & e respectu uisus a, est cõsimilis ex hypothe-
 si. Tantũ ergo distat pũctus f à pũcto d, quantũ pũctus n à pũcto e. Extrahatur itaq; lineã a h ad
 pũctum t: & lineã a z ad pũctum k: distabit itaq; pũctus t à pũcto d tantũ, quantũ pũctus k à pũcto e:
 & ducatur lineã t k, quæ necessariò erit æquidistans lineæ d e per 88 th. i huius: quoniã arcus e k est
 æqualis arcui d t: est ergo lineã t k minor quã lineã d e per idẽ 88 th. i huius: & lineæ a t, a k, a d, a e
 sunt æquales: quia pũctum a centrũ uisus, est quasi centrũ mũdi, & omniũ arcuũ signatorũ, ut b d &
 b e. Dux itaq; lineæ a t & a k sunt æquales duabus lineis a d & a e, & basis t k trigoni a t k est minor
 quã basis d e trigoni a d e: ergo per 25 p 1 erit angulus t a k minor angulo d a e: sed angulus t a k
 est angulus, secũdum quẽ lineã d e comprehenditur refractè: & angulus d a e est angulus, secũdũ quẽ
 lineã d e comprehenditur rectè. Patet itaq; illud, quod proponebatur, siue lineã d e sit diameter ali-
 cuius stellarum, siue ipsa sit lineã determinans distantiam inter stellas.



53. *Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo alti-
 tudinis super horizonta erecta, per refractionem uidentur minores, quã si directè uideren-
 tur. Alhazen 54 n 7.*

Remaneat dispositio, quæ supra: & sit diameter alicuius stellarũ uel distantia aliquarũ duarũ stel-
 larum lineã d e: quæ sit erecta in aliquo circulo altitudinis transeunte per zenith capitis, quod est
 pũctum b, qui circulus altitudinis sit b d e: sitq; cõmunis sectio superficiei circuli b d e, & superficiei
 concavitatis sphæræ infimæ cœlestis circulus g h z per 69 th. i huius: & ducantur lineæ a d & a e: &
 refringatur forma pũcti d ad uisum a ex pũcto h: & forma pũcti e ex pũcto z. Copulentur quoq; li-
 neæ, d h, quẽ producatuſ ultra pũctum h in pũctum n: & e z, quẽ producatuſ ultra pũctum z in pun-
 ctum o. Patet ergo, ut in præcedente proxima, quod pũctum h est altius quã lineã a d: & quod pũctũ z
 est altius quã lineã a e. Ducantur itaq; lineæ a h, h d, a z, z e, m h, m z: & protrahatur lineã m h ultra pun-
 ctum h ad circulũ altitudinis in pũctum t: & lineã m z ultra pũctum z in pũctum k: erit ergo angu-
 lus refractus, qui sit ex refractione formæ pũcti e ad uisum a (qui est angulus a z m) ualde paruus
 (quoniã lineã a m, quẽ est semidiameter terræ, respectu tantæ distantiæ, non est alicuius sensibilis
 quãtitatis, ut aliàs declarauimus in scientia motuũ cœlestiũ) & angulus refractionis eius erit par-
 uus, sequens modũ illius anguli a z m: quoniã cũ aer sit densior corpore cœlesti, ut patet per 50 hu-
 ius: palàm per 4 huius quoniã sit refractionis ad perpendicularẽ, quæ est z m. Erit ergo per 8 huius angu-
 lus e z k acutus: & similiter erit angulus d h t acutus: ergo angulorũ a h d & a z e uterq; erit obtusus
 per 13 p 1. Pũctum itaq; z aut erit in superficie horizontis, aut altius. Si erit in superficie horizontis:
 erit ergo in extremitate perpendicularis exeuntis à centro uisus, quod est a, super lineã b a perpen-
 diculariter superficiei horizontis insistentẽ, quẽ perpendicularis imaginatur esse ducta in superfi-
 cie horizontis: aut si fuerit altius horizonte, erit altius illa lineã perpendiculari: & pũctum h erit
 semper altius pũcto z. Angulus ergo a h m est minor angulo a z m: quod patet, si super pũctum m
 terminum lineæ a m fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a m z, qui sit a m p, ducta lineã m p ad pe-
 ripheriam circuli g h z: factò quoq; angulo q a g æquali angulo h a g: ita ut per 7 p 3 lineã a q sit equa-
 lis lineæ

stellis interuenerit: tunc extenditur forma stellæ ad superficiem uaporis supremâ, & refringitur in illa ad perpendiculararem: deinde extêditur ad superficiem infimâ uaporis, & refringitur ab illa ad aerem purum continentem uisum: & fit illa refractione ad partem contrariam perpendiculararem, exeuntia a puncto refractionis super planam superficiem uaporis. Sic ergo forma stellæ & earum distantia uidetur maior, quam si uideretur post refractionem factam in concauo cœli à supremo corporis elementaris, nulla facta refractione in superficie uaporis ad aerem, qui est sub uapore, ut sub densiore corpore rarior consistens & continens ipsum uisum. Causa uero, propter quam omni uapore medio excluso, uidentur stellæ & stellarum distantia: maiores in horizonte quàm in medio cœli aut prope, coadiuuatur plurimum per existimationem uidentis: quoniam existimat stellas plus distare à uisu in horizonte quàm in medio cœli: existimans ipsam partem cœli, quæ est iuxta zenith capitis propinquior sibi, quàm eam, quæ est in horizonte, ut ostendimus per 13 th. 4 huius. Comprehendit ergo uisus quantitatem stellæ, & quantitatem distantie, quæ est inter stellas, cum fuerint in horizonte aut prope, ex comparatione anguli, sub quo fit uisio, ad distantiam remotam: & cum fuerint in medio cœli aut prope illud, comprehendit ipsarum quantitatem ex comparatione anguli æqualis primo aut ferè, ad distantiam propinquam, inter quâ & distantiam horizontis uidetur diuersitas maxima. Et sic iudicat stellarum quantitatem secundum modum, quo diiudicat quantitatem uisibilium consuetorum. Quæ enim à remotiori sub eodem angulo uidentur, quo alia propinquiora: illa remotiora iudicantur à uidentibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4 libro huius. Hæc enim causa uisionis stellarum est perpetua & immutabilis, omnibus uidentibus communis. Et eodem modo accidit uidentibus in comprehensione distantiarum ipsarum stellarum: nam formæ harum distantiarum non diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantias rerum assuetarum, quæ maximè distant à uisu super superficiem terræ ipsius. Patet ergo propositum.

55. *Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuarcationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accidentem.*

Quoniam enim, ut patet ex præmissis quinque theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellarum erit in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli infimi ignem continentis: horum autem elementorum quodlibet mobile est per se motu recto, utpote sursum propter leuitatem, quæ est in illis: mouetur autem per accidens motu circulari unâ cum motu diurno cœli, propter quod formam stellarum ipsis incidentem necesse est diuarcari & distrahi, sicut & ipsa forma uidetur aliquantulum locum mutare propter motum corporis, in quo uidetur: nec est diuersitas in isto, siue lumen stellarum per se ipsum diffundatur, siue fiat hoc propter reflexionem luminis solaris à stellis. Semper enim tam lumen per se diffusum à corpore luminoso, quam lumen ab alijs corporibus diffusum (quando per refractionem uidetur) fit debilius per 10 huius. Vnde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti: necesse est formam illam debilitatam diuarcatam & distractam uideri, propter motum corporis subiecti, in quo uidetur: unde in his talis reflexio luminis non est causa. Et huius simile est in aqua uelociter currente, à cuius superficie formæ stellarum reflexæ uidentur plus scintillare quam in ipso loco suæ imaginis refractæ per aerem uideantur: quoniam propter motum aque distrahitur forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexæ: propter quod & stellarum formæ plus moueri uidentur: & ideo apparent amplius scintillantes. Similiter quoque formæ stellarum in loco suæ imaginis tempore uentorum propter maiorem motum corporis medij plus scintillant. In planetis uero non semper accidit scintillatio: quoniam licet plus scintillet, & in eis sit idem locus imaginis, & ipsorum formæ propter refractionem debilitetur: tamè propter ipsorum propinquitatem ad nos uidentes non accidit eis multa debilitas: quia minor fit in eis refractione per 14 th. huius. Perueniunt ergo formæ ipsorum fortes ad uisum: unde & locum imaginis suæ (quæuis corpus subiectum moueatur) penetrant immotè & sine omni diuarcatione: nisi forte aliquod corpus grossius aere uisibus & planetarum formis interponatur: utpote uapor aquaticus grossus: tunc etenim propter incertitudinem motus illius uaporis (presertim cum à uentis agitatur) formæ planetarum quasi scintillantes perueniunt ad uisum. Et ex hac causa aliquando & ipsum solè uidemus scintillatè in mane, cum fuerit in ortu suo uisibilis secundum spiritum uisibilem resolutionem, propter quorum resolutionem & motum, sol semper aliquandiu aspectus uidetur scintillare & moueri forma eius: quoniam recipitur in spiritibus motis, qui propter uictoriam luminis cum fuerint in fine suæ corruptionis ab actu uisionis, rarificantur super suæ naturæ consistentiâ: unde mouetur motu sibi improprio nato & insolito, fiuntque causa motus formæ uisæ: & tunc uidetur forma rei uisæ scintillare: sicut etiam accidit cum à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uisum: tunc enim propter improprietatem illius luminis ad spiritus uisibiles fit motus illorum spirituum, & uidetur formæ illorum corporum scintillantes & motæ, quæ recipiuntur in corpore comoto. Sic itaque, scintillatio semper accidit omnibus stellis fixis: quoniam causa illius est perpetua, scilicet diuarcatio formæ suæ in loco imaginis, accidens ex motu subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro: quia causa eius est eueniens ut raro. In alijs uero corporum formis, quarum excellentia corrumpit sensum, non est proprie scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicem luminis immisionem, uel per reflexionem à corporibus politis: quia illa scintillatio non accidit sensui, ut est suæ propriæ dispositionis, sed ut est in fine suæ corruptionis. Etenim si habentibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouentibus, omnia moueri uideantur propter motum spirituum, sine regimine animæ discurrentium: non propter hoc dicuntur formæ rerum omnium scintillare. Patet ergo propositum. Et quia secundum præmissos refractionum modos passionem uisibilem infimorum & supre-

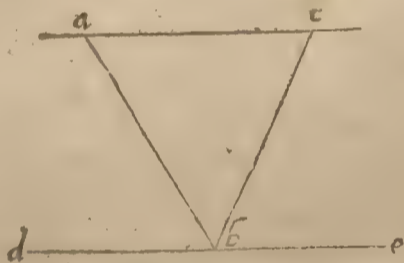
morum tranſcurrimus: reſtat, ut reſractiones, quæ in medijs accidunt corporibus, aſqualiter pertractemus, utpote illas, quæ in uaporibus medijs occurrunt.

56. *Non aggregatis radijs corporis luminofi in corpore non luminofi plus, quàm in medio: lumen ſenſibilius fieri eſt impoſſibile.*

Quod hic proponitur, patet: quia lato lumine per aliquã partẽ medijs, uniformis erit extenſio radijs ſecũdũ lineã rectã per 1 th. 2 huius: unde ſi nõ aggregẽtur radijs in corpore aliquo occurrẽte ipſis radijs luminis, nõ erit plus ſenſibile lumẽ in illo corpore quẽ fuerit in alia partẽ medijs: per quã ferebatur ſecũdũ extenſionẽ ad modũ linearũ rectarũ. Lumine enim æqualiter lato p unũ corpus, & aliud, niſi fiat aliqua diuerſitas ipſius luminis: nõ magis in uno quẽ in alio corpore ſentietur (alijs circũſtantijs in uifu & remotione exiſtentibus æqualibus.) Quod ſi fiat diuerſitas luminis in radijs, reſpectu diuerſorum corporum, ut patet per 4 huius: tunc in eo corpore, in quo magis radijs diſgregãtur, minus luminis apparet. Si ergo in aliquo corpore plus luminis apparebit: neceſſe eſt in illo corpore radios plus aggregari. Patet ergo quod nõ aggregatis radijs corporis luminofi in corpore nõ luminofi plus, quàm in medio, lumẽ ſenſibilius fieri in alio corpore, quàm ſit in medio unius diaphani, impoſſibile eſt. Ex quo patet, quod ſi radijs in aliquo corpore plus aggregẽtur quàm in medio, quod in illo corpore lumen ſenſibilius quàm in medio apparebit: & ſecundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

57. *Radios corporis luminofi per reflexionem uel reſractionem aggregari palãm eſt.*

Iſtud patet per hoc. Quoniã cum radius reuerberatur uel reſlectitur ab aliquo corpore: tũc quia p 20 th. 5 huius angulus incidẽtiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & radius incidẽs & reflexus ſunt in eadẽ ſuperficie, ut patet p 27 th. 5 huius: in ſuperficie ergo eadẽ radijs duo ad æquales angulos incidẽtes reſlectuntur & uniuntur ſic, ut fiant unum: aggregantur ergo, quia duo obtinẽt unum locũ: imò uerius fiunt unũ. Verbi gratia, ſit, ut in ſuperficie una reflexionis, quæ ſit a b c, incidãt duo radijs a diuerſis partibus diametri corporis luminofi, ſcilicet a & c ad unum punctum corporis, a quo fit reflexio: quod ſit b: & ſint anguli incidẽtiæ æquales. Producta ergo a puncto b lineã in dictã ſuperficie ad utramq; partẽ, ſcilicet ea, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficie reflexionis & ſuperficie corporis, a quo fit reflexio, quæ ſit d b e: erit angulus incidentiæ, qui eſt a b d, æqualis angulo reflexionis, qui eſt c b e, per 20 th. 5 huius: ſed & ſecundum angulum incidẽtiæ, qui eſt c b e ſit reflexio radijs c b: ergo radius b a reflexus & radius b incidẽs efficiuntur unus radius: & radius b c reflexus, radius quoq; a b incidẽs efficiuntur unus. Sic autẽ eſt de alijs omnibus, qui incidunt ſecundum pyramidem, cuius conus eſt in aliquo puncto corporis, a quo fit reflexio, & baſis in corpore luminofi. Patet ergo quod ad minus omnes illi radijs in ſe duplicãtur. Vnde cum ipſi ſint infiniti, quoniã ſolũ ſunt entes in potẽtia in cõtinuo, & tales pyramides ſunt tot, quot ſunt puncta in corpore, a quo fit reflexio: patet quod ipſi p reflexionẽ aggregãtur. Sed & p reſractionẽ in medio ſecũdi diaphani lumẽ aggregari per experiẽtiã ſenſibiliter adhibitã patere poteſt. Cũ enim oſtẽſum ſit qd' in medio ſecũdi diaphani dẽſioris aere a parte oppoſita ſuperficie incidẽtiæ ſemper ſit radiorum aggregatio, imò cõcurſus in punctum unum, & ibi lumẽ & calorẽ generant: imò quod ignitionẽ efficiunt in corpore inflammabili, cui immorãtur, ut patet per 48 huius. Reſractione itaque lumen generat, quoniã adunat radios. Sed & in ſuperficie, a qua fit reſractione, in profundum corporis dẽſioris diaphani radius incidẽs & reſtractus (qui in medio unius diaphani producti, eſſent lineã una) angulum reſractionis conſtituunt: ſuntq; per 46 th. 2 huius in una ſuperficie, quæ dicitur ſuperficie reſractionis, & eſt ſemp orthogonalis ſuper ſuperficie corporis, a quo fit reſractione per 2 huius: unde tales radijs omnes, ſic ſibi ipſis incidẽtes, quando ſunt reſtracti, uicinantur & aggregantur, ſecundum diaphani ſecundi diſpoſitionẽ angulo reſractionis ad angulum incidẽtiæ ſuæ uariato. In groſſiori enim uel dẽſiori diaphano radius non perpendicularis magis debilitatur: unde ad perpendicularẽ uehemẽtius reſringitur, & in uiciniorẽ punctum axis cadit: angulus ergo ſit acutior angulo incidẽtiæ ſuæ, reſpectu eius, ſi ſecundum idẽ pũctum radius ſubtiliori diaphano incidiffet. Et ob hoc (quoniã angulus ex omnibus reſtractis radijs cum lineã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficie reſractionis, & ſuperficie corporis, a quo fit reſractione, eſt minor in corporibus dẽſioris diaphani quàm minus dẽſi) patet quod in corporibus dẽſioribus & radijs plus aggregãtur quẽ in minus dẽſis per 8 huius. Fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionẽ ad punctũ unum mathematicũ uel naturalẽ, ut in nono libro huius ſcientiæ per ſpecula comburẽtia oſtendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris ubi de talibus ſermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per reſractionem: quoniã radijs ſecundum æquales angulos incidẽtes, per 8 huius ſecundum æquales angulos reſringuntur: & quandoque concurrunt in puncto uno, ut patet per 48 th. huius. Semper autem in talibus & radijs reflexi & reſtracti quodammodo in eadẽ parte medijs ſe duplicant: unde faciunt maius lumen. Aggregatis autem per reſractionem radijs, ut patet ex præmiſſis: tunc in uifu exiſtente in loco aggregationis lumen generatur. Et quoniã



in corpo-

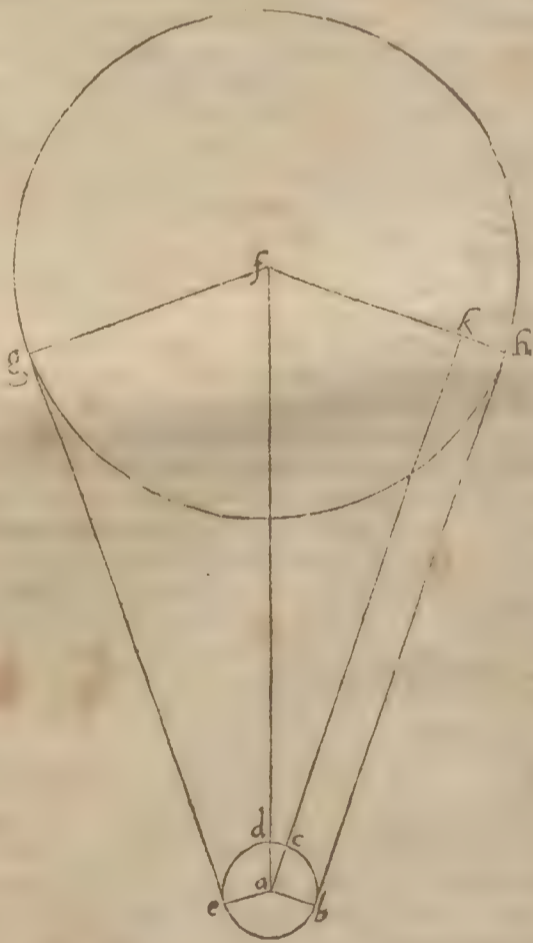
in corporibus diaphanis superficiem lenem habentibus, densioribus aere propter lenitatem superficiem lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1 th. 5 huius: tunc patet quod propter reflexionem lumen aggregatur: & item quia in illis corporibus propter densitatem densioris diaphani fit luminis refractione ad perpendiculararem intra corpus, ut patet per 4 huius: tunc in peripheria cuiuslibet superficiem refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis adinvicem radijs vicinatis fortificatur sensibilitas luminis. Quando ergo superficies talium corporum sunt lenes, ut politæ per naturam: tunc licet in ipsis fiat refractione: ab eorum tamen superficie fit etiam reflexio radiorum, licet debiliter. Et propter hoc duabus his causis concurrentibus, in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparet corpora plurimum luminosa: quavis magis densa magis appareat luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum, quam reflexio & refractione: ad hos enim, ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radicaliter reducuntur. Patet ergo propositum.

58. *Sine oppositione corporis densioris, quam sit medium proximum radijs corporis luminosi: ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.*

Istud patet per hoc. Quonia enim radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes: si ergo medium, per quod feruntur, sit uniforme: nunquam reflectentur uel refringentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1 th. 2 huius: nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur, ut vincat lumen, quod ex æquali diffusionem luminis receptum est in oculo uidentis. Nec etiam ad usum fiet reflexio, nec refractione in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis: nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur. Patet ergo propositum, quod sine oppositione corporis densioris, quam sit primū medium, per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile: quoniam omnis reflexio uel refractione semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

59. *Quantitatem arcus circuli magni terre, secundum quem illuminatur à sole, possibile est declarari. Alhazen 5 n libri de crepusculis.*

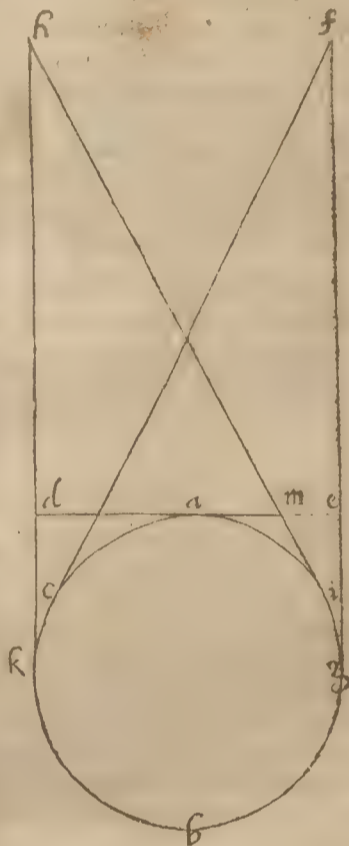
Supposito ex his, quæ alibi declarata sunt per antiquos & nos, quod corpus solis sit maius corpore terræ: palam per 27 th. 2 huius quoniam sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiem ipsius terræ. Sit itaque circulus, secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a: & sit circulus maior solaris corporis, qui g h: cuius centrum sit f: ducanturque lineæ contingentes utrumque horum circulorum: quæ sint b h & e g. Portio itaque b c d e terræ est illuminata à sole, quæ est maior hemisphærio. Ducantur itaque lineæ a b & f h: quæ erunt equidistantes per 28 p 1: quoniam utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h utrosque circulos contingentem per 18 p 3. Et quonia linea h f est maior quam linea b a (ut patet ex suppositis) refecetur à linea f h æqualis lineæ a b per 3 p 1: sitque h k æqualis ipsi a b: & ducatur linea a k: eritque per 33 p 1 linea a k æquidistans lineæ h b: ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h. Et quia linea f h est 5 partes & medietas partis ferè, secundum quod linea a b est pars una, ut demonstratum est in Astronomicis: remanet linea k f 4 partes & media. Per eandem quoque uiam astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem, qua semidiameter terræ est pars una, linea a f est partes 12 10: cum sit distantia solis à terrâ in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem, qua linea a f est 12 10 partes, linea f k est 4 partes, & medietas partis: erit secundum quantitatem, qua linea a f est 120 partes, linea f k 29 minuta, 12 secunda: & secundum quantitatem qua linea a f est 60 partes, linea f k est 14 minuta, & 36 secunda. Circumscripito ergo circulo illi trigono orthogonio, qui est f k a, per 5 p 4: erit arcus, quem subtendit chorda f k quasi 13 minuta, & 56 secunda: ergo per 33 p 6 erit angulus k a f 13 minuta, & 56 secunda, secundum quod angulus rectus est 90 partes: arcus ergo c d erit 13 minuta, & 56 secunda.



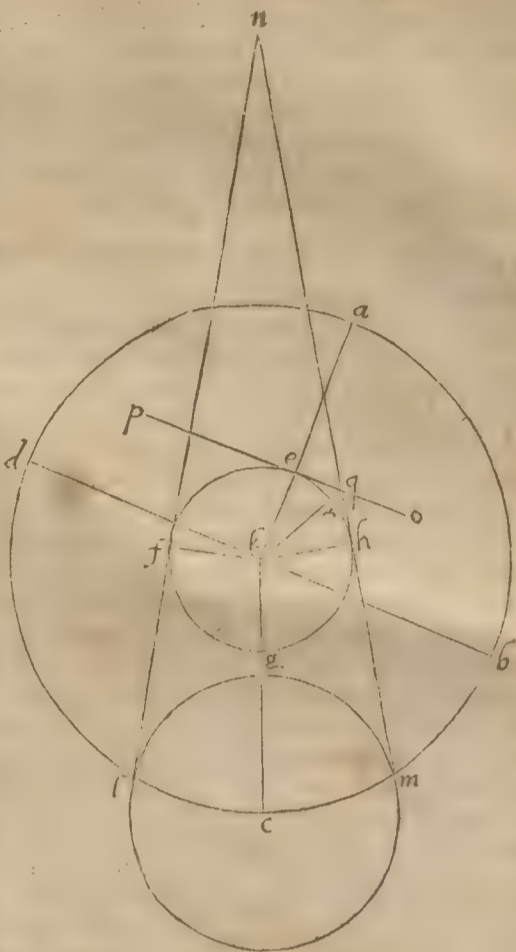
& 56 secunda, secundum quod arcus b c est partes 90 per 33 p 6: quoniam angulus b a c est rectus per 34 p 1: angulus enim k h b est rectus: totus ergo arcus b d erit 90 partes, 13 minuta, & 56 secunda: sed arcus d e est æqualis arcui d b: totus ergo arcus b c d e est 180 partes, 27 minuta, & 52 secunda. Quod quærebamus.

60. *Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertingere, possibile est inueniri. Alhazen 6 n libri de crepusculis.*

Ad hoc, quod hic proponitur, demonstrandum, utemur consuetis in scientia astrorum, ut in præcedente. Sit itaq; per 69 th. 1 huius circulus, secundum quem superficies plana transiens centrū solis & terræ, secat terram, circulus a b c: & sit locus uisus a: & sit linea d a e contingens circulum. Et quoniam angulus contingentiae est indiuisibilis, quia est minimus acutorum per 16 p 3: tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tantum supra illam. Et quoniam, ut patet per 27 th. 2 huius, umbra terræ est pyramidalis: sit illa pyramis umbræ terræ ante crepusculum matutinum, quando primò uidetur aer albescere in mane, c f e g: cuius uertex sit f. Aer itaque cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à sole, sed radius solaris cadit super omnem ærem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam ille nō impeditur per obstaculum terræ. Non tamen uidetur uisui illuminatum hoc, quod est extra hanc pyramidem: quoniam (ut patet per 56 & 58 th. huius) non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo, quæ in hac dispositione res faciunt non uideri: ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte: uel si cadant intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ: uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum. Sit quoq;, ut linea e a d contingens terram in puncto a centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctū e, ut propinquum umbræ. Aer ergo, qui est apud punctum e, est inuisibilis: non quod cadat sub linea terram contingente: quoniam ille aer est in superficie horizontis: nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ: quoniam est extra illam: sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ, quia non habet admixtionem uaporis densioris aere, à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56 huius. Imaginemur ergo moueri solem usq; ad principiū crepusculi matutini. Et quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27 th. 2 huius, & ex causa eclipsium lunariū: patet quod illa pyramis omne corpus medium habet necessariò transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k: cuius uertex sit h: quæ interfecet lineam e d (quæ est diameter horizontis) in puncto m. In hoc itaque puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi, primò uidebitur reflexum lumē solis, ut fiat sensibile. Hoc autem necessè est accidere ex densitate aeris inspissati per naturam uaporum: quia ab aere simplici non fit reflexio, ut patet ex præmissis huius libri propositionibus: punctum ergo m est punctum altissimum, in quo consistit eleuatio uaporum aerem inspissantium. Describatur quoque consequenter circulus altitudinis pertransiens centrum solis in hora dicti crepusculi: qui sit a b c d: qui per 69 th. 1 huius secabit sphaeram terræ secundum circulum: qui sit e f g h, cuius centrum sit k: sitque linea à centro terræ ad zenith capitis ducta, quæ sit a e k: sitque linea b k d perpendicularis super lineam a k semidiameterum circuli altitudinis: eritque linea b k d diameter cuiusdam circuli, cuius superficies per 18 p 11 erit erecta super superficiem circuli altitudinis secans sphaeram terræ in duo hæmisphæria: nec est differentia sensibilis superficiem superficiem huius circuli à superficie circuli horizontis. Sit itaque corporis solis centrum in puncto c: eritque per acceptionem astronomicam, scilicet instrumentalem armillarum uel astrolabij, uel tabularum totalis arcus b c, quo distat centrum solis ab ipsa superficie horizontis ferè 19 partes, secundum quod circulus altitudinis est 360. Et quoniam diameter solis est quintupla diametro terræ, & eius continens medietatem: fiat circa centrum c circulus l m secundum diametrum quintuplam & continentem medietatem lineæ e k, quæ est semidiameter terræ. Erat quoque, ut patet ex præmissis, circulus l m maximus circulorum corporis solaris: producatursque linea c k à centro solis ad centrum terræ, secans superficiem terræ in puncto g. Et quoniam longior radius à corpore solis exiens, & ad terram pertingens quasi linea contingens est per 16 th. 2 huius: ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, solis scilicet & terræ, quæ sint l f n & m h n, secundum quas lineas per 27 th. 2 huius, continetur illuminatio solis & umbra terræ. Producaturs quoque linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ sit p o: secetq; linea m h n lineam p o, in puncto q: eritq; punctum q locus luminosus in tempore crepusculi. Et quoniam punctus n, qui est uertex pyramidis



pyramidis umbrę, (quia semper est in nadir solis) secundũ motũ solis declinat: patet qđ primũ, in qđ radius solis cadit extra pyramidẽ, est summitas uaporũ eleuatorũ à terra & aqua. Producat ergo linea kr q à cẽtro terrę ad summitatẽ uaporũ, signeturq; punctus r in superficie terrę: & ducantur lineę kf, kh. Eritq; arcus fgh pars terrę illuminata: cuius quantitas (ut patet per præmissam) est 180 partium, 27 minutorum & 52 secundorum, secundũ quod totus circulus e f g h est 360 partes: eritque medietas ipsius, quę est fg, partes 90, & 13 minuta, & 56 secunda. Hęc est ergo quantitas anguli fkg, secundũ quod 4 recti sunt 360 partes: sed angulus bkc ex præmissis & per 33 p 6 est 19 partes: quoniã est angulus crepuscularis: remanet ergo angulus hkb 71 partes, 13 minuta, & 56 secunda: sed angulus ekb est 90 partes, quoniam est rectus: remanet ergo angulus ekh 18 partes, 46 minuta, 4 secunda. Et quoniã linea qe est æqualis lineę qh per 58 th. i huius (quoniam ab uno puncto ducuntur eundem circulum contingẽtes) erit per 8 p 1 angulus qke & æqualis angulo qkh: erit ergo angulus qke 9 partes, 23 minuta, & 2 secunda. Et quoniam angulus qek est rectus p 18 p 3: erit angulus kqe per 32 p 1 cõplementum unius recti, hoc est 80 partes, 36 minuta, & 58 secunda, prout 4 recti ualent 360 partes: & secundũ quod duo recti ualent 360 partes, erit angulus kqẽ 161 partes, 13 minuta, & 56 secunda. Circumscripto ergo circulo ipsi trigono qek: erit arcus, quem subtendit linea k e 161 partes, 13 minuta, & 56 secunda: chorda ergo eius, quę est linea ke, erit 118 partes, 23 minuta, & 20 secunda, 18 tertia, secundum quantitatem, qua diameter qk est 120 partes: & secundũ quantitatem, qua diameter qk est 60, erit chorda ke 59 partes, 11 minuta, 40 secunda, 9 tertia: ergo secundum quantitatem, qua linea ke est 60, erit linea kq 60 partes, & 48 minuta, & 50 secunda. Ablatis itaq; à linea kq partibus 60, quę est quantitas lineę kr semidiometri terrę: remanet linea rq (quę est summa uaporũ eleuatio) 48 minuta, & 50 secunda, secundum illam quantitatem, qua diameter terrę est 120 partes. Et quoniam secundum cosmographos maximus circulus terrę secundum milliaria est notus: ergo secundum illum quantitas diametri est nota: ergo & linea rq est nota. Et hoc est propositum. Est autẽ secundum cõputationem Abbomadi ex milliariis. (quibus terrę circumferentia est 24000 milliaria) linea rq 51 milliaria, 47 minuta, & 34 secunda, & 31 tertia ferẽ. Summum ergo, ad quod eleuantur uapores secundum ipsorum consistentiam, est minus quã 52000 passuum, ut patere potest perquirenti.



61. *Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.*

Istud in politis corporib. (ut in speculis & similibus) sensus comperit, nosq; in pluribus præmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uerò soli exposita idẽ patet: quia radius in parte soli opposita uidetur, & maximẽ si locus oppositus sit obscurus: hoc autẽ fit per reflexionẽ. In aere etiam aliquantulum dẽsiore idem euenit: ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem: tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quòd tẽpore pluuiali radij solis sepe in aere dispergũtur, & uix tenuiter ad terrã pertingunt propter humiditatẽ & grossiciẽ aeris contrapositi ipsi soli. Hoc etiã patet: quoniam in aere modicę densitatis in hyeme, maximẽ flãte austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti secundum formam circularem: & maximẽ uisibus humidis, ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uisua propter debilitatem organi debilitatur, sic quòd non potest densitatem modicam aeris penetrare, sed ad ipsum forma rei uisæ reflectitur ab aere modicę densitatis: sicut ad uisus fortes reflectitur solũ ab aliquo solido peruietatem non habente. Vnde etiam in uisu aliquis debilitatus & non acutẽ uidẽs, propter ophthalmiã uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem suã in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantẽ cum ipso, quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum. Et sic quidã notus meus post plurium noctiũ uigiliã cum cõpulsus nocte sequente equitaret, formã suam, hoc est uirũ alium secum equitantem uidit,

uidit, cum transfiret quandā aquā, circa quam grossus fuit aer, & cū stare, stetit & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat: cum autem ad aerē serenū uenit ille notus meus: tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sic uisui debili error accidit: nec mirum: quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longē distante: sicut etiam auxilio speculorum (ut in 60 th. 7 huius ostendimus) posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo, sed extra speculum uideret in aere. In loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum uariari. In uapore etiā rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus dissolui in guttas: quia quolibet suarum partium fit quasi speculum: & ob hoc lumē reflectitur ab ipso: & istud apparet in aqua guttatim sparsa: quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppositam reflectitur: quamuis post reflectionem coloretur. Patet ergo propositum.

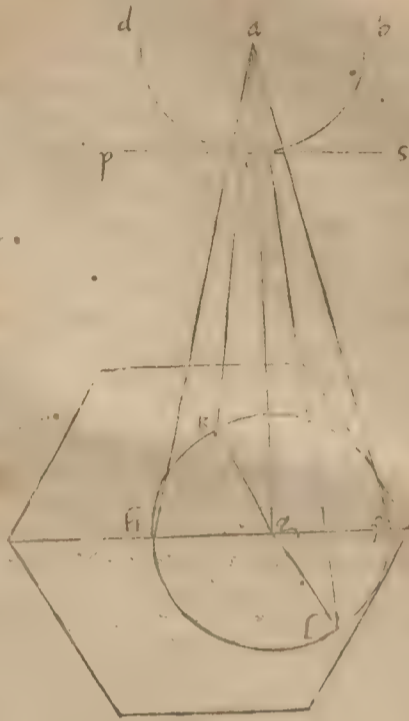
62. *A superficie aquae & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionem fieri ad perpendicularem patens est.*

Quod hic declarandum proponitur, patet p 4 huius: sed etiā experimētis cōprobatur: & hoc est uniuersale. Quando forma rei uel radius per mediū rarius ad densius diaphanum procedit: tūc semp in medio secūdi diaphani fit refractione ad perpendiculare. Verbi gratia, exposita aqua in uase soli, in fundo uasū uidebuntur radij aggregari. Lucescente etiā sole super aerē densum uisui & soli interpositū quādoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quāuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur: & hoc fit maximē in tēpore p̄cedente tēpus pluuiarū: unde post talē improporionatū tēpore calorem & lumen insolitum sapius pluuia descendit. Ex quo patet, quia nube in uaporē roridū resoluta, refractione fit radiorū in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem. Patet ergo quod in aqua & aere denso & uapore rorido, qñ forma uel lumē est in rariore diaphano, & incidit illis diaphanis densiorib. diaphanū quoq; in quo est uisus, multū differt à diaphano, à quo fit refractione: tūc fiet refractione sensibilis ad perpendiculare. Qd si forma uel lumen sit in densiore diaphano, uel ultra densius diaphanū uideatur: tunc fiet refractione à perpendiculari: & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certā quantitate, ut patet per 42 huius. Et ob hoc accidit quod summitates rerum in mari uisarum refractione uidentur: eod quod forma ipsarū dispergitur à perpendiculari in secundo diaphano subtiliori, scilicet in aere, & uidetur formae illorū in cōcurfu lineae refractionis cū perpendiculari ducta à re uisā ad superficiē aqueae, ut patet p 15 th. huius: & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distātia, in qua uisus propter altitudinē peripheriē uasis sine aqua ipsum denariū directē non uideret: & tunc uidetur etiā maior, quoniā sub maiori angulo uidetur. In aere etiā dēso, utpote qñ euri flāt, & aer humidus fit & ingrossatur, omniū rerū uidentur magnitudines maiores. Sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginē & aerē uaporib. terrae ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quā in medio cœli existentia, ut patet per 54 huius: & hęc est causā temporalis: alia uerò est perpetua, quam diximus ibidē. Ex hoc etiā prouenit quod si in loco imaginis, uel inter imaginē & uisum ponatur uitrū clarū uel crystallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certū locum aeris uideatur per uitrū: tūc enim imago maior uidebitur, & secundū qd media diaphana multiplicata à dēsiore in rariis fuerint, forma se uisibus ita uicināte, qd ultimò ipsa p aerē uideatur: tunc forma maxima uidebitur: cuius ratio patet ex p̄missis pluribus theorematib. huius libri. In istis ergo corporib. medijs omnib. sic dispositis fit refractione à perpendiculari, ducta à cētro rei uisae ad superficiē corporis diaphani re ipsam uel formā refractā continētis. His ergo modis fit in propositis corporib. uel similib. sibi ad uisum refractione: inter hęc uerò maximē fit in aqua: magis autē fit in uapore rorido incipiēte aqua fieri, q̄ fiat ab aere: nec mirum: quia uapor roridus (qui fit tēpore trāsmutationis nubiū ex uapore cōtinuo in guttatim sparsam aquā) est grossior aere: unde in ipsa facta refractione plus sentitur. Non potest autē tunc figura rei uisae, cuius forma refringitur, distinctē ad uisum peruenire, propter refractionū multitudinē: sed peruenit uisui tantū aliqua forma rei: sicut patet etiā quod in speculis paruorū partiū uel superficies rerum fractarū alterius super alterā eleuatarum, & si modicę p̄eeminentię sint, ita tamē quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua: tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, sed apparet tantū color ipsius rei uisae, cuius forma reflectitur ab ipsis. Per quod manifestē patet quod forma corporis luminosi, quae ab aqua uel aere grosso integrē, scilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad uisum, à uapore rorido reflectitur, sine figura & quantitate certa, sed tantū cum suo colore uel lumine. Et ita, cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantū formæ luminis reflexi. Patet ergo propositum.

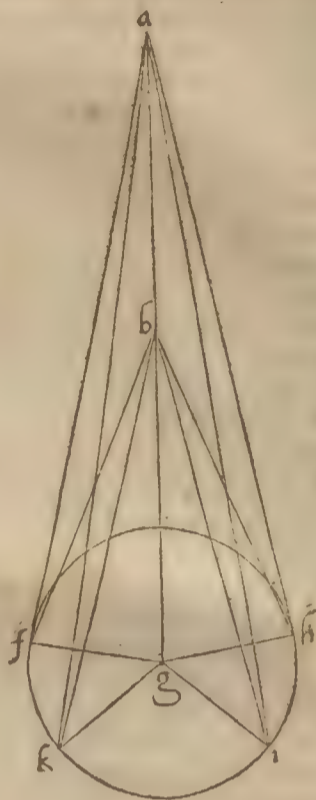
63. *Omnis corporis sphaerici luminosi irradiationem in corpore, (cuius superficies aequidistat superficiēi contingenti corpus luminosum sphaericum in puncto, ubi perpendicularis ducta à cētro corporis sphaerici super superficiē corporis illuminandi secat superficiē corporis sphaerici) possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uerò in cētro corporis luminosi. Ex quo patet omnem huiusmodi irradiationem fieri secundū angulos incidentia aequales.*

Sit corpus luminosum sphaericum, in quo sit circulus magnus, qui b c d: & eius centrū sit punctum

Etum a: contingatq; ipsum superficies plana, quæ sit s p in puncto c: & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphaerico, superficies g, quæ est ex hypothesi æquidistantis superficiæ s p: & sit linea a c g ducta à centro corporis sphaerici perpendicularis super dicti corporis superficiem: dico quod irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uero in puncto a centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g in centrum uel in medium superficiæ g non ceciderit: ducatur ad ipsius superficiæ g breuius extremum linea a f: super cuius terminum in puncto a constituatur angulus ex 23 p 1 æqualis angulo g a f, qui sit g a h: producatuq; linea a h ad superficiem g: & producantur in superficie g lineæ g f, & g h. Et quoniam duorum triangulorum a g f & a g h anguli a g f & a g h, qui sunt ad basim, sunt æquales ex definitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli g a f & g a h sunt æquales, & latus a g commune: patet ex 26 p 1 quia latus a f erit æquale lateri a h, & f g æquale g h. Similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h angulis triangulorum a g f & a g h, qui sit g a k: productisq; lineis a k & g k: erit, sicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h. Cum ergo ex puncto g exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie: patet ex 9 p 3 lineam f h k secundum quantitatem lineæ g f à puncto g productam esse circulem. Quia itaque irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundum alias omnes ducibiles, angulos æquales cum linea a g prædictorum triangulorum angulis, qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ: patet ex definitione pyramidis rotundæ, quoniam fit irradiatio secundum pyramidem rotundam. Fit enim secundum figuram, quæ describi possit per triangulum a g f orthogonium latere a g fixo manente, & a f & g f lateribus reuolutis ad locum, unde inceperant moueri. Et ex præmissis patet quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales. Patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem: hoc est uerum: sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20 th. 2 huius: tunc fiet ad omnem partem superficiæ g secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam irradiatio (parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensa.) Vnde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit: nõ fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatem: quæ si magna fuerit, cum in ipsa ad æquales angulos multi radij conueniant: tunc irradiatio sensibilis erit propter multorum radiorum conuersionem & æqualitatem angulorum. Et sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum lineam circulem, quæ sit terminus basis pyramidis uel partis basis. Eodem autem modo demonstrandum, si superficies g æquidistet superficiæ s p contingenti corpus luminosum in b, d punctis, uel in alijs punctis signatis. Vniuersaliter autem corporum, quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit: scilicet æquidistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto, ubi perpendicularis ducta à centro corporis luminosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi. Et huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquam, nisi in parte soli opposita illuminatur: & semper medietas illius, ea scilicet, quæ solem respicit, est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus: aliam uero partem irradiatio solis, nisi forte per refractionem, nullatenus attingit. Et quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una basi alteri inscripta applicantur: ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio: quoniam oportet ut tale corpus sit densius medio, per quod lumen uenit ad ipsum: oportet enim quod tale corpus habeat aliquid densitatis. Vnde si lumen nihil haberet resistentiæ, transiret, nec corpus pertransitum irradiaret: aliter etiam in ipso nõ fieret reflexio uel refraçtio per 58 huius. Et quoniam per reflexionem radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 57 huius: tunc per 56 huius radijs non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio quàm in medio: nunc autem irradiatio in theoremate supponitur: patet ergo quod oportet corpus irradiandum esse densius quàm sit corpus propinquum corpori luminoso. Exemplariter uero id declarari potest per hoc, quod fit 37 th. 2 huius ostendimus. Quia si per foramen rotundum penetraret radius solis: statim in corpore opposito ad basim applicatur, & in formam pyramidis lumen figuratur. Signum ergo est quod in quolibet radio corporis luminosi idem fiat, qui cum fiat naturæ homogeneæ, eadem est natura in toto & in parte: & ad minus, si illud non sit necessarium semper fieri: est tamen possibile fieri, ut proponitur. Patet ergo intentum.



circulationem coadunare circulationem foraminis uueæ, ac si ad peripheriam foraminis solum radij incident: & sic in superficie uisus rotundentur. Quod etsi sit aliquando possibile, non tamen est uniuersaliter necessarium: quia etiam cuiusq; parti superficie uisus radij incident secundum angulos æquales: semper accidet necessario figuram uideri circulariter. Existis itaq; manifestè patet, quia etsi tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis, rectilinea uel circularis sit irradiata: non tamen uidebitur nisi circularis pars eius irradiata, quando per reflexionem uel refractionem uidetur. Quia oportet ad hoc, quod uisus ipsum iudicet irradiatum, radios plures in centro oculi aggregari: non autem concurrunt nisi illi, qui incidentes ad superficiem corporis irradiati & reflexi ad centrū oculi omnes æquales angulos constituunt: tales autem incidunt secundum circulum: faciunt enim pyramidem, ut patet ex præmissa, & reflectuntur uel refringuntur necessario secundū circulum eundem. Ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata: nec uidebit uisus illam irradiationem, nisi fuerit in puncto concursus linearum taliiter reflexarū constitutus. Et propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli: quia eadem lineæ in diuersis punctis non concurrunt, sed in uno tantum: & remotioribus maiores apparebunt circuli: scilicet illi, quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refringuntur: & sunt exteriores in peripheria basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractionis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorē exterius ambiens: centrumq; uisus propinquius superficie irradiatæ minorē uidebit circulū, q̄ uisus remotior: quoniam radij in minori circulo secundū angulos minores incidunt, & secundū angulos minores reflectuntur per 20 th. 5 huius, uel secundū minores angulos refringuntur per 8 huius. Patet autē per 106 th. 1 huius quia secundū quod angulus refractionis uel reflexionis plus minuitur, secundū hoc angulus in uisu contentus augmentatur. Et quia angulus refractionis uel reflexionis semper est acutus, nec ad rectum potest exere scere, ut quartā partē circuli altitudinis sibi faciat respondere: quoniam inter angulos caussantes pyramidem ille angulus in oculo & angulus reflexionis uel refractionis ualent unū rectū: cum angulus ad axē semper sit rectus per 89 primi huius. Ex præmissis quoq; patet corollariū per pulchrū auxilio 12 huius. Quoniam enim in pyramide orthogonia eentrum circuli basis & conus semper sunt in eadem lineā (ut in axe) in proposito erunt a & g in axe a g: sed eadem ratione erunt b & g in eadem lineā: lineæ uerò b g & g a coniunctæ sunt lineæ una: eò quod f g a termino ipsarum exiens cum ambabus facit angulos rectos. Quomocunq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractionis: patet propositum quoniam semper centrum corporis irradiantis & centrum oculi & centrū circuli basis utriusq; pyramidis, irradiationis scilicet & uisionis sunt in eadem lineā, scilicet axe pyramidis irradiationis: nec aliter est possibile uideri irradiationem.



65. Iridem ex reflexione & refractione radiorum corporis luminosi uideri necesse est.

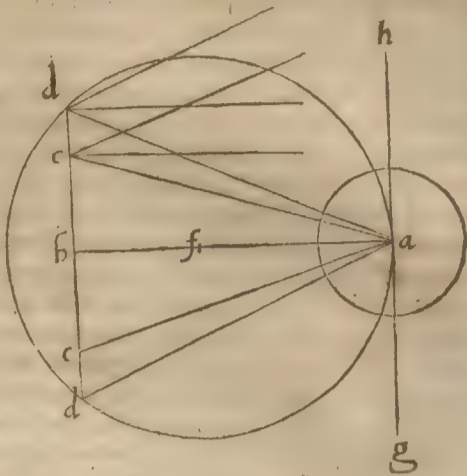
Locuturi de iride, de illa principaliter intendimus, quæ interfecans horizontem ad diuersas partes mundi protenditur: quamuis etiam de alijs, quæ illi iridi similes uidentur, intentionem non principaliter facturi simus. Quod uerò iris fiat ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: quod autem (non aggregatis radijs corporis luminosi) lumen sensibilis possit fieri in corpore non luminoso, quàm in medio, per quod prius lumen ferebatur, ostensum est per 56 huius impossibile esse. Vnde patet ex hoc quod lumen uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminosi, ut sensibilis fiat in aliquo corpore quàm in medio. Quod uerò aggregatio radiorum corporis luminosi fiat per reflexionem uel per refractionem, quæ fit in corpore densioris diaphani quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum est per 57 huius. Patet itaq; generaliter quod luminis maior sensibilitas per reflexionem uel per refractionem in omnibus uisibilibus caussatur. Quod uerò iris specialiter ex reflexione fiat: patet per hoc: quia lumen eius sensibilis peruenit ad uisum, ut suppositū est in 2 petitione libri huius. Ostensum est quoq; per 20 th. 5 huius quod omne, quod uidetur per reflexionem, sic uidetur, quod angulus, secundū quē forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo, secundū quē illa forma reflectitur ad uisum: quod etiam patet per 26 th. 5 huius ductā perpendiculari à puncto incidentiæ super superficiem corporis polito, ad quam reflexionis anguli referuntur: continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales. Cum itaq; forma iridis fiat in uisu: patet iridem per reflexionem radiorum corporis luminosi ad uisum caussari. Quod uerò iris per refractionem

etiam radiorum corporis luminosi fiat: patet per hoc quia non generatur iris, nisi in aliqua diaphana materia existente in medio, & prohibente transitum luminis. Iam quoque dictum est in 4 huius quod in corporibus diaphanis densioribus primo diaphano, & si ab ipsorum superficie fiat reflexio: semper tamen fit refractione ad perpendicularem: & sic lumen talium corporum superficiebus oblique incidens quasi secundum unam lineam ad duas partes oppositas diuisum protenditur. Fit itaque per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio, quae uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile; & sicut nubes alba, & lumen ab illorum corporum superficie ad uisum reflexum coadiuuat, ut actum maioris sensibilitatis faciat in uisu: sicut uidemus quod a corporibus albis, quae plus habent luminis, sensibilior fit reflexio quam a corporibus medio colore coloratis. Hoc etiam patet per luminis profundationem in iridis generatione. Cum enim ea, quae solum reflexionem luminis habent, tantum in superficie irradiantur, materia iridis sensibilibiter inuenitur in profundo irradiata: & ob hoc (ut comperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoque circa iridem deambulantibus contingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus) iris mutatur secundum mutationem uidentis. Sequitur enim fugientem ab ea, & illum, qui progreditur ad eam, fugiens antecedit. Et si quis ad dextrum uel sinistrum latus progressus fuerit: iris ad idem latus uidebitur moueri. Sed secundum reflexionem solum uisa fugiunt fugientem, & occurrunt accedenti: uidentur enim talia semper in concursu lineae reflexionis ad uisum progredientis, cum perpendiculari ducta a puncto rei uisae super superficiem corporis, a qua fit reflexio formae uisae, ut patet per 37 th. 5 huius. Iris ergo non solum uidetur per reflexionem, sed etiam per refractionem luminis intra corpus, a quo reflectitur: quamuis accedenti ad iridem, uel ab ipsa elongato ab alijs & alijs superficiebus corporum luminis obuiantium fiat reflexio luminis ad uisum: quoniam fuga iridis a progrediente ad eam, & secutio fugientis ab ea, accidit propter diuersas reflexiones, quae sunt ad uisum a diuersis partibus materiae iridis: scilicet secundum quod uisus mutat puncta, in quibus ab angulis basis unius pyramidis omnes radij in centro ipsius oculi concurrunt. Et quia tales bases sunt infinitae, & puncta, in quibus earum radij reflexi, in axe colliguntur, sunt infinita: patet etiam quod per reflexionem multiformam uidentur irides infinitae secundum infinitatem punctorum in axe pyramidis occurrentium accedenti uel recedenti secundum lineam eiusdem axis, uel etiam a latere eunti secundum mutationem axis a centro corporis luminosi per alium punctum suae superficiei exeuntis, quam per illum, quo primus axis exibat. Fit enim uisum ad latera sic mutanti noua pyramis & noua basis: aliudque est punctum superficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpendicularis ad superficiem materiae iridis, qui (in ipsum cadente centro oculi) fit axis pyramidis utriusque. Videntur itaque hoc modo irides infinitae ad quamcumque differentiam positionis quis uidentium motus fuerit: dum modo contra corpus luminosum non moueatur. Quod etiam si uerum sit per reflexionis naturam possibile sit refractione tamen radiorum corporis luminosi semper augmentat lumen, ut uideri ualeat sensibilibus a uisu. Patet enim quod refractione radiorum corporis luminosi aggregat lumen, ut fiat magis uisibile: quoniam propter ipsam refractionem radiorum circa eandem partem medij radius duplicatur: similiterque ipsorum radiorum reflexio lumen aggregat & ad uisum sensibilibiter reducit: iris uero non fit, nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, nisi occurrat uisui. Ergo ad generationem iridis refractione radiorum corporis luminosi & reflexio eorundem necessariae existunt. Et hoc est, quod in praesente theoremate perquirere uolebamus.

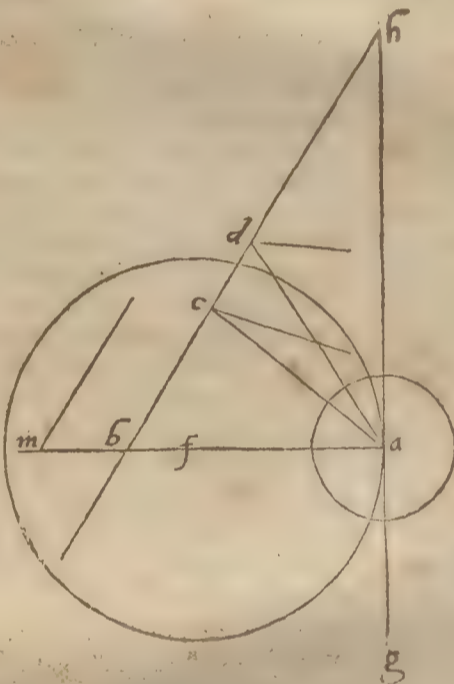
66. In uapore rorido iridem generari necessarium est.

Quod hic proponitur, patet. Quia cum iris non fiat sine lumine, imò luminis multitudine: lumē autē non aggregetur nisi ex reflexione aut refractione radiorum corporis luminosi, ut patet per 57 huius: haec autē non fiant, nisi lumini fiat obiectio corporis densioris aere puro per 56 huius. Ergo in loco generationis iridis non erit ipse generatio sine corpore irradiabili, a cuius superficie possit fieri reflexio & refractione luminis incidentis. Aliquod uero solidorum planorum ibi esse est impossibile. Sed neque aquam: quoniam haec curreret subito ad inferiorem locorum sibi possibilem: iris uero aliquo tempore manet, non eadem, sed semper diuersa propter continuum descensum rorationis: nec tamen posset in aqua continua figura iridis generari: quoniam lumen integrum reflecteretur a superficie aquae propter continuitatem ipsius aquae. Iris enim, quae fit in aqua diffusa per remos, fit propter aquae dispersionem: quia tunc remone pro manu utitur nauta aquam rorans: & ob hoc cum aqua sic fuerit fusa, in ipsa colores iridis apparent. Non etiam potest esse quod sit aer grossus, in quo iris generatur: quoniam impressio luminis in aere non efficeret colores iridis, sed faceret quandam albedinem, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsarum principijs & etiam terminis crepusculorum serotinorum: & uniuersaliter in similibus quibuscumque. Non etiam potest esse uapor continuus, siue sit eleuatus ad generationem nubis, siue sit in nubem condensatus. Esto enim quod sit possibile a uapore continuo iridem generari. Ponatur ergo corpus radiosum (cuius centrum sit a) in circulo horizontis: secetque ipsum superficies orthogonaliter erecta super superficiem horizontis per centrum ipsius corporis: & ducatur in illa superficie secante per centrum corporis luminosi linea h g. Huic itaque superficiei secanti aut æquidistant uapor continuus irradiabilis: aut non. Si æquidistant: sit linea in eius superficie b c d æquidistans lineae h g: incidantque sibi radij a b, a c, a d: & sit linea a b perpendicularis super superficiem uaporis, quae in se reflectetur per 21 th. 5 huius: & reflectentur etiam lineae a c, a d: quia non sunt perpendiculares. Quoniam autem angulus a c b est acutus per 21 p 1, cum angulus a b c sit rectus: patet per 13 p 1 quod angulus d c a est obtusus: perpendiculari-

pendicularis ergo extracta à puncto *c* non concurrerit cum axe *ab*: ergo nec radius reflexus. Cum ergo centrum uisus ex 64 huius necessariò sit situm in lineà *ab*, quæ est in superficie horizontis, & centrum uisus sit centrum horizontis, quod sit punctus *f*: patet quòd lumen sic reflexum centrum uisus nullatenus attinget, nisi fortè radius ille reflexus superficie alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum. Ergo uapore taliter disposito iris non uidebitur. Quòd si uaporis continui superficies superficie secanti corpus linosum non æquidistet, sed cum ipsa cõcurrat: si illæ superficies sub horizonte cõcurrant, idem accidit impossibile, & eodem modo deducendũ. Quia & si hoc modo radios aliquos sub horizonte ad uisum reflecti sit possibile: non tamen uisus illorum passionem aliquam iudicabit: non enim uidentur ea, quæ sunt sub horizonte: cum horizon sit circulus, qui est terminator uisus. Et cum superficies horizontis sit obliqua super superficiem uaporis: patet quòd radius à centro corporis luminosi perpendiculariter incidens superficie uaporis cadit sub horizonte: omnesq; radij non perpendiculariter superficie uaporis ultra superficiem horizontis incidentes, reflectuntur ad partem contrariã centro uisus in centro horizontis constituti. Non ergo uidebitur iris, centro uisus & superficie illius uaporis taliter ad inuicẽ dispositis. Quòd si



nò sub horizonte, sed supra horizontẽ cõcurrant illæ duæ superficies, una uaporis & alia secans linosum corpus: tunc iterũ lumen ad uisum reflecti non est possibile, ex causis prius dictis. Sèper enim angulus *a c d*, cũ sit extrinsecus angulo *a b c*, in triângulo orthogoniò *a b c*, erit maior recto per 16 p 1: ergo reflexio nunq̃ fiet ad uisum, q̃ est in cẽtro horizontis. Sed etiã dato qd̃ in aliqua præmissarũ dispositionũ fiat reflexio ad uisum (qd̃ tamẽ est impossibile) nò ppter hoc iris uidebitur: quoniã propter uaporis cõtinuitatẽ fiet luminis multa in superficie uaporis generatio: & erit lumẽ continuũ, qd̃ ad uisum reflexũ ipsum debilitabit, nec in pfundũ uaporis ipsum pmittet inspicere. Et dicit uulgus qd̃ talẽ lumẽ est sol aqueus: nec habet distinctionẽ aliquam colorũ. Et etiã si dictæ superficies supra horizontẽ cõcurrerẽt: tunc iris deflexa uideretur à zenith capitis sensu biliter secundũ gibbũ circuli, quo uidetur: qd̃ totũ sensui est cõtrariũ, nec apparet uisui. In tali ergo uapore nò est conueniẽs iridẽ caussari. Sed inter uaporem aqueũ cõtinuũ, & inter aquã depluentẽ à nubibus est quoddã mediũ, quod dicitur uapor roridus. Et fit quando frigus condensans incipit uaporẽ aqueũ in formã propriam scilicet aquẽ reducere: tũc enim cõdensantur raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis distãtia, quẽ rotundari incipiũt: nondũ tamen ppter debilitatẽ agentis reducuntur ad formã propriã, quẽ sibi det motũ ad inferius: & tũc illẽ uaporis particule sunt quasi quædã parua specula, in quibus solũ apparet color corporis radiosi sine quantitate & figura, ut diximus in 62 th. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipiẽtia rotundari ppter equalẽ ex omni parte uirtutis cõdensantis actionẽ, quousq; materiã cõdenset, incidat lumen corporis luminosi: refringitur ad posterius ipsius quilibet radiatorũ sibi incidentiũ ad lineã perpendicularẽ, à puncto incidentiẽ sup superficiẽ illius corporis productã p 4 huius. Et quoniã p 72 th. 1 huius illa perpendicularis transit centrũ illius corporis sphericũ: patet quòd radius refractus oblique cadet sup superficiẽ illius corporis oppositã corpori luminoso, & aggregabitur lumẽ in profundo totius cõsistentiẽ istorũ corpusculorũ, propter refractionẽ factã in quolibet ipforũ: sicut uidemus in crystallo rotunda: quoniã ultra superficiẽ illius posteriõrẽ fit aggregatio radiatorũ in aere ad punctum unũ, ut patet p 48 huius. In quolibet aut̃ istorũ corpusculorũ (siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodũ uia cõdensationis generatis, ut quãdoq; possibile est fieri: siue p modũ aggregatiõnis ex pluribus corpusculis fiat gutta: in hoc enim, quò ad iridis generatiõnẽ, nò est diuersitas) quoniã semper incidũt radij infiniti, qui etiã reflectũtur à superficie ipforũ corpusculorũ secundũ angulos incidentiẽ suẽ, quos faciũt cũ lineis maiõres circulos dictorũ corpusculorũ in puncto suẽ incidentiẽ cõtingentibus, qui anguli diuersi sunt: & ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum 6 librũ huius scientiẽ: & radij faciẽtes angulos cum lineis cõtingentibus corpuscula prædicta & cũ lineis signatis in superficie corpus luminosi secante concurrentibus supra horizon-

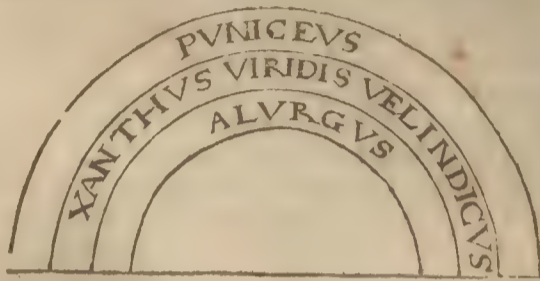


zontem, & interfecantibus axē pyramidis illuminationis ultra punctū b remotius à corpore luminoso (ut in puncto m) quia anguli tales intra pyramidē obtusi sunt: ideo per 33 th. 5 huius illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur: & in puncto, ubi talium radiorum plurimorū fit concursus in axe, inter corpus luminosum & uaporē uisu posito uidetur lumē. Et quoniā istorum corpusculorū quædā sunt, in quæ secundū æquales angulos, ut dictū est, radij incidūt à centro corporis luminosi: tales autē radij ex omni parte nubis dispersi sunt infiniti (cū enim tota consistentia uaporis sit plena talibus corpusculis, infiniti sunt tales radij in superficie nubis uel uaporis roridi cōcurrente, uel etiam æquidistante superficiē secanti corpus luminosum, secundum quod respicit uaporis cōsistentiam: & in illorū irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex est in centro corporis luminosi, basis uerò in consistentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuersas partes diuersorū corpusculorum: quæ cum secundū similes angulos suæ incidentiæ reflectuntur ad uisum, aliā faciunt pyramidē, cuius uertex est in centro uisus, basis uerò eadē cum basi pyramidis prioris: & est circulus, ut ostensum est uniuersaliter in 64 huius) uidebitur illud lumen reflexum continuū propter uicinitatē partium uaporis, & eorum distantia insensibilitatē à uisu, qui protensus ab illis fallitur propter sui debilitatē: & ob hoc uisus aggregatū ab omnibus illis corpusculis reflexum lumen sine cognitione uel perceptione distantia partium recipit, & iudicat tanquā unum. Patet itaq; ex præmissis, quòd licet tota consistentia uaporis sit radiosa, & fortè tota irradiata superficies sit multilatera: tamen semper uidetur circularis: cuius ratio est: quia nō uidetur, nisi quod de ipso secundum æquales angulos ad unum punctū axis pyramidis radialis est reflexum. Quando uerò anguli ad basim sunt æquales: latera æquos angulos continentia sunt æqualia per 6 p i: ergo per 65 th. 1 huius centrū uisus est polus, & superficies, ad quā illæ æquales lineæ terminantur, est circulus: & ita uidetur iris circularis. Potest etiam (exempli causa) idem aliter declarari: scilicet ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter super lineam ipsi totali cōsistentia uaporis à centro luminosi corporis perpendiculariter incidentē: illæ enim erunt in eadē superficie ex 5 p ii: eruntq; æquales ex 32 & 26 p i: ergo in puncto cōcursus earum in axe est centrum circuli ex 9 p 3. Et quia totius basis radij non ad æquales angulos reflectuntur: nō uidetur totus circulus radiosus, quāuis in tota nubis cōsistentia ubiq; lumen existat. Radij enim, qui ad maiores angulos reflectuntur, quā sint anguli radiorū ad uisum reflexorū, ultra punctū uisus ad alium locum axis reflectuntur: radij autē, qui ad minores angulos eis, qui ad uisum perueniūt, reflectuntur ad locum alium axis infra centrum uisus concurrunt: & sic neutri uidentur, nisi fortè ab alijs uisibus in locis suorū concursuū existentibus. Et propter hoc accidit inoto homine in antē uel retro, aliā & aliā iridem uideri: quoniā semper uisus progredientis uel recedentis incidit in puncta aggregationis diuersorum radiorū: sicut etiā accidit in hominibus diuersis magis uel minus à centro solis secundū diuersam zenith capitis elongationē dispositis, sub eodē tamē existentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; propter has causas uidetur circularis cōcaua: quia nec exteriores nec interiores radij incidentes superficiē totius consistentia roridæ, in eodem puncto cōcurrunt ad uisum: unde uisus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas. Et signū huius est, quod accidit in superficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto est forma solis uel lunæ, uel stellarū: non tamen uidetur, nisi in puncto uel loco uno, à quo est possibilis reuerberatio ad uisum: & mutato uidente ulterius, alia iterū forma corporis luminosi uidetur in loco alio, à quo est ad uisum possibilis reflexio. Et idē uidetur de cādela uel lumine aliquo distincto in clytello nouo uel ferro polito, uel alio: quia semp̄ re immobili existente mutatur forma uisa, uisu mutato secundū modū, quo possibile est ipsam ad oculos reflecti: & in puncto alio non uidetur. Aliud etiā signum huius est: quia si aliquo existente in radio solis, per aliū, qui est extra radium, transversaliter spargatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratum in radiū: uisus eius, qui est in radio, fortè non uidebit nisi colorē album: cum tamen spargens, cui opponitur uapor directus, uideat lumen & colores iridis, sed cōfusus, nisi dispositio corpusculorū roridorum sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existentē. Patet itaq; ex præmissis quoniā iris in uapore rorido generatur. Signū autē illius est: quia modicum stat iris: eò quòd uapor talis, cum sit ex materia graui iam ad formā grauis accedēte, stare nō potest super superficiē horizontis, nisi moueatur ad centrum grauium, quòd est centrum mundi, secundum quod ei est possibile. Et ob hoc etiā post apparitionē iridis quando operatione agentis cōdensatur materia, & reducitur ad formā potentē mouere, fit pluuia, & ex corpusculorum quolibet in uapore prius separatorū sit per condensationē materia gutta aquea descendens. Signū etiā eius est, quòd dictū est prius: quoniā aqua uaporesē sparsa ore, manu, uel remo, ut apud nautas: in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud: quia radij incidentes guttulis diuersimodē reflectuntur. Patet ergo propositū: quod est: iridē in uapore rorido generari. Si autē dicatur, quòd partes corpusculorū in materia iridis nō sunt omnes omnino sphericæ, non est uim faciens instantia: quia idem accidit omnino in non sphericis, quod nunc dictum est de sphericis: nunquam enim fiet iris, nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur.

67. *Tricolor est omnis iris.*

Dubitatum propter sui difficultatē ab antiquis hoc theorema proponitur. Multis enim mathematicorū patuit figura & quātitas iridis: & sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus supposita: color tamen, quē uidemus, nondum conuenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionē materia iridis secundū adusti, indigesti & opaci natura: quòd si hoc motum & possibilitatē rerum naturalium seruet & seruare ualeat, intellectu corū, qui scripserūt talia, duximus relinquendum.

quendum. Colores autē iridis secundū uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experiētias obtulit, sic possunt declarari. Quia enim totus uapor roridus (qui est materia iridis) in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa profunditas: patet quia ipse in aspectu sui ad solem serenius & immixtius habet lumē, mixtum tamē cum colore uaporis, qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidentis est (sunt enim omnes nigri) natura autē lucis est immiscere se coloribus rerū, ad quas reflectitur: est enim in principio a huius 7 petitione suppositū, lucem res coloratas transeuntē illarum coloribus colorari: hoc enim patet sensui: unde etiā lumē reflexum secum defert colorem rei, à qua reflectitur ad uisum, sicut patet in radio transeunte per uitrum coloratum. Cum itaq; lumen de natura sua fulgidum sit (ut patet) & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo: necesse est ipsum per 157 th. 4 huius uisui colorē presentare puniceum: & iridē in parte illa secundum uisum colorē habere puniceum, propter fortitudinē uisus & plurimam ad ipsum ex loco uicino reflexionem fortiorum radorū, propter uiciniam corporis luminosi, à quo fit impressio lucis reflexæ secundum lineam breuiorem. Et quoniam tota nubes est luminosa, & lumen semper secundum æquales angulos reflexum à diuersis superficiebus in profundo nubis æquidistantibus basi pyramidis primæ illuminationis, ad eundē reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uiciniore uisui (quoniam, ut patet per 68 th. 1 huius, circuli æquidistantes in eodem axe suos habent polos: & idem punctus est polus diuersorū circularum)



patet quia etiam lumen, quod est in profundo nubis, uidetur. Quoniam uerò illud lumen, est lumen refractum, debile, multo colori nubis, qui niger est, admixtum: & quoniam uidetur per pyramidē uisualē, inscriptam ab eodem uertice (utpote à centro oculi) ipsi primæ pyramidis uisuali, secundum quam uiciniore radij, qui punicei apparent, ad uisum reflectantur: patet per 106 th. 1 huius quoniam anguli, qui ad basim inscriptæ pyramidis fiunt, maiores erunt, angulis, qui fiunt ad basim primæ pyramidis. Lumē ergo ab illo loco in radijs sub maiori angulo ad uisum reflectitur: unde radij minus lumini uniti sunt, & debilius uisui offeruntur. Anguli etiā, quos in cetro uisus faciunt, sunt minores, ut patet per idem 106 th. 1 huius, quā anguli, qui fiunt per radios primæ pyramidis in cetro uisus. Sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quā in superficie: quod autem sub minori angulo uidetur, minus uidetur, ut patet per 20 th. 4 huius. Hoc autem patet experimentanti in lumine stellæ uel candelæ. Quod enim prius uisum est aperto oculo fulgidum, claudendo planè oculum amittit fulgorem, & incipit nigrescere. Item quoniam à remotiori uidetur tale lumen: idē debilius uidetur: remotio enim siue protēsis uisibilis à uisū est causa debilitatis uisus, ut patet per 158 th. 4 huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis aqueus: unde nigredo uaporis lumini incorporata plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscatum presentat. Et hæc quidē in coloribus iridis aliquam causalitatē habent. Totalis uerò causa omnibus huius coloribus uniuersalis est immixtio umbrarum ipsi fulgori luminis. Quoniam enim (ut patet per præmissam) uapor roridus est materia iridis, à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum, & per 11 th. 2 huius omnia corpora densa in parte luminoso corpori aduersam umbram projiciunt: patet quod radij reflexi à remotiorum corpusculorum superficiebus, umbrarū anteriorum corpusculorum nigredini se immiscent: & sic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uisum: & secundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiscentur, secundum hoc diuersificant actū suæ luminositatis in uarios colores. Et huius rei signum est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisu ipsa manu uel alio umbrato de sub manu in fenestrarū peripherijs uidetur. Signum quoq; huius est nigredo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumē se profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quas lux non penetrat, ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedat: & obductis palpebris, uisui respectu luminis ex umbris pilorum ipsarū palpebrarum colores iridis uidentur. Singula quoq; particularia, in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarū causam, ut ad quoddā uniuocum reducuntur: ut patet in collis anatum & paonum, quæ secundū diuersam dispositionē diuersimodè colorantur. Crispitudo enim suarū pennarum alias hinc & inde projicit umbras, quæ permixtæ lumini diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti. Nec enim alias præmissorū causas nostro potuimus indagare ingenio. Existētibus enim tantum 22 uisibilibus, nullū aliorum uisibiliū, præter umbrā, & lumē horū colorū apparentiū uisui uidetur esse causa: unde & hanc colorū iridis æstimamus proximā esse causam: nullū tamē uidimus, quē intellectus suus in hoc modicū intelligibile direxerit: sed huius rei facili omnes alij difficiles uisū sunt dare causas. Nos tamē hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus cōtenti, alia, quæ præmissimus, ponentes, ut quædā admiculantia huic causæ. Istis itaq; præmissis causis uel omnibus, uel pluribus, uel aliquot sensibilibiter cōcurrentibus interfectione pyramidū reflexionis basium æquidistantiū: tunc deficit iudiciū uisus, & lumē magis mixtū uaporis nigredini, minusq; refractū, sub maiori quoq; angulo reflexū, & sub minori angulo uisum, & in maiori distātia à se ipso positū, & in materia grossiori radiatū, & umbris pluribus permixtū uisus iudicat magis ab albo recedere quā puniceum: uideturq; illud lumen reflexū sibi uiride seu prasinum. Et post hunc colorem prasinum, plurimam pyramidum facta

reflexione, cum dictæ conditiones sensibiliter à prius entibus cōditionibus variantur: uidetur lumē plus nigro accedere, & fit uisui color alurgus siue lazulus, qui uaporis nigredini umbrisq; pluribus magis permixtus est quàm prasinus. Et demum cum secundū hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uisus circumferentijs basium, sensibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cum lumen amplius ad uisum sic dispositū non reflectitur: fit nigrum, quod amplius permixtum lumini non uidetur. Signum uerò prædictorū est: quia cū aliquis postquam solem uel aliquod corpus fulgidum aspexerit, claudit oculos subito & fortiter: primò quidem obducto oculo pelle, quod prius uidit fulgidum, uidebit puniceum: deinde prasinum: deinde purpureum: post in nigrum colorem forma lucis decidens exterminatur: & sic factò motu in uisu ab albo ipso paulatim exterminato, semper in propinquius nigro fit resolutio. Patet itaq; ex præmissis quòd iris sit tricolor: quorum colorū supremus est puniceus: & color uiridis sub puniceo continetur, quoniā color circumferentiā basium uiridiū sub colore basium circumferentiā punicearum fertur ad uisum: & similiter color alurgus sub uiridi cōtinetur eadē ratione: & sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu cōtinuo colorato. Color uerò xanthus, qui inter colorē uiridē & colorē puniceū uidetur, in iride non est color distinctus ab alijs, sed ex cōmixtione uiridis & rubei uisibus occurrit. Puniceus enim color iuxta prasinū uisus albus uidetur: quia & purpureus color iuxta nigrū albus uidetur: uiride etiā permixtū est albo: & ob hoc color xanthus, quia propinquior est nigro quàm puniceus, inter puniceū & uiridē uidetur. Vnde etiā facta iridē in nube nigerrima, color superior nō est puniceus, sed xanthus uidetur, propter multā nigredinis uaporis cū lumine permixtionē, & resoluta nube, quod prius uidebatur puniceum, demū albū uidetur: prasinus quoq; uidetur tendere ad xanthum colorem, & alurgus ad uiridem. Et iam uidit quidā uir experientiae iridē totā albā: quod accidit propter materię raritatē & luminis claritatē: & uisus optimā dispositionē in se, & in distātia proportionatā ad rē uisam: uel fortè propter uaporis plurimā grossiciem & densitatē, in quo nō potuit lumē penetrare in profundū: sed fiebat à superficie uaporis reflexio: & propter hoc lumen nō receperat colorem à colore corporis sibi cōmixto, nec miscebatur nigredini umbrarū: unde reflexio faciens iridē, in forma luminis reflectebatur sine admixtione nigredinis & umbrarū. Signū uerò, diuersæ apparitionis colorū est, quod uidetur in texturis purpurarum: in quibus colores iuxta alios positi plurimam faciūt differentiā & mixtionē in uisu. Non enim idē uidetur purpureū iuxta positū albo & nigro, aut alicui alteri colori. Et ex hoc propter claritatē aliqualem, quam color accipit à uicino sibi colore, aliæ phantasiæ colorū in uisibus oriūtur. Sicut etiā accidit operatibus ad lucernā decipi in coloribus, propter admixtionē impuri luminis: & accidit eos peccare, & alios colores pro alijs accipere, colorū alietate ex immixtione impuri luminis generata. Et sic nō inconuenienter dici possit, quòd medijs colores iridis à medijs pyramidibus secundū dictas circūstantias & diuersarū umbrarum permixtionē cū lumine generētur. Numerum autē colorū iridis secundū antiquos in ternario decreuimus: extendunt enim in tantum colorū nomina, ut color medius illius extremi coloris nomen habeat, cū quo magis participat in natura. Et sic iridem tantū tricolorē esse necessariò cōprobatur: nec possunt pictores tales colores plenariè simulare. De coloribus etiā, qui apparent in iride generata in uapore aqueo sparso ore uel alio subtili artificio, manu, uel remo, tota causa dicta est. Cū enim lumen ad talia corpuscula incidit, & ab eis reflectitur ad uisum in radio positū, uel in fenestra, per quam incidit radius, uerso occipite directè ad centrū solis: tunc lumē propinquius reflexū tanti est luminis, quod remotius reflexū lumē, propter admixtionē umbrarum superiorum corpusculorū propinquiorū uisibus, & corpori luminoso, magis & magis obtenebratur secundum modos prius dictos: uidebiturq; sic cōstituto uisu iris ex causis prius dictis rotundatā. Aliter autē uisu disposito ad radium: uidebūtur propter inordinatam reflexionem ad uisum colores iridis inordinati: quoniam illa reflexio cum non fiat secundum angulos æquales ad figuram iridis rotundam non pertingit: & secundum quod lumen corpuscula rorida contingit: sic secundum aliquam reflexionem perceptam lumen colores uarios uisui inducit. Sed quantò remotiores sunt radij à principio suæ aggregationis in fenestra: tantò colores magis efficiūt opacos propter plurimum umbrarum immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horā uespertinam uel modicum antè circa Viterbium in quodam præcipitio apud balneum, (quod dicitur scopuli) aquam uehementer præcipitari: descendentesq; ad uidendum, quid in ipso posset accidere soli sibi opposito: uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debitum existente: & multas ex proprietatibus iridis notauimus. Vnde, quia ea, quæ prius scripta de iride fuerant, nobis non per omnia sufficere uidebantur (excepto eo, quod inuoluntè scripserat Aristoteles) illud nobis principium cogitationis fuit, ut præsentī negotio studium applicaremus. Patet itaq; propositum.

68. *Corona fit ex refractione luminis solis, uel luna, uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.*

Impressio (quæ græcè dicitur, *ἀέρας* & arabicè *alileti*) latinè dicitur corona. Fit autē hæc impressio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua cōsistentia uaporis. Cū enim, ut patet per 56 huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus, quàm in medio lumen sensibilius fieri sit impossibile: patet quòd ad generationē halōnis necessarium est aliquem uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus continuus interponitur uisibus, & corpori luminoso nō potēte illū uaporem citò dissoluere uel disgregare: tūc fit ad uisum refractione luminis secundū circulū p 64 th. huius. Lumē enim secundū æquales angulos illi uapori per ignem & aerem incidens, secundū æquales angulos refringitur ad uisum per 8 huius: uidetur itaq;

itaq; lumē circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum: quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 37 th. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales franguntur ad angulos: tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum. Et si forte uapor ille sit roridus, distinctus per corpuscula: tunc plures fiunt refractiones, & augetur lumen. Et quoniam idem radius incidens super superficiem uaporis, in corpore uaporis refringitur ad perpendicularem, à puncto suæ incidentiæ super superficiem corporis, à quo refringitur productam, & secundum extensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11 th. 2 huius: & quoniam radius incidens & refractus non sunt lineæ una, sed angulum continent: ideo patet quia radius refractus refugit umbram proiectam à corpore, cui incidebat, quæ tamen est modica: quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro, leuiter condensato. Veruntamen quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refraçtio in aere medio inter uaporem & uisum, quæ fit à perpendiculari per 4 huius: patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbrarum nigredine permixtum, sed liberum ab illis: & propter hoc semper uidetur album, uel fortè modico & indistincto colore aliquantulum rubeo secundum se totum coloratum. Iris uerò quia fit per reflexionem radorum umbras proiectas penetrantium: ideo illi radij sub actu coloris perueniunt ad uisum: fitq; distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; solaris: sed raro accidit hoc, propter fortitudinē & uehementiam illius luminis, uaporem (qui est materia coronæ) subito dissoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ & stellarum primæ magnitudinis, quarum lumen illam consistentiam uaporis dissoluere non potest. A minoribus uerò stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatē, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante euro: & tunc quandoq; propter densitatem aeris proiectantis umbram partium superiorum super infimas, accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præsentari. Patet itaq; propositum.

69. *Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est possibile uideri.*

Quod per 107 th 1 huius patet in pyramidibus purè mathematicis sibi ad inuicē inscriptis: idem patet per 64 huius de pyramidibus reflexis, iridem causantibus, quæ naturam mathematicarum pyramidum consequuntur. Semper enim oportet, ut centrum uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impressio uideatur, quam propriè iridem nominamus: licet aliæ impressiones, colores iridis simulantes, quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autem iris meridiana à uisibus septentrionalibus uideri nō ualeat, satis patet ex his, quæ diximus in generatione colorum iridis: qui propter reflexionem luminis & umbrarum luminis admixtionem per se causantur. Potest etiam occasionaliter id patere per hoc: quod materia iridis in approximationē corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel subtiliatur in aerem lucidam, à cuius superficie non possunt fieri reflexiones: quæ etsi fierent, tamen tenderent in partem, in qua est sol, nec ad uisum peruenirent. Et etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitationem reflexæ lucis, non possunt in tali loco causari: quia circa corpus luminolum tum semper plus sit luminis, radij reflexi non debilitantur, sed magis uisibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radorum refractione ad uisum per uaporem uel aerem densum, aliquod lumen aggregatum uideri potest in uapore uel aere condensato, ut diximus in præmissa de generatione coronæ, quæ fit ex refractione luminis solis quandoque: & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem: sæpe uerò ex lumine lunæ & stellarum primæ & principalis magnitudinis generatur. Iris ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum (qui est materia iridis per 66 huius) non sit lumen aliud irradians. Vnde etiam corona grossa apparente uisui, scilicet in grossa materia & spissa siue densa, à forti lumine causata, est possibile, ut in ipsa aliqui colores iridis appareant, uisu posito inter corpus luminolum & uaporem. Tunc enim omnes conditiones & causæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia subest. Iris ergo sic poterit apparere. Fortè ergo accidit quod materia, in qua plus meridionalibus à uapore rorido iris uidetur reflexa: tunc hominibus plus septentrionalibus ab eodem uapore (ita quod uapor idem eodem tempore utrisq; habitatoribus appareat, & secundum eundem circulum altitudinis) uideatur corona propter luminis refractionem: & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus constitutis. Ex his quoque, quæ dicta sunt, patere potest, quod quandoque ex fortibus solis radijs reflexis à nube aquosa integra ad locum, in quo est uapor roridus, à latere solis aliquo possunt colores iridis generari in plenis circulis uel circularum portionibus incompletis: ut quando corpori solis nubes solida aquosa diametraliter opponitur, & in ipsam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obsistit, in qua fit radorum refraçtio & reflexio perueniens ad uisum. Tunc enim colores iridis apparent uisui recti, ut cum uapor non rectè opponitur uisui: & tales colores sunt in uapore raro a quo permixto: quandoq; uerò apparent circulares: & fiunt quasi irides. Oportet autem ad hoc, ut talis iris uideatur, quod in nubes, ad quam fit radorum solis reflexio ad oppositum uaporem, & uapor roridus, ad quem, & à quo ad uisum fit luminis reflexio, & uisus, ad quem fit reflexio, in eadem recta linea consistant: & quod superficies nubis, à qua fit reflexio, & superficies uaporis, à qua, & ad quam fit reflexio, productæ supra horizontem quasi in superiori hemisphærio concurrant. Aliter enim uix fie-

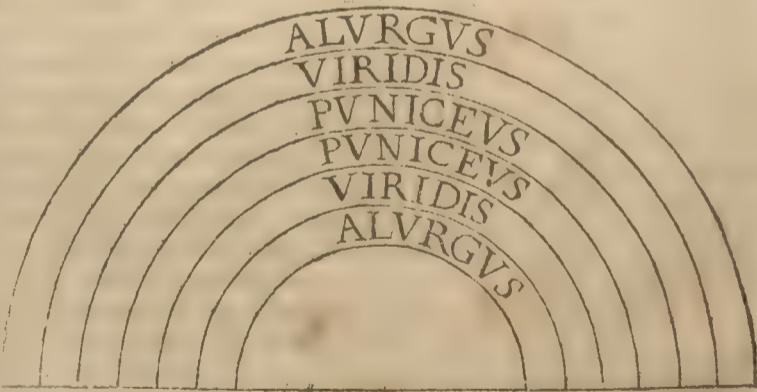
uix fieret sensibilis reflexio ad uisum posteriorem nube, à qua fit reflexio: fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpusculis paruis, de quibus sermo fuit in 62 th. huius. Nos autem per hunc concursum superficialium, intelligimus concursum linearum contingentium corpuscula uaporis toridi in ipso puncto reflexionis. Oportet etiam quòd nubes aquea reuerberans lumen, uicina sit circa solem, ubi radij solarès fortes existunt: & talem iridem non unam, nec duas tantum, sed etiam quatuor simul uidimus Paduæ sole iam ad uesperam declinante, & nò erant irides in distantia idè graduum à sole: & omnes circulorum completorum, & in superficiebus diuersis: & erant quaedam quasi se extrinsecus contingentes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminosi non ab alia nube reflexis ad uaporem, sed ab ipso uapore ad uisum reflexis non est possibile fieri, nisi in oppositione corporis luminosi ad uaporem, uisu in medio existente. Vnde in nostrâ habitabili non potest uideri iris ad meridiem: quia non interponitur ibi uisui uapor & corpori luminoso. Cursus enim stellarum erraticarum terminantur secundum partem, qua extremitas zodiaci terminatur, qui in nostrâ habitabili septentrionali fieri non potest. Et hoc est, quod proponebatur.

70. Ex radijs solaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam tantum horum duorum corporum radij secundum mundi diametrum sensibilibiter extenduntur: solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium luminosorum corporum & purissimæ substantiæ: lunæ uerò, quia ipsa terræ est uicinior: unde eius radij uisui sensibilibus offeruntur. Ab aliorum uerò corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporum, respectu solis, & magna à nobis distantia, respectu lunæ. A sole autem iridem fieri cognitum est sensui. Ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile: & hoc est sæpe uisum: maximè apud plus septentrionales, quibus sæpe offertur materia. Vnde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno: & fortè pluries uideretur, secundum quod se offerunt agens & materia. Apud meridionales uerò rarius uidetur: quia non offert se toties materia, & si agens semper sit dispositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud. Vnde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis, nisi bis in 50 annis. Fiunt autem irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa, magna existente, posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur. Fiunt etiam in nocte, semper tamè in opposito lunæ: habet quæ iris lunæ formam & materiam, quam & iris solis: similiter & colorum distinctiones: qui tamen sunt albiore coloribus iridis solis: cuius causa est, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio: unde duplicato nigro, scilicet noctis & nubis, album, quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album. Et quia puniceum est debiliter album: ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri. Et similiter est de unoquoque aliorum colorum: quilibet enim illorum colorum albiore uidetur. Et sic tota iris lunæ albiore uidetur, quam iris solis. Umbra enim radijs lunæ accidentes non sunt tam nigrae ut umbrae solis: & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est. Lumen enim lunæ est pallidius lumine solis: unde colores ex cõmixtione sui informati inficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ: sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ variari plurimos colores, & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur: quoniam ex radijs solis & lunæ tantum, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunque: quod est propositum.

71. Non plures duabus iridibus, situ colorum differentibus, possibile est uideri.

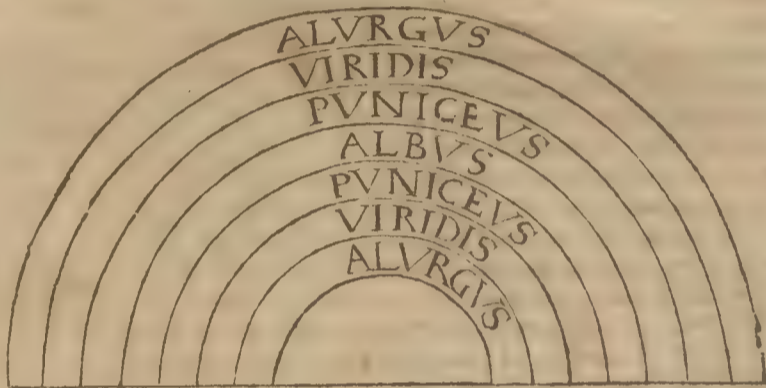
Verbi gratia. Cum enim non sint, nisi tres colores iridis, ut patet per 67 th. huius: non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet puniceï & alurgii localem transpositionem: quia semper medius manet in causalitate media inter istos. Et ob hoc patet quòd plures, quam duæ irides situ colorum differentes fieri non possunt: quia color medius non potest habere causam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quòd autem quandoque plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur, una sub alia, ut primò rubeum: deinde uiride: & deinde alurgium: & iterum rubeum: & iterum uiride: & demum alurgium: hoc accidit propter diuersitatem materiæ in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quas accidit sub uno angulo uideri: unde uidentur quasi sint habitæ uel contiguae. Quòd si in angulo sit diuersitas, ut quando linea exiens à uisu & transiens per gibbum iridis unius, scilicet inferioris, non transit per gibbum superioris: tunc uidebuntur consequenter entes, & inter alurgium superioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, scilicet alba: quoniam ab illa parte nubis remotioris uel propinquioris ipsi ui-



ipſi uifui, quàm naturæ reflexionis ad uifum illū cōdueniat, non fit reflexio luminis ad uifum: quod non accidit quando ſub eodem angulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides ſemper in diuerſis ſuperficiebus, & ab una pyramide reflexi luminis cauſantur: & ob hoc ipſorum eſt quaſi centrum unum, quod eſt centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquidistantes in uifu ipſorum peripheriæ. Et poſſibile eſt (licet non ſæpe eueniat) quod plures tales irides, una uidelicet intra aliam uifui offerantur. Et iſtud poterit probari duobus aquam in radio ſpargentibus, uno ſcilicet ſub reliquo: tunc enim iris ſub iride poterit uideri. Sed idem erit ordo in ſitu colorum iridis utriuſq;: neuter tamen alterius iridem uidebit; ſed unicuiq; ſua in eodem tempore uifui occurret. Impoſſibile autem eſt quod id fiat in eadem ſuperficie: ſcilicet quod plures irides eiufdem ſitus in coloribus appareant: quoniam ab illa ſola parte ſuperficie ſit reflexio, ubi ſecundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiufdem ſuperficie ſuperioribus uel inferioribus peripheria prædicta, ut patet per 66 th. huius. Colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris ſemper debiliores apparent: quoniam fiunt à radijs magis diſtantibus à perpendiculari & remotioribus à uifu: unde lumen per eos reflexum debilius uidetur, reſpectu eius; quod ex interioribus radijs cauſatur.

72. In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapofiti & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapofitos dicimus; quando ſicut iridis interioris color eſt puniceus, qui eſt in exteriori circumferentia ipſius, ſic exterioris iridis color eſt puniceus, qui eſt in interiori peripheria ipſius, mediusq; utriuſq; iridis color eſt praſinus: interiorq; color interioris iridis eſt alurgus, ſicut exterior color iridis exterioris. Sic autem diſpoſitis duabus iridibus: tunc omnes colores exterioris iridis ſunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoque cauſa aliqua eſſe poſſet, ſi illi colores omnes in una nubis ſuperficie uideretur: quia tunc colores exterioris iridis per magnam diſtantiã uifui apparerent, ſicut & interiores peripheriæ iridis interioris. Ad quod in telligendum ponamus exempli cauſa ſolem ſupra horizonta 20 gradibus eleuatum. Et quoniã patuit prius in 64 th. huius quod centrum baſis pyramidis irradiationis &



centrum uifus, & cætrum corporis radioſi, quod eſt ſol, ſunt ſemper in eadem linea: centrumq; baſis pyramidis irradiationis & pyramidis uifionis eſt unum punctum centro ſolis diametraliter oppoſitum: unde ipſum eſt nadir ſolis, & mouetur ſemper ſecundum motum ſolis: motuq; ſuo ſimilem circulum deſcribit motus ſolis, ſcilicet ei parallelo; quem ſol motu diurno deſcribit ſupra horizonta: talem enim dictum centrum iridis deſcribit, quod eſt centrum baſis pyramidis illuminationis ſub horizonte. Et ſicut cum ſol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum ſit in parte horizontis occidentali: ſic cum ſol ſit in puncto horizontis occidentali, centrum illud ſit in parte orientali. Et quoniam lineæ ductæ à centro ſolis ad circumferentiam baſis pyramidis illuminationis, ſunt æquales per 89 th. 1 huius: palam quod ſuperficies baſis prædictæ pyramidis ſic horizonta interſecat, quod ipſa cū ſuperficie ſecante ſolem, orthogonaliter inſiſtente horizonti concurrent ſub horizonte: ergo facit angulum ſuper horizontem obtuſum reſpectu uifus. Nec mirum quoniam horizon cum tranſeat per unum polorum circuli baſis, ut per centrum uifus, qui eſt polus illius circuli per 65 th. 1 huius: patet quod per polum alterum illius circuli non tranſit. Quælibet ergo pars ſuperficie uaporis, in qua ſit iris exterior, illa pars, quæ eſt ſuper circulum iridis in parte altiori, plus à uifu elongatur: & ſi ab ipſa reſpectu acciſat radios ad uifum, necesse eſt superiores nigriores uifui apparere, reſpectu eorum radioſum, qui à partibus eiufdem ſuperficie inferioribus illis ad uifum reſpectu ſunt, ut patet per 158 & 159 th. 4 huius. Et ſic ſuperioris iridis inferioris peripheriæ, quæ uicinior eſt uifui, colores puniceos, mediæ uerò praſinos, ſupremæ uerò alurgos necesse eſt uideri: & uincit quantitas diſtantiæ in magnitudine excessus elongationis quantitatẽ angulorum reflexionis & quantitatẽ anguli uifionis. Et ob hoc colores iridis ſuperioris contrapofiti quandoq; uidentur coloribus iridis interioris, in qua ſuperior peripheria ſemper uidetur punicea. Quoniam quando ad uifum ab illa parte ſuperficie ſit reflexio improporcionata reflexionibus diſtantiã: tunc radij inferiores eiufdem ſuperficie in eadẽ diſtantiã ad uifum reſpectu non poſſunt, eò quod in proximitate debitam diſtantiã excédunt: ſunt enim tali uifui proporcionata reflexioni diſtantiã uiciniores. Quod ergo uifui de proximo uapore irradiatum apparere poteſt, puniceum apparet propter uicinitatẽ & alias cauſas in 67 huius prius dictas. Uifui uerò profundato ulterius in uapore, ſecundum modũ diſtantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscetur, & uariantur colores

Rr . . . ſecundum

secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quaedam gibbositas, quo ad uisum. Et ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore cōcauam, in qua iris generatur: quamuis ea, quæ uidentur, nubis concauitati non oporteat adscribi: quia uapor (quo ad consistentiam sui totius) est integer, plenus corpusculis distinctis, sicut uidetur atomi totum solis radium implere: & est talis uapor à parte posteriori à sole grossior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quòd si cētrum solis in peripheria horizontis positum fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistent: adhuc radij exteriores ad uisum reflexi sunt longiores, respectu eorum, qui ab interioribus peripherijs reflectuntur per 19 p 1: in eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quòd corpore solis ubicunq; posito exterioris iridis colores, respectu colorum iridis interioris, possibile est contrapositos apparere. Omnes autem colores secundæ iridis sunt debiliores necessariò coloribus primæ iridis: quoniã fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari, & secundum maiores angulos ad uisum reflexis: propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur: unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autè eo, quod nunc præmissimus, utimur pro principio ad propositum declarandum disponente (& si ipsum non sit certa causa.) Manifestum est enim quòd illi radij (cum sint extra peripheriam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis) non reflectentur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponantur, & nisi lumen eorum in actum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cū ipsis ad uisum reflexorum perducatur. Et huius signū est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter peripheriam superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam: quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum nō reflexum. Cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium, qui ad uisum in aliquo uno loco dispositum reflecti possunt, sint hi, qui ab ultima peripheria inferioris iridis reflectuntur: nullus superiorum radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret. Ex peripheria uerò punicea inferioris iridis & si plurimi radij, præter eos, qui ad illum uisum reflectuntur, ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant: lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia, à uicina uapore reflecti non potest: quoniam cadunt illi radij in superficiem uaporis, à qua, sicut à superficie inproportionata adhuc uisui, non est conueniens distantia reflexioni. Hoc enim in principio peripheriæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incident ipsi nubi: alij uerò radij posteriores his radijs in punicea peripheria inferioris iridis ad maiores angulos incident, quo ad uisum (cū sint in profundiore superficie à uisu) & ad illam superficiem uaporis, in qua est inferior superioris iridis peripheria punicea, reflectuntur: & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole, illam partem superficiem ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter non poterat reflecti. Et quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi (sive uapor, ad quem fit reflexio in eadem superficie cum prima iride, sive in alia superficie sit consistens) cum radijs ab eadem peripheria ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 66 huius, angulos constituunt: fiunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uerò sunt lineæ interiacentes puniceam peripheriam inferioris iridis, & puniceam superiorem: & quia ab illis basibus nulla fit uisui sensibilis reflexio: tota ipsarum superficies uidetur alba, non reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexio ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridem supremam. Et quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis caussantium, sunt maiores, ut supra patuit per 106 th. 1 huius: ideo per 20 th. 5 huius & anguli reflexionum sunt maiores. Altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores: quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpusculorum colorem participant, qui ad corpus oppositum mixtum cum lumine transmittitur per 2 th. 5 huius. Et sicut ostensum est per 55 th. 5 huius, quòd propter reflexionem dextra apparèt sinistra, & sinistra dextra: sic etiam accidit in ista reflexione colores istarum iridum contrapositos uideri. Colores quoq; secundæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, scilicet inferioris: quoniã radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiam magnam insensibiles, ut patet per 158 th. 4 huius: & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per 3 th. 5 huius, & per 10 th. huius. Sequitur ergo necessariò eorum reflexionem ad uisum fieri debilem: & sic omnes secundæ iridis colores sunt debiles, magisq; nigredine umbrarum permiscantur. Necessariò ergo primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent: nec fit aliqua ulterioꝝ reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis, propter illorum radiorum debilitatem. Et fortè ob hoc dixit Aristoteles quòd plures duabus iridibus non possunt uideri: quoniam tantum duæ sunt, quæ situ colorum formaliter distinguuntur: quamuis plures quandoq; uideantur, ut in præmissa declaratur. Patet ergo propositum.

73. *Omniem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo equalia diuidi est necesse. Unde manifestum est quemlibet uidentem propriam iridem uidere.*

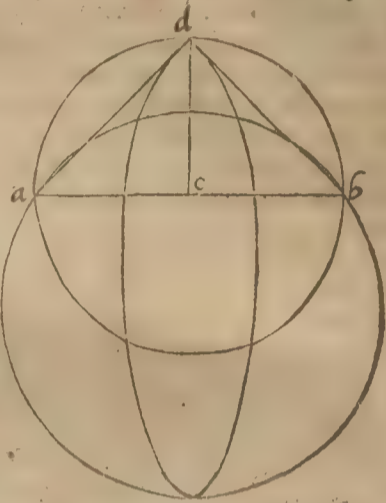
Cum enim, ut ex præcedētib; patet, superficies horizontis interfecet superficiem circuli iridis: tunc eorum cōmunis sectio ex 3 p 11 est linea recta. Sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per zenith capitis: quoniam (ut patet per 64 th. huius, & declaratum est in præhabitis) centrum uisus est polus iridis: illius uerò circuli altitudinis cētrum est centrum mundi & horizontis: ergo

ergo ipse transit per polos horizontis: zenith enim capitis est polus ipsius horizontis: linea uero à polo ad cœtrum horizontis deducta, est erecta super superficiem horizontis ex principio primi huius. Ergo per 18 p 11 circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis: & ipse transit eius cœtrum: quoniã cum ipsi ambo sint circuli magni sphaeræ mundi, patet quoniam iporum est idem cœtrum, quod est cœtrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autẽ & idem circulus altitudinis cum per cœtrum uisus transeat, & per cœtrum circuli iridis, & per cœtrum solis, (hęc enim sunt in eadem linea per 64 th. huius) transit ergo per polos circuli iridis: & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulum iridis circulus altitudinis iridis per æqualia secat & orthogonaliter: ergo illorum sectionem per æqualia secabit & orthogonaliter per 19 p 11. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quam productus circulus altitudinis diuidat per æqualia in puncto c: ducaturq; sursum in superficie circuli altitudinis à puncto c linea c d: quæ sit communis sectio superficie illius circuli & iridis: & hęc linea c d erit perpendicularis super lineam a b per 19 p 11: eò quòd circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusq; duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b: sitq; communis sectio peripheriarũ circuli altitudinis & iridis punctus d: angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b: subtrahantur ergo illis angulis lineæ a d & b d: & patet ex 4 p 1 & ex præmissis quòd ipsæ sunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus iridis, qui est a d, est æqualis ipsius arcui b d. Pars ergo peripheriæ iridis, quæ est supra horizontem (quoniam illa sola est sensibilis) per circulum altitudinis per æqualia est diuisa. Quod est propositum. Vnde manifestũ est corollarium perpulchrum: scilicet quemlibet uidentem iridem propriam uidere, ex eò, quòd moto aliquo uidente secundum locum semper zenith capitis uariatur: patet enim quòd diuersorũ diuersa sunt zenith, & diuersi horizontes: nec est possibile aliquos duos eundem habere horizonta: quoniam semper oculus uidentis est cœtrum horizontis. Si ergo aliquorum diuersitas sit secundum distãtiam latitudinis uniuersi tantum: tunc ad eorundem oculos diuersimodẽ radij reflexi à corpore nubis secundũ diuersa puncta aggregationis concurrent: & remotior ipsorũ à uapore rorido maiorẽ iridem uidebit, propinquier minorem, si in eadem superficie appareant irides: quæ si appareant in superficiebus diuersis æquidistantibus: tunc secundũ æquales circulos iris uideri poterit: & sequetur iris fugientem, & fugiet sequentem, ut diximus in 65 huius: est tamen eis idem circulus altitudinis, sed nõ eodem modo se habens. Quòd si diuersitas aliquorum sit secundũ longitudinem uniuersi tantum: tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circularũ diuidit per præmissa arcum iridis, qui est supra horizonta, in duo æqualia: ergo ipsa diuisa, sicut & ipsa diuidẽtia, sunt diuersa: quilibet ergo propriam iridem uidebit. Quòd si latitudo & longitudo uidentium differant: tunc per præmissa patet, quòd nullo modo eandem iridem uidebunt. Patet ergo quod intendebamus. Et signum huius est: quòd si aliquis stans in radio solis auersa soli facie aquã ore spargat: uidebit cũ ambobus oculis ante frontem suam colores iridis, & arcũ æqualiter ab utroq; oculo distãtem. Quòd si aquam secundò sparserit, & oculum dextrum clauerit uel manu cooperiat: uidebit arcum æqualiter distantem à cœtro sinistri oculi, arcumq; iridis dextrum oculũ secantem: & econuerso erit, si oculũ sinistrum clauerit: tunc enim iterum uidebit arcum æquidistantem à cœtro dextri oculi, sinistrumq; oculum secantem. Ex quo manifestè patere potest, quòd color iridis est passio uisus: & quòd mutatur iris secundum uidentium mutationem: & quòd materia sua est uapor roridus: & quòd distinctio colorum non est ex qualitate materiæ, sed ex reflexione luminis ad uisum, cui color essentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.

74. *In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo caussatã iridis uideri.*

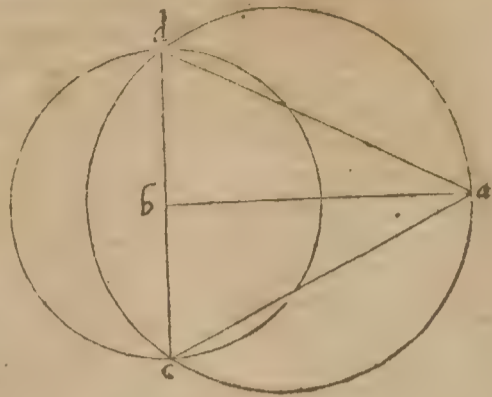
Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ (quorum solummodò corporum, ut 70 th. huius diximus, radij iridem faciunt) centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente, in nostra terra, scilicet Poloniæ, habitabili, quæ est circa latitudinem 50 graduum: (quamuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existente in capite capricorni, ut in his, quæ sunt 66 graduũ & 9 minutorum sol in meridiano existens circulo, uideatur in peripheria horizontis: & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoq; sol uideatur in horizonte.) Ponamus itaq; solem in oriente, cuius cœtrum sit a: fiatq; iris in parte sibi opposita, uisu intermedio existente: & erit illa iris ad occidentem per 67 huius: & sit cœtrum iridis punctum b: ducaturq; diameter circuli iridis trans superficiem horizontis per cœtrũ b, quod cœtrum tunc necessariò erit in superficie horizontis: quoniã per 64 th. huius ostensum est, quòd cœtrum solis, & cœtrum uisus, & cœtrum iridis necesse est in eadem linea esse. Eiusdẽ uero lineæ partem in subiecta superficie, partẽ in sublimi esse est impossibile per 1 p 11: in superficie uero horizontis est ex hypotheli cœtrum solis, & cœtrum uisus est cœtrum horizontis: ergo & linea copulans

Rr 2, illa



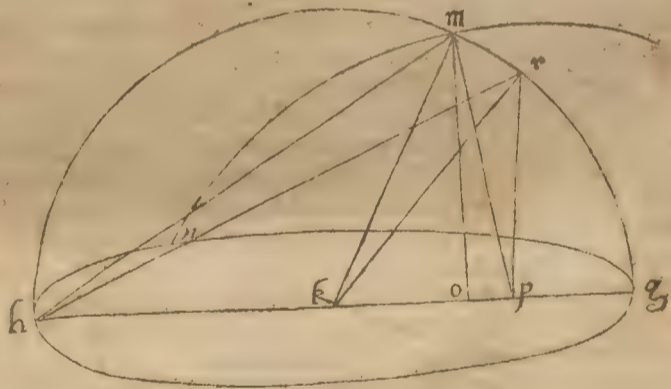
illa cœtra erit in superficie horisontis: & sit diameter illa iridis, quæ c d: & coniungatur lineæ a b, a c, a d:

fientq; duo trianguli a c b & a d b. Et quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d p 89 t 1 huius: quoniam sunt lineæ lōgitudinis unius & eiusdē pyramidis: & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis: latus uerò a b cōmune est ambobus illis triāgulis: patet ergo p 8 p 1 quia angulus c b a est æqualis angulo d b a: uterq; itaq; est rectus. Ergo per 18 p 11 erit superficies horisontis erecta super superficiē circuli iridis: transit autē per centrum iridis. Palām ergo quoniam circulus horisontis diuidit circulū iridis per æqualia: cōmunis enim sectio illorū circularū non potest esse, nisi diameter circuli iridis, quæ semper suū circulū diuidit p æqualia per diametri definitionē: quod autē de circulo iridis est supra horisonta, hoc uidetur. Sic ergo posito cœtro



solis uel lunæ in pūcto horisontis, semicirculus iridis uidetur: nisi fortē tantò minus, quantū est differētiæ, ppter hoc, quòd centrū uisus nō est uerum centrū uniuersi. In hoc aut nō est sensibilis differētia: & si sit, nō est in generatione iridis, sed in uisione ipsius. Et hoc est, quod hic pponitur demonstrandū. Po test & idē aliter demonstrari. Sit ergo secundū dispositionē priorē centrū solis in aliquo pūcto horisontis, quod sit punctū h: & sit k centrū uisus, quod est centrū horisontis: & sit horisontis diameter linea h g. Erigatur ergo semicirculus unus altitudinis sup horisontē orthogonali-ter ex cœtro k, qui sit h m g: hūc ergo semicirculū altitudinis arcus iridis generatæ in opposito solis (interposito cœtro uisus) secet in puncto m: & producat lineam k m. Et quoniam lineæ h k, k m & k g omnes sunt ex cœtro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales & omnes notæ: quoniam mundi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60 partiū. Producat itaq; linea h m: & si notus est angulus h k m: tūc linea h m erit nota. Sciri aut potest angulus h k m p hoc, ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentū, ut per armillam uel per astrolabium uel quadrantem: quo scito, sciatur angulus m k g: qui si auferatur de duobus rectis, sciatur angulus h k m: & sic sciatur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa, qua utimur in sciētia astrorū. Linea uerò h m cū sit linea lōgitudinis pyramidis illuminationis, & per 89 th. 1 huius omnes lineæ lōgitudinis unias pyramidis sint æquales: erūt tunc omnes lineæ lōgitudinis illius pyramidis notæ. Circumducatur itaq; circulus iridis super superficiem horisontis, eam intersecās, quæ (ut patet ex præmissis) transibit punctū m circuli altitudinis: sit ergo, ut ipse circulus iridis secet horisontē in puncto n. Duos itaq; circulos contingēt lineæ k m & h m in puncto m, secundū eorū cōmunē scilicet sectionē. Quoniam uerò punctū m in circulo altitudinis datū est, & lineæ h m & k m sunt notæ:

erit proportio lineæ h m ad lineā k m nota. Et quoniam quæ est pportio alicuius lineæ primæ ad aliquam secundam, eadē est cuiuslibet tertiæ ad aliquā quartā: tūc per 3 th. 1 huius esto, ut sit proportio lineæ rectæ a b ad rectā b c, sicut lineæ h m ad lineā k m. Et quoniam linea h m est maior quàm linea k m per 19 p 1, eò quòd maiori angulo opponitur in triangulo h m k: patet ergo quòd linea a b est maior quàm linea b c. Producat ergo linea b c ad punctū d in tantū, ut sit proportio lineæ b d ad lineam a b, sicut lineæ a b ad lineā b c. Et quia quæ est proportio lineæ h m ad lineā k m, eadē est lineæ a b ad b



c: erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ h m ad lineā m k, sicut lineæ b d ad lineā a b. Et quia proportio lineæ h m ad lineā k m, uel ad lineā h k æqualē per 7 p 5 ex præmissis est nota: pportio ergo lineæ a b ad lineā b c erit nota: ergo ipsarū utraq; est nota secundū aliquam quantitātē suppositam in altera ipsarum. Sed & proportio lineæ b d ad lineā a b est nota: ergo & linea a b est nota, & linea b d est nota: sed linea b c fuit nota: ergo relinquitur, ut linea c d sit nota. Sed linea h k est nota: quia cū ipsa sit semidiameter horisontis, erit ipsa partiū 60: ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota. Quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineā h k, eadē erit lineæ b c notæ ad aliquā aliam per 3 th. 1 huius. Quia uerò est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & ab est maior quàm b c, ut patet ex præmissis: erit ergo b d maior quàm a b: relinqueturq; c d maior quàm b c (hoc aut patet in numeris taliter dispositis quibuscūq;.) Linea ergo proportionalis lineæ b c, sicut linea h k est lineæ c d, illa erit minor quàm linea h k uel quàm linea k g. Abscindatur ergo à semidiametro k g per 3 p 1 æqualis illi lineæ: & sit linea k p: eritq; linea k p secundum

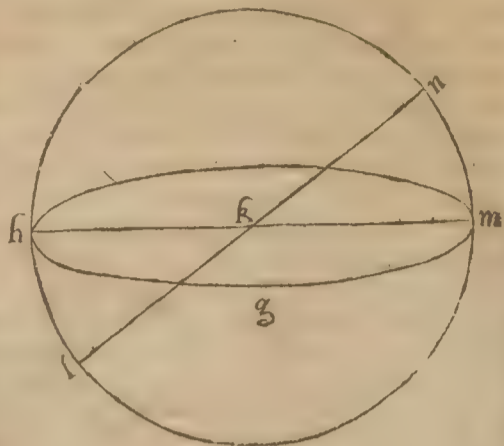
cundum præmissa nota. Copuletur itaq; à puncto p ad punctū m linea in superficie circuli altitudinis, quæ sit p m eritq; necessariò, ut quæ est pportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadē sit pportio lineæ a b ad lineā p m. Quòd si dicatur hoc nō esse possibile: quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p: eadē erit lineæ a b ad aliquā aliā lineam maiore uel minore lineæ p m, per 3 th. 1 huius. Sit ergo nūc illa proportio lineæ a b ad quandā minorem lineam p m, quæ sit p r. Quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineā h k, uel b c ad lineā k p, eadē est lineæ a b ad lineā p r: quæ autē est proportio lineæ c d ad lineā h k, eadē est lineæ b c ad lineā k p: ergo per 16 p 5 quæ est proportio lineæ c d ad b c, eadē est h k ad k p: & quæ est proportio lineæ b c ad k p, eadē est lineæ a b ad lineā p r: ergo sitē per 16 p 5 quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadē est lineæ k p ad p r: & sic lineæ c d, b c, a b proportionales erunt lineis h k, k p, p r: sed quæ est proportio lineæ a b ad b c, eadē est lineæ b d ad a b: ergo & in ipsarū comproportionalibus sic erit, quòd sicut se habet lineā r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineā p r. Ducatur ergo lineæ h r & k r: fientq; duo triaguli, qui h r p & k r p, quorum cōmunis est angulus r p h, & latera dictū angulū continētia respectu diuersorū trigonorū sunt proportionalia: quæ enim est pportio lineæ p r lateris maioris trianguli ad lineā p k latus minoris trianguli: eadē pportio lineæ h p lateris maioris trigoni ad lineā p r latus trigoni p r k minoris: ergo per 6 p 6 illi trianguli sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera ipsorū æquos angulos respiciētia sunt proportionalia. Est ergo pportio lineæ h p ad lineā p r, & lineæ p r ad lineā p k, sicut lineæ h r ad lineā k r: sed quam proportionē habet lineā h p ad lineā p r, hanc habet lineā b d ad lineā a b: & quam habet lineā b d ad a b, hanc habet lineā a b ad b c: & quam habet a b ad b c, hanc habet lineā h m ad k m ex hypothesi: per 11 ergo p 5 patet quòd quam proportionē habet lineā h r ad lineā k r, hanc habet lineā h m ad lineā k m: hoc autē est impossibile, & cōtra 56 th. 1 huius: quoniā in semicirculo quocūq; duab. lineis ductis ad quēcūq; pūctū pipheriæ, scilicet una à termino diametri & alia à cētro, ut sunt in pposito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eisdē pūctis ad aliud pūctū circūferentiæ quodcūq; duabus prioribus pportionales ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineā a b ad aliā minorem lineā quam lineā p m, eandē habere pportionē quam lineā b d ad lineā h p, uel quam lineā c d ad h k, uel quā lineā b c ad k p. Sed neq; potest lineā a b habere illā proportionē ad aliquā lineā maiore lineæ p m: quoniā eadē est ratio, & eodē modo deducitur ad impossibile. Ergo quæ est pportio c d ad lineā h k, uel lineæ b c ad k p: eadē erit lineæ a b ad p m: & sequetur repetita priori demonstratione, quæ ducebat ad impossibile, scilicet, ut quæ est pportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadē sit lineæ h m ad k m. Ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrū k sub horizontē, proportionales lineæ prædictis lineis h m & k m ducatur secundū modū 56 th. 1 huius. Si ergo lineā m p sit perpendiculariter insitēs diametro h g: tūc posito cētro p secundū semidiametrū p m describatur circulus: quòd si lineā p m nō sit perpendicularis super diametrū h g: polo itaq; existēte pūcto p per 65 th. 1 huius (quoniā ille pūctus æqualiter distabit ab omnibus in illis semicirculis signatis pūctis, similibus pūcto m) ducatur circulus secundū distantia lineæ p m: qui attinget omnia dicta pūcta semicirculorū altitudinis, in quæ cadūt prædictæ proportionales lineæ, siue anguli reflexionum iridē caussantes. Si enim dicatur quòd nō attingat: accidet secundū præmissa contrariū 56 th. 1 huius, quod est impossibile. Potest etiā sic fieri, ut semicirculus h m g sit medietas horizontis, & facta diuisione in pūcto m, intelligatur circūduci idē semicirculus: nihil enim refert semicirculos diuersos describere uel unū circūducere: pūctusq; m circumductus describet circulū iridis, qui est n m, circa centrū uel polū p secundū distantia lineæ p m: eruntq; anguli à termino diametri, scilicet pūcto h & à centro k ductarum linearū ad circulū n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis: quia triangulus h m k in tota circumductione similes sibi triangulos caussat in qualibet superficie reflexionis: & similiter triangulus h m p motu suo describet similes triangulos: & triangulus k m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; lineā m p non sit perpendicularis super diametrū h g: ducatur ergo perpendicularis à pūcto m per 12 p 1 super diametrū h g: cadetq; illa perpendicularis per 29 th. 1 huius inter pūcta k & p, uel inter pūcta p & g: quoniā lineā m p cū diametro h g ex aliqua sui parte angulū acutū continet, ut patet ex præmissis: & similiter lineā m k, quia iris nō apparet nisi ultra mediū diametri horizontis, ut prius patuit: cadat ergo illa perpendicularis in pūctū o. Similiter quoq; ad idem pūctū diametri necessariò cadent ab omnibus aliorū semicirculorum angulis lineæ perpendiculares: uel angulus k o m motu suo in omnibus superficiebus reflexionū æquales angulos caussabit. Pūctū ergo o est centrū circuli reflexionis factæ ad uisum. Cū ergo centrū iridis sit in horizontis diametro: medietas eius erit supra horizontē, quæ est n m, & medietas sub horizontē: quoniā tūc cōmunis sectio superficie rū horizontis & iridis est diameter iridis. Idēq; accideret si lineā m p esset perpendicularis sup diametrū. Et hic est modus, quo Aristoteles ppositū cōclusit. Sed tamen nō est nobis uisa fore necessaria notitia linearū, quia sine illa idem & eodē modo declarari potest.

75. In aliquo circulo altitudinis super horizontem existente centro corporis luminosi, secundum eius eleuationem centrum circuli iridis sub horizontē deprimatur: & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secundum dispositionem proximā, scilicet ut sit horizon circulus h m g: cuius diameter sit lineā m h, & centrum k: sitq; circulus altitudinis transiens per zenith capitis & per centrum corporis luminosi: qui est l m n h: & sit centrum solis eleuatum supra horizontem in circulo altitudinis in pūcto n. Et quoniā per 64 th. huius centrum corporis luminosi, & cētrum oculi, & centrū basis

Rr 3 pyra-

pyramidis irradiationis semper sunt in eadem linea, & cum centrum uisus sit centrum circuli altitudinis: si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrum uisus, illa necessariò erit diameter circuli altitudinis: erit ergo illa linea à puncto n producta per centrum k necessariò cadens in aliquò punctum circuli altitudinis, qui sit l: & erit semicirculus altitudinis eleuatus supra circulum horizontis, qui est h n m, & equalis semicirculo n m l: quoniam sunt medietates eiusdem circuli: ablato ergo còmuni arcu, qui est n m: erit arcus h n & equalis arcui m l: sed punctum l est locus centri circuli irradiationis: & punctum n est locus centri solis. Patet ergo quòd quantum cètrum solis eleuatur supra horizonta, tantum cètrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimitur sub horizonta. Et hoc est primum propositum. Cum autem erit cètrorum utrunq; in circulo horizontis, medietas circuli iridis uide tur, ut in præcedenti theoremate est ostensum: ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimitur, minus semicirculo uidebitur. Et hoc est, quòd secundo proponebatur. Quòd autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte sit horizontis: ut est his, quorum latitudo est 66 graduum & 9 minorum: his enim est sol in meridie in puncto tropici hiemalis in horizonte. Et sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theoremata.



76. Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniam enim si sol est in horizonte, semicirculus tantum uide tur, ut patet ex 74 th. huius: & si sit supra horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet per præmissam quòd quantum centrum solis uel lunæ eleuatur supra horizonta, tantum cètrum iridis deprimitur sub horizonte. Vnde tunc supra horizontem semper pars iridis minor semicirculo uide tur, sicut patet in alijs parallelis in sphaera, per quorum centrum non transit horizon. Hi enim in portiones inæquales sub horizonte & supra horizontem secantur. Patet ergo cū corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit aut in horizonte aut supra horizonta, quòd nunquam completus circulus iridis poterit uideri: nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem, à qua fit reuerberatio, uel in eadè linea, sic quòd ad ipsum possit fieri reflexio: tunc enim possibile est integras irides uideri: sed de talibus sermo propositus non intendit: diximus enim de talibus iridibus in 67 th. huius. Patet ergo propositum.

77. Data iridis semidiameter inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum consistentia eleuari possit iam ostendimus in 60 th. huius: sed non secundum totam eleuationem illorū possibile est iridem eleuari: quoniam materia iridis est uapor roridus per 66 huius, qui non adeò eleuatur, ut uapor siccus. Si ergo data iridis semidiameter uolumus inuenire, & data iris sit semicircularis, faciliter habetur propositum. Accipiat epim altitudo sua per instrumentum: circuliq; altitudinis suæ portio siue arcus interiacens horizonta & gibbum iridis duplicetur, & cum arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione almagesti positarum, & extrahatur chorda arte consueta: eritq; chorda inuenta diameter totius iridis: & ea diuisa per æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis: & ita sinus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uide tur. Si dicatur quòd illa linea non est semidiameter iridis, sed cuiusdam alterius circuli æquidistantis iridi, sed maioris iride: hoc non obstat: quia illi duo circuli in eundem angulum solidum cadunt apud cètrum mundi, quòd tunc est cètrum uisus: unde quòd de uno dicitur, de reliquo potest intelligi, quo ad quantitatem. Et quia per talium diametrorum proportionem habetur completa proportio iridis ad iridem: ideo talem diametrum iridis diametrum appellamus. Si uerò iris sit portio minor semicirculo: accipiat ipsius altitudo. Et quia, ut patet per 75 huius, tunc sol est supra horizonta in eodè circulo, accipiat altitudo solis. Quia ergo, ut in illa declaratum est, distantia centri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis supra horizontem: coniungatur isti duo arcus altitudinis, iridis scilicet & solis, prouenietq; arcus interiacens punctum circuli altitudinis, in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrum uisus & per cètrum iridis ad ipsum circulum altitudinis (& hoc est nadir solis) & punctum superiorè circuli altitudinis iridis: duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidaturq; per æqualia: & habebitur intentum. Patet ergo propositum.

78. Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris: portio uerò minor semicirculo uisus, est portio circuli maioris.

Huius propositæ rei causa patet secundum præmissa huius libri. Quoniam enim, ut patet per 64 huius, centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea consistunt, quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi: propter quòd patet quia in omni reflexione, ex qua apparet iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis: palam ergo quòd nullam facit diuersitatem in uisus

uisu erectio uel obliquatio superficiei iridis supra superficiem horizontis. Quoniam semper linea pertransiens centrum solis & uisus est erecta super superficiem iridis: & sic peripheria iridis semper se habet uniformiter ad uisum, quantum est de se, ut patet per 65 th. 1 huius. Quod tamen hic proponitur, causam habet non ex reflexione, sed ex refractione: quia ut in 8 huius declarauimus, diuersitas angulorum refractionis causatur ex diuersitate diaphanitatis corporum diaphanorum etiam eiusdem speciei: maior enim fit refractione ad lineam perpendicularem in aqua grossiori quam in aqua subtiliori. Quia itaque sole existente in peripheria horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris presentiam subtiliatio: palam quod in grossiori illo aere minor fit refractione a perpendiculari: radij itaque tunc refracti magis approximant perpendiculari quam postmodum aere subtiliatio. Ad propinquorem ergo locum superficiei iridis fit aggregatio radiorum incidentium superficibus uisuum ibi existentium, quam fiat aere rariore existente. Subtiliatio uero aere, fit ad eosdem uisus a partibus remotioribus ipsius uaporis refractione: non enim fit a partibus propinquioribus: quoniam ab illis neque prius fiebat. Sed neque fit illa refractione a partibus uaporis, a quibus fiebat prius: quoniam medio immutato est ipsa refractione immutata per 8 huius: fit ergo necessario refractione a partibus uaporis remotioribus, quam prius. Radij ergo refracti sunt longiores his, qui prius refringebantur: pyramis ergo illuminationis est maior: ergo & basis eius (quae, ut patet ex praehabitis, est peripheria iridis) erit maior. Existente uero sole in peripheria horizontis, tunc tantum causatur iridis semicirculus uidetur, ut patet per 74 huius: eleuato uero sole supra horizontem: tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 75 huius. Manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctae semper faciunt gradus 42: quod per praesens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit quandoque minor, quandoque maior secundum mediorum diaphanorum & suarum refractionum diuersitatem, ut praestensum est: tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circularum diuersarum iridum semidiametri sint aequales: posset tamen esse modica differentia, quae forte per instrumentum modicum improporcionale circulo altitudinis non possit aequaliter perpendi. Et etiam eorum experientia est in portionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quam tales uerso instrumento uel mutato uisu, fixo instrumento accipiunt, quae nulla est sole existente in peripheria horizontis. Et forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia: quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit: cum tamen de praesente theoremate magnam fecerit mentionem: quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulerit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat: quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione. Semper enim centra solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt: & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis, solis altitudini in omnibus climatibus est aequalis: nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

79. In quibusdam regionibus sole existente in meridie, iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendum propositum ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in zenith capitis: & palam ex praemissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte aequidistans horizonti. Et quoniam tunc altitudo solis erit partium 90: sole descendente (sive hoc sit propter ipsum motum solis, sive propter altitudinem regionum distantium plus ab aequinoctiali, quam regio, in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea, quae est directe sub capite centri) nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 77 huius diligens perquisitor poterit inuenire. Quantum autem sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur a diametro iridis: tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride. Et ob hoc in diebus aestiualibus ab aequinoctio uernali ad autumnale in consuetis nobis regionibus, quae sunt ultra clima quartum usque ad finem notorum septem climatum in meridie iris non apparet: & si in alia parte anni appareat quandoque. Totum autem hoc diximus propter regiones, quae sunt extra climata, in quibus praemissa regula doctrinae generali poterit committi. In omnibus autem regionibus sole existente supra horizontem, in qualibet hora diei iris poterit apparere, praeter quam in meridie: in illis tamen horis, in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro. Et haec sufficiant pro iridis intento: quia irim de caelo misit Saturnia Iuno.

80. Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiae & luminis incorporationem.

Quonia enim nubium consistentia ex duobus fit uaporibus, sicco scilicet & humido, ut declaratum est in philosophia naturali: tunc quando sol agendo ex sicco penitus extrahit humidum, aduritur siccum terrestre, ita quod lumen in ipsum penetrare non potest: & ideo fit tunc nubes nigra multae nigredinis: & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, propter quam in ipsum penetrare non potest radius solaris uel stellarum: & ideo remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocumque disgregato subtili, recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba: unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum admixtum aliquantulum terrestri adusto: tunc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & aliquando purpurea: ut cum radij terminantur ad inferioram partem nubis humi-

de in mane uel in sero: & hæc significant pluuiã futuram. Et si quidem sit in oriente, defertur pluuiã super homines illius habitabilis: si uerò sit in occasu, tunc defertur pluuiã ad mundi inferius hemisphærium sub homines uidentes: & erit ibi pluuiã in nocte: & redibit illa pars cœli fortè spoliata nubibus in mane: & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequente. Quando uerò nubes depressa habet superius respersam purpureitatẽ obscuram ualde: tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis, quæ iam incipiunt inflammari in uentre nubis: & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitru & similia. Quòd si nubes sit rorans & in fine suæ resolutionis: tunc illa nubes in se recepto lumine, quandoq; iridis acquirat colorẽ: & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorum lumine nubibus præsentẽ: siue lumẽ nubi incidens refringatur ad uisum propter densitatem secundi diaphani, siue reflectatur ad uisum à superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrit. Tunc enim uario colore coloratur nubes uisa secundum illarum umbrarum admixtionem. Patet ergo propositum.

S1. Virgæ fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa, raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicuntur extensiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij. Interposita enim nube aliqua aquosa inter solem & uisum nostros fit refractione radiorum solarium ad uisum: & hoc accidit in medio secundi diaphani. Et ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores secundum quasdam lineas rectas protensæ, eò quòd habeant quandam subtiliorẽ & quandam grossiorẽ consistentiam, in quibus permixtũ solis lumen phantasiã coloris in ipsis facit. Potior tamen in his causã est admixtio umbrarum, quæ diuersimodè immixtè lumini colores diuersos uisibus repræsentant. Et quia radius solis perpendicularis super superficiẽ nubis penetrat nubẽ, & ad uisum non reflectitur: ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur: & sol per illã uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceus aut colorẽ aliũ habens: sol enim per consistentiã nubis grossiorẽ & caliginosam aliũ & alium præsentat uisibus colorẽ. Non est aut in hoc differentia siue sol uideatur per nubẽ, sic quòd fiat suorum radiorum ad uisum refractione, siue radij solis reflectantur ad uisum. Aspicienti uerò ad solis latera uidetur quandoq; iridis color uirgatus, ut præmissimus, quãdo nubes secundum aliquid est spissa, & secundum aliquid rara, & secundum aliquã sui partẽ plus aquosa, & secundum aliquã minus: & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uerò uiridis aut flaua. Virgæ itaq; fiunt propter irregularitatẽ diuersi situs & qualitatis speculorum, nõ propter figurẽ anomaliã. Sunt enim quedã specula, quæ propter sui anomaliã figuras anomalas & permutatas uisibus ostendunt formarum uisarum per ipsa, de quibus in nono libro scientiæ huius aliquis sermo fuit. Vnde & nubes figurã solis non ostendit: quia specula nubis non sunt propriè ostendentia figuram propter speculorum paruitatẽ, sed ostendunt colorem, quòd conuenit diaphanitati speculorum & nubis totius: & distinguuntur illi colores secundum dispositionẽ materiæ, cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionẽ. Patet ergo propositum.

S2. Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab æquali consistentia nubosa.

Pareliæ dicuntur quasi paria soli, *παλιος* enim græcè, sol dicitur latinè, & significant soles aqueos, qui in nube uidentur. Nube enim interposita soli & uisibus, existente æquali secundum sua specula, neq; densiore neq; rariore, neq; plus aquosa, neq; minus secundum suas partes: tunc radio solis illis incidente, propter similitudinẽ & æqualitatẽ speculorum, & ipsorum regularitatẽ unius coloris fit phantasia: albi aut uidetur coloris propter spissitudinem consistentiæ & regularitatẽ ipsius nubis. Radij enim ad ipsam nubẽ sic dispositi incidentes, & ab ipsa reflexi ad uisum (inaximè nube illa non existente aquosa neq; nigra, uicina tamen aquæ) sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uisum: propter quòd proprium solis colorem, qui luminosus & albus est, in tota nubis consistentia apparere faciunt uisibus: fiuntque pareliæ albæ, sicut etiam ab omni corpore polito reflectitur lumen solis ad uisum propter spissitudinẽ consistentiæ: ut ostensum est per 1. th. 5. huius. Sunt autẽ pareliæ magis signum pluuiæ quàm uirgæ: quia æqualis nubium consistentia, quæ est materia parelijs, signum est quòd aer idoneus habet se ad permutationẽ & ad generationem aquæ. Et quia australis aer facilius in aquam permutatur propter sui facilitatem in patiendo, quàm aer borealis, qui sicior est propter frigoris constrictionẽ: ideo pareliæ australes magis sunt signum pluuiæ quàm boreales. Fiunt autẽ pareliæ sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel occidentẽ quàm in meridie: quoniã sol existẽs in medio cœli soluit tales nubium consistentias, & plurimũ segregat illas: & neq; fiunt desuper solẽ neq; desubtus, sed à lateribus solis obliquis, quæ sunt secundum polos mundi: & neq; fiunt multũ prope solem: quia à propinquo citò dissoluitur nubium consistentia: neq; fiunt multũ longè à sole: quia nõ est inde possibile reflexionẽ fieri ad uisum: reflexio enim facta à paruo speculo subtilis est: unde longè protensa debilitatur & euanescit, antequã perueniat ad uisum. Et ex eisdẽ causis nõ fiunt hæc pareliæ supra solem, neq; sub sole, quia prope solẽ existentes consistentiæ nubium soluuntur, remotè uerò distantes non perueniunt secundum ipsorum reflexionẽ ad uisum: secundum lateralẽ uerò solis situm est inuenire mediocrẽ distantiam, in qua consistentia non dissoluitur, & tamẽ fit reflexio ad uisum: ut cum non est nimis propè ad terrã descendens illa nubis consistentia. Quando enim nubes sunt nimis propinquæ horizonti: tunc ab ipsis nubibus reflexi radij nõ pertinent ad uisum propter distantiam minorem improporionatã reflexioni luminis: quoniã enim uisus sunt apud terrã, patet quòd tunc luminis reflexio à nube non concurrat cum uisibus. Sub sole etiam nõ potest fieri parelia: quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respiciens

tiens dissoluitur à radio solari, remota uerò nubes à uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum, propter longitudinem distantie: quia si etiam à latere solis esset consistens nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uisum: nec tunc apparerent parellæ ipsi uisibus. Patet ergo propositum.

83. Ex crystallo hexagona soli opposita colores iridis generantur.

Huiusmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularem, ductam à centro corporis solis ad superficiem unius parallelogrami ex lateribus crystallo. Et quoniam (ut declarauimus in 27 th. 2 huius sciencie) manifestum est quod à sole illuminatur magis medietate cylindri sibi oppositi, si rotundus sit cylindrus: hoc autem in cylindro angulato esse non potest (angulis ueniētibus in diametrum corporis basim per æqualia diuidentem) tunc enim sola medietas illuminatur propter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed si corpus illud columnare diaphanum fuerit: tunc alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionem. Si itaque superficies corporis diaphani soli opposita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis: tunc una fit luminis refractione fortis: & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, & aggregabitur extra corpus sub forma luminis: sicut etiam hoc fortius euenit in corpore spherico diaphano non concavo: eod quod à superficie maioris partis totius illius corporis spherici fit refractione ad radiū, qui perpendiculariter incidit super superficiem corpus sphericum contingente, æquidistantem superficiem secanti corpus solis per centrum secundum aspectum, quo ab ipso respicitur corpus illuminandum, ut ostendimus in 48 huius. Ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, & si non ad punctum unum (quoniam hoc est impossibile propter diuersitatem superficialium incidentiarum) ad locum tamen naturalem paruū fit luminis aggregatio, ipso lumine absque coloratione sub forma luminis manente: & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam uel aliud aliquid potentiam actiuam in se habentem ad inflammationem. Si uero corpus diaphanum soli oppositum sit plurimum superficialium quæ unius planæ uel circularis, secundum eam scilicet partem, quæ soli opponitur: utpote si corpus quadrangulum secundum unum suorum angulorum, soli opponatur: tunc fiet refractione radiorum incidentium uni superficiali ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superficiali. Et cum ex parte opposita luminis refracto aer (qui est corpus rarioris diaphani) occurrerit: refringentur radij ab utraque superficie ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta in corpore basim ipsius per æqualia diuideret, uel alia ei æquidistante, & in alio corpore denso illi corpori diaphano subiecto, ut terra uel alio corpore quocumque: tunc quandoque apparebunt duo lumina clara, aliquando uerò colorata: ut si corpus diaphanum æqualium fuerit angulorum & superficialium: & hoc patet experimentanti: eruntque tunc ibi duo colores confusi, non plures, color scilicet rubeus, & alius mixtus, quasi uiridis, qui secundum crystallo uel alterius paruū corporis dispositionem magis sunt intensi uel remissi. Quod si superficies corporis (quo ad partem soli oppositam) fuerint tres, ut sunt in crystallo hexagona: tunc à qualibet superficialium oppositarum soli, quæ sunt tres, receptum lumen cuiuslibet superiorum trium superficialium redditur corpori opposito, ut terre uel alteri corpori cuicumque. Atque horum trium luminum medium manet in ipsa perpendiculari concava lumen illud, nisi lumen solis impediatur: alia uerò duo refringuntur à dicta perpendiculari propter naturam secundi diaphani rarioris, scilicet aeris, (dictum enim est in 4 th. huius quod medio secundi diaphani rarioris existente refractione fit à perpendiculari) & est quasi quedam dispersio radiorum. Apparet autem colores in istis luminibus sic reflexis & refractis propter mixtionem nigredinis coloris crystallini cum lumine penetrante: & propter admixtiones umbrarum partium ipsius crystallo prominentium secundum acumen suorum angulorum, quæ per 11 th. 2 huius projiciuntur ad partem oppositam incidentiarum radiorum in partem aduersam corpori luminoso: quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum, quando luminis permiscetur. Quoniam ubi radius luminis perpendiculari magis, quo ad superficiem incidentie (circa quam in uiciniore multorum radiorum fit aggregatio) color crystallo & umbræ comixtus reflectitur (quia ille radius magis est luminosus) tunc fit color rubeus. In alijs uerò radijs secundum sui debilitatem & coloris corporis & umbrarum plurimum comixtionem alij colores medij generantur. Sunt autem tres colores: quoniam ex tribus superficialibus superioribus radij colliguntur ad quamlibet inferiorum superficialium: & color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis super superficiem crystallo in contrario situ generatæ iridis oppositam soli aggregatis omnibus radijs, suæ superficiali incidit, post refractionem factam ex aeris interpositi diaphanitate. Et tunc quandoque tres irides generantur, propter triplicem naturam refractionis in medio secundi diaphani rarioris, ut præmissum est: & quia ter tria faciunt quadratum, qui est 9: erunt tunc 9 colorum indiuidua numero multiplicatis trium superficialium superiorum, in numerum trium inferiorum. Tres uerò erunt specificæ differentie colorum: & fit istorum colorum per angulos corporis nulla sensibilis distinctio: quoniam & à linea angulorum, quæ actu est indiuisibilis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles, nihil sensibile producant. Non autem sunt isti colores iridis per crystallo penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum distinctio formaliter est tantum in uisu: sed sunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis, unde etiam causa ipsorum non est ad uisum facta reflexio: non enim uidentur per modum reflexionis, sed per modum simplicis uisionis ut alia uisibilia, quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodem loco uidentur. Fit itaque colorum distinctio à figura corporis: quoniam à qualibet alia crystallo uel corpore per uisum alterius figuræ colores uarij apparent.

apparent, qui secundū sitū colorū iridis nō sunt distincti. Et istius signū est: quōd si accipiatur cry-
stallus hexagona, & duę eius superficies cera rubea uel alia tegantur, sic quōd inter illas duas tercia
superficies maneat nō opaca: tunc tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis,
si locus operationis nō sit aliās ualde luminosus, & aliquod nigrū supponatur: tunc uidebitur etiā
ex crystallo modica iris maxima & pulcherrima & coloris clarissimi: quod fit propter aggregatio-
nem radiorum totius luminis ab omnibus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis,
qui ad locum uicinū unicum aggregantur. Si uerō illę superficies tres, quę nunc soli fuerunt oppo-
sitę, inferiores fiant, & econuerso alię tres superiores: tunc iris quandoq; una, quandoq; nulla ap-
parebit. Et qui ludum istum iocosum reuoluerit: inueniet, quę hic scripsimus, & etiam plura, quā
per nos in tali solatio sunt inuenta. Et si unā ex sex superficiebus dictis experimentans opacauerit:
ille similia per reuolutionē crystallo ad diuersos situs inueniet. Et si crystallo oculo opposuerit, sic
ut tres non opacatę superficies ad oculū uertantur: per omnes tres oculo oppositas illam cerā ru-
beam uidebit. Et si reuoluerit crystallo coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas genera-
tionibus colorum applicare quis poterit: semper considerans umbrarum immixtionem: quoniam
eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis, ad ea, quibus incidit. Non enim defer-
tur color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis, quę est in ipso: poteritq; per experien-
tiam his dictis multa addere diligens inquisitor. Patet itaq; propositum.

84. Sub uase uitreo rotundo, pleno aqua, soli exposito: colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit, ut exponatur soli uas uitreū rotundum ad modum urinalis, plenū aqua pura: dico quōd ue-
rum est, quod proponitur. Videntur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terrę su-
perficie uel in alio corpore colores similes iridis coloribus: quorū generatio est propter uarias lu-
minis solis refractiones. Vt enim patet per 4 th. huius, fit una refraçtio ab aere ad uitrū, alia quoq;
à uitro ad aquam: & item alia ab aqua ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum: quarum refra-
ctionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8 huius. Secundum hos itaq; refractionū modos cum ad-
mixtione coloris ipsorum corporum diaphanorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumē
penetrat, & circulariter diffusum uel fortē irregulariter secundum corporum diaphanorū conue-
xas superficies, uarios uisui præsentat colores distinctos secundum præmissas causas. Quōd si uas
illud extrinsecus aqua perfusum fuerit: pulchriores colores uisui præsentabit: quoniā tunc nume-
rus refractionum aliquantulum augetur, & similiter numerus umbrarum. Non sunt autem hi colores
uerē colores iridis: quoniam numerantur alio colorum numero quā colores iridis, & non perue-
niunt ad uisum per reflexionem quemadmodum colores iridis, sed uidentur directē, sicut & ipsum
lumen & alij colores. Patet itaq; propositum.

85. Speculo quocunq; sub aqua soli exposito: figura solis uidebitur quasi duplicata.

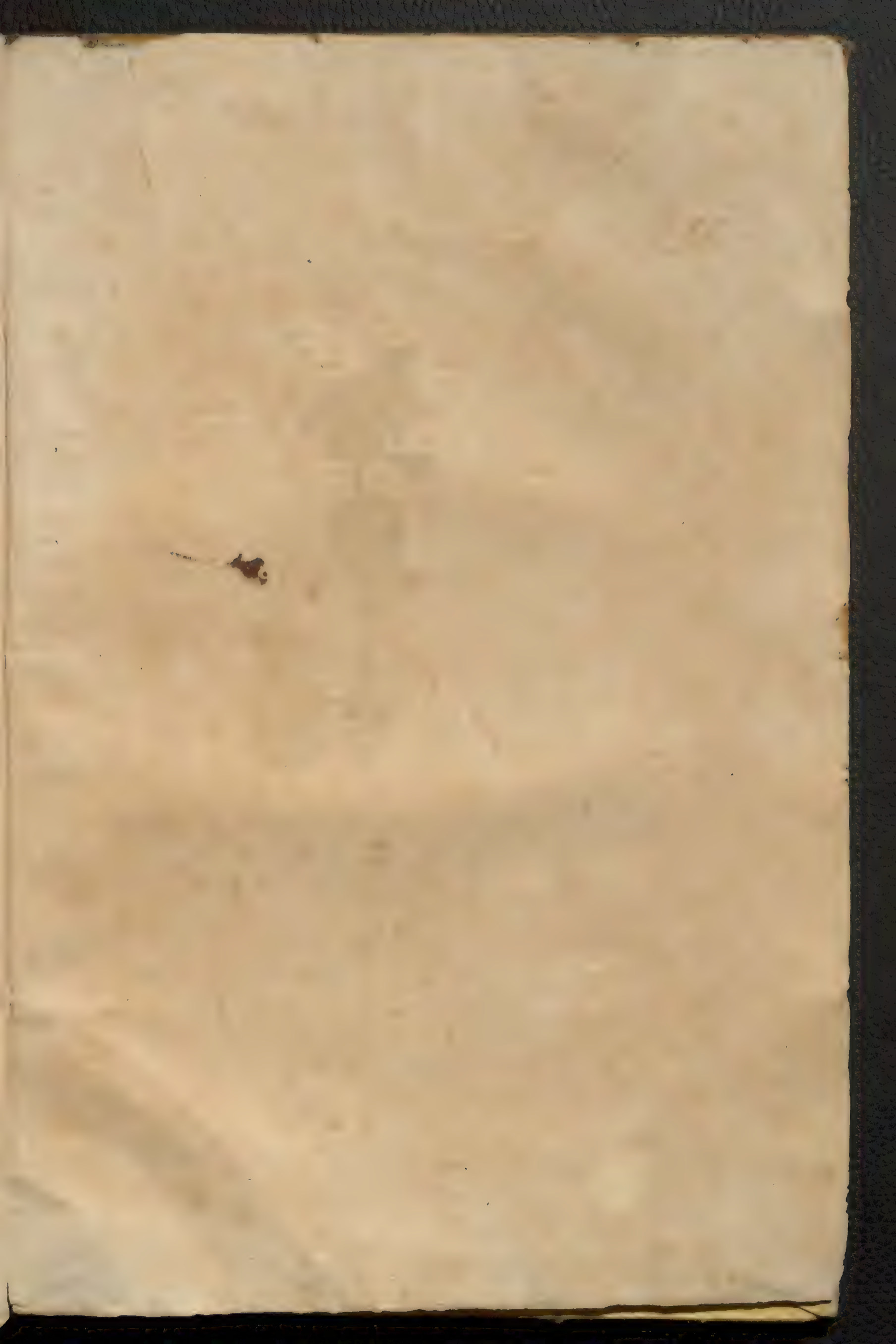
In speculo enim receptum lumen radiorum super superficiem aquę perpendicularium, superfi-
ciei uerō speculi obliquē incidentium, reflectitur à superficie speculi ad uisum in loco reflexionis
existentem: & sic offert uisui figuram solis. Lumen uerō radiorum obliquē superficiei aquę inciden-
tium refringitur in superficie aquę ad perpendicularē, ductam à puncto incidentiæ ad superficiē
aquę per 4 th. huius. Cum itaq; illa forma refracta peruenit ad speculi superficiem: tunc ab illa su-
perficie, cui obliquē incidit, reflectitur iterū ad uisum: apparentq; duę figurę solis: una maior pro-
pter simplicem reflexionem: alia quoq; minor propter refractionem, quę in medio densiori minuit
figuram postmodum reflexam: uideturq; illa secunda figura solis, quasi sit forma stellę sequentis
corpus solis. Est autem & ipsa forma solis: quod patet: quoniam extra radium solis cum figura solis
à superficie speculi per se non reflectitur. Et hanc refractam formam accedit uideri. Et si planē spe-
culum sub aqua deducatur in solis radium: tunc eadem numero forma, quę prius sub minori lumi-
ne fuit uisa, uidebitur amplius, quā prius, luminosa: & secundum motum aquę uidebitur moueri
circa reflexam figuram solis. Patet ergo propositum. Et quoniam nos diuinę gratiæ suffragante
præsidio, tres propositos uidendi modos secundum omnem ipsorum, quatenus potuimus, diuersi-
tatem transcurrimus, nec condignum aliquid tantę munificentiæ diuinę bonitati reddere possi-
bile nobis est: ad illas tamen, quas possumus, gratiarum actiones consurgimus ei, qui uerē trinus &
unus est: soli nihil in rebus entibus conforme, nihil cœternum, nihil æque bonum æstimantes: cui
sit honor & gloria per infinita secula. Amen.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLO-
norum optica finis.

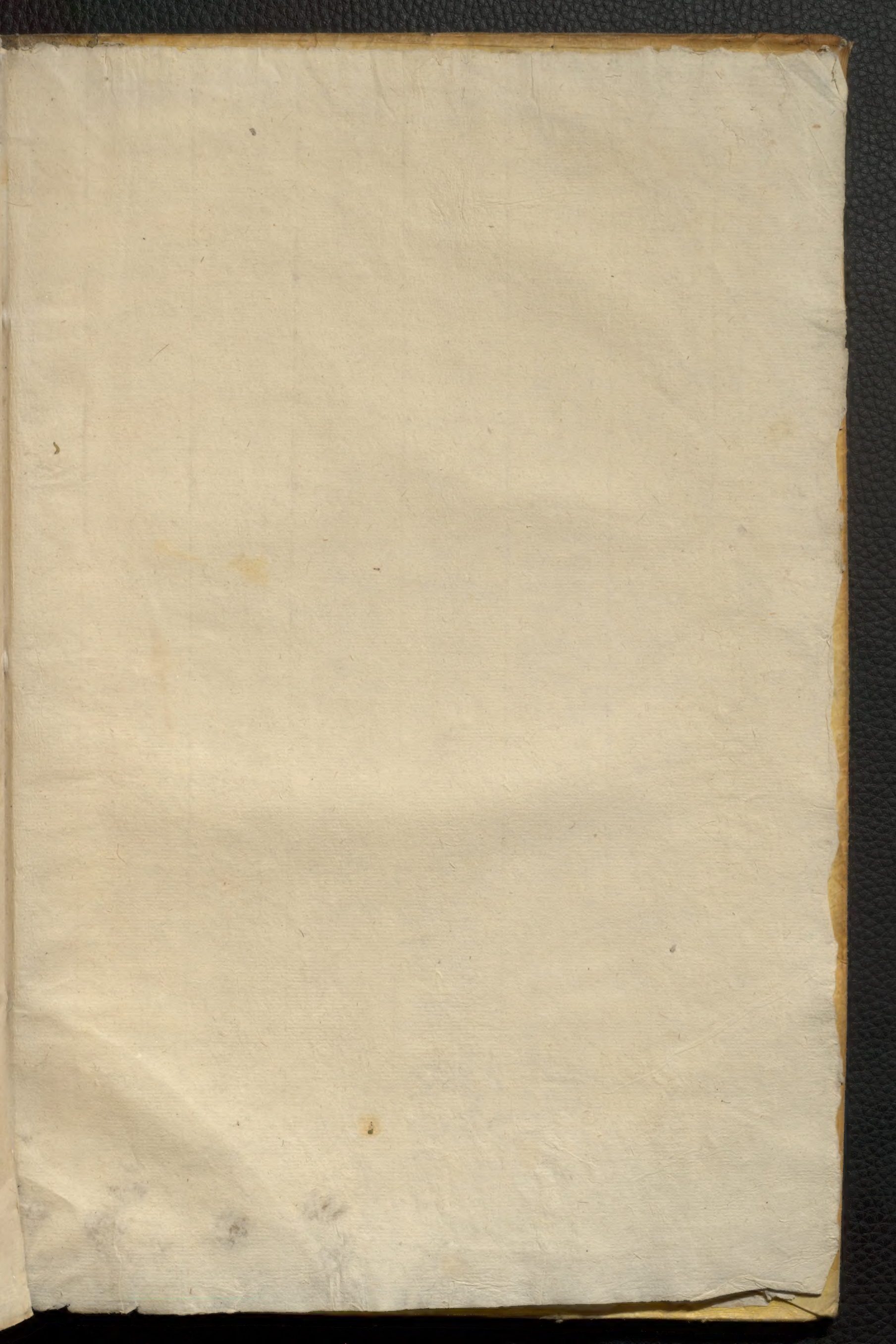
B A S I L E A E,

EX OFFICINA EPISCOPIANA, PER EVSEBIUM
Episcopium, & Nicolai F. hæredes. Annō M. D. LXXII.

Mense Augusto.







O.L. cat.

Collation:

a⁴, a-g, z⁶; *⁴, A-Z, Aa-Pp⁶, Qq⁴, Rr⁶.
[6+2 blank], 288; [8], 474, [2] ff. (= 390 leaves.)

M.S. diagrams, on folded uncut margin, in pt. 2, ff.

• 208, 215, 337.

1567.

OSLER

Room

folio

H 1530

1572

#2044265

2167^d

